

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE CIÊNCIAS BÁSICAS DA SAÚDE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Andressa Sanches Teixeira Sobrinho

**UMA ANÁLISE SOBRE CONCEITOS ALGÉBRICOS EM PRODUÇÕES
ACADÊMICAS: QUESTÕES PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PARA
PESQUISA**

Porto Alegre

2019

Andressa Sanches Teixeira Sobrinho

**UMA ANÁLISE SOBRE CONCEITOS ALGÉBRICOS EM PRODUÇÕES
ACADÊMICAS: QUESTÕES PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PARA
PESQUISA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde do Instituto de Ciências Básicas da Saúde da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de mestra em Educação em Ciências.

Orientador(a): Prof. Dr. Luciano Andreatta Carvalho da Costa

Porto Alegre

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. Dr. Rui Vicente Oppermann

Vice-Reitora: Profa. Dra. Jane Tutikian

INSTITUTO DE CIÊNCIAS BÁSICAS DA SAÚDE

Diretora: Profa. Dra. Ilma Simoni Brum da Silva

Vice-Diretor: Prof. Dr. Marcelo Lazzaron Lamers

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Coordenadora Geral (UFRGS): Profa. Dra. Maria do Rocio Fontoura Teixeira

Coordenador Adjunto (UFRGS): Prof. Dr. Edson Luiz Lindner

CIP - Catalogação na Publicação

Teixeira Sobrinho, Andressa Sanches

UMA ANÁLISE SOBRE CONCEITOS ALGÉBRICOS EM PRODUÇÕES ACADÊMICAS: QUESTÕES PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PARA PESQUISA / Andressa Sanches Teixeira Sobrinho. - 2019.

63 f.

Orientador: Luciano Andreatta Carvalho da Costa.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Ciências Básicas da Saúde, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, Porto Alegre, BR-RS, 2019.

1. Funções. 2. Ciências da Natureza. 3. Conceitos Algébricos . 4. Softwares. I. Carvalho da Costa, Luciano Andreatta, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

PPGQVS/UFRGS

Rua: Ramiro Barcelos, 2600 – Prédio Anexo CEP: 90035-003 – Porto Alegre/RS Email: educaociencias@ufrgs.br

Andressa Sanches Teixeira Sobrinho

**UMA ANÁLISE SOBRE CONCEITOS ALGÉBRICOS EM PRODUÇÕES
ACADÊMICAS: QUESTÕES PARA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PARA
PESQUISA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde do Instituto de Ciências Básicas da Saúde da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de mestra em Educação em Ciências.

Aprovado em: 30 / 08 / 2019

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Vicente Lima Robaina (Relator – UFRGS – PPGQVS)

Prof. Dr. Vandoir Stormowski (UFRGS)

Prof. Dr^a. Rita Pistóia Mariani (UFSM)

Dedico este trabalho aos meus pais Luís e Fátima, meu Esposo Marcel e meu filho João Luís por terem me apoiado e compreendido todos os momentos que estive ausente.

Agradecimentos

Agradeço a Deus por me abençoar com a vida que tenho. Agradeço aos meus pais por todo amor, carinho e dedicação de uma vida inteira. Agradeço ao meu esposo por todas as horas e minutos abdicados de estarmos juntos, por cuidar do nosso filho, por ser meu motorista nas viagens para assistir aulas, apresentar trabalhos, assistir seminários, enfim, por todos os momentos que me incentivou e apoiou para que este dia chegasse. Agradeço ao meu filho por ter nascido, neste período tão agitado da minha vida, para me dar mais forças para concluir esta etapa da minha trajetória acadêmica.

Agradeço a minha madrinha Cláudia, em especial, por disponibilizar não só sua casa, mas seu tempo e dedicação todas as vezes que precisei de um cantinho para ficar em Porto Alegre.

Agradeço a todos os meus professores que de alguma forma contribuíram para que este momento chegasse.

Agradeço a minha professora e amiga Prof.^a Dr.^a Maria Arlita Soares por todos os ensinamentos, pelo finais de semana, que embora fossem seus únicos dias de descanso, sempre disponibilizou do seu tempo para me atender e contribuir com esta pesquisa.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Luciano Andreatta por todos os ensinamentos e as partilhas de conhecimento.

A todos, muito obrigada por fazerem parte da minha vida.

*“O futuro pertence àqueles que
acreditam na beleza de seus
sonhos...”(Eleanor Roosevelt)*

RESUMO

Este trabalho propõem mapear e analisar de que forma o conceito de função é abordado em produções acadêmicas que exploram o uso de *softwares* e/ou buscam relações com as Ciências da Natureza. Para tal, fundamenta-se nas propostas curriculares, no que discutem pesquisadores da Educação Matemática sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, bem como na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Os dados produzidos a partir de uma Metanálise tiveram como fonte de produção de dados pesquisas de Pós-Graduação, dissertações e teses, e artigos científicos publicados em periódicos que publicam artigos da Educação Matemática. Os resultados demonstram a predominância de sequências didáticas, na Educação Básica, que tratam do conceito de função com a utilização de *softwares* e/ou por meio de situações contextualizadas. Quanto ao uso de *softwares* destaca-se potencialidades, como, permitem trabalhar de forma rápida e precisa com diferentes representações concomitantemente, mas também apresentam limites, como, falta de recursos tecnológicos nas escola ou a insegurança para manusear estas ferramentas. Percebe-se que, a maioria das produções utiliza situações contextualizadas com as Ciências da Natureza como cenário para ilustrar o enunciado das questões, poucas produções exigiam a mobilização de conceitos das Ciências da Natureza para resolução das atividades propostas. Ao que tange a Teoria dos Registros de Representação Semiótica verifica-se que os principais aspectos explorados nas produções ao tratar do conceito de função são as transformações cognitivas, em especial, a conversão e a importância de mobilizar diferentes representações do objeto função. Dentre as características do pensamento algébrico, raciocinar, resolver problemas e representar, verifica-se que a importância das representações teve maior destaque nas produções de forma geral. No entanto, salienta-se que é fundamental para o entendimento do conceito de função o exercício das demais características, que incluem a capacidade de relacionar propriedades do objeto e generalizar as relações válidas para certa classe de objetos, assim como modelar situações. Cabe salientar que, a maioria das produções não teve como foco problematizar o desenvolvimento do pensamento algébrico, mas sim apresentar situações que explorassem o conceito de função e o uso de *softwares*. Sendo assim, foi possível constatar que a maioria das produções tratam o conceito de função interno a própria Matemática. Entretanto, recomenda-se que amplie-se a abordagem deste conceito como ferramenta de modelagem de situações contextualizadas, conforme o que está proposto nos documentos curriculares e sublinha-se o potencial dos *softwares* para auxiliar a abordagem deste conceito.

Palavras-chave: Funções. Ciências da Natureza. Conceitos Algébricos. *Softwares*.

ABSTRACT

This paper proposes to map and analyze how the concept of function is approached in academic productions that explore the use of software and / or seek relationships with the Natural Sciences. For such, it is based on the curricular proposals, in which Mathematics Education researchers discuss about the teaching and learning process of Mathematics, as well as on the Theory of Semiotic Representation Records. The data produced from a meta-analysis had as source of data production of postgraduate research, dissertations and theses, and scientific articles published in journals that publish Mathematical Education articles. The results demonstrate the predominance of didactic sequences in Basic Education, which deal with the concept of function with the use of software and / or through contextualized situations. With regard to the use of software, the potentialities that stand out are, such as, allowing to work quickly and accurately with different representations concurrently, but also have limits, such as lack of technological resources in schools or insecurity to handle these tools. Most of the productions use situations contextualized with the natural sciences as a scenario to illustrate the wording of the questions, few productions required the mobilization of concepts from the natural sciences to solve the proposed activities. Regarding the Theory of Semiotic Representation Records, it is verified that the main aspects explored in the productions when dealing with the concept of function are cognitive transformations, especially the conversion and the importance of mobilizing different representations of the function object. Among the characteristics of algebraic thinking, reasoning, problem solving and acting, it can be seen that the importance of representations was more prominent in productions in general. However, it is emphasized that it is fundamental to the understanding of the concept of function the exercise of other characteristics, which include the ability to relate object properties and generalize the valid relations for a certain class of objects, as well as modeling situations. It should be noted that most of the productions did not focus on problematizing the development of algebraic thinking, but on presenting situations that explored the concept of function and the use of software. Thus, it was found that most of the productions deal with the concept of internal function to mathematics itself. However, it is recommended to broaden the approach of this concept as a modeling tool of contextualized situations, as proposed in the curriculum documents and underline the potential of software to assist the approach of this concept.

Keywords: Functions. Natural sciences. Algebraic Concepts. Software.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Atividade contextualizada.....	50
Figura 2 - Atividade contextualizada.....	51
Figura 3 - Atividade contextualizada.....	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Mapeamento de periódicos	27
Quadro 2 - Participantes das pesquisas mapeadas.....	28
Quadro 3 - Conceitos Matemáticos e softwares escolhidos.....	30
Quadro 4 - Organização das pesquisas mapeadas por programa de Pós- Graduação	44
Quadro 5 - Organização das pesquisas por nível de ensino.....	45
Quadro 6 - Categorias e sub-categorias dos procedimentos metodológicos da pesquisa.....	47
Quadro 7 - Conteúdos de Funções	48
Quadro 8 - Localização dos termos “Ciências da Natureza, Física, Química, Biologia” nos textos	49
Quadro 9 - Localização dos termos “Registros de Representação Semiótica e Duval” nos textos	49
Quadro 10 - Identificação dos doze artigos analisados	62
Quadro 11 - Organização das 28 pesquisas mapeadas.....	63
Quadro 12 - Artigos submetidos para revistas científicas	65

Sumário

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 METODOLOGIA.....	17
3 ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ALGÉBRICOS COM <i>SOFTWARES</i> : UM PANORAMA A PARTIR DE PRODUÇÕES ACADÊMICAS....	21
4 A RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM AS CIÊNCIAS DA NATUREZA A PARTIR DO CONCEITO DE FUNÇÃO: UM ESTUDO DE DISSERTAÇÕES E TESES	36
5 CONCLUSÕES	56
REFERÊNCIAS	59
APENDICES	62

1 INTRODUÇÃO

O cenário desta pesquisa foi delimitado baseado na trajetória acadêmica profissional da pesquisadora, participante desde o ingresso no Curso de Ciências Exatas (Matemática) – Licenciatura, do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) – como bolsista do subprojeto Matemática. Neste período, foram realizadas intervenções em sala de aula que proporcionaram os primeiros contatos com os estudantes da Educação Básica. Pode-se perceber que nas atividades desenvolvidas indícios de que os estudantes encontravam dificuldades em relação aos conceitos matemáticos, em especial, os algébricos. O estudo da Álgebra estava, muitas vezes, associado a um conjunto de regras e transformações de expressões simbólicas.

Para ampliar os conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática buscou-se no grupo de pesquisa matE² (Educação e Educação Matemática), do qual a autora faz parte, discutir dimensões subjacentes às temáticas de currículo, trabalho docente, políticas públicas, gestão educacional e formação de professores. O grupo conta com a presença de pesquisadores da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ). Dentre as atividades do grupo, destacaram-se as leituras e discussões acerca do processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, no que tange aos aspectos históricos, epistemológicos e metodológicos, pois potencializam compreender a importância deste campo na compreensão de ideias matemáticas (equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação).

A partir destes estudos delineou-se o tema do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da pesquisadora, intitulado por “*Desenvolvimento do Pensamento algébrico e os softwares de Matemática dinâmica: uma metanálise de produções brasileiras*”, tendo por objetivo identificar e analisar as pesquisas publicadas em periódicos brasileiros da Educação Matemática que problematizam, simultaneamente, o desenvolvimento do pensamento algébrico e o uso de tecnologias (em particular, *softwares*).

Após a conclusão da graduação a pesquisadora atuou como professora da Educação Básica em escolas da rede municipal de Cachoeira do Sul, assim como ministrou aulas particulares para estudantes do Ensino Fundamental e Médio. A experiência como professora possibilitou constatar que os estudantes apresentam dificuldades em conceitos algébricos, possivelmente porque entendem a Álgebra como

conjunto de regras e manipulações de símbolos que contribui para tornar a Matemática abstrata, mecanizada e descontextualizada do mundo fora da escola.

Ao que tange o ensino e aprendizagem da Matemática, considera-se relevante destacar algumas recomendações, de pesquisadores da área da Educação Matemática e propostas curriculares voltadas para a Educação Básica, para abordagem desta disciplina em sala de aula. Primeiramente, a importância de enfatizar o macrossignificado da Matemática para os estudantes. Qual o professor de Matemática que ainda não foi questionado pelo estudante sobre o significado (aplicação imediata) do conteúdo que está aprendendo? No entanto, ter significado é mais que ter aplicações imediatas. O estudante deve ter conhecimento do macrossignificado da Matemática, ou seja, sua importância para a resolução de problemas e relevância como linguagem das Ciências (MACHADO, 2008).

Ainda quanto as recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) sublinham que esta disciplina deve ser articulada com outras áreas. Para tal, destacam a importância da contextualização e interdisciplinaridade para conectar as diferentes áreas (BRASIL, 2000). Além disso, a Álgebra merece destaque como ramo da Matemática que permite conectar conceitos matemáticos e outras áreas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; USISKIN, 1995).

Nesse sentido, ao tratar de Álgebra para Educação Básica é importante destacar alguns aspectos relacionados ao seu ensino e aprendizagem. O ensino da Álgebra não deve limitar-se a manipulação de símbolos e expressões algébricas, pois a linguagem algébrica é mais que isso, é um instrumento imprescindível para a resolução de problemas. Para entender sobre o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, torna-se essencial a compreensão das diferentes concepções desse campo e sua natureza (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Existem diferentes concepções da Álgebra, com base no entendimento das funções das letras em cada situação-problema, a saber: Equação, Função, Estrutural e Aritmética Generalizada (USISKIN, 1995). Para construir a compreensão dos conceitos algébricos e procedimentos algébricos é recomendado um trabalho articulado entre estas quatro concepções, bem como considerar outros aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

O desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser considerado o foco da Álgebra na Educação Básica e possui três vertentes a serem consideradas: representar, raciocinar e resolver problemas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). A importância da

vertente representar pode ser destacada pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Reymond Duval. A Matemática possui uma especificidade em relação a outras áreas do conhecimento, pois o objeto matemático só pode ser acessado via Representações Semióticas. Além disso, a aquisição de um conceito está vinculada a coordenação entre, pelo menos, dois tipos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2011).

Quanto a vertente raciocinar, que envolve os processos de raciocínio indutivo e dedutivo, espera-se que sejam exploradas as capacidades de relacionar e generalizar. Já a vertente resolver problemas, inclui o desenvolvimento das capacidades de modelar situações, mobilizar e coordenar diversas representações.

Ao tratar do desenvolvimento do pensamento algébrico, torna-se importante destacar o papel das tecnologias, em particular, os *softwares* elaborados para o ensino e aprendizagem da Matemática. De acordo com alguns pesquisadores (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; DUVAL, 2011; VAN DE WALLE, 2009; MCCONNELL, 1995), o trabalho com os *softwares* provoca o estudante a exercitar a capacidade de julgamento, iniciativa e compreensão, além disso, possibilita explorar diferentes representações concomitantemente e os objetos matemáticos são apresentados com maior precisão e melhor visualização.

Diante deste contexto, optou-se por pesquisar sobre ensino e aprendizagem de conceitos algébricos na Educação Básica, com o ingresso no Programa de Pós- Graduação de Educação em Ciências, nível de Mestrado, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. A partir da importância do desenvolvimento do pensamento algébrico, da relevância da linguagem algébrica para outras áreas e do potencial dos *softwares* para abordar conceitos algébricos, delineou-se o problema de pesquisa deste estudo: *“De que forma o conceito de função é abordado em produções acadêmicas que exploram uso de softwares e/ou buscam relações com as Ciências da Natureza?”*

Para responder o problema de pesquisa anunciado tem-se como objetivo mapear e analisar de que forma o conceito de função é abordado em produções acadêmicas que exploram o uso do *software* e/ou buscam relações com as Ciências da Natureza? Para tanto, pretende-se atingir os seguintes objetivos específicos: 1) Verificar quais aspectos da teoria dos Registros de Representação Semiótica são explorados nas produções mapeadas ao tratar do conceito de função; 2) Identificar potencialidades e limites do uso de *softwares* no estudo do conceito de função; 3) Averiguar quais características do

pensamento algébrico são enfatizadas nas produções; 4) Analisar se e como fenômenos das Ciências da Natureza são contextos para o ensino do conceito de função.

Para responder a questão de pesquisa e contemplar os objetivos propostos, organizou-se este trabalho em cinco capítulos, brevemente descritos a seguir:

O Capítulo 2 compreende a escolha metodológica que é a Metanálise, uma vez que o interesse está em reunir dados a partir do mapeamento de pesquisas já elaboradas, tomadas como significativas sobre o tema em estudo, e obter uma síntese. Desse modo, interpreta-se produções acadêmicas que versam sobre o tema em questão visando ampliar as discussões à respeito.

No Capítulo 3 expõe-se como estão sendo abordadas questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de conceitos algébricos com o auxílio de *softwares* de matemática dinâmica em pesquisas publicadas em periódicos brasileiros da Educação Matemática.

No Capítulo 4 apresenta-se um mapeamento com o intuito de explorar produções acadêmicas referentes ao tema funções. Desse modo, pretende-se apontar pesquisas de Pós-Graduação, dissertações e teses, que versam sobre o conceito matemático “função” relacionado a outras áreas do conhecimento, a saber: Física, Química e Biologia.

Para concluir, o Capítulo 5, apresenta as conclusões desta pesquisa.

2 METODOLOGIA

O percurso metodológico desta dissertação segue os pressupostos da pesquisa qualitativa. De acordo com Bicudo (2014) a pesquisa qualitativa, muitas vezes, criticada por pesquisadores que trabalham com quantidades, tem prevalecido como escolha nas áreas das Ciências Humanas, Saúde e principalmente na Educação. Provavelmente, porque busca contextualizar o fenômeno investigado, a ocorrência de acontecimentos e a problemática levantada.

Ao que tange a pesquisa qualitativa, existem diversos métodos para realizar a análise dos dados. Dentre estes, destaca-se a Metanálise, desenvolvida para integrar os resultados apontados por dois ou mais estudos, a respeito de um mesmo tema. Nesse sentido, a Metanálise é uma combinação de resultados oriundos de diferentes estudos independentes (BICUDO, 2014).

Desse forma, o método escolhido para analisar os dados nesta pesquisa segue as orientações da Metanálise que

[...] ao se definir um tema como significativo por responder a uma interrogação ou pergunta de fundo de uma área de investigação, buscam-se pesquisas qualitativas que tenham como alvo a investigação de aspectos desse tema e da interrogação ou pergunta formulada. Esse procedimento traz também suas complexidades. Mas, atendo-me à questão da análise hermenêutica ou de conteúdo e ao procedimento criterioso de analisar descrição por descrição. A busca é por indícios que apontam para o tema, para que se preencham as lacunas de uma pesquisa com estudos havidos em outra. Esse processo é demorado e exaustivo. Acrescente-se a esses aspectos, a constante atenção do pesquisador e de sua equipe quanto à interrogação ou pergunta e ao tema, para que não percam o fio condutor de sua investigação. (BICUDO, 2014, p. 12).

Além disso, é fundamental que exista uma visão em comum de conhecimento entre as pesquisas analisadas, que exista um consenso, não devem defender ideias contrárias.

De acordo com a mesma autora a Metanálise “trata-se de um movimento reflexivo sobre o que foi investigado, sobre como a pesquisa foi conduzida e, ainda, atentar-se para ver se ela responde à interrogação que a gerou” (BICUDO, 2014, p. 13). Ainda se recomenda que, exista a reflexão para aquele que está pesquisando e para o contexto que a pesquisa está inserida.

Na concepção de Fiorentini e Lorenzato (2006), a Metanálise é uma revisão de outras pesquisas, de forma sistemática, visando transcender os estudos já feitos sobre algum tema. Os autores elucidam que os estudos metanalíticos diferem dos estudos do

tipo estado da arte, pois não tratam da descrição de aspectos ou tendências gerais da pesquisa, mas sim de uma análise crítica de um conjunto de estudos.

Desse modo, a caminhada para a realização deste trabalho, inicia-se com a busca por trabalhos acadêmicos que problematizassem sobre conceitos algébricos e o uso de tecnologias (*softwares*), simultaneamente. Esta busca foi realizada em periódicos que publicam artigos da área da Educação Matemática, como: Boletim Gepem (UFRRJ¹), Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP²), Educação Matemática em Revista (SBEM-RS³), Zetetiké (UNICAMP⁴), Bolema (UNESP⁵), Revemat (UFSC⁶), Acta (ULBRA⁷), e Vidya (UFN⁸). Optou-se por estes periódicos em função do Qualis (A1 e A2) na área de Ensino, com exceção do Boletim Gepem (Qualis B1), este por ser o periódico mais antigo na área da Educação Matemática. Além disso, todos possuem artigos disponíveis para *download*. Ainda, os dois periódicos que não tratam exclusivamente de pesquisas em Educação Matemática (Vidya e Acta) foram escolhidos por estarem vinculados a instituições do Estado da Federação em que a pesquisa foi realizada. Este critério também justifica a escolha do periódico Educação Matemática em Revista (SBEM-RS), além deste ter Qualis A2 na área de Ensino.

Para o mapeamento, foram elencados os descritores: pensamento algébrico, Álgebra, tecnologias, *softwares*, Geogebra, Winplot, Graphmat. A escolha destes foi devido a intenção de identificar e analisar as pesquisas, publicadas em periódicos brasileiros que publicam artigos da área da Educação Matemática, que problematizassem o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (*softwares*), simultaneamente.

A partir dos descritores escolhidos buscou-se, no texto dos artigos, que o trabalho versasse sobre a Álgebra e o pensamento algébrico. Nessa primeira etapa, foram identificados trinta artigos que correspondiam às expectativas iniciais. Posteriormente, foi realizada outra seleção a partir da releitura dos trabalhos, observando os resumos e, na sequência, a fundamentação teórica, para identificar a presença das tecnologias (*softwares*), restando doze que contemplavam, concomitantemente, o primeiro e o

¹ Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

² Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

³ Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Rio Grande do Sul.

⁴ Universidade Estadual de Campinas.

⁵ Universidade Estadual Paulista – Júlio de Mesquita Filho.

⁶ Universidade Federal de Santa Catarina.

⁷ Universidade Luterana do Brasil – Canoas -RS.

⁸ Universidade Franciscana – Santa Maria – RS.

segundo critério. A partir destas doze produções⁹, serão analisados os seguintes critérios: objetivos, participantes (destacando, níveis de ensino), conteúdos, *softwares*, transformações cognitivas (tratamento e conversão), concepções da Álgebra e pensamento algébrico. Salienta-se que esta Metanálise faz parte do primeiro artigo que compõe o capítulo 3 desta dissertação, além disso, este artigo foi submetido à revista Boletim Online de Educação Matemática (BOEM).

Seguindo os objetivos da pesquisa, de posse dos resultados deste primeiro mapeamento, verificou-se a necessidade de buscar por pesquisas que tratassem do conceito algébrico, função, relacionando-o as disciplinas das Ciências da Natureza. Uma vez que, não havia pesquisas com esta temática no primeiro mapeamento. Então realiza-se a segunda análise que compõem esta dissertação, baseada em dissertações e teses, disponibilizadas publicamente, por meio eletrônico, no [catálogo de teses e dissertações da Capes](#). A busca contempla produções que versem sobre a relação entre a Matemática e as Ciências da Natureza ao tratar do conceito de função.

Desse modo, o primeiro recorte foi selecionar dentre os 158 cursos de Pós-Graduação disponíveis aqueles que dispunham de pesquisas relacionadas a Educação Matemática. Sendo assim, foram mapeados 53 cursos em Programas Brasileiros em Educação Matemática, Educação em Ciências e Matemática, Ensino de Matemática e Ensino de Ciências e Matemática. O foco foi delimitado para os trabalhos que tratam sobre o conceito de função, no período de 2007 a 2017, relacionando a Matemática a outras áreas do saber, como: física, química e biologia. Este recorte temporal deve-se ao fato da Capes a partir de 2006 garantir a divulgação de dissertações e teses online.

Para responder a questão de investigação “*De que forma relações entre a Matemática e disciplinas da área Ciências da Natureza são abordadas em produções acadêmicas que versam sobre o conceito de função?*” foi necessário dividir o mapeamento em algumas etapas. O critério adotado para selecionar as pesquisas, inicialmente, foi buscar as palavras função/ funções no título. Nesta busca identificou-se 163 pesquisas. Na segunda etapa, buscou-se nos textos as palavras Ciências da Natureza, Física, Química e Biologia, reduzindo o número inicial de pesquisas para 59. Das 59 pesquisas, selecionou-se aquelas que utilizaram como aporte teórico a teoria dos Registros de Representação Semiótica, obtendo assim, 28 pesquisas. A partir deste recorte compõe-se a primeira etapa das análises, na qual foram verificados os seguintes critérios:

⁹ A busca pelos artigos contemplou todo o repositório dos periódicos. No entanto, foram encontrados doze artigos, correspondentes a temática, à partir do ano de 2010.

Programas de Pós-Graduação, nível de ensino, aspectos metodológicos, conteúdos de funções e localização do termos (Ciências da Natureza, Física, Química, Biologia, Registros de Representação Semiótica e Duval) nos textos. Cabe ressaltar que, este capítulo 4 constitui outro artigo submetido para a Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM).

Sendo assim, salienta-se que os artigos científicos produzidos nesta pesquisa possibilitaram também que esta dissertação fosse construída na forma de integração.

3 ENSINO E APRENDIZAGEM DE CONCEITOS ALGÉBRICOS COM *SOFTWARES*: UM PANORAMA A PARTIR DE PRODUÇÕES ACADÊMICAS¹⁰

Introdução

Este texto é fruto da pesquisa realizada pela primeira autora para compor seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)¹¹, no qual buscou-se identificar e analisar os trabalhos publicados em periódicos brasileiros que publicam artigos da área da Educação Matemática que problematizam o ensino e a aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (em particular, *softwares*), simultaneamente. A escolha dessa temática foi pelo fato de que a Álgebra é uma área da Matemática que contribui para o desenvolvimento da criatividade, do raciocínio lógico e abstrato, das habilidades de gerar e comunicar ideias. Além disso, analisar as pesquisas já produzidas na área pode permitir uma compreensão diversificada das ideias da Álgebra, através de múltiplos enfoques dados pelos educadores matemáticos brasileiros e de outros países.

A produção de dados do TCC deu-se a partir da análise de nove artigos, identificados em sete periódicos brasileiros, que discutiam concomitantemente sobre conceitos algébricos e a utilização de *softwares*. O recorte temporal para a seleção dos artigos compreendeu o período de 2010 a 2015. A análise dos dados indicou que os *softwares* contribuem para a aprendizagem de conceitos algébricos, em especial, o de função, por facilitarem a visualização e mobilização de diferentes representações matemáticas.

Considerando os limites da pesquisa supracitada e a importância de continuar as investigações sobre questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de conceitos algébricos mediados por *softwares*, optou-se por ampliar o mapeamento das produções, considerando todo o repositório dos periódicos escolhidos, bem como a quantidade de periódicos, de sete para oito. Assim, este texto apresenta o mapeamento realizado em oito periódicos que publicam artigos da área da Educação Matemática, para identificar e analisar pesquisas que problematizaram o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (em particular, *softwares*), simultaneamente.

Para apresentar os dados produzidos no mapeamento, destaca-se inicialmente a fundamentação teórica acerca do ensino e aprendizagem da Álgebra e da importância da

¹⁰ Artigo submetido a revista Boletim Online de Educação Matemática (BOEM) no ano de 2019.

¹¹ TEIXEIRA, A. S. **O desenvolvimento do pensamento algébrico e os softwares de matemática dinâmica: metanálise de produções brasileira**. 2016. 30f. Trabalho de Conclusão de Curso – UNIPAMPA, Caçapava do Sul, 2016.

utilização dos *softwares* nesse campo da Matemática. Em seguida, expõe-se a metodologia utilizada para constituir as análises do mapeamento, as quais serão apresentadas na seção seguinte. Por fim, apontam-se as considerações finais.

Compreensões acerca do ensino e aprendizagem da Álgebra

O ensino da Álgebra, geralmente, limita-se à manipulação de símbolos e expressões algébricas, em detrimento do desenvolvimento das capacidades de abstração e generalização. A linguagem algébrica é mais que a manipulação de símbolos e pode ser imprescindível na resolução de problemas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, VAN DE WALLE, 2009).

Para entender o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, torna-se essencial aprofundar as discussões acerca das diferentes concepções desse campo e sua natureza. Usiskin (1995) apresenta diferentes concepções da Álgebra, com base no entendimento das funções das letras em cada situação-problema, a saber: Equação, Função, Estrutural e Aritmética Generalizada.

A concepção denominada Equação corresponde a resolver equações, nas quais as letras assumem a função de incógnitas ou constantes, tendo por finalidade simplificar e determinar expressões literais. Na concepção chamada de Função, tem-se por objetivo analisar a relação entre variações. Assim, o intuito não é determinar o valor das letras que, nesse caso, não são incógnitas e sim argumentos (representam valores de um domínio) ou parâmetros (representam um número do qual dependem outros números), ou seja, o objetivo é verificar como as variáveis variam. (USISKIN, 1995).

A concepção Estrutural refere-se à escrita algébrica, isto é, as variáveis são objetos da Álgebra abstrata, sem valor numérico ou representação gráfica. Nas tarefas que envolvem esta concepção, as letras serão manipuladas com a utilização de regras, como por exemplo, fatorar, simplificar expressões, reduzir termos semelhantes. Sublinha-se que, mesmo sendo abstratas, as manipulações devem ter significado e permitir conclusões. Na Aritmética Generalizada, as variáveis são generalizadoras de modelos, ou seja, o modelo é estendido até abranger infinitas possibilidades. Segundo Usiskin (1995), a noção de variável como generalizadora é imprescindível para a modelagem matemática.

Entende-se que, para construir a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos, é importante um trabalho articulado entre essas quatro concepções, bem como considerar os aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Isto porque o foco do ensino da Álgebra, para Ponte, Branco e Matos (2009), Van de Walle

(2009), está no desenvolvimento do pensamento algébrico, pois este permite “utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (BRASIL, 2018, p. 80).

Ao tratar de aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico, Ponte, Branco e Matos (2009) descrevem as capacidades relacionadas a este pensamento. Para os autores,

[...] o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também é o “sentido de símbolo” (*symbolsense*), como diz Abraham Arcavi, que inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10).

Constata-se na citação acima que as capacidades relacionadas ao pensamento algébrico envolvem: a) compreender conceitos algébricos; b) estabelecer relações com outros campos da Matemática (por exemplo, Aritmética e Geometria); c) manipular símbolos. Também, percebe-se que o desenvolvimento dessas capacidades está vinculado à resolução de problemas.

Ponte, Branco e Matos (2009), fundamentados nas ideias do pesquisador James Kaput e considerando a complexidade de definir pensamento algébrico, descrevem três vertentes fundamentais: a) representar: diz respeito à capacidade do estudante em utilizar diferentes sistemas de representação; b) raciocinar: dedutivamente e intuitivamente, refere-se a capacidade de relacionar as propriedades dos objetos matemáticos e generalizar as relações válidas para certa classe de objetos; c) resolver problemas: inclui modelar situações, bem como usar diversas representações.

Para Van de Walle (2009), o pensamento algébrico, ou raciocínio algébrico, está relacionado ao generalizar, a partir das operações e números; formalizar, através da utilização de símbolos; explorar, padrões e funções. Para o autor, o pensamento algébrico é essencial na Matemática, tornando-a útil na vida cotidiana.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), a Matemática deve possibilitar o entendimento sobre números e Álgebra, mas não isoladamente de outros conceitos. Desse modo, a Álgebra está relacionada à resolução de problemas, ao entendimento da linguagem simbólica, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação do mundo real.

Os entendimentos de Ponte, Branco e Matos (2009), Van de Walle (2009) e as diretrizes dos PCN (BRASIL, 1998) sobre desenvolvimento do pensamento algébrico evidenciam a capacidade de representar um problema dado em língua natural na linguagem matemática, em particular, na linguagem algébrica. