

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
ENG. DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

MATEUS PEGORARO GIUSTI

**ESTUDO DA OCORRÊNCIA DE CICLOS
LIMITE NO CONTROLE DE
SERVOPOSICIONADORES
PNEUMÁTICOS**

Porto Alegre
2019

MATEUS PEGORARO GIUSTI

**ESTUDO DA OCORRÊNCIA DE CICLOS
LIMITE NO CONTROLE DE
SERVOPOSICIONADORES
PNEUMÁTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC-CCA)
apresentado à COMGRAD-CCA da Universidade
Federal do Rio Grande do Sul como parte dos re-
quisitos para a obtenção do título de *Bacharel em
Eng. de Controle e Automação* .

ORIENTADOR(A): Prof. Dr. Mário Roland
Sobczyk Sobrinho

Porto Alegre
2019

MATEUS PEGORARO GIUSTI

**ESTUDO DA OCORRÊNCIA DE CICLOS
LIMITE NO CONTROLE DE
SERVOPOSICIONADORES
PNEUMÁTICOS**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção dos créditos da Disciplina de TCC do curso *Eng. de Controle e Automação* e aprovado em sua forma final pelo(a) Orientador(a) e pela Banca Examinadora.

Orientador(a): _____
Prof. Dr. Mário Roland Sobczyk Sobrinho, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul –
Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Mário Roland Sobczyk Sobrinho, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Eduardo André Perondi, UFRGS
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes, UFRGS
Doutor pela Universidade de Dortmund – Dortmund, Alemanha

Dr. Marcelo Götz
Coordenador(a) de curso
Eng. de Controle e Automação

Porto Alegre, dezembro de 2019.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Sérgio e Tânia, por sempre me darem as condições necessárias e o incentivo para seguir com meus estudos.

À minha namorada Luiza, pelo apoio, carinho e paciência durante os momentos difíceis da graduação e pelas incontáveis horas de conversa sobre o futuro.

Ao meu orientador Mário, pela disponibilidade e atenção às dúvidas do trabalho de conclusão e por sua forma entusiasmada de ensinar, estimulando o desenvolvimento de um pensamento criativo para solução de problemas.

Aos amigos do *dssssasdf*, por sempre atenderem aos pedidos de ajuda.

Aos amigos da Patrulha, por todos os bons momentos compartilhados, mesmo a distância.

Aos colegas de graduação e aos amigos feitos em Porto Alegre, pelo acolhimento e por todas as noites viradas, estudando ou festejando.

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo da ocorrência de ciclos limite em servoposicionadores pneumáticos em uma malha de controle proporcional. Para tanto é realizada a análise do modelo linear desse sistema, prevendo ciclos limite através dos polos de sua função de transferência. Essa análise é aprofundada utilizando a análise por funções descritivas, buscando prever se as características não lineares do atrito de *Coulomb* podem causar ciclos limite. O sistema proposto também foi montado em uma bancada de testes, onde foi identificado o comportamento real do ciclo limite. Por fim, os resultados teóricos e práticos foram comparados, indicando que as demais não linearidades do sistema afetam significativamente a ocorrência de ciclos limite, de forma que a análise por função descritiva apenas do atrito *Coulomb* é insuficiente para prever o comportamento desse fenômeno.

Palavras-chave: Servoposicionador pneumático, ciclo limite, função descritiva, atrito.

ABSTRACT

This report presents the study of limit cycles in pneumatic servo-positioners in a proportional control loop. This analysis is performed with the linear model of the system, predicting limit cycles by observing the poles of the transfer function. The analysis is deepened using describing function analysis to predict if the non-linear features of the *Coulomb* friction can cause limit cycles. The proposed system was built in a testing stand to obtain the real behavior of the limit cycle. Lastly, the theoretical and experimental results were compared, pointing that the other non-linear features significantly affect the limit cycle, and therefore, analysing this phenomenon only by the describing function of the *Coulomb* friction is insufficient to predict its behavior.

Keywords: Pneumatic servo, limit cycle, describing function, friction.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	8
LISTA DE TABELAS	9
LISTA DE ABREVIATURAS	10
LISTA DE SÍMBOLOS	11
1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Objetivos Específicos	13
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1 Modelagem Matemática do Servoposicionador Pneumático	14
2.1.1 Subsistema Mecânico	14
2.1.2 Dinâmica das Pressões nas Câmaras do Cilindro	15
2.1.3 Vazões Mássicas na Servoválvula	15
2.2 Linearização do Modelo Matemático	17
2.2.1 Modelo Linear de Quarta Ordem	17
2.2.2 Modelo Linear de Terceira Ordem	18
2.3 O Atrito no Servoposicionador Pneumático	19
2.4 Ciclos Limite	20
2.5 Funções Descritivas	21
2.5.1 Função Descritiva para o Atrito	22
3 ANÁLISE TEÓRICA	24
3.1 Ganho Crítico no Modelo Linear de Terceira Ordem	24
3.2 Ciclo Limite Esperado pelo Método da Função Descritiva	25
4 SIMULAÇÕES E ENSAIOS	28
4.1 Montagem da Bancada Experimental	28
4.2 Implementação das VIs no <i>LabView</i>	29
4.2.1 Implementação da VI com Controle Proporcional	29
4.2.2 Implementação da VI de Malha Aberta	30
4.3 Identificação do Atrito	30
4.3.1 Resultados da Identificação	31
4.4 Simulações	33
4.4.1 Modelo Linearizado	33
4.4.2 Modelo com Atrito	34
4.4.3 Simulações com Saturação do Sinal de Controle	37

4.5	Ensaio na Bancada de Testes	38
5	ANÁLISE DOS RESULTADOS	43
6	CONCLUSÃO	45
APÊNDICE A	CARACTERÍSTICAS DA BANCADA EXPERIMENTAL . .	46
APÊNDICE B	VIS IMPLEMENTADAS NO <i>LABVIEW</i>	48
APÊNDICE C	<i>SCRIPT</i> DE INICIALIZAÇÃO	50
BIBLIOGRAFIA	52

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Representação do atuador pneumático na forma de dois subsistemas . . .	14
Figura 2:	Principais elementos de uma servoválvula	15
Figura 3:	Curvas de vazão para cada tipo de centro de válvula	16
Figura 4:	Curva estática do atrito a velocidade constante	20
Figura 5:	Ciclos limite estáveis (1), instáveis (2) e semi-estáveis (3)	20
Figura 6:	Sistema com função descritiva	21
Figura 7:	Diagrama de <i>Nyquist</i> para detecção de ciclos limite	22
Figura 8:	Gráfico de <i>Nyquist</i> para $-1/N(A_{mp})$, considerando a função descrittiva do relé ideal	23
Figura 9:	Sistema de controle em malha fechada	25
Figura 10:	Diagrama de blocos do servoposicionador pneumático	26
Figura 11:	Curva de vazão por tensão da válvula utilizada	30
Figura 12:	Posição do atuador [mm] em vermelho e força exercida [N] em azul, quando aplicada uma tensão de 4,1 V sobre a válvula	32
Figura 13:	Força exercida [N], quando aplicada uma tensão de 4,7 V sobre a válvula, mostrando em detalhe a força necessária para iniciar o movimento	32
Figura 14:	Mapa estático do atrito	33
Figura 15:	Gráfico do lugar das raízes do modelo linear para o servoposicionador pneumático	34
Figura 16:	Resposta do sistema com $K = 5,45$	34
Figura 17:	Gráfico de <i>Nyquist</i>	35
Figura 18:	Diagrama de simulação com bloco de atrito	36
Figura 19:	Resultado da simulação com bloco de atrito	37
Figura 20:	Resposta do sistema simulado com saturação do sinal de controle . . .	38
Figura 21:	Resposta para $K = 4$	39
Figura 22:	Resposta para $K = 12$	39
Figura 23:	Resposta para $K = 16$	40
Figura 24:	Transformada de <i>Fourier</i> do sinal com $K = 16$	40
Figura 25:	Sinal de controle na válvula para $K = 9$	41
Figura 26:	Sinal de controle na válvula para $K = 4$	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Amplitude do ciclo limite prevista para cada ganho, através do método da função descritiva	36
Tabela 2:	Ganho proporcional previsto para geração de ciclo limite com uma dada amplitude, através do método da função descritiva	36
Tabela 3:	Amplitude do ciclo limite com sinal de controle saturado	37
Tabela 4:	Dados do ensaio	40
Tabela 5:	Dados do ensaio	41
Tabela 6:	Ciclo limite observado para cada análise	43

LISTA DE ABREVIATURAS

PID	Proporcional, integral e derivativo
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
VI	Instrumento Virtual (<i>Virtual Instrument</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área do êmbolo do atuador pneumático
A_{mp}	Amplitude da oscilação
C_f	Coefficiente de atrito viscoso
F	Força
F_{at}	Força de Atrito
F_c	Força de atrito de <i>Coulomb</i>
K	Ganho proporcional
K_q	Ganho de vazão
K_p	Coefficiente vazão-pressão
L	Curso útil do cilindro atuador
M	Massa da carga e da parte móvel do atuador pneumático
p	Pressão
q_m	Vazão mássica
R	Constante do gás
r	Razão de calores específicos do ar
u	Tensão na servoválvula
y	Deslocamento do êmbolo do pistão
ω	Frequência da oscilação

1 INTRODUÇÃO

A utilização de servoposicionadores pneumáticos em ambiente industrial é bastante comum e pode ser vantajosa quanto a outros atuadores em algumas aplicações. Entre as características que se mostram vantajosas em seu uso, pode-se dizer que, com relação a atuadores elétricos, o atuador pneumático possui uma boa relação entre peso do dispositivo e potência que o mesmo pode disponibilizar. Quando comparado a atuadores hidráulicos, os atuadores pneumáticos também apresentam vantagens, como um menor custo e peso, além de serem mais limpos e seguros, por trabalharem com ar comprimido em menores pressões (SOBCZYK, 2009).

Apesar de suas vantagens, o uso de atuadores pneumáticos na indústria mostra-se bastante limitado, sendo aplicado de forma predominante em sistemas que requerem movimento de uma extremidade a outra de seu curso, sem paradas intermediárias ou controle de posição. Essa limitação deve-se ao fato dos atuadores pneumáticos apresentarem comportamentos não lineares significativos, caracterizados principalmente pela compressibilidade do ar, o que dificulta seu controle através de métodos baseados em sistemas lineares, como o controle proporcional, integral e derivativo (PID). Além dessa característica, as não linearidades associadas ao escoamento do ar e ao atrito entre o êmbolo e a camisa do cilindro também dificultam o controle de posicionamento em sistemas pneumáticos (PERONDI, 2002).

Com a avanço da tecnologia e da capacidade de processamento rápido de dados, a implementação de algoritmos de controle mais sofisticados para o controle do servoposicionador pneumático deixou de ter o fator computacional como elemento proibitivo. Dessa forma, é possível vislumbrar sistemas pneumáticos cada vez mais capazes de competir em custo e desempenho com sistemas equivalentes elétricos ou hidráulicos, trazendo uma nova possibilidade para diversas aplicações do meio industrial (SOBCZYK, 2009).

Um fenômeno observado frequentemente, mesmo com técnicas mais avançadas de controle, é o surgimento de ciclos limite no servoposicionador pneumático, quando realimentado por uma malha de controle. Esse fenômeno é caracterizado por uma oscilação sustentada em regime permanente, impossibilitando o seguimento de referência. Em sistemas lineares, é observado o surgimento de oscilações sustentadas quando os polos dominantes da função de transferência do sistema são puramente imaginários (BAZANELLA; SILVA, 2005). Por outro lado, oscilações sustentadas podem estar relacionado com características não lineares do sistema, como por exemplo, no servoposicionador, o atrito, a zona morta da válvula e a saturação do sinal de controle (PERONDI, 2002; MERRIT, 1967).

O presente trabalho tem como objetivo estudar a presença de ciclos limite no servoposicionador pneumático submetido a um controlador proporcional, comparando análises teóricas da modelagem matemática do sistema com o resultado de medições experimen-

tais. Para tanto, as análises teóricas contemplam um modelo linear de terceira ordem do servoposicionador, observando qual o ganho necessário em um controle proporcional para causar uma oscilação sustentada. Além disso, considera-se em uma segunda análise a possibilidade do ciclo limite ser causado pela característica não linear do atrito de *Coulomb* no atuador. Por fim, utilizando uma bancada experimental, busca-se encontrar o ganho, a amplitude e a frequência em que o ciclo limite é observado na prática, para que seja feita a comparação com os valores teóricos esperados.

1.1 Objetivos Específicos

Para o cumprimento do objetivo geral do trabalho, a abordagem do problema pode ser dividida em objetivos específicos. Esses objetivos são:

1. Obtenção do modelo linear do servoposicionador pneumático;
2. Modelagem das características não lineares do atrito através do método da função descritiva;
3. Propor e executar uma metodologia para identificação dos parâmetros de atrito de um atuador real;
4. Utilização dos dados experimentais nos modelos propostos;
5. Comparar os resultados experimentais aos teóricos.

O capítulo 2 aborda a revisão dos principais conceitos e modelos utilizados durante a elaboração do trabalho. Nesse capítulo também é apresentada a dedução do modelo linear para o servoposicionador e uma breve introdução ao método de análise de sistemas não lineares através de funções descritivas. A análise teórica do problema é proposta no capítulo 3, enquanto no capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos para essa análise, substituindo os parâmetros de uma bancada de testes. O capítulo 4 ainda apresenta a identificação dos parâmetros da bancada de testes e os ensaios realizados para encontrar as características do ciclo limite na prática. Por fim, os capítulos 5 e 6 apresentam a discussão dos resultados obtidos e as conclusões gerais do trabalho.

