

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS,  
METALÚRGICA E MATERIAIS**

**MARCO AURÉLIO SEGER**

**ESTUDOS DE SEPARAÇÃO DE PARTÍCULAS GROSSAS DE  
QUARTZO POR FLOTAÇÃO**

**Porto Alegre  
2019**

**MARCO AURÉLIO SEGER**

**ESTUDOS DE SEPARAÇÃO DE PARTÍCULAS GROSSAS DE  
QUARTZO POR FLOTAÇÃO.**

**Dissertação submetida ao Programa de Pós Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para à obtenção do título de Mestre em Engenharia, modalidade Acadêmica.**

**Orientador: Prof. Dr. Rafael Teixeira Rodrigues**

**Porto Alegre  
2019**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**Reitor: Rui Vicente Oppermann**

**Vice-Reitora: Jane Fraga Tutikian**

**ESCOLA DE ENGENHARIA**

**Diretor: Luiz Carlos Pinto da Silva Filho**

**Vice-Diretora: Carla Schwengber ten Caten**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**

**Coordenador: Afonso Reguly**

**Vice-Coordenador: Andréa Moura Bernardes**

**MARCO AURELIO SEGER**

**ESTUDOS DE SEPARAÇÃO DE PARTÍCULAS GROSSAS DE  
QUARTZO POR FLOTAÇÃO.**

**Esta dissertação foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de mestre em Tecnologia Mineral, Ambiental e Metalurgia Extrativa e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.**

**Prof. Dr. Rafael Teixeira Rodrigues**

**Aprovado em: 02/09/2019**

**BANCA EXAMINADORA**

**Vlândia Cristina Golçalves de Souza (Prof. Dr.) – PPGE3M/UFRGS**

**Cristiane Oliveira Rodrigues (Prof. Dr.) – UFCSPA**

**Meise Pricila de Paiva (Prof. Dr.) – UNIPAMPA**

## **AGRADECIMENTOS**

Às instituições CNPQ/UFRGS/PPGE3M, pelas bolsas de mestrado e iniciação científica, pela verba destinada à pesquisa e pela infraestrutura de excelência.

A toda a minha família, em especial, a minha namorada Paula, a minha irmã Caroline, minha mãe Maria Cristina, sogros Hiroko e Kazuhisa, que me proporcionaram momentos felizes ao longo de nossa convivência.

Ao Prof. Rafael Teixeira Rodrigues, pela minha formação e orientação na iniciação científica, graduação e mestrado.

Aos amigos e colegas, que de alguma forma contribuíram para realização deste trabalho e me incentivaram a sempre seguir em frente.

## RESUMO

A influência do tamanho de partícula na flotação de minérios tem sido objeto de diversos estudos que visam aprofundar o conhecimento sobre os mecanismos envolvidos nessa operação e aumentar a eficiência de separação nas faixas de tamanho superiores (grossos) e inferiores (finos) empregando novas técnicas e equipamentos. Aumentar os limites do tamanho de partícula possível de separação por flotação ainda constitui um desafio para a indústria de processamento mineral. A baixa recuperação atribuída às partículas grossas ocorre devido a problemas de capacidade de carregamento e transporte das bolhas, assim como ao baixo grau de liberação. Entre os benefícios atribuídos à flotação de partículas grossas estão a diminuição dos custos com cominuição e a redução da geração de partículas finas e ultrafinas, a qual em princípio resultaria em diminuição de perdas. Atualmente o equipamento mais utilizado para flotação de partículas grossas são as células mecânicas. Destaca-se também como alternativa as colunas de flotação operando com bias negativo. Esse sistema favorece a flotação de partículas grossas, pois além de operar com um fluxo ascendente de líquido (maior arraste hidráulico das partículas), a redução da camada de espuma, juntamente com um ambiente de baixa turbulência característico de uma coluna de flotação, proporciona condições favoráveis para a flotação de partículas grossas. Já o processo de floto-elutriação tem se mostrado uma alternativa promissora para a recuperação de partículas grossas ( $+ 250 \mu\text{m}$ ), pois além de operar com menores velocidades superficiais de gás, o que reduz significativamente a turbulência dentro da zona de coleta, diminuindo assim o desprendimento das partículas das bolhas durante a flotação (*detachment*), a floto-elutriação trabalha em fluxo contracorrente (água de elutriação), o que diminui a velocidade de sedimentação das partículas, aumentando assim o tempo de residência, e a probabilidade de colisão partícula/bolha. O objetivo do presente trabalho foi estudar a flotação de partículas grossas de quartzo em colunas de flotação e floto-elutriador. Os resultados obtidos na flotação em coluna mostraram que a recuperação das frações grossas foi fortemente influenciada pelo tamanho da bolha. A recuperação mássica de partículas na faixa de tamanho  $300 \mu\text{m} > D_p > 212 \mu\text{m}$  aumentou em quase 20% quando o tamanho médio de bolha ( $D_{32}$ ) diminuiu de 2,66 para 1,37 mm. Já para partículas com tamanho na faixa de  $425 \mu\text{m} > D_p > 300 \mu\text{m}$  a recuperação mássica aumentou aproximadamente 40 % para a mesma redução do tamanho de bolha. Na floto-elutriação, os resultados mostraram que o aumento da velocidade superficial do líquido produziu um ganho de recuperação (5,94% para 24,10%) quando o  $J_1$  aumentou de

0,63 para  $1,05\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , já a variação da velocidade superficial do gás ( $J_g$ ) não causou impacto relevante na recuperação, porém sua variação influenciou a flotação real, o que indica a existência de um ponto ótimo de operação.

## ABSTRACT

The influence of particle size on ore flotation has been the object of several studies aimed at deepening the knowledge about the mechanisms involved and increasing the separation efficiency in the upper (coarse) and lower (fine) size ranges using new techniques and equipment. Increasing the possible particle size limits for flotation separation is still a challenge for the mineral processing industry. The low recovery attributed to coarse particles is due to problems of bubble carrying and transportability as well as the low degree of release. Among the benefits attributed to coarse particle flotation are reduced comminution costs and reduced fine and ultra fine particle generation, which would result in reduced losses. Currently the most widely used equipment for coarse particle flotation is mechanical cells, due to their high flotation kinetics. Also noteworthy are the flotation columns with negative bias. This system favors the flotation of coarse particles, as it operates with an upward liquid flow ( $J_l$ ) (higher hydraulic particle drag), the reduction of the foam layer, together with a low turbulence environment characteristic of a flotation column, provides favorable conditions for flotation of coarse particles. The floto-elutriation process, on the other hand, has shown to be a promising alternative for coarse particle recovery ( $+ 250 \mu\text{m}$ ), as it operates at lower gas surface velocities, which significantly reduces turbulence within the collection zone, thus reducing detachment of bubbles during flotation (detachment), floto-elutriation works in countercurrent flow (elutriation water), which decreases the sedimentation velocity of the particles, thus increasing the residence time, and the probability of particle / bubble collision. The objective of the present work was to study the flotation of coarse quartz particles in flotation columns and floto-elutriator. In column flotation, the recovery of coarse fractions was strongly influenced by bubble size. The results obtained in column flotation showed that the recovery of coarse fractions was strongly influenced by bubble size. The mass recovery of particles in the size range  $300 \mu\text{m} > D_p > 212 \mu\text{m}$  increased by almost 20% when the mean bubble size ( $D_{32}$ ) decreased from 2.66 to 1.37 mm. For particles with size  $425 \mu\text{m} > D_p > 300 \mu\text{m}$  the mass recovery increased approximately 40% for the same reduction in bubble size. In the floto-elutriation the results showed that the increase in the surface velocity of the liquid produced a recovery gain (5.94% to 24.10%) when the  $J_l$  increased from 0.63 to 1.05 cm.s<sup>-1</sup>. The variation of the gas surface velocity ( $J_g$ ) had no significant impact on the recovery, but its variation influenced the true flotation, which indicates the existence of an optimal point of operation.

## LISTA DE FIGURAS.

Figura 1 - Fenômeno de “captura” (colisão+ adesão) de partículas de diâmetros $D_p$ por bolhas de diâmetro $D_b$ dentro de um raio crítico $r_c$ . Comparação entre bolhas (a) grandes e (b) pequenas.....	20
Figura 2 - Fenômeno de captura bolha-partícula: (a) aproximação bolha-partícula; (b) colisão bolha-partícula; (c) indução-tempo de afinamento do filme líquido; (d) ruptura do filme líquido e formação do ângulo de contato.....	21
Figura 3 - Efeito do tamanho de partícula sobre a recuperação ou cinética de flotação.....	23
Figura 4 – Representação básica de uma coluna de flotação.....	28
Figura 5 - Desenho esquemático do floto-elutriador Hydrofloat™.....	40
Figura 6 - Forças que agem sobre uma partícula em sedimentação livre.....	41
Figura 7 - Velocidades de sedimentação previstas por Lee em função do número de Reynolds, para suspensões com concentração de sólidos entre 1% e 58,5%.....	45
Figura 8 - Montagem experimental para estudos de determinação de tamanho de bolha <i>online</i> em uma coluna de flotação minipiloto.....	47
Figura 9 - (A) câmara de geração de bolhas; (B) câmara de injeção de bolha.....	48
Figura 10 - Distribuição cumulativa do tamanho de partículas (por volume) das amostras de quartzo obtidas por difração a laser (frações de tamanho: muito grossas (VC); grosseiras (C), médias (M) e finas (F)).....	49
Figura 11 - Amostra de areia quartzosa.....	53
Figura 12 - Esquema ilustrativo do sistema utilizado.....	55
Figura 13 - Histórico dos diâmetros de bolhas ( $D_{32}$ ) e valores de <i>holdup</i> para imagens consecutivas em função do tempo, para uma dosagem escalonada de DF250.....	56
Figura 14 - Relação entre os diâmetros médios Sauter ( $D_{32}$ ) e o <i>holdup</i> , para cada etapa (15 minutos) como mostra a figura 13. Sistema ar/água, $J_g = 1,0$ cm /s, $J_l = 0,3$ cm /s.....	58
Figura 15 - Relação entre o <i>holdup</i> e o $S_b$ , para cada etapa (15 minutos) como mostra a figura 13. Sistema ar/água, $J_G = 1,0$ cm / s, $J_L = 0,3$ cm / s.....	59
Figura 16 - Diâmetro médio de bolha ( $D_{32}$ ) e <i>holdup</i> em função da dosagem de tensoativo.....	60

Figura 17 - Exemplos típicos de imagens de bolhas (escala de cinza e imagem binária) e histogramas finais obtidos com a BSA para diferentes concentrações de DF250. Histogramas e $\bar{D}_{32}$ foram obtidos para todas as imagens (180 imagens) analisadas durante todo o período do teste, como mostrado na Figura 20.....	61
Figura 18 - Histórico do diâmetro de bolha ( $D_{32}$ ) e medições de <i>holdup</i> obtidas em tempo real para experimentos de flotação de partículas de quartzo.....	62
Figura 19 - Distribuição do tamanho de bolha (volume), média de todos os experimentos de flotação de partículas de quartzo. Erro igual a 2 desvios padrão. Linhas contínuas passam pelos valores médios dos resultados de frequência e frequência acumulada.....	63
Figura 20 - Resultados da recuperação de quartzo para diferentes tamanhos de partículas para três tamanhos médios de bolhas.....	64
Figura 21 - Recuperação por elutriação e floto-elutriação em função da velocidade superficial do líquido, quando o $J_g=0.2$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ).....	66
Figura 22 - Recuperação por elutriação e floto-elutriação em função da velocidade superficial do gás, quando o $J_l$ é: (a) $0.63$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ); (b) $0.84$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ); (c) $1.05$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ).....	67
Figura 23 - Imagens capturadas para bolhas com diâmetros médios ( $D_{32}$ ) de: (a) $1,03$ mm (b) $1,55$ mm.....	68
Figura 24 - Histograma do tamanho de bolha gerado para $J_l=0.84$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ); (a) $J_g=0.2$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ), $D_b=1.47$ (mm); (b) $J_g=0.27$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ), $D_b=1.52$ (mm).....	69
Figura 25 - Histograma do tamanho de bolha gerado para $J_l=0.84$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ); (a) $J_g=0.33$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ), $D_b=1.52$ (mm); (b) $J_g=0.39$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ), $D_b=1.55$ (mm).....	69
Figura 26 - Histograma do tamanho de bolha gerado para $J_l=1.05$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ); (a) $J_g=0.2$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ), $D_b=1.03$ (mm); (b) $J_g=0.27$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ), $D_b=1.05$ (mm).....	70
Figura 27 - Histograma do tamanho de bolha gerado para $J_l=1.05$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ); (a) $J_g=0.33$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ), $D_b=1.06$ (mm); (b) $J_g=0.39$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ ), $D_b=1.08$ (mm).....	70
Figura 28 - Tamanho médio de bolha, em função da variação da velocidade superficial do gás.....	71

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Métodos para medição da distribuição de tamanho de bolha.....	25
Tabela 2 - Estudos de Floto-elutriação para partículas grossas.....	39
Tabela 3 - Faixas granulométricas e diâmetros característicos das amostras de quartzo utilizadas nos estudos de flotação em coluna.....	50
Tabela 4 - Tamanho da bolha, <i>holdup</i> e dosagem de tensoativo obtidos nos experimentos de flotação com partículas de quartzo (valor médio para todos os experimentos).....	62
Tabela 5 - Condições experimentais e recuperações.....	65

## LISTA DE SÍMBOLOS

FC – Flotação convencional

E – Elutriação

Ft – Flotação real

FE – Floto-Elutriação

F-UF- Finos e ultrafinos

Pf - Probabilidade de flotação

Pc - Probabilidade de colisão

Pa - Probabilidade de adesão

Pp - Probabilidade de permanência (resistência)

Pt - Probabilidade de transferência de agregados bolhas - partículas ao produto flotado

$\theta$  - ângulo de contato

$\Delta P$  - Diferença de pressão entre dois pontos da zona de recuperação

$\rho_{sl}$  - Densidade da polpa

L - Distância entre os pontos das medidas de pressão

g - Aceleração da gravidade.

$T_l$  - Tempo de residência da fase líquida

$A_c$  - área da seção transversal da coluna

$H_c$  - altura da seção de recuperação da coluna

$\varepsilon_g$  - *holdup* do ar

$Q_t$  - vazão volumétrica de polpa da fração não flotada.

$D_b$  - Diâmetro médio da bolha

$d_c$  - Diâmetro da coluna

$U_t$  - Velocidade terminal de ascensão das bolhas de ar

$\mu_{sl}$  - Viscosidade da polpa

$Re_s$  - Número de Reynolds das partículas

$Re_b$  - Número de Reynolds das bolhas

$\Delta\rho$  - Diferença de densidade entre as fases polpa e ar

$J_g$  - Velocidade superficial do ar

$J_l$  - Velocidade superficial do líquido

$U_\infty$  - é a velocidade de sedimentação

$D_p$  - Diâmetro da partícula

$\rho_s$  - Densidade da partícula

$\rho_f$  - Densidade do fluido

$\mu_f$  - Viscosidade do fluido

$c_{ij}$  - Fração volumétrica do componente sólido

$d_i$  - Tamanho do componente sólido

$\rho_{sj}$  - Densidade específica

$n_p$  - Número de classes de densidade

$N_d$  - Número de classes de diferentes tamanhos de partícula presentes no sistema

$\alpha$  - Concentração volumétrica total de sólidos no sistema

$D_{32}$  - Diâmetro médio de Sauter

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>18</b>
<b>2.1. O PROCESSO DE FLOTAÇÃO.....</b>	<b>18</b>
2.2. Fundamentos envolvidos na flotação.....	18
2.2.1. Probabilidade de colisão ( $P_C$ ).....	19
2.2.2. Probabilidade de adesão ( $P_a$ ).....	20
2.2.3. Probabilidade de permanência ( $P_p$ ).....	21
2.2.4. Probabilidade de transferência do agregado bolha – partícula ( $P_T$ ).....	22
2.2.5. Influência do tamanho de partícula na flotação.....	22
2.2.6. O tamanho de bolha na flotação.....	24
<b>2.3. FLOTAÇÃO EM COLUNA.....</b>	<b>27</b>
2.3.1. Zona de coleção.....	27
2.3.2. Zona de espuma.....	28
2.3.2.1. Altura da camada de espuma.....	29
2.3.2.2. Água de lavagem.....	29
2.3.2.3. Água de Bias.....	30
2.3.3. Parâmetros de dispersão de gás.....	31
2.3.3.1. Velocidade superficial de gás.....	31
2.3.3.2. <i>Holdup</i> .....	32
2.3.3.3. Fluxo de área superficial de bolhas ( $S_b$ ).....	32
2.3.4. Tempo de residência.....	33
2.3.5. Porcentagem de sólidos.....	34
<b>2.4. ALTERNATIVAS PARA O AUMENTO DA RECUPERAÇÃO DE PARTÍCULAS GROSSAS NA FLOTAÇÃO.....</b>	<b>34</b>
2.4.1. Adição estagiada de coletor .....	35
2.4.2. Flotação <i>flash</i> e <i>unit</i> .....	36
2.4.3. Flotação em coluna (com bias negativo).....	36
2.4.4. Floto-elutriação .....	38
2.4.4.1. Velocidade de sedimentação livre.....	40
2.4.4.2. Velocidade de sedimentação retardada.....	42
<b>3. MATERIAS E MÉTODOS.....</b>	<b>46</b>

<b>3.1 EXPERIMENTOS DE FLOTAÇÃO EM COLUNA-FC</b> .....	46
3.1.1. Sistema bifásico.....	46
3.1.2. Sistema trifásico.....	48
3.1.3. Determinação do tamanho de bolha.....	50
3.1.4. Medidas de holdup.....	52
<b>3.2. EXPERIMENTOS DE FLOTO-ELUTRIAÇÃO</b> .....	53
3.2.1. Amostra de quartzo.....	53
3.2.2. Estudo de elutriação - E.....	54
3.2.3. Estudo de floto-elutriação - FE.....	54
3.2.4. Avaliação do tamanho de bolha produzida na FE.....	55
<b>4. RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	56
<b>4.1. ESTUDOS DE FLOTAÇÃO EM COLUNA</b> .....	56
4.1.1. Sistema bifásico.....	56
4.1.2. Sistema trifásico.....	61
<b>4.2. ESTUDOS DE FLOTO-ELUTRIAÇÃO</b> .....	65
4.2.1. Efeito da velocidade superficial do líquido.....	65
4.2.2. Efeito da velocidade superficial de gás.....	67
4.2.3. determinação do tamanho de bolha na FE.....	68
<b>5. CONCLUSÕES</b> .....	73
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	74

## 1. INTRODUÇÃO

A flotação é um dos processos de concentração mais utilizados na indústria mineral, possibilitando o aproveitamento de minérios complexos e/ou de baixo teor de forma econômica e com rendimentos satisfatórios. A importância desse processo tem motivado o desenvolvimento de novos equipamentos e técnicas. Sendo um processo de concentração que usa características superficiais das partículas minerais para induzir a seletividade por meio de reagentes químicos. Este processo é, em muitos casos, o único caminho para concentrar certos minérios.

O processo de flotação de minério exibe alta eficiência de separação para um intervalo de tamanho de partícula relativamente restrito, de aproximadamente 20-150  $\mu\text{m}$  (GAUDIN et al, 1942; JAMESON et al, 2007). A importância do tamanho de partícula nas etapas de colisão, adesão e transporte tem sido amplamente estudado (GLEMBOTSKII et al, 1972; TRAHAR, 1981; BAZIN e PROULX, 2001) A diminuição da recuperação de partículas grossas está relacionada principalmente ao rompimento dos agregados bolha-partícula (*detachment*), enquanto de partículas finas é devido á baixa probabilidade de colisão (DAI et al, 2000; GONTIJO et al, 2007; AWATEY et al, 2013). Estudos realizados por Gontijo et al (2007); Awatey et al (2014) mostraram altas recuperações para partículas com tamanhos de até 1180  $\mu\text{m}$ , somente para altos valores de ângulo de contato, evidenciando a importância da adesão na flotação de grossos.

A recuperação de partículas grossas sempre se mostrou uma dificuldade, e ainda é um dos principais problemas que causam perdas metalúrgicas e problemas ambientais associados, e se caracteriza como o principal desafio da área.

A baixa recuperação de partículas grossas ocorre principalmente devido a: (1) Elevada massa; (2) Baixo grau de liberação e disseminação entre espécies; (3) Adsorção do coletor (baixa hidrofobicidade); (4) Estabilidade da espuma; (5) Poder de levitação das bolhas (*lifting Power*); e (6) Tempo de residência (SCHUBERT, 1979; REI, 1982; MOUDGIL e GUPTA, 1989; FENG e ALDRICH, 1999; DE OLIVEIRA e DE AQUINO, 2006; MAZON, 2006; DUNNE, 2011; ATA et al, 2013; TABOSA et al, 2013).

Atualmente o equipamento mais indicado para flotação de minérios contendo partículas grossas são as células mecânicas. As colunas de flotação são equipamentos que possuem excelente desempenho na flotação de minérios com grande quantidade de partículas finas-ultrafinas. Entretanto, a flotação em coluna quando operando com *bias* negativo favorece a flotação de partículas grossas, pois além de operar com um fluxo ascendente de líquido (maior arraste hidráulico das partículas), a redução da camada de espuma, juntamente com um ambiente de baixa turbulência característico de uma coluna de flotação, proporciona condições favoráveis para a flotação de partículas grossas.

Em comparação com a flotação em coluna, a floto-elutriação opera com menores velocidades superficiais de gás, resultando em uma menor turbulência e, portanto, uma condição hidrodinâmica mais favorável à flotação de partículas grossas. Também, o transbordo do material elutriado aumenta a recuperação dos agregados bolha/partícula (KOHMUENCH et al, 2007; 2010; 2013; AWATEY et al, 2014; MANKOSA et al, 2016; PAIVA e RUBIO, 2016; WINGATE et al, 2016).

Neste contexto, o objetivo geral do presente trabalho foi estudar a recuperação de partículas grossas de quartzo por flotação em coluna e floto-elutriação.

Os objetivos específicos foram:

- Flotar partículas grossas de quartzo;
- Desenvolver um procedimento para análise de tamanho de bolha e *holdup* em tempo real (flotação em coluna);
- Avaliar o efeito do tamanho de bolha e *holdup* (flotação em coluna) sobre a recuperação de partículas de quartzo;
- Determinar a flotação real no floto-elutriador;
- Avaliar a influência da velocidade superficial do líquido e do gás na recuperação das partículas grossas de quartzo (floto-elutriador);
- Avaliar o tamanho de bolha produzido no floto-elutriador;

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. O PROCESSO DE FLOTAÇÃO

A flotação é um processo físico-químico que aplicado ao beneficiamento de minérios utilizado para separação sólido-sólido, onde as partículas presentes em uma suspensão (polpa mineral) são separadas (recuperadas) na espuma via adesão à bolhas de gás (geralmente ar).

Ao contrário do que ocorre na sedimentação gravitacional, o agregado bolha-partícula possui densidade menor que a densidade da suspensão. Este agregado ascende na fase aquosa até uma camada de espuma, permitindo assim a sua separação (EDZWALD, 2010).

Os principais sistemas de flotação existentes, no que refere ao método de geração de bolhas, são: eletroflotação, flotação por ar disperso e flotação por ar dissolvido, flotação por aspersão (nozzle), flotação centrífuga, flotação rápida, flotação por cavitação e flotação em coluna.

Entre as diversas tecnologias de beneficiamento de partículas minerais, a flotação é o processo de concentração mais utilizado sendo praticada com sucesso em escala industrial há mais de 100 anos. Segundo Hall (1996), no processamento mineral, não há nenhum método mais seletivo e versátil para separar partículas minerais na faixa de 10 a 250  $\mu\text{m}$ .

Assim, a flotação em espuma tornou-se um processo comumente empregado na separação seletiva de partículas minerais de valor das partículas minerais de ganga presentes em um minério (NGUYEN, 1994).

### 2.2. FUNDAMENTOS ENVOLVIDOS NA FLOTAÇÃO.

O processo de flotação é composto por diferentes etapas sucessivas. Modelos probabilísticos desse processo tem sido estudado por diversos pesquisadores e pode ser expresso pela seguinte equação (KING, 1982; EK, 1992):

$$P_f = P_c \cdot P_a \cdot P_p \cdot P_t \quad (1)$$

Onde:

Pf = Probabilidade de flotação;

Pc = Probabilidade de colisão;

Pa = Probabilidade de adesão;

Pp = Probabilidade de permanência (resistência);

Pt = Probabilidade de transferência de agregados bolhas - partículas ao produto flotado.

### 2.2.1. Probabilidade de colisão ( $P_C$ )

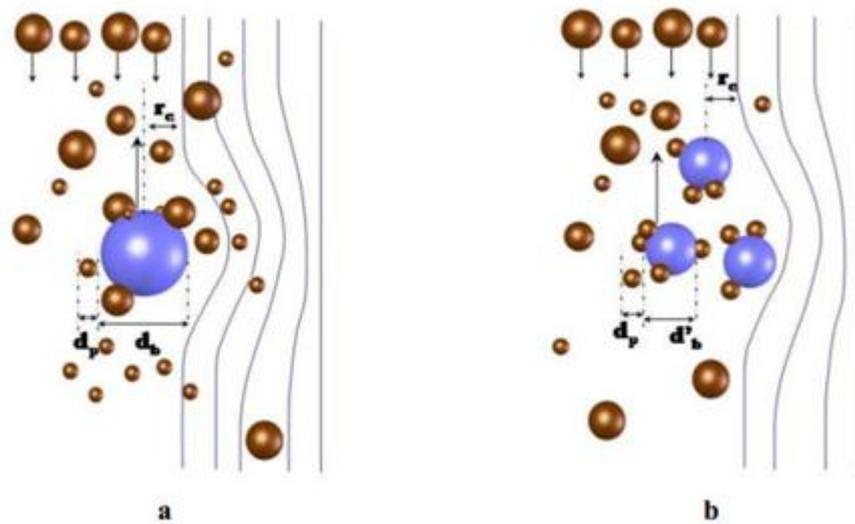
A colisão é um subprocesso não seletivo, pois tanto partículas hidrofóbicas quanto hidrofílicas têm a mesma probabilidade de se colidirem com as bolhas de ar. Está intimamente associada à hidrodinâmica do sistema, relacionada com a turbulência, o tamanho da partícula e o diâmetro da bolha (YOON, 2000).

Yoon e Luttrell (1989) descrevem a probabilidade de colisão entre uma bolha de ar e uma partícula ( $P_c$ ) como sendo diretamente proporcional ao quadrado do diâmetro da partícula ( $D_p$ ) e inversamente proporcional ao quadrado do diâmetro da bolha ( $D_b$ ):

$$P_c \propto \left(\frac{D_p}{D_b}\right)^2 \quad (2)$$

Experimentalmente tem sido possível medir a probabilidade de colisão através da eficiência de colisão ( $E_c$ ). Este parâmetro é igual à razão entre o número de partículas que realmente colidiram com as bolhas e o número de partículas disponíveis para a colisão, localizadas na parte superior das bolhas e dentro de uma coluna com um raio "crítico" ( $r_c$ ) (em relação ao centro da bolha). Esta eficiência define a primeira etapa da capacidade de uma bolha para "capturar" (coletar) partículas dentro de  $r_c$ .

Figura 1: Fenômeno de “captura” (colisão+ adesão) de partículas de diâmetros  $D_p$  por bolhas de diâmetro  $D_b$  dentro de um raio crítico  $r_c$ . Comparação entre bolhas (a) grandes e (b) pequenas



Fonte: Tabosa (2007)

### 2.2.2. Probabilidade de adesão ( $P_a$ )

A probabilidade de adesão relaciona-se com a seletividade do processo, uma vez que não são todas as colisões entre partículas e bolhas de ar que resultam em flotação. Só as partículas com superfícies hidrofobizadas conseguem aderir as bolhas de ar. Portanto, para que a adesão da partícula mineral na bolha de ar aconteça é indispensável que a interação bolha/partícula atenda aos pré-requisitos termodinâmicos e cinéticos. O requisito termodinâmico refere-se à diminuição da energia livre do sistema, ou seja, a energia livre na nova interface (gás/sólido) deve ser menor do que a soma das energias livres existentes nas interfaces (gás/líquido e sólido/líquido).

O pré-requisito cinético diz respeito ao tempo de contato, entre a partícula e a bolha, que deve ser maior do que o tempo de indução (WANG et al., 2005). O ângulo de contato ( $\theta$ ) formado pelo plano da interface líquido/gás com a superfície mineral revela a característica hidrofílica ou hidrofóbica do mineral, ou seja, indica o grau de afinidade da superfície mineral pelo ar ou pela água.

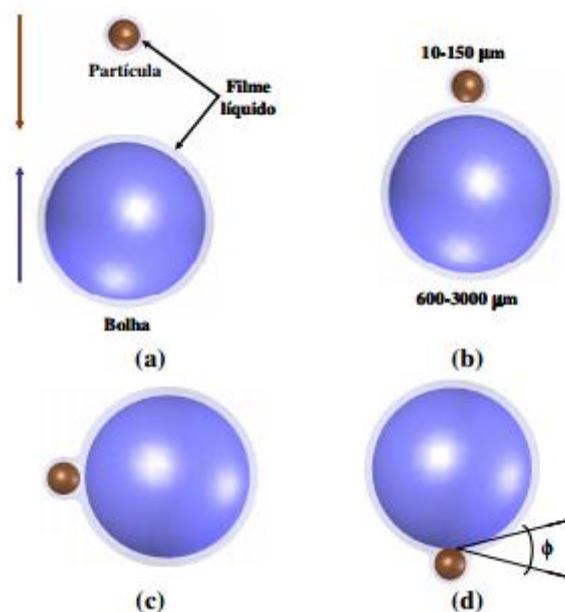
Segundo Capponi (2005) para que a adesão ocorra, a força resultante entre a superfície da partícula e a bolha de ar deve ser de caráter atrativo. Assim, a probabilidade de adesão é

controlada pelas forças superficiais, sendo influenciada pela mineralogia, reagentes e condições de polpa.

A etapa de adesão pode ser dividida em três subetapas (figura 2).

- Adelgaçamento (*thinning*) do filme líquido existente entre a bolha e a partícula ate uma espessura crítica, conhecida também como etapa de indução dependente do ângulo de contato, das forças interfaciais e da energia de colisão.
- Ruptura do filme líquido e formação de um contato trifásico.
- Expansão da linha entre as fases (sólido-líquido-gás) formando o agregado bolha/partícula.

Figura 2: Fenômeno de captura bolha-partícula: (a) aproximação bolha-partícula; (b) colisão bolha-partícula; (c) indução-tempo de afinamento do filme líquido; (d) ruptura do filme líquido e formação do ângulo de contato.



Fonte: Tabosa (2007)

### 2.2.3. Probabilidade de permanência ( $P_P$ )

Inclui os subprocessos que ocorrem após a captura, ou seja, os de ascensão das unidades bolha/partícula e sua recuperação como produto flotado. Está associado à resistência ao cisalhamento na ascensão entre as próprias partículas e ao colapso ou não das unidades bolha/partícula. Os parâmetros termodinâmicos (hidrofobicidade), hidrodinâmicos

(turbulência, fricção, velocidade de ascensão e aceleração das unidades bolhas/partículas) e físicos (teor do material a ser flotado, diâmetro das partículas, diâmetro das bolhas, densidade das partículas, viscosidade e densidade da polpa) influenciam diretamente na Pp (KING, 1982; EK, 1992).

#### **2.2.4. Probabilidade de transferência do agregado bolhas - partícula (Pt)**

A probabilidade de remoção dos agregados bolhas-partículas está relacionada com a capacidade de transferência dessas unidades ao produto flotado via coleta mecânica e com a probabilidade de drenagem da espuma. A drenagem da espuma depende da estrutura da espuma (tipo de espumante), concentração de sólidos (razão água/sólidos), diâmetro das partículas de ganga e largura dos canais de drenagem. Este fator é controlado por parâmetros termodinâmicos (hidrofobicidade - ângulo de contato,  $\theta$ ), pelos diâmetros das partículas e bolhas e por parâmetros físicos, como a viscosidade-rigidez (proporção de sólidos) da espuma e a ação mecânica do raspador de espuma (KING, 1982; EK, 1992). Esta análise mostra que, com relação aos F - UF, a probabilidade de permanência e transferência não são fatores problemáticos porque quanto menor é o tamanho das partículas, maior é a aderência às bolhas. Portanto, os problemas de recuperação destas frações F - UF são relativos à captura na zona de coleta (Pc e Pa) (KING, 1982; EK, 1992).

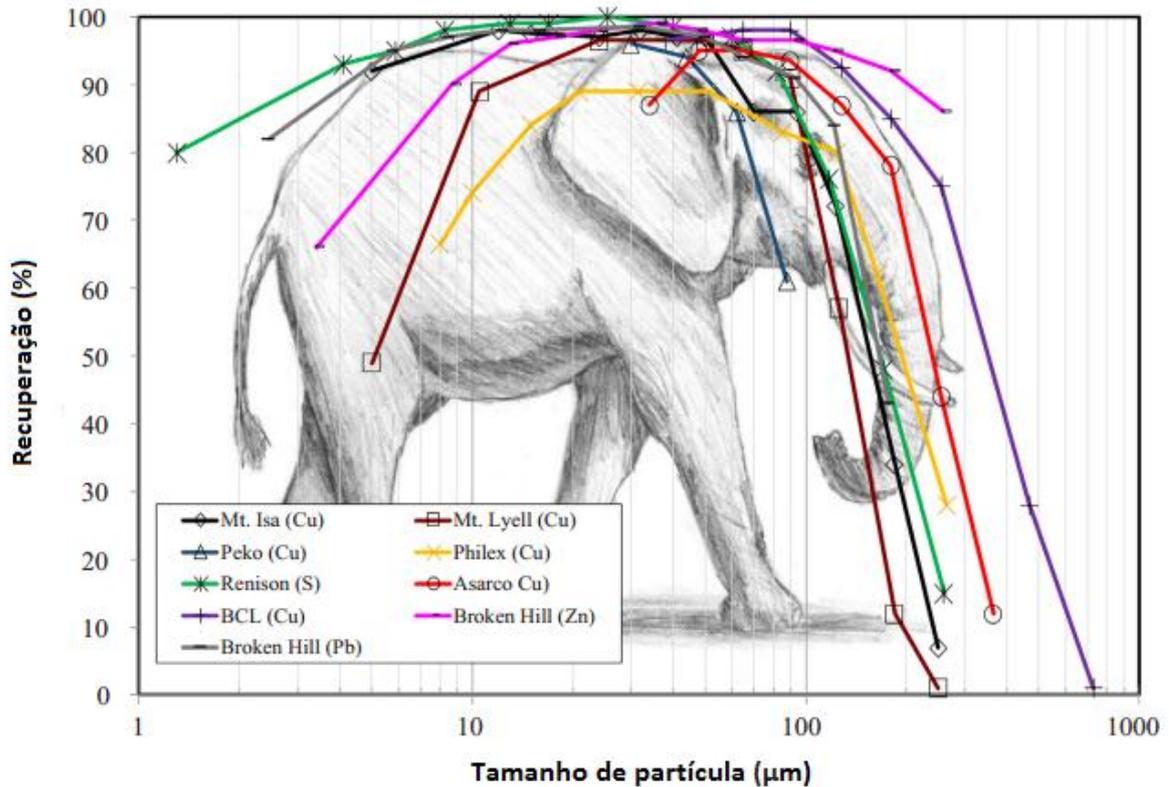
#### **2.2.5. Influência do tamanho de partícula na flotação**

Partículas minerais dos mais variados tamanhos são encontradas na polpa durante a flotação. O tamanho da partícula pode variar de décimos de milímetro a micrômetro. A prática industrial e as numerosas investigações mostram que a extensão da flotação de um mineral depende de seu tamanho. Dessa forma, o tamanho das partículas minerais presentes na polpa torna-se, também, uma importante variável na sequência de eventos que levam à flotação de uma partícula (GLEMBOTSKII et al., 1972; BAZIN et al., 2001).

A Figura 3 mostra o efeito do tamanho de partícula sobre a recuperação (ou cinética) de flotação. O intervalo de tamanho de partículas que apresenta melhor flotabilidade pode variar com o sistema mineral e também depende da escala de operação (laboratório, planta piloto ou industrial) e concentração de reagentes (GAUDIN et al., 1942; MORRIS, 1953; TRAHAR, 1976; 1981; LYNCH et al., 1981; KING, 1982; BLAKE e RALSTON, 1985; SHANNON e

TRAHAR, 1986; KLIMPEL, 1993; 1995; 1997; LI et al., 1993; ROSA, 1997; SONG et al., 2001; RODRIGUES e RUBIO, 2003; GONTIJO et al., 2007). Assim, as curvas de eficiência de flotação em função do tamanho de partículas têm a forma de um “elefante” onde existe um máximo para certo intervalo e ineficiência nos dois extremos (RODRIGUES, 2004).

Figura 3: Efeito do tamanho de partícula sobre a recuperação ou cinética de flotação.



Fonte: Lynch et al (1981)

A baixa recuperação de partículas grossas ocorre principalmente devido a: (1) Elevada massa; (2) Baixo grau de liberação e disseminação entre espécies minerais; (3) Grau de adsorção do coletor (baixa hidrofobicidade); (4) Estabilidade de espuma; (5) Baixo poder de levitação das bolhas (*lifting power*) na célula; e (6) Tempo de residência (SCHUBERT e BISCHOFBERGER, 1979; KING, 1982; MOUDGIL e GUPTA, 1989; FENG e ALDRICH, 1999; MAZON, 2006; OLIVEIRA e AQUINO, 2006; GONTIJO et al., 2007; DUNNE, 2012; ATA e JAMESON, 2013; TABOSA et al., 2013).

Os principais problemas na recuperação de partículas F-UF são: (1) Baixa probabilidade de captura (colisão e adesão) das partículas pelas bolhas (800 µm – 2 mm); (2) Curto tempo de

residência para a captura; (3) Arraste mecânico; (4) Recobrimento por lamelas (baixo teor e seletividade); (5) Maior capacidade e menor seletividade na adsorção de reagentes; (6) Rigidez da espuma (LIU et al., 2002; RUBIO et al., 2004; PEASE et al., 2005; JOHNSON, 2006).

### **2.2.6. O tamanho de bolha na flotação**

Segundo Rodrigues (2004), embora a eficiência de coleta das bolhas seja melhorada com o aumento da área superficial de bolhas provocado pela diminuição do tamanho de bolha, este benefício pode não resultar em melhora da flotação. Bolhas menores possuem menor capacidade de carregamento (*buoyancy*) e menor velocidade de ascensão, podendo ser arrastadas pelo fluxo. Segundo Filippov et al (2000) um fator limitante na flotação com microbolhas é o arraste, pela bomba de recirculação e/ou rejeito, de bolhas (ou agregados bolha-partícula) cuja velocidade de ascensão não seja maior do que a velocidade superficial do líquido no interior da coluna. Ou seja, a diminuição excessiva do tamanho de bolha pode levar a diminuição da flotação das partículas mais grossas e, portanto, uma mistura de bolhas de tamanhos variados (produzidas por métodos diferentes) pode ser o ideal para otimização do processo.

Como o processo de flotação envolve partículas com ampla distribuição de tamanho, o ideal seria a geração de uma ampla distribuição de tamanho de bolhas para maximizar as probabilidades de colisão, adesão e transporte (FILIPPOV *et al.*, 2000; RODRIGUES e RUBIO, 2003). Também, a distribuição do tamanho de bolha (DTB) afeta a fluidodinâmica processo.

Nas células mecânicas existe uma grande dificuldade em gerar bolhas com diâmetros pequenos, o que não acontece na flotação em coluna. Na flotação em coluna existem diferentes tipos de aeradores (*spargers*) disponíveis, porém problemas operacionais como entupimento e desgaste precoce devido à recirculação de polpa são comuns (TAKATA e VALLE, 2013).

Vários estudos foram conduzidos visando se analisar o efeito do tamanho de bolha na flotação, determinando modelos e relações de eficiência de colisão, coleta e taxa de flotação

(REAY e RATCLIFF, 1973; ANFRUNS e KITCHENER, 1977; JAMESON *et al.*, 1977; WEBER, 1981; YOON e LUTTRELL, 1989). Entretanto, a maioria destes estudos foi realizada em condições idealizadas, utilizando-se partículas altamente hidrofóbicas, polpas diluídas e sistemas quiescentes com bolhas subindo na sua velocidade terminal (AMHED e JAMESON, 1985; DIAZ-PENAFIEL e DOBBY, 1994).

Geralmente a distribuição do tamanho das bolhas é representada pelo diâmetro médio de sauter ( $D_{32}$ ), calculado segundo a equação:

$$d_{sauter} = \frac{\sum n_i \cdot d_{bi}^3}{\sum n_i \cdot d_{bi}^2} \quad (3)$$

Existem vários métodos disponíveis para medição e estimativa do diâmetro médio das bolha na flotação, conforme apresentado na Tabela 1:

Tabela 1: Métodos para medição da distribuição de tamanho de bolha.

Método	Características ou equipamento	Método de geração de bolhas	Faixa de tamanho de bolhas ( $\mu\text{m}$ )	Referências
Análise de imagens (fotografias, imagem digital e vídeos)	<i>Viewing Box</i>	Placa de orifício	300-2000	Unno and Inoue (1979)
	<i>Flat cell</i>	Placa porosa	75-655	Ahmed and Jameson (1985)
	<i>Cuvette cell</i>	FAD	10-300	De Rijk et al (1994)
	<i>Measuring module (with air filter)</i>	FAD	29-77*	Rykaart and Haarhoff (1995)
	<i>Luba Tube</i>	**	130-2840	Malysa et al (1999)
	<i>Bubble viewer</i>	FAI Placa porosa	350-1750 400-1200	Chen et al (2001) Chen et al (2002)
	<i>Viewing chamber (HUT bubble size analyser)</i>	FAI	200-7800 1500-3600*	Grau and Heiskanen (2002 e 2003) Zhou et al (1993)
	<i>Viewing chamber (McGill University technique)</i>	Capilares FAI	1300-2650* 1190*	Hernandez-Aguilar et al. (2004)
	<i>USM bubble size sampler</i>	FAI	880*	Yianatos et al. (2001)
	<i>Bubble viewer</i>	Tubo poroso em camisado	600-1600*	Maldonado et al (2015)
<i>Bubble viewer</i>	Tubo poroso Venturi	1000-3500	Seger et al (2019)	

Eletrorresistividade	Contadores de partículas	FAD	13-96	Han et al (2002)
Ótico (visual)	Bolhas succionadas por um capilar	Camisa de filtro	300-2000	Biswal et al (1994)
Ótico (sensores)	Contadores de partículas (laser)	FAD EF	15-85 15-65	Han et al (2002)
	Fibra ótica	Placa perfurada Placa porosa	3700-4100*	Saberi et al (1995)
	Bolhas succionadas por um capilar (método UCT)	- FAI FAI Placa porosa Capilares FAI FAI FAI FAI FAI	2800-3100* 390-2230* 530-1450* 1620-3340* 1300-2650* 1340* 1200-2700* 1680-3260* 960*	Randall et al (1989) Tucker et al (1994) Gorain et al (1995) O'Connor et al (1990) Hernandez-Aguilar et al. (2004) Hernandez-Aguilar et al. (2004) Deglon et al. (2000) Burgess (1997) Yianatos et al. (2001)
Análise Drift Flux	Cálculo a partir de medidas de velocidade superficial de gás e hold-up	-	1200-1700*	Dobby et al (1988)
		<i>Venturi</i>	420-900*	Filippov et al (2000)
		<i>Static mixer (Microcel)</i> <i>Porous tube</i>	350-1100* 320-770*	

Fonte: Adaptada de RODRIGUES, R. T (2004).

No método do *drift flux*, desenvolvido por Dobby et al (1988) que tem por objetivo estimar o diâmetro médio das bolhas de ar em colunas de flotação, baseado essencialmente nos valores do *holdup* do ar e nas diversas velocidades das fases presentes na coluna. O diâmetro das bolhas foi estimado a partir das seguintes equações 4, 5, 6, 7:

$$D_b = \left[ \frac{18\mu_{sl}U_t}{g\Delta\rho} \cdot (1 + 0,15 \cdot Re_s^{0,687}) \right]^{1/2} \quad (4)$$

$$U_t = \frac{J_g}{\varepsilon_g(1-\varepsilon_g)^m} - \frac{(J_g - J_l)}{(1-\varepsilon_g)^m} \quad (5)$$

$$m = \left( 4,45 + 18 \cdot D_b/d_c \right) \cdot Re_b^{-0,1} \quad \text{para } 1 < Re_b < 200 \quad (6)$$

$$m = 4,45 \cdot Re_b^{-0,1} \quad \text{para } 200 < Re_b < 500 \quad (7)$$

onde:

$D_b$ : Diâmetro médio da bolha (cm);

$d_c$ : Diâmetro da coluna (cm);

$U_T$ : Velocidade terminal de ascensão das bolhas de ar ( $\text{cm.s}^{-1}$ );

$\mu_{sl}$ : Viscosidade da polpa ( $\text{g.(cm.s)}^{-1}$ );

$\rho_{sl}$ : Densidade da polpa ( $\text{g.cm}^{-3}$ );

$g$ : Aceleração da gravidade ( $\text{cm.s}^{-2}$ );

$Re_s$ : Número de Reynolds das partículas;

$Re_b$ : Número de Reynolds das bolhas;

$\Delta\rho$ : Diferença de densidade entre as fases polpa e ar ( $\text{g.cm}^{-3}$ );

$J_g$ : Velocidade superficial do ar ( $\text{cm.s}^{-1}$ );

$J_l$ : Velocidade superficial do líquido ( $\text{cm.s}^{-1}$ );

$m$ : parâmetro da equação 5,6,7;

$\varepsilon_g$ : *Holdup*;

## 2.3. FLOTAÇÃO EM COLUNA

Comparada à flotação convencional, a flotação em coluna explora o princípio de fluxo de ar em contracorrente ao fluxo da polpa. O objetivo, associado ao conceito da coluna de flotação, é aumentar a eficiência do contato partícula-bolha. Seu uso estabeleceu um novo padrão na tecnologia de flotação. Os resultados culminaram em uma melhora global da seletividade do processo acompanhada de mais alta recuperação, principalmente das frações mais finas.

A coluna de flotação (figura 4) é utilizada para separar minerais com propriedades superficiais diferentes. Pode-se ser visualizadas duas zonas as quais são distintas pelas suas propriedades, são a zona de coleção e a zona de espuma ou de limpeza. Sendo diferenciada da célula mecânica convencional em quatro aspectos básicos: geometria (relação altura/diâmetro efetivo); água de lavagem; ausência de agitação mecânica; sistema de geração de bolhas.

### 2.3.1. Zona de coleção

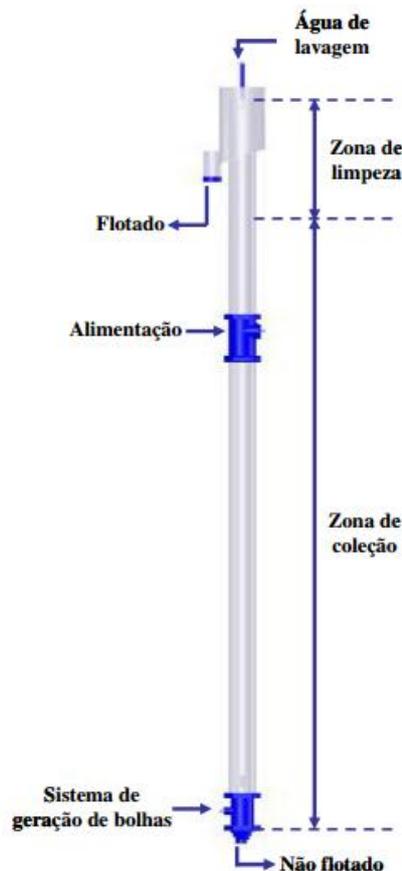
A zona de polpa ou de recuperação, é a parte intermediária da coluna, que representa de 75 % e 80 % da altura total da coluna. A alimentação é feita abaixo do topo da coluna,

aproximadamente 1/3 da altura total coluna e desce em contra corrente às bolhas de ar, que são geradas na base da coluna através de um borbulhador. Nessa região ocorrem os fenômenos básicos de coleta das partículas, resultante da colisão bolha/partícula seguida pela adesão devido a natureza hidrofóbica da superfície mineral.

### 2.3.2. Zona de espuma

A zona de espuma também denominada de enriquecimento ou de limpeza, é a região constituída por uma camada de espuma, onde as bolhas com partículas aderidas são “lavadas” por um fluxo de água contra corrente, denominada de água de lavagem. Este fluxo de água tem a função de evitar o transporte não específico (arraste) de partículas hidrofílicas de ganga para o concentrado. O *holdup* nesta região varia de 60 % a 90 %. A interface com a zona de coleção, geralmente, é bem definida por causa da grande concentração de bolhas.

Figura 4: Representação básica de uma coluna de flotação.



Fonte: Tabosa (2007)

### 2.3.2.1. Altura da camada de espuma.

A espessura da camada de espuma é uma das variáveis importantes no processo de flotação coluna. Essa variável está intimamente ligada à seletividade do processo. Seu controle pode ser feito por sensores de pressão diferencial, flutuadores, sensores de temperatura e sensores ultrassônicos (GALERY et al., 2001).

A camada de espuma, de baixo para cima, é constituída de três seções: camada de bolhas expandidas; camada de bolhas empacotadas; camada de drenagem da espuma convencional acima da entrada da água de lavagem (FINCH et al, 1989).

Não existe uma regra geral para determinação da altura da camada de espuma. Se o arraste hidráulico é o único problema, uma camada relativamente curta pode ser suficiente. Se o objetivo é obter seletividade entre as espécies minerais ou se a taxa de gás é elevada, recomenda-se trabalhar com camadas de espumas maiores.

Uma limitação importante para recuperar partículas grossas está relacionada a aspectos da espuma, tais como, transporte, espessura da camada e estabilidade das partículas grossas na espuma. Soto (1992) observou que quanto maior o tamanho da partícula, menor a recuperação na camada de espuma. Consequentemente, aumentando a profundidade da espuma, a recuperação de grossos diminui.

Também Hall (1996) declarou que a recuperação de partículas grossas pode ser aumentada quando a estabilidade da espuma for controlada. Segundo ele, isso pode ser obtido através da manipulação de algumas variáveis apropriadas, tais como: taxa de fluxo de ar e taxa de fluxo de água de lavagem.

### 2.3.2.2. Água de lavagem

O termo “água de lavagem” é utilizado para se referir à água que se injeta de forma suave na zona superior de transbordo de uma coluna. O propósito de sua utilização é conseguir melhorar a qualidade ou o teor do produto flotado, quando este é o produto de uma flotação direta ou minimizar a perda de matéria útil, quando se trata de uma flotação reversa. Estudos

citados na literatura têm mostrado a sua importância no processo de flotação em coluna (DOBBY, 1990; TAO et al., 2000).

Uma das grandes alterações da coluna de flotação em relação às células mecânicas é a introdução da água de lavagem na camada de espuma, que tem três funções básicas:

- (i) substituir a água de alimentação na fração flotada, minimizando o arraste hidráulico de partículas hidrofílicas;
- (ii) aumentar a altura e a estabilidade da camada de espuma;
- (iii) reduzir a coalescência das bolhas mantendo o leito de bolhas expandido.

Com a adição de água de lavagem, a coluna de flotação tem possibilidade de aumentar a seletividade do processo sem perda de recuperação.

A eficiência da água de lavagem está diretamente relacionada à sua distribuição, que deve abranger toda a área da seção transversal da camada de espuma, de forma a evitar o curto-circuito e *drop back* dos minerais flotados.

#### 2.3.2.3. *Bias*

Para que a ação de limpeza (eliminação das partículas arrastadas hidraulicamente) seja efetiva é necessário que ocorra um fluxo residual de água através da zona de limpeza. Este fluxo, denominado “bias”, é definido como a relação volumétrica entre a vazão de polpa no não flotado e a alimentação.

Geralmente, as colunas de flotação são operadas com um bias positivo. Convencionou-se que o bias será positivo quando o fluxo residual se deslocar para baixo, a vazão da água de lavagem será suficiente para substituir a água de alimentação no flotado e promover o deslocamento de uma fração de água nova para a base da coluna (nesta condição tem-se que a vazão do não flotado é maior que a vazão da alimentação).

Mas, em um contexto diferente, colunas operando com bias negativo têm sido propostas por Öteyaka e Soto. (1995), para a recuperação de minérios liberados em tamanhos grosseiros tais

como fosfatos e outros minérios não metálicos. Um bias negativo reduz ou até mesmo elimina a camada de espuma. Isto pode aumentar a entrada de partículas finas, mas, segundo os autores, a presença de finos é desprezível em alimentação de minérios fosfáticos, que são usualmente deslamados antes da flotação. Os autores afirmaram que a redução da camada de espuma, somada à baixa turbulência prevalente na coluna, fornece condições favoráveis para a rápida flotação de partículas grosseiras. Com isso, esses pesquisadores desenvolveram um modelo teórico para a flotação de partículas grossas em uma coluna com mínima espuma, ou seja, operando com bias negativo. O modelo assume o fluxo pistão (*plug flow*) de partículas e bolhas, baixa turbulência e mecanismo de coleta baseado na interceptação partícula-bolha.

### 2.3.3. Parâmetros de dispersão de gás

As propriedades das dispersões de gás-líquido em uma coluna de bolhas geralmente incluem as velocidades superficiais de gás ( $J_g$ ), o *holdup* ( $\varepsilon_g$ ) o diâmetro de bolha ( $D_b$ ) e fluxo superficial de bolhas ( $S_b$ ).

#### 2.3.3.1. Velocidade superficial de gás

A velocidade superficial de gás ( $J_g$ ) é a medida da capacidade de aeração da coluna e é um parâmetro que permite a comparação entre colunas de diferentes diâmetros ou áreas ( $A_c$ ). A velocidade superficial de gás é definida pela equação 8.

$$J_g = \frac{\varepsilon_g}{A_c} \quad (8)$$

A velocidade superficial máxima de gás utilizada em uma coluna de flotação esta limitada pelo:

- Aumento do tamanho de bolhas (o aumento da velocidade superficial de gás ocasiona um acréscimo no diâmetro de bolhas geradas);
- Insuficiência dos aeradores;
- Perda do regime de escoamento (o aumento da velocidade superficial de gás ( $J_g$ ) pode gerar uma mudança de regime de escoamento pistão para mistura perfeita).

### 2.3.3.2. Holdup

Sendo o *holdup* do ar, definido como a percentagem do volume da coluna ocupado pelo ar, frequentemente determinado na seção de recuperação esse parâmetro depende da vazão de ar, do tamanho das bolhas, da densidade de polpa, do carregamento de sólidos nas bolhas e da velocidade descendente de polpa. Quando o ar é introduzido na coluna de flotação, uma quantidade de líquido (ou polpa) é deslocada. A fração volumétrica deslocada é chamada de *holdup* ( $\varepsilon_g$ ), e o complemento representa a fração volumétrica de polpa ou líquido ( $1 - \varepsilon_g$ ).

A magnitude do *holdup* é um dos indicadores das condições hidrodinâmicas da zona de coleção. Os valores de *holdup*, normalmente, oscilam entre 10 e 25 %. Entretanto esse valor depende da velocidade superficial de gás ( $J_g$ ) e da área transversal da coluna de flotação ( $A_c$ ), podendo ser calculado pela equação 9 (outro parâmetro operacional que afeta significativamente o *holdup* é a concentração de espumante empregada).

$$\varepsilon_g = J_g \cdot A_c \quad (9)$$

Através de sua medida é possível estimar o diâmetro de bolha através de modelos matemáticos. O *holdup* do ar pode ser calculado pela seguinte equação 10:

$$\varepsilon_g = 1 - \frac{\Delta P}{\rho_{sl} \cdot g \cdot L} \quad (10)$$

onde.

$\Delta P$ : Diferença de pressão entre dois pontos da zona de recuperação (cm H<sub>2</sub>O);

$\rho_{sl}$ : Densidade da polpa (g.cm<sup>-3</sup>);

$L$ : Distância entre os pontos das medidas de pressão (cm);

$g$ : Aceleração da gravidade (cm.s<sup>-2</sup>);

### 2.3.3.3. Fluxo superficial de bolhas (Sb)

O fluxo superficial de bolhas (Sb) é usado para descrever a eficiência da dispersão do gás, para sistemas bifásicos (líquido/gás) ou trifásicos (líquido/gás/sólido) nos estudos de flotação.

O Sb pode ser calculado pela seguinte equação:

$$S_b = 6 \cdot \frac{J_g}{D_{32}} \quad (11)$$

A literatura (GORAIN et al.,1995; DEGLON et al., 2000; VERA, 2002) considera  $S_b$  um importante parâmetro, que pode ser usado para avaliar o desempenho de uma célula de flotação, porque incorpora, em uma única variável, não só a eficiência na dispersão de gás (através do diâmetro médio de bolhas), mas, também, a capacidade de aeração da célula de flotação (através da velocidade superficial do ar).

#### 2.3.4. Tempo de residência

O tempo de residência é um dos fatores que afetam tanto o teor quanto a recuperação do material flotado, atuando mais significativamente na recuperação. Variações no tempo de residência podem ser, normalmente, efetuadas por meio de alterações na taxa e na concentração de sólidos da alimentação, na vazão de água, no *holdup* do ar e na altura da seção de recuperação da célula. A seção de recuperação da célula deve ter altura suficiente para permitir que as partículas hidrofóbicas em sedimentação sejam coletadas pelas bolhas ascendentes de ar.

O tempo de residência médio da fase líquida na coluna pode ser estimado pela relação entre o volume efetivo da seção de recuperação e a taxa volumétrica da fração não flotada, como explicitado na equação 12:

$$T_l = \frac{A_c \cdot H_c \cdot (1 - \varepsilon_g)}{Q_t} \quad (12)$$

onde:

$T_l$ : tempo de residência da fase líquida (s);

$A_c$ : área da seção transversal da coluna (cm<sup>2</sup>);

$H_c$ : altura da seção de recuperação da coluna (cm);

$\varepsilon_g$ : *holdup* do ar;

$Q_t$ : vazão volumétrica de polpa da fração não flotada (cm<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>).

Para partículas muito finas, o tempo de residência na coluna é função da sua taxa de sedimentação e, que portanto, aumenta com o decréscimo da granulometria, aproximando-se do tempo de residência do líquido. Partículas maiores que 100 µm têm tempo de residência igual ou menor que 50% do tempo de residência do líquido.

### **2.3.5. Porcentagem de sólidos na alimentação**

Em virtude da eficiente ação de limpeza produzida pelo efeito combinado entre qualidade da espuma e bias positivo, que caracterizam os sistemas de flotação, como mencionado anteriormente, pode-se utilizar uma alta porcentagem de sólidos (15 a 35%) na polpa de alimentação da coluna, sem afetar o teor do concentrado. Por outro lado, a capacidade de transporte das bolhas sempre constituirá um fator limitante, especialmente em sistemas que estejam operando com partículas ultrafinas (< 10 µm) e que requerem uma alta recuperação de sólidos no concentrado.

Segundo Glembotskii et al. (1972), partículas grossas são frequentemente melhor flotadas em polpas mais diluídas, nas quais há uma menor tendência ao *detachment*.

## **2.4. ALTERNATIVAS PARA O AUMENTO DA RECUPERAÇÃO DE PARTÍCULAS GROSSAS NA FLOTAÇÃO**

Segundo Paiva (2017) as alternativas para o aumento da recuperação dessas frações na flotação primária são, entre outras:

1. Classificar a alimentação em grossos e finos e tratar as frações em circuitos separados (ANTHONY et al., 1975; TRAHAR, 1976; 1981; LANE e RICHMOND, 1993; SMALL et al., 1997; KOHMUENCH et al., 2010);
2. Aumentar o tempo de residência em unidade de flotação (FUERSTENAU et al., 2007; DUNNE, 2012);

3. Favorecer o arraste em células convencionais e operar com bias negativo em colunas de flotação (BARBERY, 1989; SOTO e BARBERY, 1991; SOTO, 1992; OTEYAKA e SOTO, 1995; BRUM, 2004; BRUM et al., 2012);
4. Realizar adição estagiada de coletor ao longo do circuito (BAZIN e PROULX, 2001).
5. Uso de novas células, baseadas no conceito de flotação e elutrição conjunta (JAMESON, 2010; KOHMUENCH et al., 2013; 2010; 2007; AWATEY et al., 2014; FOSU et al., 2015).

#### **2.4.1. Adição estagiada de coletor**

O condicionamento *Split* (ANTHONY et al., 1975; TRAHAR, 1976; 1981; LANE e RICHMOND, 1993; SMALL et al., 1997; KOHMUENCH et al., 2010), no qual as partículas grossas e finas são separadas e condicionadas independentemente, poderia ser uma alternativa para a recuperação por flotação. Porém, esse condicionamento diferenciado requer o uso de tanques de condicionamento extra, e ainda não é reconhecida como uma prática padrão na indústria.

Já, a forma como os reagentes são distribuídos por um banco produzem um efeito semelhante ao do condicionamento dividido, sem que haja a necessidade de classificação granulométrica requerida. Uma revisão de trabalhos realizada por Bazin e Proulx (2001), concluiu que a distribuição estável de reagentes em um banco de flotação é praticada em plantas para dar um impulso à flotação após as primeiras células.

Uma distribuição típica de reagentes utiliza mais de 75% do coletor no início do banco de flotação com o restante distribuído pelo banco. Os resultados dos ensaios exploratórios de laboratório e em larga escala mostraram que, usando 50% ou menos do coletor na parte superior do banco, com adições maiores nas células seguintes proporciona maior recuperação de partículas grossas com um consumo de reagente equivalente ou menor. Essa adição inferior no topo do banco é suficiente para permitir a flotação de partículas finas. O coletor remanescente pode então adsorver sobre as partículas mais grosseiras que requerem maior cobertura superficial para serem recuperadas por flotação. Além disso, para mostrar uma melhoria na recuperação de partículas grossas, os ensaios com baixa adição de coletor na parte superior do banco de flotação proporcionam maior recuperação de partículas finas.

### 2.4.2. Flotação *flash* e *unit*

A célula de flotação *flash* tem sido utilizada para aumentar a recuperação na concentração de minérios de metais básicos e preciosos, e produzir concentrados de flotação mais grossos. Ela é instalada no circuito de moagem e classificação, sendo normalmente alimentada com *underflow* dos hidrociclones e, em casos especiais com a descarga do moinho. O concentrado *flash* normalmente tem teor de concentrado final e é enviado para a etapa de desaguamento junto com os concentrados de outros setores da usina de concentração. Por ser mais grosso, quando adicionado ao concentrado final, melhora a filtração do concentrado, reduz os custos envolvidos nessa etapa e reduz a umidade final do concentrado (ANDRADE et al., 2002).

Em circuitos de moagem parte das partículas de minerais de alto valor comercial podem estar suficientemente liberadas no tamanho grosso. Entretanto, essas partículas permanecem na carga circulante do moinho até que tenham sido cominuídas ao tamanho no qual serão descarregadas pelo *overflow* dos hidrociclones. Além disso, partículas de minerais com alta massa específica podem ser direcionadas para o *underflow* dos ciclones mesmo nas frações finas. Esses fatores podem levar a uma moagem excessiva, dificultando a recuperação dessas partículas por flotação ao atingirem o tamanho fino. A flotação *flash* é utilizada para remover as partículas grossas flotáveis o mais rápido possível, prevenindo assim a sobremoagem (MACKINNON et al., 2003; MATIOLO, 2005; NEWCOMBE et al., 2012).

Instalada como uma etapa anterior ao circuito de flotação convencional produz uma alimentação estável ao fornecer um padrão (rejeito flotação *flash*) para o circuito quando o teor de alimentação é altamente variável. Em muitas operações industriais a célula *flash* aumenta significativamente a recuperação, reduz a massa de alimentação à flotação, gera um concentrado de alto teor contendo as partículas mais hidrofóbicas e de maior cinética de flotação, reduz a formação de F-UF na remoagem, e apresenta outros benefícios tais como redução do número de células convencionais e custos de moagem (MATIOLO, 2005).

### 2.4.3. Flotação colunar com bias negativo

A versatilidade das colunas quando comparada com as células mecânicas é indiscutível. Na maioria das vezes a flotação em coluna é utilizada para etapas de limpeza (*cleaner*), porém

alguns autores discutem a possibilidade da utilização deste método para as etapas de concentração de partículas mais grosseiras (de 1 a 4 mm), tais como a de desbaste (*rougher*) e a de recuperação (*scavenger*), podendo substituir as células mecânicas por apresentarem melhores resultados como é mostrado por Soto (1989). Em alguns casos, dependendo da distribuição de tamanho das partículas na alimentação, o teor do concentrado final pode ser produzido sem a necessidade de uma etapa de limpeza (SOTO, 1989).

Como discutido anteriormente é possível a utilização das colunas para flotação de partículas minerais consideradas grosseiras, onde a flotação é efetuada com um bias negativo o que favorece o arraste hidráulico de partículas grosseiras. Alguns trabalhos foram publicados a este respeito, como Soto & Barbery (1991) e Öteyaka & Soto (1995). Entretanto, algumas considerações devem ser efetuadas no que diz respeito à interação partícula-bolha. Assim como para a flotação colunar com bias positivo, a este método também é possível obter a estimativa da probabilidade de flotação ( $P_F$ ) que segundo o modelo desenvolvido por Öteyaka & Soto (1995), pode ser descrita como sendo:

$$P_F = P_i \cdot P_c \cdot P_s \cdot P_{fb} \quad (13)$$

Em que  $P_i$  é a probabilidade de intercessão,  $P_c$  é a probabilidade de colisão,  $P_s$  é a probabilidade de estabilidade do agregado partícula-bolha e  $P_{fb}$  é a probabilidade da bolha não estar recoberta por partículas, ou a probabilidade de superfície livre de bolha. Os autores definem equações para a estimativa de cada uma dessas probabilidades, sendo que  $P_i$  é dependente do *holdup* de gás;  $P_c$  é dependente dos diâmetros da bolha e da partícula;  $P_s$  é dependente do diâmetro da bolha e do diâmetro máximo de partícula que permite um agregado partícula/bolha e que pode ser calculado por interação utilizando as equações de força atrativa e repulsiva;  $P_{fb}$  é adotada como sendo igual a 1,0, uma vez que, na maioria dos casos, não mais que 50% da sua superfície é coberta por partículas. De posse do valor de  $P_F$ , segundo os autores, é possível fazer estimativas para a recuperação total da coluna, para esse caso, que pode ser descrita como sendo:

$$\text{Recuperação} = 1 - (1 - P_F)^n \quad (14)$$

Em que  $n$  é o número de elementos  $\Delta H$  que pode ser dividida a zona de coleta sendo  $n = L / \Delta H$  (onde  $L$  é o comprimento total da zona de coleta) e  $(\Delta H)$  definido como sendo

dependente do diâmetro de bolha e do *holdup* de gás. Estas equações estão totalmente explicadas em Öteyaka & Soto (1995).

A aplicabilidade deste tipo de flotação colunar é dada para minerais nos quais a liberação das partículas não necessita de várias etapas de moagem, como é o caso dos minerais não metálicos, carvão, certos minérios de ferro e de sulfetos metálicos.

#### **2.4.4. Floto-elutriação**

A floto-elutriação, ao contrário de um separador de leito fluidizado tradicional, opera com injeção contínua de bolhas de ar, mantendo as condições de fluxo não turbulento e, assim, obtendo maior seletividade na separação por flotação de partículas hidrofóbicas. Em comparação com a flotação convencional, a floto-elutriação opera com menores velocidades superficiais de gás, resultando em uma menor turbulência e, portanto, uma condição hidrodinâmica mais favorável à flotação de partículas grossas. Também, o contínuo transbordo do material elutriado aumenta a recuperação dos agregados bolha-partícula (KOHMUENCH et al., 2007; 2010; 2013; AWATEY et al., 2014; MANKOSA et al., 2016; PAIVA e RUBIO, 2016; WINGATE e KOHMUENCH, 2016; PAIVA 2017).

Como resultado, o equipamento permitiria uma melhor captura das frações mais grosseiras pelas bolhas, podendo também diminuir a probabilidade de desprendimento (*detachment*) do agregado bolha/partícula, aumentando assim recuperação de partículas grossas que são difíceis de tratar. Nos últimos anos, essa tecnologia tem sido aplicada a diversos minerais industriais, com várias unidades em grande escala instaladas.

Estudos recentes (tabela 2) têm mostrado exemplos de aplicações (para partículas grossas), vantagens e tendências futuras das células de floto-elutriação e suas semelhanças com colunas de elutriação ou colunas com bias negativo.

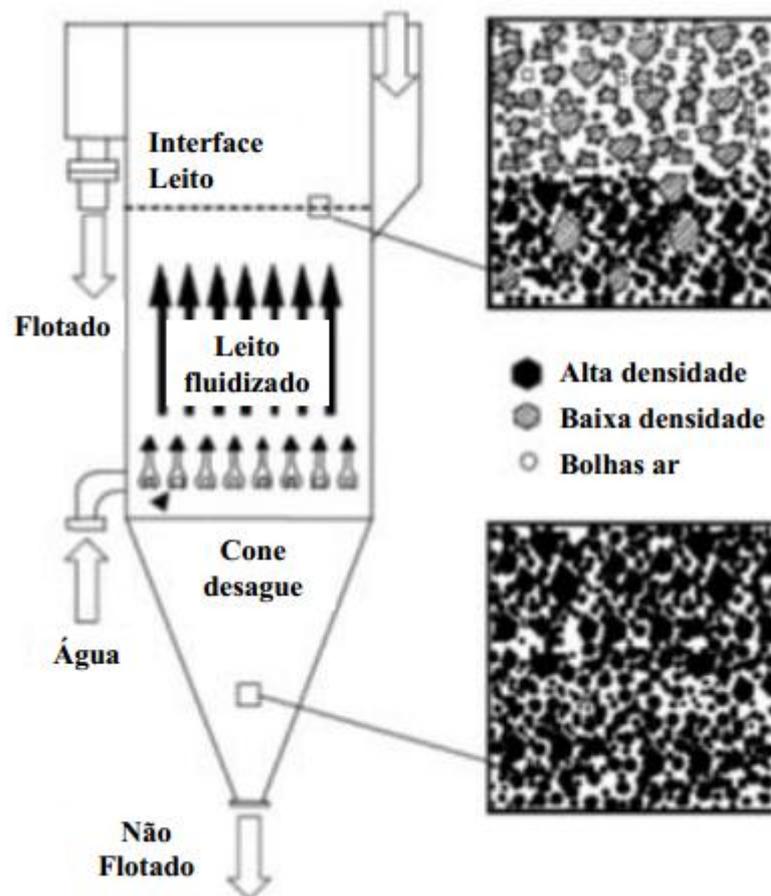
Tabela 2: Estudos de Floto-elutriação para partículas grossas.

Autor (Ano)	Escala do Processo	Sistema Mineral/ Minério	Parâmetros/ Comentários Gerais
Mankosa (2017)	Comparação entre FM com FE	Potássio ( <i>Topsized</i> : 4 mm)	Recuperação de K <sub>2</sub> O (FC Usina) = 60 % Recuperação de K <sub>2</sub> O (FE) = 90 %
Mankosa et al. (2016)	Laboratório (Ø = 150 mm)	Rejeito de Minério de cobre (+0,125 -0,6 mm)	Teor Alimentação Cu = 0,2 % Teor Alimentação Mo = 0,05 % Recuperação Cu = 60-65 % Recuperação Mo = 40-45 % Teor Cu = 0,5 - 1,8 % Teor Mo = 0,05 - 0,5 %
	Piloto (Ø = 300 mm)	Rejeito de Minério de cobre (+0,125 -0,4 mm)	Teor Concentrado Cu = 1 % Teor Concentrado Mo = 0,05 % Recuperação Massa = 3,3 % Recuperação Cu = 60 %
Awatey et al. (2013; 2014)	Laboratório (FE e FM)	Esfalerita (+0,25 -1,18 mm) Partículas Quartzo (+0,25 -1,18 mm) Utilizados para formar o leito fluidizado.	O ângulo de contato necessário para flotação de partículas grossas de esfalerita na FC foi superior que a FE, e aumentou com o aumento do tamanho de partícula. A recuperação de grossos de esfalerita aumentou com o aumento da altura do leito, a velocidade superficial de fluxo de gás e água. A recuperação foi maior na FE para partículas maiores que 0,45 mm.
Kohmuench et al. (2013)	Laboratório (Ø = 150 mm)	Minério de Cobre/Chumbo/Zinco (+0,2 - 0,8 mm)	Recuperação massa = 13 - 26 %; Recuperação Cu = 70 %; Razão Enriquecimento Cu = 3 Recuperação Zn = 90 %; Razão Enriquecimento Zn = 5 Recuperação Pb = 90 %; Razão Enriquecimento Pb = 4,8
	Laboratório (FE e FM)	Minério de Cobre (+0,6 - 1,2 mm e +0,125 -0,6 mm). O teor de alimentação não foi determinado.	FE (+0,125 -0,6 mm): Recuperação = 93,5 - 99 % Cu FE (+0,6 -1,2 mm): Recuperação = 70 - 78 % FM: Recuperação = 2,0 %
Kohmuench et al. (2007;2010)	Laboratório (Ø = 100 mm)	Fosfato (Grosso: +0,425 - 0,71 mm; Ultragrosso: -0,71 +1,2 mm)	Grosso: Recuperação BPL = 98 %; Teor BPL = 66,2 %; Teor Insolúveis = 8,1 % Ultragrosso: Recuperação BPL = 96 %; Teor BPL = 66,9 %; Teor Insolúveis = 10 %
	Piloto (Ø = 300 mm)	Alimentação: Grosso e Ultragrosso	Grosso: Recuperação BPL = 90 - 98 %; Teor BPL = 60 %; Teor insolúveis = 20% Ultragrosso: Recuperação BPL = 88-98 %; Teor BPL = 64 - 69 %; Teor insolúveis = 5 - 13 %
	Industrial (Grosso: Ø = 2,5 m) (Ultragrosso: Ø = 1,2 m)	Alimentação: Grosso e Ultragrosso	Grosso: FE - Recuperação BPL = 90 %; FM - Recuperação BPL = 80 %; Ultragrosso: FE - Recuperação BPL = 97 %; Recuperação BPL = 64 %

Paiva e Rubio (2016)	Laboratório	Minério de cobre Frações classificadas: (+210 - 297 $\mu$ m); (+297 $\mu$ m)	(+210 -297 $\mu$ m): FE - Recuperação ~ 24 %; Teor ~ 2,5 % FM - Recuperação ~ 10 %; Teor ~ 8,5 % (+297 $\mu$ m); FE - Recuperação ~ 10 %; Teor ~ 2 % FM- Recuperação = 0% ; Teor = 0 %
----------------------	-------------	--	---

Fonte 1: Adaptado de PAIVA (2017)

Figura 5: Desenho esquemático do floto-elutriador Hydrofloat™.



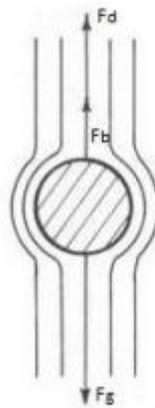
Fonte: Adaptada de Mankosa e Luttrell (2002).

#### 2.4.4.1. Velocidade de sedimentação livre

A sedimentação livre ocorre quando uma partícula isolada se desloca em movimento uniforme e unidimensional no interior de um fluido infinito, que se encontra em repouso ou escoando com velocidade uniforme (TAVARES, 1998). Nesse tipo de sedimentação a partícula em um meio líquido está sujeita a três forças externas: a força da gravidade, devida

ao campo gravitacional; a força de empuxo, devido ao deslocamento da partícula no fluido; e a força de arraste, devido ao movimento relativo entre a partícula e o fluido, conforme a figura 6. Se o balanço das forças em uma partícula em sedimentação é função do tempo de sedimentação, eventualmente, é alcançado um ponto de equilíbrio, onde a força da gravidade ( $F_g$ ) é contrabalaneada pela força de empuxo ( $F_d$ ) e pela força de arraste ( $F_b$ ). A partir deste ponto, as partículas sedimentam a uma velocidade máxima constante, chamada de velocidade terminal de sedimentação (KIM, 2004).

Figura 6: Forças que agem sobre uma partícula em sedimentação livre.



Fonte: KIM (2004).

A velocidade de sedimentação livre pode ser calculada através de diversas fórmulas dependendo do tipo de regime de fluxo que as partículas se encontrem. Para o regime laminar, utiliza-se a lei de Stokes, dada pela equação 15:

$$U_{\infty} = \frac{D_p^2 \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot g}{18\mu_f} \quad (15)$$

Onde:

$U_{\infty}$ : é a velocidade de sedimentação dada em ( $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ );

$D_p$ : é o diâmetro da partícula (cm);

$\rho_s$ : é a densidade da partícula ( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ );

$\rho_f$ : é a densidade do fluido ( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ );

$g$ : é a aceleração da gravidade ( $\text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$ );

$\mu_f$ : é a viscosidade do fluido ( $\text{g} \cdot (\text{cm} \cdot \text{s})^{-1}$ );

Para o regime turbulento, a velocidade pode ser calculada através da lei de Newton, dada pela equação 16:

$$U_\infty = \frac{[3,33D_p(\rho_s - \rho_f)g]^{1/2}}{\rho_f} \quad (16)$$

Outra equação utilizada no cálculo da velocidade de sedimentação livre das partículas e, que pode ser aplicada para ambos os regimes de Stokes e Newton é a equação de Concha e Almendra (1979), dada pela seguinte equação 17:

$$U_\infty = \frac{20,52\mu_f}{D_{pf}} \left\{ 1 + 0,0921 \left( \frac{D_p^3(\rho_s - \rho_f)\rho_f g}{0,75\mu_f} \right)^{1/2} \right\}^{1/2} - 1 \quad (17)$$

#### 2.4.4.2. Velocidade de sedimentação retardada

A sedimentação retardada ocorre quando há o aumento da concentração de sólidos na suspensão, de forma que as partículas afetam o movimento uma das outras, fazendo com que a razão de sedimentação de uma partícula mude devido a força de arraste criada pelo movimento de sedimentação das partículas vizinhas (KIM, 2004). A sedimentação passa a ocorrer em uma polpa (água e minerais), fazendo com que o sistema se comporte como um líquido pesado, onde a densidade da polpa é mais importante que a do líquido. Entretanto, se a concentração de sólidos for muito elevada, aprisionamentos e *detachment* de partículas podem ocorrer (TAVARES, 1998).

A partir da equação da velocidade de sedimentação livre (Equação 17), Concha e Almendra (1979) realizaram algumas modificações com o objetivo de criar uma equação para velocidade de sedimentação retardada. Para tanto, foram adicionados dois fatores de correção, sendo o primeiro relacionado ao efeito da transferência de momento, causado pela presença de outras partículas na vizinhança que afetam o mecanismo de transferência de momento entre as partículas e delas com o meio. O segundo fator está relacionado aos obstáculos

causados pela dissipação de energia entre o fluido em movimento e as paredes do sistema. Ambos os fatores de correção são dependentes da concentração de sólidos (KIM, 2004).

A equação de sedimentação retardada de Concha e Almendra (1979), assim como o primeiro e segundo fatores de correção são mostrados pelas Equações 18, 19,20, respectivamente.

$$U_{\infty} = \frac{20,52\mu_f}{D_{pf}} f_1(\alpha) \left\{ 1 + 0,0921 \left( \frac{D_p^3(\rho_s - \rho_f)\rho_f g}{0,75\mu_f} \right)^{1/2} f_2(\alpha) \right\}^{1/2} - 1 \}^2 \quad (18)$$

$$f_1(\alpha) = \frac{(1-\alpha)^2(1+0,75\alpha^{1/3})}{(1-\alpha+1,2\alpha^{2/3})^{3/2}(1-1,45\alpha)^{1,83}} \quad (19)$$

$$f_2(\alpha) = \frac{(1-\alpha+1,2\alpha^{2/3})^{3/4}(1+1,45\alpha)^{1,83}}{(1-\alpha)(1+0,75\alpha^{1/3})} \quad (20)$$

Onde:

$\alpha$ : Concentração volumétrica total de sólidos no sistema.

Embora a equação de Concha e Almendra (1979) seja adequada para sistemas de partículas contendo um único tamanho e densidade (normalmente apresentando variações inferiores à 10% do valor real), quando aplicada à sistemas de partículas com diferentes tamanhos e densidades, apresenta uma limitação, pois considera que todas as partículas no sistema com densidade superior a densidade do fluido, sedimentam (KIM, 2004). Para corrigir esse problema, Lee (1989) realizou modificações na equação de sedimentação retardada de Concha e Almendra (1979), substituindo a densidade e viscosidade do fluido pela densidade da polpa,  $\rho_p$ , e viscosidade da polpa,  $\mu_p$ , sendo estas calculadas através das equações 21, 22 respectivamente.

$$\rho_p = \rho_f(1 - \alpha) + \sum_{j=1}^{np} \sum_{l=1}^{nd} \rho_{sj} c_{lj} \quad (21)$$

Onde:

$c_{ij}$ : é a fração volumétrica do componente sólido;

$d_i$ : tamanho do componente sólido (cm);

$\rho_{sj}$ : densidade específica ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ );

$n_p$ : número de classes de densidade;

$n_d$ : é o número de classes de diferentes tamanhos de partícula presentes no sistema;

$$\mu_p = \mu_f f_v \quad (22)$$

Sendo  $f_v$  um parâmetro dependente da concentração volumétrica de sólidos, dado por:

$$f_v(\alpha) = \frac{(1-\alpha)(1+0,75\alpha^{1/3})}{(1-1,45\alpha)^{1,83}} \quad (23)$$

A partir das correções na densidade e viscosidade do meio, Lee (1989), modificou as equações da velocidade de sedimentação retardada e dos fatores de correção encontrados por Concha e Almendra (1979), encontrando as equações 24, 25, 26, respectivamente.

$$U = \frac{20,52\mu_f}{d\rho_p} f_1(\alpha) \left\{ 1 + 0,0921 \left( \frac{D^3 |\rho_s - \rho_p| \rho_p g}{0,75\mu_f} \right)^{1/2} f_2(\alpha) \right\}^{1/2} - 1 \quad (24)$$

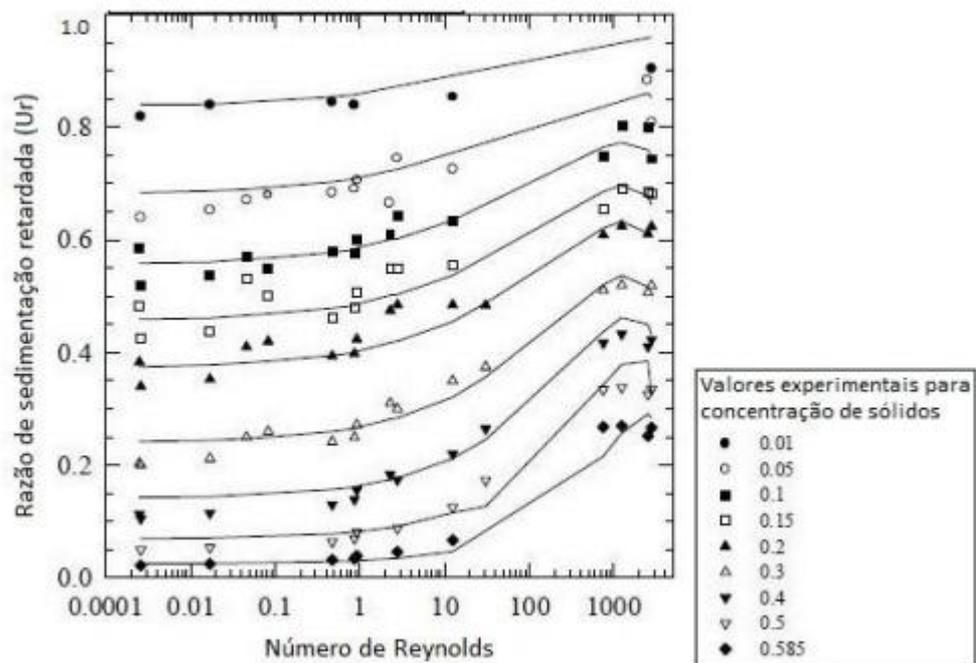
$$f_1(\alpha) = \frac{(1+0,75\alpha^{1/3})(1-\alpha)(1-1,47\alpha+2,67\alpha^2)^2}{(1-1,45\alpha)^{1,83}(1+2,25\alpha^{3,7})} \quad (25)$$

$$f_2(\alpha) = \frac{(1-1,45\alpha)^{1,83}(1+2,25\alpha^{3,7})}{(1+0,75\alpha^{1/3})(1-\alpha)(1-1,47\alpha+2,67\alpha^2)} \quad (26)$$

A comparação entre os valores encontrados experimentalmente e as velocidades de sedimentação previstas por Lee (1989), em função do número de Reynolds para suspensões com concentração de sólidos entre 1 % e 58,5 %, pode ser vista na Figura 7.

A Figura 7 mostra que as equações encontradas por Lee (1989), em geral apresentam um comportamento próximo ao que ocorre no sistema real, sendo, portanto uma boa aproximação para o cálculo das velocidades de sedimentação. Cabe ressaltar que ambas as equações propostas por Concha e Almendra (1979) e por Lee (1989), são válidas para concentrações de sólidos de até 69 %, não podendo ser utilizadas para concentrações acima deste valor.

Figura 7: Velocidades de sedimentação previstas por Lee em função do número de Reynolds para suspensões com concentração de sólidos entre 1 % e 58,5 %.



Fonte: (CONCHA e ALMENDRA, 1979; LEE, 1989; KIM, 2004).

### 3. MATERIAS E MÉTODOS.

#### 3.1. ESTUDOS DE FLOTAÇÃO EM COLUNA

##### 3.1.1. Sistema bifásico (gás/líquido)

Foi estudado o comportamento da coluna de flotação em sistema bifásico com o objetivo de avaliar previamente os parâmetros de dispersão gás-líquido para os estudos com sólidos (polpa) e também comparar com os valores encontrados na literatura. Os experimentos foram realizados em uma coluna de flotação de laboratório (2,7 cm de diâmetro e 250 cm de altura) instrumentada. A instrumentação teve como objetivo medir, controlar e supervisionar os parâmetros tamanho de bolha, *holdup* e nível da interface polpa-espuma. A determinação do tamanho de bolha foi realizada utilizando-se uma câmara visualizadora de bolhas acoplada na base da coluna, ou seja, o tamanho das bolhas foi medido antes das mesmas entrarem na coluna, conforme a técnica desenvolvida por Seger et al. (2019). A medição do tamanho da bolha por análise de imagens em células de flotação é frequentemente realizada usando alguma técnica de amostragem (método invasivo), mas este procedimento não é adequado para colunas de pequeno diâmetro. O sistema experimental também era composto por tanques de condicionamento de polpa e de solução de tensoativo, bombas peristálticas, filtro de ar/regulador de pressão e rotâmetro.

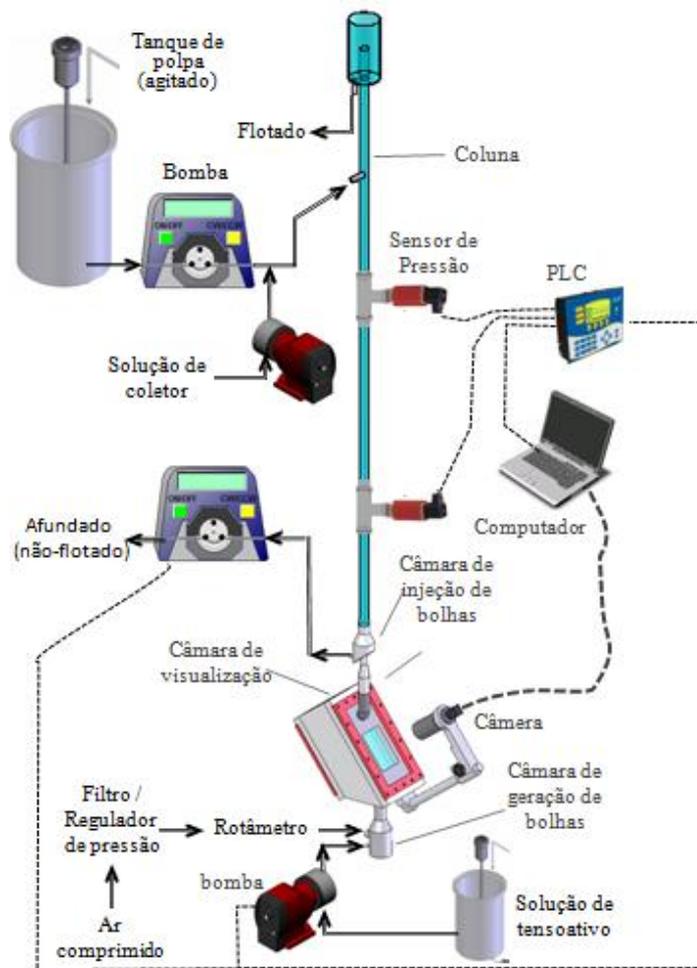
Uma representação esquemática da configuração experimental utilizada nos experimentos de flotação em coluna (sistemas bifásico e trifásico) é apresentada na Figura 8. A coluna de flotação de laboratório foi operada em modo contínuo, e o tempo de duração de cada experimento foi de pelo menos 90 minutos. A coluna foi alimentada com água (DMAE/Porto Alegre) a uma vazão correspondente a um  $J_1 = 0,2 \text{ cm.s}^{-1}$ . O ar foi introduzido na parte inferior através de um tubo poroso de aço inoxidável (15 mm de diâmetro, 30 mm de comprimento e 2,3 mm de espessura de parede) localizado dentro de uma câmara de geração de bolhas (CGB). O fluxo de ar foi controlado por um rotâmetro a uma pressão constante ( $2 \text{ kgf.cm}^{-2}$ ) e a velocidade superficial do gás foi fixada em  $1,0 \text{ cm.s}^{-1}$ .

A CGB (Figura 9A) foi projetada de modo que pudesse responder rapidamente a condição de dosagem de espumante (atingir estado de equilíbrio em relação a concentração de tensoativo).

Então, o tamanho da bolha poderia ser prontamente modificado em função da dosagem de espumante independentemente se outros reagentes com propriedades de formação de espuma fossem usados na alimentação da coluna. A solução de tensoativo foi injetada no CGB, abaixo do tubo poroso, criando assim um fluxo ascendente de solução de tensoativo (o qual também é de fundamental importância para minimizar a entrada de partículas finas na CGB).

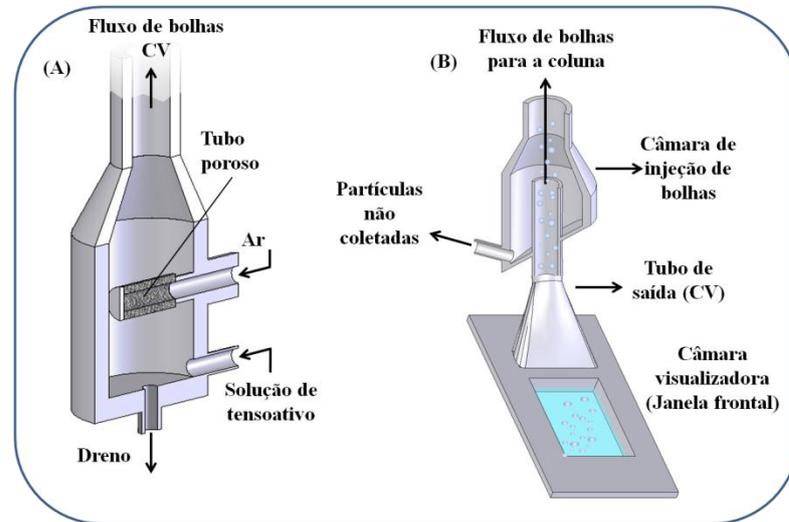
O sistema foi previamente preenchido com água e a injeção de uma solução de tensoativo, utilizada para controlar o tamanho da bolha, iniciou 10 minutos após o início do experimento. O espumante utilizado (DF250, Dowfroth™) foi um éter monoalquílico de óxido de propileno, sendo a sua fórmula química  $\text{CH}_3(\text{OC}_3\text{H}_6)_4\text{OH}$  e massa molar de 264,37 g/mol. Todas as soluções de tensoativos foram preparadas com água da rede de abastecimento local (DMAE/Porto Alegre).

Figura 8: Montagem experimental para estudos de determinação de tamanho de bolha *online* em uma coluna de flotação minipiloto.



Fonte: SEGER et al (2019)

Figura 9: (A) câmara de geração de bolhas; (B) câmara de injeção de bolha.



Fonte: SEGER et al (2019)

Seis dosagens de espumante foram testadas: 3,8, 7,6, 15,3, 30,8, 77,4 e 154,8 mg.L<sup>-1</sup>. Também foi avaliada uma condição de sem adição de tensoativo (primeiros 10 min de cada experimento). A coluna foi operada com uma pequena camada de espuma (2 cm) e o nível da interface água/espuma foi controlado automaticamente (controlador PID) utilizando-se dois sensores de pressão hidrostática (também utilizados para determinação do *holdup*). Os experimentos incluíram pelo menos uma duplicata para cada condição de operação e foram conduzidas à temperatura ambiente (22 ± 1 °C). Com estas condições experimentais foi possível a obtenção de diferentes distribuições de tamanhos de bolhas e *holdup*.

### 3.1.2. Sistema trifásico (gás/líquido/sólido)

A configuração experimental utilizada foi à mesma empregada nos experimentos em sistema bifásico (gás/líquido), porém com adição de sólidos. Foi utilizada uma amostra de areia quartzosa (> 99% SiO<sub>2</sub>), fornecida pela empresa Micromil Minerals, Brasil. A amostra foi preparada por peneiramento, lavagem-ácida (10% v/v HCl), enxague com água destilada-deionizada, secagem (100 °C por 24 h) e homogeneizada. A densidade do produto final foi de 2,65 g.cm<sup>-3</sup> (picnometria). O produto foi armazenado em sacos plásticos, cada um contendo 427 g do material. Com relação às variáveis operacionais, a vazão de alimentação ( $J_{Al}$ ) e a vazão de gás ( $J_g$ ) foram mantidas constantes em 0,2 e 1,0 cm.s<sup>-1</sup>, respectivamente. A

alimentação continha 10 % p/p de sólidos e foi condicionada num tanque agitado com coletor Alkyl Eter Amina (flotigam EDA-Clariant<sup>®</sup>) a uma concentração de 135 g.t<sup>-1</sup>; a polpa então foi alimentada na coluna.

A distribuição dos tamanhos de partículas das amostras foi determinada usando um equipamento de difração a laser (CILAS<sup>™</sup> 1180) via análise úmida. A Figura 10 e a Tabela 3 apresentam a distribuição cumulativa dos tamanhos (passante acumulado) e alguns diâmetros característicos, respectivamente, para as faixas de tamanho selecionadas (VC, C, M e F) utilizadas nos testes de flotação em coluna. Embora o objetivo deste trabalho seja o estudo envolvendo a separação de partículas grossas, foram realizados experimentos com amostras mais finas para verificar a tendência de recuperação, também serviram para comprovar que os valores dos parâmetros de dispersão do gás utilizados são adequados (suficientes) para a flotação. As experiências incluíram pelo menos uma duplicata para cada condição de operação e foram conduzidas à temperatura ambiente ( $22 \pm 1$  °C).

Figura 10: Distribuição cumulativa do tamanho de partícula (em volume) das amostras de quartzo obtidas por difração laser (frações de tamanho: muito grossas (VC); grossas (C), médias (M) e finas (F)).

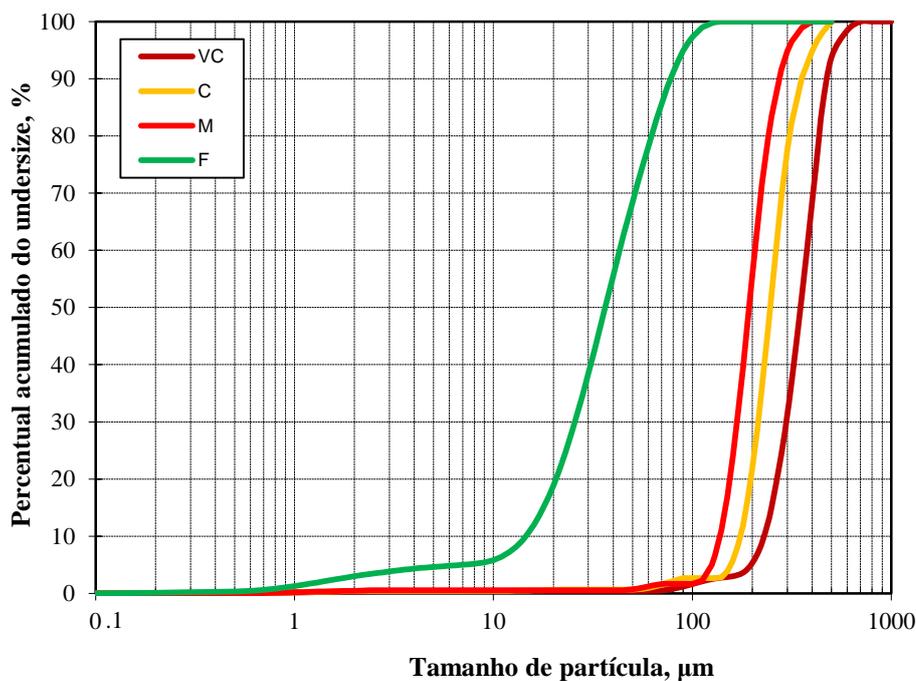


Tabela 3: Faixas granulométricas e diâmetros característicos das amostras de quartzo utilizadas nos estudos de flotação em coluna.

Mesh Tyler	Frações de tamanho de partícula	D <sub>10</sub> (µm)	D <sub>50</sub> (µm)	D <sub>90</sub> (µm)	D <sub>32</sub> (µm)
-35+48#	VC	228,9	349,5	466,1	345,5
-48+65#	C	174,2	246,1	354,1	254,5
-65+100#	M	137,6	192,7	274,1	199,0
-100#	F	14,5	36,5	77,8	41,6

O tamanho da bolha foi medido e monitorado em tempo real em todos os experimentos. Para minimizar a coalescência da bolha dentro da câmara visualizadora de bolhas e ao longo da coluna ao usar um tamanho de bolha grande ( $\bar{D}_{32} = 2,7$  mm; 3,3 mg.L<sup>-1</sup> DF250, ou seja, abaixo de CCC), também foi injetado tensoativo na câmara visualizadora de bolhas até a concentração final de 14 mg.L<sup>-1</sup>, trabalhando assim acima da CCC (apartir desta concentração há uma rápida estabilização do *holdup* (figura 13)), como sugerido por Zhang et al. (2009).

O sistema foi previamente preenchido com água (DMAE-Porto Alegre), a dosagem de espumante, e polpa (alimentação) foram iniciadas em 10 e 20 min, respectivamente, após o início do experimento. Os testes de flotação foram conduzidos por 60 min e o material flotado foi coletado (para análise do teor de sólidos), filtrado (papel filtro de 14 µm de tamanho médio de poro), secado (100 °C) e pesado à temperatura ambiente.

### 3.1.3. Determinação do tamanho de bolha

O sistema de medição de tamanho de bolha foi composto por uma câmara de visualização (janelas de vidro com 8,5 × 12,5 cm e ângulo de 30°), uma câmera de vídeo (SONY XC-HR70 com uma resolução de 1024 × 768 pixels e velocidade do obturador ajustada a 0,001s<sup>-1</sup> para obter uma definição mais alta do contorno da bolha) e uma lente de zoom (Macro Zoom MLH-10X, Moritex<sup>®</sup> Corporation). A iluminação foi fornecida utilizando-se uma placa de LED de 10 × 10 cm (Moritex<sup>®</sup> Corporation). Após passarem pela janela de vidro na câmara de visualização de bolhas, as mesmas foram conduzidas por um tubo de saída, projetado para evitar mudanças abruptas de direção e turbulência, até uma câmara de injeção de bolhas localizada na base da coluna de flotação (figura 9).

A principal desvantagem atribuída a determinação do tamanho de bolha por análise de imagens em sistemas trifásicos é a qualidade da iluminação, ou seja, o baixo contraste devido à turbidez causada pelas partículas ultrafinas em suspensão.

Além do projeto da câmara de injeção de bolhas, um fluxo ascendente de água (solução de tensoativo) foi mantido constante para impedir que partículas finas (que causam turbidez) entrassem na câmara de visualização (CV). As partículas maiores que conseguiram entrar na CV foram removidas (quando necessário) usando um sistema de bombeamento em circuito fechado e um recipiente de captura de partículas ligado à CV.

O campo de visão foi escolhido para obter uma amostragem adequada de bolhas pequenas e grandes. A área monitorada (fotografada) foi de  $24,2 \text{ cm}^2$  ( $5,68 \times 4,26 \text{ cm}$  com uma resolução de diâmetro de bolha de  $0,055 \text{ mm/pixel}$ ). Uma escala (orifício calibrado) de  $2 \text{ mm}$  foi usada para calibração antes das medidas do tamanho da bolha. Um computador com software-*hardware* especial para captura, processamento e análise de imagens (Matrox<sup>®</sup>) e Microsoft Excel foi usado para construir um aplicativo de medição de tamanho de bolha em tempo real. Vários *scripts* foram escritos no Matrox *Inspector* para processar automaticamente as imagens. A captura de imagem, processamento e análise foram automatizados, e foi possível determinar o tamanho médio da bolha ( $D_{32}$ ) a cada  $5 \text{ s}$  em tempo real.

Na análise das imagens foi utilizado o diâmetro de Ferret ( $D_F$ , valor médio para oito ângulos) como diâmetro equivalente de cada bolha. O  $D_F$ , por definição, é a distância entre duas tangentes em lados opostos da partícula e paralelas a uma mesma direção. As principais tarefas executadas pelo sistema online automatizado de medição de tamanho de bolha foram as seguintes: captura, processamento e análise de imagens (bolhas) para calcular os diâmetros de bolhas individuais ( $D_F$ ); cálculo do diâmetro médio ( $D_{32}$ ) de bolha e plotagem em um gráfico de tamanho de bolha x tempo (histórico).

A rotina utilizada para o processamento de imagem foi a seguinte (como sugerido por Grau (2006)): *window leveling* (preenche todo o intervalo de intensidade de uma imagem em escala de cinza de 8 bits), *thresholding* (binarização), *fill holes* (preenchimento das zonas claras das bolhas), *watershed* (segmentação de *clusters*), remoção de objetos não inteiramente presentes nas imagens (objetos que tocam na borda são removidos), análise da imagem (determinação

$D_F$ ) e saída dos resultados para o Excel (para calcular o tamanho médio da bolha ( $D_{32}$ ) de cada imagem e plotar um gráfico em função do tempo).

É bem conhecido que os algoritmos de separação utilizados para separação das bolhas que se tocam, isto é, os *clusters*, podem frequentemente falhar em algumas situações (por exemplo, grandes aglomerados de bolhas). Assim, Grau (2006) sugeriu que o fator de forma deve ser tomado como um critério para identificar objetos irregulares (provavelmente clusters). Neste trabalho, se o fator de forma *compactness* de um objeto excedesse o valor crítico = 1,25, o objeto não foi considerado na análise estatística.

Para cada imagem foi calculado o tamanho médio de bolha utilizando a seguinte equação:

$$d_{sauter} = \frac{\sum n_i \cdot d_{bi}^3}{\sum n_i \cdot d_{bi}^2} \quad (3)$$

O diâmetro médio de Sauter ( $D_{32}$ ) também foi usado para calcular o tamanho médio da bolha para uma sequência cumulativa de imagens “n”, designado como  $\bar{D}_{32}$ .

### 3.1.4. Medidas de *holdup*

O método de medição do *holdup* foi baseado na diferença de pressão hidrostática, usando dois sensores de pressão (Sitron-SP96; faixa de pressão de 0-0,5 bar) localizados na zona de coleta da coluna. A distância entre os sensores foi de 100 cm e o sensor inferior foi posicionado 10 cm acima da câmara de injeção de bolhas. Esses sensores foram conectados a um sistema de controle para aquisição de dados e estimaram o *holdup* em tempo real com a mesma taxa de amostragem usada na determinação do tamanho da bolha. A equação (27) foi usada para calcular o *holdup*.

$$\varepsilon_g = 1 - (\Delta P / L \rho_{SL}) \quad (27)$$

onde:

$\Delta P$ : diferença de pressão (mH<sub>2</sub>O);

L: distância entre os dois pontos de medição de pressão (m)

$\rho_{SL}$ : densidade da polpa entre os dois pontos de medição de pressão (para o sistema de gás-água  $\rho_{SL} = \rho_{\text{água}}$ ).

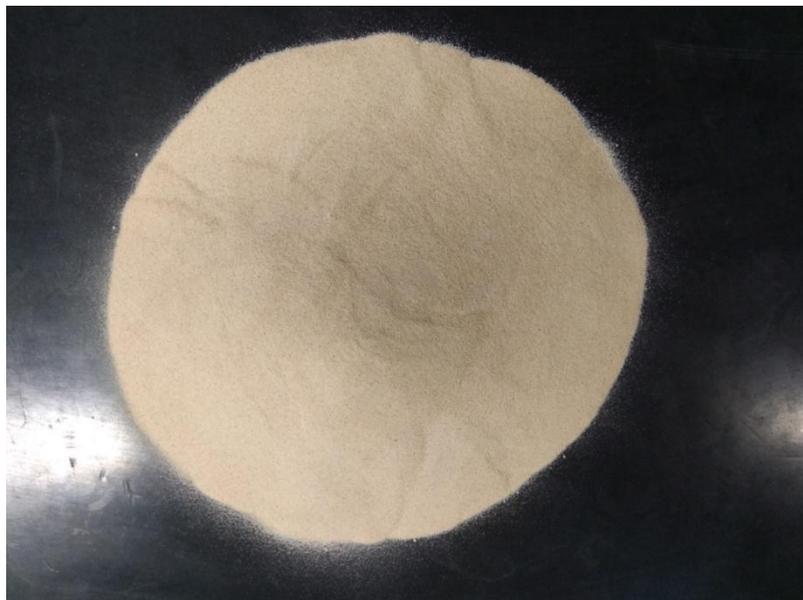
O nível de interface polpa-espuma também foi controlado automaticamente com o auxílio dos sensores de pressão.

### 3.3. FLOTO-ELUTRIAÇÃO (HYDROFLOAT™)

#### 3.2.1. Amostra de quartzo.

Os estudos foram realizados com uma amostra de areia quartzosa, com composição química 89,6% ( $\text{SiO}_2$ ), 5,08% ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), 5,32% de outros minerais, com densidade  $2,63 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  (picnometria). O material foi peneirado a seco nas malhas: 35# (500  $\mu\text{m}$ ) e 60# (250  $\mu\text{m}$ ). O produto (-500+250  $\mu\text{m}$ ) foi homogeneizado em uma lona plástica com 100 tombos e quarteado pelo método de fracionamento de pilha cônica. As alíquotas obtidas foram armazenadas em baldes de plástico.

Figura 11: Amostra de areia quartzosa.



### 3.2.2. Estudo de elutriação no Hydrofloat™ - E.

Para avaliar a recuperação somente devido ao processo de elutriação foram realizados experimentos sem a adição de coletor. Para tanto, um volume de 600 mL de polpa com 20% de sólidos (foi utilizado 20% de sólidos por questões operacionais de recirculação do *underflow*) foi alimentado ao HydroFloat™ por gravidade, o qual foi previamente preenchido com uma solução (9 mg.L<sup>-1</sup>) de espumante. O espumante utilizado foi o flotanol D 25 (metil éter de polipropilenoglicol – Clariant®). Diversos estudos relatam que a concentração de coalescência crítica (CCC) para o metil éter de polipropilenoglicol é cerca de 9 mg.L<sup>-1</sup> (CHO e LASKOWSK, 2002; GRAU e HEISKANEN, 2005). Acima dessa concentração a coalescência das bolhas é fortemente reduzida, e o tamanho de bolha tende a estabilizar. O fluxo ascendente de água para elutriação também foi mantido através da injeção de uma solução de flotanol D 25 (9 mg.L<sup>-1</sup>). O fluxo de ar foi controlado por rotâmetro e a pressão por um filtro regulador (2 kgf.cm<sup>-2</sup>). O tempo inicial (T0) dos experimentos foi determinado a partir do início do transbordo da espuma. O tempo de duração dos experimentos foi de 10 minutos. O fluxo de polpa descarregado no fundo da célula foi mantido constante por uma bomba, que recirculava o *underflow* para a alimentação. Esta condição de recirculação (Figura 12) foi adotada para se obter um tempo de retenção mais longo e um efeito *scavenger*, assim como evitar a formação de zonas mortas no fundo cônico do elutriador. No final de cada ensaio, o concentrado e o rejeito foram, filtrados, secos e pesados. Foi utilizada água da rede de abastecimento público de Porto Alegre–RS (DMAE). Todos os ensaios foram realizados a temperatura ambiente (aproximadamente 23 °C)

### 3.2.3. Estudo de floto-elutriação no Hydrofloat™ - FE.

Para avaliar a floto-elutriação o procedimento foi o mesmo utilizado nos estudos de elutriação, entretanto a polpa foi condicionada com o coletor Alkyl Eter Amina (flotigan EDA-Clariant®) na concentração de 180 g.t<sup>-1</sup> durante 5 minutos e depois alimentada (transferida por gravidade) para o HydroFloat™. Em ambos os casos, as velocidades superficiais do gás (0,2; 0,27; 0,33 e 0,39 cm.s<sup>-1</sup>) e as velocidades do líquido (0,63; 0,84 e 1,05 cm.s<sup>-1</sup>) foram variadas. Os experimentos foram realizados em duplicatas.

A flotação real (Ft) foi calculada com a equação 28.

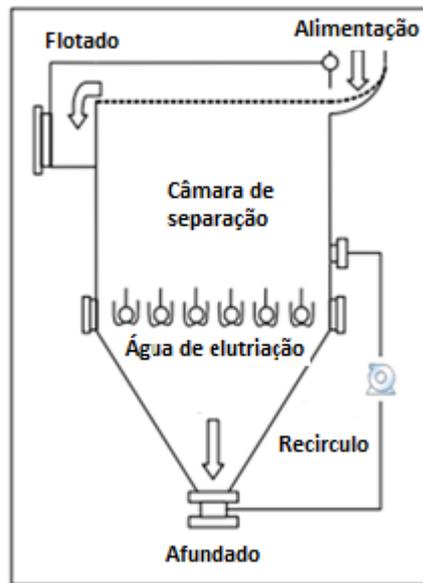
$$F_t = F_e - E \quad (28)$$

Onde:

$F_e$ : recuperação na floto-elutriação.

$E$ : recuperação na elutriação.

Figura 12: Esquema ilustrativo do sistema utilizado.



### 3.2.4. Avaliação do tamanho de bolha produzido na FE.

O sistema de geração de bolhas do Hydrofloat<sup>TM</sup> consiste de um tubo multiperfurado (9 furos de 1 mm diâmetro). Para avaliar o tamanho de bolha produzido pela injeção de água-ar através de um orifício, foi utilizado o mesmo procedimento experimental descrito nos estudos de determinação de tamanho de bolha em coluna de flotação. As mesmas condições operacionais e *sparger* utilizadas nos estudos de FE foram empregadas ( $J_l = 0,84; 1,05$  e  $J_g = 0,2; 0,27; 0,33$  e  $0,39 \text{ cm.s}^{-1}$  e concentração de tensoativo =  $9 \text{ mg.L}^{-1}$ ) na coluna de flotação. O tamanho de bolha foi medido apenas no sistema bifásico.

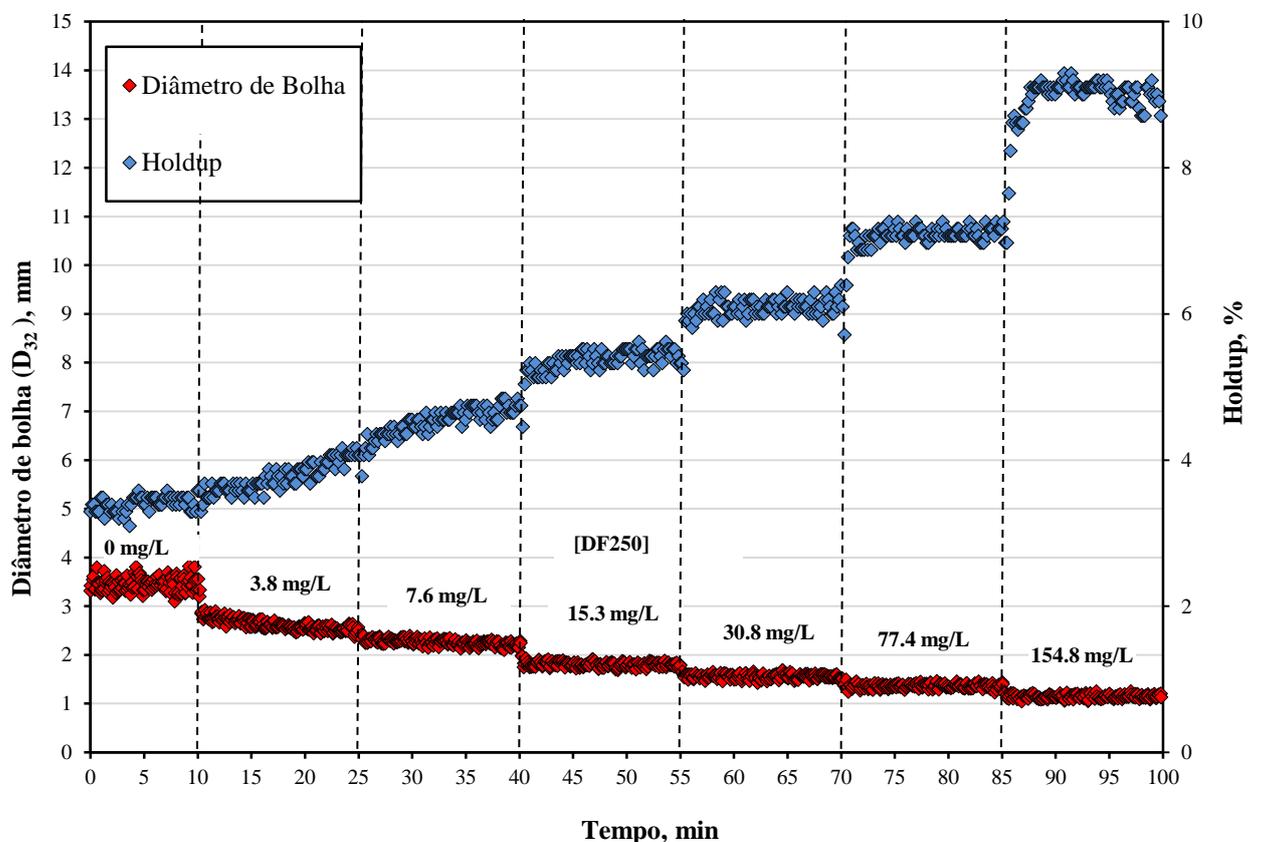
## 4. RESULTADOS E DISCUSÃO

### 4.1. ESTUDOS DE FLOTAÇÃO EM COLUNA

#### 4.1.1. Sistema Bifásico (gás/líquido)

Como o tamanho da bolha é extremamente dependente da concentração de espumante, os experimentos foram estruturados para avaliar o efeito da variável concentração de tensoativo no tamanho da bolha e no *holdup*. A Figura 13 mostra os resultados de medições simultâneas do tamanho da bolha e do *holdup* em função do tempo para uma dosagem escalonada de DF250. Como pode ser visto, o tamanho de bolha alcançou rapidamente um valor constante para cada concentração de espumante.

Figura 13: Histórico dos diâmetros de bolhas ( $D_{32}$ ) e valores de *holdup* para imagens consecutivas em função do tempo, para uma dosagem escalonada de DF250.

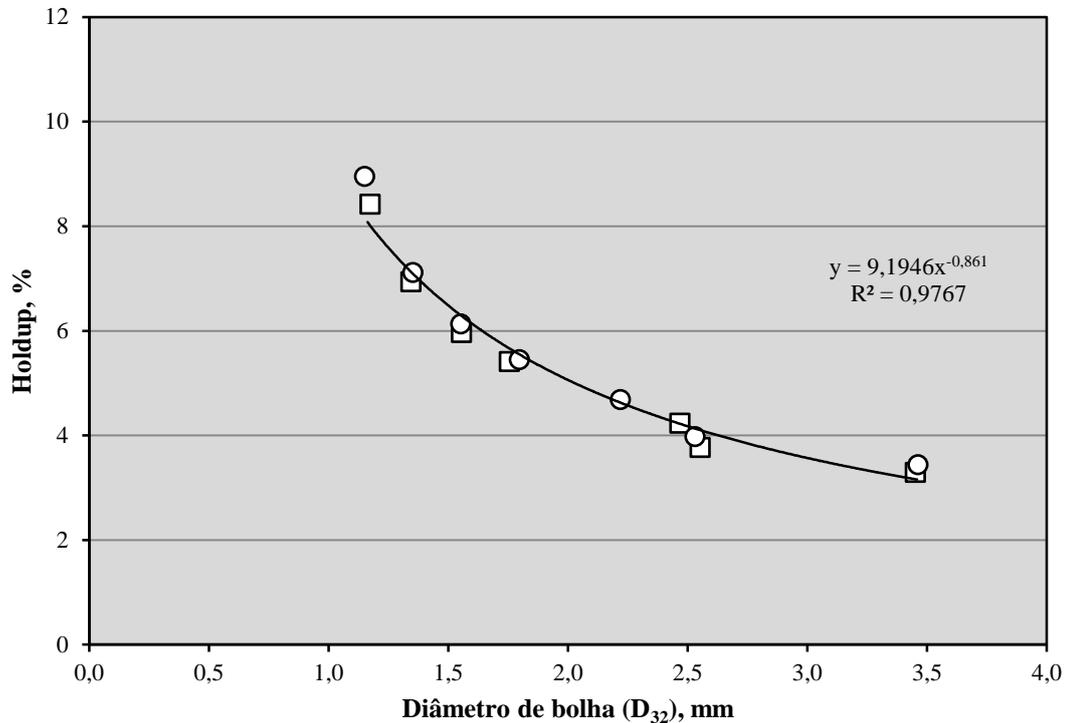


Em contraste, o *holdup* variou suavemente em resposta à dosagem de tensoativo quando a concentração estava abaixo da CCC (aproximadamente  $9 \text{ mg.L}^{-1}$ ), mas também respondeu rapidamente para concentrações acima da CCC. Isso ocorreu porque os experimentos iniciaram com a coluna preenchida com água, assim a coalescência das bolhas foi continuamente reduzida à medida que a concentração de tensoativo aumentava. Isso reitera as sugestões de que as concentrações de tensoativo devem exceder os valores da CCC para avaliar (isoladas as propriedades de dispersão de gás) o verdadeiro impacto de outras variáveis no desempenho de flotação (Zhang et al., 2009).

Para a mesma vazão de ar, o número de bolhas e, portanto, o *holdup* e o  $S_b$  aumentaram à medida que o tamanho da bolha diminuiu. Quanto menor o tamanho da bolha, maior o tempo de retenção, devido às menores velocidades de ascensão das bolhas e, conseqüentemente, maior o tempo de retenção do gás. Como mostrado na Figura 14, foi encontrado como melhor ajuste da tendência entre *holdup* e  $Db$  uma função potência .

A presença de bolhas finas combinadas com altas taxas de fluxo de ar produzem altos valores de *holdup*. Portanto, elevados valores de *holdup* são a combinação de bolhas finas em grande número. Em geral, acredita-se que um maior tempo de retenção tenha um efeito positivo na taxa de colisão (cinética de flotação) e no desempenho metalúrgico. Por outro lado, se as bolhas forem muito pequenas, elas não serão capazes de “transportar” (flotar) partículas grossas.

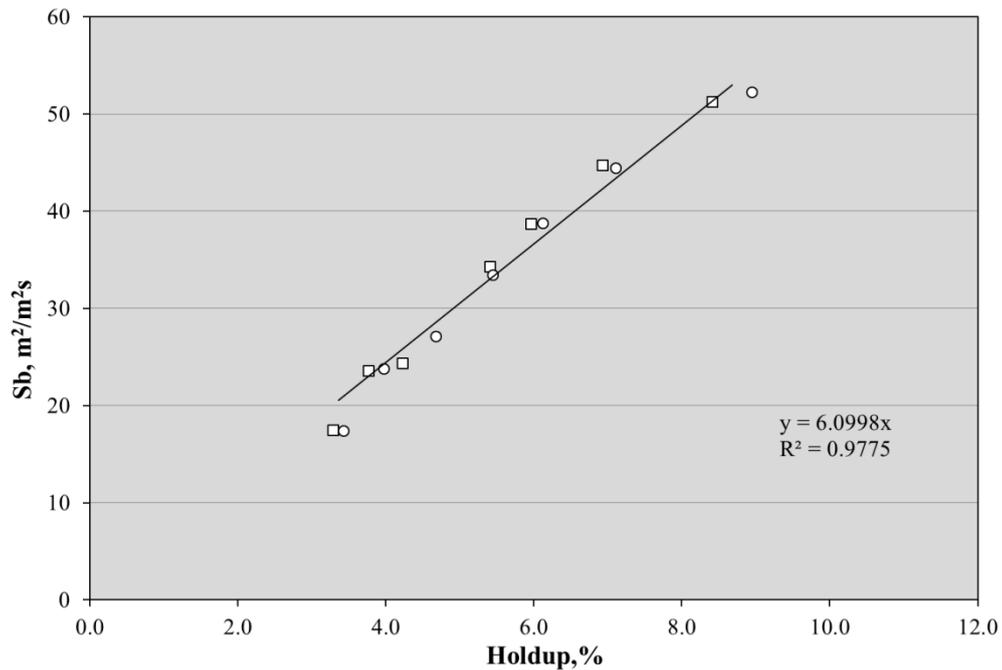
Figura 14: Relação entre o diâmetro médio de bolha ( $D_{32}$ ) e o *holdup*, para cada patamar (15 minutos) como mostrado na figura 14. Sistema ar / água,  $J_g = 1,0 \text{ cm / s}$ ,  $J_l = 0,3 \text{ cm / s}$ .



A Figura 15 mostra uma tendência linear entre o fluxo superficial de bolha ( $S_b$ ) e o *holdup* ( $\epsilon_g$ ). Os resultados estão em concordância com estudos relatados na literatura (FINCH et al., 2000, GRAU e HEISKANEN, 2003, VINNETT et al., 2016), onde uma relação linear entre  $S_b$  e  $\epsilon_g$  foi observada para diferentes células mecânicas e regimes operacionais. Finch et al. (2000) encontraram uma correlação linear do tipo  $S_b = 5,5 \cdot \epsilon_g$ . Vinnett et al. (2016) encontraram uma correlação linear entre o fluxo superficial de bolha e o *holdup* (variando de 5 % a 23 %) para máquinas de flotação industriais de 8,5 a 300  $\text{m}^3$ .

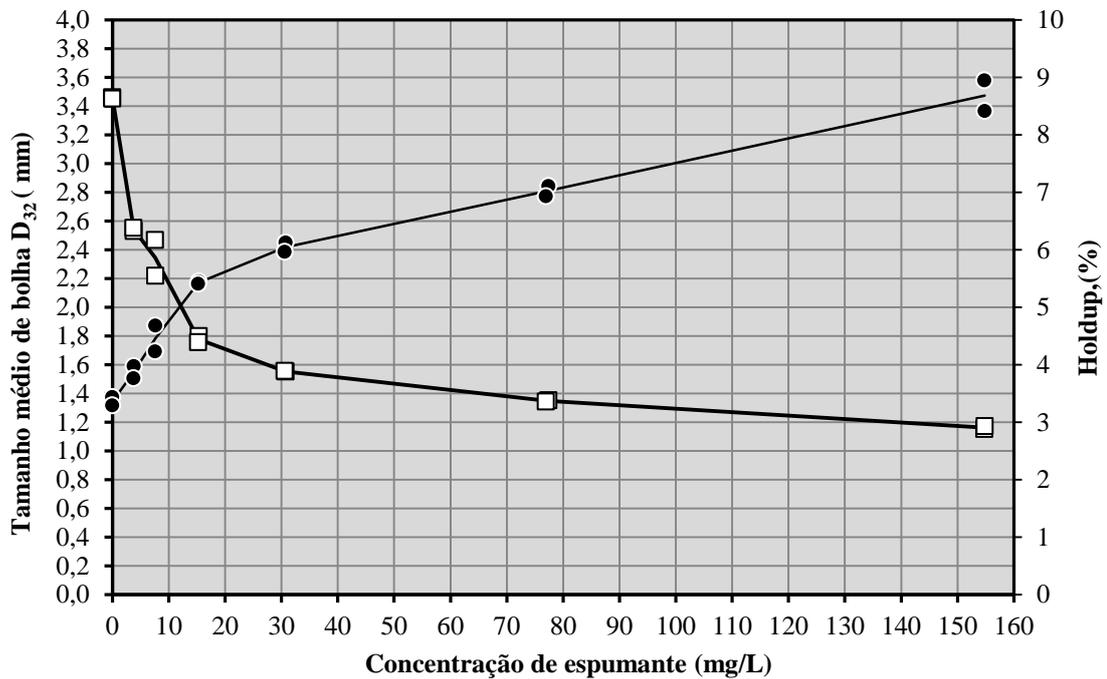
Grau e Heiskanen (2003) relataram valores de  $S_b$  de 27 - 36  $\text{m}^2 / \text{m}^2$  em relação aos valores mais altos de 36 - 200  $\text{m}^2 / \text{m}^2$ , relatados anteriormente por Gorain et al. (1997). De acordo com Grau e Heiskanen (2003), o dispositivo de medição de tamanho de bolha UCT produz um resultado subestimado, ao succionar parte das bolhas maiores durante a medição. Como resultado, o fluxo superficial de bolha é superestimado.

Figura 15: Relação entre o *Holdup* e o *Sb*, para cada patamar (15 minutos) como mostrado a figura 14. Sistema ar / água,  $J_g = 1,0 \text{ cm / s}$ ,  $J_l = 0,3 \text{ cm / s}$ .



A Figura 16 mostra os diâmetros médios de Sauter ( $D_{32}$ ) e os valores de *holdup* em função da concentração de tensoativo. Como esperado, uma tendência geral foi observada: o tamanho da bolha diminuiu rapidamente no início, depois lentamente em concentrações mais altas de espumante, tendendo a um valor constante  $D_{32} = 1,0 \text{ mm}$ . Estes resultados estão de acordo com estudos prévios sobre a relação entre o tamanho da bolha e a dosagem de tensoativo (NESSET et al., 2006; ZHANG et al., 2009; LEIVA et al., 2010) e a CCC para o DF250 (LASKOWSKI et al., 2003).

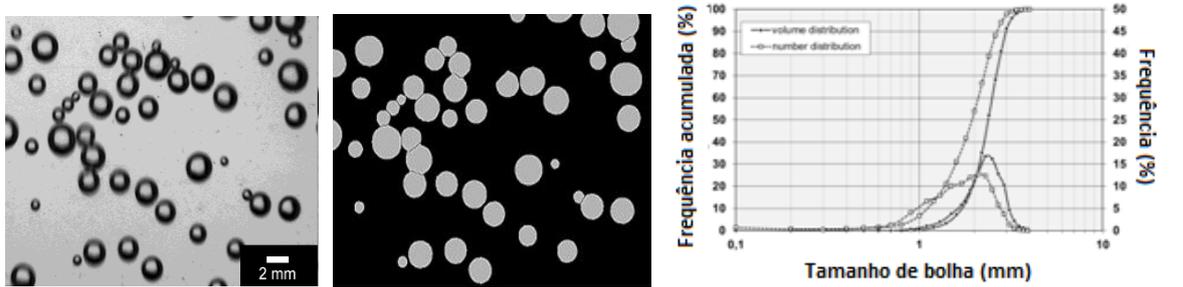
Figura 16: Diâmetro médio de bolha ( $D_{32}$ ) e *holdup* em função da dosagem de tensoativo.



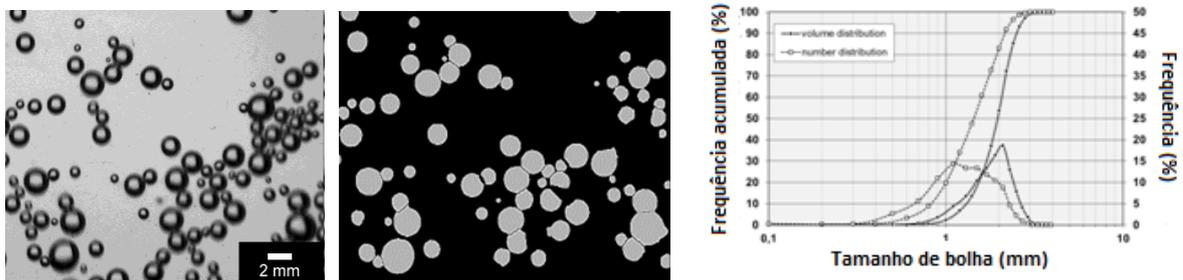
A Figura 17 apresenta imagens típicas de bolhas capturadas (com zoom, mostrando 1/4 da área total visualizada), a imagem final analisada (*blobs*) e histogramas das medidas de distribuição de tamanho de bolha para 7,6, 15,3 e 77,4  $\text{mg.L}^{-1}$  de DF250 com um  $J_g$  de  $1 \text{ cm.s}^{-1}$ . O número de bolhas sob a janela de vidro da câmara de visualização aumentou consideravelmente quando o tamanho médio da bolha ( $D_{32}$ ) se aproximou de 1 mm. Em decorrência disto, ocorreu um aumento da formação de aglomerados de bolhas tornando a análise de imagem mais difícil.

Como pode ser visto na Figura 17, à medida que o tamanho da bolha diminui, mais clusters de bolhas são formados e como consequência o algoritmo de separação rejeitou um número maior de bolhas. Neste contexto, dois aspectos serão focados em trabalhos futuros: promover uma melhor dispersão das bolhas (mais uniforme) sob a janela de vidro para minimizar a formação de aglomerados (pode ser minimizado pela diminuição do  $J_g$ ), e usar um algoritmo para reconhecimento-segmentação de bolhas mais eficiente (circular Hough transform-CHT, como usado por Riquelme et al. (2015) ou algoritmos aprimorados, conforme relatado por Acuña et al. (2016)). Além disso, pode-se notar que as bolhas são bastante circulares. Assim, o diâmetro de Feret (valor médio de oito ângulos) constitui um parâmetro apropriado para caracterizar o tamanho de bolha na análise da imagem.

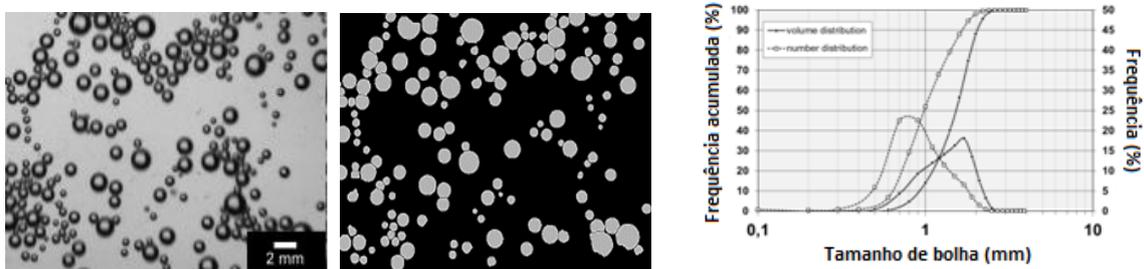
Figura 17: Exemplos de imagens de bolhas (escala de cinza e imagem binária) e histogramas finais obtidos para diferentes concentrações de DF250. Histogramas e  $\bar{D}_{32}$  foram obtidos para todas as imagens (180 imagens) analisadas durante todo o período do teste, como mostrado na Figura 19.



(A)  $[DF250] = 7,6 \text{ mg.L}^{-1}$  ( $\bar{D}_{32} = 2,24 \text{ mm}$ )



(B)  $[DF250] = 15,3 \text{ mg.L}^{-1}$  ( $\bar{D}_{32} = 1,79 \text{ mm}$ )

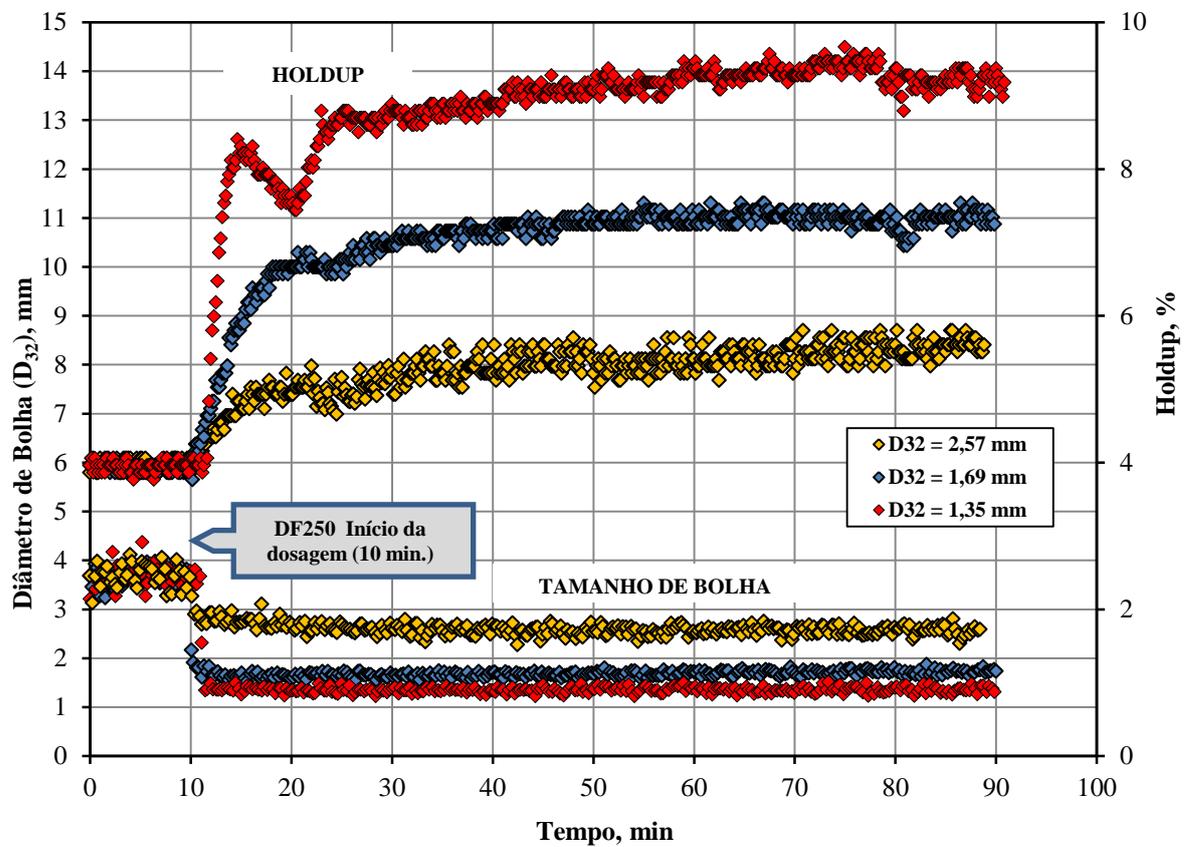


(C)  $[DF250] = 77,4 \text{ mg.L}^{-1}$  ( $\bar{D}_{32} = 1,36 \text{ mm}$ )

#### 4.1.2. Sistema Trifásico (gás/líquido/sólido)

A Figura 18 mostra as medidas simultâneas do tamanho de bolha e do *holdup* em função do tempo para os experimentos de flotação de partículas de quartzo. Como pode ser visto, para esta configuração experimental, o menor tempo necessário para estabilizar o *holdup* na coluna foi de aproximadamente 20 min (considerando os experimentos que iniciam com a coluna preenchida com água). Pode-se notar que os valores de *holdup* oscilaram no início dos experimentos (após a dosagem do tensoativo). Isso ocorreu porque o sistema de supervisão e controle (controlador PID) atuou para ajustar o nível de polpa/espuma o mais próximo possível do valor de *set point*.

Figura 18: Histórico do diâmetro de bolha ( $D_{32}$ ) e medições de *holdup* obtidas em tempo real para experimentos de flotação de partículas de quartzo.

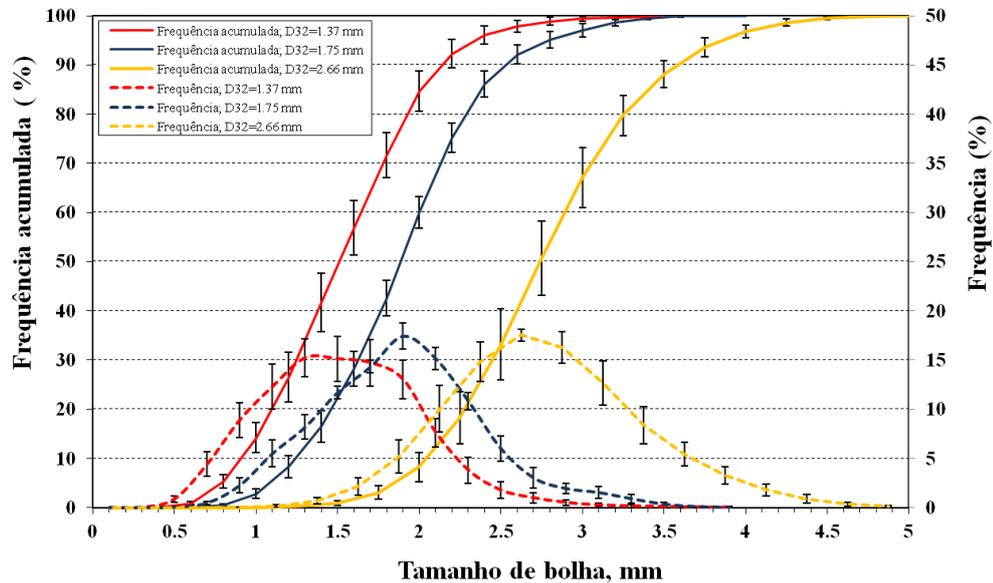


Três tamanhos médios de bolha (como mostrado na Tabela 4) foram escolhidos nos experimentos de flotação.

Tabela 4: Tamanho da bolha, *holdup* e dosagem de tensoativo obtidos nos experimentos de flotação com partículas de quartzo (valor médio para todos os experimentos).

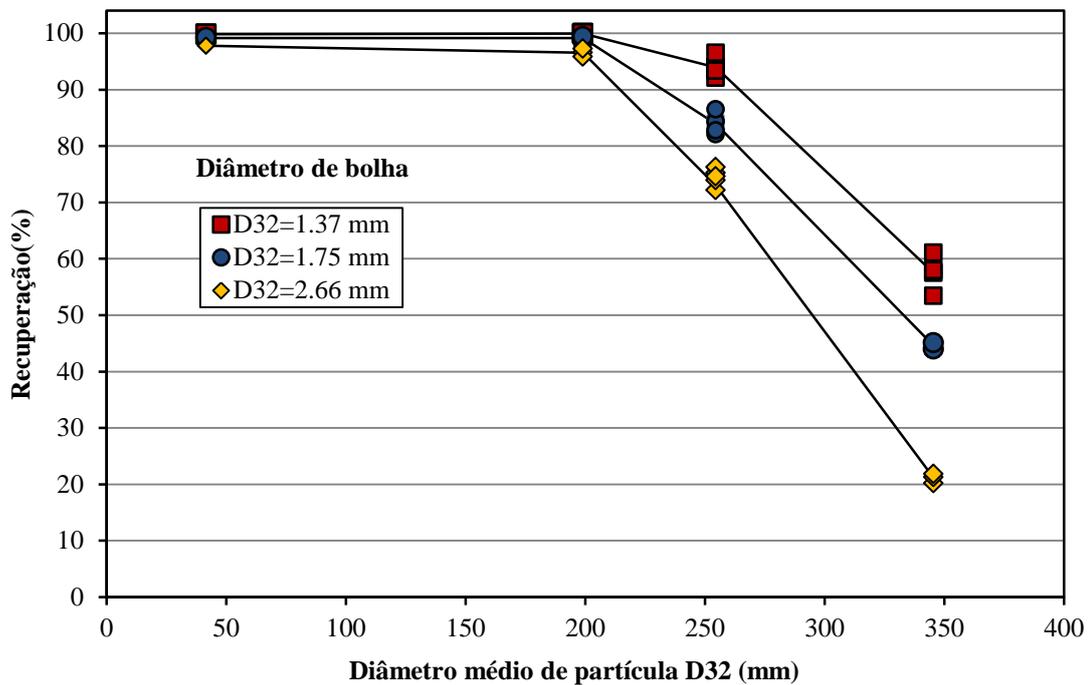
$\bar{D}_{32}$ (mm)	Desvio padrão.	Gas holdup (%)	Std. dev.	[DF250] ( $\text{mg.L}^{-1}$ )	Std. dev.
1,37	0,05	9,2	0,31	70,5	2,6
1,75	0,04	6,9	0,23	14,0	1,0
2,66	0,07	5,5	0,26	3,3	0,6

Figura 19: Distribuição do tamanho de bolha (em volume), média de todos os experimentos de flotação de partículas de quartzo. Barra de erro igual a 2 desvios padrão. Linhas contínuas passam pelos valores médios dos resultados de frequência e frequência acumulada.



A recuperação de partículas finas (F) e médias (M) foi menos sensível ao tamanho da bolha, entretanto a recuperação das frações grossas (C) e muito grossas (VC) foi fortemente influenciada pelo tamanho da bolha. Como pode ser visto na Figura 21, a recuperação mássica de partículas grossas (C) e muito grossas (VC) foi aumentada em quase 20% e aproximadamente 40%, respectivamente quando o tamanho médio da bolha ( $D_{32}$ ) diminuiu de 2,66 para 1,37 mm. Observou-se uma tendência de queda na recuperação de quartzo, devido o aumento do tamanho de partícula.

Figura 20: Resultados da recuperação de quartzo em função do tamanho de partícula para três tamanhos médios de bolhas.



Vários estudos (AHMED e JAMESON, 1985; TAO, 2005; NESSET et al., 2006; GONTIJO et al., 2007) mostraram que o processo de *detachment* controla o tamanho máximo de partículas flotadas (para partículas grossas) e que vários fatores podem aumentar a recuperação, incluindo os seguintes:

- Aumentar a hidrofobicidade da superfície usando um coletor apropriado (alto ângulo de contato);
- aumento da aeração;
- ter condições hidrodinâmicas mais favoráveis (reduzindo a turbulência, diminuindo a intensidade da agitação nas células mecânicas);
- usando uma distribuição de tamanho de bolhas apropriada (pequenas bolhas aumentam a probabilidade de colisão e adesão e reduzem a probabilidade de *detachment*; no entanto, são necessárias bolhas maiores para levitar o agregado grosseiro de bolhas de partículas).

## 4.2. ESTUDOS DE FLOTO-ELUTRIAÇÃO

A Tabela 5 mostra as recuperações médias obtidas para os ensaios de elutriação e floto-elutriação para todas as condições testadas.

Tabela 5: Condições experimentais e recuperações.

$J_l$ (cm.s <sup>-1</sup> )	$J_g$ (cm.s <sup>-1</sup> )	Recuperação Elutriação (%)	Recuperação Floto-elutriação (%)	Recuperação Flotação real (%)
0,63	0,20	3,17	5,94	2,77
0,63	0,27	4,55	8,51	3,96
0,63	0,33	4,82	7,98	3,16
0,63	0,39	4,51	5,94	1,43
0,84	0,20	11,81	17,23	5,42
0,84	0,27	11,31	16,76	5,45
0,84	0,33	10,37	15,06	4,69
0,84	0,39	9,05	17,87	8,82
1,05	0,20	15,71	24,10	8,39
1,05	0,27	18,45	20,04	1,59
1,05	0,33	17,73	19,66	1,93
1,05	0,39	14,78	19,01	4,23

Pode-se observar que a recuperação na floto-elutriação (com coletor) foi sempre superior a recuperação na elutriação (sem coletor). A diferença entre a recuperação com e sem coletor (Ft) variou durante os testes, mostrando a existência de um ponto ótimo de operação.

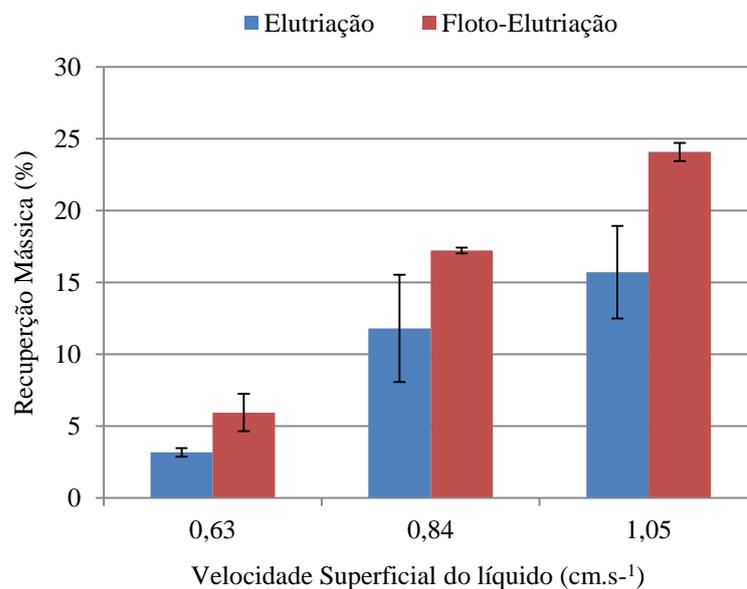
### 4.2.1. Efeito da velocidade superficial do líquido

A Figura 21 mostra os resultados do efeito da variação da velocidade da superficial do líquido na recuperação por elutriação e floto-elutriação. A velocidade superficial de gás foi mantida constante (0,2 cm.s<sup>-1</sup>). Com o aumento da velocidade superficial do líquido, observou-se um ganho de recuperação tanto com coletor (5,94 % para 24,10 %) como sem o coletor (3,17 % para 15,71 %). Este aumento na recuperação foi devido ao efeito conjugado do arraste + flotação real. O que determinará se as partículas ascenderão ou sedimentarão será a diferença

entre a velocidade de sedimentação da partícula (ou agregado bolha-partícula), e a velocidade superficial do líquido. Se a velocidade de sedimentação for maior, as partículas tenderão a sedimentar e serão direcionadas para a corrente de *underflow* (afundado). Caso contrário, as partículas ascenderão e serão coletadas na corrente do *overflow* (HONAKER e MONDIAL, 1999; KIM, 2003). Com a adição da água de elutriação (fluxo ascensional), há uma redução na velocidade de sedimentação das partículas. Em virtude disso, o tempo de residência das partículas na célula de flotação, a probabilidade de colisão partícula/bolha e a probabilidade de flotação, tenderão a aumentar, como pode ser notado na figura 21.

Para se obter a máxima recuperação, a velocidade superficial da água (água de elutriação) deve ser aumentada para um ponto ótimo, a fim de retardar a sedimentação das partículas (AWATEY et al, 2013). Com o emprego da água de elutriação, a uma redução nos valores do *holdup*. Se por um lado a presença ou o excesso de sólidos resulta em um fenômeno de retenção de bolhas de ar na zona de coleção, o fluxo ascendente de água de elutriação ajuda no transporte destas e conseqüentemente reduz o conteúdo de ar nessa região da coluna.

Figura 21: Recuperação por elutriação e floto-elutriação em função da velocidade superficial do líquido, quando o  $J_g=0,2$  ( $\text{cm.s}^{-1}$ ).

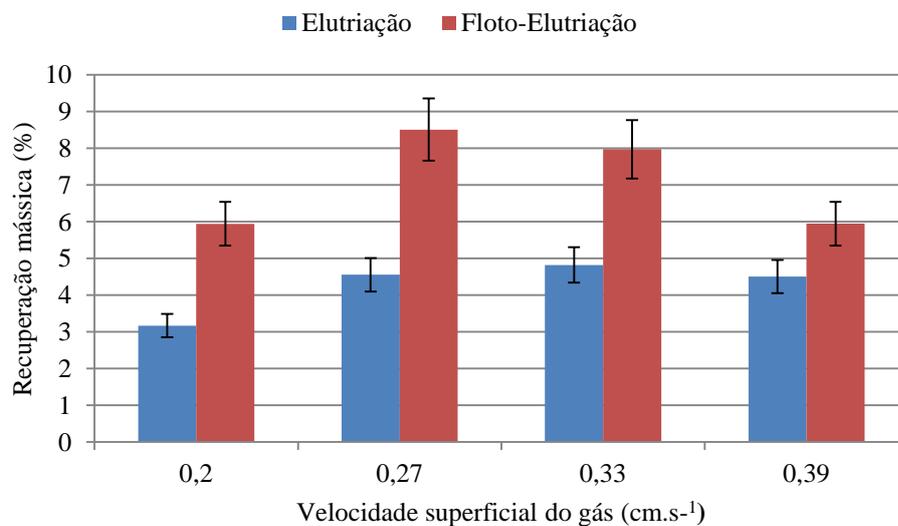


#### 4.2.2. Efeito da velocidade superficial de gás

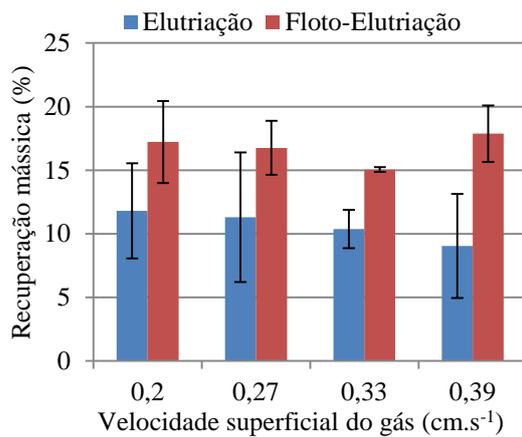
A figura 22 apresenta as recuperações em função da variação da velocidade superficial de gás. Verificou-se que a variação da velocidade superficial de gás ( $0,2 \text{ cm.s}^{-1}$  a  $0,39 \text{ cm.s}^{-1}$ ), não causou impacto relevante na recuperação.

A maior recuperação mássica obtida foi de 24,1 % através da floto-elutriação para  $J_g = 0,2 \text{ cm.s}^{-1}$  e  $J_l = 1,05 \text{ cm.s}^{-1}$ . Porém o maior aumento foi obtido com a adição do coletor com a condição de  $J_g = 0,39 \text{ cm.s}^{-1}$  e  $J_l = 0,84 \text{ cm.s}^{-1}$ , que apresentou um ganho de mais de 94 % de recuperação em relação à elutriação. Este ponto representa o de maior seletividade, uma vez que a diferença entre o processo de elutriação e a floto-elutriação foi maior (8,82 %), indicando um melhor desempenho da flotação real.

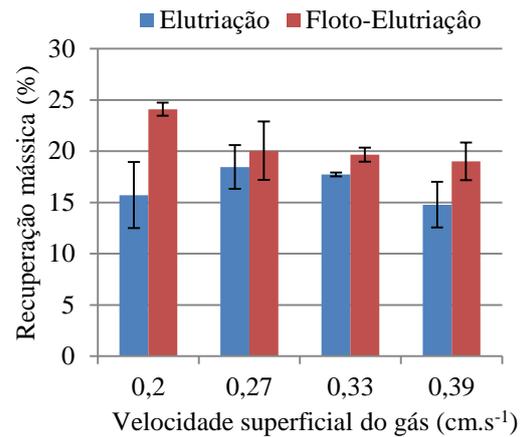
Figura 22: Recuperação por elutriação e floto-elutriação em função da velocidade superficial do gás, quando o  $J_l$  é: (a)  $0,63 \text{ cm.s}^{-1}$ ; (b)  $0,84 \text{ cm.s}^{-1}$ ; (c)  $1,05 \text{ cm.s}^{-1}$ .



(a)



(b)



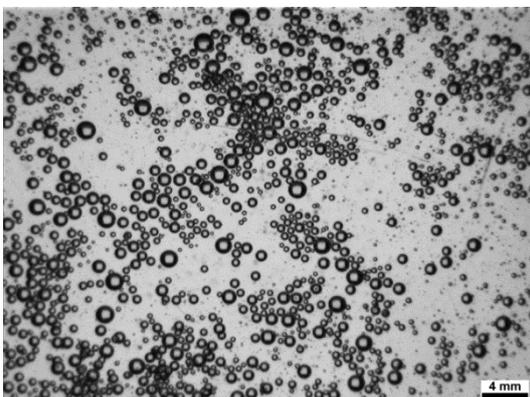
(c)

Diversos autores relatam que dentro dos limites de estabilidade da coluna, a recuperação do mineral flotado é normalmente crescente com o aumento da vazão de gás até atingir um máximo. Este crescimento na recuperação é devido ao aumento da área superficial de bolhas (S<sub>b</sub>) introduzidas na coluna. Porém, esse aumento na recuperação não foi notado, talvez, o acréscimo da vazão de gás, possa ter alterado as condições de fluxo para um regime turbulento prejudicando o processo.

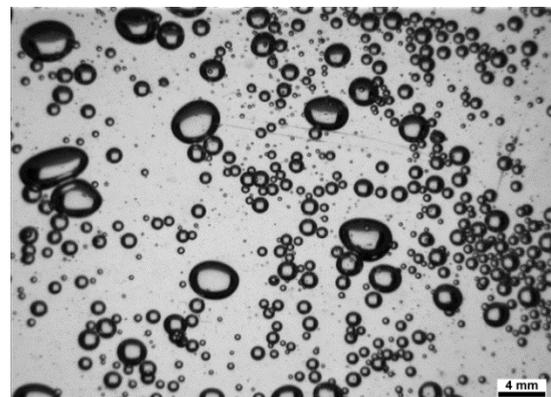
#### 4.2.3. Determinação do tamanho de bolha na FE.

Foi possível obter diferentes tamanhos médios de bolhas na faixa entre 1,0 e 1,5 mm, de acordo com as condições experimentais empregadas. A Figura 23 (a), (b) mostra exemplos de imagens capturadas para diferentes velocidades superficiais de gás e líquido.

Figura 23: Imagens capturadas para bolhas com diâmetros médios ( $D_{32}$ ) de: (a) 1,03 mm. (b) 1,55mm



(a)



(b)

As figuras 24, 25, 26, 27, apresentam as distribuições dos tamanhos de bolhas para as condições de  $J_l$  (0,63; 0,84; 1,05) e  $J_g$  (0,2; 0,27; 0,33 e 0,39  $\text{cm.s}^{-1}$ ).

Figura 24: Histograma do tamanho de bolha gerado para  $J_l = 0,84$  ( $\text{cm.s}^{-1}$ ); (a)  $J_g = 0,2$  ( $\text{cm.s}^{-1}$ ),  $D_b = 1,47$  (mm); (b)  $J_g = 0,27$  ( $\text{cm.s}^{-1}$ ),  $D_b = 1,52$  (mm).

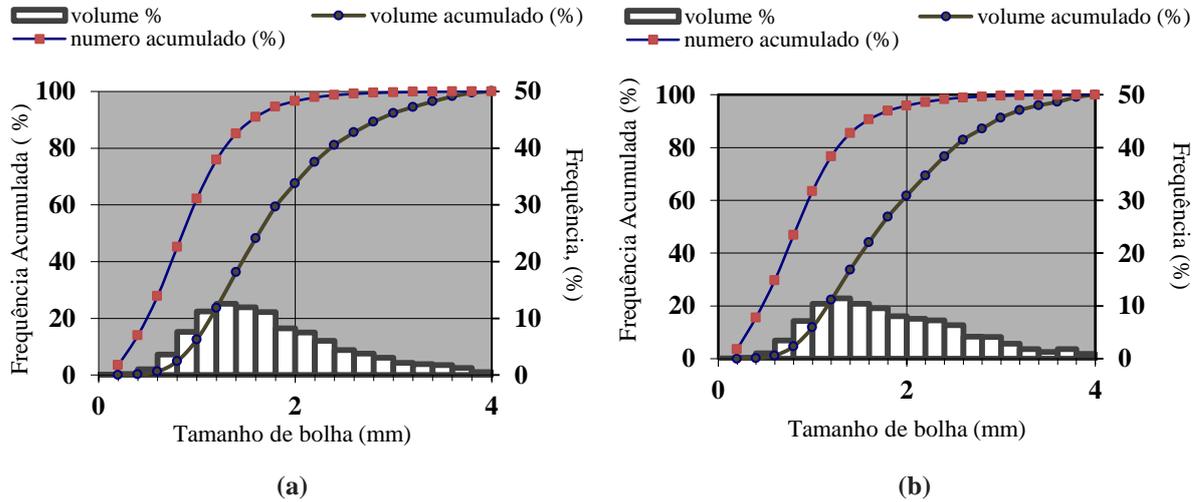


Figura 25: Histograma do tamanho de bolha gerado para  $J_l = 0,84$  ( $\text{cm.s}^{-1}$ ); (a)  $J_g = 0,33$  ( $\text{cm.s}^{-1}$ ),  $D_b = 1,52$  (mm); (b)  $J_g = 0,39$  ( $\text{cm.s}^{-1}$ ),  $D_b = 1,55$  (mm).

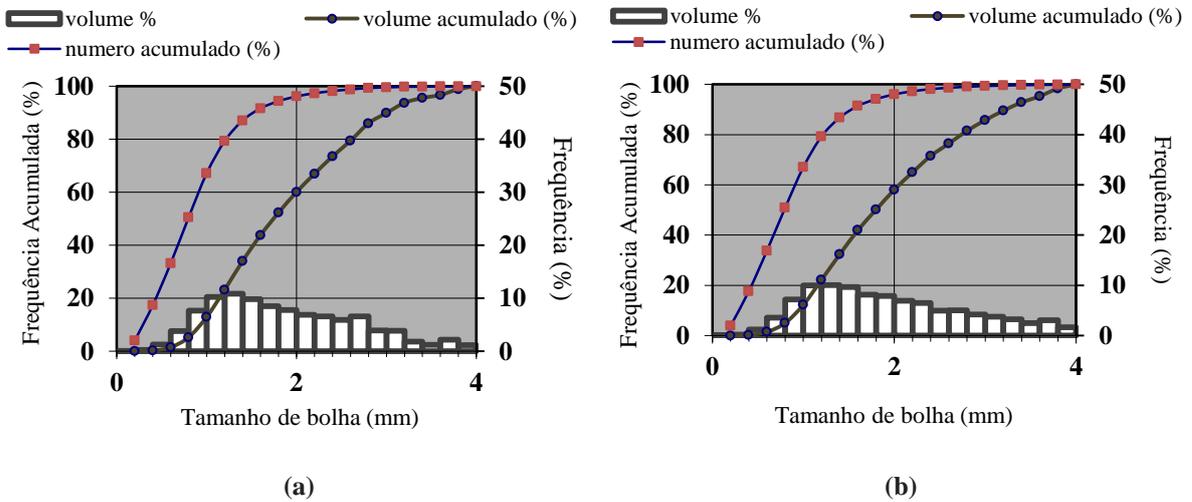


Figura 26: Histograma do tamanho de bolha gerado para  $J_l = 1,05 \text{ (cm.s}^{-1}\text{)}$ ; (a)  $J_g = 0,2 \text{ (cm.s}^{-1}\text{)}$ ,  $D_b = 1,03 \text{ (mm)}$ ; (b)  $J_g = 0,27 \text{ (cm.s}^{-1}\text{)}$ ,  $D_b = 1,05 \text{ (mm)}$ .

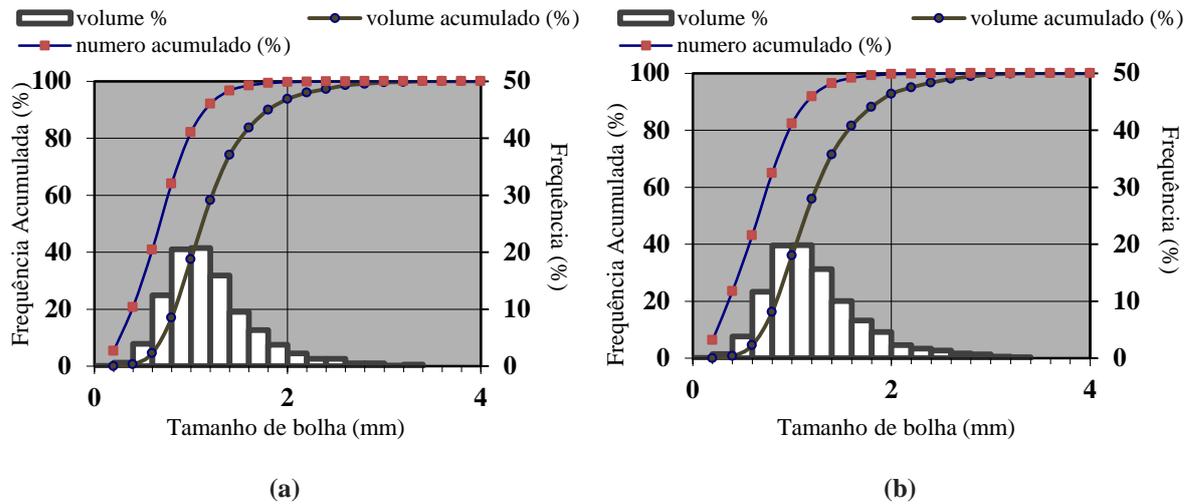
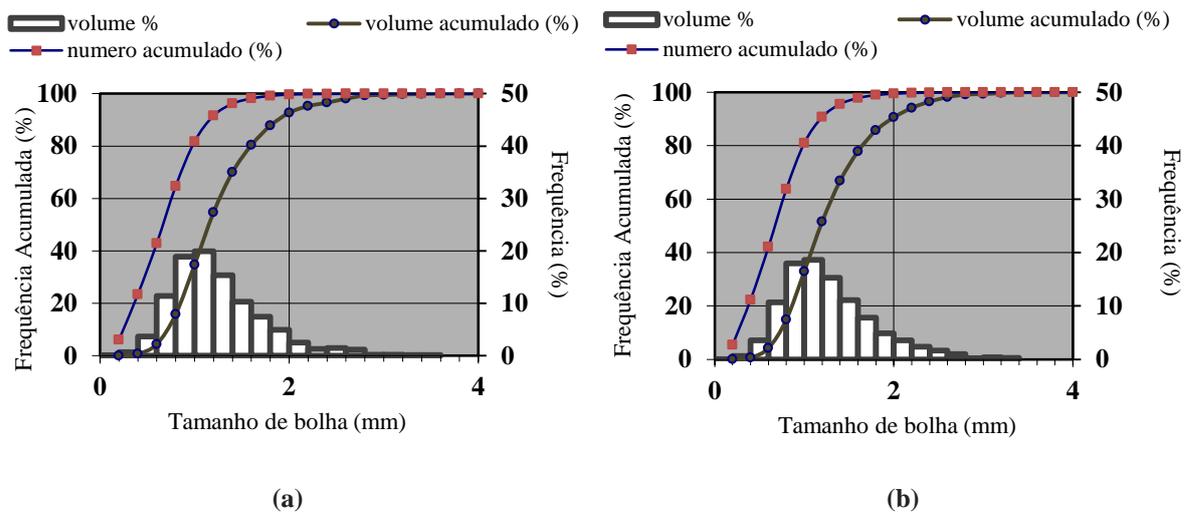


Figura 27: Histograma do tamanho de bolha gerado para  $J_l = 1,05 \text{ (cm.s}^{-1}\text{)}$ ; (a)  $J_g = 0,33 \text{ (cm.s}^{-1}\text{)}$ ,  $D_b = 1,06 \text{ (mm)}$ ; (b)  $J_g = 0,39 \text{ (cm.s}^{-1}\text{)}$ ,  $D_b = 1,08 \text{ (mm)}$ .

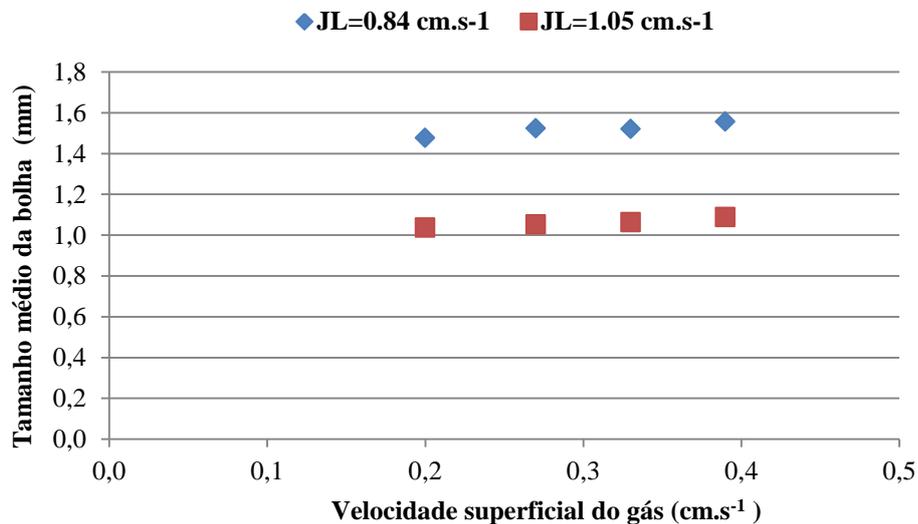


O diâmetro médio de bolha ( $D_{32}$ ) foi calculado para as condições de  $J_l$  (0,84; 1,05) e  $J_g$  (0,2; 0,27; 0,33 e 0,39  $\text{cm.s}^{-1}$ ) e um gráfico foi plotado (figura 28) em função da variação da velocidade superficial de gás ( $J_g$ ). Para ambas as condições houve um pequeno aumento no tamanho da bolha com a variação do gás. Por teoria, espera-se que com o aumentando da velocidade superficial do gás o diâmetro de bolha também deva aumentar, este efeito foi totalmente explicado por Gontijo (2009).

Teoricamente, espera-se que aumentando a taxa de fluxo de ar, a quantidade de bolhas presentes na célula por unidade de volume também deva aumentar, aumentando assim a probabilidade de colisão entre partículas e bolhas, melhorando assim o processo de flotação.

Tao (2005) deduziu, através de uma análise teórica, que um aumento no tamanho da bolha produziria um aumento na probabilidade de *detachment* de partículas grossas. Portanto, a flotação de partículas grossas pode ser aumentada usando bolhas mais finas. No entanto, partículas grosseiras ligadas a bolhas finas têm baixa fluabilidade e capacidade de carregamento e, estão sujeitas a serem direcionadas ao fluxo de rejeito. Entretanto, estudos reportados por Ata e Jameson (2005), mostraram que a flotação de partículas grossas pode ser assistida pela formação de aglomerados de bolhas e partículas (*clusters*), sendo sua formação favorecida pela presença de bolhas pequenas. Isto pode explicar o aumento da flotação de partículas grossas por bolhas pequenas em colunas de flotação. Porém no floto-elutriador a máxima recuperação por flotação real, foi obtida com um diâmetro de bolha maior ( $D_{32} = 1,55\text{mm}$  com  $F_t = 8,82\%$ ). Uma das justificativas foi a não formação de *clusters*, o que aumentaria a recuperação de partículas grossas por bolhas pequenas.

Figura 28: Tamanho médio de bolha, em função da variação da velocidade superficial do gás.



Pode-se notar que o aumento da velocidade superficial do líquido ( $J_L$ ) causou um impacto relevante no tamanho de bolha. Uma das justificativas está relacionada ao sistema de geração de bolhas (a geração das bolhas foi feita através da passagem do fluxo de água e ar sob pressão, a uma velocidade supersônica pelos orifícios), o aumento da velocidade superficial

do líquido gerou uma variação de pressão (no *sparger*) maior do que a variação da velocidade superficial do gás, a razão ar/líquido também variou (diminuiu) o que resultou na diminuição do tamanho de bolha (POMPEO et al 2014).

## 5. CONCLUSÕES

Os resultados dos estudos realizados permitiram estabelecer as seguintes conclusões:

- Foram desenvolvidos procedimentos de ensaios de flotação em coluna com medição on line de tamanho de bolha e procedimento de floto-elutriação (FE) em batelada, em escala laboratorial.
- Na flotação em coluna, a recuperação de partículas de quartzo aumentou quando, tanto o tamanho de partícula, quanto o tamanho de bolha, diminuíram. Recuperações de partículas finas (F) e médias (M) foram menos sensíveis ao tamanho da bolha, mas as recuperações de partículas grossas (C) e muito grossas (VC) foram fortemente influenciadas pelo tamanho da bolha.
- As recuperações mássicas na floto-elutriação em relação à flotação em coluna no geral foram menores, devido provavelmente a: Diferença de percentual de SiO<sub>2</sub> contida nas duas amostras (~10%); a utilização de uma faixa granulométrica menor nos experimentos de flotação em coluna, a recirculação do afundado (*underflow*) gerou uma turbulência na célula dificultando a formação de *clusters* e diminuindo a recuperação das partículas grossas no HydroFloat<sup>™</sup>.
- Na floto-elutriação, a variação da velocidade superficial do gás, não apresentou um impacto relevante na recuperação, embora sua variação tenha impactado no tamanho de bolha gerado.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHMED, N.; JAMESON, G. J. The effect of bubble size on the rate of flotation of fine particles. **International Journal of Mineral Processing**, v. 14, n. 3, p. 195-215, 1985.
- ANDRADE, D.G.; RESENDE, F.E.O.; SILVA, P.A.M. Instalação da célula flash na Mineração Caraíba. In: Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa, 19, Recife. **Anais...** v. 1, p. 254-258, 2002.
- ANFRUNS, J. P.; KITCHENER, J. A. Rate of capture of small particles in flotation. **Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy Section C - Mineral Processing and Extractive Metallurgy**, v. 86, p. 9-15, 1977.
- ANTHONY, R.M.; KELSALL, D.F.; TRAHAR, W.J. The effect of particle size on the activation and flotation of sphalerite. In: Australasian Institute of Mining and Metallurgy, **Proceedings...** n. 254, p. 47-58, 1975.
- ATA, S., JAMESON, G.J. The formation of bubble clusters in flotation cells. **International Journal of Mineral Processing**. 76, 123- 139, 2005.
- ATA, S.; JAMESON, G.J. Recovery of coarse particles in the froth phase – A case study. **Minerals Engineering**, v. 45, p. 121-127, 2013
- AWATEY, B.; THANASEKARAN, H.; KOHMUENCH, J.N.; SKINNER, W.; ZANIN, M. Optimization of operating parameters for coarse sphalerite flotation in the hydrofloat fluidised-bed separator. **Minerals Engineering**, v. 50-51, p. 99-105, 2013.
- AWATEY, B.; THANASEKARAN, H.; KOHMUENCH, J.N.; SKINNER, W.; ZANIN, M. Critical contact angle for coarse sphalerite flotation in a fluidised-bed separator vs. a mechanically agitated cell. **Minerals Engineering**, v. 60, p. 51-59, 2014.
- BARBERY, G. **Method for Separation of Coarse Particles**, U.S. Patent No. 4,822,493. 1989.
- BAZIN, C.; PROULX, M. Distribution of reagentes down a flotation bank to improve the recovery of coarse particles. **International Journal of Mineral Processing**, v. 61, n. 1, p. 1-12, 2001.
- BLAKE, P.; RALSTON, J. Particle size, surface coverage and flotation response. **Colloids and Surfaces**, v. 16, p. 41-53, 1985.
- BRUM, I.A.S. **Concentração de partículas minerais grossas de fluorita em coluna de flotação**. 2004. 120 f. Tese (Doutorado em engenharia) - PPGE3M, UFRGS, Porto Alegre, 2004.
- BRUM, I.A.S.; VILLEGAS, H.; BANGUERO, W.; GUERRERO, J.; SAMPAIO, C.; BARRAZAS, J. Flotation of brazilian and colombian coals using a negative bias. In: International Mineral Processing Congress, 26. Nova Deli. **Proceedings...**v. 1, p. 691- 697, 2012.
- CAPPONI, F.; MATIOLO, E.; RUBIO, J. Flotação extensora de finos de cobre e molibdênio. In: Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa, 21. Natal. **Anais...** v. 1, p. 235-242, 2005.

- CHO, Y.S.; LASKOWSKI, J.S. Effect of flotation frothers on bubble size and foam stability. **International Journal of Mineral Processing**. 64, 69–80, 2002.
- CONCHA, F. e ALMENDRA, E.R. Settling Velocity of Particulate Systems, 1. Settling Velocity of Individual Spherical Particles, **International Journal of Mineral Processing**, v. 5, pp. 349-369, 1979.
- DAI, Z.; FORNASIERO, D.; RALSTON, J. Particle–bubble attachment in mineral flotation. **Journal of Colloid and Interface Science**, v. 217, n. 1, p. 70-76, 1999.
- DEGLON, D. A., EGYA-MENSAH, D., FRANZIDIS, J. P. Review of hydrodynamics and gas dispersion in flotation cells on South African platinum concentrators. **Mineral Engineering**, v. 13, n. 3, p. 235-244, 2000.
- DIAZ-PENAFIEL, P.; DOBBY, G. S. Kinetic studies in flotation columns: bubble size effect. **Minerals Engineering**, v. 7, n. 4, p. 465-478, 1994.
- DOBBY, G. S.; YIANATOS, J. B.; FINCH, J. A. Estimation of bubble diameter in flotation columns from drift flux analysis. **Canadian Metallurgical Quarterly**, v. 27, n. 2, p. 85-90, 1988.
- DOBBY, Glenn Stephen. **Column flotation**. Pergamon Pr, 1990.
- DUNNE, R.C. The journey of the coarse particle through the pulp and froth in flotation. In: International Mineral Processing Congress, 26. Nova Deli. **Proceedings...** v. 1, p. 1259-1268, 2012.
- EDZWALD, J. K. Dissolved air flotation and me. **Water Research**, v. 44, n. 7, p. 2077-2106, 2010.
- EK, C. Flotation kinetics. In: MAVROS, P.; MATIS. K. A. (Ed.). **Innovations in flotation technology**. Netherlands : Springerp. 183-210, 1992.
- FENG, D.; ALDRICH, C. Effect of particle size on flotation performance of complex sulphide ores. **Minerals Engineering**, v. 12, n. 7, p. 721-731, 1999.
- FILIPPOV, L. O.; JOUSSEMET, R.; HOUOT, R. Bubble spargers in column flotation: adaptation to precipitate flotation. **Minerals Engineering**, v. 13, n. 1, p. 37-51, 2000.
- FINCH, J.A.; DOBBY, G.S; YIANATOS, J.B. Column Froths. **Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review**, v. 5, p. 281 – 305, 1989.
- FOSU, S.; AWATEY, B.; SKINNER, W.; ZANIN, M. Flotation of coarse composite particles in mechanical cell vs. the fluidized-bed separator (The HydroFloat™). **Minerals Engineering**, v. 77, n. 6, p. 137-149, 2015.
- FUERSTENAU, M.C.; JAMESON, G.J.; YOON, R.H. Flotation cells, modeling and simulation. In: **Froth Flotation: A Century of Innovation**. 1 ed. Littleton,: Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. SME. Part 4, p. 635-778, 2007.
- GALERY, R.; MONTENEGRO, L.C.M.; MUSSANDA, J.F.Z.; PERES, A.E.C.; KELLES, M.H.V. Desenvolvimento de um sistema de medição para a implementação do controle automático em colunas de flotação. In: VI SHMMT/XVIII ENTMME. Rio de Janeiro. **Anais...** Volume 3, p. 151 – 155, 2001.
- GAUDIN, A.M.; SCHUHMANN, R.; SCHLECHTEN, A.W. The effect of size on the behavior of galena particles-Flotation Kinetics II. **J. Phys. Chem.**, v. 64, p. 902-910, 1942.

- GLEMBOTSKII, V.A., KLASSEN, V.I., PLAKSIN, I.N. The effect of mineral particle size on flotation. In: **Flotation**, pp. 230–250 (Chapter 2), 1972.
- GONTIJO, C. **Coarse particle flotation**. In: Ph.D. thesis, University of SouthAustralia, Adelaide, 2009
- GONTIJO, C.F.; FORNASIERO, D.; RALSTON, J. The limits of fine and coarse particle flotation. The **Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 85, n. 5, p. 739-747, 2007.
- GORAIN, B. K., FRANZIDIS, J. P., MANLAPIG, E. V. Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell - Part 1: Effect on bubble size distribution. **Minerals Engineering**, v. 8 n.6, p. 615-635, 1995.
- GORAIN, B.K., FRANZIDIS, J.-P. MANLAPIG, E.V. Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in industrial scale flotation cell – part 4: Effect of bubble surface area flux on flotation performance. **Minerals Engineering** 10(4), 639-654, 1997.
- GRAU, R. A. **An investigation of the effect of physical and chemical variables on bubble generation and coalescence in laboratory scale flotation cells**. Dr. Sci. Dissertation, Department of Materials Science and Engineering - Helsinki University of Technology, Finland. 78p, 2006.
- GRAU, R.A., HEISKANEN, K. Gas dispersion measurements in a flotation cell. **Minerals Engineering**. 16, 1081-1089, 2003.
- GRAU, R.A.; HEISKANEN, K. Bubble size distribution in laboratory scale flotation cells. **Minerals Engineering**. 18, 1164–1172, 2005.
- HALL, S. Froth flotation-the importance of the froth. In: **Fuel and Energy Abstracts**. p. 412, 1996.
- HASSANZADEH, A.; KARAKAŞ, F. Recovery improvement of coarse particles by stage addition of reagents in industrial copper flotation circuit. **Journal of Dispersion Science And Technology**, p. 309-316, 2016.
- HEWITT, D.; FORNASIERO, D.; RALSTON, J. Bubble particle attachment efficiency. **Minerals Engineering**, v. 7, n. 5-6, p. 657-665, 1994.
- ITYOKUMBUL, M.T.; SALAMA, A.I.A.; AL TAWHEEL,A.M. Estimation of bubble size in flotation columns. *Minerals Engineering*, v. 8, n. 1/2, p. 77 – 89, 1995.
- JAMESON, G. J.; NAM, S.; YOUNG, M. M. Physical aspects of fine particle flotation. In: WARK, I. W.; JONES, M. H.; WOODCOCK, J. T. **Principles of Mineral Flotation—the Wark, Symposium**. p. 215-232, 1984.
- JAMESON, G.J. New directions in flotation machine design. **Minerals Engineering**, v. 23, p. 835-841, 2010.
- JAMESON, G.J.; NGUYEN, A.V.; ATA, S. The flotation of fine and coarse particles, Froth Flotat. **Century Innov**, p. 339–372, 2007.
- JOHNSON, N.W. Liberated 0-10 µm particles from sulphides ores, their production and separation-Recent developments and future needs. **Minerals Engineering**, v. 19, p. 666-674, 2006.
- KIM, B. H.; KLIMA, M. S. Development and application of a dynamic model for hindered-settling column separations. **Minerals engineering**, v. 17, n. 3, p. 403-410, 2004.

- KING, R.P. **Principles of Flotation** (Vol. 3). Johannesburg: South African Institute of Mining and Metallurgy, 1982.
- KLIMPEL, R.R. Flotation kinetic studies: going from the laboratory to the plant. Conference of the Canadian Mineral Processors, 29, Ottawa., **Proceedings...** p. 352-365, 1997.
- KLIMPEL, R.R. Technology trends in froth flotation chemistry. **Minerals Engineering**, v. 47, n. 10, p. 933-942, 1995.
- KLIMPEL, R.R. The interaction of grind size, collector dosage, and frother type in industrial chalcopyrite rougher flotation. In: SME Research Forum Technology for the Future., Reno. **Proceedings...** 77 p, 1993.
- KOHMUENCH, J.; THANASEKARAN, H.; SEAMAN, B. Advances in Coarse Particle Flotation–Copper and Gold. In: MetPlant Conference. Perth. **Proceedings...**p. 378-386, 2013.
- KOHMUENCH, J.N.; MANKOSA, M.J.; KENNEDY, D.G.; YASALONIS, J.L.; TAYLOR, G.B.; LUTTRELL, G.H. Implementation of the HydroFloat Technology at the South Fort Meade Mine, **Minerals and Metallurgical Processing**, v. 24, n. 4, p. 264-270, 2007.
- KOHMUENCH, J.N.; MANKOSA, M.J.; YAN, E.S.; WYSLOUZIL, H.; CHRISTODOULOU, L. Advances in Coarse Particle Flotation Industrial Minerals. In: International Mineral Processing Congress, 25., Brisbane. **Proceedings...** p. 2065- 2076, 2010.
- LANE, G.S.; RICHMOND, G.D. Improving fine particle flotation selectivity at Hellyer. In: International Mineral Processing Congress, 18., Sidney. **Proceedings...** p. 897-904, 1993.
- LEE, C.H. **Modeling of Batch Hindered Settling**, Ph.D. Thesis, The Pennsylvania State University, 1989.
- LEIVA, J., VINNETT, L., CONTRERAS, F., YIANATOS J., Estimation of the actual bubble surface area flux in flotation. **Minerals Engineering**. 23, 888–894, 2010.
- LI, R.; HOBERG, H.; SCHNEIDER, F.U. Investigations on the influence of particle size in flotation. In: International Mineral Processing Congress, 18., Sidney. **Proceedings...** v. 3, p. 689-697, 1993.
- LIU, J.; MAK, T.; ZHOU, Z.; XU, Z. Fundamental study of reactive oily-bubble flotation. **Minerals Engineering**, v. 15, p. 667-676, 2002.
- LYNCH, A.J.; JOHNSON, N.W.; MANLAPIG, E.V.; THORNE, C.G. **Mineral and coal flotation circuits: their simulation and control**. Amsterdam: Elsevier, 1981.
- MACKINNON, S.; YAN, D.; DUNNE, R. The interaction of flash flotation with closed circuit grinding. **Minerals Engineering**, v. 16, p. 1149-1160, 2003.
- MANKOSA, M.J.; KOHMUENCH, J.N.; CHRISTODOULOU, L.; LUTTRELL, Recovery of values from a porphyry copper tailings stream. In: International Mineral Processing Congress, 28., **Proceedings...**, 2016.
- MANKOSA, M.J.; KOHMUENCH, J.N.; LUTTRELL, G.H.; HERBST, J.A.; NOBLE, A. Split-feed circuit design for primary sulfide recovery. In: International Mineral Processing Congress, 28., Québec. **Proceedings...** 10 p, 2016.
- MANKOSA, M.J.; LUTTRELL, G.H. **Air-assisted density separator device and method**. U.S. Patent No. 6425485, 2002.

- MATIOLO, E. **Recuperação otimizada de finos de minérios de cobre e molibdênio por flotação não convencional**. 2005. 99 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) PPGE3M, UFRGS, Porto Alegre, 2005.
- MAZON, R. **Efeito do tempo de residência sobre a recuperação metálica da flotação colunas reversa de minério de ferro**. 2006. 112 p. Dissertação (Mestrado em engenharia) PPGEM, UFOP, Ouro Preto, 2006.
- MORRIS, T.M. Measurement and evaluation of rate of flotation as a function of particle size. **Minerals Engineering**, p. 1122-1124, 1953.
- MOUDGIL, B. M., & GUPTA, D. Flotation of coarse phosphate particles. **Advances in coal and mineral processing using flotation**, p. 164-168, 1989.
- NESSET, J.E., HERNANDEZ-AGUILAR, J.R., ACUNA, C., GOMEZ, C.O., FINCH, J.A., Some gas dispersion characteristics of mechanical flotation machines. **Minerals Engineering**. 19, 807–815, 2006.
- NEWCOMBE, B.; BRADSHAW, D.; WIGHTMAN, E. Flash flotation. . . and the light of the coarse particle. **Minerals Engineering**, v. 34, p. 1-10, 2012.
- NGUYEN, A. V. *et al.* Attraction between hydrophobic surfaces studied by atomic force microscopy. **International Journal of Mineral Processing**, v. 72, n. 1, p. 215-225, 2003.
- OLIVEIRA, C., POMPEO, A.A., SEGER, M.A., RODRIGUES, R.T., Desenvolvimento de um sistema de medição, monitoramento e controle do tamanho de bolha em uma coluna de flotação minipiloto. **HOLOS**, Vol. 7, 80-87, 2015.
- OLIVEIRA, M. L.; AQUINO, J. A. Aspectos relevantes das colunas de flotação. In: Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa, 21., Natal. **Anais...** p. 44- 52, 2005.
- OTEYAKA, B.; SOTO, H. Modelling of negative bias column for coarse particles flotation. **Minerals Engineering**, v. 8, n. ½, p. 91-100, 1995.
- PAIVA, M.; RUBIO, J. Factors affecting the floto-elutriation process efficiency of a copper sulfide mineral. **Minerals Engineering**, v. 86, p. 59-65, 2016.
- PAIVA, Meise Pricila de. **Aplicação de alternativas para aumentar a recuperação de partículas minerais nas frações grossas e finas na flotação de minérios de cobre**. 2017. Tese (Doutorado em engenharia) PPGE3M, UFRGS, Porto Alegre, 2017
- PEASE, J.D.; CURRY, D.C.; YOUNG, M.F. Designing flotation circuits for high fines recovery. **Minerals Engineering**, v. 19, p. 831-840, 2005.
- POMPEO, A. A. et al. Avaliação do tamanho de bolha produzido por um sparger cominco. **HOLOS**, v. 3, p. 193-202, 2014.
- RANDALL, E.W., GOODALL, C.M., FAIRLAMB, P.M., DOLD, P.L., O'CONNOR, C.T., A method for measuring the sizes of bubbles in two-and three-phase systems. **J. Phys. E: Sci. Instrum.** 22, 827-833, 1989.
- REAY, D.; RATCLIFF, G.A. Removal of fine particles from water by dispersed air flotation: effect of bubble size and particle size on collection efficiency. **Can. Journal Chemical Engineering**, v. 51, p. 178-185, 1973.

- RODRIGUES, R. T. **Inovação na geração e caracterização de bolhas para o processo de flotação.** 2004. 114 f. Tese (Doutorado em engenharia) PPGE3M, UFRGS, Porto Alegre, 2004.
- RODRIGUES, R. T.; RUBIO, J. New basis for measuring the size distribution of bubbles. **Minerals Engineering**, v. 16, n. 8, p. 757-765, 2003.
- RODRIGUES, W.J.; NANKRAN, M.A.; FONSECA, R.; RABELO, L. Otimização da recuperação de finos no *scavenger-cleaner* na usina do Sossego. In: Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa, 21., Natal. **Anais...** v. 1, p. 235-242, 2005.
- ROSA, J. J. **O condicionamento à alta intensidade e a recuperação de finos de minérios por flotação.** 1997. 83 f. Dissertação (Mestrado em engenharia) PPGE3M, UFRGS, Porto Alegre, 1997.
- RUBIO, J. Modified column flotation of mineral particles. **International Journal of Mineral Processing**, v. 48, p. 183-196, 1996.
- RUBIO, J.; CAPPONI, F.; MATIOLO, E.; ROSA, J. Avanços na flotação de finos de minérios sulfetados de cobre e molibdênio. In: Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa, 20., Florianópolis. **Anais...** v. 2, p. 69-77, 2004.
- SCHUBERT, H.; BISCHOFBERGER, C. On the optimization of hydrodynamics in flotation processes. In: International Mineral Processing Congress, 13., Varsóvia. **Proceedings...** Part B, v. 2b, p. 1261-1287, 1979.
- SHANNON, L.K.; TRAHAR, W.J. The role of collector in sulphide ore flotation. In: SOMASUNDARAN, P. **Advances in Mineral Processing.** Littleton: SME, p. 408- 425, 1986.
- SMALL, G.L.; GRANO, S.R.; RALSTON, J.; JOHNSON, N.W. Methods to increase fine mineral recovery in the Mount Isa Mines lead/zinc concentrator. **Minerals Engineering**, v. 10, n. 1, p. 1-15, 1997.
- SONG, S.; LOPEZ-VALDIVIESO, A.; REYES-BAHENA, J.L.; LARA-VALENZUELA, C. Flocculation of galena and sphalerite fines. **Minerals Engineering**, v. 14, n. 1, p. 87-98, 2001.
- SOTO, H., **Development of novel flotation-elutriation method for coarse phosphate beneficiation.** Final Report. Bartow: FIPR, p. 77, 1992.
- SOTO, H.; BARBERY, G. Flotation of Coarse Particles in a Counter-Current Column Cell. **Minerals and Metallurgical Processing**, v. 8, n. 1, p. 16-21, 1991.
- TABOSA, É. O. **Flotação com reciclo de concentrados (FRC) para recuperação de finos de minérios: fundamentos e aplicações.** 2007. 117 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia)- Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.
- TABOSA, E.; RUNGE, K.; DUFFY, K. Strategies for increasing coarse particle flotation in conventional flotation cells. In: International Flotation Conference (Flotation '13), 6., Cape Town. **Proceedings...** p. 15, 2013
- TAKATA, L. A.; VALLE, T. Flotação em Coluna. In: CHAVES, A. P. (Org.) **Teoria e Prática do Tratamento de Minérios: A Flotação no Brasil.** 3 ed. São Paulo: Oficina de Textos. p. 65-104, 2013.

- TAO, D., Role of bubble size in flotation of coarse and fine particles—a review. *Sep. Sci. Tech.* 39 (4), 2005.
- TAO, D., LUTTRELL, H.G., YOON, R.H. **A Parametric Study Of Froth Stability and its Effect on Column Flotation of Fine Particles.** *International Journal of Mineral Processing*, v. 59, p. 25-43, 2000.
- TAVARES, L. M. **Processamento de Recursos Minerais I. Uma introdução aos aspectos teóricos e práticos da preparação e concentração física de matérias-primas minerais.** Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1998.
- TRAHAR, W. J. A rational interpretation of role particle size in flotation. *International Journal of Mineral Processing*, v. 2, p. 289-327, 1981.
- TRAHAR, W.J. The selective flotation of galena from sphalerite with special reference to the effect of particle size. *International Journal of Mineral Processing*, v. 3, p. 151-166. TSA, S.C. Staged flotation of fine coal and the effects of mineral size and distribution, 1976.
- VALDERRAMA, L.; CABRAL, S.; SANTANDER, M.; RUBIO, J. Flotação de minérios em coluna de três produtos, C3P. In: Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia, 16., Salvador. *Anais...* v. 1, p. 421-436, 1995.
- VERA, M. **A touch of froth: how bubble-particles aggregates take the strain.** University of Queensland, (PhD Thesis), 2002.
- VIEIRA, A.M.; PERES, A.E.C. The effect of amine type, pH, and size range in the flotation of quartz, *Minerals Engineering*. 20, 1008–1013, 2007.
- VINNETT, L., LEDEZMA, T., ALVAREZ-SILVA, M., WATERS, K., Gas holdup estimation in flotation machines using image techniques and superficial gas velocity. *Minerals Engineering*. 96-97, 26-32, 2016.
- WANG, WEIXING ET AL. An induction time model for the attachment of an air bubble to a hydrophobic sphere in aqueous solutions. *International Journal of Mineral Processing*, v. 75, n. 1-2, p. 69-82, 2005.
- WEBER, M. E. Collision efficiencies for small particles with a spherical collector at intermediate Reynolds numbers. *Journal Separation Process Technology*, v. 2, n. 1, p. 29-33, 1981.
- WINGATE, E; KOHMUENCH, J. An optimized approach to phosphate recovery. *Beneficiation of Phosphates: Comprehensive Extraction, Technology Innovations, Advanced Reagents*, p. 43, 2016.
- YOON, R. H. The role of hydrodynamic and surface forces in bubble-particle interaction. *International Journal of Mineral Processing*, v. 58, n. 1, p. 129-143, 2000.
- YOON, R. H.; LUTTRELL, G. H. The effect of bubble size on fine particle flotation. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, v. 5, n. 1-4, p. 101-122, 1989.
- ZHANG, W., KOLAHDOOZAN, M., NESSET, J.E., FINCH, J.A., Use of frother with sampling-for-imaging bubble sizing technique. *Minerals Engineering*. 22, 513–515, 2009.