

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS BÁSICAS DA SAÚDE  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:  
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Andressa Sanches Teixeira Sobrinho

**UMA ANÁLISE SOBRE CONCEITOS ALGÉBRICOS EM PRODUÇÕES  
ACADÊMICAS: QUESTÕES PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PARA  
PESQUISA**

Porto Alegre

2019

Andressa Sanches Teixeira Sobrinho

**UMA ANÁLISE SOBRE CONCEITOS ALGÉBRICOS EM PRODUÇÕES  
ACADÊMICAS: QUESTÕES PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PARA  
PESQUISA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde do Instituto de Ciências Básicas da Saúde da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de mestra em Educação em Ciências.

Orientador(a): Prof. Dr. Luciano Andreatta Carvalho da Costa

Porto Alegre

2019

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

Reitor: Prof. Dr. Rui Vicente Oppermann

Vice-Reitora: Profa. Dra. Jane Tutikian

**INSTITUTO DE CIÊNCIAS BÁSICAS DA SAÚDE**

Diretora: Profa. Dra. Ilma Simoni Brum da Silva

Vice-Diretor: Prof. Dr. Marcelo Lazzaron Lamers

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE**

Coordenadora Geral (UFRGS): Profa. Dra. Maria do Rocio Fontoura Teixeira

Coordenador Adjunto (UFRGS): Prof. Dr. Edson Luiz Lindner

**CIP - Catalogação na Publicação**

Teixeira Sobrinho, Andressa Sanches  
UMA ANÁLISE SOBRE CONCEITOS ALGÉBRICOS EM PRODUÇÕES  
ACADÊMICAS: QUESTÕES PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E  
PARA PESQUISA / Andressa Sanches Teixeira Sobrinho. -  
2019.

63 f.

Orientador: Luciano Andreatta Carvalho da Costa.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Instituto de Ciências Básicas da  
Saúde, Programa de Pós-Graduação em Educação em  
Ciências: Química da Vida e Saúde, Porto Alegre, BR-  
RS, 2019.

1. Funções. 2. Ciências da Natureza. 3. Conceitos  
Algébricos . 4. Softwares. I. Carvalho da Costa,  
Luciano Andreatta, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados  
fornecidos pelo(a) autor(a).

**PPGQVS/UFRGS**

Rua: Ramiro Barcelos, 2600 – Prédio Anexo CEP: 90035-003 – Porto Alegre/RS Email:

educacaociencias@ufrgs.br

Andressa Sanches Teixeira Sobrinho

**UMA ANÁLISE SOBRE CONCEITOS ALGÉBRICOS EM PRODUÇÕES  
ACADÊMICAS: QUESTÕES PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PARA  
PESQUISA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde do Instituto de Ciências Básicas da Saúde da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de mestra em Educação em Ciências.

Aprovado em: 30 / 08 / 2019

**Banca Examinadora**

Prof. Dr. José Vicente Lima Robaina (Relator – UFRGS – PPGQVS)

---

Prof. Dr. Vandoir Stormowski (UFRGS)

---

Prof. Dr<sup>a</sup>. Rita Pistóia Mariani (UFSM)

---

Dedico este trabalho aos meus pais Luís e Fátima, meu Esposo Marcel e meu filho João Luís por terem me apoiado e compreendido todos os momentos que estive ausente.

## **Agradecimentos**

Agradeço a Deus por me abençoar com a vida que tenho. Agradeço aos meus pais por todo amor, carinho e dedicação de uma vida inteira. Agradeço ao meu esposo por todas as horas e minutos abdicados de estarmos juntos, por cuidar do nosso filho, por ser meu motorista nas viagens para assistir aulas, apresentar trabalhos, assistir seminários, enfim, por todos os momentos que me incentivou e apoiou para que este dia chegasse. Agradeço ao meu filho por ter nascido, neste período tão agitado da minha vida, para me dar mais forças para concluir esta etapa da minha trajetória acadêmica.

Agradeço a minha madrinha Cláudia, em especial, por disponibilizar não só sua casa, mas seu tempo e dedicação todas as vezes que precisei de um cantinho para ficar em Porto Alegre.

Agradeço a todos os meus professores que de alguma forma contribuíram para que este momento chegasse.

Agradeço a minha professora e amiga Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Arlita Soares por todos os ensinamentos, pelo finais de semana, que embora fossem seus únicos dias de descanso, sempre disponibilizou do seu tempo para me atender e contribuir com esta pesquisa.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Luciano Andreatta por todos os ensinamentos e as partilhas de conhecimento.

A todos, muito obrigada por fazerem parte da minha vida.

*“O futuro pertence àqueles que  
acreditam na beleza de seus  
sonhos...”(Eleanor Roosevelt)*

## RESUMO

Este trabalho propõem mapear e analisar de que forma o conceito de função é abordado em produções acadêmicas que exploram o uso de *softwares* e/ou buscam relações com as Ciências da Natureza. Para tal, fundamenta-se nas propostas curriculares, no que discutem pesquisadores da Educação Matemática sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, bem como na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Os dados produzidos a partir de uma Metanálise tiveram como fonte de produção de dados pesquisas de Pós-Graduação, dissertações e teses, e artigos científicos publicados em periódicos que publicam artigos da Educação Matemática. Os resultados demonstram a predominância de sequências didáticas, na Educação Básica, que tratam do conceito de função com a utilização de *softwares* e/ou por meio de situações contextualizadas. Quanto ao uso de *softwares* destaca-se potencialidades, como, permitem trabalhar de forma rápida e precisa com diferentes representações concomitantemente, mas também apresentam limites, como, falta de recursos tecnológicos nas escola ou a insegurança para manusear estas ferramentas. Percebe-se que, a maioria das produções utiliza situações contextualizadas com as Ciências da Natureza como cenário para ilustrar o enunciado das questões, poucas produções exigiam a mobilização de conceitos das Ciências da Natureza para resolução das atividades propostas. Ao que tange a Teoria dos Registros de Representação Semiótica verifica-se que os principais aspectos explorados nas produções ao tratar do conceito de função são as transformações cognitivas, em especial, a conversão e a importância de mobilizar diferentes representações do objeto função. Dentre as características do pensamento algébrico, raciocinar, resolver problemas e representar, verifica-se que a importância das representações teve maior destaque nas produções de forma geral. No entanto, salienta-se que é fundamental para o entendimento do conceito de função o exercício das demais características, que incluem a capacidade de relacionar propriedades do objeto e generalizar as relações válidas para certa classe de objetos, assim como modelar situações. Cabe salientar que, a maioria das produções não teve como foco problematizar o desenvolvimento do pensamento algébrico, mas sim apresentar situações que explorassem o conceito de função e o uso de *softwares*. Sendo assim, foi possível constatar que a maioria das produções tratam o conceito de função interno a própria Matemática. Entretanto, recomenda-se que amplie-se a abordagem deste conceito como ferramenta de modelagem de situações contextualizadas, conforme o que está proposto nos documentos curriculares e sublinha-se o potencial dos *softwares* para auxiliar a abordagem deste conceito.

Palavras-chave: Funções. Ciências da Natureza. Conceitos Algébricos. *Softwares*.



## ABSTRACT

This paper proposes to map and analyze how the concept of function is approached in academic productions that explore the use of software and / or seek relationships with the Natural Sciences. For such, it is based on the curricular proposals, in which Mathematics Education researchers discuss about the teaching and learning process of Mathematics, as well as on the Theory of Semiotic Representation Records. The data produced from a meta-analysis had as source of data production of postgraduate research, dissertations and theses, and scientific articles published in journals that publish Mathematical Education articles. The results demonstrate the predominance of didactic sequences in Basic Education, which deal with the concept of function with the use of software and / or through contextualized situations. With regard to the use of software, the potentialities that stand out are, such as, allowing to work quickly and accurately with different representations concurrently, but also have limits, such as lack of technological resources in schools or insecurity to handle these tools. Most of the productions use situations contextualized with the natural sciences as a scenario to illustrate the wording of the questions, few productions required the mobilization of concepts from the natural sciences to solve the proposed activities. Regarding the Theory of Semiotic Representation Records, it is verified that the main aspects explored in the productions when dealing with the concept of function are cognitive transformations, especially the conversion and the importance of mobilizing different representations of the function object. Among the characteristics of algebraic thinking, reasoning, problem solving and acting, it can be seen that the importance of representations was more prominent in productions in general. However, it is emphasized that it is fundamental to the understanding of the concept of function the exercise of other characteristics, which include the ability to relate object properties and generalize the valid relations for a certain class of objects, as well as modeling situations. It should be noted that most of the productions did not focus on problematizing the development of algebraic thinking, but on presenting situations that explored the concept of function and the use of software. Thus, it was found that most of the productions deal with the concept of internal function to mathematics itself. However, it is recommended to broaden the approach of this concept as a modeling tool of contextualized situations, as proposed in the curriculum documents and underline the potential of software to assist the approach of this concept.

Keywords: Functions. Natural sciences. Algebraic Concepts. Software.

## LISTA DE FIGURAS

**Figura 1- Atividade contextualizada**.....

**Figura 2 - Atividade contextualizada**.....

**Figura 3 - Atividade contextualizada**.....

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1 - Mapeamento de periódicos .....</b>	<b>27</b>
<b>Quadro 2 - Participantes das pesquisas mapeadas.....</b>	<b>28</b>
<b>Quadro 3 - Conceitos Matemáticos e softwares escolhidos.....</b>	<b>30</b>
<b>Quadro 10 - Identificação dos doze artigos analisados .....</b>	<b>62</b>
<b>Quadro 11 - Organização das 28 pesquisas mapeadas.....</b>	<b>63</b>
<b>Quadro 12 - Artigos submetidos para revistas científicas .....</b>	<b>65</b>

## Sumário

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 METODOLOGIA.....	17
3 ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ALGÉBRICOS COM <i>SOFTWARES</i> : UM PANORAMA A PARTIR DE PRODUÇÕES ACADÊMICAS....	21
4 A RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM AS CIÊNCIAS DA NATUREZA A PARTIR DO CONCEITO DE FUNÇÃO: UM ESTUDO DE DISSERTAÇÕES E TESES .....	36
5 CONCLUSÕES .....	56
REFERÊNCIAS .....	59
APENDICES .....	62

## 1 INTRODUÇÃO

O cenário desta pesquisa foi delimitado baseado na trajetória acadêmica profissional da pesquisadora, participante desde o ingresso no Curso de Ciências Exatas (Matemática) – Licenciatura, do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) – como bolsista do subprojeto Matemática. Neste período, foram realizadas intervenções em sala de aula que proporcionaram os primeiros contatos com os estudantes da Educação Básica. Pode-se perceber que nas atividades desenvolvidas indícios de que os estudantes encontravam dificuldades em relação aos conceitos matemáticos, em especial, os algébricos. O estudo da Álgebra estava, muitas vezes, associado a um conjunto de regras e transformações de expressões simbólicas.

Para ampliar os conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática buscou-se no grupo de pesquisa matE<sup>2</sup> (Educação e Educação Matemática), do qual a autora faz parte, discutir dimensões subjacentes às temáticas de currículo, trabalho docente, políticas públicas, gestão educacional e formação de professores. O grupo conta com a presença de pesquisadores da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ). Dentre as atividades do grupo, destacaram-se as leituras e discussões acerca do processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, no que tange aos aspectos históricos, epistemológicos e metodológicos, pois potencializam compreender a importância deste campo na compreensão de ideias matemáticas (equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação).

A partir destes estudos delineou-se o tema do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da pesquisadora, intitulado por “*Desenvolvimento do Pensamento algébrico e os softwares de Matemática dinâmica: uma metanálise de produções brasileiras*”, tendo por objetivo identificar e analisar as pesquisas publicadas em periódicos brasileiros da Educação Matemática que problematizam, simultaneamente, o desenvolvimento do pensamento algébrico e o uso de tecnologias (em particular, *softwares*).

Após a conclusão da graduação a pesquisadora atuou como professora da Educação Básica em escolas da rede municipal de Cachoeira do Sul, assim como ministrou aulas particulares para estudantes do Ensino Fundamental e Médio. A experiência como professora possibilitou constatar que os estudantes apresentam dificuldades em conceitos algébricos, possivelmente porque entendem a Álgebra como

conjunto de regras e manipulações de símbolos que contribui para tornar a Matemática abstrata, mecanizada e descontextualizada do mundo fora da escola.

Ao que tange o ensino e aprendizagem da Matemática, considera-se relevante destacar algumas recomendações, de pesquisadores da área da Educação Matemática e propostas curriculares voltadas para a Educação Básica, para abordagem desta disciplina em sala de aula. Primeiramente, a importância de enfatizar o macrossignificado da Matemática para os estudantes. Qual o professor de Matemática que ainda não foi questionado pelo estudante sobre o significado (aplicação imediata) do conteúdo que está aprendendo? No entanto, ter significado é mais que ter aplicações imediatas. O estudante deve ter conhecimento do macrossignificado da Matemática, ou seja, sua importância para a resolução de problemas e relevância como linguagem das Ciências (MACHADO, 2008).

Ainda quanto as recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) sublinham que esta disciplina deve ser articulada com outras áreas. Para tal, destacam a importância da contextualização e interdisciplinaridade para conectar as diferentes áreas (BRASIL, 2000). Além disso, a Álgebra merece destaque como ramo da Matemática que permite conectar conceitos matemáticos e outras áreas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; USISKIN, 1995).

Nesse sentido, ao tratar de Álgebra para Educação Básica é importante destacar alguns aspectos relacionados ao seu ensino e aprendizagem. O ensino da Álgebra não deve limitar-se a manipulação de símbolos e expressões algébricas, pois a linguagem algébrica é mais que isso, é um instrumento imprescindível para a resolução de problemas. Para entender sobre o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, torna-se essencial a compreensão das diferentes concepções desse campo e sua natureza (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Existem diferentes concepções da Álgebra, com base no entendimento das funções das letras em cada situação-problema, a saber: Equação, Função, Estrutural e Aritmética Generalizada (USISKIN, 1995). Para construir a compreensão dos conceitos algébricos e procedimentos algébricos é recomendado um trabalho articulado entre estas quatro concepções, bem como considerar outros aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

O desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser considerado o foco da Álgebra na Educação Básica e possui três vertentes a serem consideradas: representar, raciocinar e resolver problemas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). A importância da

vertente representar pode ser destacada pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Reymond Duval. A Matemática possui uma especificidade em relação a outras áreas do conhecimento, pois o objeto matemático só pode ser acessado via Representações Semióticas. Além disso, a aquisição de um conceito está vinculada a coordenação entre, pelo menos, dois tipos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2011).

Quanto a vertente raciocinar, que envolve os processos de raciocínio indutivo e dedutivo, espera-se que sejam exploradas as capacidades de relacionar e generalizar. Já a vertente resolver problemas, inclui o desenvolvimento das capacidades de modelar situações, mobilizar e coordenar diversas representações.

Ao tratar do desenvolvimento do pensamento algébrico, torna-se importante destacar o papel das tecnologias, em particular, os *softwares* elaborados para o ensino e aprendizagem da Matemática. De acordo com alguns pesquisadores (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; DUVAL, 2011; VAN DE WALLE, 2009; MCCONNELL, 1995), o trabalho com os *softwares* provoca o estudante a exercitar a capacidade de julgamento, iniciativa e compreensão, além disso, possibilita explorar diferentes representações concomitantemente e os objetos matemáticos são apresentados com maior precisão e melhor visualização.

Diante deste contexto, optou-se por pesquisar sobre ensino e aprendizagem de conceitos algébricos na Educação Básica, com o ingresso no Programa de Pós- Graduação de Educação em Ciências, nível de Mestrado, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. A partir da importância do desenvolvimento do pensamento algébrico, da relevância da linguagem algébrica para outras áreas e do potencial dos *softwares* para abordar conceitos algébricos, delineou-se o problema de pesquisa deste estudo: *“De que forma o conceito de função é abordado em produções acadêmicas que exploram uso de softwares e/ou buscam relações com as Ciências da Natureza?”*

Para responder o problema de pesquisa anunciado tem-se como objetivo mapear e analisar de que forma o conceito de função é abordado em produções acadêmicas que exploram o uso do *software* e/ou buscam relações com as Ciências da Natureza? Para tanto, pretende-se atingir os seguintes objetivos específicos: 1) Verificar quais aspectos da teoria dos Registros de Representação Semiótica são explorados nas produções mapeadas ao tratar do conceito de função; 2) Identificar potencialidades e limites do uso de *softwares* no estudo do conceito de função; 3) Averiguar quais características do

pensamento algébrico são enfatizadas nas produções; 4) Analisar se e como fenômenos das Ciências da Natureza são contextos para o ensino do conceito de função.

Para responder a questão de pesquisa e contemplar os objetivos propostos, organizou-se este trabalho em cinco capítulos, brevemente descritos a seguir:

O Capítulo 2 compreende a escolha metodológica que é a Metanálise, uma vez que o interesse está em reunir dados a partir do mapeamento de pesquisas já elaboradas, tomadas como significativas sobre o tema em estudo, e obter uma síntese. Desse modo, interpreta-se produções acadêmicas que versam sobre o tema em questão visando ampliar as discussões à respeito.

No Capítulo 3 expõe-se como estão sendo abordadas questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de conceitos algébricos com o auxílio de *softwares* de matemática dinâmica em pesquisas publicadas em periódicos brasileiros da Educação Matemática.

No Capítulo 4 apresenta-se um mapeamento com o intuito de explorar produções acadêmicas referentes ao tema funções. Desse modo, pretende-se apontar pesquisas de Pós-Graduação, dissertações e teses, que versam sobre o conceito matemático “função” relacionado a outras áreas do conhecimento, a saber: Física, Química e Biologia.

Para concluir, o Capítulo 5, apresenta as conclusões desta pesquisa.



## 2 METODOLOGIA

O percurso metodológico desta dissertação segue os pressupostos da pesquisa qualitativa. De acordo com Bicudo (2014) a pesquisa qualitativa, muitas vezes, criticada por pesquisadores que trabalham com quantidades, tem prevalecido como escolha nas áreas das Ciências Humanas, Saúde e principalmente na Educação. Provavelmente, porque busca contextualizar o fenômeno investigado, a ocorrência de acontecimentos e a problemática levantada.

Ao que tange a pesquisa qualitativa, existem diversos métodos para realizar a análise dos dados. Dentre estes, destaca-se a Metanálise, desenvolvida para integrar os resultados apontados por dois ou mais estudos, a respeito de um mesmo tema. Nesse sentido, a Metanálise é uma combinação de resultados oriundos de diferentes estudos independentes (BICUDO, 2014).

Desse forma, o método escolhido para analisar os dados nesta pesquisa segue as orientações da Metanálise que

[...] ao se definir um tema como significativo por responder a uma interrogação ou pergunta de fundo de uma área de investigação, buscam-se pesquisas qualitativas que tenham como alvo a investigação de aspectos desse tema e da interrogação ou pergunta formulada. Esse procedimento traz também suas complexidades. Mas, atendo-me à questão da análise hermenêutica ou de conteúdo e ao procedimento criterioso de analisar descrição por descrição. A busca é por indícios que apontam para o tema, para que se preencham as lacunas de uma pesquisa com estudos havidos em outra. Esse processo é demorado e exaustivo. Acrescente-se a esses aspectos, a constante atenção do pesquisador e de sua equipe quanto à interrogação ou pergunta e ao tema, para que não percam o fio condutor de sua investigação. (BICUDO, 2014, p. 12).

Além disso, é fundamental que exista uma visão em comum de conhecimento entre as pesquisas analisadas, que exista um consenso, não devem defender ideias contrárias.

De acordo com a mesma autora a Metanálise “trata-se de um movimento reflexivo sobre o que foi investigado, sobre como a pesquisa foi conduzida e, ainda, atentar-se para ver se ela responde à interrogação que a gerou” (BICUDO, 2014, p. 13). Ainda se recomenda que, exista a reflexão para aquele que está pesquisando e para o contexto que a pesquisa está inserida.

Na concepção de Fiorentini e Lorenzato (2006), a Metanálise é uma revisão de outras pesquisas, de forma sistemática, visando transcender os estudos já feitos sobre algum tema. Os autores elucidam que os estudos metanalíticos diferem dos estudos do

tipo estado da arte, pois não tratam da descrição de aspectos ou tendências gerais da pesquisa, mas sim de uma análise crítica de um conjunto de estudos.

Desse modo, a caminhada para a realização deste trabalho, inicia-se com a busca por trabalhos acadêmicos que problematizassem sobre conceitos algébricos e o uso de tecnologias (*softwares*), simultaneamente. Esta busca foi realizada em periódicos que publicam artigos da área da Educação Matemática, como: Boletim Gepem (UFRRJ<sup>1</sup>), Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP<sup>2</sup>), Educação Matemática em Revista (SBEM-RS<sup>3</sup>), Zetetiké (UNICAMP<sup>4</sup>), Bolema (UNESP<sup>5</sup>), Revemat (UFSC<sup>6</sup>), Acta (ULBRA<sup>7</sup>), e Vidya (UFN<sup>8</sup>). Optou-se por estes periódicos em função do Qualis (A1 e A2) na área de Ensino, com exceção do Boletim Gepem (Qualis B1), este por ser o periódico mais antigo na área da Educação Matemática. Além disso, todos possuem artigos disponíveis para *download*. Ainda, os dois periódicos que não tratam exclusivamente de pesquisas em Educação Matemática (Vidya e Acta) foram escolhidos por estarem vinculados a instituições do Estado da Federação em que a pesquisa foi realizada. Este critério também justifica a escolha do periódico Educação Matemática em Revista (SBEM-RS), além deste ter Qualis A2 na área de Ensino.

Para o mapeamento, foram elencados os descritores: pensamento algébrico, Álgebra, tecnologias, *softwares*, Geogebra, Winplot, Graphmat. A escolha destes foi devido a intenção de identificar e analisar as pesquisas, publicadas em periódicos brasileiros que publicam artigos da área da Educação Matemática, que problematizassem o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (*softwares*), simultaneamente.

A partir dos descritores escolhidos buscou-se, no texto dos artigos, que o trabalho versasse sobre a Álgebra e o pensamento algébrico. Nessa primeira etapa, foram identificados trinta artigos que correspondiam às expectativas iniciais. Posteriormente, foi realizada outra seleção a partir da releitura dos trabalhos, observando os resumos e, na sequência, a fundamentação teórica, para identificar a presença das tecnologias (*softwares*), restando doze que contemplavam, concomitantemente, o primeiro e o

---

<sup>1</sup> Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

<sup>2</sup> Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

<sup>3</sup> Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Rio Grande do Sul.

<sup>4</sup> Universidade Estadual de Campinas.

<sup>5</sup> Universidade Estadual Paulista – Júlio de Mesquita Filho.

<sup>6</sup> Universidade Federal de Santa Catarina.

<sup>7</sup> Universidade Luterana do Brasil – Canoas -RS.

<sup>8</sup> Universidade Franciscana – Santa Maria – RS.

segundo critério. A partir destas doze produções<sup>9</sup>, serão analisados os seguintes critérios: objetivos, participantes (destacando, níveis de ensino), conteúdos, *softwares*, transformações cognitivas (tratamento e conversão), concepções da Álgebra e pensamento algébrico. Salienta-se que esta Metanálise faz parte do primeiro artigo que compõe o capítulo 3 desta dissertação, além disso, este artigo foi submetido à revista Boletim Online de Educação Matemática (BOEM).

Seguindo os objetivos da pesquisa, de posse dos resultados deste primeiro mapeamento, verificou-se a necessidade de buscar por pesquisas que tratassem do conceito algébrico, função, relacionando-o as disciplinas das Ciências da Natureza. Uma vez que, não havia pesquisas com esta temática no primeiro mapeamento. Então realiza-se a segunda análise que compõem esta dissertação, baseada em dissertações e teses, disponibilizadas publicamente, por meio eletrônico, no [catálogo de teses e dissertações da Capes](#). A busca contempla produções que versem sobre a relação entre a Matemática e as Ciências da Natureza ao tratar do conceito de função.

Desse modo, o primeiro recorte foi selecionar dentre os 158 cursos de Pós-Graduação disponíveis aqueles que dispunham de pesquisas relacionadas a Educação Matemática. Sendo assim, foram mapeados 53 cursos em Programas Brasileiros em Educação Matemática, Educação em Ciências e Matemática, Ensino de Matemática e Ensino de Ciências e Matemática. O foco foi delimitado para os trabalhos que tratam sobre o conceito de função, no período de 2007 a 2017, relacionando a Matemática a outras áreas do saber, como: física, química e biologia. Este recorte temporal deve-se ao fato da Capes a partir de 2006 garantir a divulgação de dissertações e teses online.

Para responder a questão de investigação “*De que forma relações entre a Matemática e disciplinas da área Ciências da Natureza são abordadas em produções acadêmicas que versam sobre o conceito de função?*” foi necessário dividir o mapeamento em algumas etapas. O critério adotado para selecionar as pesquisas, inicialmente, foi buscar as palavras função/ funções no título. Nesta busca identificou-se 163 pesquisas. Na segunda etapa, buscou-se nos textos as palavras Ciências da Natureza, Física, Química e Biologia, reduzindo o número inicial de pesquisas para 59. Das 59 pesquisas, selecionou-se aquelas que utilizaram como aporte teórico a teoria dos Registros de Representação Semiótica, obtendo assim, 28 pesquisas. A partir deste recorte compõe-se a primeira etapa das análises, na qual foram verificados os seguintes critérios:

---

<sup>9</sup> A busca pelos artigos contemplou todo o repositório dos periódicos. No entanto, foram encontrados doze artigos, correspondentes a temática, à partir do ano de 2010.

Programas de Pós-Graduação, nível de ensino, aspectos metodológicos, conteúdos de funções e localização do termos (Ciências da Natureza, Física, Química, Biologia, Registros de Representação Semiótica e Duval) nos textos. Cabe ressaltar que, este capítulo 4 constitui outro artigo submetido para a Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM).

Sendo assim, salienta-se que os artigos científicos produzidos nesta pesquisa possibilitaram também que esta dissertação fosse construída na forma de integração.

### 3 ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ALGÉBRICOS COM *SOFTWARES*: UM PANORAMA A PARTIR DE PRODUÇÕES ACADÊMICAS<sup>10</sup>

#### Introdução

Este texto é fruto da pesquisa realizada pela primeira autora para compor seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)<sup>11</sup>, no qual buscou-se identificar e analisar os trabalhos publicados em periódicos brasileiros que publicam artigos da área da Educação Matemática que problematizam o ensino e a aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (em particular, *softwares*), simultaneamente. A escolha dessa temática foi pelo fato de que a Álgebra é uma área da Matemática que contribui para o desenvolvimento da criatividade, do raciocínio lógico e abstrato, das habilidades de gerar e comunicar ideias. Além disso, analisar as pesquisas já produzidas na área pode permitir uma compreensão diversificada das ideias da Álgebra, através de múltiplos enfoques dados pelos educadores matemáticos brasileiros e de outros países.

A produção de dados do TCC deu-se a partir da análise de nove artigos, identificados em sete periódicos brasileiros, que discutiam concomitantemente sobre conceitos algébricos e a utilização de *softwares*. O recorte temporal para a seleção dos artigos compreendeu o período de 2010 a 2015. A análise dos dados indicou que os *softwares* contribuem para a aprendizagem de conceitos algébricos, em especial, o de função, por facilitarem a visualização e mobilização de diferentes representações matemáticas.

Considerando os limites da pesquisa supracitada e a importância de continuar as investigações sobre questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de conceitos algébricos mediados por *softwares*, optou-se por ampliar o mapeamento das produções, considerando todo o repositório dos periódicos escolhidos, bem como a quantidade de periódicos, de sete para oito. Assim, este texto apresenta o mapeamento realizado em oito periódicos que publicam artigos da área da Educação Matemática, para identificar e analisar pesquisas que problematizaram o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (em particular, *softwares*), simultaneamente.

Para apresentar os dados produzidos no mapeamento, destaca-se inicialmente a fundamentação teórica acerca do ensino e aprendizagem da Álgebra e da importância da

---

<sup>10</sup> Artigo submetido a revista Boletim Online de Educação Matemática (BOEM) no ano de 2019.

<sup>11</sup> TEIXEIRA, A. S. **O desenvolvimento do pensamento algébrico e os softwares de matemática dinâmica: metanálise de produções brasileira**. 2016. 30f. Trabalho de Conclusão de Curso – UNIPAMPA, Caçapava do Sul, 2016.

utilização dos *softwares* nesse campo da Matemática. Em seguida, expõe-se a metodologia utilizada para constituir as análises do mapeamento, as quais serão apresentadas na seção seguinte. Por fim, apontam-se as considerações finais.

### **Compreensões acerca do ensino e aprendizagem da Álgebra**

O ensino da Álgebra, geralmente, limita-se à manipulação de símbolos e expressões algébricas, em detrimento do desenvolvimento das capacidades de abstração e generalização. A linguagem algébrica é mais que a manipulação de símbolos e pode ser imprescindível na resolução de problemas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, VAN DE WALLE, 2009).

Para entender o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, torna-se essencial aprofundar as discussões acerca das diferentes concepções desse campo e sua natureza. Usiskin (1995) apresenta diferentes concepções da Álgebra, com base no entendimento das funções das letras em cada situação-problema, a saber: Equação, Função, Estrutural e Aritmética Generalizada.

A concepção denominada Equação corresponde a resolver equações, nas quais as letras assumem a função de incógnitas ou constantes, tendo por finalidade simplificar e determinar expressões literais. Na concepção chamada de Função, tem-se por objetivo analisar a relação entre variações. Assim, o intuito não é determinar o valor das letras que, nesse caso, não são incógnitas e sim argumentos (representam valores de um domínio) ou parâmetros (representam um número do qual dependem outros números), ou seja, o objetivo é verificar como as variáveis variam. (USISKIN, 1995).

A concepção Estrutural refere-se à escrita algébrica, isto é, as variáveis são objetos da Álgebra abstrata, sem valor numérico ou representação gráfica. Nas tarefas que envolvem esta concepção, as letras serão manipuladas com a utilização de regras, como por exemplo, fatorar, simplificar expressões, reduzir termos semelhantes. Sublinha-se que, mesmo sendo abstratas, as manipulações devem ter significado e permitir conclusões. Na Aritmética Generalizada, as variáveis são generalizadoras de modelos, ou seja, o modelo é estendido até abranger infinitas possibilidades. Segundo Usiskin (1995), a noção de variável como generalizadora é imprescindível para a modelagem matemática.

Entende-se que, para construir a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos, é importante um trabalho articulado entre essas quatro concepções, bem como considerar os aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Isto porque o foco do ensino da Álgebra, para Ponte, Branco e Matos (2009), Van de Walle

(2009), está no desenvolvimento do pensamento algébrico, pois este permite “utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (BRASIL, 2018, p. 80).

Ao tratar de aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico, Ponte, Branco e Matos (2009) descrevem as capacidades relacionadas a este pensamento. Para os autores,

[...] o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também é o “sentido de símbolo” (*symbol sense*), como diz Abraham Arcavi, que inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10).

Constata-se na citação acima que as capacidades relacionadas ao pensamento algébrico envolvem: a) compreender conceitos algébricos; b) estabelecer relações com outros campos da Matemática (por exemplo, Aritmética e Geometria); c) manipular símbolos. Também, percebe-se que o desenvolvimento dessas capacidades está vinculado à resolução de problemas.

Ponte, Branco e Matos (2009), fundamentados nas ideias do pesquisador James Kaput e considerando a complexidade de definir pensamento algébrico, descrevem três vertentes fundamentais: a) representar: diz respeito à capacidade do estudante em utilizar diferentes sistemas de representação; b) raciocinar: dedutivamente e intuitivamente, refere-se a capacidade de relacionar as propriedades dos objetos matemáticos e generalizar as relações válidas para certa classe de objetos; c) resolver problemas: inclui modelar situações, bem como usar diversas representações.

Para Van de Walle (2009), o pensamento algébrico, ou raciocínio algébrico, está relacionado ao generalizar, a partir das operações e números; formalizar, através da utilização de símbolos; explorar, padrões e funções. Para o autor, o pensamento algébrico é essencial na Matemática, tornando-a útil na vida cotidiana.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), a Matemática deve possibilitar o entendimento sobre números e Álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos. Desse modo, a Álgebra está relacionada à resolução de problemas, ao entendimento da linguagem simbólica, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação do mundo real.

Os entendimentos de Ponte, Branco e Matos (2009), Van de Walle (2009) e as diretrizes dos PCN (BRASIL, 1998) sobre desenvolvimento do pensamento algébrico evidenciam a capacidade de representar um problema dado em língua natural na linguagem matemática, em particular, na linguagem algébrica. Considerando que o desenvolvimento dessa capacidade é fundamental para a aprendizagem em Matemática, recorre-se às ideias de Duval (2011, 2016) para compreender as especificidades desta área do conhecimento e da Álgebra.

Segundo Duval (2011, 2016), em sua teoria dos Registros de Representação Semiótica, a especificidade da Matemática, em relação às outras áreas do conhecimento, está no fato de que os objetos matemáticos são acessados somente por meio das diferentes representações semióticas. De acordo com o autor, a semiótica compreende registros e códigos. Um registro de representação semiótica é um sistema semiótico que desenvolve funções fundamentais para o funcionamento cognitivo consciente, “cujo poder para criar novas representações semióticas é ilimitado. O pensamento e a atividade matemática dependem totalmente da sinergia entre registros” (DUVAL, 2016, p. 4). Nesse sentido, Duval (2011, 2016) sugere que sejam utilizados na atividade matemática, pelo menos, dois tipos de registros de representação semiótica, e classifica-os em quatro tipos diferentes: língua natural, figuras geométricas, sistemas de escrita (numéricas, algébricas e simbólicas) e gráficos cartesianos.

Na atividade Matemática é importante distinguir dois tipos de transformações cognitivas: tratamento e conversão. O tratamento é uma transformação interna ao registro, por exemplo, a resolução de uma equação. “A conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro” (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 469), por exemplo, transformar a escrita de uma função (registro algébrico), para um gráfico cartesiano (registro gráfico). Além disso, quando uma conversão é realizada torna-se importante considerar o sentido, ou seja, determinar o registro de partida e de chegada (DUVAL, 2011).

Diante deste contexto, percebe-se a importância do professor na elaboração de situações que exijam a mobilização das transformações cognitivas, destacadas por Duval (2011, 2016), em especial, a conversão e as três vertentes mencionadas por Ponte, Branco e Matos (2009), ou seja, busquem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

Ao falar do desenvolvimento do pensamento algébrico, torna-se importante destacar o papel das tecnologias, em particular, dos *softwares* elaborados para o processo



de ensino e aprendizagem da Matemática. De acordo com Van de Walle (2009), a tecnologia deve ser considerada uma parte das ferramentas educacionais para a aprendizagem, podendo auxiliar no entendimento dos conceitos matemáticos. Para Ponte, Branco e Matos (2009), as tecnologias, em especial os *softwares*, possibilitam relacionar informações dadas algebricamente com as representações gráficas e em tabelas, assim como apresentam os objetos matemáticos com maior precisão e melhor visualização.

Na visão de Duval (2011), é importante destacar a contribuição dos *softwares*, em relação aos outros modos de produção de representações semióticas. O autor afirma que devem-se analisar as tarefas cognitivas requeridas pela utilização destas ferramentas tecnológicas e sublinha que “eles constituem um modo fenomenológico de produção radicalmente novo, fundamentado na aceleração dos tratamentos” (DUVAL, 2011, p. 137). Neste sentido, obtém-se muito mais, em menos tempo, do que conseguiríamos à mão livre.

Em relação ao uso das tecnologias, em particular, os *softwares* para o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos, Mcconnell (1995) defende que a adoção das tecnologias no ensino da Matemática pode modificar a Álgebra, tornando-a mais dinâmica, rica em variedade de aplicações, por exemplo, explorar a representação algébrica concomitantemente com a gráfica, entre outros. Também, afirma que as tecnologias desafiam os professores a provocarem nos estudantes a capacidade de julgamento, iniciativa e compreensão.

Historicamente, os primeiros *softwares* matemáticos disponíveis eram utilizados para trabalhar com situações que poderiam ser resolvidas por meio de algoritmos; em outras palavras, para exercitar treinamento e prática (HOUSE, 1995). Entretanto, hoje estão disponíveis *softwares* que podem influenciar as práticas em sala de aula.

Programas gráficos, por exemplo, fazem o que nenhuma lousa ou nenhum retroprojetor pode fazer, além de fornecerem aos Professores meios dinâmicos para demonstrar e explorar conceitos importantes como o comportamento de funções e seus gráficos. As planilhas eletrônicas tornam o Professor e o aluno capazes de empreender investigações do tipo “E se...?”, como “E se você mudasse o argumento da função?” ou “E se você mudasse a hipótese para...?” (HOUSE, 1995, p. 6).

Sendo assim, as planilhas eletrônicas e os *softwares* integrados às atividades algébricas possibilitam um trabalho com gráficos e planilhas, que exige os conhecimentos algébricos, incentiva o trabalho de forma investigativa e também economiza tempo. A partir desse cenário acredita-se que a aprendizagem conceitual recebe mais atenção, visto que o tempo para o entendimento dos conceitos se expande e os procedimentos tornam-

se significativos. Problematizações aproximando os estudantes de situações reais podem ganhar espaço através desses recursos. Além disso, entende-se que os *softwares* apresentam um avanço em relação à articulação da Álgebra com a Geometria, pois os primeiros *softwares* restringiam-se aos objetos geométricos ou aos algébricos, sem articulá-los.

### **Percurso metodológico**

O trabalho segue pressupostos da pesquisa qualitativa. Este tipo de pesquisa vem ganhando destaque, pois seu enfoque é relacionado à compreensão e discussão dos dados obtidos de maneira que o pesquisador problematize e não apenas apresente os resultados (BICUDO, 2014). Para a organização e análise dos dados buscaram-se orientações na Metanálise.

A Metanálise apresenta como característica principal o processo de reunir e reduzir dados, a partir do mapeamento de pesquisas, formando uma síntese. Entende-se que a Metanálise busca “integrar resultados de dois ou mais estudos, sobre um mesmo tema investigado” (BICUDO, 2014, p. 8). Portanto, trata-se de uma reflexão sobre o que foi investigado, na busca pelo sentido da investigação para o pesquisador, para o próprio tema investigado e para a região que se efetuou a pesquisa, procurando identificar tendências nas pesquisas analisadas.

Desse modo, foi realizado um mapeamento de trabalhos acadêmico-científicos publicados nos periódicos, a saber: Boletim Gepem (UFRRJ), Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP), Educação Matemática em Revista (SBEM-RS), Zetetiké (UNICAMP), Bolema (UNESP), Revemat (UFSC), Acta (ULBRA), e Vidya (UFN). Optou-se por estes periódicos em função do Qualis (A1 e A2) na área de Ensino, com exceção do Boletim Gepem (Qualis B1), este por ser o periódico mais antigo na área da Educação Matemática. Além disso, todos possuem artigos disponíveis para *download*. Ainda, os dois periódicos que não tratam exclusivamente de pesquisas em Educação Matemática (Vidya e Acta) foram escolhidos por estarem vinculados a instituições do Estado da Federação em que a pesquisa foi realizada. Este critério também justifica a escolha do periódico Educação Matemática em Revista (SBEM-RS), além deste ter Qualis A2 na área de Ensino.

Para o mapeamento, foram elencados os seguintes descritores: pensamento algébrico, Álgebra, tecnologias, *softwares*, Geogebra, Winplot, Graphmat. A escolha destes foi devido a intenção de identificar e analisar as pesquisas, publicadas em

periódicos brasileiros que publicam artigos da área da Educação Matemática, que problematizassem o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (*softwares*), simultaneamente.

De acordo com os descritores escolhidos buscou-se, no texto dos artigos, que o trabalho versasse sobre a Álgebra e o pensamento algébrico. Nessa primeira etapa, foram identificados trinta artigos que correspondiam às expectativas iniciais. Posteriormente, foi realizada outra seleção a partir da releitura dos trabalhos, observando os resumos e, na sequência, a fundamentação teórica, para identificar a presença das tecnologias (*softwares*), restando doze que contemplavam, concomitantemente, o primeiro e o segundo critério. O Quadro 1 apresenta o quantitativo de produções identificadas e os periódicos em que foram publicadas.

**Quadro 1 - Mapeamento de periódicos**

Periódicos	1 etapa	2 etapa
Boletim Gepem	2	2
Educação Matemática Pesquisa	7	1
SBEM – RS	2	0
Zetetiké	2	0
Bolema	3	3
Revemat	4	2
Acta	4	1
Vidya	6	3
Total	30	12

Fonte: Sobrinho (2019).

A identificação das produções, deu-se por A1, A2, ... A28 e mais detalhes dos artigos analisados estão disponíveis no Apêndice A. A partir destas doze produções, serão analisados os seguintes critérios: objetivos, participantes (destacando, níveis de ensino), conteúdos, *softwares*, transformações cognitivas (tratamento e conversão), concepções da Álgebra e pensamento algébrico.

### **Análise dos artigos mapeados que versam sobre conceitos algébricos e os *softwares***

Os dados do Quadro 1 indicam que o número de produções acerca do tema investigado é maior nos periódicos Bolema e Vidya, seguido de Boletim Gepem e Revemat. Além disso, sublinha-se que as publicações que versam sobre conceitos algébricos e *softwares* concentraram-se no período de 2010 a 2015, sendo que 2013 foi o ano com maior número de publicações (cinco artigos).

A partir da análise dos objetivos das produções obteve-se: sete produções (A5, A6, A7, A20, A28, A29 e A30) com o intuito de elaborar e aplicar atividades com

estudantes categorizadas como organização/desenvolvimento de propostas pedagógicas para vários encontros; três produções (A16, A19, A21) tratam da organização/aplicação de atividades em apenas um encontro e foram categorizadas como desenvolvimento de atividades; já duas produções (A13 e A18) tem como foco a elaboração de atividades que não foram aplicadas. Sublinha-se que as produções possuem objetivos semelhantes, ou seja, buscam elaboração e/ou desenvolvimento de atividades, visando minimizar as dificuldades dos participantes em relação a temas da Álgebra. Além disso, as doze produções enfatizam o potencial da utilização de *softwares* como outra possibilidade para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Percebe-se, em geral, a preocupação dos autores em disponibilizar materiais didáticos para auxiliar práticas em sala de aula, bem como enfatizar a importância das tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática. De acordo com os autores do artigo A16, “*A importância da realização de tal pesquisa deve-se à necessidade de incluir o uso das tecnologias na disciplina de Matemática e à carência de material didático voltado para esse fim*” (A16, 2015, p. 209).

A análise dos objetivos das pesquisas mapeadas também revela que todas envolveram participantes. O Quadro 2 apresenta os participantes, organizados por etapas de formação, a saber: Educação Básica, neste grupo estão as pesquisas que desenvolveram atividades com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio; Formação Inicial, nesta etapa estão as produções cujo público envolvia acadêmicos dos Cursos de Licenciatura em Matemática; Formação Continuada, neste grupo estão as pesquisas que trabalhou com professores de Matemática que atuam na Educação Básica.

**Quadro 2 - Participantes das pesquisas mapeadas**

<b>Participantes</b>	<b>Artigos</b>
Educação Básica	A7; A16; A19; A 20, A21, A28, A29, A30
Formação Inicial	A6, A18 e A28
Formação Continuada	A5, A13 e A28

Fonte: Sobrinho (2019).

Percebe-se que a maioria das pesquisas teve como participantes estudantes da Educação Básica, dentre os oito trabalhos neste nível, um foi desenvolvido no Ensino Fundamental e sete no Ensino Médio. Uma possível interpretação para este resultado refere-se ao fato de que o ensino da Álgebra recebe maior atenção no Ensino Médio do que no Fundamental, pois este último prioriza o ensino de Números e Operações

(PONTE, BRANCO, MATOS, 2009; VAN DE WALLE, 2009). Além disso, outro fator que pode impactar, neste resultado, é que as propostas curriculares para a Educação Básica sugerem o trabalho com recursos tecnológicos, pois estes podem proporcionar atividades experimentais que incentivam o desenvolvimento do pensamento matemático (BRASIL, 1998).

Conforme o Quadro 2, observa-se que apenas três artigos foram desenvolvidos com acadêmicos dos Cursos de Licenciatura em Matemática. O documento intitulado “Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática”, elaborado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em parceria com a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), sobre a formação de professores, recomenda que os cursos promovam espaços-tempo para realização e análise de situações cujo objetivo é o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de atividades investigativas, resolução de problemas, entre outras opções metodológicas. (MUNIZ; SILVA, 2013).

Além disso, é importante proporcionar aos futuros professores subsídios para que saibam trabalhar com ferramentas tecnológicas (*softwares*). Segundo o documento supracitado, o professor de matemática ao incorporar as tecnologias na sala de aula poderá proporcionar ao estudante um trabalho investigativo, redimensionando sua prática e oportunizando novas condições para aprender Matemática. Corroboram com estas ideias os autores do artigo A18, destacando que “há necessidade de repensar a formação dos professores de forma que sejam propiciados espaços de discussão das tecnologias na educação” (A18, 2015, p. 995).

Os dados do Quadro 2 indicam que apenas três trabalhos (A5, A13 e A28) envolveram a formação continuada, sendo que o artigo A28 desenvolveu atividades com os três níveis. De acordo com os autores desses trabalhos, torna-se relevante a elaboração de materiais que orientem os professores a utilizarem *softwares* em suas aulas, pois estes profissionais só utilizarão estes recursos se estiverem seguros quanto ao seu funcionamento e convencidos do potencial que eles oferecem. Daí a necessidade de aproveitar o espaço da formação continuada para tal. Diante do número reduzido de trabalhos envolvendo a formação de professores, constata-se um campo promissor para novos trabalhos, visto que esta formação pode contribuir com o crescimento profissional e conseqüentemente refletirá na aprendizagem dos estudantes.

O Quadro 3 expõe os conceitos/conteúdos matemáticos abordados nas pesquisas mapeadas, bem como os *softwares* escolhidos para a realização dos trabalhos. A análise

dos dados do Quadro 3 permite afirmar que o conteúdo mais abordado nos artigos (A7, A13, A16, A20, A29 e A30) é função. Os argumentos para justificar esta tendência envolvem as dificuldades dos estudantes em relação a este conceito, a relevância do tema no currículo da Educação Básica, a importância das funções como linguagem das ciências, bem como a viável utilização de *softwares* para explorar as diferentes representações deste conceito.

No que tange aos tipos de funções abordadas nos seis artigos (Quadro 3), percebe-se, em quatro artigos, ênfase nas funções polinomiais e na exploração das ideias básicas do conceito de função, por exemplo: variáveis, correspondência, dependência, regularidades e generalização. O artigo A29 aborda funções trigonométricas, em especial, função seno e o artigo A30 tratou de funções logarítmicas e exponenciais, tendo como foco auxiliar os estudantes no reconhecimento de que uma é o inverso da outra.

**Quadro 3 - Conceitos Matemáticos e softwares escolhidos**

	Trigonometria	Derivadas	Funções	Polinômios	Matrizes e Det.	Equações	Isometrias
GeoGebra	1	1	2	1	1		1
Graphmatica			1				
Winplot			2				
Scomax						1	
Applets			1				

Fonte: Sobrinho (2019).

Os artigos A16 e A20 mencionam a importância do conceito de função na relação da Matemática com outras áreas do saber, em especial, as Ciências da Natureza (Física, Química e Biologia). No entanto, esta relação não foi identificada nas atividades propostas aos participantes das pesquisas. Embora o artigo A29 explore os conceitos envolvidos na função seno e o artigo A30 tenha como foco o estudo das funções logarítmicas e exponenciais, geralmente, utilizadas para interpretar fenômenos na área das Ciências da Natureza, as atividades escolhidas, nos dois, estão relacionadas apenas ao contexto matemático. Ressalta-se que poderiam ter associado, por exemplo, a função seno ao estudo das ondas sonoras e ter buscado situações como, meia vida de fármacos, decaimento radioativo, crescimento populacional de bactérias e fungos, para abordar conceitos das funções logarítmicas e exponenciais, explorando assim o contexto físico e matemático.

Verifica-se, também no Quadro 3, que o *software* mais utilizado pelos autores foi o GeoGebra. A escolha do GeoGebra nos artigos (A5, A6, A18, A19, A20, A28, A29,

A30), provavelmente, deve-se ao fato de que ele é *“um software gratuito, com uma interface amigável, disponibilizando simultaneamente as representações algébrica e geométrica, além de possuir recursos de dinamicidade e movimentação”* (A6, 2013, p. 429). Desse modo, destaca-se o potencial do *software* no ensino de funções, pois o mesmo pode contribuir no desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular, na vertente representar, apontada por Ponte, Branco e Matos (2009), pois este recurso apresenta ao estudante diferentes representações de um mesmo objeto matemático.

Ainda em relação à escolha do *software*, os autores dos artigos (A5, A6, A18, A19, A20, A28, A29, A30) sublinham outros aspectos importantes considerados na escolha do GeoGebra, como, por exemplo, o potencial que o *software* apresenta para o levantamento e teste de conjecturas, a possibilidade de alcançar as generalizações e realizar demonstrações, bem como mobilizar uma variedade de representações. Percebem-se alguns destes aspectos nos trechos retirados dos artigos: *“houve uma identificação positiva dos alunos com o GeoGebra, o que pode ser um indicativo de sua potencialidade para auxiliar os alunos no levantamento de conjecturas”* (A28, 2011, p. 86); *“o software permite que o aluno perceba diversas relações entre os objetos matemáticos, faça conjecturas e até mesmo generalize e formalize os resultados”* (A19, 2013, p. 166). Nesse sentido, verifica-se que o *software* GeoGebra possibilita explorar as três vertentes (representar, raciocinar e resolver problemas), essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009).

Ainda em relação ao uso de *software*, os autores dos artigos (A7; A13; A16; A 20, A29, A30), por exemplo, destacam que optaram por utilizar estas ferramentas tecnológicas para explorar funções, por acreditarem na exatidão, economia de tempo e também na capacidade investigativa que elas proporcionam aos estudantes. Verifica-se neste trecho, por exemplo, que as *“contribuições do software GeoGebra no processo de aprendizagem foram salientadas por todos na precisão das medidas e na rapidez da realização das iterações fractais”* (A20, 2013, p. 160). Estas ideias vão ao encontro do que afirma Duval (2011) em relação à exigência cognitiva no trabalho com os *softwares*, a precisão e economia de tempo que ele proporciona.

Em relação às transformações cognitivas, propostas por Duval (2011, 2016), para a aprendizagem matemática, apenas o artigo A30 discute sobre estas transformações, tratamento e conversão, pois foi o único que se fundamentou na teoria dos Registros de Representação Semiótica. No entanto, os demais artigos podem ser analisados a partir da

ótica dos Registros de Representação Semiótica, pois defendem que o uso de *softwares* permite o trabalho com uma variedade de representações matemática.

Ainda sobre a conversão e o tratamento, o artigo A30, por exemplo, aponta algumas dificuldades dos estudantes, a saber: a conversão da representação do registro gráfico (registro de partida) para o algébrico (registro de chegada) e a elaboração das respostas por meio da língua natural. De acordo com Duval (2011), a primeira dificuldade apontada pode estar relacionada com a complexidade do reconhecimento das variáveis visuais pertinentes na representação gráfica associadas a valores numéricos da representação algébrica. Quanto à dificuldade com a mobilização do registro da língua natural, uma possível causa pode ser porque se trata de um registro que não é mais puramente matemático, existindo uma distância entre este registro e os outros. (DUVAL, 2011). Sendo assim, recomenda-se o uso de recursos como os *softwares*, para facilitar estas transformações auxiliando no reconhecimento das unidades de sentido matematicamente pertinentes no conteúdo das representações semióticas, podendo reduzir estas dificuldades.

Ao analisar os trabalhos quanto às diferentes concepções da Álgebra, constata-se que o artigo A16 foi o único que trouxe de forma explícita definições para duas das quatro concepções da Álgebra, neste caso, Funcional e Aritmética generalizada. Os autores explicam a dimensão funcional ao mencionar “*quando analisamos a Álgebra como o estudo das relações entre as grandezas, as variáveis representam valores do domínio de uma função ou números dos quais dependem outros números*” (A16, 2015, p. 214) e referem-se à dimensão aritmética generalizada quando sublinham que “*as variáveis são usadas como generalizadoras de informações numéricas*” (A16, 2015, p. 214). Na sequência, estes pesquisadores enfatizam, implicitamente, a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico com o estudo das funções, ao formular hipóteses, testar conjecturas e fazer generalizações, chegando a um modelo.

Verifica-se a preocupação em desenvolver o pensamento algébrico ao trabalhar com os *softwares*, mesmo que de forma implícita, nos textos mapeados. Pode-se fazer esta afirmação devido aos termos utilizados, na maioria dos artigos, como, por exemplo: procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar. Cabe destacar que apenas um artigo tem como objetivo, de forma explícita, investigar as características do pensamento algébrico, representar, raciocinar e resolver problemas. Pode-se verificar esta afirmação nos seguintes recortes: “*Saber representar e operar com expressões algébricas é importante para a compreensão do conceito e*



*compreensão das aplicações de equações do 1º grau” (A21, 2010, p. 90), “com relação a resolução de problemas a dificuldade mais explicitada estava relacionada com a dificuldade de estruturar/representar matematicamente as situações apresentadas” (A21, 2010, p. 92).*

Conforme o exposto, os artigos apresentam, dentre os principais aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico, o trabalho com análise de regularidades e generalizações. Desse modo, estes trabalhos estão de acordo com o que Van de Walle (2009, p. 287) destaca para o desenvolvimento de pensamento algébrico ou raciocínio algébrico, “formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e função”. Além disso, as produções (A18 e A20), por exemplo, apostam na relação entre Álgebra e Geometria, sendo esta uma estratégia adequada e sugerida por Van de Walle (2009), ao sublinhar que o pensamento algébrico deve ser incorporado em todas as áreas da Matemática.

Desse modo, quanto ao pensamento algébrico, constatou-se que a maioria dos artigos apresenta ideias relacionadas ao pensamento de forma implícita. Em outras palavras, constata-se em algumas afirmações a busca por explorar o estabelecimento de relações, representar os objetos matemáticos de formas diferentes, modelar situações-problema, generalizar. Contudo, essas questões não são o foco principal das discussões apresentadas, pois a maioria dos autores dos textos busca organizar atividades que destaquem as potencialidades dos *softwares*, por isso, talvez as discussões acerca dos aspectos essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico não estejam tão explícitas nas produções.

### **Considerações finais**

A análise das produções permitiu concluir que a maioria das produções tinha por objetivo organizar e desenvolver propostas didático-pedagógicas, buscando minimizar dificuldades em relação à Álgebra, assim como apresentar possibilidades de ensinar com o uso de *softwares*. Além disso, o maior número de artigos (8) teve como participantes estudantes da Educação Básica. Quanto à formação de professores, as produções dividiram-se entre três artigos desenvolvidos com a formação inicial e três artigos com a formação continuada.

Constatou-se que as produções valorizam a utilização dos *softwares* no estudo de conceitos matemáticos, em especial, funções, porque esses possibilitam o trabalho com

diferentes representações do objeto matemático. A escolha do conceito de função, em grande parte dos trabalhos, atribui-se à importância que possui no currículo da Educação Básica e pelas dificuldades apresentadas pelos estudantes. O *software* mais utilizado foi o Geogebra, por ser gratuito e de fácil acesso, bem como possibilitar a visualização concomitante de várias representações, o que contribui no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Em relação à teoria dos Registros de Representação Semiótica, observou-se que apenas uma produção utilizou este aporte teórico. Contudo, a maioria enfatizou que os *softwares* auxiliam na visualização das várias representações matemáticas. Quanto às transformações cognitivas, tratamento e conversão, destaca-se que o *software* permite, por exemplo, que o estudante realize alterações no registro de representação algébrico e visualize, concomitantemente e instantaneamente, o que isso modifica no registro de representação gráfico, permitindo a análise das variáveis pertinentes de cada registro. Desse modo, entende-se que este recurso pode auxiliar a minimizar as dificuldades identificadas, principalmente, nas conversões entre representações semióticas.

No que tange as concepções da Álgebra, apenas um artigo expõe de forma explícita a importância do reconhecimento destas concepções para o entendimento dos diferentes papéis que as letras podem assumir. Entretanto, salienta-se a importância das pesquisas que tratam de conceitos algébricos problematizarem acerca das várias concepções da Álgebra.

Constatou-se, quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico, que a maioria das produções aponta que os *softwares* possibilitam analisar as situações, de modo a identificar as regularidades, generalizar e formalizar. Entretanto, verificou-se que o número de pesquisas que buscam relacionar a utilização de *softwares* com questões que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico, em geral, ainda são poucas. As produções analisadas apresentaram mais referências relacionadas à utilização dos *softwares*, preocupando-se em justificar a importância do trabalho com estas ferramentas, do que em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico e o que ele proporciona para o entendimento da Matemática.

Além disso, pode-se perceber que, embora exista a recomendação de propostas curriculares para trabalhar com o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, as produções que fizeram parte deste mapeamento não tiveram como participantes este público. Uma possível interpretação para este

resultado é que o trabalho com a Álgebra nos anos iniciais ainda é restrito em função da ênfase em números e operações.

Sendo assim, sugere-se, que seja estabelecida uma relação entre o desenvolvimento do pensamento algébrico e as concepções da Álgebra na estruturação de propostas de ensino que utilizem *softwares* de Matemática Dinâmica para seu desenvolvimento.

**4 A RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM AS CIÊNCIAS DA NATUREZA A PARTIR DO CONCEITO DE FUNÇÃO: UM ESTUDO DE DISSERTAÇÕES E TESES<sup>12</sup>**

---

<sup>12</sup> Artigo submetido a Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM) no ano de 2019.

## 5 CONCLUSÕES

Dentro da perspectiva deste estudo que era entender de que forma o conceito de função é abordado em produções acadêmicas que exploram o uso de softwares e/ ou buscam relações com as Ciências da Natureza, verificou-se os aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica explorados nas produções ao tratar do conceito de função, averiguou-se as características enfatizadas sobre o Pensamento Algébrico, identificou-se potencialidades e limites do uso de *softwares* no estudo do conceito de função e analisou-se se e como fenômenos das Ciências da Natureza são contextos para o ensino deste conceito. A partir desta retomada compartilha-se algumas conclusões.

A pesquisa envolveu dois mapeamentos. O primeiro com o objetivo de identificar e analisar as pesquisas em Educação Matemática, publicadas em alguns periódicos, que problematizam o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (em particular, *softwares*), simultaneamente. Os resultados já analisados e apresentados no decorrer desta dissertação sinalizam que a maioria das produções, desenvolvidas na Educação Básica, tinham como objetivo minimizar as dificuldades em relação a Álgebra e apresentar possibilidades de ensinar conceitos algébricos, principalmente o conceito de função, com o uso de *softwares*.

A escolha do conceito de função, em grande parte dos trabalhos, atribui-se as dificuldades encontradas pelos estudante e sua importância curricular. Ao que tange o uso de *softwares*, destaca-se a contribuição deste recurso para o desenvolvimento do pensamento algébrico e a visualização concomitante de várias representações. Além disso, analisam-se os aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica concluindo que os *softwares* também minimizam as dificuldades identificadas, principalmente, nas conversões entre os registros de representações semióticas. Cabe ressaltar que, as pesquisas têm como foco justificar a importância de utilizar esta ferramenta tecnológica. Desse modo, a maioria, não problematiza o desenvolvimento do pensamento algébrico e seus benefícios para o entendimento da Matemática.

Estas informações foram importantes para delinear o segundo mapeamento, em que foram analisadas, dissertações e teses, que versam sobre o conceito de função. A escolha deste tema deve-se a sua importância como conceito estruturador do currículo da Educação Básica (Álgebra, Números e Funções), o expressivo número de pesquisas sobre o tema no primeiro mapeamento e principalmente por seu caráter como linguagem da

ciências, pouco explorado nas pesquisas mapeadas e apresentadas no capítulo 3 desta dissertação.

Desse modo, delineou-se o segundo mapeamento de dissertações e teses. Com objetivo de analisar de que forma relações entre a Matemática e disciplinas das Ciências da Natureza são abordadas em produções brasileiras que tratam do conceito de função. Os resultados referentes a análise destas produções, aqui já discutidos, apontam que a concentração de pesquisas é maior na Educação Básica, estas priorizam como procedimentos metodológicos as sequências didáticas, ao abordar predominantemente casos particulares das Funções Polinomiais. Além disso, destacam-se dois dos critérios de análise neste segundo mapeamento: o aporte teórico ser a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, devido a sua relevância para compreender o que diz respeito a face oculta da Matemática e abordar situações que relacionem o conceito de função com as Ciências da Natureza.

Com base nestes critérios, verifica-se que a maioria das pesquisas abordou esta relação por meio de situações ilustrativas, ou seja, para que o estudante resolva as questões propostas não é necessário mobilizar conceitos de diferentes áreas, tampouco é enfatizado o papel do conceito de função como linguagem das ciências. Ao que tange a Teoria dos Registros de Representação, em particular, na relação da Matemática com as Ciências da Natureza, destaca-se a mobilização de diferentes registros de representação semiótica nas situações contextualizadas, e a relevância das transformações cognitivas apontadas por Duval (tratamento e conversão). Infere-se que a conversão é mais exigida nas atividades que envolveram conceitos de outras áreas, em especial a Física.

Diante do exposto, verifica-se que os aspectos da teoria dos Registros de Representação Semiótica explorados nas pesquisas foram: a importância das diferentes representações semióticas para compreensão do objeto função, assim como, o entendimento das transformações cognitivas. Com isso, atinge-se o primeiro objetivo específico desta pesquisa.

Ao que tange o uso de *softwares* identificam-se potencialidades e limites na manipulação deste recurso. Algumas destas potencialidades são relacionadas às possibilidades de visualização pelo aluno das janelas representantes dos registros de representação algébricos, numéricos e gráficos, bem como, a manipulação direta das variáveis didáticas que permitem a mobilização e visualização destes registros. Além disso, a economia de tempo e exatidão para explorar funções, a possibilidade de observar o comportamento de funções e construir conceitos como, período, amplitude etc.

Além destas, são apontados alguns limites para o trabalho com *softwares*, por exemplo: a insuficiência de estrutura física e equipamentos disponíveis para aplicação das atividades; a ausência do domínio de alguns conceitos sobre funções, por parte dos estudantes; a insegurança por parte dos professores para dominar o *software*. Sendo assim, alcança-se o segundo objetivo proposto para esta pesquisa.

Ao averiguar as características do pensamento algébrico (representar, raciocinar e resolver problemas), enfatizadas nas produções, mesmo que de forma implícita, terceiro objetivo específico proposto nesta pesquisa, constata-se que, a capacidade representar, de utilizar diferentes sistemas de representação é a mais enfatizada. Embora entenda-se que é fundamental para o entendimento do conceito de função o exercício das demais características do pensamento algébrico, que incluem: a capacidade de relacionar propriedades do objeto e generalizar as relações válidas para certa classe de objetos, assim como modelar situações.

Ao analisar se é como os conceitos das disciplinas das Ciências da Natureza são contextos para o ensino de funções percebe-se que, apenas três produções das quarenta analisadas tratam o conceito de função por meio de uma relação com a área das Ciências da Natureza, especificamente a Física. Estas pesquisas abordam conceitos como, ondas sonoras e velocidade média, além disso, utilizam como recursos os *softwares*, livros didáticos e papel/lápis. Cabe destacar que, para abordar conceitos da Química e da Biologia, poderiam ter associado o tema funções ao estudo de meia vida de fármacos, decaimento radioativo e o crescimento populacional de bactérias e fungos.

Diante do número pouco expressivo de pesquisas que se dedicou a explorar o conceito de função e sua relação com as Ciências da Natureza, sublinha-se que, a maioria das pesquisas, aborda situações que são apenas ilustrativas. Desse modo, o estudante não é provocado a mobilizar conceitos de diferentes áreas, mas sim regras e propriedades matemáticas.

Nesse sentido, pode-se perceber que o conceito de função é tratado, na maioria das vezes, como função numérica interna a Matemática. Recomenda-se que se amplie a abordagem deste conceito como ferramenta de modelagem de situações contextualizadas, conforme está proposto nos documentos curriculares e sublinha-se o potencial dos *softwares* para auxiliar no ensino do conceito de função.

## REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. Ag. **Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática**. Nova Escola Edição 270, Março 2014.
- BICUDO, M. A. V. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), p. 07-20, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática 5ª a 8ª série**. Brasília: SEF, 1998.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Medio (PCNEM)**. Brasília: Ministério da Educação, 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. (PCN+)**. Brasília: MEC/Semtec, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: SEB, 2006.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica (Org.). **Formação de Professores do Ensino Médio, Etapa II – Caderno V: Matemática / Ministério da Educação Básica**; [autores: Ana Paula Jahn... et al,]. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Brasília: SAEB, 2018.
- BONINI, A.; DRUCK, I. F.; BARRA, E. D. O. **Direitos à aprendizagem e ao desenvolvimento na educação básica: subsídios ao currículo nacional**. Disponível em <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/55911>. Acessado em 20 jun. 2018.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1 Ed. Lisboa. 1951.
- DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**, Campinas(SP):Papirus, p. 11-33, 2003.



DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas.** Org.: Tânia M. M. Campos. 1 Ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Quais teorias e métodos para a pesquisa sobre o ensino da matemática? **Práxis Educativa.** Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 305-330. 2012.

DUVAL, R. Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Entrevistadores: José Luiz Magalhães de Freitas e Veridiana Rezende. **Revista Paranaense de Educação Matemática,** Campo Mourão, v. 2, n. 3, jul./dez. 2013.

DUVAL, R. et al. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Florianópolis (SC), v. 11, n. 2, p. 01-78, 2016.

HENRIQUES, A; ALMOULOU, S. Ag. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciência & Educação,** Bauru, vol.22, n.2, p.465-487, 2016.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Org.: Dario Fiorentini, Sérgio Lorenzato. Campinas - SP: Autores Associados, 2006.

MACHADO, N. J. Mateologia, zero. Matemática, dez. **Pátio: Revista Pedagógica,** Porto Alegre, v.12, n.47, p.12-15, 2008.

MCCONNELL, J. **Uso de computadores e calculadoras no aprendizado da álgebra,** 1995. In: As ideias da Álgebra. Organizadores: COXFORD, Arthur. F.; SHULTE, Albert. P. Tradução: DOMINGUES. H. H. São Paulo: Atual, 1994.

MUNIZ, C. A.; SILVA, H. A. A Formação do Professor de Matemática no Curso de Licenciatura: Reflexões Produzidas pela Comissão Paritária SBM/SBEM. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. n 21. 2013.

NCTM (2007). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. (Tradução portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics). Lisboa: APM.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico.** Ministério da Educação de Portugal; 2009.

SANTOS, C. A. B.; CURI, E. Os Registros de Representação Semiótica como Ferramenta Didática no Ensino da Disciplina de Física. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis (SC), v. 06, n. 1, p.1-14, 2011.

SANTOS, G. L. D; BARBOSA, J. C. Um modelo teórico de Matemática para o Ensino do Conceito de Função a partir de realizações em livros didáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19. n.2, p 315-338, 2017.

SILVA, M. A.; PIRES, C. M. C. A riqueza nos currículos de Matemática do Ensino Médio: em busca de critérios para seleção e organização de conteúdos. *Zetetiké*, Campinas, v. 21, n. 39, p. 19-52, jan./jun. 2013.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações de variáveis, 1995. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.) **As ideias da Álgebra**. Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1994.

HOUSE, Peggy A. **Álgebra: ideias e questões**, 1995. In: *As ideias da Álgebra*. COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert. P. (ORG.) Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1994.

VAN DE WALLE, Jonh. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: COLONESE, P. H. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584 p.

## APENDICES

### Apêndice A

**Quadro 10 - Identificação dos doze artigos analisados**

	<b>Título</b>	<b>Autores</b>	<b>Periódico</b>
A5	A Gênese Instrumental na Interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática	Celina A. A. P. Abar; Sergio Vicente Alencar	Bolema
A6	Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o GeoGebra	Daniele C. Gonçalves; Frederico da Silva Rei	Bolema
A7	Ensino de Funções Polinomiais de Grau Maior que Dois Através da Análise de seus Gráficos, com Auxílio do <i>Software</i> Graphmatica	Clóvis José Dazzi; Maria Madalena Dullius	Bolema
A13	Ideias básicas de função no 9º ano do ensino fundamental: uma sequência de atividades com o auxílio do software <i>Winplot</i>	Karina de Oliveira Castro	Revemat
A16	Explorando os coeficientes da função quadrática por meio do <i>software Winplot</i> : Uma experiência com alunos do 2º ano do Ensino Médio	Mauricio Ramos Lutz; Aline Silva de Bona	Revemat
A18	Tecnologias digitais no ensino: discussões a partir de propostas desenvolvidas por licenciandos envolvendo polinômios	Maria Ivete Basniak; Dirceu Scaldelai; Celine Maria Paulek; Natali Angela Felipe	Educação Matemática Pesquisa
A19	Investigação matemática com o GeoGebra: um exemplo com matrizes e determinantes	Duelcí A. de Freitas Vaz; Elivanete Alves de Jesus	Boletim Gepem
A20	Construção de fractais usando o <i>software</i> GeoGebra	Teresinha A. F. Padilha; Maria Madalena Dullius; Marli Teresinha Quartieri	Boletim Gepem
A21	Características do pensamento algébrico de estudantes do Ensino Médio com equações do 1º grau	Claudia L. O. Groenwald; Ednei Luis Becher	Acta
A28	Explorar e comunicar ideias sobre isometrias	Maria Auxiliadora Lage Maria Clara R. Frota	Vidya
A29	Explorando modelos matemáticos trigonométricos a partir de <i>applets</i>	Marlizete Franco da Silva; Maria C. Rezende Frota	Vidya
A30	Análise das estratégias utilizadas pelos estudantes no estudo de funções logarítmicas e exponenciais	Adriana Tiago dos Santos; Barbara Lutaif Bianchini	Vidya

Fonte: Sobrinho (2019).

## Apêndice B

Quadro 11 - Organização das 28 pesquisas mapeadas

Ident.	Título	Autores	Programa	Ano
P1	Função Quadrática: Um estudo didático de uma abordagem computacional	Diana Maia (Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud)	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP	2007
P3	Análise da Abordagem de Função adotada em livros didáticos de matemática da educação básica	Umberto Almeida Silva (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PUC/SP	2007
P4	Conceito de Função: atividades introdutórias propostas no material de matemática do ensino fundamental da rede pública estadual de São Paulo	Alexandre de Paula Silva (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PUC/SP	2008
P5	Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil	Marcos José Ardenghi – (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Sonia Barbosa Camargo Iglioni)	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP	2008
P6	Questões objetivas sobre funções das provas de matemática do vestibular da UFRN dos anos de (2001 a 2008): um diagnóstico sobre os erros que os candidatos cometem	Jailson da Costa Pontes – (Prof. Dr. Isauro Beltrán Nuñez)	Mestrado em Ciências Naturais e Matemática - UFRN	2008
P7	Funções em livros didáticos: relações entre aspectos visuais e textuais	Luis Manuel Peliz Marques Bica – (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Sônia Pitta Coelho)	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP	2009
P8	A função exponencial no caderno do professor de 2008 da secretaria do estado de São Paulo, análise de atividades realizadas por alunos da 2ª série do ensino médio	Cláudia Vicente de Souza – (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PUC/SP	2010
P9	O tratamento dado ao conceito de função em livros didáticos da educação básica	Ligia Maria da Silva – (Prof. Dr. Benedito Antonio da Silva)	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PUC/SP	2010
P10	Funções: Um estudo baseado nos três mundos da matemática	Norberto Machado Angelini – (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Vera Helena Giusti de Souza)	Mestrado em Educação Matemática – UNIAN	2010
P11	O ensino da função logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do <i>software</i> Geogebra	Adriana Tiago Castro dos Santos (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP	2011
P12	O uso de Tecnologias no Ensino Médio: A integração de Mathlets no Ensino da Função Afim	Vilmar Gomes da Fonseca (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Angela Rocha dos Santos)	Mestrado em Ensino de Matemática – UFRJ	2011
P13	Os Registros de Representação no Ensino de Função Polinomial do 1º Grau: Uma proposta para o Caderno do Aluno do Estado de São Paulo	Aislan Totti Bernardo (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes)	Mestrado em Educação Matemática – UNIBAN	2011

P14	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no Ensino de Funções Quadráticas: Contribuições para compreensão das diferentes representações	Anna Luisa de Castro (Prof.ª Dr.ª Maria Elisabete Brisola Brito Prado)	Mestrado em Educação Matemática – UNIBAN	2011
P15	O uso de problemas no ensino e aprendizagem de Funções Exponenciais e Logarítmicas na Escola Básica	Rodrigo Sychocki da Silva (Prof.Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso)	Mestrado em Ensino de Matemática – UFRGS	2012
P16	A Noção de Função Quadrática na Transição entre os Ensino Fundamental, Médio e Superior	Alessandra Azzolini da Silva (Prof.ª Dr.ª Marlene Alves Dias)	Mestrado em Educação Matemática – UNIBAN	2012
P17	Expectativas Institucionais relacionadas à transição entre o Ensino Médio e Ensino Superior para o caso da noção de Função Exponencial	Sirlene Neves de Andrade (Prof.ª Dr.ª Marlene Alves Dias)	Doutorado em Educação Matemática – UNIBAN	2012
P18	As Diferentes Representações ao se fazer a transposição didática do conceito de Função	Edson Alkimim (Prof.ª Dr.ª Maria Auxiliadora Vilela Paiva)	Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – IFES	2013
P19	Introdução ao conceito de Integral de Funções Polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentadas em princípios da Modelagem Matemática	Carlos Antônio da Silva (Prof. Dr. Benedito Antonio da Silva)	Doutorado em Educação Matemática – PUC/SP	2013
P20	Função Seno: Um estudo com o uso do <i>Software Winplot</i> com alunos do Ensino Médio	Cláudia Pereira dos Santos (Prof.ª Dr.ª Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado Profissional em Educação Matemática – PUC/SP	2013
P21	O Geogebra como recurso didático para aprendizagem do esboço de gráficos de Funções que diferem de outras por uma composição de isometrias ou homotetias	Anayara Gomes dos Santos (Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra)	Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – UFAL	2013
P22	A transição das Razões para as Funções Trigonométricas	Paulo Masanobo Miashiro (Prof.ª Dr.ª Maria Elisa Esteves Lopes Galvão)	Mestrado em Educação Matemática – UNIBAN	2013
P23	Dissertações Brasileiras sobre o Ensino de Função Afim, a partir da implementação de sequências didáticas, produzidas no período de 2009 a 2012: Questões para formação de professores e para pesquisa	Carolina Freire Pinto (Prof. Dr.ª Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira)	Mestrado em Ensino de Matemática - UFRJ	2014
P24	A noção de Função: Uma abordagem centrada em situações de aprendizagem	Juvenal de Gouveia (Prof.ª Dr.ª Marlene Alves Dias)	Doutorado em Educação Matemática - UNIAN	2014
P25	Um experimento apoiado na Teoria dos Registros de Representações Semióticas sobre o ensino de Função Linear Afim em um Ambiente Computacional	Cristiano Souza Ramos (Prof. Dr. Luiz Gonzaga Xavier de Barros)	Mestrado em Educação Matemática - UNIAN	2014
P26	Um estudo sobre o ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio e no Ensino Superior no Brasil e na França	Laerte Silva da Fonseca (Prof. Dr. Luiz Gonzaga Xavier de Barros)	Doutorado em Educação Matemática - UNIAN	2015
P27	A influência do <i>Software Geogebra</i> na aprendizagem de funções quadráticas	Igor Roberto Gonçalves Teixeira	Mestrado em Educação	2016

		(Eduardo Silva Palmeira)	Matemática - UESC	
P28	Uma proposta de níveis de aprendizagem para o tópico de funções no Ensino Médio	Eduarda de Jesus Cardoso (Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Lilian Nasser)	Mestrado em Ensino de Matemática - UFRJ	2016
P29	Estudo de Funções trigonométricas em dois ambientes de aprendizagem no Ensino Médio	Helder Lima Silva (Prof. Dr. Afonso Henriques)	Mestrado em Educação Matemática - UESC	2017

Fonte: Sobrinho (2019).

## Apêndice C

### Quadro 12 - Artigos submetidos para revistas científicas

<b>Artigos submetidos para periódicos</b>	
SOBRINHO, A.; SOARES, M. A.	Ensino e aprendizagem de conceitos algébricos com <i>softwares</i> : um panorama a partir de produções acadêmicas. <b>Revista Boletim Online de Educação Matemática.</b>
SOBRINHO, A. ANDREATTA, L.	A relação da Matemática com as Ciências da Natureza a partir do conceito de função: um estudo de dissertações e teses. <b>Revista Paranaense de Educação Matemática.</b>

Fonte: Sobrinho (2019).