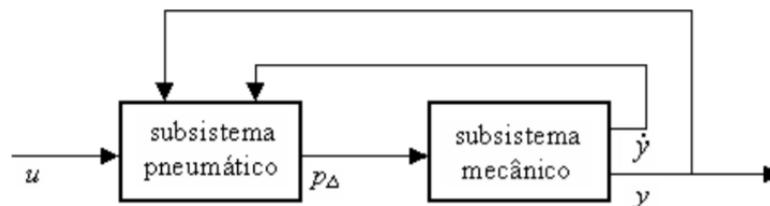
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo é apresentada a dedução do modelo matemático do servoposicionador pneumático, além de sua aproximação linearizada por um modelo de 3ª ordem. Também são revisados trabalhos sobre a modelagem e a caracterização do comportamento do atrito no servoposicionador. Por fim, é realizada uma revisão do método das funções descritivas, para analisar e prever comportamentos não lineares, apresentando também a função descritiva utilizada para a análise do atrito de *Coulomb*.

2.1 Modelagem Matemática do Servoposicionador Pneumático

A modelagem matemática do servoposicionador pneumático consiste em encontrar as equações matemáticas que relacionam uma entrada de controle, denominada por u , e um deslocamento no sentido do eixo do cilindro, denominado por y . Por conveniência, (PERONDI, 2002) e (SOBCZYK, 2005) dividem a modelagem desse sistema em dois subsistemas, um mecânico e outro pneumático. Dessa forma, o subsistema pneumático recebe como entradas, além do sinal de controle u , a velocidade \dot{y} e a posição y , que são obtidas como saídas do subsistema mecânico. O subsistema mecânico, por sua vez, recebe as pressões nas câmaras do cilindro, que são saídas do subsistema pneumático, como entradas. A representação esquemática do modelo em dois subsistemas é apresentada na Figura 1.

Figura 1: Representação do atuador pneumático na forma de dois subsistemas



Fonte: (SOBCZYK, 2005)

2.1.1 Subsistema Mecânico

A modelagem do subsistema mecânico é realizada aplicando a segunda lei de Newton, que resulta na equação:

$$M\ddot{y} = A(p_1 - p_2) - F \quad (1)$$

Na qual M é a massa da carga acoplada, somada à massa da parte móvel do cilindro, A é a área da seção transversal do êmbolo do cilindro, p_1 e p_2 são as pressões nas câmaras do cilindro e F representa o efeito do atrito e/ou de forças externas ao sistema.

2.1.2 Dinâmica das Pressões nas Câmaras do Cilindro

A modelagem da dinâmica das pressões, deduzida através da equação da continuidade é detalhada em (SOBCZYK, 2009) e (PERONDI, 2002). Essa modelagem considera, para fins de simplificação, as seguintes hipóteses: a temperatura do ar no sistema é constante e igual a temperatura ambiente; o ar é considerado um gás ideal; os calores específicos a pressão e volume constantes não se alteram; a energia cinética do gás, os vazamentos de ar, os efeitos da gravidade e a dinâmica da servoválvula são desprezados; os processos termodinâmicos são isentrópicos; e as diferenças de pressão por efeitos dissipativos ocorrem somente nos orifícios da servoválvula.

As equações de estado encontradas para as pressões são as seguintes:

$$\dot{p}_1 = -\frac{Ar\dot{y}}{Ay + V_{10}}p_1 + \frac{RrT}{Ay + V_{10}}q_{m1} \quad (2)$$

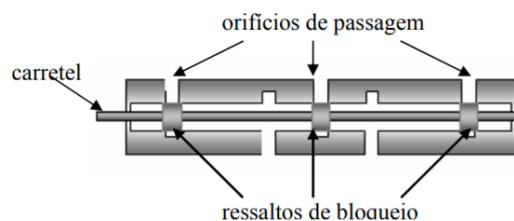
$$\dot{p}_2 = \frac{Ar\dot{y}}{A(L - y) + V_{20}}p_2 + \frac{RrT}{A(L - y) + V_{20}}q_{m2} \quad (3)$$

Onde r é a relação de calores específicos a pressão e volume constantes, R é a constante característica do gás, V_{10} e V_{20} são os volumes mortos nas câmaras do cilindro, L é o comprimento do curso útil do cilindro e q_{m1} e q_{m2} são as vazões mássicas para as câmaras do atuador.

2.1.3 Vazões Mássicas na Servoválvula

O comportamento das vazões mássicas em servoválvulas direcionais é variado conforme o deslocamento de um carretel deslizante com ressaltos de bloqueio, que podem aumentar ou diminuir a área de orifícios de passagem de fluido. Em (MERRIT, 1967) são apresentados detalhes sobre como esses elementos podem ser dispostos dentro de válvulas de controle, junto a informações sobre projeto e especificações das mesmas. A Figura 2 destaca os elementos de uma válvula direcional.

Figura 2: Principais elementos de uma servoválvula

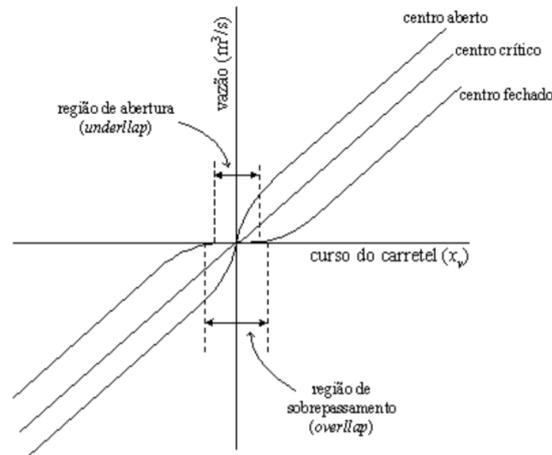


Fonte: (SOBCZYK, 2005)

A caracterização do comportamento da vazão mássica em função do deslocamento do carretel depende amplamente dos aspectos construtivos da válvula. Um aspecto determinante é a relação entre a largura dos ressaltos de bloqueio e dos orifícios de passagem (SOBCZYK, 2005). Se o ressaltos de bloqueio possui largura menor que o orifício de passagem, a válvula é chamada de válvula de centro aberto. Caso a largura do ressaltos seja maior que a do orifício de passagem, a válvula é dita de centro fechado. Em um caso

ideal, quando as larguras do orifício de passagem e do ressalto de bloqueio são iguais, a válvula é nomeada válvula de centro crítico (MERRIT, 1967). A Figura 3 mostra o comportamento da vazão volumétrica em função do deslocamento do carretel para os três tipos de válvula mencionados. Nota-se que apenas a válvula de centro crítico apresenta um comportamento linear entre a vazão do fluido e a posição do carretel. Para o caso da válvula de centro aberto, esse comportamento pode ser aproximado por uma não linearidade do tipo ganho variável, enquanto para a válvula de centro fechado, há uma região em que mesmo com deslocamento do carretel a vazão de fluido permanece nula, podendo ser representada por uma não linearidade do tipo zona-morta. Essa última não linearidade pode causar o surgimento de ciclos limite em sistemas realimentados (MERRIT, 1967).

Figura 3: Curvas de vazão para cada tipo de centro de válvula



Fonte: (SOBCZYK, 2005)

A modelagem matemática das vazões mássicas nos orifícios de uma servoválvula é detalhada nos trabalhos de (PERONDI, 2002) e (SCHMITT, 2015). Sob as hipóteses de que a passagem de ar pela servoválvula é adiabática e reversível, os autores apresentam como vazão mássica teórica para a servoválvula a expressão:

$$q_m = A_0(u)p_u \sqrt{\frac{2r}{RT_u(r-1)} \left[\left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{2}{r}} - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{1+r}{r}} \right]} \quad (4)$$

onde $A_0(u)$ é a área do orifício de passagem em função da tensão aplicada na válvula, T_u é a temperatura a montante, e p_u e p_d são as pressões a montante e a jusante, respectivamente. De acordo com (PERONDI, 2002), essa equação é válida quando o escoamento é subsônico, o que ocorre quando $p_d/p_u > 0,528$. Caso contrário, a vazão depende apenas da abertura da válvula e o escoamento é caracterizado como saturado.

Conforme apontado por (SOBCZYK, 2009), (SUZUKI, 2010) e (PERONDI, 2002), a equação 4 pode ser aproximada pelo produto de uma função da tensão aplicada na servoválvula e uma função das pressões a montante e a jusante. Assim, é possível reescrever a equação da vazão mássica como:

$$q_m(p_u, p_d, u) = [q_m]_{max} f_p(p_u, p_d) f_u(u) \quad (5)$$

onde $[q_m]_{max}$ é a vazão mássica máxima da válvula, e $f_p(p_u, p_d)$ e $f_u(u)$ são funções

normalizadas para a vazão mássica em função das pressões e da tensão aplicada, respectivamente.

2.2 Linearização do Modelo Matemático

A linearização do modelo, conforme desenvolvida por (PERONDI, 2002) e também (SOBCZYK, 2009), é realizada através da expansão em séries de *Taylor* das equações não lineares que descrevem o sistema, com truncamento no termo de primeira ordem. Essa linearização é feita em torno do ponto central de operação do servoposicionador, e faz uso da hipótese de que as características de escoamento da vazão do ar são simétricas nos dois sentidos de deslocamento do êmbolo. Ademais, considera-se que as vazões mássicas nos pórticos da servoválvula são idênticas às das câmaras do atuador às quais estes estão conectados, ou seja, é desconsiderada a perda de carga nas tubulações.

2.2.1 Modelo Linear de Quarta Ordem

Considerando que as vazões mássicas nos orifícios da servoválvula podem ser escritas genericamente como:

$$q_m(p_u, p_d, u) = [q_m]_{max} f_p(p_u, p_d) f_u(u) \quad (6)$$

é possível utilizar as curvas experimentais, obtidas em (PERONDI, 2002), e a consideração de simetria das vazões, para descrever $f_p(p_u, p_d)$ e $f_u(u)$ em um conjunto de quatro funções: $f_p^{ench}(p_i)$, $f_u^{ench}(u)$, $f_p^{exau}(p_i)$, $f_u^{exau}(u)$. Com isso, para o caso de enchimento da câmara 1 e esvaziamento da câmara 2, tem-se:

$$q_{m1}^{ench}(p_1, u) = [q_m^{ench}]_{max} f_p^{ench}(p_i) f_u^{ench}(u) \quad (7)$$

$$q_{m2}^{exau}(p_2, u) = [q_m^{exau}]_{max} f_p^{exau}(p_i) f_u^{exau}(u) \quad (8)$$

onde $[q_m^{ench}]_{max}$ e $[q_m^{exau}]_{max}$ são, respectivamente, as vazões mássicas máximas de enchimento e exaustão da servoválvula. Para o caso de enchimento da câmara 2 e exaustão da câmara 1, as equações são análogas, devido a hipótese de simetria.

Considerando doravante, como caso de estudo, o caso em que ocorre enchimento da câmara 1 e exaustão da câmara 2, simplifica-se a notação utilizada definindo $q_{m1} = q_{m1}^{ench}$ e $q_{m2} = q_{m2}^{exau}$. Realizando a linearização através da expansão por Séries de Taylor, as vazões mássicas podem ser escritas como:

$$\Delta q_{m1} = K_{q1} \Delta u + K_{p1} \Delta p_1 \quad (9)$$

$$\Delta q_{m2} = K_{q2} \Delta u + K_{p2} \Delta p_2 \quad (10)$$

sendo K_{q1} e K_{q2} os ganhos de vazão, definidos como as derivadas parciais de q_{m1} e q_{m2} , respectivamente, com relação à tensão u e aplicadas ao ponto de operação no qual o sistema está sendo linearizado. K_{p1} e K_{p2} , por sua vez, são os coeficientes vazão-pressão de cada câmara, e são obtidos através das derivadas parciais de q_{m1} e q_{m2} com relação às pressões p_1 e p_2 , novamente aplicadas ao ponto de operação. Ressalta-se que os parâmetros K_{q1} , K_{q2} , K_{p1} e K_{p2} podem ser obtidos através das equações teóricas ou das curvas experimentais.

As vazões mássicas nas câmaras do cilindro podem ser obtidas resolvendo as equações 2 e 3 para as vazões mássicas, obtendo:

$$q_{m1} = \frac{Ap_1}{RT}\dot{y} + \frac{Ay + V_{10}}{RrT}\dot{p}_1 \quad (11)$$

$$q_{m2} = -\frac{Ap_2}{RT}\dot{y} + \frac{A(L-y) + V_{20}}{RrT}\dot{p}_2 \quad (12)$$

Para facilitar o procedimento de linearização é possível transladar o sistema de coordenadas utilizado de forma que $y = 0$ seja o ponto central do servoposicionador. Assim, o deslocamento possível é dado entre $y = -L/2$ e $y = L/2$. Dessa forma, são definidos os volumes de cada câmara no ponto de equilíbrio como $V_{1i} = AL/2 + V_{10}$ e $V_{2i} = AL/2 + V_{20}$. Além disso, considera-se que no ponto de linearização a taxa de variação de pressão (\dot{p}) e a velocidade \dot{y} são nulas. Aplicando essas considerações às equações 11 e 12, e fazendo a linearização em torno do ponto central obtém-se as seguintes equações para as vazões mássicas:

$$\Delta q_{m1} = \frac{Ap_{1i}}{RT}\Delta\dot{y} + \frac{V_{1i}}{RrT}\Delta\dot{p}_1 \quad (13)$$

$$\Delta q_{m2} = -\frac{Ap_{2i}}{RT}\Delta\dot{y} + \frac{V_{2i}}{RrT}\Delta\dot{p}_2 \quad (14)$$

onde p_{1i} e p_{2i} são as pressões nas câmaras 1 e 2, respectivamente, no ponto de linearização. Dessas duas últimas equações podem ser definidas as constantes: $C_{v1} = \frac{Ap_{1i}}{RT}$, $C_{v2} = -\frac{Ap_{2i}}{RT}$, $C_{p1} = \frac{V_{1i}}{RrT}$ e $C_{p2} = \frac{V_{2i}}{RrT}$.

Considerando a equação 1, que representa o subsistema mecânico do servoposicionador, no caso em que não há forças externas, e aproximando a força de atrito por uma força viscosa proporcional a velocidade, sendo C_f a constante de proporcionalidade, essa equação pode ser reescrita e expandida linearmente como:

$$M\Delta\ddot{y} + C_f\Delta\dot{y} = A(\Delta p_1 - \Delta p_2) \quad (15)$$

Por fim, igualando as equações das vazões mássicas na servoválvula (equações 9 e 10) às equações das vazões mássicas nas câmaras do cilindro (equações 11 e 12) obtém-se:

$$\Delta q_{m1} = C_{v1}\Delta\dot{y} + C_{p1}\Delta\dot{p}_1 = \Delta q_{m1} = K_{q1}\Delta u + K_{p1}\Delta p_1 \quad (16)$$

$$\Delta q_{m2} = C_{v2}\Delta\dot{y} + C_{p2}\Delta\dot{p}_2 = \Delta q_{m2} = K_{q2}\Delta u + K_{p2}\Delta p_2 \quad (17)$$

Assim, com as equações 15, 16 e 17 obtém-se um sistema de quarta ordem, cujas variáveis de estado são Δy , $\Delta\dot{y}$, $\Delta\dot{p}_1$ e $\Delta\dot{p}_2$.

2.2.2 Modelo Linear de Terceira Ordem

Conforme (PERONDI, 2002), assumindo algumas hipóteses de simetria, o sistema do servoposicionador pneumático pode ser descrito através de um sistema de terceira ordem. O procedimento para a obtenção desse modelo é iniciado isolando $\Delta\dot{p}_1$ e $\Delta\dot{p}_2$ nas equações 16 e 17 e definindo a diferença de pressão entre as câmaras como $\Delta p_\Delta = \Delta p_1 - \Delta p_2$. Com isso, é obtida a equação:

$$\Delta\dot{p}_\Delta = \left(-\frac{C_{v1}}{C_{p1}} + \frac{C_{v2}}{C_{p2}}\right)\Delta\dot{y} + \left(\frac{K_{p1}}{C_{p1}} - \frac{K_{p2}}{C_{p2}}\right)\Delta p_\Delta + \left(\frac{K_{q1}}{C_{p1}} - \frac{K_{q2}}{C_{p2}}\right)\Delta u \quad (18)$$

Considerando que os volumes mortos das tubulações são nulos, como a linearização é realizada no ponto central do atuador, temos que os volumes iniciais de cada câmara

são iguais. Isso implica $C_{p1} = C_{p2}$, o que, acrescido da hipótese de que os ganhos de pressão (K_{p1} e K_{p2}) sejam iguais, resulta na anulação do termo proporcional à diferença das pressões na equação 18. Definindo o ganho de vazão médio como:

$$K_q = \frac{K_{q1} - K_{q2}}{2} \quad (19)$$

é possível reescrever a equação 18 como:

$$\Delta p \dot{\Delta} = \frac{-C_{v1} + C_{v2}}{C_p} \Delta \dot{y} + \frac{2K_q}{C_p} \Delta u \quad (20)$$

onde $C_p = C_{p1} = C_{p2}$.

Derivando no tempo a equação 15 e substituindo nela a equação 20, obtém-se:

$$M \Delta \ddot{y} + C_f \Delta \dot{y} + A \frac{C_{v1} - C_{v2}}{C_p} \Delta \dot{y} = A \frac{2K_q}{C_p} \Delta u \quad (21)$$

Aplicando a transformada de Laplace, considerando condições iniciais nulas, é possível definir a função de transferência do sistema de terceira ordem como:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s} \quad (22)$$

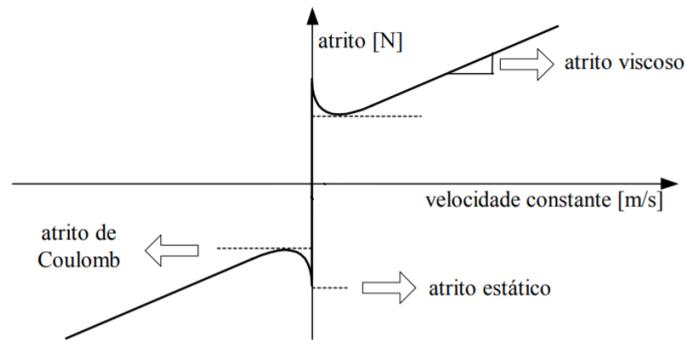
onde $b_0 = \frac{2AK_q}{MC_p}$, $a_1 = \frac{A(C_{v1}-C_{v2})}{MC_p}$ e $a_2 = \frac{C_f}{M}$.

2.3 O Atrito no Servoposicionador Pneumático

De acordo com (PERONDI, 2002), o atrito no servoposicionador pneumático é um fenômeno muito complicado, sendo uma grande fonte de dificuldades no seguimento de trajetória, em sistemas com controle. O autor também menciona que a principal fonte de atrito no posicionador pneumático situa-se no contato do anel de vedação com o corpo do cilindro, apesar de outros elementos construtivos também afetarem seu comportamento. Os efeitos do atrito, segundo (PERONDI, 2002) e (SOBCZYK, 2009), dependem de muitas variáveis, como lubrificação, temperatura, material do cilindro, direção do movimento e velocidade do deslocamento.

Apesar de as características do atrito variarem no tempo, muitos autores utilizam uma modelagem estática para o atrito, buscando relacionar analiticamente a força de atrito com a velocidade de deslocamento do atuador (SCHMITT, 2015). Esses modelos geralmente apresentam três componentes principais: o atrito de *Coulomb* (F_c), que representa uma força constante atuando na direção contrária ao movimento; o atrito viscoso, cuja magnitude aumenta linearmente com a velocidade, com um coeficiente C_f ; e o atrito estático F_s , também chamado de atrito seco ou *stiction*, que quantifica a força necessária para iniciar o movimento, sendo essa geralmente superior ao atrito de *Coulomb* (SCHMITT, 2015; CANUDAS et al., 1995). A Figura 4 mostra como as componentes do atrito manifestam-se na curva estática do atrito a velocidade constante.

Figura 4: Curva estática do atrito a velocidade constante



Fonte: Adaptado de: (PERONDI, 2002)

Neste trabalho, o modelo utilizado considera apenas as componentes dos atritos de *Coulomb* e viscoso, de forma que a relação entre a força de atrito resultante e a velocidade é dada por:

$$F_{at} = \text{sgn}(\dot{y})F_c + C_f\dot{y} \quad (23)$$

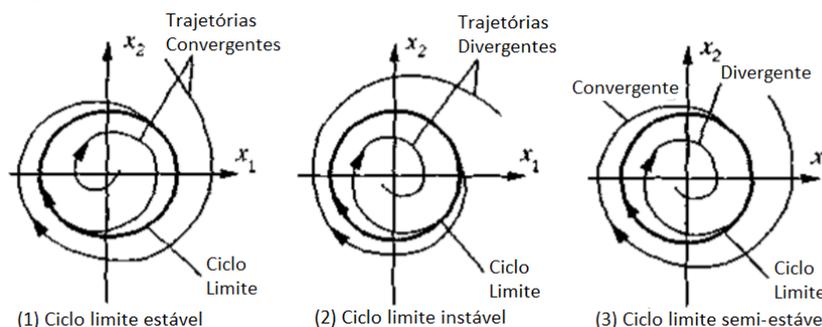
2.4 Ciclos Limite

Segundo (SLOTINE, 1991), sistemas não lineares podem apresentar oscilações de amplitude e período fixo sem a necessidade de excitações externas. Essas oscilações são denominadas ciclos limite. O mesmo autor define que ciclos limite podem ser representados no plano de fases como trajetórias fechadas e isoladas, com trajetórias próximas convergindo ou divergindo para a mesma). Com essa definição, os ciclos limite podem ser divididos em três tipos:

1. **Ciclos limite estáveis:** todas as trajetórias na vizinhança do ciclo limite convergem para o mesmo;
2. **Ciclos limite instáveis:** todas as trajetórias na vizinhança do ciclo limite divergem do mesmo;
3. **Ciclos limite semi-estáveis:** algumas trajetórias na vizinhança do ciclo limite divergem do mesmo e outras convergem para o mesmo;

A Figura 5 mostra os três tipos de ciclo limite representados no plano de fases.

Figura 5: Ciclos limite estáveis (1), instáveis (2) e semi-estáveis (3)



Fonte: Adaptado de: (SLOTINE, 1991)

2.5 Funções Descritivas

Conforme (SLOTINE, 1991), o método da função descritiva é uma ferramenta que pode ser utilizada para analisar de maneira aproximada e prever comportamentos de sistemas não lineares. (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 1986) diz que, para alguns tipos de não linearidade esse método pode, para fins de análise, substituir um comportamento não linear por um ganho dependente da frequência e amplitude de um sinal de entrada, semelhante a uma função de transferência. O principal domínio de aplicações do método da função descritiva é, segundo (SLOTINE, 1991), (MERRIT, 1967) e (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 1986), a predição de ciclos limite em sistemas realimentados, sendo possível obter, de maneira aproximada, a amplitude e a frequência desses ciclos. Essa aplicabilidade é possível devido às hipóteses utilizadas na definição do método, que serão apresentadas a seguir, juntas a uma breve descrição do método.

As hipóteses para a aplicação do método da função descritiva, descritas em (SLOTINE, 1991) e (MERRIT, 1967), são:

1. A entrada do sistema não linear é senoidal;
2. A saída do sistema não linear é bem descrita pela componente fundamental de sua decomposição em série de *Fourier*;
3. O gráfico da entrada pela saída da não linearidade é simétrico com relação à origem.

Com essas hipóteses, (SLOTINE, 1991) mostra que em um sistema genérico, como o da Figura 6, onde $N(A_{mp}, \omega)$ é um subsistema não linear, cuja saída é função da amplitude (A_{mp}) e da frequência (ω) de entrada, e $G(s)$ é a função de transferência de um subsistema linear, é possível equacionar uma relação entre entrada e saída, descrita apenas para sinais senoidais, como:

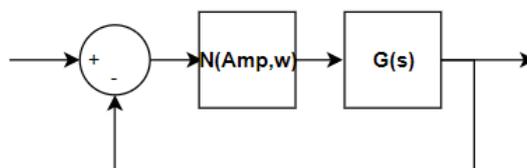
$$\frac{Y}{U} = \frac{1}{1 + G(j\omega)N(A_{mp}, \omega)} \quad (24)$$

A estabilidade desse sistema pode ser analisada através das raízes de sua equação característica, que é dada pelo denominador igualado a zero. Essa equação pode ser escrita como:

$$G(j\omega) = -\frac{1}{N(A_{mp}, \omega)} \quad (25)$$

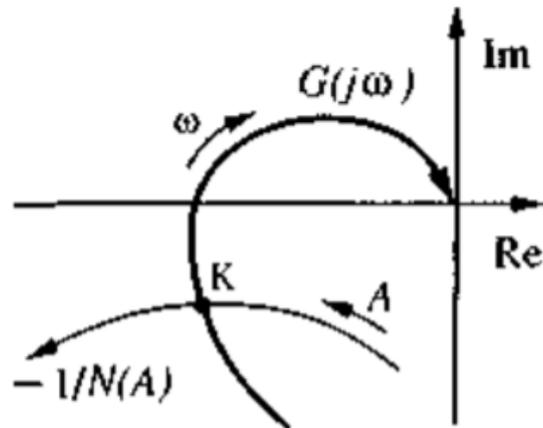
e a ocorrência de um ciclo limite pode ser associada a resolução dessa equação. Como apontado por (MERRIT, 1967), essa equação pode ser representada graficamente através do gráfico de *Nyquist*, sendo o ponto em que as curvas $G(j\omega)$ e $-1/N(A_{mp}, \omega)$ um provável ciclo limite. Uma representação genérica dessa solução gráfica é apresentada na Figura 7.

Figura 6: Sistema com função descritiva



Fonte: Autor

Figura 7: Diagrama de *Nyquist* para detecção de ciclos limite



Fonte: (SLOTINE, 1991)

O método da função descritiva também permite fazer previsões sobre a estabilidade do ciclo limite. Conforme (SLOTINE, 1991), a estabilidade pode ser antevista observando um ponto sobre a curva $-1/N(A_{mp}, \omega)$, próximo a intersecção com $G(j\omega)$. Considerando esse ponto deslocado para o lado, com relação a intersecção, em que A_{mp} está aumentando, o ciclo limite é estável se esse ponto não é envolvido pela curva $G(j\omega)$. Caso contrário o ciclo limite é instável.

2.5.1 Função Descritiva para o Atrito

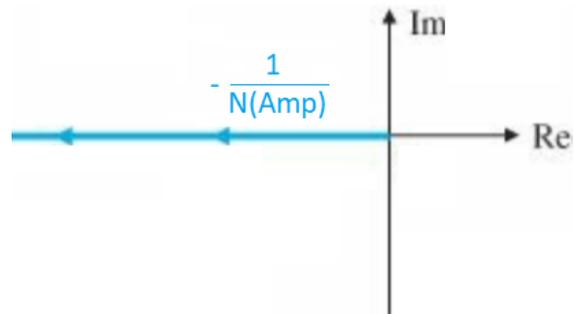
De acordo com (MERRIT, 1967), a análise pelo método da função descritiva de uma não linearidade com atrito estático e atrito de *Coulomb* é bastante complexa, sendo difícil expressá-la matematicamente. Esse problema também é abordado nos trabalhos (SATYENDRA, 1956) e (ARMSTRONG, 1996), sendo apresentada uma solução numérica para essa função descritiva.

Considerando apenas os efeitos do atrito de *Coulomb*, a análise da não linearidade por esse método pode ser simplificada considerando a relação entre força e velocidade como o modelo de um relé ideal. Essa aproximação é apresentada em (BESANÇON-VODA; BLAHA, 2002). Dessa forma, a função descritiva para o atrito de *Coulomb* é dada por:

$$N(A_{mp}) = \frac{4F_c}{\pi A_{mp}} \quad (26)$$

É possível notar que essa função depende apenas da amplitude (A_{mp}) do sinal de entrada e não de sua frequência. Além disso, observa-se que o gráfico de *Nyquist* de $-1/N(A_{mp})$ consiste de uma linha sobre o eixo real, iniciando na origem e deslocando-se para o infinito negativo a medida que A_{mp} aumenta, conforme mostra a Figura 8.

Figura 8: Gráfico de *Nyquist* para $-1/N(A_{mp})$, considerando a função descritiva do relé ideal



Fonte: Adaptado de: (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 1986)

3 ANÁLISE TEÓRICA

A análise teórica da ocorrência de ciclo limite no servoposicionador pneumático é abordada nesse capítulo e é dividida em duas partes. Inicialmente, partindo do modelo linear de terceira ordem, abordado na seção 2.2, é observado o ganho crítico desse sistema com um controle proporcional, através do método do lugar das raízes. Além disso verifica-se a frequência em que esse sistema oscila nos limites de sua estabilidade. Em uma segunda análise, verifica-se a ocorrência de ciclos limite devido ao atrito de *Coulomb*, utilizando o método da função descritiva para prever o comportamento do sistema com a não linearidade.

3.1 Ganho Crítico no Modelo Linear de Terceira Ordem

Como observado na seção 2.2, o modelo matemático do servoposicionador pneumático pode ser representado por um sistema de terceira ordem, cuja função de transferência é:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{s^3 + a_2.s^2 + a_1.s} \quad (27)$$

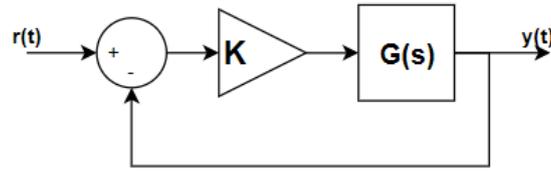
sendo os coeficientes b_0 , a_1 e a_0 detalhados na mesma seção. Para analisar o comportamento desse sistema quando controlado através de um controle proporcional, é necessário encontrar a função de transferência de malha fechada do sistema com o controlador. Essa função, para um sistema conforme o da Figura 9, é dada por:

$$T(s) = \frac{K.G(s)}{1 + K.G(s)} \quad (28)$$

onde K é o ganho do controlador proporcional. Assim, substituindo a Equação 27 na Equação 28 e reorganizando os termos, a função de transferência de malha fechada para o atuador pneumático com controle proporcional pode ser escrita como:

$$T(s) = \frac{K.b_0}{s^3 + a_2.s^2 + a_1.s + K.b_0} \quad (29)$$

Figura 9: Sistema de controle em malha fechada



Fonte: Autor

Conforme (BAZANELLA; SILVA, 2005), um sistema é dito BIBO-estável se para qualquer entrada limitada sua saída é limitada. Essa característica ocorre se todos os polos de sua função de transferência tem parte real negativa. Dessa forma, é possível definir o ganho crítico (K_{crit}) do sistema como o valor de K que faz com que os polos dominantes de $T(s)$ tenham parte real nula. Com esse valor, é esperado que o sistema apresente um ciclo limite, e qualquer ganho maior que esse torna-o instável.

Uma maneira prática de encontrar analiticamente o ganho crítico de um sistema é através do critério de estabilidade de *Routh-Hurwitz*. O critério é detalhado em (MEINSMA, 1995), e permite obter o ganho crítico através da manipulação matemática dos coeficientes do polinômio denominador da função de transferência, também chamado de polinômio característico. Aplicando essa metodologia ao polinômio característico da Equação 29, obtemos que, para que os polos dominantes de $T(s)$ tenham parte real nula, o ganho do controle proporcional deve ser:

$$K_{crit} = \frac{a_1 \cdot a_2}{b_0} \quad (30)$$

Também é possível calcular analiticamente a frequência da oscilação apresentada pelo ciclo limite. Para tanto, substitui-se a variável de *Laplace* s no polinômio característico do sistema por $j\omega$, e K por K_{crit} . Com isso, a frequência ω que torna esse polinômio nulo será a frequência do ciclo limite. Assim:

$$(j\omega)^3 + a_2 \cdot (j\omega)^2 + a_1 \cdot j\omega + K_{crit} \cdot b_0 = 0 \quad (31)$$

$$-j\omega^3 - a_2 \cdot \omega^2 + a_1 \cdot j\omega + \frac{a_1 \cdot a_2}{b_0} \cdot b_0 = 0 \quad (32)$$

$$-j\omega(\omega^2 - a_1) - a_2(\omega^2 - a_1) = 0 \quad (33)$$

Portanto, a frequência do ciclo limite (ω_{crit}) é dada por:

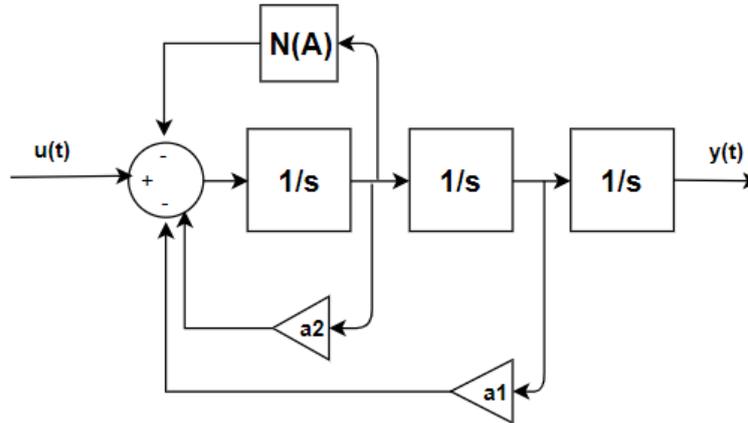
$$\omega_{crit} = \sqrt{a_1} \quad (34)$$

3.2 Ciclo Limite Esperado pelo Método da Função Descritiva

A análise preditiva da ocorrência de um ciclo limite devido ao atrito inicia-se observando onde essa não linearidade afeta o modelo linear. O modelo linear do servoposicionador já considera uma força de atrito viscoso, proporcional a velocidade, com constante de proporcionalidade C_f . Dessa forma, o modelo não linear para o atrito de *Coulomb* pode ser representado em um diagrama de blocos como um bloco de realimentação da velocidade, paralelo ao bloco de atrito viscoso. Com isso, mantém-se o ganho C_f , relacionado ao atrito viscoso, e utiliza-se um bloco com a função descritiva para um relé ideal,

representando o atrito de *Coulomb*. O diagrama de blocos para o servoposicionador, com a função descritiva para o atrito, é mostrado na Figura 10. Ressalta-se que da forma que o diagrama foi elaborado, o atrito de *Coulomb*, aproximado por $N(A_{mp})$ deve ser dividido por M , conforme os demais termos da função de transferência.

Figura 10: Diagrama de blocos do servoposicionador pneumático



Fonte: Autor

A partir do diagrama de blocos, é possível escrever o modelo do servoposicionador pneumático, considerando a função descritiva para a não linearidade como:

$$G(s) = \frac{b_0}{s^3 + (a_2 + \frac{N(A_{mp})}{M}).s^2 + a_1.s} \quad (35)$$

Conseqüentemente, em malha fechada, com controle proporcional, o modelo do sistema é escrito como:

$$T(s) = \frac{K.b_0}{s^3 + (a_2 + \frac{N(A_{mp})}{M}).s^2 + a_1.s + K.b_0} \quad (36)$$

Pelo método da função descritiva, temos que o ciclo limite previsto ocorre quando o polinômio característico é igual a zero. Dessa forma, é possível prever que o ciclo limite ocorre quando a seguinte igualdade é satisfeita:

$$\frac{1}{M} \frac{s^2}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + K b_0} = -\frac{1}{N(A_{mp})} \quad (37)$$

Essa igualdade pode ser representada graficamente através do diagrama de *Nyquist*, o que será feito na seção 4.4.2, com os parâmetros obtidos a partir de um sistema real. Porém, reorganizando a equação e substituindo o operador de Laplace (s) por seu equivalente no domínio frequência ($j\omega$), é possível obter analiticamente algumas relações. Dessa forma, escrevendo a equação característica no domínio frequência, obtém-se:

$$(j\omega)^3 + (a_2 + \frac{N(A_{mp})}{M}).(j\omega)^2 + a_1.j\omega + K.b_0 = 0 \quad (38)$$

Essa igualdade pode ser resolvida igualando as partes reais e imaginárias da equação à zero, obtendo:

$$\omega(\omega^2 - a_1) = 0 \quad (39)$$

$$Kb_0 - \omega^2 \left(a_2 + \frac{N(A_{mp})}{M} \right) = 0 \quad (40)$$

Dessa forma, da equação 39, obtém-se que a frequência esperada para o ciclo limite é $\omega_{crit} = \sqrt{a_1}$, ou seja, a mesma frequência prevista sem a introdução da função descritiva para o atrito. Substituindo esse valor na equação 40 é possível escrever o ganho esperado no ciclo limite (K_{crit}) em função de $N(A_{mp})$, como:

$$K_{crit} = \frac{\left(a_2 + \frac{N(A)}{M} \right) a_1}{b_0} \quad (41)$$

Substituindo $N(A_{mp})$ pela função descritiva apresentada na Equação 26, calcula-se K_{crit} como:

$$K_{crit} = \frac{a_1 \cdot (a_2 \cdot \pi \cdot A_{mp} \cdot M + 4 \cdot F_c)}{b_0 \cdot \pi \cdot A_{mp} \cdot M} \quad (42)$$

Nota-se, a partir da equação da equação 42, que a análise pelo método da função descritiva não indica um ganho crítico específico para a ocorrência de um ciclo limite, mas sim uma previsão da amplitude da oscilação para cada valor de K . Reescrevendo essa equação em função da amplitude, obtém-se:

$$A_{mp} = \frac{4 \cdot F_c \cdot a_1}{M(K \cdot b_0 \cdot \pi - a_1 \cdot a_2 \cdot \pi)} \quad (43)$$

Com essa relação é possível comparar os resultados dos ensaios experimentais com a amplitude esperada para o ganho crítico observado, buscando verificar se a não linearidade tem relação com o ciclo limite. Observa-se que para valores de K menores que $\frac{a_1 a_2}{b_0}$ o valor de amplitude esperado é negativo, o que não tem sentido físico. Dessa forma o modelo é limitado para $K > \frac{a_1 a_2}{b_0}$, e prevê que com o aumento do ganho proporcional a amplitude de oscilação diminui.

4 SIMULAÇÕES E ENSAIOS

Buscando validar a análise teórica realizada, foram realizadas simulações computacionais e experimentos em uma bancada de testes. Inicialmente, foram adquiridas as características da bancada, com base em documentações de fabricantes e ensaios para identificação de parâmetros. Com os dados obtidos, foram montados diferentes modelos de simulação no *software Matlab*, com e sem a presença do atrito de *Coulomb*, afim de observar o comportamento do sistema. Por fim, foram realizados ensaios para detecção do ganho proporcional crítico do atuador em malha fechada, montado na bancada de testes.

4.1 Montagem da Bancada Experimental

Para realização dos experimentos práticos, foi montada uma bancada de testes no Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos da UFRGS. A bancada é constituída por um cilindro pneumático sem haste e de dupla ação, que é acionado por uma servoválvula reguladora de vazão proporcional (controlada por tensão elétrica). As características técnicas do cilindro e da válvula e os demais parâmetros da bancada experimental são apresentados no Apêndice A.

A medição da posição do êmbolo do cilindro, utilizada para obtenção do dados do experimento e também para realimentação da malha de controle, foi realizada através de uma régua potenciométrica modelo FESTO MLO-POT-1000-TLF, que possui 1000 mm de curso e resolução de 0,01 mm. A régua possui uma tensão operacional nominal de 10 V, mas pode ser alimentada com até 42 V. Dessa forma, quando o elemento móvel da régua está em uma das extremidades, o cabo de sinal conecta-se ao terra, e o sinal de saída é medido como 0 V. Quando esse se desloca, o sinal de saída varia linearmente, de acordo com a variação de resistência do potenciômetro, atingindo o valor da tensão de alimentação quando a parte móvel atinge a outra extremidade

As pressões nas câmaras do atuador são medidas com o uso de sensores de pressão FESTO SDET-22T-D10-G14-U-M12. Esses sensores permitem medir pressões de 0 a 100000 Pa, e tem como saída um sinal analógico de 0 a 10 V. Para seu funcionamento, é necessário uma alimentação entre 14 V e 30 V, sendo que em sua montagem na bancada de testes foi utilizada uma fonte de 15 V.

A leitura dos sinal analógicos de saída, da régua potenciométrica e dos sensores de pressão, é realizada através de um dispositivo USB para aquisição de dados, o NI-USB-6009, fabricado pela *National Instruments*. Esses dados podem ser lidos via porta USB e processados através do *software LabView*. Com isso é possível implementar a malha de controle em um Instrumento Virtual (VI, do inglês *Virtual Instrument*) do *LabView*, na qual é definido o valor desejado da posição do atuador. Com o cálculo do sinal de controle, é possível utilizar as saídas analógicas do dispositivo NI-USB-6009 para acionar a válvula

proporcional, após o condicionamento de sinal apropriado.

4.2 Implementação das VIs no *LabView*

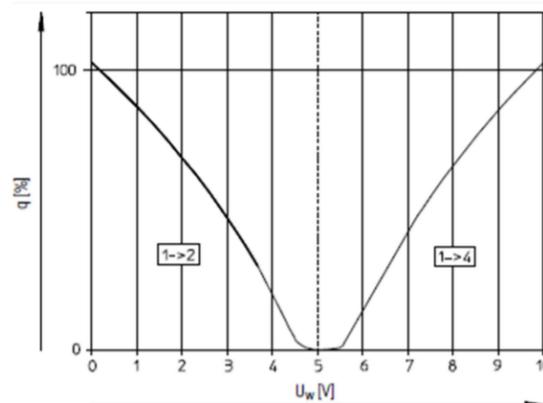
Para a aquisição dos parâmetros do sistema e controle sobre os estímulos de teste foram criadas duas VIs no *software LabView*. A primeira VI possui a implementação de um controlador proporcional, e é utilizada para testes que necessitam controle da posição do cilindro. A segunda VI implementa um controle em malha aberta, sendo possível definir diretamente a tensão que será aplicada sobre a válvula. Essa VI é usada no procedimento de identificação do atrito do sistema.

4.2.1 Implementação da VI com Controle Proporcional

Para a implementação da VI com controle proporcional, a posição do atuador é amostrada através da régua potenciométrica, a qual gera um sinal de tensão para o dispositivo de aquisição NI-USB-6009. Esse sinal é então dividido pela tensão de alimentação da régua, que também é obtida através do dispositivo de aquisição, de forma a manter coerente o valor medido mesmo em caso de variações na tensão de alimentação. O valor obtido é então usado como realimentação da malha de controle, sendo a referência de posição definida no *LabView* a cada experimento. Essa referência é definida em milímetros, mas seu valor é dividido pela razão entre o comprimento da régua e a tensão de alimentação, para que fique na mesma grandeza do valor de realimentação.

O sinal de controle calculado precisa ser condicionado para se adequar ao sistema de acionamento. Para isso, consideram-se dois fatores que implicam diretamente nesse condicionamento. O primeiro fator é a característica da válvula que determina que sua posição central é obtida quando são aplicados aproximadamente 5 V em seus terminais, conforme mostra a Figura 11. O segundo fator é a limitação de tensão de saída em 5 V pelo dispositivo de aquisição. Assim, para condicionar o sinal de controle de acordo com essas características, utiliza-se um circuito que dobra o sinal de saída do dispositivo de aquisição. Esse circuito foi desenvolvido com amplificadores operacionais e resistores de precisão em (DUTRA, 2018). Além disso, soma-se um valor de 2,49 ao sinal de controle calculado, para aplicar um sinal de 4,98 V na válvula quando o erro de seguimento for nulo. Esse valor foi ajustado empiricamente em (DUTRA, 2018), observando que a válvula atingia a posição central nesse valor. Por fim, utiliza-se um bloco de saturação antes de enviar esse sinal para o dispositivo NI-USB-6009, visando a garantir que o valor escrito esteja dentro da faixa permitida pelo dispositivo. O diagrama de blocos da VI implementada é apresentado no Apêndice B. Essa VI também é utilizada para a detecção do ganho crítico do sistema, que será abordada na seção 4.5.

Figura 11: Curva de vazão por tensão da válvula utilizada



Fonte: (FESTO, 2014)

4.2.2 Implementação da VI de Malha Aberta

Para elaboração da VI de controle em malha aberta do sistema, usada para aplicar diferentes tensões na servoválvula, foram removidos os elementos de realimentação da VI de controle proporcional e adicionados tratamentos de sinais que tornam mais cômodo seu uso. Para cada ensaio, é possível definir um valor de tensão desejado para a válvula. Esse valor é então dividido por 2, para que possa ser utilizado pelo dispositivo de aquisição. Por fim, esse valor é condicionado pelo circuito multiplicador de tensão e aplicado à válvula. O diagrama de blocos da VI é apresentado no Apêndice B.

4.3 Identificação do Atrito

A identificação do mapa estático de atrito tem base na Equação 1, que representa o subsistema mecânico do servoposicionador. Considerando que as forças externas são restritas à força de atrito, e que a velocidade do atuador no intervalo de tempo em que é feita a análise é constante, é possível obter a equação:

$$F_{at} = A(p_1 - p_2) \quad (44)$$

Onde F_{at} é a força de atrito para a velocidade analisada. Assim, medindo essa força para diferentes velocidades é possível mapear graficamente o comportamento do atrito.

Para a obtenção da medida de força para diferentes velocidades, (KUNZ, 2006) utiliza uma malha de controle PID para a velocidade do cilindro, enquanto monitora a pressão em suas câmaras. Com esse procedimento é possível medir a força de atrito, conforme a Equação 44, para qualquer velocidade usada como referência. Por outro lado, (ALVES, 2018) realiza o levantamento do comportamento do atrito em um posicionador pneumático através de ensaios em malha aberta. Para tanto, são medidas a posição e as pressões nas câmaras do cilindro para diferentes tensões aplicadas na servoválvula. Dessa forma, é possível calcular a velocidade, a partir da posição, e observar intervalos de tempo na qual a mesma é constante. Verificando o valor das pressões nesses intervalos, obtém-se a força de atrito.

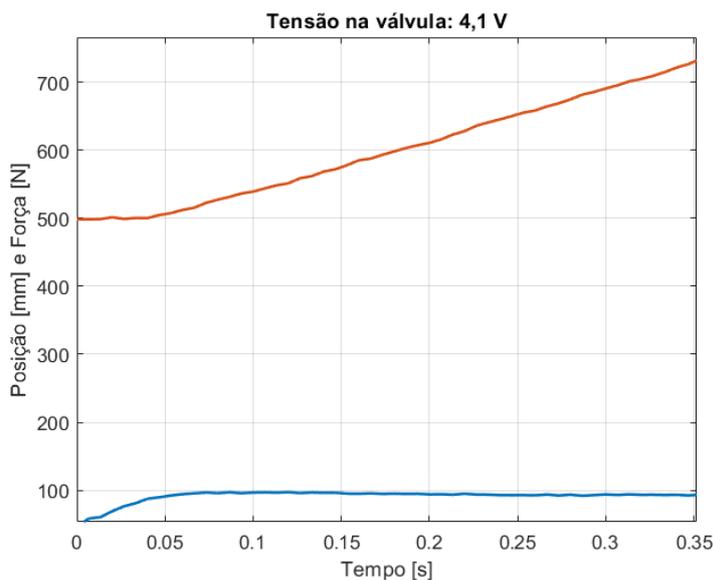
O método utilizado em (KUNZ, 2006) apresenta como vantagem a obtenção de um valor de força para qualquer velocidade desejada, porém a complexidade de sua execução é maior do que o método proposto em (ALVES, 2018). Além do projeto dos ganhos, a implementação do controle de velocidade tem como dificuldades a necessidade de medição ou inferência em tempo real da mesma. Considerando essas dificuldades, e visto que para a finalidade desse trabalho não é necessário a obtenção da força de atrito para velocidades específicas, utilizou-se um procedimento similar ao de (ALVES, 2018) para o mapeamento do atrito. Dessa forma, a metodologia para a identificação do atrito segue o seguinte procedimento:

1. Partir a VI com controle proporcional;
2. Definir uma referência de 500 mm, observando o atuador mover-se para a posição central;
3. Parar a VI com controle proporcional;
4. Definir a tensão que será aplicada à válvula e partir a VI de malha aberta;
5. Aguardar o deslocamento do atuador até uma de suas extremidades e parar a VI de malha aberta.

4.3.1 Resultados da Identificação

Conforme o procedimento descrito, para cada valor de abertura da válvula foi gerado um arquivo de texto, contendo vetores com as medidas da posição do êmbolo, pressões nas câmaras e o instante de tempo de cada medida, em segundos. Esses dados foram exportados para o *software Matlab*, para serem visualizados e manipulados de forma prática. Subtraindo termo a termo os vetores das pressões e multiplicando o resultado pela área do êmbolo, obtém-se um vetor com a força medida em cada instante de tempo. A Figura 12 mostra os dados obtidos para a posição e a força do atuador quando aplicada uma tensão de 4,1 V sobre a válvula. É possível observar que entre 0,1 s e 0,5 s os dados de posição formam uma reta, ou seja, a velocidade do êmbolo é constante. Além disso, nesse mesmo intervalo de tempo, observa-se que a força medida é aproximadamente constante. Com essas informações, conclui-se que nesse intervalo de tempo a força detectada é a força de atrito. Dessa forma, calculando a inclinação da reta e vendo o valor obtido para a força, verifica-se que é necessário uma força de aproximadamente 92 N para manter o atuador se movimentando a velocidade constante de 0,785 m/s.

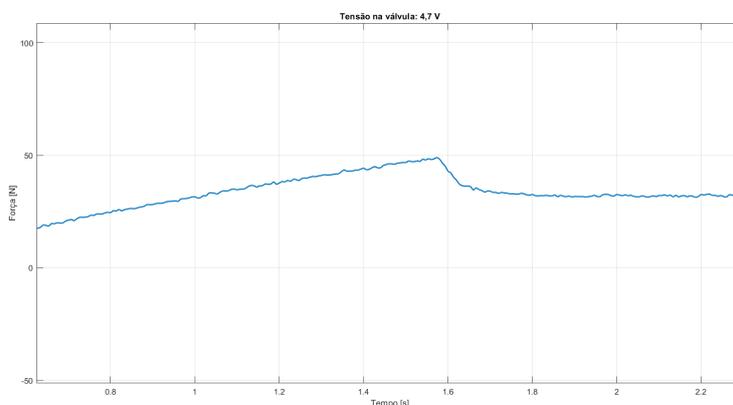
Figura 12: Posição do atuador [mm] em vermelho e força exercida [N] em azul, quando aplicada uma tensão de 4,1 V sobre a válvula



Fonte: Autor

O valor da força de atrito estático, necessária para iniciar o movimento, foi observada aplicando tensões muito próximas a tensão de posição central da válvula. Para tanto, mediu-se o comportamento do sistema para o deslocamento em um sentido com uma tensão de 4,7 V e para o outro sentido com uma tensão de 5,3 V. Com esses valores verifica-se que a força aumenta até determinado valor enquanto a posição é constante, e diminui para outro valor quando o movimento se inicia. Esse comportamento pode ser observado na Figura 13, onde detecta-se que a força necessária para iniciar o movimento é de 49 N. Para o outro sentido, detectou-se uma força de -49 N para iniciar o movimento.

Figura 13: Força exercida [N], quando aplicada uma tensão de 4,7 V sobre a válvula, mostrando em detalhe a força necessária para iniciar o movimento

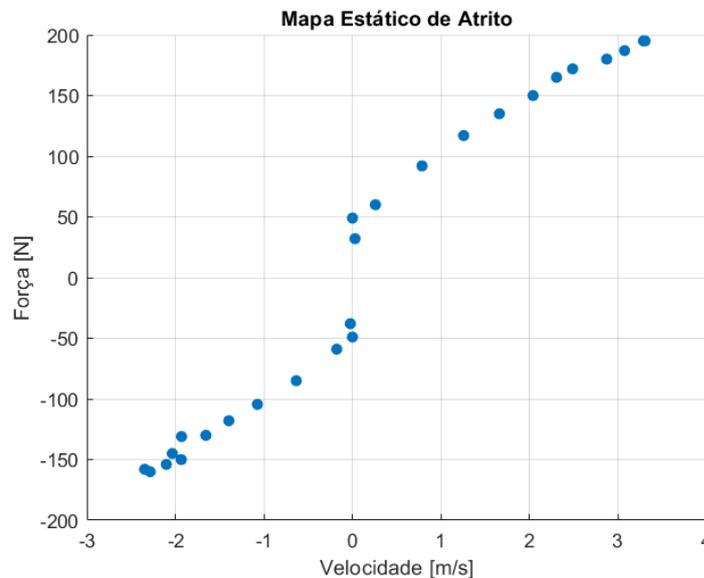


Fonte: Autor

Repetindo o ensaio para diferentes tensões na válvula, variando com um passo de 0,3 V em um intervalo de 2 a 8 V, foram obtidos pontos suficientes para traçar um mapa

estático do atrito. Também foram considerados junto a esses pontos os dois valores medidos para o atrito estático, com velocidade nula. A Figura 14 mostra os pontos encontrados, marcados em um gráfico de força por velocidade. Com essas informações, identifica-se a força do atrito de *Coulomb* como $F_c = 32$ N, e a constante de proporcionalidade do atrito viscoso como $C_f = 49$ N.s/m.

Figura 14: Mapa estático do atrito



Fonte: Autor

4.4 Simulações

A partir dos parâmetros obtidos na bancada experimental, foram montados modelos de simulação no *software Matlab*. A simulação é realizada em dois passos, sendo o primeiro a execução de um *script* para inicialização dos parâmetros e cálculo do ganho crítico teórico, conforme as equações apresentadas no capítulo 3. O segundo passo é a execução de um modelo em malha fechada, montado na ferramenta *Simulink*, no qual pode ser variado o ganho do controlador proporcional, com a finalidade de observar as características da saída no ciclo limite. O *script* de inicialização é apresentado no Apêndice C.

4.4.1 Modelo Linearizado

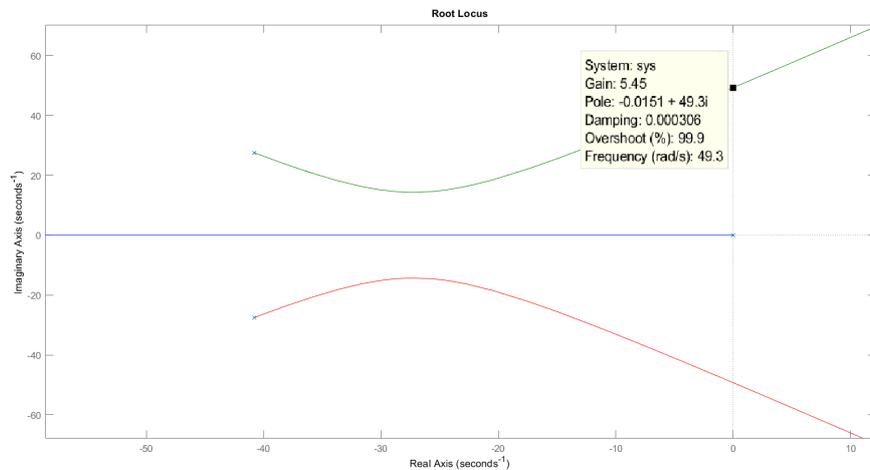
4.4.1.1 Resultados Teóricos

Com os dados da bancada experimental utilizada, foram encontrados como parâmetros para a função de transferência de terceira ordem: $b_0 = 3,63 \cdot 10^4$, $a_1 = 2,43 \cdot 10^3$ e $a_2 = 81,67$. Dessa forma, a função de transferência do sistema pode ser escrita como:

$$T(s) = \frac{3,63 \cdot 10^4}{s^3 + 2,43 \cdot 10^3 s^2 + 81,67 s} \quad (45)$$

Assim, pelas equações 30 e 34 calcula-se que o ganho crítico desse sistema é $K_{crit} = 5,45$ e a frequência de oscilação nesse ganho é $w_{crit} = 49,27$ rad/s. Essas informações podem ser representadas graficamente através do gráfico do lugar das raízes da função de transferência do servoposicionador, o qual é apresentado na Figura 15.

Figura 15: Gráfico do lugar das raízes do modelo linear para o servoposicionador pneumático

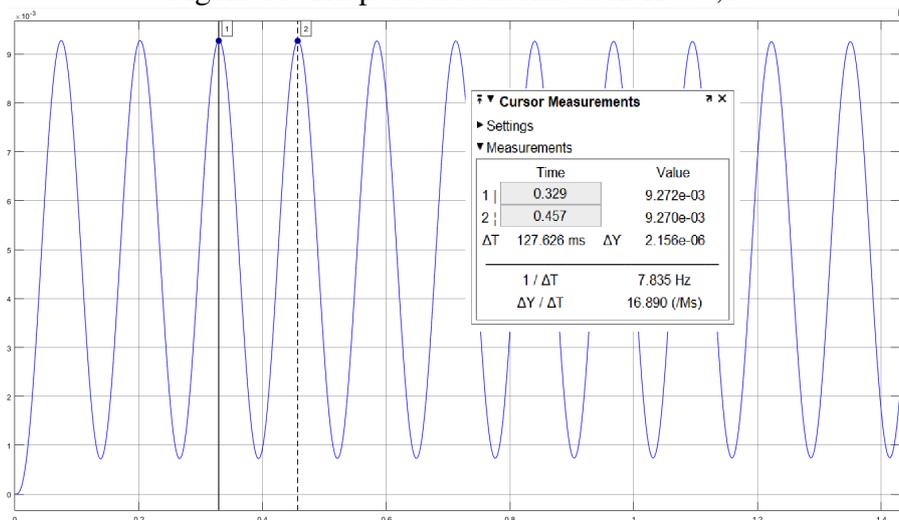


Fonte: Autor

4.4.1.2 Simulações

Implementando a função de transferência do sistema em um diagrama de blocos na ferramenta *Simulink*, é possível ver a resposta do sistema ao ganho crítico, quando aplicado um degrau de 0,005 metros. Esse valor foi escolhido para manter o atuador próximo ao ponto de linearização e será utilizado também nos ensaios práticos. A resposta obtida é apresentada na Figura 16, onde observa-se uma amplitude de 0,004 metros e uma frequência de 49,27 rad/s.

Figura 16: Resposta do sistema com $K = 5,45$



Fonte: Autor

4.4.2 Modelo com Atrito

4.4.2.1 Resultados Teóricos

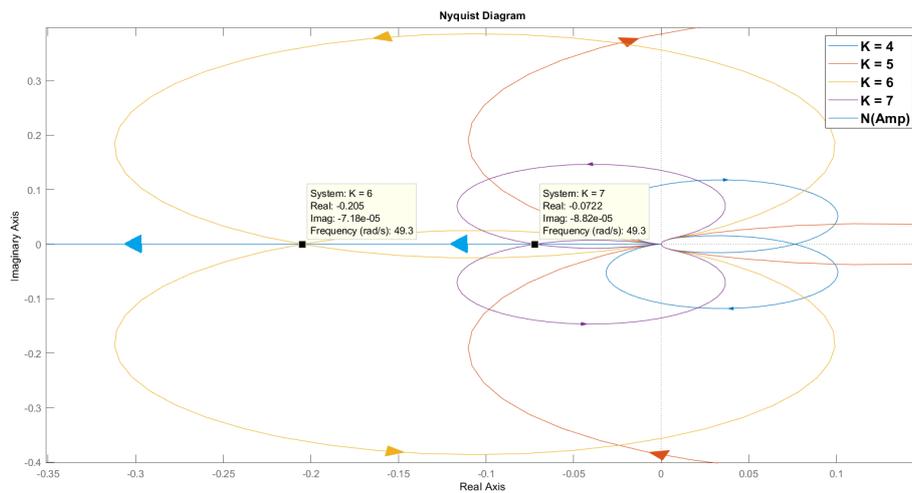
Como mostrado no Capítulo 3, a análise via método da função descritiva do sistema estudado prevê a ocorrência de ciclo limite para qualquer ganho proporcional $K > \frac{a_1 a_2}{b_0}$,

com uma frequência $\omega = \sqrt{a_1}$. Uma forma de visualizar isso é através do gráfico de *Nyquist* para a equação 37. Para facilitar a visualização, essa equação é reescrita aqui:

$$\frac{1}{M} \frac{s^2}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + K b_0} = - \frac{1}{N(A_{mp})} \quad (46)$$

Considerando $N(A_{mp})$ como a função descritiva do relé ideal, observa-se que $-\frac{1}{N(A_{mp})}$ vai apresentar seu gráfico de *Nyquist* inteiramente sobre a parte negativa do eixo real, no plano complexo. Dessa forma, para solucionar a equação apresentada, basta que a expressão do lado esquerdo cruze o eixo real na parte negativa. A Figura 17 mostra os gráficos de *Nyquist* para diferentes valores de K , utilizando os parâmetros da bancada experimental, além do gráfico de *Nyquist* de $-\frac{1}{N(A_{mp})}$. Destaca-se que a frequência em que ocorre o cruzamento com o eixo real é sempre $\omega = 49,27$ rad/s, conforme previsto pela análise teórica. Observa-se também que para ganhos menores que $K = \frac{a_1 a_2}{b_0} = 5,45$ o gráfico não cruza o eixo real em sua parte negativa, conforme o esperado. Além disso, verifica-se que o ciclo limite previsto é estável, visto que, para amplitudes maiores que A_{mp} do ponto de intersecção dos gráficos, $G(j\omega)$ não envolve $-\frac{1}{N(A_{mp})}$.

Figura 17: Gráfico de *Nyquist*



Fonte: Autor

Considerando os parâmetros da bancada experimental, a equação 43, que relaciona a amplitude prevista para a oscilação com o ganho proporcional, pode ser aproximada como:

$$A_{mp} = \frac{31,10}{6,84K - 37,4} \quad (47)$$

Sabendo que $\frac{a_1 a_2}{b_0} = 5,45$, é possível substituir valores de K , variando de 6 a 15, na equação 47, gerando a Tabela 1, que mostra a amplitude prevista para cada ganho. Esses valores foram escolhidos por estarem dentro do modelo previsto na seção 3.2 e por fazerem parte do conjunto de valores utilizados nos ensaios com o servoposicionador real (apresentados na seção 4.5). Nota se que, conforme esperado na análise teórica, devido a forma fracionária da função da amplitude (Eq. 47), a amplitude diminui com o aumento do ganho. Entretanto, observa-se que para $K < 14$ a amplitude é maior que a metade

do curso do atuador utilizado, o que implica que na prática essa oscilação seria limitada pelos fins de curso.

Tabela 1: Amplitude do ciclo limite prevista para cada ganho, através do método da função descritiva

K	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A_{mp} [m]	8,36	2,94	1,78	1,28	0,99	0,81	0,69	0,6	0,53	0,47

A relação entre amplitude e ganho proporcional também pode ser expressa da forma inversa, observando qual é o ganho necessário para que o sistema oscile em uma determinada amplitude. Para apresentar essa informação foi montada a Tabela 2, utilizando valores de amplitude próximos aos observados na prática, variando-os de 0,02 m a 0,2 m, com passo de 0,02 m. Observa-se que mesmo para a maior amplitude, que indica o menor ganho, o valor de K ainda é bastante elevado, quando comparado ao ganho crítico encontrado para o modelo linear.

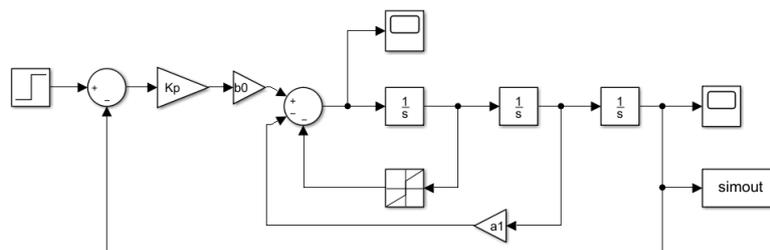
Tabela 2: Ganho proporcional previsto para geração de ciclo limite com uma dada amplitude, através do método da função descritiva

A_{mp} [m]	0,02	0,04	0,08	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2
K	232,34	118,9	81,08	50,83	43,27	37,86	33,81	30,66	28,14

4.4.2.2 Simulações

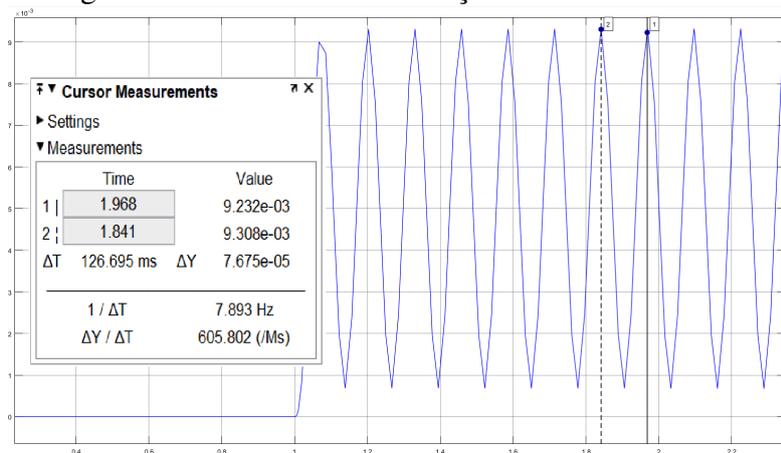
Para expandir a análise do sistema com o atrito, montou-se um modelo na ferramenta *Simulink*, utilizando um bloco de simulação para representar os atritos viscoso e de *Coulomb*. O diagrama montado para simulação pode ser visto na Figura 18. Foram realizadas diversas simulações, aumentando gradualmente o valor de K , observando que a resposta do sistema apresentou característica subamortecida para K entre 1 e 5,87. Para $K > 5,87$ o sistema mostrou-se instável, e com K igual a 5,87 o sistema apresentou uma oscilação sustentada, mostrada na Figura 19, onde observa-se uma amplitude de aproximadamente 0,004 m e uma frequência de 7,675 Hz, ou 48,22 rad/s.

Figura 18: Diagrama de simulação com bloco de atrito



Fonte: Autor

Figura 19: Resultado da simulação com bloco de atrito



Fonte: Autor

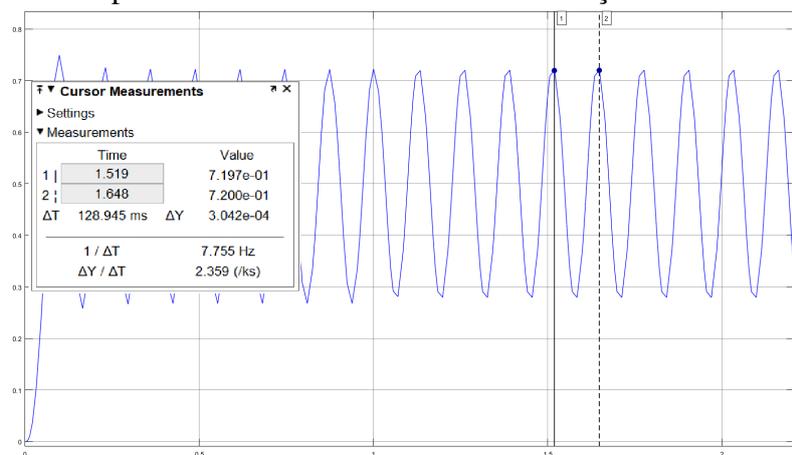
4.4.3 Simulações com Saturação do Sinal de Controle

Em ambas as simulações realizadas, notou-se que o sinal de controle do modelo no *Simulink* apresenta amplitudes elevadas durante os regimes transitórios e os ciclos limites vistos, na ordem de dezenas. O modelo proposto para a simulação assume um sinal de entrada normalizado, variando entre -1 e 1, que representa o sinal aplicado à servoválvula. Dessa forma, as simulações realizadas apresentam incoerências com a prática, devido a não linearidade de saturação do sinal de controle. Visando observar um comportamento mais próximo ao atuador real, as simulações foram refeitas, utilizando um bloco de saturação para o sinal de controle. Foi observado que para ganhos menores que o ganho crítico o comportamento do sistema, para ambas as simulações, não teve mudança significativa. Entretanto, para ganhos maiores que o ganho crítico, a saturação do sinal de controle causa um ciclo limite, impedindo a instabilização do sistema. Também é possível ver pelas simulações que a frequência se mantém constante em aproximadamente 48,78 rad/s, e a amplitude da oscilação aumenta conforme o ganho. Os ganhos e amplitudes observados nas novas simulações, com a saturação, foram iguais para ambos os modelos, com e sem o atrito de *Coulomb*. A Figura 20 mostra a resposta do sistema com o bloco de atrito para $K = 10$, com a saturação do sinal de controle. Por sua vez, a Tabela 3 mostra as amplitudes obtidas para ganhos variando de 6 a 15, com o bloco de saturação. Também consta nessa tabela a amplitude obtida para $K = 5$, 45.

Tabela 3: Amplitude do ciclo limite com sinal de controle saturado

K	5,45	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A_{mp} [m]	0,004	0,2	0,21	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,23	0,23	0,23

Figura 20: Resposta do sistema simulado com saturação do sinal de controle



Fonte: Autor

4.5 Ensaios na Bancada de Testes

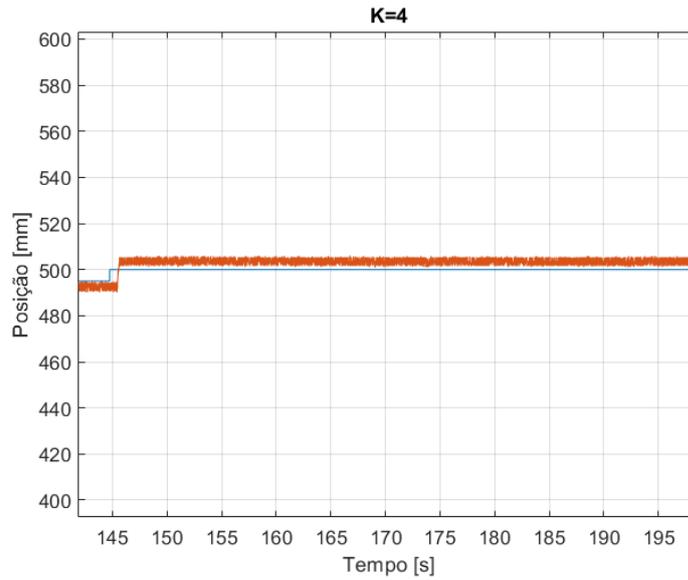
A identificação do ganho crítico experimental do servoposicionador pneumático em malha fechada, com controle proporcional, foi feita utilizando a VI de malha fechada, descrita na seção 4.2.1. Como mencionado, nessa VI é possível ajustar os valores de referência para a posição do atuador, em milímetros. Além disso, a VI permite ajuste durante o experimento do valor do ganho proporcional. Dessa forma, especificou-se um procedimento de testes para detecção do ganho crítico:

1. Partir a VI com controle proporcional;
2. Ajustar a referência como a posição central do atuador (500 mm);
3. Ajustar um valor para o ganho proporcional K ;
4. Ajustar a referência como 495 mm;
5. Retornar a referência para a posição central, observando a resposta do atuador durante 30 segundos;
6. Aumentar o valor de K e repetir o procedimento.

O valor de K para os testes foi iniciado em 1, e então aumentado com um passo de uma unidade, até atingir $K = 16$. Com os dados desse ensaio, foi possível observar três comportamentos distintos para o atuador. Inicialmente, foi visto que para ganhos menores que 8, o sistema apresenta um erro de posição em regime permanente, porém não apresenta oscilação sustentada. Para ganhos entre 8 e 13, foi observado um ciclo limite semelhante a uma onda quadrada, cuja frequência aumentava conforme o ganho, mas sua amplitude era mantida aproximadamente constante. Por fim, para ganhos maiores ou iguais a 14, observou-se a aparição de uma oscilação senoidal na saída do sistema, com amplitude e frequência bastante superiores à observada no segundo caso. Nessa oscilação foi observado que a frequência mantinha-se constante, mesmo com o aumento do ganho proporcional. Além disso, sua amplitude não era constante em todos os ciclos, entretanto, calculando a transformada de *Fourier* do sinal para cada K foi possível observar a frequência e amplitude predominantes. Com isso, verificou-se que a amplitude diminui

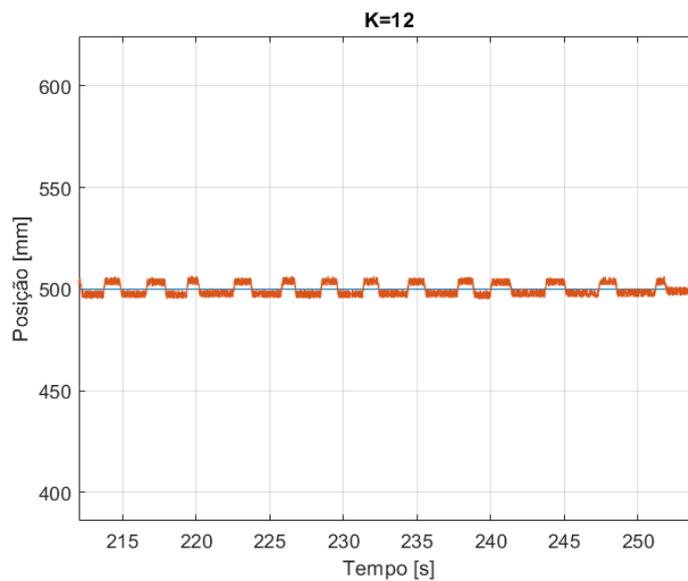
ligeiramente com o aumento do ganho proporcional. As figuras 21, 22 e 23 mostram os três comportamentos observados, na ordem em que foram descritos. A Tabela 4 apresenta as amplitudes e frequências obtidas para cada K utilizado no ensaio. Por fim, a Figura 24 mostra a transformada de *Fourier* do sinal quando o ganho é 16.

Figura 21: Resposta para $K = 4$

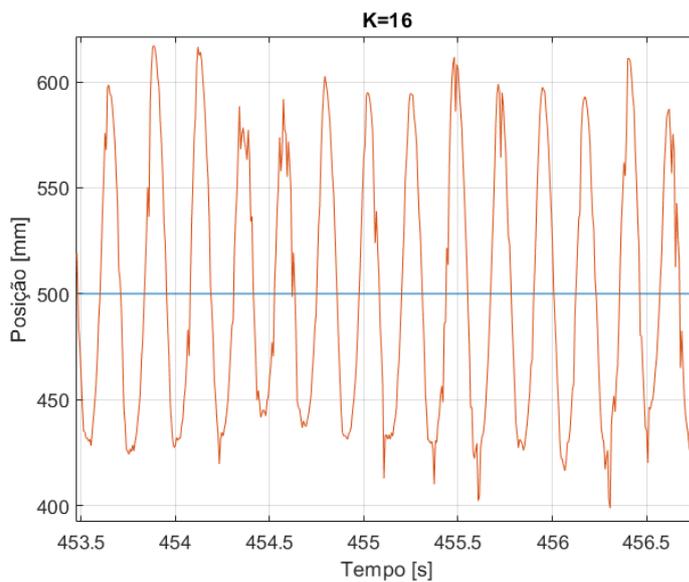


Fonte: Autor

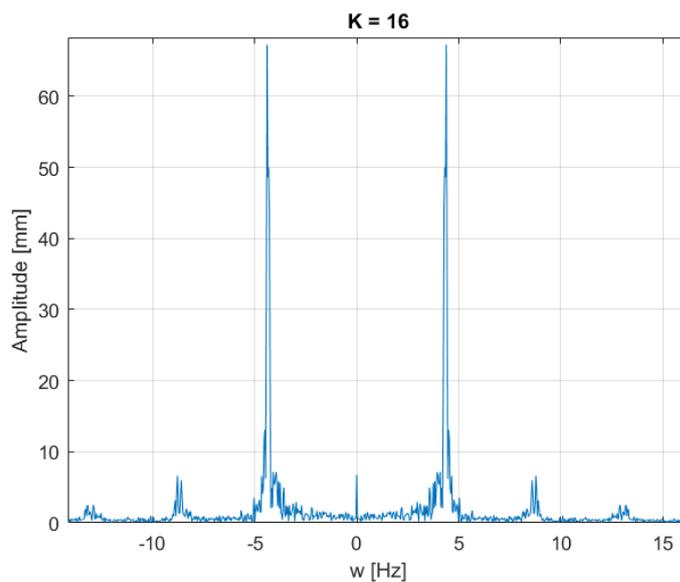
Figura 22: Resposta para $K = 12$



Fonte: Autor

Figura 23: Resposta para $K = 16$ 

Fonte: Autor

Figura 24: Transformada de *Fourier* do sinal com $K = 16$ 

Fonte: Autor

Tabela 4: Dados do ensaio

K	1 a 7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ω [rad/s]	0	0,94	1,31	1,38	1,57	2,07	3,14	27,64	27,33	27,33	27,33
A [mm]	0	3	3	3	3	3	3	63,5	64,5	53,3	47,85

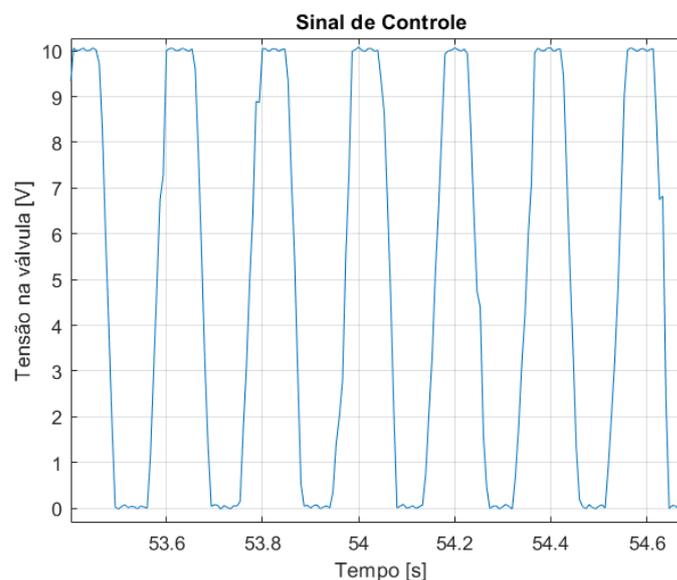
Visto que a amplitude da oscilação senoidal observada no ensaio faz com que o sistema distancie-se do ponto onde foi realizada a linearização, e que em testes feitos com

referências mais afastadas do centro essa oscilação ocorre para valores muito menores de K (aproximadamente 4,5), foi realizado um novo ensaio, visando maior investigação desse comportamento. Esse novo ensaio foi iniciado com o atuador oscilando em ciclo limite, com um ganho proporcional $K = 10$, e então diminuiu-se esse ganho, novamente com passo de uma unidade, até a oscilação ser extinguida, retornando ao cenário com erro em regime permanente ou ciclo limite de baixa amplitude. Para iniciar a oscilação foi gerada manualmente uma perturbação no sistema, o que desencadeou a oscilação senoidal de maior amplitude. Com esse ensaio, foi visto que o ganho proporcional pode ser reduzido até 4 sem que oscilação fosse dissipada. Esse comportamento indica uma histerese do ciclo limite, uma vez que foi necessário elevar o ganho proporcional até 14 para fazê-lo oscilar, mas o mesmo só foi dissipado para um K menor que 4. Também foi possível ver uma diminuição da amplitude da frequência fundamental da oscilação, apesar de serem observados eventuais picos de amplitudes distintas. A frequência da oscilação, por sua vez, mantém-se constante para qualquer ganho proporcional. A Tabela 5 mostra as amplitudes e frequências obtidas para cada valor de K nesse ensaio.

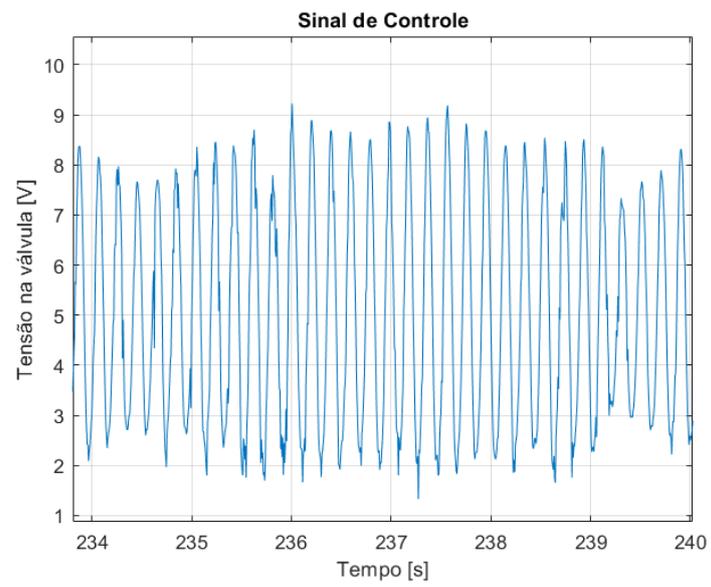
Tabela 5: Dados do ensaio

K	10	9	8	7	6	5	4
ω [rad/s]	32,04	32,51	32,98	32,98	33,3	33,3	32,51
A_{mp} [mm]	56,24	109,52	85,12	93,05	72,4	69,5	39,5

Observando o sinal de controle enviado para a válvula, percebe-se que nos ensaios o mesmo apresenta saturação quando K é maior que 5, como pode ser visto na Figura 25. Entretanto, durante a oscilação observado no segundo ensaio, com $K = 4$, o sinal de controle não está saturado, como mostra a Figura 26.

Figura 25: Sinal de controle na válvula para $K = 9$ 

Fonte: Autor

Figura 26: Sinal de controle na válvula para $K = 4$ 

Fonte: Autor

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados no trabalho podem ser divididos em resultados teóricos, simulações e resultados práticos. Para os resultados teóricos e simulações, essa análise foi dividida entre resultados considerando o atrito de *Coulomb* ou não. Por sua vez, os resultados práticos foram divididos em dois ensaios, um aumentando K até gerar oscilação (Ensaio 1), e outro diminuindo K até que a oscilação pare (Ensaio 2). Para sintetizar os resultados obtidos, a Tabela 6 mostra o ganho necessário para ocorrência de ciclo limite em cada uma das análises, assim como a frequência da oscilação sustentada e sua amplitude. Ressalta-se que para as simulações é apresentado o resultado obtido com a saturação do sinal de controle, usando um degrau de 0,005 m como entrada para estimular a entrada no ciclo limite, assim como realizado na prática. A amplitude mostrada para os resultados práticos é a amplitude da principal frequência do sinal observado.

Tabela 6: Ciclo limite observado para cada análise

	Teóricos		Simulações		Práticos	
	Sem Atrito	Com Atrito	Sem Atrito	Com Atrito	Ensaio 1	Ensaio 2
K	5,45	$>5,45$	5,45	5,87	14	4
$A[m]$	0,004	$\frac{31,10}{6,84K-37,4}$	0,004	0,004	0,0064	0,0039
$\omega[\text{rad/s}]$	49,27	49,27	48,78	48,78	27,64	32,51

Analisando os resultados identifica-se uma boa coerência entre teoria e prática no que diz respeito ao comportamento da frequência do ciclo limite. Apesar da frequência obtida com o atuador real ser menor que a esperada pelas análises teóricas e simulações, a mesma mostrou-se constante para qualquer ganho em todos os resultados. A divergência observada no resultado prático pode estar associada a flutuação dos parâmetros adotados no modelo.

Com relação às amplitudes obtidas, também foi verificado um comportamento coerente entre as simulações e os ensaios práticos, sendo observado um ciclo limite com amplitude de 0,004 m, com um sinal de controle muito próximo da saturação, mas ainda não saturado, o que foi observado no segundo ensaio prático. A análise teórica utilizando o método da função descritiva mostrou-se inapropriada para o problema proposto, uma vez que os ganhos necessários para oscilações com amplitudes fisicamente aplicáveis ao sistema eram muito elevados, o que na prática ocasionam saturação do sinal de controle. Entretanto, de uma forma qualitativa, o comportamento de diminuição da amplitude com o aumento de K , previsto pela função descritiva, foi observado no ensaio 1, para ganhos elevados. Por fim, ressalta-se novamente que a amplitude da oscilação observada na prática é a amplitude da principal frequência observada na transformada de *Fourier*. Dessa

forma, mesmo seu valor sendo quase igual aos valores simulados e teóricos, na prática a oscilação apresentava ocasionalmente picos maiores do que esse valor. Esse comportamento pode ser explicado devido a ruídos na medição da posição e a dinâmicas descon sideradas na linearização, uma vez que a oscilação faz o servoposicionador distanciar-se significativamente da posição central.

Finalmente, com relação aos ganhos de controle necessários para a ocorrência do ciclo limite, foi observado o mesmo valor para as análises teóricas e simulações com e sem a saturação do sinal de controle. Com respeito a presença do atrito de *Coulomb*, viu-se nas simulações que o mesmo causa um pequeno aumento do ganho crítico. Por outro lado, o valor observado na prática, em ambos os ensaios, mostrou-se coerente com relação à ordem de grandeza, mas foi ligeiramente menor que o teórico. Novamente as imprecisões de parametrização podem afetar o cálculo do valor teórico de K_{crit} , justificando a diferença. Além disso, as demais não linearidades do sistema também devem afetar o ganho crítico, visto que, como mencionado na seção 4.5, quando estimulado com referências mais distantes do ponto de linearização o atuador entrava em ciclo limite com ganhos menores do que o ganho identificado na posição central.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram apresentadas diferentes análises e experimentos para a obtenção das características de ciclos limite em servoposicionadores pneumáticos, com uma malha de controle proporcional. A discussão dos resultados mostra que o comportamento desse fenômeno é complexo e afetado por diversas dinâmicas lineares e não lineares do sistema, sendo difícil apontar uma causa específica para o mesmo. Entretanto, considera-se que as análises realizadas contribuem para o melhor entendimento do sistema e do ciclos limite apresentados pelo mesmo.

Os resultados obtidos nos ensaios com um atuador real mostram-se qualitativamente coerentes com as simulações realizadas para o modelo linear, mas analisando as respostas de forma quantitativa ficam evidentes a dificuldade na obtenção dos parâmetros da bancada de testes e as limitações do modelo linear utilizado. Muitas das hipóteses de simplificação utilizadas durante a modelagem são válidas apenas para condições específicas, de forma que quando o atuador afasta-se do ponto de equilíbrio, como é o caso durante a ocorrência do ciclo limite, as previsões do modelo tornam-se mais grosseiras. Além disso, mesmo no ponto de equilíbrio algumas não linearidades desconsideradas na análise, como o atrito estático e a zona morta da válvula, afetam as previsões sobre o comportamento do sistema real.

Para trabalhos futuros, sugere-se estudar a previsão teórica da ocorrência de ciclos limite para outras não linearidades do atuador. Entre essas, destacam-se a zona morta da válvula e o atrito estático, que são potenciais causadores do erro oscilatório em regime permanente observado nos ensaios práticos. Ademais, a análise teórica da influência da saturação do sinal de controle nas previsões de ciclo limite também acrescentaria informações importantes aos estudos apresentados por meio de simulação neste trabalho.

APÊNDICE A CARACTERÍSTICAS DA BANCADA EXPERIMENTAL

Aqui são apresentadas as características da bancada experimental utilizada. As tabelas 7, 8 e 9 mostram, respectivamente, as características técnicas do cilindro, da válvula e do dispositivo de aquisição, conforme informadas pelos fabricantes. Por fim, a Tabela 10 mostra os demais parâmetros considerados para a bancada.

Tabela 7: Características Técnicas do Cilindro Pneumático

Modelo	FESTO DGPL-25-1000-PPV-A-KF-B
Diâmetro do êmbolo	25 mm
Curso do cilindro	1000 mm
Massa móvel	600 g
Pressão de operação	20000 Pa a 80000 Pa
Força de atuação a 60000 Pa	295 N
Temperatura de operação	-10 °C a 60 °C
Curso do amortecimento de fim de curso	18 mm

Tabela 8: Características Técnicas da Válvula Proporcional

Modelo	FESTO MPYE-5-1/8-HF-010-B
Tipo	5/3 vias, centrada por molas e de centro fechado
Curso do cilindro	1000 mm
Pressão de operação	0 Pa a 100000 Pa
Vazão nominal padrão	700 l/min
Tensão de operação	0 V a 10 V, com posição central em 5 V
Temperatura de operação	0 °C a 50 °C
Temperatura do fluido de trabalho	5 °C a 40 °C

Tabela 9: Características Técnicas do Dispositivo NI-USB-6009

Número de saídas analógicas	2
Frequência máxima das saídas analógicas	150 Hz
Número de entradas analógicas	8
Resolução das entradas analógicas	13 bits
Número de entradas e saídas digitais	13
Máxima taxa de amostragem agregada	48 kS/s
Tensão de Alimentação	5 V

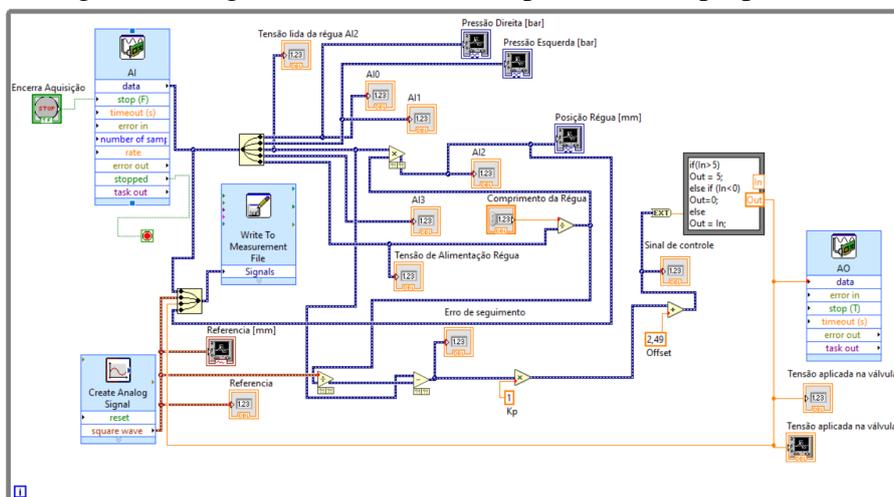
Tabela 10: Parâmetros do sistema

r - Relação de calores específicos do ar	1,4
R - Constante universal dos gases	286,9 Jkg/K
T - Temperatura ambiente	295 K
p_{sup} - Pressão de suprimento	$8 \cdot 10^5$ Pa
p_i - Pressão de equilíbrio	$5,3 \cdot 10^5$ Pa

APÊNDICE B VIS IMPLEMENTADAS NO LABVIEW

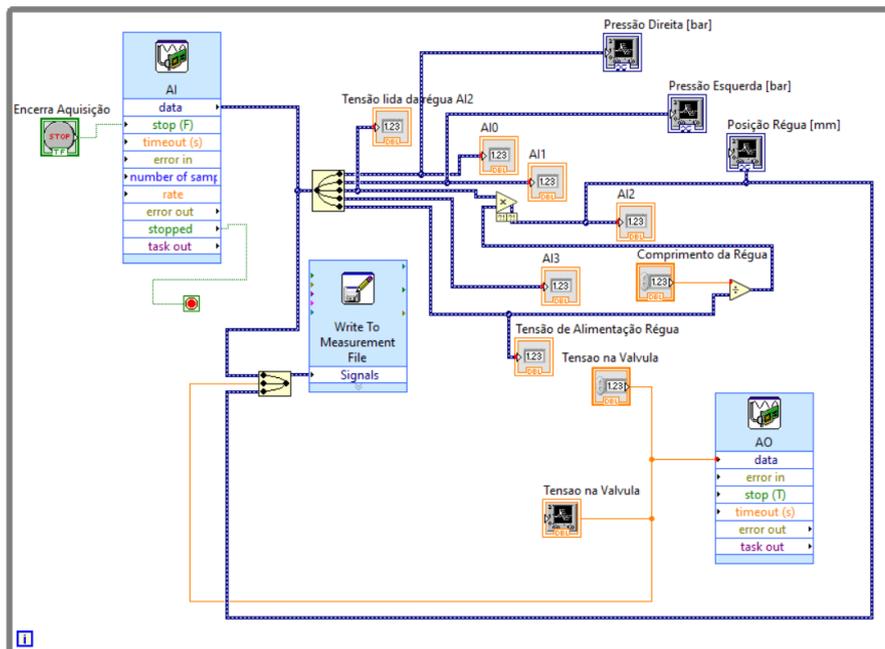
As VIs desenvolvidas para aquisição de dados da bancada de testes são apresentadas aqui. A Figura 27 mostra o diagrama de blocos para a VI com controle proporcional, enquanto a Figura 28 mostra o diagrama de blocos para a VI de controle em malha aberta.

Figura 27: Diagrama de blocos da VI para controle proporcional



Fonte: Autor

Figura 28: Diagrama de blocos da VI para controle em malha aberta



Fonte: Autor

APÊNDICE C *SCRIPT* DE INICIALIZAÇÃO

O *script* de inicialização dos parâmetros usados para a simulação é apresentado aqui.

```

1 %Novo modelo%
2
3 % —— Constantes —— %
4 r = 1.4
5 R = 286.9 % J.kg/K
6 T = 295 %K
7
8 % Atuador: FESTO DGPL 25
9 % Vlvula: FESTO MPYE 5-1/8
10 A = 4.9087e-4 %m2
11 M = 0.6 %kg
12 L = 1 %m
13 V_i = (A*L)/2 %m3
14
15 % Equilibrio %
16 p_i = 5.3e5 %Pa (2/3*pressao de suprimento)
17
18 % Dados experimentais %
19 Kq = 0.046
20 Cf = 49
21
22 Cv = (A*p_i)/(R*T)
23 Cp = V_i/(R*r*T)
24
25 % Parametros do modelo %
26 b0 = (2*A*Kq)/(M*Cp)
27 %b0 = (4*A*r*R*T*Kq)/(M*V_i)
28 %a1 = (4*R*(A2)*p_i)/(M*V_i)
29 a1 = (2*A*Cv)/(M*Cp)
30 a2 = Cf/M
31
32 % —— FT de 3 ordem —— %
33 sys = tf([b0],[1 a2 a1 0])
34
35 w_ciclolimite = sqrt(a1)

```

```
36 Kcritico = a1*a2/b0
37 rlocus(sys)
38
39 % Funcao descritiva %
40 Fc=32;
41 Ampli=0.2;
42 N = (4*Fc)/(pi*Ampli);
43 KcritDF=(a1*(a2+(N/M)))/b0
```

BIBLIOGRAFIA

- ALVES, M. R. **Identificação Experimental do Atrito em Atuadores Pneumáticos**. 2018. Trabalho de conclusão de curso de Engenharia Mecânica – Departamento de Ciências Exatas e Engenharias, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Panambi.
- ARMSTRONG, B. PID Control in the presence of static friction: a comparison of algebraic and describing function analysis. *Automatica*, v. 32, n. 5, p. 679–692, 1996.
- BAZANELLA, A. S.; SILVA, J. M. G. **Sistemas de Controle: princípios e métodos de projeto**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2005. p. 306. ISBN 978-85-7025-849-6.
- BESANÇON-VODA, A.; BLAHA, P. Describing function approximation of a two-relay system configuration with application to Coulomb friction identification. *Control Engineering Practice*, v. 10, n. 6, p. 655–668, 2002.
- CANUDAS, C. et al. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Piscataway, NJ, v. 40, n. 3, p. 419–425, mar. 1995.
- DUTRA, L. S. **Estudo do consumo energético e de ar comprimido de um sistema pneumático de posicionamento**. 2018. Trabalho de conclusão de curso de Engenharia de Controle e Automação – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- FESTO. **Activating and controlling efficiently, reducing, switching off power**. [S.l.], 2014.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Feedback Control of Dynamic Systems**. New Jersey: Pearson, 1986. p. 619–630. ISBN 978-0-13-601969-5.
- KUNZ, G. O. **Desenvolvimento de uma Arquitetura Programável de Controle em Tempo Real para um Servoposicionador Pneumático**. 2006. Dissertação (Mestrado em engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- MEINSMA, G. Elementary proof of the Routh-Hurwitz test. *System and Control Letters*, v. 25, p. 238–242, 1995.
- MERRIT J, .-.J. E. Hydraulic Control Systems. In: New York: John Wiley, 1967. Nonlinearities in Control Systems, p. 271–318. ISBN 0-471-59617-5.
- PERONDI, E. A. **Controle Não-linear em Cascata de um Servoposicionador Pneumático com Compensação do Atrito**. 2002. Tese (Doutorado em engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

SATYENDRA, K. N. Describing functions representing the effect of inertia, backlash, and coulomb friction on the stability of an automatic control system. **IEEE Transactions on Applications and Industry**, v. 75, n. 4, p. 243–249, set. 1956.

SCHMITT, R. **Modelagem da dinâmica interna de uma válvula pneumática de controle de processo**. 2015. Trabalho de conclusão de curso de Engenharia de Controle e Automação – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SLOTINE, H. E. Applied Nonlinear Control. In: New Jersey: Prentice-Hall, 1991. Describing Function Analysis, p. 157–190. ISBN 0-13-040890-5.

SOBCZYK, M. R. **Controle em cascata e a estrutura variável com adaptação de parâmetros e compensação de atrito de um servoposicionador pneumático**. 2009. Tese (Doutorado em engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SOBCZYK, M. R. **O Controle em cascata e a estrutura variável de um servoposicionador pneumático**. 2005. Dissertação (Mestrado em engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SUZUKI, R. M. **Controle Baseado em Linearização por Realimentação de Estados Aplicado a um Servoposicionador Pneumático**. 2010. Dissertação (Mestrado em engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.