Ñ TEMOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
CADERNOS DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
SÉRIE B: TRABALHO DE APOIO DIDÁTICO

ESTATÍSTICA DESCRITIVA I

DINARA WESTPHALEN XAVIER FERNANDEZ

SÉRIE B, Nº 22
PORTO ALEGRE, JANEIRO DE 1994

APRESENTAÇÃO

Essas notas constituem parte dos conteúdos desenvolvidos na disciplina ESTATÍSTICA DOCUMENTÁRIA, do Curso de Bacharelado em Estatística da UFRGS. Foram organizadas com o objetivo de servir como apoio didático a disciplinas introdutórias de Estatística.

Agradecemos a nossa bolsista Simone Soares Echeveste pelo cuidadoso trabalho de digitação.

A autora

INDICE

IV - APRESENTAÇÃO DE DADOS

I - ESTATÍSTICA E SUAS DIVISÕES

1. ESTATISTICA : DESCRITIVA E INDUTIVA

Estatística é a ciência ou método científico que estuda os fenômenos multicausais, coletivos ou de massa e procura inferir as leis que os mesmos obedecem.

Em geral, é aceita a divisão da Estatística em dois grandes ramos: Descritiva e Indutiva.

A Estatística Descritiva corresponde aos procedimentos relacionados com a coleta, elaboração, tabulação, análise, interpretação e apresentação dos dados. Isto é, inclui as técnicas que dizem respeito à sintetização e à descrição de dados numéricos. Tais métodos tanto podem ser gráficos como envolver análise computacional.

Por exemplo, o volume de vendas mensais de um produto durante o ano pode ser descrito de forma significativa através da elaboração de um diagrama de barras. Os níveis relativos alcançados pelas vendas mensais poderiam ser evidenciados pelo cálculo de um índice mensal, de tal forma que a distância do valor 100, para cada mês, indicaria o desvio percentual da venda daquele mês comparativamente à média mensal de vendas do ano todo.

A finalidade da Estatística Descritiva é tornar as coisas mais fáceis de entender, de relatar e de discutir. A média industrial, a taxa de desemprego, o custo de vida, o índice pluviométrico , a quilometragem média por litro de combustível, as médias de estudantes, tudo isso se enquadra nesta categoria.

A Estatística Indutiva, Amostral ou Inferencial parte de uma ou mais amostras (subconjuntos da população) e conclui sobre a população, fundamentando-se na teoria das probabilidades, a partir da análise e interpretação dos dados obtidos.

Com maior frequência usamos o estudo de amostras do que de população, não só por serem menos dispendiosos e consumirem menos tempo no processamento dos dados, mas também porque muitas vezes não dispomos de todos os elementos da população cujas características estamos interessados em conhecer ou , ainda, quando trabalhamos com ítens que são destruídos (Ex. testar cintos de segurança quanto a sua resistência à ruptura obviamente os destrói; se fôssemos testar todos os cintos, não sobraria nenhum para a venda!).É claro que as características da amostra podem diferir das da população, bem como características de amostras distintas da mesma população podem diferir entre si.No entanto , podemos "generalizar" os resultados amostrais para a população, com base nas probabilidades. Sempre teremos um risco envolvido nas estimativas, mas será um risco conhecido e , avaliado em bases probabilísticas.

Suponhamos que estamos interessados nos resultados de um teste de inteligência não verbal aplicado a moças e rapazes na faixa de 15 a 16 anos. Se 26 e 24 forem os resultados obtidos respectivamente por uma moça e um rapaz, não teríamos dúvida em dizer que a produção da moça foi melhor do que a do rapaz.Entretanto, se esses resultados se referem as médias de amostra dos dois grupos respectivamente de moças e rapazes que estejam nesta faixa etária, já não faríamos esta afirmação com tamanha segurança, pois teríamos que checar se a diferença ocorrida não se deve a alguma flutuação de amostragem,e nestas circunstâncias teríamos que recorrer ao cálculo das probabilidades para avaliar a significância destas diferenças.

Suponhamos que um certo tipo de fertilizante deva ser utilizado com a finalidade de aumentar a quantidade de grãos de arroz ou que determinado método de ensino tenha sido sugerido com o intuito de acelerar o processo de aprendizagem. Através de uma experimentação parcial, testa-se o resultado obtido, formulam-se hipóteses, calculam-se as probabilidades do possível sucesso ou estabelecem-se os limites da confiabilidade.

O papel mais importante da inferência, reside no fato de poder orientar o pesquisador ou o analista até que limite será possivel confiar na avaliação dos resultados obtidos com as experiências.

2. ESTATÍSTICA: CLÁSSICA E ANÁLISE BAYESIANA

Os métodos da Estatística Clássica se referem à análise de dados amostrais objetivos, com a exclusão de qualquer juízo ou opinião pessoal. Ex. volume de vendas estimado com base em estudos de mercados similares, em pontos diferentes.

A Análise Bayesiana de decisão incorpora na análise estatística o uso de juízos do administrador, bem como coloca ênfase especial em possíveis perdas ou ganhos econômicos associados com decisões alternativas. Ex. volume de vendas estimado com base em opinões de administradores que já possuíssem experiência em produtos similares.Esta estimativa subjetiva poderia ser combinada com dados amostrais objetivos.

II - CONCEITOS BÁSICOS

1. UNIVERSO X POPULAÇÃO X AMOSTRA

UNIVERSO ESTATÍSTICO:

Toda vez que pretendermos realizar um trabalho de natureza estatística,esbarramos no trinômio:material-tempo-espaço.Realmente, se tivermos de realizar certa pesquisa referente à produção agrícola no Rio Grande do Sul, torna-se fundamental definir o tipo de cultura (soja,trigo,milho,etc.), a época e o local do levantamento (zona de plantio).

O universo estatístico será constituído pela totalidade de indivíduos,escolas, estudantes, pacientes, etc.,que podem ser objeto de uma pesquisa.

Os autores americanos costumam distinguir dois tipos de universo:ideal e de trabalho.

O primeiro tem uma amplitude bem maior e seria constituído pelo somatório de todas as unidades de onde se extraiu as amostras.O universo de trabalho é aquele onde se vai efetivar a nossa pesquisa. Se fôssemos proceder a um levantamento correspondente à produção de leite em Porto Alegre, o nosso universo ideal seria constituído pelo conjunto dos estabelecimentos ou unidades onde se produzisse leite: granjas, fazendas, estábulos, tambos, casas particulares, etc.Como não é possível atingir a todos os locais, nosso campo ficará restrito àqueles de maior significação, o que constituirá nosso universo de trabalho.

POPULAÇÃO

Todas as pessoas, objetos, animais, veículos, etc., integrantes de um universo e passíveis de um levantamento ou pesquisa, constitui uma população.

Assim, dependendo do objetivo da pesquisa, podemos pensar nas Faculdades e Institutos que compõem a UFRGS constituindo um universo e cada uma das partes ou subconjuntos representando uma população.

Podemos considerar dois tipos de população: homogênea e heterogênea. Quando a população acusa pequena dispersão, isto é, quando os seus componentes apresentarem características com pouca variação ela é considerada homogênea. Caso contrário, heterogênea.

É possível, além disso, considerar populações finitas e infinitas, conforme as mesmas sejam constituídas por um número finito ou infinito de unidades.

Os livros existentes na Biblioteca Pública representam uma população finita. As diversas temperaturas observadas de um avião à jato, em várias altitudes, correspondem a uma população infinita.

AMOSTRA

Amostra é qualquer subconjunto não vazio da população.

2. PARAMETRO X ESTATÍSTICA

PARAMETROS

São medidas características da população.

A média das idades de todos os alunos da UFRGS constitui um parâmetro, pois envolve o cálculo da característica "idade" em todos os elementos da população.

ESTATÍSTICA

São medidas características de uma amostra.

Se calcularmos a média das idades de 200 alunos da UFRGS . estamos com uma estatística amostral.

3. CENSO X AMOSTRAGEM

O levantamento estatístico pode ser efetuado por dois processos: censitário e amostral.

O primeiro consiste no levantamento total, completo da população. É um processo dispendioso e demorado, pois envolve o estudo das características em cada elemento da população.

O segundo processo é realizado, extraindo-se de uma população, uma ou mais amostras.

No levantamento por amostragem serão escolhidas, aleatoriamente, determinados elementos de modo que $n < N$, onde N é o número de elementos da população (também pode ser infinito) e n é o tamanho da amostra.

A utilização da amostragem nos recenseamentos provocou, de início, certa desconfiança nos resultados , argumentando os partidários do levantamento censitário, que a contagem, não sendo total, deveria estar cheia de erros. Em verdade, tanto um processo como o outro contém erros, entretanto, os da amostragem são mais fáceis de controlar, podendo inclusive ser mais preciso do que a investigação censitária.

Sendo o processo de amostragem de natureza científica e utilizando pessoal de melhor qualificação, é lógico que cada unidade investigada terá um custo mais elevado que na investigação censitária. Entretanto, no cômputo geral, estima-se que o censo tem um custo cinco vezes maior do que o da amostragem, ao ser levado em conta que o número de unidades investigadas é bem maior.

Isto também implica que o tempo gasto na pesquisa por amostragem é inferior ao do censo, possibilitando oferecer resultados mais rapidamente, e portanto mais atualizados.

Portanto, custo, tempo e precisão são fatores que nos levam a trabalhar com a amostragem. Além disso, testes destrutivos e populações infinitas só nos oferecem uma alternativa: trabalhar com amostra.

4. TIPOS DE AMOSTRAGEM

Segundo alguns autores, podem ser considerados os seguintes tipos de amostragem:

A) PROBABILÍSTICAS OU OBJETIVAS : aleatórias
proporcionais
sistemáticas
estratificadas
por conglomerado

B) NÃO PROBABILÍSTICAS OU SUBJETIVAS :

É a amostragem subjetiva, por julgamento, onde a variabilidade amostral não pode ser estabelecida com precisão. Consequentemente, não é permitido avaliar o erro amostral.

Se o tamanho da amostra é pequeno, digamos, de 1 a 5 ítens, a amostragem aleatória pode dar resultados não representativos, ao passo que uma pessoa familiarizada com a população pode especificar quais os ítens mais representativos da população. Ex. pessoas que tenham uma doença rara.

A amostragem por julgamento pode ser mais rápida e menos custosa porque não é preciso construir uma listagem dos ítens da população, mas não permite estimar o erro amostral, de modo que é conveniente usar amostragem probabilística sempre que possível.

A amostragem não probabilística deve ser evitada porque não está baseada em princípios científicos, mas à vontade de decisões pessoais. Entre inúmeros inconvenientes das amostras subjetivas citam-se os principais: tendenciosidade na seleção das unidades e impossibilidade de calcular o erro amostral.

Os planos de amostragem probabilística são delineados de tal modo que se conhece todas as combinações amostrais possíveis e suas probabilidades, podendo-se estão determinar o erro amostral.

Amostragem Aleatória

Certamente é a técnica mais importante de extrair amostras, pois é base para a maior parte de testes estatísticos.

A amostragem aleatória exige que cada elemento da população tenha a mesma probabilidade de pertencer à amostra. Se há N ítens na população, a probabilidade de extrair um ítem é 1/N. Consequentemente, todas as amostras são equiprováveis, isto é, tem a mesma probabilidade de serem extraídas.

Para seleção das amostras, utiliza-se o sorteio, numerando cada elemento da população e através de um processo manual ou mecânico, procede-se à escolha aleatória da amostra, retirando os números de um a um. Esse processo é muito moroso e exaustivo, motivo pelo qual são utilizadas as tabelas de números aleatórios. Para a utilização destas tabelas, deve-se selecionar uma página mediante sorteio e escolhidas as linhas ou colunas, efetua-se a leitura das mesmas em diagonal, em L ou outra maneira estipulada, abandonando os números que se repetirem ou extrapolarem a N.

Atualmente as calculadoras e computadores também fazem essa seleção aleatória.

Desvantagem da amostra aleatória:

* exige cadastro
* se a população for muito heterogênea, o tamanho da amostra deverá ser muito grande.

Amostragem Proporcional

Imaginemos que tivéssemos de fazer uma pesquisa a respeito dos alunos de diversos cursos de uma Universidade, onde as matrículas são:

Medicina: 675; Engenharia: 315; Direito: 180; Economia: 225; Filosofia: 105.

Observa-se qie a Medicina detém cerca de 45% do total enquanto que a Filosofia corresponde a 7%. Nesse processo as amostras não são selecionadas equiprovavelmente, porém com probabilidades proporcionais ao tamanho de cada unidade. Cada faculdade terá uma quota, que será estabelecida pelo quociente entre cada população e o total:

$$\text{Medicina}: \frac{675}{1500} = \frac{9}{20} \quad \text{ou } 45\%$$

$$\text{Engenharia}: \frac{315}{1500} = 21\%$$

Amostragem Sistemática

Escolhe-se o K-ésimo ítem da lista: $K = N/n$ onde N=tamanho da população e n= tamanho da amostra.

Ex. Suponhamos que existam 2400 estabelecimentos comerciais num certo município e que pretendemos obter uma amostra composta por 120 unidades.

Será escolhido um ítem em cada sequência de 20. O número inicial poderá ser visto na tabela de números aleatórios.

Admitindo-se que o estabelecimento sorteado seja o de número 15, os demais serão: 35,55,etc...,2395.

Observe que : $A_n = a + (n-1)K$ onde A_n= n-ésimo elemento sorteado e a= número do primeiro ítem. Assim : $A_{120} = 15+(120-1)20=2395$.

Essa técnica é semelhante à amostragem aleatória e também exige uma lista de ítens da população.

Amostragem Estratificada

A amostragem estratificada pressupõe a divisão da população em subgrupos homogêneos (estratos) de ítens similares procedendo-se então à amostragem em cada subgrupo. A lógica do processo é que, dispondo de ítens em subgrupos homogêneos, a variabilidade é menor que a da população global, o que leva a um menor tamanho de amostra.

Em geral, procede-se à amostragem aleatória em cada estrato,mas, às vezes, é útil um censo em cada ou alguns subgrupos. Por exemplo, num estudo de sistemas de inventário, não é raro acontecer que apenas 10% dos ítens em estoque num depósito de uma firma representem mais de 60% do valor do inventário, e que os restantes 90% não representem nem 40% do valor. Como há poucos ítens na categoria, ou estrato, de custo alto, sem dúvida teria sentido proceder-se a um censo nesses ítens fazendo-se amostragens em cada subgrupo.

Alguns outros exemplos: estudo de tempo em que os indivíduos de vária categorias de renda despendem com lazer, ou porcentagem de seus salários gastos em recreação, ou tipo e duração de férias, etc.; estudo do volume de vendas comparado com gastos em propaganda em várias firmas.

Amostragem por Conglomerado

A amostragem por conglomerado pressupõe a disposição dos ítens de uma população em subgrupos heterogêneos representativos da população total. Idealmente , cada conglomerado pode ser encarado como uma minipopulação. Se a formação dos conglomerados for perfeita, cada conglomerado sendo exatamente semelhante ao outro (e assim, semelhante à população básica), bastaria examinar apenas um conglomerado para fazer inferências sobre a população. Todavia, isto raramente ocorre na prática, porque os conglomerados são, em geral, grupos de ítens que se acham em estreito espaço físico: casas, quarteirões, bairros, etc. Muitas vezes tais grupos são quase homogêneos e são escolhidos por facilidade administrativa e economia de custo. Em geral, não é prático ou mesmo possível dispor os subgrupos de forma heterogênea.

Feita a organização dos subgrupos, escolhe-se aleatoriamente um determinado conglomerado que será estudado exaustivamente. No caso de se trabalhar com grupos menos heterogêneos, deve ser selecionado um número maior de conglomerados.

A amostragem por conglomerados tem duas vantagens sobre a amostragem aleatória. Uma é que se os ítens da população se acham muito dispersos, uma amostra aleatória pode acarretar consideráveis dispesas, viagens, etc. para ser avaliada, ao passo que os ítens de cada conglomerado estão próximos uns dos outros.

A segunda vantagem é que não é necessário cadastro da população, basta uma listagem de conglomerados.

IMPORTANTE

Frequentemente, um plano de amostragem incorpora vários desses tipos. Por exemplo, os ítens da população podem ser as pessoas que vivem em determinado Estado. O Estado pode ser dividido em regiões (conglomerados), fazendo-se uma seleção aleatória de regi õ es para estudo . As regiões seriam divididas(estratificadas) em áreas rurais e urbanas. As áreas urbanas poderiam ainda ser estratificadas em residenciais e comerciais, ou em áreas centrais e suburbanas. Os diversos estratos podem então ser submetidos a amostragem aleatória, ou subdivididos em conglomerados, ou novamente estratificados e então submetidos a amostragem ou a um censo.

Como cada técnica de amostragem tem suas fórmulas específicas , naturalmente, o processo pode se tornar bastante complicado.

RESUMO

A finalidade da amostragem é permitir fazer inferências sobre uma população após inspeção de apenas parte dela. Fatores como custo, tempo, ensaios destrutivos e populações infinitas tornam a amostragem preferível a um estudo completo (censo) da população. Naturalmente, espera-se que a amostra represente a população da qual foi extraída. Potencialmente, esse objetivo é atingido quando a amostragem é aleatória.

Em certas condições, podem ser eficientes variantes da amostragem aleatória simples, tais como amostragem sistemática(periódica), estratificada (subgrupos homogêneos), por conglomerado (subgrupos convenientes). A principal vantagem da amostragem aleatória é que se pode determinar o grau de variabilidade amostral , o que é essencial na inferência estatística. À amostragem não-probabilística falta essa característica, embora possa ser utilizada por outras razões de ordem prática.

5. TIPOS DE VARIAVEIS

5.1. CLASSIFICAÇÃO

Quando efetuamos um levantamento estatístico, estamos querendo conhecer alguma(s) característica(s) da população. Essas características são as variáveis que podem ser qualitativas ou quantitativas.

As variáveis quantitativas podem ser discretas ou contínuas.

Uma variável discreta pode assumir valores somente em pontos isolados ao longo de uma escala de valores. Tipicamente, resulta através de processos de contagem. Por exemplo: número de pessoas por domicílio; unidades de um artigo em um inventário; número de peças defeituosas encontradas por lote; número de votos obtidos por certo candidato.

Uma variável contínua pode assumir qualquer valor ao longo de um intervalo especificado. É gerada pelo processo de medição. Por exemplo: peso de cada remessa; tempo ocorrido antes da primeira falha de um dispositivo; temperatura máxima observada durante os meses de inverno em Caxias do Sul; altura de alunos.

Quando a variável resulta da simples inspeção dos ítens quanto à determinada característica, obtemos uma variável qualitativa(atributo). Por exemplo: defeituosidade(ter ou não ter defeito); sexo(masculino ou feminino); cor de olhos; profissão; religião.

O valor particular que uma variável assume numa unidade populacional é chamado dado estatístico.

5.2. SOMATÓRIO

No estudo de variáveis quantitativas é muito útil saber trabalhar com somatórios.

a. SOMATÓRIO SIMPLES

Considere X uma variável que assume as determinações X_i ($i = 1,2,...N$). A soma dos valores de X é $X_1+X_2+...+X_N$ que pode ser sintetizada por:

$$\sum_{i=1}^{N} X_i = X_1+X_2+...+X_N$$

onde o símbolo $\sum$ (sigma) indica soma e é denominado "somatório".

Exemplo: Em cinco lançamentos de uma rede ao mar, os números de peixes apanhados foram:

2,7,3,5,3

Desta forma, as observações são denominadas:

X_1, X_2, X_3, X_4, X_5

correspondendo, respectivamente, aos números de peixes do 1º,2º,3º,4º e 5º lançamentos da rede ao mar.

Então:

a) qual é o valor de N ? 5

b) qual é o valor de X_2 ? 7

c) para que valor de i o valor de X é 5 ? 4

d) quanto é $\sum_{i=1}^{5} X_i$? $\sum_{i=1}^{5} X_i = X_1+X_2+X_3+X_4+X_5 = 2+7+3+5+3=20$

e) calcule:

e.1. $\sum_{i=4}^{5} X_i = X_4+X_5 = 5+3= 8$

e.2. $\sum_{i=1}^{5} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 + X_5^2 = 2^2+7^2+3^2+5^2+3^2 = 96$

e.3. $\left(\sum_{i=1}^{5} X_i \right)^2 = (20)^2 = 400$

PROPRIEDADES:

Sendo K uma constante e X e Y variáveis:

P1: $\sum_{i=1}^{N} K = NK$

P2: $\sum_{i=1}^{N} K.X_i = K.\sum_{i=1}^{N} X_i$

P3: $\sum_{i=1}^{N} (X_i \pm Y_i) = \sum_{i=1}^{N} X_i + \sum_{i=1}^{N} Y_i$

Observe que:

(1) Se $Z = X/Y$ então $\sum_{i=1}^{N} Z_i = \sum_{i=1}^{N} X_i/Y_i$ e não $\sum X_i / \sum Y_i$

como também erroneamente alguém poderia pensar.

(2) Se $Z = X.Y$ então $\sum_{i=1}^{N} Z_i = \sum_{i=1}^{N} X_i.Y_i$ e não

$(\sum_{i=1}^{N} X_i).(\sum_{i=1}^{N} Y_i)$, como erroneamente alguém poderia pensar.

b. SOMATÓRIO DUPLO

Em muitas situações a variável pode estar envolvida com dois índices.

Exemplo: Organizando o peso (Kg) de 6 peixes segundo sua espécie (i= 1,2,3) e sexo (j= 1,2) obtemos:

Espécie	Sexo Masculino j=1	Sexo Feminino j=2	Total por espécie
Linguado i=1	4,5	4,2	8,7
Tainha i=2	2,8	2,6	5,4
Merluza i=3	2,5	2,0	4,5
Total por sexo	9,8	8,8	18,6

Assim :

X_{ij} = peso do peixe da espécie i do sexo j.

Então:

X_{11}= 4,5 Kg; indica que o Linguado (i=1) de sexo masculino (j=1) pesou 4,5 Kg.

X_{31}= 2,5 Kg; indica que o Merluza (i=3) de sexo masculino (j=1) pesou 2,5 Kg.

$X_{3.}$ = 4,5 Kg, indica que peso total referente aos peixes Merluza foi de 4,5 Kg.

$X_{.2}$= 8,8 Kg; indica que o peso total referente aos peixes de sexo feminino foi de 8,8 Kg.

6. APRESENTAÇÃO DOS DADOS

6.1 UNIDADES DE MEDIDA

O Decreto nº 52423 de 30.08.63 , expediu o regulamento adotando no Brasil as unidades baseadas no sistema métrico decimal e nas resoluções das Conferências Gerais de Pesos e Medidas, reunidas por força da Convenção Internacional do Metro, de 20.05.75. Cabe ao Instituto Nacional de Pesos e Medidas organizar os quadros com as unidades. As unidades mais usadas são:

	Unidade		Observação
GRANDEZA	Nome	Símbolo	
	metro	m	vale 1852 metros
COMPRIMENTO	milha marítima		só para assuntos marítimos
	metro		
ÁREA	quadrado	m^2	$1a = 100\ m^2$
	are	a	$1ha = 100a = 10000m^2$
VOLUME	metro		1 litro $= 1\ dm^3$
	cúbico	m^3	$1\ st = 1\ m^3$
	litro 1		medida para lenha
	estéreo st		
	tonelada		
	de arqueação		vale 2,83 m^3 usada para embarcações
TEMPO	segundo s		
VELOCIDADE	metro por		1 Km/h=0,2778 m/s
	segundo m/s		vale 1 milha
	nó		marítma/hora=0,5144m/s
MASSA	quilograma Kg		vale 0,2 g.
	quilate		Medida para pedras e metais preciosos.

6.2 DIGITOS SIGNIFICATIVOS

A mensuração de dados contínuos nunca é exata, uma vez que o nível de precisão da medida sempre poderia ser melhorado pela obtenção de um instrumento de medida mais sensível. Muito embora os processos de contagem geralmente resultem em dados discretos que são exatos, até mesmo esses dados podem, ás vezes, ser contados apenas de maneira aproximada.

Por conseguinte nos números que expressam os dados, fazemos a distinção entre dígitos significativos, os quais representam um informação precisa, e dígitos que não são acurados, que servem frequentemente apenas para localizar a vírgula.

O resultado de um cálculo estatístico não pode conter mais dígitos significativos que os dados de menor precisão utilizados. Apenas os dígitos significativos do resultado devem se apresentados para evitar uma falsa impressão de exatidão.

Ex.: Suponha que um indivíduo tivesse acumulado ativos de diversos tipos e que seus valores fossem medidos aos níveis de precisão abaixo:

Ações	Cr$ 4900 (ao Cr$100 mais próximo)
Conta de poupança	Cr$ 2625 (ao Cr$1 mais próximo)
Dinheiro em mãos	Cr$ 81,25

O ativo total Cr$ 7606,25 deve ser apresentado também ao Cr$100 mais próximo, no caso: Cr$ 7600, já que esta foi a menor precisão incluída na soma.

Uma vez que a precisão é ao Cr$ 100 mais próximo, existem apenas dois dígitos significativos no montante total de ativos, sendo incluídos dois zeros para localizar a vírgula.

O número de dígitos significativos indica o erro máximo associado com o valor declarado, os limites numéricos dentro dos quais se localiza o valor verdadeiro, bem como o nível de precisão associado com o valor.

Ex.: Um valor declarado de Cr$ 3800 pode ter dois, três ou quatro dígitos significativos, dependendo se os zeros estão presentes apenas para localizar a vírgula ou se um ou mais zeros representam de fato valores mensurados.

Assim, se em Cr$ 3800 há dois dígitos significativos, então a medida foi feita à centena mais próxima, o erro máximo é de Cr$ 50 e o valor verdadeiro está localizado entre Cr$ 3795 e Cr$3805.

6.3 ARREDONDAMENTO DE DADOS

a) Quando o primeiro algarismo a ser abandonado for 0,1,2,3 ou 4, fica inalterado o último algarismo a permanecer.

Ex.: 48,23 = 48,2

b) Quando o primeiro algarismo a ser abandonado for 6,7,8 ou 9, aumenta-se de uma unidade o último algarismo a permanecer.

Ex.: 23,07 = 23,1

34,99 = 35,0

c) Quando o primeiro algarismo a ser abandonado for 5, haverá duas soluções:

c.1) como regra geral segue-se:

Ex.: 12,252 = 12,3

c.2) se ao 5 só se seguirem zeros, arredonda-se para o par mais próximo, ou seja, o último algarismo a ser conservado só será aumentado se for ímpar.

Ex.: 24,750 = 24,8

24,650 = 24,6

Aconselha-se:

* só fazer arredondamentos ou compensações nos resultados finais e nunca nos cálculos intermediários.

Ex.: se quisermos o resultado de $(100 \times 0,6505)^2$ com uma casa decimal, devemos fazer $65,05^2 = 4231,5025 = 4231,5$. Se arredondássemos imediatamente 0,6505 para décimos, resultaria 0,7 e 4.900,0 como resposta.

* fazer os cálculos sempre com uma casa decimal a mais do que a precisão desejada.

Ex.: $9,7 \div 7 = 1,38 = 1,4$

* nas operações do tipo " a x b + c " é de se fazer em primeiro lugar a multiplicação (em que não se perde precisão), para depois efetuar a divisão.

III - FASES DO LEVANTAMENTO ESTATÍSTICO

O planejamento de um levantamento estatístico abrange as seguintes fases, segundo alguns autores:

1. DEFINIÇÃO DO UNIVERSO

O universo a ser investigado deve ser definido precisamente, sob pena de comprometer o resultado do levantamento. Evitar expressões vagas como: municípios importantes, cidades populosas, municípios agrícolas, etc. Precisar também a época do levantamento, para evitar seleções tendenciosas de dias, semanas ou meses.

2. EXAME DAS INFORMAÇÕES DISPONÍVEIS

Ao planejar uma pesquisa, deve-se como medida preliminar, reunir todo o material existente (mapas, apurações) relativo a levantamentos iguais ou assemelhados. Se houver algum relatório disponível, as informações obtidas podem ser valiosas para evitar dificuldades ao estudo da dinâmica do fenômeno.

3. DECISÃO SOBRE O TIPO DE LEVANTAMENTO

Os fatores tempo, custo e precisão determinam a realização de um levantamento censitário ou amostral.

4. OBTENÇÃO DAS INFORMAÇÕES

Há várias maneiras de se obterem informações. Dentre elas:

a) por via postal

Em alguns países (EUA , Europa , Canadá) os órgãos encarregados de levantamentos estatísticos valem-se do sistema postal. Em nosso país, não é recomendável utilizar este sistema, pois existem as seguintes desvantagens:

* correios não atingem todas as localidades;
* dificuldade de transporte no interior, levando demora para realizar o projeto;
* extravio;
* entrega atrasada;
* incompreenção do informante sobre algum quesito do questionário;

* demora no preenchimento do questionário;
* falta de respostas;
* inexistência de cadastros atualizados.

Vantagens:

* economia: dispensa agentes e supervisores, o que significa imensa economia de tempo e dinheiro;
* técnicas: o contato direto entre o órgão responsável pelo levantamento e o informante, evita a temível tendenciosidade de agentes mal instruídos;
* sociais: o informante preenche o questionário no momento que lhe for mais propício.

b) por telefone

Sob o aspecto econômico e de presteza, seria o ideal para obter informações. Uma pessoa faria, em média, 160 chamadas em 8 horas diárias de trabalho. Serve apenas para questões simples, de número reduzido de respostas imediatas. Desvantagens: o número de telefones no Brasil é limitado; não identifica o agente.

c) entrevista direta

Quando exercida com indispensável habilidade, é o meio mais eficiente para obter informações com as seguintes vantagens:

* maior porcentagem de questionários preenchidos;
* garantia de melhor preenchimento;
* obtém úteis informações suplementares;
* esclarece o informante sobre as questões;
* educa o informante.

Desvantagens:

* maior tempo para cobertura de determinada área geográfica, pois nem sempre o informante atenderá o agente na primeira entrevista;
* maior custo: treinamento do pessoal de campo e gasto com transporte.
* tendenciosidade tanto do agente quanto do informante.

O êxito da entrevista depende, em grande parte, do agente, que deve:

* identificar-se, com documento hábil;
* expor os objetivos da pesquisa;
* explicar a importância da sua cooperação;
* explicar que as informações são confidenciais;
* usar linguagem comum;
* evitar discussões sobre política, religião, etc...;
* não fazer ameaças de multas, detenções, etc...;
* não prometer recompensas;
* evitar perda de tempo;
* comprometer-se a voltar noutra oportunidade,se necessário.

5. ELABORAÇÃO DO QUESTIONARIO

É obra das mais delicadas,pois é o instrumento que conterá as informações necessárias para alcançar o objetivo da pesquisa.

Duas condições são indispensáveis:

* ser epecialista na matéria que vai constituir o objeto da pesquisa;
* possuir a necessária experiência na técnica de investigação estatística. Os aspectos material e técnico do questionário são muito importantes.

O aspecto material corresponde:

a. Tamanho do questionário.

Evitar número muito grande de quesitos; cuidar sua disposição.

b. Cuidados com a qualidade do papel.

Deve ser resistente e durável e,preferencialmente, de baixo preço. A dimenção indicada quanto ao papel utilizado é o tamanho ofício.

c. Cor do papel

A cor tem influência na receptividade do informante. A pesquisa de mercado observou maior receptividade do informante ao papel amarelo, seguido pelo rosa. Há forte reação aos papéis de cores escuras.

d. Tipo de impressão

Pode ser datilografado, mimeografado, impresso tipograficamente,digitado em processador de texto etc... levados em consideração custo e qualidade.

6. PESQUISA DE ORIENTAÇÃO

Após termos os questionários prontos e os agentes habilitados, é conveniente realizar um levantamento experimental. Isto é importante, pois:

* familiarizará o agente com a técnica de investigação;
* testa o questionário;
* verifica a reação do informante ao questionário;
* obtém dados sobre o custo e o tempo de operação;
* verifica a falta de respostas.

7. COLETA DE DADOS

É a pesquisa propriamente dita.

A coleta de dados é aquela fase do trabalho estatístico que consiste na busca dos informes necessários à pesquisa que será desenvolvida.

Podemos considerar dois tipos de coleta: direta e indireta.

a) Coleta direta:

Consiste no levantamento de dados primários (ou brutos), isto é, dados que resultam da observação direta do fenômeno ou são obtidos mediante informações; não sofrem qualquer alteração. O agente coletador ou investigador vai proceder à observação nas fontes originárias ou vale-se de informações relativas às mesmas. Assim, os recenseamentos, os registros de nascimentos, casamentos, etc., constituem exemplos de coleta direta.

A coleta direta pode ser:

* contínua, espontânea ou automática:

Quando os dados são obtidos em virtude de determinados imperativos legais, de modo permanente. Tal tipo de coleta prescinde da presença do agente, pois os dados são fornecidos diretamente pelo informante. São exemplos: dados relativos a casamento, óbitos, etc.

* periódica ou reflexa

Quando realizada em determinadas épocas. São exemplos: censos (demográficos, industriais, e agrícolas);declarações de imposto de renda, etc.

* ocasional

Quando os dados são coletados extemporaneamente, em virtude de uma circunstância especial. São exemplos: levantamento determinado por motivo de uma epidemia, de uma enchente, de uma crise econômica, etc.

b) Coleta indireta

Muitas vezes os dados primários são de difícil obtenção. Em tais circunstâncias, a coleta passa a ser feita por dedução, baseada em dados coletados diretamente. Outras vezes os dados são conseguidos mediante informações ou através de conhecimento de fatos relacionados com o que se pretende pesquisar. Os dados assim obtidos são chamados de dados elaborados (secundários), isto é, resultam da manipulação de dados primitivos. Tal modalidade de obtenção de dados é a coleta indireta.

Podemos conceber dois tipos de coleta indireta:

* por proporcionalização

Quando conhecidos certos elementos referentes a um acontecimento, calcula-se, por proporção, o valor global.

* por avaliação

Quando, através de informações ou estimativas, se presume a intensidade do fenômeno. Temos assim o caso das previsões de colheita de lavouras de arroz, trigo, soja, etc.

8. APRECIAÇÃO OU CRITICA DOS DADOS

Após a coleta, os dados são submetidos a um exame chamado apreciação ou crítica, cuja a finalidade é a eliminação de possíveis erros cometidos, quer em decorrência de respostas incorretas, quer derivadas de deficiências dos próprios agentes.

Podemos considerar dois tipos de crítica:

* Externa ou preliminar

Feita pelos próprios agentes coletadores, a fim de evitar devoluções de questionários mal preenchidos ou portadores de erros grosseiros.

* Interna ou secundária

Executado pelo órgão responsável e corresponde a uma nova revisão, mais minunciosa, dos questionários. Se confirmada a existénica de discrepâncias, caberá aos revisores decidir a respeito de uma possível devolução dos questionários para retificar.

9. APURAÇÃO

Após escoimados os boletins de possíveis erros, são os mesmos separados e classificados em grupos para a codificação, contagem e síntese dos resultados. A tal estágio de trabalho estatístico dá-se o nome de Apuração, a qual, de acordo com o volume e natureza do levantamento efetuado , pode ser realizado de forma manual ou com o uso de computador.

10. ANÁLISE DOS DADOS

Um dos aspectos mais importantes é o da avaliação da precisão do levantamento, seja ele censitário ou amostral. A referida avaliação para censos é efetuada através de amostragem. Por exemplo: Um censo comercial da França não pode ser publicado, pois foi verificado, por amostragem, deficiência no censo.

Feita essa avaliação, é realizada a análise de dados utilizando-se procedimentos estatísticos adequados. Atualmente, a maioria dos órgãos de pesquisa dispõe de equipamentos computacionais que facilitam a atuação do estatístico à medida em que pode se utilizar de softwares (programas) estatísticos para efetivar a análise dos dados.

11. APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Analisados os resultados e convenientemente sintetizados, os dados podem ser apresentados em quadros especiais (tabelas) ou representados graficamente, interpretados por especialistas e divulgados sob várias maneiras (anuários,boletins,revistas,etc.).

12. RELATÓRIO FINAL

A cada pesquisa deve corresponder um relatório, fazendo uma descrição geral da pesquisa: região geográfica, natureza das informações coletadas, métodos de coleta de dados, de amostragem, finalidade da pesquisa, custo, avaliação, planejamento, precisão, etc.

IV- APRESENTAÇÃO DE DADOS

Já vimos que podemos apresentar os resultados de um levantamento de dados de forma tabular e/ou gráfica.

1. SÉRIES ESTATÍSTICAS:

Consiste no agrupamento dos dados estatísticos em tabelas.

Em qualquer série estatística são observados três elementos fundamentais:

* Fato, isto é, o fenômeno que foi investigado e cujos valores numéricos estão sendo apresentados na tabela;

* Espaço geográfico, ou seja, o local ou região onde o fato ocorreu;

* Época: refere-se à data em que o assunto foi investigado.

Qualquer dos elementos acima pode permanecer constante ou variar, originando a seguinte classificação das séries estatísticas:

1.1. HISTÓRICAS

Ou cronológicas, temporais e de marcha.

Caracterizam-se pelo fato de serem dados reunidos de acordo com o tempo, que varia. Os outros dois fatores - local e fato - permanecem inalterados.

Ex.: Exportações brasileiras
1968-72

ANOS	QUANTIDADE (em 1000 toneladas)
1968	23 487
1969	30 205
1970	39 970
1971	43 824
1972	45 694

Fonte: Anuário Estatístico do Brasil - 1973

As séries podem ainda apresentar-se sob a forma mista resultante da combinação dos elementos tempo, espaço e espécie. Surgem então as séries mistas, conjugadas ou de dupla entrada que podem ser temporais e específicas geográficas, etc.

Exemplo:

População economicamente ativa por setor de atividade-Brasil

SETOR	POPULAÇÃO (1000 HABITANTES)		
	1940	1950	1960
Primário	8968	10255	12163
Secundário	1414	2347	2962
Terciário	3620	4516	7525

Fonte: IPEA

Esta série é específico-temporal.

Convém lembrar que nem sempre uma tabela representa uma série estatística. Às vezes, os dados reunidos revelam um aglomerado de informações sobre determinado assunto que, embora úteis, não apresentam a consistência necessária para se configurar uma série estatística.

Exemplo.: Situação dos espetáculos cinematográficos no Brasil-1967

ESPECIFICAÇÃO	DADOS NUMÉRICOS
Número de cinemas	2488
Lotação dos cinemas	1722348
Sessões por dia	3933
Filmes de longametragem	131330488
Meia entrada	89581234

Fonte: Anuário Estatístico do Brasil - IBGE

OBS.: As séries temporal, geográfica e específica são as séries homógrafas.

Série homógrafa é aquela em que a variável descrita apresenta variação discreta ou contínua.

1.4. DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA

As distribuições de frequência são séries heterógrafas, isto é, séries na qual o fenômeno ou fato apresenta graduações ou subdivisões. Embora fixo, o fenômeno varia em intensidade.

Nas distribuições de frequência, os dados são ordenados segundo um critério de magnitude, em classes ou pontos, permanecendo constante o fato, o local e o tempo. É um tipo de tabela que condensa uma coleção de dados conforme as frequências ou repetições de seus valores.

1.4.1 DADOS BRUTOS

Feita a coleta, os dados originais ainda não se encontram prontos para análise, por não estarem numericamente organizados: são os dados brutos.

Na tabela abaixo estão relacionados os valores correspondentes ao consumo individual de energia elétrica, medido em quilowatts-hora, em um grupo de 50 usuários:

CONSUMO MENSAL DE ENERGIA ELÉTRICA, POR 50 USUÁRIOS - KWH

19	58	62	80	57	8	126	136	96	144
28	90	86	38	94	82	75	148	114	131
81	66	95	121	158	64	105	118	73	83
74	50	92	60	52	89	58	10	90	94
36	3	75	72	157	125	76	88	78	84

Como podemos observar, as cifras estão dispostas de forma desordenada. Em razão disso, pouca informação se consegue obter inspecionando os dados anotados. Mesmo uma informação tão simples como saber os consumos máximo e mínimo requer um certo exame dos dados.

1.4.2 ROL

O rol é uma lista em que os valores estão dispostos em ordem crescente ou decrescente.

Dispondo os dados de acordo com o consumo, obtém-se:

CONSUMO MENSAL DE ENERGIA ELÉTRICA POR 50 USUARIOS - KWH

3	58	89	118
8	58	90	121
10	60	90	125
19	62	92	126
28	64	94	131
36	66	94	136
38	72	95	144
50	73	96	148
52	74	105	157
57	75	114	158

Essa classificação proporciona algumas vantagens concretas em relação a sua forma original. Torna possível visualizar, de forma bem ampla, as variações de consumo, uma vez que os valores extremos são percebidos de imediato. Também permite observar uma tendência de concentração dos valores na faixa de 50-90 KWH.

Apesar do rol propiciar ao analista mais informações com menos esforço de concentração do que os dados brutos, ainda persiste o problema de a análise ter que se basear nas 50 observações individuais. O problema se agravará quando o número de observações for muito grande.

1.4.3 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA

As distribuições de frequência são tabelas nas quais os valores se apresentam em correspondência com suas repetições, evitando-se assim que elas apareçam mais de uma vez na tabela,como ocorre com o rol.

O número de repetições de um valor é chamado de frequência desse valor.

A distribuição de frequências proporciona uma apresentação esteticamente mais vantajosa dos dados, facilitando ainda a verificação do comportamento do fenômeno. É possível, por outro lado, com a utilização de uma distribuição de frequências, a obtenção de estatísticas (medidas) com menos cálculo e, consequentemente, em menos tempo do que se esse trabalho fosse realizado a partir de dados brutos e sem a utilização de recursos computacionais.

As distribuições de frequência podem apresentar tanto valores individuais como valores agrupados por classes.

1.4.3.1 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA POR PONTO

É uma tabela onde os valores da variável aparecem individualmente. Esse tipo de apresentação é utilizado para apresentar uma variável discreta.

Exemplo:

NÚMERO MENSAL DE APARELHOS DEFEITUOSOS
EMPRESA X

NUMERO DE APARELHOS COM DEFEITO X_i	NUMERO DE MESES f_i
0	2
1	3
2	7
3	4
4	5
5	5

Na primeira coluna, encabeçada por X_i são anotados os valores da variável. Na segunda coluna, encabeçada por f_i, são apresentadas as frequências, resultantes da contagem,

É conveniente, quando o trabalho for manual, utilizar uma coluna auxiliar intermediária, para que se efetue a contagem dos valores repetidos.

A soma das frequências é sempre igual ao número de valores observados:

$$\sum_{i=1}^{m} f_i = N$$

onde: m = número de determinações da variável;

f_i = número de observações de cada valor;

N = número total de valores observados.

1.4.3.2 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA POR INTERVALO.

Muitas vezes, mesmo com o risco de se sacrificar algum detalhe manifestado na ordenação dos valores individuais, há vantagem em resumir os dados originais de uma distribuição de frequências, onde os valores observados não mais aparecerão individualmente, mas agrupados em classes.

Quando a variável for contínua, deve-se agrupar os valores observados em classes. Se, por outro lado, a variável for discreta e o número de valores representativos da variável for muito grande, recomenda-se o agrupamento dos dados em classes.

Exemplo:

NOTAS DE ALUNOS

Notas	Frequências
0 ⊢ 2	10
2 ⊢ 4	40
4 ⊢ 6	30
6 ⊢ 8	10
8 ⊢ 10	10

Para a construção desta tabela, não há necessidade de se ordenarem os valores originais. Pode-se partir diretamente da lista de dados brutos. Por outro lado, não figuram mais os valores exatos de cada item em particular. Apesar disso, a tabela informa a tendência da série em torno de um valor central, além de proporcionar uma visão panorâmica do comportamento da variável, o que seria impossível de fazer com os dados brutos.

O símbolo ├── indica inclusão na classe do valor situado à esquerda e exclusão do valor situado a sua direita.

Podem ser também utilizados os símbolos: ├──┤ ──── ──┤

1.4.4- ELEMENTOS CARACTERÍSTICOS DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS:

a. AMPLITUDE TOTAL: H

É a diferença entre o maior e o menor valor observado da variável em estudo:

$H = L_s - L_i$

b. CLASSE

É cada um dos grupos de valores em que subdivide a amplitude total do conjunto de valores observados da variável.

O número de classes é representado por "m". É importante que a distribuição conte com um número adequado de classes. Se, por outro lado, forem utilizadas muitas classes, haverá algumas com frequência nula ou muito pequena e o resultado será uma distribuição irregular e prejudicial à interpretação do fenômeno como um todo.

Para determinar o número de classes, existem alguns critérios. São eles:

b.1. o número de classes deve estar entre 5 e 20: $5 < m < 20$

b.2. $m = \sqrt{N}$

b.3. Fórmula de Sturges:

$m = 1 + 3{,}322.\ \log N$

Ex.: (i). Se o número de observações for 500:

$N = 500;\ \log 500 = 2{,}69897$

$m = 9{,}9 = 10$ classes

(ii) Se o número de observações for 50:

$N = 50;\ \log 50 = 1{,}69897$

$m = 6{,}6 = 7$ classes

Esses dois exemplos revelam um dos incovenientes resultantes da aplicação dessa fórmula, que é o de propor um número demasiado de classes para um número pequeno de observações e relativamente poucas classes, quando o total de observações for grande.

b.4. Truman L. Kelley sugere os seguintes números de classes, com base no número total de observações, para efeito de representação gráfica:

N	5	10	25	50	100	200	500	1000
m	2	4	6	8	10	12	15	15

b.5. Pelo desvio padrão

Para obtermos máxima precisão no cálculo das estatísticas na distribuição de frequências resultantes, recomenda-se que o intervalo de classe não seja maior que 1/4 do desvio padrão. No entanto, muitas vezes os dados não ficam adequadamente condensados para representação gráfica usando este critério e, neste caso, é preferível aumentar o intervalo de classe para 1/3 ou 1/2 do desvio padrão.

O desvio padrão não é conhecido no momento da organização da distribuição de frequência, mas poderá ser estimado através da relação que existe entre amplitude, desvio padrão e número de observações, dada na tabela a seguir:

Valores da relação H/σ

nº de observações	H/σ	nº de observações	H/σ
20	3,7	200	5,5
30	4,1	300	5,8
50	4,5	400	5,9
70	4,8	500	6,1
100	5,0	700	6,3
150	5,3	1000	6,5

Exemplo:

Os dados a seguir, referem-se à altura, em metros, de Pinus elliottii, com 10 anos de idade, no espaçamento 2,0 x 2,5 cm.

8,46	7,50	8,84	10,85	8,97
7,28	9,00	8,77	9,08	11,73
13,60	9,06	9,21	10,09	10,23
10,38	11,00	8,03	10,83	6,45
10,27	8,00	5,20	10,94	7,76
12,37	10,17	9,58	6,68	12,39
9,89	9,60	5,90	9,13	8,01
9,92	9,15	12,06	11,63	8,22
11,65	6,30	10,08	8,73	7,02
10,72	10,97	7,53	10,46	8,89

$H = Ls - Li = 13,6 - 5,20 = 8,4$

Estimativa do desvio padrão pela tabela:

$n= 50 - H/\sigma = 4,5 - \sigma = H/4,5 = 8,4/4,5 = 1,8667 = 2,0$

[para esses dados temos que $\sigma = 1,82$ e $\mu = 9,37$]

Fazendo o intervalo de classe ou amplitude da classe:

$h = 1/2s$, temos:

$h = 1/2 \times 2,0 = 1,0$

O que resulta na distribuição de frequência seguinte:

Altura de 50 Pinus elliotti

classes	f_i
5 ├── 6	2
6 ├── 7	3
7 ├── 8	5
8 ├── 9	10
9 ├── 10	10
10 ├── 11	12
11 ├── 12	4
12 ├── 13	3
13 ├── 14	1
Σ	50

m = 9 classes

b.6. Mesmo conhecendo esses critérios, o estatístico deverá ter em mente que a escolha do número de classes dependerá antes da natureza dos dados e da unidade de medida em que eles foram expressos do que de regras muitas vezes arbitrárias e pouco flexíveis. Portanto, a experiência e conhecimento da variável pelo estatístico constituem, talvez o critério mais eficaz para a determinação do número de classes.

c. LIMITES DE CLASSES

c.1. Limite inferior ou superior

Os limites de classe são seus valores extremos. A segunda classe do exemplo das notas tem como limites os valores 2 e 4. O valor 2 é o limite inferior ou mínimo de classe, enquanto o valor 4 é denominado limite superior da classe.

Para a construção de uma tabela de frequências é muito importante a escolha dos limites das classes, de forma que seus pontos médios (item e) coincidam, tanto quanto possível, com a concentração dos valores reais. Além disso, é recomendável que os limites de classes sejam representados por números inteiros. Por outro lado, ao estabelecer os limites de classe, deve-se ter cuidado para evitar interpretações ambíguas.

Por exemplo: Os limites 20 —— 40 não são claros,

40 —— 60

em virtude de não se saber em que classe deve ser incluído o valor 40.

Se os valores originais estiverem arredondados para inteiros, será correto escrever: 20 —— 39

40 —— 59

No entanto, seria mais aconselhável a utilização de 20 ├── 40

40 ├── 60

ficando subentendido que o valor 40 é excluído da 1º classe e incluído na 2º.

É conveniente se conhecer a noção de limites reais de classes, pois podem ocorrer tabelas com outro tipo de representação.

c.2. Limites reais de classes

Considere:

classes	f_i
2,50 a 2,59	1
2,60 a 2,69	2
2,70 a 2,79	7

A primeira classe, cujos limites são 2,50 a 2,59, congregaria, na realidade, valores compreendidos no intervalo 2,495 a 2,595. Esses limites são denominados limites reais de classe e são obtidos pela média aritmética entre o limite superior de uma classe e o limite inferior da classe seguinte. O limite superior real da primeira classe será: $\frac{2,59 + 2,60}{2} =$ 2,595.

c.3. Limites não definidos

Uma classe com limite indefinido ou aberto é aquela que inclui todos os valores da variável menores que um certo limite superior especificado, ou maiores que um limite inferior especificado.

Ex.: Acionistas da G.L.T.S.A.
componentes eletrônicos

nº de ações	acionistas f_i (1000)
1 a 99	20
100 a 499	70
500 a 999	50
1000 a 9999	45
10000 ou mais	5
TOTAL	190

A utilização desse expediente prejudica a análise e representação dos dados. Não se sabe, na realidade, se a média de ações possuídas pelos 5000 acionistas com 10000 ou mais ações é um número muito próximo ou muito afastado desse limite inferior. Não é possível utilizar cálculos em que se requeira maior exatidão, como por exemplo, estimar a média de ações por acionista.

d. INTERVALO DE CLASSE OU AMPLITUDE DO INTERVALO DE CLASSE

É o comprimento da classe, sendo definida como a diferença entre seus limites superior e inferior.

$$h_i = l_{si} - l_{ii}$$

Quando as classes tiverem a mesma amplitude, pode-se determinar a amplitude do intervalo de classe tomando a diferença entre dois limites inferiores ou superiores sucessivos da classe.

É conveniente construir tabelas onde os intervalos de classe sejam iguais. Entretanto, a adoção desse procedimento pode ,em certas ocasiões, resultar em uma distribuição de frequência deformada, o que não acontece se as amplitudes forem desiguais. Nesse caso, a nova amplitude deverá ser múltiplo da original, preferencialmente, dobro, quíntuplo ou décluplo.

c. PONTO MÉDIO DA CLASSE: X_i

O ponto médio ou valor médio de classe é o valor que a representa, para efeito de cálculo de certas medidas. Considera-se que os resultados incluídos em cada classe distribuem-se uniformemente por seu intervalo.

Para obter o ponto médio, basta acrescentar ao seu limite inferior a metade da amplitude correspondente.

Quando as classes forem representadas com $\vdash\!\!\!-\!\!-$, o ponto médio poderá ser calculado através da média aritmética dos limites do intervalo:

$$X_i = \frac{li_i + ls_i}{2}$$

f. FREQUÊNCIA

Podemos representar e caracterizar os seguintes tipos de frequências numa distribuição de frequência:

Frequência simples:
- * absoluta
- * relativa

Frequência acumulada:
- * "abaixo de " (crescente)
  - * absoluta
  - * relativa
- * "acima de " (decrescente)
  - * absoluta
  - * relativa

f.1. Frequência simples

* Frequência absoluta simples: f_i

É o número de observações de um valor individual ou de uma classe. Na classe: $F_2 = 40$.

Interpretação: 40 alunos obtiveram notas de 2 a 4 (exclusive).

* Frequência relativa simples: f_{ri}

Representa a proporção de observações de um valor individual ou de uma classe, em relação ao número total de observações:

$f_{ri} = f_i/N$

Em relação à tabela "Nota dos Alunos"

$f_{r2} = 40/100 = 0,40$

Interpretação: 40% dos alunos obtiveram nota de 2 a 4 (exclusive).

A soma das frequências relativas simples é sempre igual a 1,00.

f.2. Frequência acumulada "abaixo de"

* Frequência absoluta acumulada "abaixo de"

É a soma das frequências absolutas simples dessa classe ou desse valor com as frequências absolutas simples das classes ou valores anteriores.

A expressão "abaixo de" refere-se ao fato de que as frequências a serem acumuladas correspondem aos valores menores ou anteriores ao valor ou à classe cuja frequência se deseja obter. Toda vez que se deseja saber quantas observações existem até determinada classe, recorre-se à frequência acumulada "abaixo de".

$$F_i = \sum_{j=1}^{i} f_j$$

Exemplo: $F_2 = 50$

Interpretação: 50 alunos obtiveram nota inferior a 4; ou de 0 a 4 (exclusive).

* Frequência relativa acumulada "abaixo de"

$F_{ri} = F_i/N$

f.3. Frequência acumulada "acima de"

* Frequência absoluta acumulada "acima de"

Representa o número de observações existentes além do valor ou classe. Basta somar à frequência absoluta simples das classes anteriores.

$$_{\uparrow}F_i = \sum_{j=i}^{m} f_j$$

Exemplo: $F_2 = 90$

Interpretação: 90 alunos obtiveram notas de 2 a 10 (exclusive).

* Frequência relativa acumulada "acima de"

$_{\uparrow}F_{ri} = {}_{\uparrow}F_i/N$

g. Roteiro para elaboração de uma distribuição de frequência por classes:

1º) Determinar m por um dos critérios vistos anteriormente;

2º) Determinar a amplitude de cada classe por $h = H/m$;

3º) Determinar os limites de classes, escolhendo-se preferencialmente, números inteiros;

4º) Construir a distribuição de frequência.

NOTA: O IBGE publica as Normas de Representação Tabular que devem ser seguidas para a elaboração de tabelas em publicações científicas.

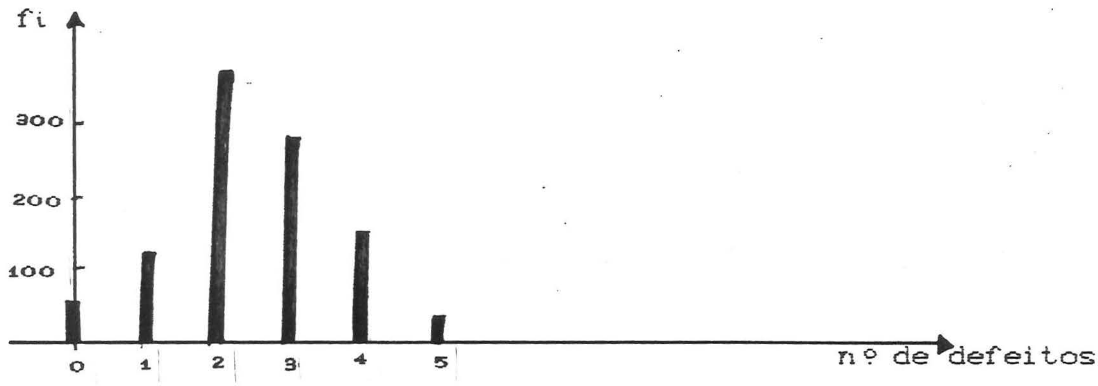
2. GRÁFICOS

2.1. GRAFICOS REPRESENTATIVOS DE DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIA POR PONTO.

2.1.1 DIAGRAMA EM BASTÃO (OU HASTES):

EX.: Número de defeitos observados em certo tipo de peças

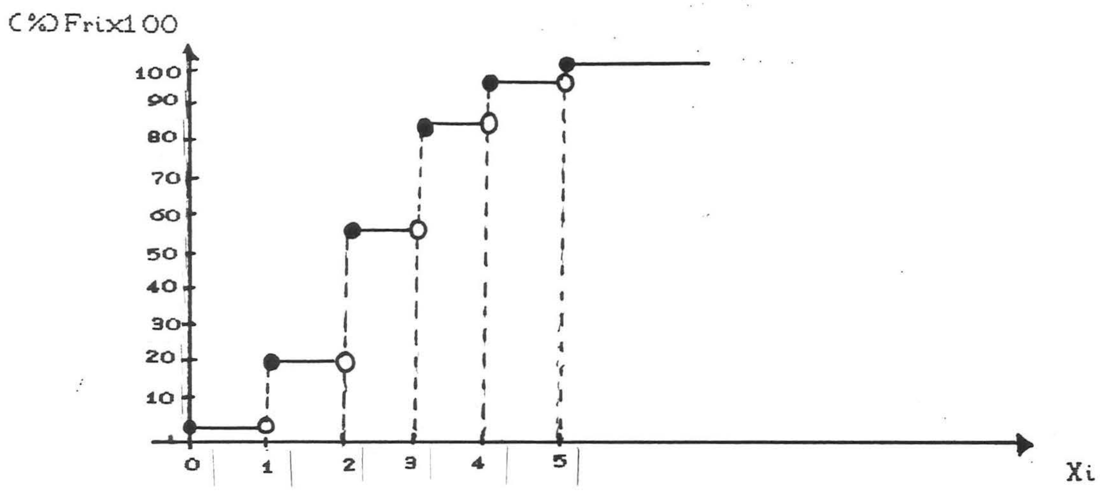
nº de defeitos	fi
0	40
1	120
2	340
3	290
4	160
5	30



2.1.2. GRÁFICO EM ESCADA : diagrama representativo das frequências acumuladas.

Ex.: Número de defeitos observados em certo tipo de peças

Xi	Fi	Fri x 100
0	40	4
1	180	18
2	520	52
3	810	81
4	970	97
5	1000	100



2.2. GRAFICOS REPRESENTATIVOS DE DISTRIBUIÇÕES DE FREQUENCIA POR INTERVALO.

2.2.1. HISTOGRAMA

Consiste em retângulos justapostos, de forma que a área de cada retângulo seja proporcional à frequência da classe que le representa.

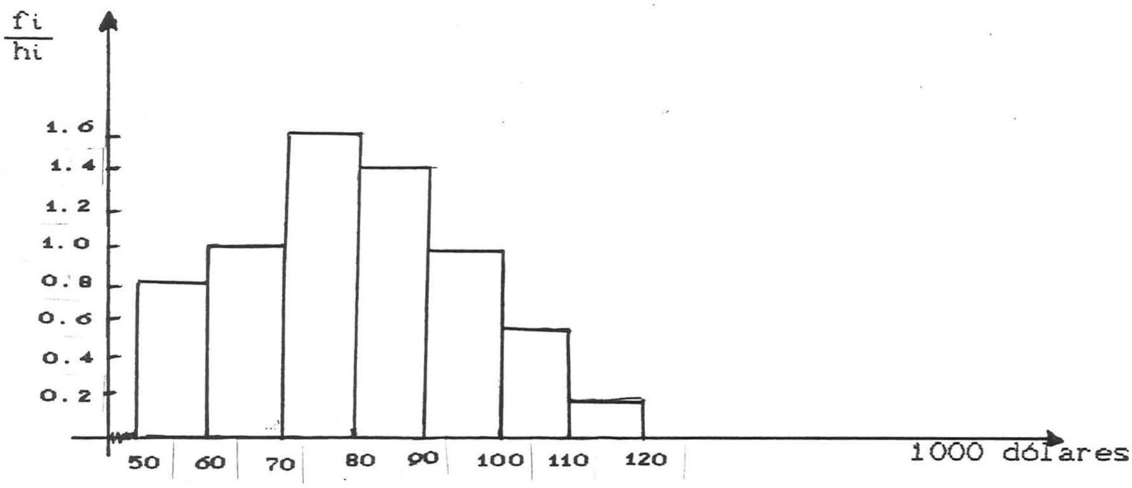
No eixo horizontal são anotados os limites das classes.

No eixo vertical é construída a escala onde serão lidos os valores relativos ao número de observações ou frequências de classe.

Para que a área de cada retângulo corresponda à frequência de cada classe, utiliza-se a relação fi/hi ou fri/hi no eixo vertical.

Ex.: Distribuição das Exportações de Empresas fabricantes de componentes eletrônicos - 1972

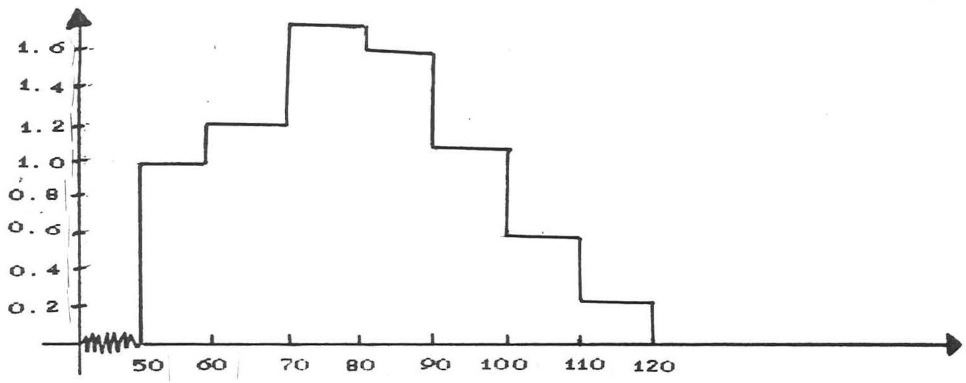
1000 dólares	fi	fi/hi
50 ├── 60	8	0,8
60 ├── 70	10	1,0
70 ├── 80	16	1,6
80 ├── 90	14	1,4
90 ├── 100	10	1,0
100 ├── 110	5	0,5
110 ├── 120	2	0,2



Na prática, quando os hi são constantes, costuma-se utilizar diretamente as frequências no eixo vertical.

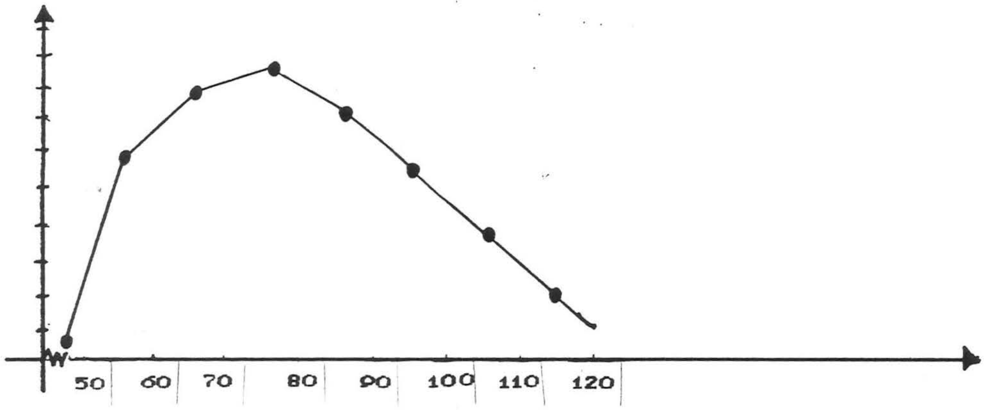
2.2.2 POLIGONAL CARACTERÍSTICA

É a representação do contorno do histograma.



2.2.3. POLÍGONO DE FREQUÊNCIAS

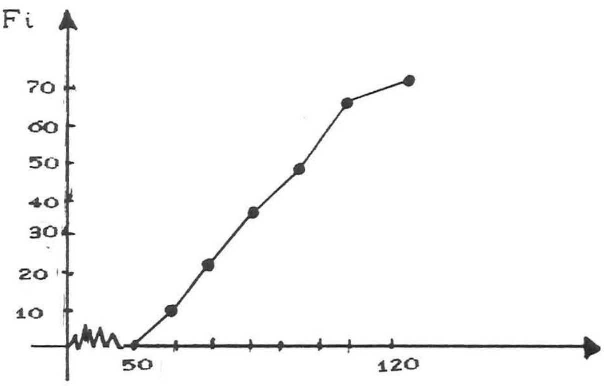
Unindo por linhas retas os pontos médios dos topos dos retângulos do histograma obtém-se o polígono de frequência, isto é, associa-se os pontos médios de cada classe às respectivas frequências ou fi/hi.

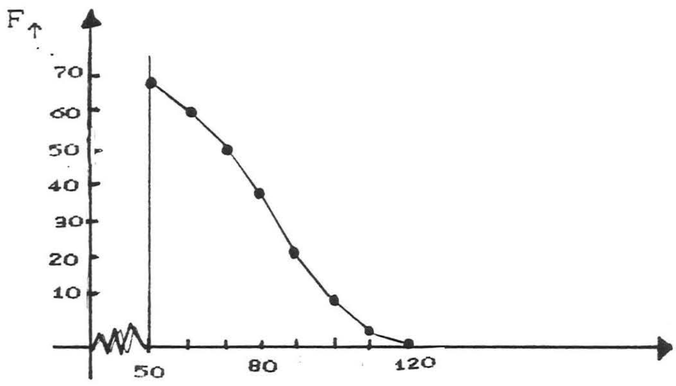


2.2.4. OGIVA OU POLIGONAL DAS FREQUÊNCIAS ACUMULADAS

Pode ser utilizado para representar as frequências acumuladas " abaixo de " e " acima de ", tanto as absolutas como as relativas.

exportação	fi	Fi	$F_{\uparrow}$
50 ├── 60	8	8	65
60 ├── 70	10	18	57
70 ├── 80	16	34	47
80 ├── 90	14	48	31
90 ├── 100	10	58	17
100 ├── 110	5	63	7
110 ├── 120	2	65	2





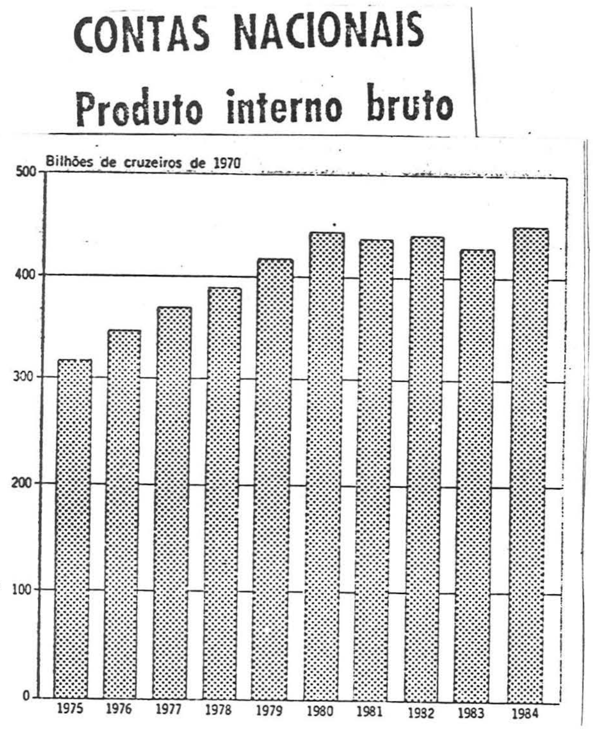
3. OUTROS GRAFICOS

A seguir apresentaremos os principais tipos de gráficos utilizados para representar as séries estatísticas.

3.1. GRAFICO EM COLUNAS

É conveniente tomar os espaços entre as colunas como aproximadamente a metade ou dois terços de suas larguras.

As colunas devem ser desenhadas observando sua ordem de grandeza, em geral, a ordem é crescente. No entanto, se os dados estiverem relacionados com séries de tempo, as colunas deverão estar dispostas em ordem cronológica.

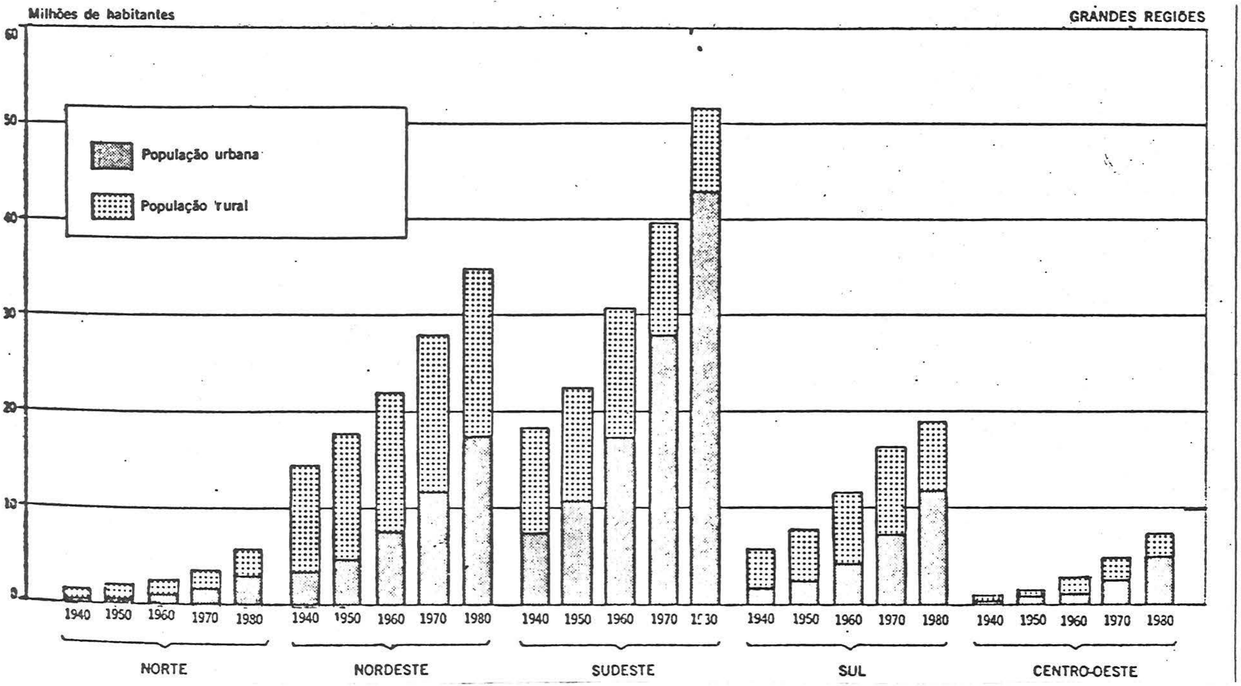


Fonte: Anuário Estatístico do Brasil 1984

3.2. GRAFICO EM COLUNAS SUPERPOSTAS

Serve para representar comparativamente dois ou mais atributos.

Desenvolvimento da população brasileira

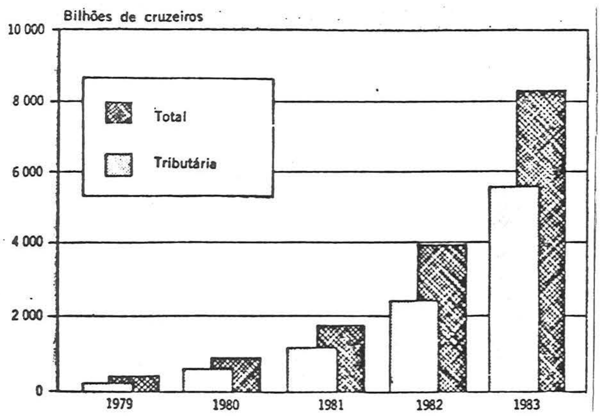


Fonte: Anuário

3.3. GRAFICO EM COLUNAS REMONTADAS

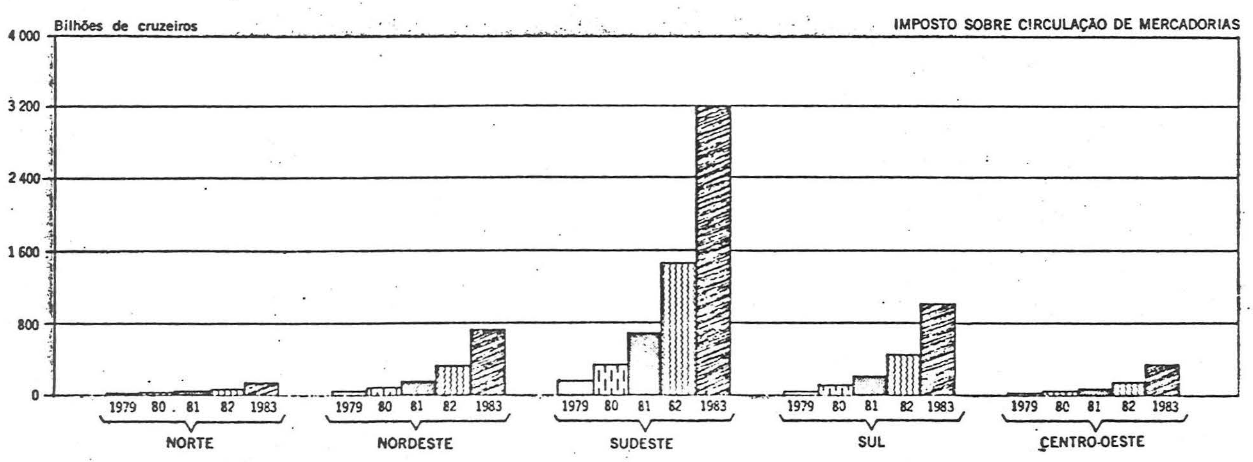
Finanças dos Estados e do Distrito Federal

Receita Arrecadada



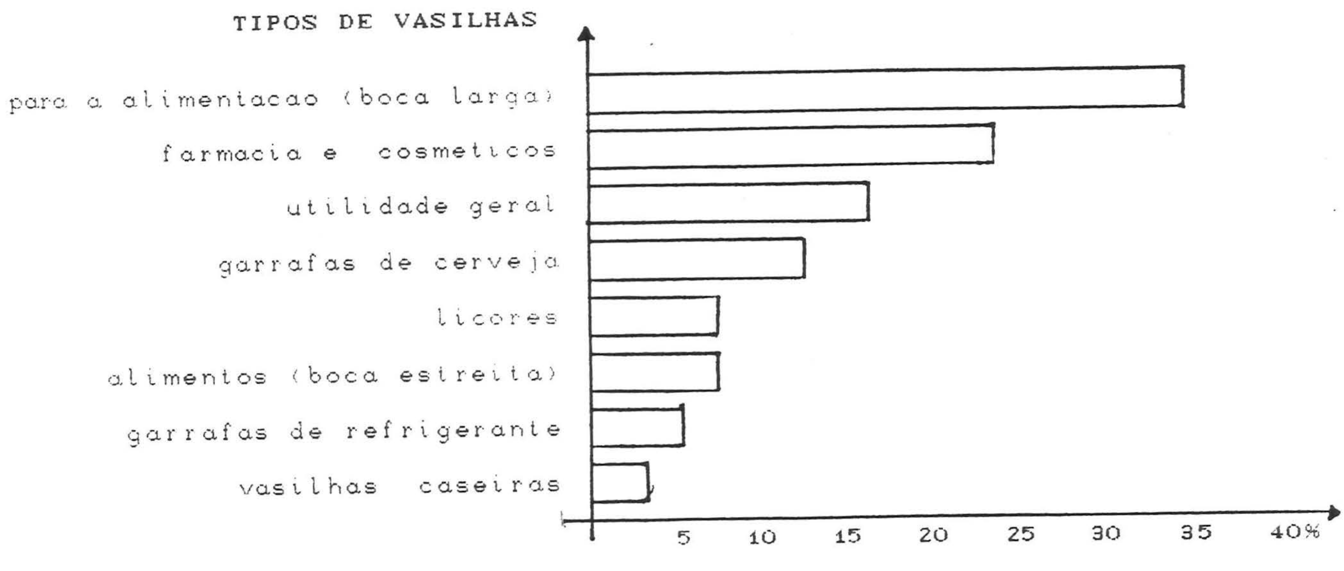
Fonte: Anuário

3.4. GRAFICO EM COLUNAS COMPOSTAS



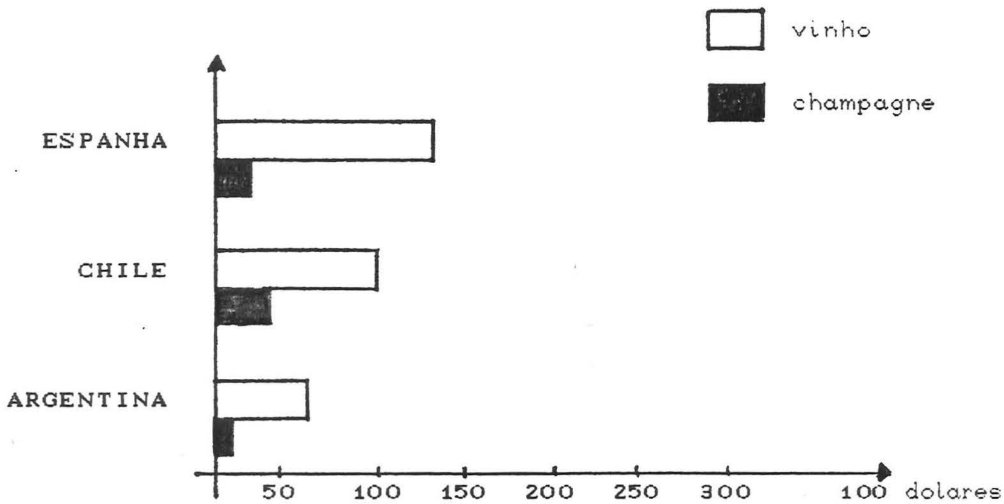
3.5. GRAFICO EM BARRAS

Vendas de vasilhas por tipo, expressas como porcentagem das vendas totais - 1972 - Vasiglass S.A



3.6. GRÁFICO DE BARRAS COMPOSTAS

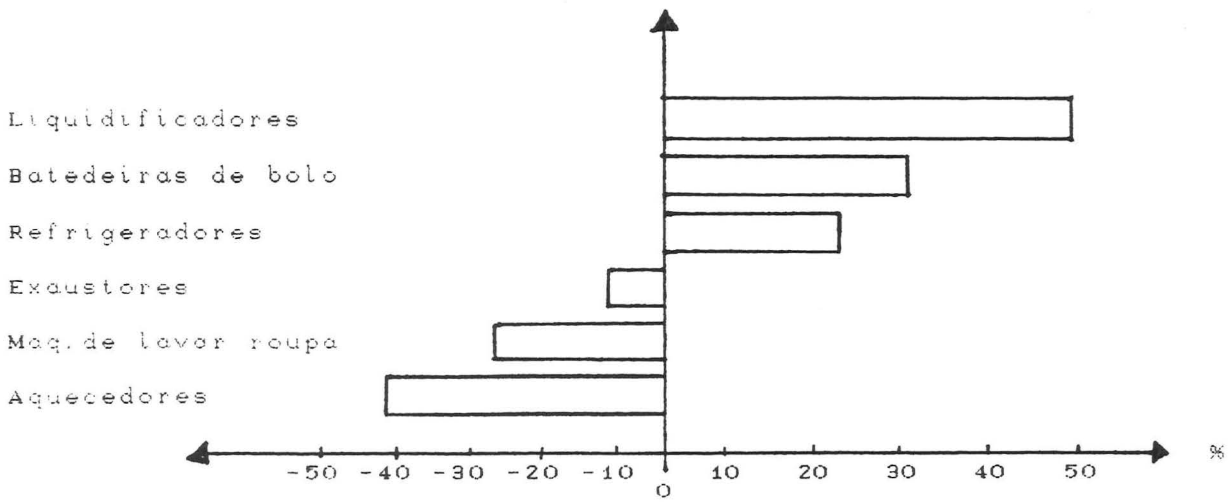
Importação brasileira de vinho e champagne provenientes de alguns países - 1972 -



3.7. GRÁFICOS EM BARRAS BIDIMENSIONAIS

Quando se deseja representar quantidades positivas e negativas: ganhos e perdas; mudanças de porcentagens em períodos de tempo sucessivos ; desvios positivos e negativos em torno de um valor padrão.

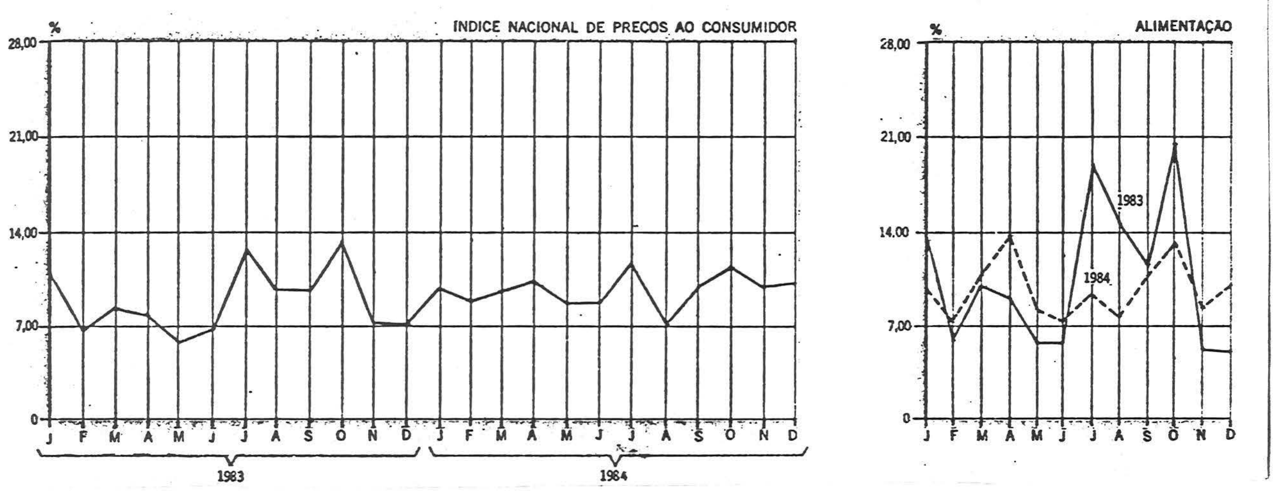
Evolução das vendas da Cia X entre os anos de 1971 e 1972



3.8. GRAFICO EM LINHAS

São especialmente usados na representação de séries temporais, pois quando a série envolve um grande período de tempo, a representação através de colunas pode conduzir a uma excessiva concentração de dados.

Variação mensal do INPC



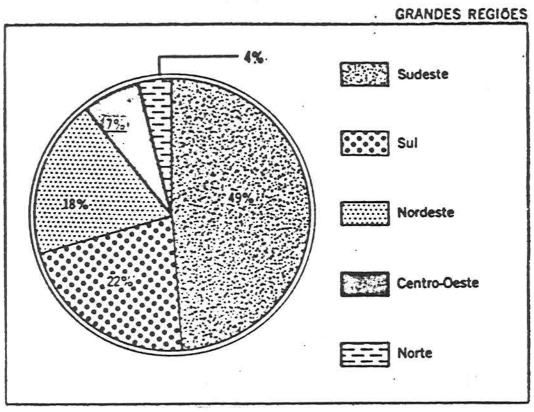
3.9. GRAFICO EM SETORES

São usados para representar valores absolutos ou porcentagens complementares.

Parte-se do fato de que o número total de graus de um arco de circunferência é 360. Assim, o número total de valores analisados corresponderá a 360°e cada uma das parcelas componentes do total de valores poderá ser expressa em graus, através de uma regra de três simples. Com o auxílio de um transferidor, faz-se a marcação dos ângulos correspondentes às quantidades, partindo de um ponto qualquer da circunferência e seguindo o sentido dos ponteiros do relógio.

Também pode-se utilizar apenas um semi círculo (180°) ou um quadrante (90°) para a representação completa do fenômeno.

Internações Hospitalares
1983

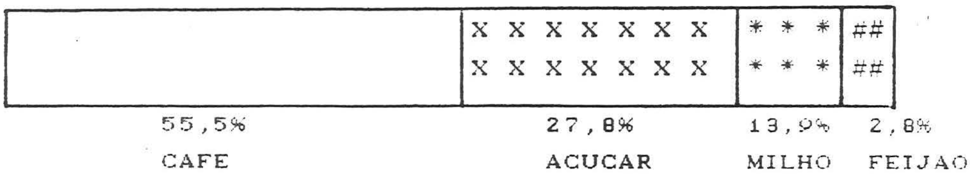


Fonte: Anuário

3.10. GRAFICO EM FITA

Tem o mesmo objetivo do gráfico em setor. Consiste em um retângulo cujo comprimento é dividido proporcionalmente às quantidades dadas que se deseja representar.

Produção Agrícola do Estado
em alguns produtos - 1972

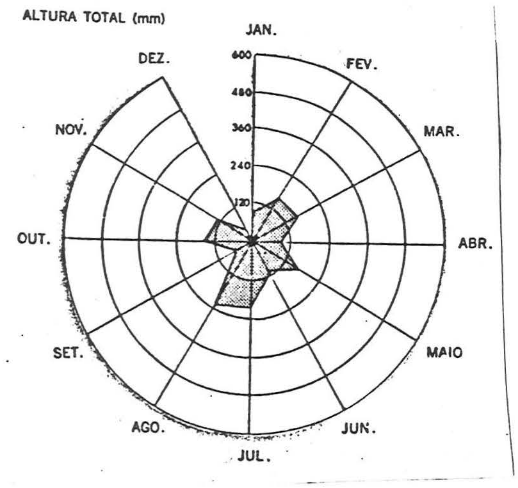


3.11. GRAFICO POLAR

É construído sobre uma circunferência dividida em determinado número de partes, dependendo do número de valores a serem representados.

Precipitação pluviométrica

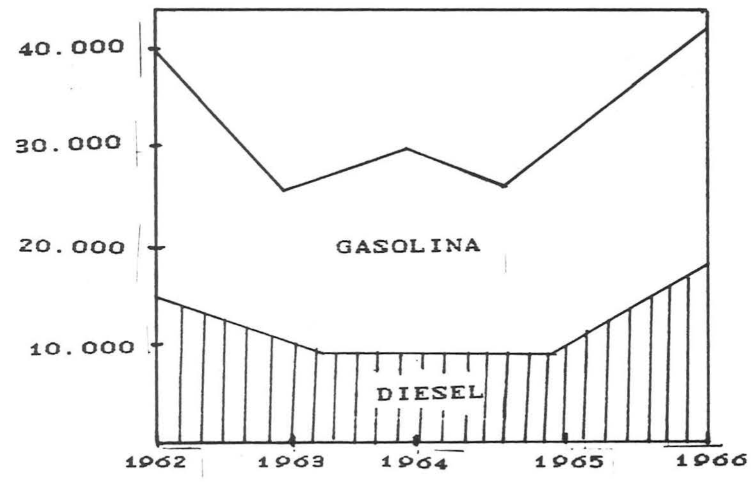
em Porto Alegre - 1983



Fonte : Anuário

3.12. GRAFICO EM FAIXAS

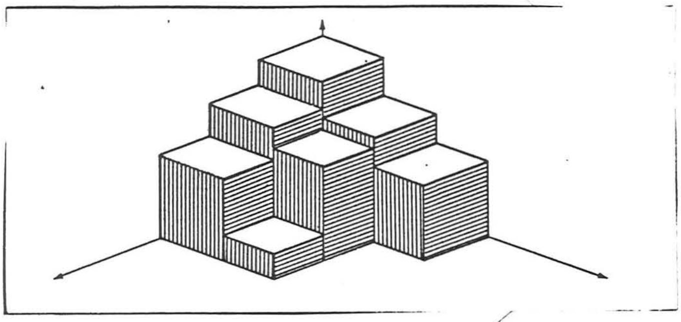
Produção brasileira de caminhões pesados



A leitura na escala do gráfico corresponde à produção conjunta de Diesel e gasolina.

3.13. ESTEREOGRAMA

Usado para representar tabelas de dupla entrada. Como os valores são proporcionaisa um volume, oferece dificuldade de apresentar com fidelidade as variações do fenômeno.

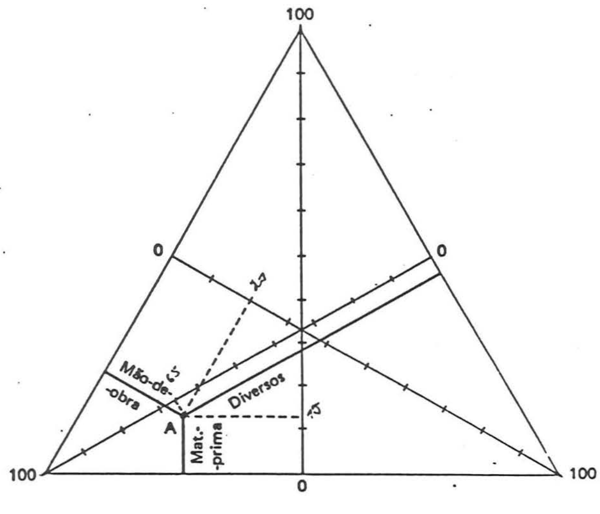


3.14. GRAFICOS TRIANGULARES

É utilizado para representar três atributos simultaneamente. Os atributos devem estar inter-relacionados e suas intensidades podem ser representadas em termos percentuais.

Parte-se de um triângulo equilátero de altura igual a 100%. Ao tomar um ponto qualquer no interior do triângulo , deve-se ler os valores correspondentes às intensidades dos atributos, em três escalas construídas sobre as medianas dos triângulos , lidas no sentido dos vértices. Assim, cada vértice corresponde a 100% em um dos atributos e zero nos demais .

Para estudar, por exemplo, o custo de produção de um artigo como a soma dos custos parciais : matéria prima, mão-de-obra, e diversos :



3.15. GRAFICO PICTÓRIO

São construídos a partir de figuras ou conjuntos de figuras representativas de modalidades ou intensidades de um fenômeno.

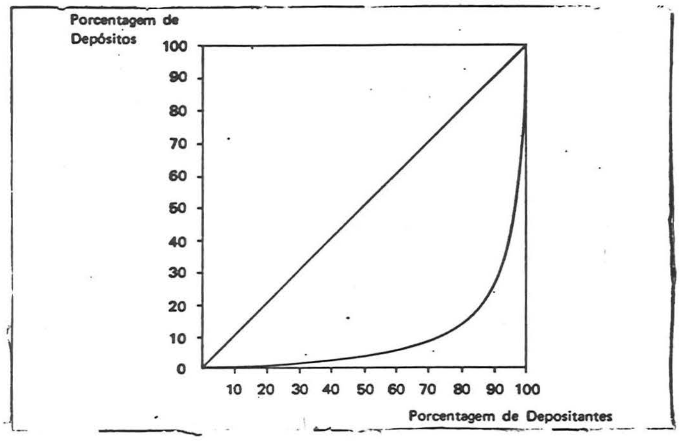
3.16. CURVA DE LORENZ

É usado para representar concentração ou desigualdade de renda, receita, riqueza, etc.

Número de depositantes e volume de depósitos
Banco X

DEPÓSITOS	NÚMERO DE DEPOSITANTES (ACUMULADO)	VOLUME DE DEPÓSITOS (ACUMULADO)	% DEPOSI	% DEPÓSITOS
MENOS DE 500	770	102100	54,6	3,4
MENOS DE 1000	980	255100	69,5	8,6
MENOS DE 1500	1090	388400	77,3	13,1
MENOS DE 2000	1160	505100	82,3	17,0
MENOS DE 2500	1200	609000	85,1	20,5
MENOS DE 5000	1310	1002800	92,9	33,7
MENOS DE 10000	1380	1465000	97,9	49,2
ACIMA DE 10000	1410	2976200	100	100

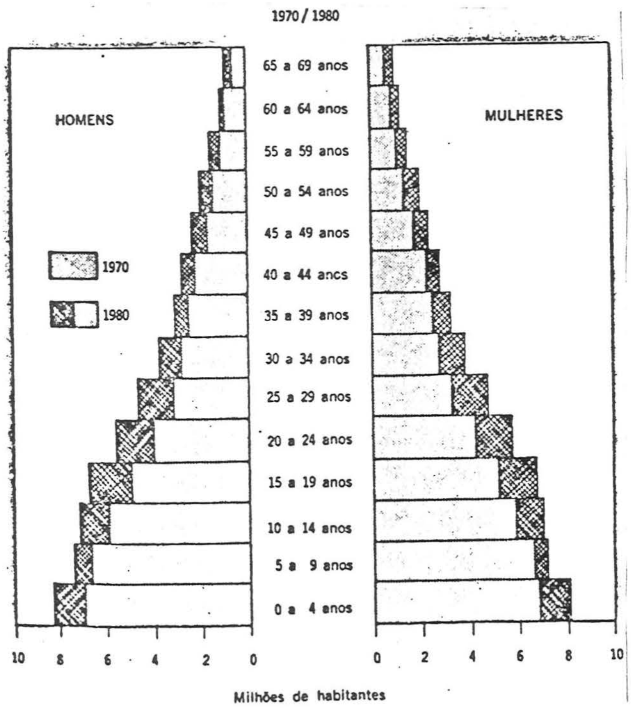
Assim, podemos afirmar, por exemplo, que 92,9% dos depositantes foram responsáveis por apenas 33,7% do volume total depositado. O gráfico representa todas as relações percentuais entre o número de depositantes e o volume total depositado.



A linha diagonal representa completa igualdade

3.17. PIRÂMIDE

População brasileira por sexo e idade



Fonte: Anuário Estatístico do Brasil 1984

V-PRINCIPAIS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL E DE VARIABILIDADE

1. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

As medidas de posição ou tendência central são aquelas que tendem a se localizar em um valor central dentro de um conjunto de dados.

1.1. MÉDIA ARITMÉTICA

Notação: μ (média populacional)
$\overline{X}$ (média amostral)

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \quad \text{(dados não agrupados)}$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i \; x_i}{N} \quad \text{(dados agrupados)} \quad \text{onde } N = \sum_{i=1}^{m} f_i$$

A fórmula para dados agrupados é também chamada de média ponderada.

No caso de média amostral, o denominador é o tamanho n da amostra.

Exemplo:

a) Suponha que ao passar pelo Acabamento, se observe o tempo que um operário leva para examinar cinco pneus da mesma medida. Considere o tempo em segundos:

60 s; 61 s;59 s; 61 s; 59 s; 60 s; 61 s; 59 s; 61 s; 59 s.

Então: $T = \sum^{10} x_i = 600$ s $\Rightarrow$ $\mu = 60$ s

Podemos dizer que, em média, esse operário leva 60 segundos para examinar um pneu dessa medida.

b) Agrupando os dados numa distribuição de frequência por ponto, obtemos:

Segundos(x_i)	f_i	$f_i\ x_i$
59	4	236
60	2	120
61	4	244
Total	10	600

$\mu = 600/10 = 60$ s

b) Larguras de 95 rodagens num determinado trefilado (mm)

Largura	f_i	x_i	$f_i\ x_i$
180 |— 184	8	182	1456
184 |— 188	16	186	2976
188 |— 192	22	190	4180
192 |— 196	28	194	5432
196 |— 200	21	198	4158
Total	95	/	18202

μ=18202/95=191,6mm

PRINCIPAIS PROPRIEDADES:

P1. A soma dos desvios em torno da média é zero.

$$\sum_{i=1}^{N} d_i = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu) = 0$$

Obs: Se os dados estiverem agrupados numa distribuição de frequência :

$$\sum_{i=1}^{N} f_i d_i = \sum_{i=1}^{N} f_i (x_i - \mu) = 0$$

P2: A média de uma constante é a própria constante.

P3: A média do produto de uma constante por uma variável é igual ao produto da constante pela média da variável.

P4: A média da soma de uma constante com uma variável é igual a soma da constante com a média da variável.

P5: A soma dos quadrados dos desvios da média aritmética é mínima em relação a soma dos quadrados dos desvios relativamente a qualquer outro valor distinto da média aritmética, isto é:

$$\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2 = 0 \quad < \quad \sum_{i=1}^{N} (x_i - a)^2 = 0 \ , \quad \mu \neq a$$

VANTAGENS:

1) É a média mais conhecida e empregada.

2) É facilmente calculável.

3) Pode ser tratada algèbricamente (propriedades).

4) Serve para comparar conjuntos semelhantes.

5) É particularmnente indicada para séries que possuem valores em progressão aritmética ou simétricos em relação a um valor médio e máximo.

6) Depende de todos os valores da série.

7) Será representativa quanto maior o número de termos.

DESVANTAGENS:

1) Não representa bem os conjuntos que revelam tendências extremas.

Exemplo1: X: n° de acidentes semanais

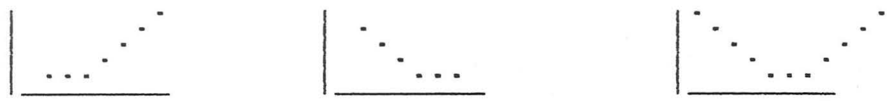
$X = \{ 2, 4, 4, 3, 2, 40 \}$ $\mu_x = 9$

Exemplo2: Salários :

x_i	1	10	100
f_i	50	2	1

$\mu_x = 3,2$

Seu emprego é, pois, desaconselhável para distribuições tipo



2) Não é necessariamente elemento que faça parte do conjunto, para bem representá-lo, embora pertença obrigatoriamente ao intervalo entre a maior e a menor observação.

3) Não pode ser calculada para distribuições com limites indeterminados (indefinidos), a não ser que esses sejam desprezados. Exemplo:

Idades dos professores de uma Escola

Idades	f_i
menos de 33	1
33 ¦— 35	21
35 ¦— 37	52
37 ¦— 39	186
39 ¦— 41	38
mais de 41	2
Total	300

OBSERVAÇÃO: Quando apenas o último intervalo não for limitado, o ponto médio pode ser estimado por

$$y_i = y \frac{\alpha}{\alpha - 1} \quad \text{onde} \quad \alpha = \frac{c - d}{b - a}$$

y_i = ponto médio da última classe

y = limite inferior da classe aberta

a = log do limite inferior da penúltima classe

b = log do limite inferior da última classe

c = log da soma das frequências das duas últimas classes

d = log da frequência da última classe.

Desta forma, podemos calcular μ .

1.2. MEDIANA.

Notação: M_e

É o valor central de uma série de dados. Para calcular a mediana é necessário colocar os valores em ordem crescente ou decrescente.

Exemplo1: 1, 3, 7, 12, 15, 16, 17

A Mediana é 12 pois existem à esquerda do mesmo tantos valores quanto à direita. A mediana ocupa, neste caso, o 4º lugar, sendo sua posição indicada por:

$$K = \frac{N + 1}{2} \text{ , onde N é ímpar.}$$

Exemplo2: 7, 8, 9, 10

Quando N é par, a mediana é dada por:

$$M_e = \frac{X_k + X_{k+1}}{2} \quad \text{onde} \quad K = \frac{N}{2}$$

isto é, a mediana é a média aritmética dos valores centrais.

Então:
$$K = \frac{4}{2} = 2 \quad \Rightarrow \quad M_e = \frac{X_2 + X_3}{2} = \frac{8 + 9}{2} = 8,5$$

Em se tratando de dados agrupados, calcula-se as frequências acumuladas a fim de localizar a posição da mediana obtida por N/2, independente de N ser par ou ímpar, pois quando trabalhamos com um grande número de dados, a inclusão de 1 pouco modifica o resultado.

Utiliza-se a seguinte fórmula:

$$M_e = l_i + h\left[\frac{N/2 - F_{ant}}{f_i}\right]$$

onde após calcular as frequências acumuladas, localiza-se a classe mediana a partir a primeira frequência acumulada que inclui N/2. Então l_i é o limite inferior da classe mediana; h é a amplitude da classe mediana; f_i é a frequência absoluta simples da classe mediana; F_{ant} é a frequência acumulada anterior à classe mediana. Exemplo:

Larguras de 95 rodagens de um determinado trefilado

Largura	f_i	F_i
180 |— 184	8	8
184 |— 188	16	24
188 |— 192	22	46
192 |— 196	28	74
196 |— 200	21	95
Total	95	/

$$M_e = 192 + 4\left[\frac{42,5 - 46}{28}\right] =$$

DETERMINAÇÃO GRÁFICA DA MEDIANA:

A mediana pode ser facilmente encontrada a partir da ogiva. A mediana é a abcissa do ponto P da ogiva cuja ordenada é o elemento mediano, no caso de frequências absolutas e 50%, no caso de frequências relativas.

VANTAGENS E DESVANTAGENS:

1) Não depende de todos os valores da série, podendo até mesmo não se alterar com a modificação de alguns deles.

2) Não é influenciada pelos valores extremos.

3) Pode ser calculada para distribuições com limites indeterminados, na maioria dos casos.

4) É elemento que faz parte do conjunto para N ímpar e dados não agrupados.

APLICAÇÕES: É indicada principalmente para distribuições assimétricas.

Tem ampla aplicação em questões educacionais.

Utilizada para variáveis medidas em escala ordinal.

1.3. MODA.

Notação: M_o

O dado que aparece o maior número de vezes, tendo, portanto, a maior frequência, é a Moda, também chamada de Norma, Valor Dominante ou Valor Típico.

Um conjunto com duas modas é chamado bimodal e com mais de duas modas , polimodal.

Um conjunto sem moda é chamado antimodal. Por exemplo, séries em forma de U.

Exemplos: 3, 5, 8, 9, 11 não tem moda

3, 5, 8, 8, 9, 11 $M_o = 8$

3, 5, 8, 8, 9, 9, 11 $M_o = 8$ e 9

Para dados agrupados, podemos calcular a Moda bruta que é o ponto médio da classe de maior frequência

Exemplo: Para a distribuição de frequência da Largura de 95 rodagens de um determinado trefilado, a maior frequência é 28 e, portanto, a $M_o = 194$ cm .

Aplicação: Uma fábrica ocupa mensalmente 72 operários de janeiro a outubro, mas nos últimos meses, tendo em vista o mercado favorável, contrata mais operários, empregando 102 em novembro e 150 em dezembro. Neste caso,

$$\mu = \frac{10 \ . \ 72 + 150 + 102}{12} = 81.$$ Ora, em nenhum mes a fábrica empregou 81 operários; o valor 72 é mais representativo, pois na verdade, a fábrica trabalhou mensalmente com 72

operários e só ocasionalmente precisou aumentar seu número, o suficiente para influenciar a média. Nesse caso, a moda é muito mais representativa.

VANTAGENS E DESVANTAGENS:

1) Não depende de todos os valores da série, nem de sua ordenação (rol), podendo até não se modificar se alterar algum valor.

2) Não é influenciada por valores extremos da série.

3) Sempre é representada por um elemento do conjunto de dados, exceto o caso de distribuição de frequência por classe, quando trabalhamos com subconjuntos (dados agrupados) e não com cada elemento isoladamente.

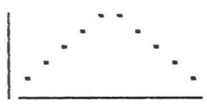
4) Pode ser calculada para distribuições com limites indeterminados, na maioria dos casos.

RELACÃO ENTRE MÉDIA, MEDIANA E MODA.

Para dados agrupados em distribuição de frequência, as diferenças entre μ , M_e e M_o são indicadores da forma da curva em termos de assimetria.

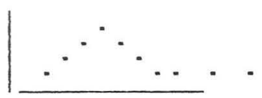
Para uma distribuição unimodal simétrica:

$\mu = M_e = M_o$



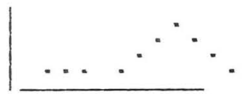
Para uma curva positivamente assimétrica:

$M_o < M_e < \mu$



Para uma curva negativamente assimétrica:

$\mu < M_e < M_o$



2. MEDIDAS DE VARIABILIDADE

Um aspecto fundamental da natureza é o fato de que os objetos físicos não se repetem com precisão, pelo contrário, são caracterizados por uma certa variação como, por exemplo: os tamanhos de três folhas, a forma cristalina dos flocos de neve e as alturas das pessoas.

Uma descrição completa dos dados exige que, além da apresentação através de tabelas e gráficos e do cálculo de medidas de tendência central, tenhamos informações quanto à sua variabilidade.

Suponhamos, por exemplo, que se deseja comparar a performance de dois empregados, com base na produção diária de determinada peça:

Empregado A: 70, 71, 69, 70, 70 $\Rightarrow \mu_A = 70$

Empregado B: 60, 80, 70, 62, 83 $\Rightarrow \mu_B = 71$

Baseados nestes únicos resultados, diríamos que a performance de B é melhor do que a de A, já que B produz, em média, um maior número de peças diàriamente. No entanto, se formos um pouco mais cuidadosos, perceberemos que a produção de A varia apenas de 69 a 71 peças, ao passo que a de B varia de 60 a 83 peças, o que indica que a performance de A é bem mais uniforme do que a de B. É evidente que um alto grau de uniformidade costuma ser considerado como uma qualidade desejável em um processo produtivo. Qualquer produção em série seria antieconômica se houvesse muita variabilidade nos materiais ou peças fabricadas. Tanto a tendência central quanto a variabilidade são informações importantíssimas no Controle Estatístico de Qualidade.

Consideremos os seguintes conjuntos de dados:

Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4	Conjunto 5
5	4	2	6	4
5	5	4	2	4
5	5	5	5	4
5	5	6	8	5
5	6	8	10	6
				6
				6
μ 5	5	5	5	5
M_e 5	5	5	5	5
Mo não tem	5	não tem	não tem	4 e 6

Como podemos observar, os 5 conjuntos não diferem entre si se considerarmos sòmente a média e a mediana. Acrescentando a informação da moda, podemos diferenciar alguns deles. As medidas de variabilidade ou dispersão possibilitam que façamos distinção entre os conjuntos quanto à sua homogeneidade, isto é, o grau de concentração em torno de uma medida de tendência central.

2.1. AMPLITUDE

Notação: H

É a diferença entre o maior e o menor valor observado.

$H = X_{máx} - X_{min}$

Exemplo: $H_1 = 0$ $H_2 = 2$ $H_3 = 6$ $H_4 = 10$ $H_5 = 2$

2.2. SOMA DE QUADRADOS

Notação: SQ

É a soma dos quadrados dos desvios em torno de μ.

$$SQ = \sum^{N} d_i^2 = \sum^{N} (x_i - \mu)^2$$ (dados não agrupados)

$$SQ = \sum^{m} f_i d_i^2 = \sum^{m} f_i (x_i - \mu)^2$$ (dados agrupados)

Exemplo1: Para os dados do conjunto 3:

x_i	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$
2	-3	9
4	-1	1
5	0	0
6	1	1
8	3	9
Σ 25	0	20

$\mu = 25/5 = 5$

$SQ_3 = 20 = 4$

Anàlogamente: $SQ_1 = 0$ $SQ_2 = 2$ $SQ_4 = 68$ $SQ_5 = 6$

Exemplo2: Idade das crianças matriculadas na Escola Tamborzinho - 91/1

Anos	f_i	x_i	$f_i x_i$	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$	$f_i (x_i - \mu)^2$
0 |— 2	5	1	5	-3,6	12,96	64,8
2 |— 4	15	3	45	-1,6	2,56	38,4
4 |— 6	20	5	100	0,4	0,16	3,2
6 |— 8	5	7	35	2,4	5,76	28,8
8 |— 10	5	9	45	4,4	19,36	96,8
Σ	50		230	/	/	232,0

$\mu = 4{,}6$ anos $SQ = 232{,}0$ anos^2

Observações: (1) A soma de quadrados é aplicada exaustivamente na Análise de Variância.

(2) Como a SQ não leva em consideração o número de elementos do conjunto, definimos:

2.3. VARIANCIA ABSOLUTA

Notação : σ^2 (população) s^2 (amostra)

$$\sigma^2 = \frac{\sum^{N} d_i^2}{N} = \frac{\sum^{N} (x_i - \mu)^2}{N} \quad \text{(dados não agrupados)}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum^{m} f_i d_i^2}{N} = \frac{\sum^{m} f_i (x_i - \mu)^2}{N} \quad \text{(dados agrupados)}$$

Exemplo1: $\sigma_1^2 = 0$ $\sigma_2^2 = 2/5=0{,}4$ $\sigma_3^2 = 20/5=4$

$\sigma_4^2 = 68/5=13{,}6$ $\sigma_5^2 = 6/5=0{,}86$

Exemplo2: $\sigma^2 = 232/50 = 4{,}64$ anos^2

PRINCIPAIS PROPRIEDADES:

P1:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 \quad \text{(dados não agrupados)}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \mu^2 \quad \text{(dados agrupados)}$$

P2: A variância de uma constante é zero.

P3: A variância do produto de uma constante por uma variável é igual ao produto do quadrado da constante pela variância da variável.

P4: A variância da soma ou diferença de uma constante com uma variável é igual a variância da variável.

OBSERVAÇÃO1: A variância amostral s^2 é calculada pela mesma fórmula que a variância amostral, apenas substituindo-se N (tamanho da população) por n (tamanho da amostra).

É importante salientar que s^2 obtido desta maneira não se constitui uma boa estimativa para σ^2, isto é, se estivermos estimando a variância populacional, devemos utilizar uma correção, pois s^2 é um estimador viciado para σ^2. Neste caso, usamos $\hat{s}^2$ (variância corrigida) que é calculada por:

$$\hat{s}^2 = \frac{n}{n-1} s^2 \quad \text{(população infinita)}$$

$$\hat{s}^2 = \frac{N-1}{N} \frac{n}{n-1} s^2 \quad \text{(população finita)}$$

2.4. DESVIO PADRÃO

Notação: σ (população) s (amostra)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Observação: O desvio padrão é também conhecido como afastamento padrão ou afastamento quadrático médio.

Exemplo1: $\sigma_1 = 0$ $\sigma_2 = 0,63$ $\sigma_3 = 2$ $\sigma_4 = 3,68$ $\sigma_5 = 1,09$

Exemplo2: $\sigma = 2,15$ anos

2.5. VARIANCIA RELATIVA

As medidas de dispersão relativa (variância relativa e coeficiente de variação) permitem que sejam comparadas duas ou mais distribuições, mesmo que essas se refiram a diferentes fenômenos e sejam expressas em unidades de medida distintas.

Notação: γ^2

$$\gamma^2 = \frac{\sigma^2}{\mu^2}$$

2.6. COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DE PEARSON

Notação: γ

$$\gamma = \frac{\sigma}{\mu}$$

Se quisermos comparar duas ou mais variáveis que tenham médias diferentes ou diferentes unidades de medida, quanto à sua homogeneidade, isto é, grau concentração em torno da média, devemos utilizar γ ou γ^2: a variável que tiver menor γ ou γ^2 será a mais homogênea.

Se as médias forem iguais, a que tiver menor σ ou σ^2 será a mais homogênea, isto é, não há necessidade de calcular γ ou γ^2.

Exemplo: Retomando a produção diária de determinada peça por dois empregados temos:

Empregado A

X	X^2
70	4900
71	5041
69	4761
70	4900
70	4900
350	24502

Empregado B

Y	Y^2
60	3600
80	6400
70	4900
62	3744
83	6889
355	25633

$$\mu_A = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{350}{5} = 70 \qquad \mu_B = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{355}{5} = 71$$

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 = \frac{24502}{5} - 70^2 = 0,4 \qquad \sigma_B^2 = 85,6$$

$$\sigma_A = 0,6341 \qquad \sigma_B = 9,25$$

$$\gamma_A = 0,009 \qquad \gamma_B = 0,13$$

O empregado A tem uma performance mais homogênea do que o empregado B, pois $\gamma_A < \gamma_B$.

VI- TAXAS LINEAR E GEOMÉTRICA

O estudo das taxas de crescimento linear e geométrico está relacionado com a Demografia.

A Demografia tem como objetivo o estudo da estrutura e do movimento da população e de suas múltiplas relações. Dentro do campo da Demografia são abordados inúmeros aspectos relacionados com os grupos humanos tais como: (a) Eugenia - trata da hereditariedade sob o ponto de vista científico.

(b) Recenseamento - tem como objetivo verificar os efeitos demográficos e estudar outros aspectos dos grupos sociais que digam respeito a atividades políticas, religiosas, educacionais, econômicas, etc.

(c) Registro de fatos vitais - nascimentos, casamentos, óbitos, morbilidade, divórcios, etc.

(d) Bioestatística - aplicação de métodos estatísticos ao estudo dos fatos vitais.

(e) Antropometria - trata das configurações dos seres humanos no que se refere às suas dimensões: estatura, peso, força.

Estudando a Demografia das populações relativamente ao seu movimento, estrutura e múltiplas relações, podemos dividi-la em Estática e Dinâmica.

A Demografia Estática analisa as populações num dado momento, distribuição no território e outras características como idade, sexo, raça, profissão, cor, etc.

A Demografia Dinâmica estuda, separadamente, os movimentos que se produzem nas populações e as causas que os provocaram.

Um dos mais importantes aspectos considerados dentro da Demografia Estática é o que se relaciona à verificação dos efetivos populacionais. É de interesse governamental conhecer o número de habitantes da população e de obter informações referentes às relações entre os componentes da mesma (migrações, natalidade, mortalidade).

O estudo da previsão de populações pode ser efetuado em função da análise de regressão ou da projeção dos componentes da mesma. Dentre os processos mais utilizados para verificar a taxa de crescimento, encontramos o aritmético, o geométrico e o logístico; todos eles dizem respeito à análise de regressão.

Para períodos não muito longos, isto é, 10 ou 15 anos, os processos aritmético e geométrico não apresentam diferenças muitos profundas, podendo ser utilizados com bastante aproximação.

1. TAXAS DE CRESCIMENTO

A diferença entre a população inicial Po e a população final P, chama-se **taxa de crescimento absoluto I** :

$$I = P - Po$$

Dividindo-se a taxa I pelo tempo decorrido n, teremos a **taxa média de crescimento**, notada por t_x :

$$t_x = \frac{I}{n}$$

Dividindo-se t_x pela polulação Po, obtém-se a **taxa de crescimento relativo unitário** :

$$t_{xr} = \frac{t_x}{Po}$$

Como $I = P - Po$, tem-se:

$$t_x = \frac{P - Po}{n} \qquad \text{e} \qquad t_{xr} = \frac{P - Po}{n\ Po}$$

Quando: $P = Po$ tem-se $I = 0$ (crescimento nulo)
$P > Po$ tem-se $I > 0$ (aumento da população)
$P < Po$ tem-se $I < 0$ (decréscimo da população)

2. CRESCIMENTO ARITMÉTICO

No processo artimético considera-se que a população cresce segundo uma progressão aritmética.

A população final P será igual à população inicial Po aumentada da taxa de crescimento absoluto I :

$$P = Po + I$$

Determinando-se o valor de I em função da populacão inicial e do tempo, teremos:

aumentando, em 1 período , do valor i

Po aumentará, em n períodos, do valor I.

Calculando-se o valor de I, vem:

$$I = Po\ i\ n$$

Podemos, então, escrever:

$$P = Po + Po\ i\ n \qquad \text{ou} \qquad P = Po\ (1 + i\ n)$$

$$\therefore \quad i = \frac{P - Po}{Po\ n} \qquad \text{e} \qquad n = \frac{P - Po}{Po\ i}$$

3. CRESCIMENTO GEOMÉTRICO

Consideremos a expressão $P = Po\ (1 + i\ n)$.

Ao final de 1 período, isto é, quando $n = 1$, tem-se:

$$P_1 = Po\ (1 + i).$$

Ao fim do segundo período:

$$P_2 = P_1\ (1 + i) \quad \text{ou} \quad P_2 = Po\ (1 + i)(1 + i) = Po\ (1 + i)^2$$

Ao fim de um certo número n de períodos:

$$P_n = Po\ (1 + i)^n$$

De um modo geral : $P = Po\ (1 + i)^n$

Se n não se referir a um número inteiro, isto é, anos, meses e dias, o crescimento correspondente ao período não fracionário será $P' = Po\ (1 + i)^n$.

A fração do tempo corresponderá $n' = a/12$ e $n'' = b/365$ onde a = meses e b = dias . Ora, como

$P = P' + P'' + P'''$, podemos escrever

$P = Po\ (1 + i)^{n} + Po\ (1 + i)^{n'} + Po\ (1 + i)^{n''}$ ou

$$P = Po\ \{ (1 + i)^{n} + (1 + i)^{n'} + (1 + i)^{n''} \}$$

Sendo $P = Po\ (1 + i)^{n}$, deduz-se :

$$i = \sqrt[n]{\frac{P}{Po}} - 1 \qquad \text{e} \qquad n = \frac{\log P - \log Po}{\log (1 + i)}$$

VII EXERCÍCIOS

1. Identifique na Área Educacional, uma população que apresente pelo menos três características.
2. Dê a diferença fundamental entre "população" e "amostra".
3. Como se denomina, em Estatística, os elementos que compõem a população?
4. O que é observado nos elementos que compõem a população?
5. Qual a classificação básica, na Estatística, para as variáveis?
6. Apresente a divisão para as variáveis quantitativas.
7. Estabeleça, na área educacional, três exemplos de "unidades populacionais".
8. Associe às "unidades populacionais" do exercício anterior, um exemplo de variável quantitativa e variável qualitativa.
9. Como se denomina, em Estatística, o valor particular que a variável assume no momento da pesquisa, em uma "unidade populacional"?
10. Apresente três exemplos de "dado estatístico"associados a variáveis quantitativas, na área educacional.
11. Apresente três exemplos de "dado estatístico" associados a variáveis qualitativas, an área educacional.
12. Como podem ser reunidos os "dados estatísticos" para serem divulgados como resultados de pesquisa?
13. Identifique os tipos de "séries estatísticas" em que podem ser reunidos os "dados estatísticos".
14. O que caracteriza uma série temporal?
15. Como é possível identificar uma série especificativa?
16. Como se denomina a série estatística em que a variável é observada em relação a uma área geográfica?
17. A variável quantitativa observada em subintervalos de um intervalo total, origina que tipo de série estatística?
18. Uma variável quantitativa, com número razoavelmente pequeno e valores particulares, permite construir que tipo de série estatística?

19. Uma variável quantitativa, com um número razoavelmente grande de valores particulares, permite construir que tip[o de série estatística?

20. Quando uma variável é observada, simultaneamente, em relação a duas ou mais ordens de referência origina que tipo de série estatística?

21. Como podem ser apresentadas as séries estatísticas?

22. Considerando as tabelas que seguem, identifique os tipos de séries estatísticas apresentadas:

a) **TABELA I- MUNICÍPIO "A"**
ALUNADO DE 1º GRAU
1985 / 1990

ANOS	NÚMERO DE ALUNOS
1975	357
1976	405
1977	488
1978	590
1979	708
1980	800

FONTE: SEM

b) **TABELA II- MUNICÍPIO "B"**
ESTABELECIMENTO DE
1º GRAU - 1990

DEPENDÊNCIA	Nº DE ESCOLAS
FEDERAL	1
ESTADUAL	6
MUNICIPAL	10
PARTICULAR	3

FONTE: SEM

c) **TABELA III- MUNICÍPIO "A"**
DISTRIBUIÇÃO DOS ESTABELECIMENTOS
DE 1º GRAU - 1990

DISTRITO	NÚMERO DE ESCOLAS
ALAGADO	3
BONITO	2
SEDE	10
VISÃO	5

FONTE: SEM

d) **TABELA IV-MUNICÍPIO "A"**
SALAS DE AULA
1990

Nº DE SALAS	Nº DE ESCOLAS
5	6
7	8
9	3
10	5
15	4
18	2
20	1

FONTE: SEM

e) TABELA V- MUNICÍPIO "A"
ALUNADO DE 1º GRAU
IDADE EM 1/08/1990

ANOS	NÚMERO DE ALUNOS
5 7	223
7 9	290
9 11	150
11 13	104
13 15	33

FONTE: SEM

f) TABELA VI- MUNICÍPIO "A"
ESCOLAS DE 1º GRAU
1990

DEPEN. / DIST.	F	E	M	P
A	-	1	2	-
B	-	1	1	-
S	1	3	4	2
V	-	1	3	1

FONTE: SEM

23) Uma amostra casual de 4 plantas do reflorestamento R apresentou os seguintes diâmetros à altura do peito (d.a.p), em cm:

$$Y = \{ 25,5 \ ; \ 26 \ ; \ 27,5 \ ; \ 27 \}$$

Calcular:

a) $\sum_{i=1}^{n} Y_i$; n=4

b) $\bar{Y} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n}$

c) $\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})$

d) $\sum_{i=1}^{n} (y_i - 25)$

e) $\sum_{i=1}^{n} (y_i - 27)$

f) $\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})$

g) $\sum_{i=1}^{n} y_i^2$

h) $\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \dfrac{(\sum_{i=1}^{n} y_i^2)}{n}$

24) A variável y que descreve a acidez de mangas em janeiro segundo a variedade e o ano, em certo experimento, assumiu os seguintes valores:

VARIEDADE	ANO		
	1987(j=1)	1988(j=2)	1989(j=3)
i=1 Boubon	4,6	4,4	5,0
i=2 Oliveira	6,1	3,5	4,8

Fonte: ESALQ (1990)

Calcular:

a) $\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} y_{ij} = \sum_{ij} y_{ij} = y_{..}$

b) $\sum_{i=1}^{2} y_{i} = y_{.2}$

c) $\sum_{j=1}^{3} y_{2j} = y_{2.}$

d) $y_{.1}$

e) y_2

f) y_1

g) $\sum_{i,j} y^2_{ij}$

h) $\bar{y} = 1/rt \sum_{i=j} y_{ij}$

onde $i=1,\ldots,t$ e $j=1,\ldots,r$

25. Considerando os dados da Tabela, determine o número de observações da variável.

26. Com os dados da tabela número 4, determine:

a) a classificação da variável em estudo;

b) o número de observações da variável;

c) o total de salas de aula disponíveis no município.

27. Analise a tabela abaixo, estabelecendo comparações quanto à origem do petróleo bruto processado e quanto à variação atual

Petróleo bruto processado, por origem — 1974-83

ANOS	PETRÓLEO BRUTO PROCESSADO (1 000 m³)		
	Total	Origem	
		Nacional	Importado
1974	47 633	9 796	37 83
1975	51 804	9 004	42 80
1976	54 822	8 457	46 46
1977	56 048	9 554	46 49
1978	62 408	9 628	52 78
1979	64 617	9 113	55 504
1980	63 158	10 211	52 947
1981	61 012	10 963	50 049
1982	60 420	13 286	47 134
1983	58 900	18 294	40 606

FONTE — Ministério das Minas e Energia, Conselho Nacional do Petróleo, Diretoria de Planejamento.

ANUÁRIO ESTATÍSTICO DO BRASIL — 1984

28. Durante o Seminário interno da UFRGS "A questão do vestibular" realizado em junho de 1986, foi apresentada as seguintes informações:

a) analise o aumento percentual ano a ano da taxa de inscrição;

b) calcule a taxa atualizada com a inflação.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

TAXA DE INSCRIÇÃO AO VESTIBULAR

ANO DO CONCURSO	VALOR DA TAXA DE INSCRIÇÃO
1972	Cr$ 100,00
1973	Cr$ 120,00
1974	Cr$ 134,00
1975	Cr$ 161,00
1976	Cr$ 210,00
1977	Cr$ 273,00
1978	Cr$ 370,00
1979	Cr$ 464,00
1980	Cr$ 580,00
1981	Cr$ 940,00
1982	Cr$ 1.375,00
1983	Cr$ 2.475,00
1984	Cr$ 4.800,00
1985	Cr$ 10.510,00
1986	Cr$ 34.734,00

ÍNDICE DE INFLAÇÃO ANUAL

Ano	ÍNDICE DE INFLAÇÃO DO ANO
1972	15,0%
1973	15,5%
1974	34,5%
1975	29,4%
1976	46,3%
1977	38,8%
1978	40,8%
1979	77,2%
1980	110,0%
1981	95,1%
1982	99,8%
1983	221,0%
1984	232,0%
1985	251,1%

COMISSÃO PERMANENTE DE SELEÇÃO E ORIENTAÇÃO - COPERSO

29. Considerando os dados referentes a variável "X = peso dos alunos" apresentada no cadastro que segue, resultado de pesquisa realizada na escola "R", no município "A", no dia 2 de agosto de 1982, determine:

a) a identificação da variável em estudo;

b) a identificação dos alunos correpondentesaos pesos máximo e mínimo;

c) uma distribuição de frequências com cinco classes e amplitudes uniformes.

ALUNO	PESO	ALUNO	PESO	ALUNO	PESO	ALUNO	PESO	ALUNO	PESO
01	25,4	17	25,0	33	23,3	49	23,0	65	27,1
02	24,8	18	23,8	34	29,1	50	25,2	66	24,8
03	26,0	19	24,2	35	24,8	51	25,8	67	25,2
04	20,0	20	24,7	36	25,9	52	26,7	68	23,0
05	23,4	21	25,8	37	25,1	53	26,8	69	24,2
06	29,0	22	25,9	38	21,0	54	27,1	70	25,0
07	25,1	23	26,5	39	24,2	55	30,0	71	27,0
08	25,3	24	29,1	40	25,8	56	25,0	72	27,3
09	24,9	25	21,9	41	24,1	57	25,6	73	23,4
10	25,0	26	25,0	42	25,9	58	24,2	74	25,1
11	26,2	27	23,1	43	27,0	59	25,1	75	24,9
12	27,3	28	25,8	44	25,2	60	27,0	76	25,0
13	24,8	29	25,8	45	24,0	61	25,2	77	23,9
14	24,7	30	24,7	46	24,7	62	25,8	78	25,0
15	25,2	31	24,1	47	29,1	63	24,0	79	25,2
16	25,8	32	23,0	48	25,2	64	24,2	80	24,8

30. A Secretaria da Saúde realizou um levantamento a respeito da idade, em anos, de um certo tipo de "causa-mortis" obtendo-se os dados que seguem:

Com esses dados determine:

a) o valor e significado da frequência da segunda classe;

b) o valor e significado do ponto médio da quarta classe;

c) o valor e significado da frequência relativa da terceira classe;

d) o valor e significado da frequência acumulada da quinta classe;

e) a interpretação do valor da frequêcia relativa acumulada da quarta classe;

f) o valor da amplitude total.

TABELA X

MUNICÍPIO "A"

ENFARTE DO MIOCÁRDIO

ÓBITOS OCORRIDOS EM 1981

[ANOS]	NÚMERO DE ÓBITOS
40 ├── 44	2
44 ├── 48	5
48 ├── 52	16
52 ├── 56	28
56 ├── 60	17
60 ├── 64	9
64 ├── 68	3

31. Considerando os dados da Tabela II, determine a proporção de escolas com "dependência" Estadual.

32. Com os dados da tabela III, determine a frequência relativa do Distrito de Alagado e o seu significado.

33. Uma turma de estudantes foi examinada em relação a variável "X - número de irmãos", obtendo-se os resultados do cadastro que segue:

ALUNO	IRMÃOS	ALUNO	IRMÃOS	ALUNO	IRMÃOS	ALUNO	IRMÃOS
01	0	11	4	21	3	31	2
02	1	12	2	22	2	32	0
03	2	13	3	23	0	33	1
04	1	14	1	24	1	34	0
05	2	15	2	25	1	35	1
06	1	16	1	26	1	36	1
07	0	17	1	27	2	37	1
08	1	18	1	28	1	38	1
09	2	19	3	29	1	39	0
10	1	20	1	30	2	40	1

Este Cadastro fopi obtido na Escola "A", no dia 19 de agosto de 1982.

Com estes dados determine:

a) a tabela adequada para a apresentação dos resultados da pesquisa;

b) o valor e significado da fr_3;

c) o valor e significado da Fr_4;

34. Construa o histograma das idades com os dados da Tabela V.

Construa o histograma com os dados da Tabela obtida com o cadastro do "Número de irmãos" do exercício anterior.

35. Com os dados da Tabela V, determine:

a) o valor e significado da frequência relativa da 2ª classe;

b) o valor e significado do ponto médio da 3ª classe

c) o histograma da série.

36. Construa um polígono de frequência relativa, um histograma de frequência absoluta e uma ogiva com os dados da Tabela:

TABELA XI

PESO DE ALUNOS

Kg	NÚMERO DE ALUNOS
50 ├── 56	12
56 ├── 62	12
62 ├── 68	16
68 ├── 74	60
74 ├── 80	40
80 ├── 86	48
86 ├── 92	12

FONTE: HIPOTÉTICA

37. Os dados abaixo referem-se à taxa de creatina em urina de 24 horas (mg/100ml), em uma amostra de 72 homens normais.

NÚMERO	TAXA	NÚMERO	TAXA	NÚMERO	TAXA	NÚMERO	TAXA
01	1,51	19	1,54	37	1,73	55	1,66
02	1,61	20	1,38	38	1,08	56	1,55
03	1,69	21	1,47	39	1,22	57	1,58
04	1,49	22	1,83	40	1,80	58	1,33
05	1,57	23	1,60	41	1,60	59	1,23
06	2,18	24	1,43	42	1,46	60	1,56
07	1,46	25	1,58	43	1,72	61	1,96
08	1,89	26	1,66	44	1,47	62	2,34
09	1,76	27	1,66	45	1,62	63	1,43
10	2,29	28	1,26	46	1,58	64	1,86
11	1,66	29	1,75	47	1,36	65	1,90
12	1,52	30	1,59	48	1,33	66	1,52
13	1,40	31	1,40	49	1,59	67	1,40
14	1,83	32	1,44	50	1,69	68	1,65
15	1,22	33	1,52	51	1,37	69	1,56
16	1,46	34	1,83	52	1,71	70	1,68
17	1,43	35	1,86	53	1,47	71	1,50
18	1,49	36	2,02	54	1,86	72	1,73

37.1. Organize uma distribuição de frequência adotando classes iguais de modo que a primeira seja 1,00 ├── 1,15.

37.2. Determine as frequências absoluta simples e relativa de cada classe.

37.3. Determine a porcentagem de observações:

a) no intervalo 1,75 a 1,90;

b) menores que 1,45;

c) no intervalo 1,30 a 1,60;

d) iguais ou maiores que 1,90.

37.4. Calcule e interprete:

a) F_2 b) Fr_3 c) $F_4 - F_2$

37.5. Supondo que esta amostra representa a população de homens normais, qual a probabilidade que um homem desta população apresente uma taxa de creatina:

a) igual ou maior do que 2,20?

b) menor do que 1,30?

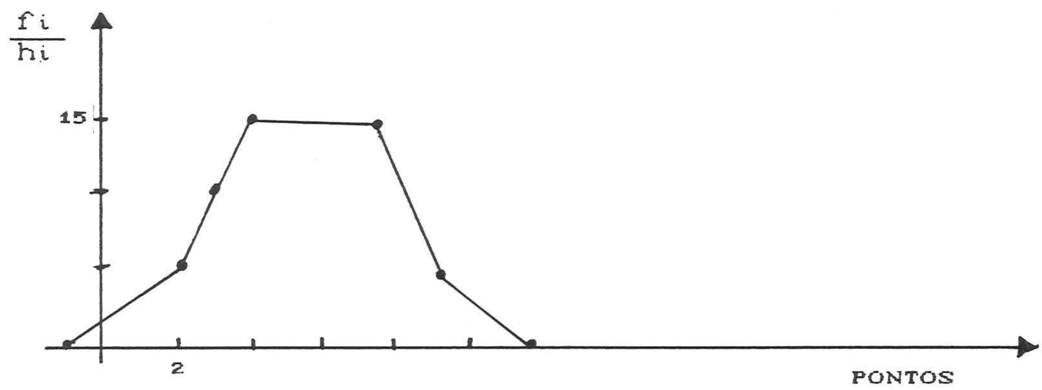
c) entre 1,75 e 2,05 exclusive?

37.6. Desenhe o histograma de frequências relativas.

38. Interpretando o gráfico abaixo, identifique:

a) f_2 b) fr_3 c) F_4 d) X_3 e) Fr_2

Resultado do teste aplicado na turma X



Fonte: Hipotética

39. Construa o histograma de frequência absoluta e a ogiva:

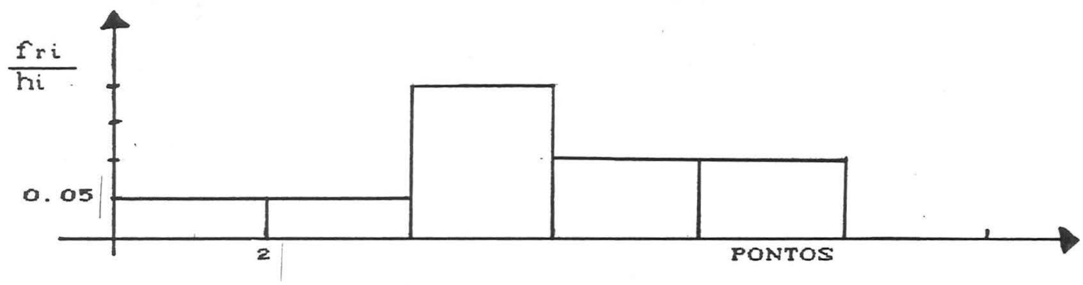
Q.I. de 200 estudantes

Q.I.		F_i
85	105	10
105	125	50
125	145	100
145	165	140
165	185	180
185	205	200

40. Interprete o gráfico determinando os valores de:

a) fr_2 b) f_3 c) Fr_2

Resultado de um teste aplicado em 100 alunos



Fonte: hipotética

41. Tomada uma amostra constituída de 40 profissionais liberais aos quais foi questionado sobre o número de publicações que os mesmos são assinantes, se obteve os seguintes dados:

0	3	1	1	1	4	1	3
2	3	6	1	4	5	2	3
2	2	3	2	4	5	6	4
2	4	6	2	3	4	5	6
1	1	2	4	0	2	4	3

Pede-se: a) o tipo de variável em estudo;

b) o número de observações realizadas;

c) construir a distribuição de frequência mais adequada;

d) determinar fr_i, F_i, Fr_i;

e) interpretar f_2, fr_3, f_5, fr_4;

f) o número total de publicações assinadas.

42. Observando os dados abaixo responda:

Resultado do teste Q.I -Turma X - 1990

RESULTADOS	NÚMERO DE ALUNOS
80 ├── 90	5
90 ├── 100	10
100 ├── 110	80
110 ├── 120	60
120 ├── 130	5

Fonte: Hipotética

a) Qual a porcentagem de alunos que obteve de 80 a 100 pontos exclusive?

b) O que significa a frequência absoluta acumulada da terceira classe?

c) Quanto é fr_4?

d) Em quantos alunos o teste foi aplicado?

Construa:

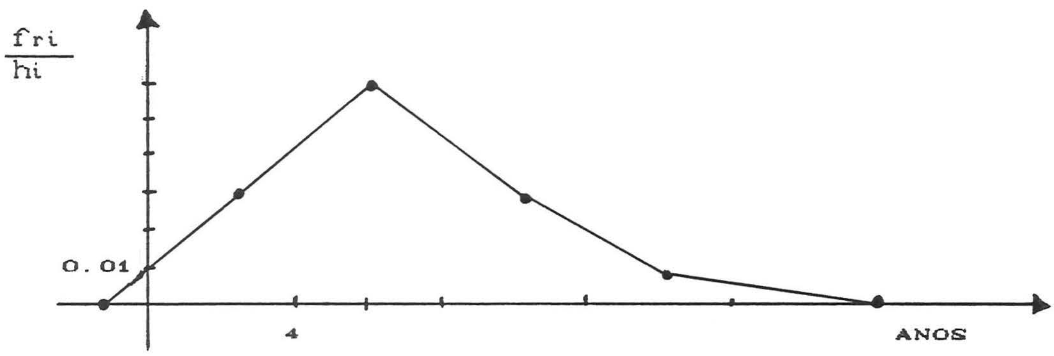
a) histograma de frequência aboluta;

b) polígono de frequência absoluta;

c) ogiva.

43. Observe e analise o gráfico:

Idades dos Alunos - Escola X - 1992



Fonte: Hipotética

Responda:

a) Qual é a frequência relativa simples da terceira classe?

b) Qual é a frequência relativa acumulada da terceira classe?

c) Sabendo que a escola tem 500 alunos, quantos estão na faixa de 8 a 12 anos incompletos?

d) As crianças na primeira faixa de idade estão na creche. Quantas são?

44. Faça o histograma de frequência relativa e faça a ogiva de:

Prova de ortografia - 3º série

Escola X - março 1990 - B.H.

PONTOS	F_i
4 ├── 10	10
10 ├── 16	20
16 ├── 22	40
22 ├── 28	80
28 ├── 34	100

Fonte: 3ª AREA EDUCACIONAL - B.H.

Calcule e interprete:

a) f_2

b) fr_3

c) F_3

d) Fr_2

e) X_4

f) F_2

g) N

h) $F_3 - F_1$

45. Considere os seguintes dados referentes a 50 observações de comprimentos de lona para a categoria MPC:

1576	1582	1580	1583	1582	1581	1579	1582	1574	1580
1576	1576	1582	1579	1583	1579	1578	1574	1572	1583
1582	1581	1582	1576	1582	1585	1579	1582	1582	1582
1581	1581	1581	1582	1582	1582	1580	1578	1583	1580
1582	1583	1583	1573	1579	1579	1582	1582	1578	1582

a) Calcule μ e σ.

b) Organize uma distribuição de frequência utilizando a fórmula $m = \sqrt{N}$, recalcule μ e σ e compare com os valores obtidos com os dados brutos.

46. Num controle de pressão da linha de vapor a 18 kg/cm^2, um inspetor na vulcanização encontrou, a partir de 40 controles feitos:

1º dia: Valor máximo = 19 kg/cm^2 Valor mínimo = 18 kg/cm^2

2º dia: Valor máximo = 20 kg/cm^2 Valor mínimo = 17 kg/cm^2

a) Qual foi a amplitude total em cada dia?

b) Em que dia a pressão da linha variou mais ?

47. Uma amostra de 20 pneus da medida 750 16 522 10 PR, cujo peso teórico é 21,049 Kg, com uma tolerância de -4% a +3%, apresentou os valores:

21,030	21,000	21,410	20,999	21,507	20,950	21,014
21,014	20,950	21,507	21,030	21,000	21,410	21,038
21,014	21,038	21,410	21,030	21,030	20,999.	

Calcule a média, a moda, a mediana e o desvio padrão.

48. Suponha que durante o mes de maio foram realizadas medições de temperatura nas massas DGO e DHB, obtendo os seguintes valores:

Temperatura (°C)	DGO	DHB
107 |— 109	3	0
109 |— 111	5	2
111 |— 113	11	9
113 |— 115	24	35
115 |— 117	37	68
117 |— 119	51	44
119 |— 121	24	12
121 |— 123	19	15
123 |— 125	26	15
125 |— 127	10	10
Σ		

a) Compare a moda e a mediana dessas distribuições.

b) Qual das amostras apresenta maior homogeneidade ?

49. Faça uma análise descritiva do cadastro dos Alunos do Curso de Psicologia, 1º Sem/79, em anexo, seguindo a sugestão abaixo e, preferencialmente, utilizando algum sofware estatístico (MINITAB ou SPSS, por exemplo).
a) Organize uma distribuição de frequência para cada variável e interprete.
b) Organize uma série mista com as variáveis Sexo e Estado Civil. Interprete.
c) Calcule μ, M_o, M_e, σ e γ para as variáveis Número de Irmãos na família, Idade, Peso e Altura.
e) Compare as variáveis Peso e Altura quanto à homogeneidade

50- A população de certo município era de 30 000 habitantes em 1979. Em 1986 a população passou para 34 200 habitantes. Calcular a **taxa de crescimento média anual.**

51- A população de certo município em 1987 era de 50 000 habitantes. Sabendo-se que a taxa de incremento foi de 2% a.a. deseja-se calcular o número de pessoas existentes em 1982, admitindo-se que o crescimento foi de natureza aritmética.

52-Calcular em quanto tempo a população de uma cidade poderá duplicar admitindo crescimento aritmético a uma taxa de 3% a.a.

53- A população de Porto Alegre em 1977 era de 1300 000 pessoas. Supondo que em 1973 a população fosse de 1 100 000 habitantes, verificar qual a taxa de incremento percentual ao ano admitindo crescimento aritmético.

54- Em 1978 a população de certo município era de 30000 pessoas. Sabendo que o número de habitantes desse município em 1985 era de 34200 pessoas, calcular a população provável em 1991, admitindo crescimento aritmético.

55-A população de certo município em 1982 era de 24 000 habitantes, enquanto que em 1986 o efetivo demográfico passou a ser representado por 27 012 pessoas. Calcular a **taxa de incremento percentual ao ano**, no caso de crescimento geométrico.

56- Certo município vem apresentando acentuado crescimento demográfico. Sabe-se que a taxa de incremento tem sido de 3,20007% a.a. e que o aumento populacional vem se processando geometricamente. Calcular em que ano a população correspondeu à metade do que representou em 1987.

VIII RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS

1. PROFESSORES: a) escolaridade
   b) nível de ensino em que exerce a atividade
   c) salário
   d) número de horas semanais
2. população: todo
   amostra: parte
3. unidades populacionais
4. São observadas as variáveis
5. qualitativas (ex. defeituosidade, sexo, religião), quando se prende a determinada característica;
   quantitativas - assume valores (ex. idade)
6. variável discreta: resulta através do processo de contagem.
   ex: número de pessoas por domicílio
   variável contínua: resulta de um processo de medição
   ex: temperatura, altura
7. professores, alunos salas de aula
8. professores: variável quantitativa: idade
   variável qualitativa: sexo
   alunos: variável quantitativa: altura
   variável qualitativa: religião
   salas de aula: variável quantitativa: m^2
   variável quantitativa :cor
9. dado estatístico
10. 90 (Q.I de um aluno); 1,80 (altura de um aluno); 56Kg (peso de um aluno).
11. masculino (sexo do professor); universitário (nível de ensino em que exerce a atividade); mestrado (nível de escolaridade).
12. Podem ser apresentados em quadros especiais (tabelas) ou representados graficamente.
13. geográficas, históricas e específicas.
14. São dados reunidos de acordo com o tempo, que varia.
15. Quando os dados estiverem dispostos em observância ao fator qualidade, que varia.
16. Série geográfica
17. Distribuição de frequência

18. Distribuição de frequência por ponto

19. Distribuição de frequência por intervalo

20. Séries mistas, conjugadas ou de dupla entrada.

21. Através de tabelas ou gráficos.

22. a) Histórica

b) Categórica

c) Geográfica

d) Distribuição de frequência por ponto

e) Distribuição de frequência por intervalo

f) Geográfica e categórica

23. a) 106 cm ; b) 26,5 cm ; c) 0 ; d) 10,5 cm^2; e) 3,5 cm^2; f) 2,4 cm^2 ; g) 2811,5 cm^2 ; h) 2,5 cm^2.

24. a) 28,4 ; b) 9,8 ; c) 14,4 ; d) 10,7 ; e) 7,9 ; f) 14,0 ; g) 138,02 ; h) 4,43.

25. 6 observações.

26. a) variável quantitativa discreta

b) 30

c) 279 salas

29. a) variável: peso dos alunos (quantitativa contínua)

b) peso máximo: 55 - 30 Kg

peso mínimo: 04 - 20 Kg

média = 5

H = 10

h = 2Kg

30. a) f_2 = 5; 5 óbitos se referem a pessoas de 44 a 48 anos exclusive.

b) X_4 = 54 ; 28 pessoas que morreram tem em média 54 anos.

c) fr_3 = 2 ; 20% do óbitos se referem a pessoas que possuem 48 a 52 anos exclusive.

d) F_5 = 68 ; 68 óbitos se referem as idades de 40 a 60 anos exclusive.

e) Fr_4 = 0,6375 ; 63,75% dos óbitos se referem as idades de 40 a 56 anos exclusive.

f) 68 - 40 = 28 anos

31. fr_2 = 0,3 - 30% das escolas

32. fr_2 = 0,5 - 15% das escolas estão no distrito de Alagado.

33.

nº de irmãos	f_i	fr_i	Fr_i
0	6	0,15	0,15
1	21	0,525	0,675
2	9	0,225	0,9
3	3	0,075	0,975
4	1	0,025	1

a) fr_3= 0,225 ; 22,5% dos alunos tem 2 irmãos.

b) Fr_4= 0,975 ; 97,5% dos alunos tem no máximo 3 irmãos.

35. fr_2 = 0,3625; 36,25% dos alunos possuem de 7 a 9 anos exclusive.

X_2 = 8 ; 290 alunos, possuem 8 anos , em média.

37.3. a) 13,89%

b) 23,64%

c) 48,61%

d) 8,33%

37.4. a) F_2 = 5 ; 5 alunos possuem a altura de 1,00 a 1,30 exclusive.

b) Fr_3 = 0,2361 ; 23,61% dos alunos possuem a altura entre 1,00 a 1,45 exclusive.

c) F_4 - F_2 = 40 - 5 = 35; 35 alunos possuem a altura entre 1,30 a 1,60.

37.5. a) 0,0277

b) 0,0694

c) 0,1388 + 0,0416

38. a) f_2 = 20   d) X_3 = 5

b) fr_3 = 0,3   e) Fr_2 = 0,3

c) F_4 = 90

40. a) fr_2 = 0,10

b) f_3 = 10

c) Fr_2= 0,20

41. a) variável quantitativa discreta

b) 40 observações

43. a) fr_3 = 0,64

b) Fr_3 = 0,96

c) 100 alunos

d) 80 crianças

50. 600 Habitantes
51. 45 455 Habitantes
52. 33 anos
53. 4,5% a.a.
54. 37 800 Habitantes
55. 3% a.a.
56. 1965

IX REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BUSSAB, W. & MORETTIN, P. Métodos quantitativos para economistas e administradores. Atual Editora, 1981.

COCHRAN, W. Técnicas de Amostragem. Ed. Fundo de Cultura, 1963.

IEMMA,A.F. Estatística Descritiva. $\varphi\sigma\rho$ Publicações, 1992.

KAZMIER, L.J. Estatística Aplicada à Economia e Administração. McGraw-Hill, 1982.

MENDENHALL, W. Probabilidade e Estatística. Ed. Campus,1985.

NICK, E. Fundamentos de Estatística para as ciências do comportamento. Ed. Renes, 1971.

PEREIRA, R.S. A Estatística e suas aplicações. Grafosul, 1979.

PEREIRA, W. & TANAKA, O.K. Elementos de Estatística. McGraw-Hill, 1984.

SPIEGEL, M.R. Estatística. McGraw-Hill, 1985.

STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração. Harbra, 1981.

TOLEDO, G.L. & OVALLE, I.I. Estatística Básica. 1985.

X - ANEXOS

(Continuação)

96124	73355	01925	17210	81719	74603	30305	29383	69753	61156
31283	54371	20985	00299	71681	22496	71241	35347	37285	02028
49988	48558	20397	60384	24574	14852	26414	10767	60334	36911
82790	45529	48792	31384	55649	08779	94194	62843	11182	49766
51473	13821	75776	24401	00445	61570	80687	39454	07628	94806
07785	02854	91971	63537	84671	03517	28914	48762	76952	96837
16624	68335	46052	07442	41667	62897	40326	75187	36639	21396
28718	92405	07123	22008	83082	28526	49117	96627	38470	78905
33373	90330	67545	74667	20398	58239	22772	34500	34392	92989
36535	48606	11139	82646	18600	53898	70267	74970	35100	01291
47408	62155	47467	14813	56684	56681	31779	30441	19883	17044
56129	36513	41292	82142	13717	49966	35367	43255	06993	17418
35459	10460	33925	75946	26708	63004	89286	24880	38838	76022
61955	55992	36520	08005	48783	08773	45424	44359	25248	75881
85374	69791	18857	92948	90933	90290	97232	61348	22204	43440
15556	39555	09325	16717	74724	79343	26313	39585	56285	22525
75454	90681	73339	08810	89716	99234	36613	43440	60269	90899
27582	90856	04254	23715	00086	12164	16943	62099	32132	93031
89658	47708	01691	22284	50446	05451	68947	34932	81628	22716
57194	77203	26072	92538	85097	58178	46391	58980	12207	94901
64219	53416	03811	11439	80876	38314	77078	85171	06316	29523
53166	78592	80640	58248	68818	78915	57288	85310	43287	89223
58112	88451	22892	29765	20908	49267	18968	39165	03332	94932
14548	36314	05831	01921	97159	55540	00867	84294	54653	81281
21251	15618	40764	99303	38995	97879	98178	03701	70069	80463
30953	63369	05445	20240	35362	82072	29280	72468	94845	97004
12764	79194	36992	74905	85867	18672	28716	17995	63510	67901
72393	71563	42596	87366	80039	75647	66121	17083	07327	39209
11031	40757	10904	22385	39813	63111	33237	95008	09057	50820
91948	69586	45045	67557	86629	67943	23405	86552	17393	24221
18537	07384	13059	47389	97265	11379	24426	09528	36035	02501
66885	11985	38553	97029	88433	78988	88864	03876	48791	72613
96177	71237	08744	38483	16602	94343	18593	84747	57469	08334
37321	96867	64979	89159	33269	06367	09234	77201	92195	89547
77905	69703	77702	90176	04883	84487	88688	09360	42803	88379
53814	14560	43698	86631	87561	90731	59632	52672	24519	10966
16963	37320	40740	79330	04318	56078	23196	49668	80418	73842
87558	58885	65475	25295	59946	47877	81764	85986	61687	04373
84269	55068	10532	43324	39407	65004	35041	20714	20880	19385
94907	08019	05159	64613	26962	30688	51677	05111	51215	53285
45735	14319	78439	18033	72250	87674	67405	94163	16622	54994
11755	40589	83489	95820	70913	87328	04636	42466	68427	79135
51242	05075	80028	35144	70599	92270	62912	08859	87405	08266
00281	25893	94848	74342	45848	10404	28635	92136	42852	40812
12233	65661	10625	93343	21834	95563	15070	99901	09382	01498
88817	57827	02940	66788	76246	85094	44885	72542	31695	83843
75548	53699	90888	94921	04949	80725	72120	80838	38409	72270
42860	40656	33282	45677	06003	46597	67666	70858	41314	71100
71208	72822	17662	50330	32576	95030	87874	25965	05261	95727
44319	22313	89649	47415	21065	42846	78055	64776	64993	48051

ANEXO 2 : CADASTRO

ALUNOS DO CURSO DE PSICOLOGIA - 1º SEM/ 79

nº aluno	sexo	est. civil	nº de irm. na fam.	peso	altura	idade
1	F	C	03	47	158	26
2	F	C	03	50	159	21
3	F	S	08	50	161	21
4	F	S	04	48	162	19
5	F	S	02	55	165	17
6	F	S	02	49	157	19
7	F	S	02	68	168	18
8	F	C	01	53	160	30
9	F	S	01	57	158	30
10	F	S	04	55	155	18
11	F	S	02	58	163	20
12	F	S	02	48	161	19
13	F	S	02	49	158	20
14	F	S	04	54	166	17
15	F	S	10	49	154,5	23
16	M	S	03	72	174	19
17	F	S	04	47	153	18
18	F	S	03	45	161	18
19	F	S	01	53	169	19
20	F	S	03	51	167	20
21	F	S	04	54	169	20
22	F	S	02	50	168	24
23	F	S	04	49	160	20
24	F	S	04	42	158	25
25	F	S	03	53	160	19
26	F	S	04	57	164	17
27	F	S	02	51	169	17
28	F	S	03	50	161	17
29	F	S	02	59	168	21
30	F	S	05	53	165	19
31	M	S	09	73	178	20
32	F	S	02	56	165	19
33	F	S	02	47	160	18
34	F	S	04	51	167	17
35	F	S	05	51,5	160	18
36	F	S	03	47	165	17
37	F	S	02	55	168	20
38	M	S	03	65	172	26
39	F	S	04	58	164	20
40	F	S	04	54	168	19
41	F	S	03	52	157	19
42	F	C	03	63	165	30
43	F	S	11	59	169	18
44	F	S	03	57	158	19
45	F	C	04	56	165	31
46	F	S	07	50	159	19
47	F	S	04	70	167	34

ANEXO 3 : FORMULÁRIO

$$\mu = \frac{\sum_{i}^{N} X_i}{N} \qquad \mu = \frac{\sum_{i}^{m} f_i X_i}{N} \qquad M_e = l_i + h \left[\frac{N/2 - F_{ant}}{f_i} \right]$$

$$M_o = 3\,M_e - 2\,\mu \qquad M_o = l_i + h \frac{f_i - f_{ant}}{2\,f_i - (f_{post} + f_{ant})}$$

$$H = X_{máx} - X_{min}$$

$$SQ = \sum^{N} d_i^2 = \sum^{N} (x_i - \mu)^2 \qquad \sigma^2 = \frac{\sum^{N} d_i^2}{N} = \frac{\sum^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

$$SQ = \sum^{m} f_i d_i^2 = \sum^{m} f_i (x_i - \mu)^2 \qquad \sigma^2 = \frac{\sum^{m} f_i d_i^2}{N} = \frac{\sum^{m} f_i (x_i - \mu)^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - \mu^2 \qquad \gamma^2 = \frac{\sigma^2}{\mu^2} \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \mu^2 \qquad \gamma = \frac{\sigma}{\mu} \qquad \hat{s}^2 = \frac{n}{n-1} s^2 \qquad \hat{s}^2 = \frac{N-1}{N} \frac{n}{n-1} s^2$$

$$I = P - Po \qquad tx = \frac{I}{n} \qquad txr = \frac{tx}{Po}$$

$$tx = \frac{P - Po}{n} \qquad txr = \frac{P - Po}{n\,Po} \qquad P = Po + I \qquad I = Po\; i\; n$$

$$P = Po\,(1 + i\,n) \qquad i = \frac{P - Po}{Po\,n} \qquad n = \frac{P - Po}{Po\,i}$$

$$Pn = Po\,(1 + i)^n$$

$$P = Po\,(1 + i)^n + Po\,(1 + i)^{n'} + Po\,(1 + i)^{n''}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{P}{Po}} - 1 \qquad n = \frac{\log P - \log Po}{\log\,(1 + i)}$$

Publicações do Instituto de Matemática da UFRGS

Cadernos de Matemática e Estatística

Série B: Trabalho de Apoio Didático

1. Elsa Mundstock - Curso Básico Sobre Wordstar 3.45 - MAR/89

2. Jaime B. Ripoll - Introdução ao Cálculo Diferencial Via Funções de Uma Variável Real - OUT/89

3. Edmund R. Puczylowski - Dimension of Modular Lattices - JUN/90

4. Marcos Sebastiani - Geometrias Não Euclidianas - JUL/90

5. Sandra R. C. Pizzatto - Cálculo Numérico - AGO/91

6. Vera Clotilde G. Carneiro - Elementos de Cálculo para Biologia - AGO/91

7. Elsa Mundstock - Iniciação ao SPSS/PC - SET/91

8. Elisa Hagg, Loiva C. de Zeni, Maria Alice Gravina e Vera Carneiro - Notas da 1ª Oficina de Matemática da UFRGS - JAN/92

9. Paulo Werlang de Oliveira, Elisabete Rambo, Suzana Lima dos Santos, Coordenação: Profª Maria Alice Gravina - A Tartaruga no Espaço Tridimensional - FEV/92

10. Silvio Possoli - Análise Multivariada - JUL/92

11. Dinara Westphalen Fernandez - Números Índices - OUT/92

12. Maria Teresinha Albanese - Coeficiente de Fidedignidade de um Instrumento de Medida - OUT/92

13. Vera Clotilde Carneiro e Sérgio Cláudio Ramos - Gráficos na Escola - DEZ/92

14. João Riboldi - Elementos Básicos de Estatística - JAN/93

15. Paulo W. de Oliveira e M. Alice Gravina - Logo: Manual do Usuário - MAR/93

16. Ruben Markus, Elsa C. de Mundstock, Dinara W. X. Fernandez e João Riboldi - Exercícios de Métodos Estatísticos - AGO/93

17. Loiva C. de Zeni e M. Alice Gravina - Sugestões de Atividades no Ambiente Logo para a Exploração de Conteúdos Matemáticos dos Currículos Escolares de 1º e 2º Grau - SET/93

18. João Riboldi - Delineamentos Experimentais de Campo, Parte 1 - SET/93

19. Marlusa Benedetti, Patrícia P. Gil, Shirley I. Techera, Angela Andreotti, Milene Milan, Marlise Moraes, Luciana Santos, Augustinho Zimmermann, Coordenação: Profª Maria Alice Gravina - Atividades em Geometria Usando Recortes - OUT/93

20. João Riboldi - Delineamentos Experimentais de Campo, Parte 2 - OUT/93

21. Anne C. Rutsatz, Édina R. de C. Alexandre, Gorete Losada, M. Alice Gravina, Rosemary P. Disconzi, Shirley Techera e Vera C. G. Carneiro - O Pensamento e a Linguagem da Álgebra: Tabelas, Gráficos e Equações - DEZ/93

22. Dinara W. X. Fernandez - Estatística Descritiva I - JAN/94

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
NÚCLEO DE ATIVIDADES EXTRA CURRICULARES

Os Cadernos de Matemática e Estatística publicam as seguintes séries:

Série A: Trabalho de Pesquisa

Série B: Trabalho de Apoio Didático

Série C: Colóquio de Matemática SBM/UFRGS

Série D: Trabalho de Graduação

Série F: Trabalho de Divulgação

Série G: Textos para Discussão

Toda correspondência com solicitação de números publicados e demais informações deverá ser enviada para:

NAEC - NÚCLEO DE ATIVIDADES EXTRA CURRICULARES
INSTITUTO DE MATEMATICA - UFRGS
AV. BENTO GONÇALVES, 9500 - PRÉDIO 43111
CEP 91509 - 900 AGRONOMIA - POA/RS
FONE: 336 92 22 OU 339 13 55 OU 228 16 33
RAMAL 6197
FAX: 336 15 12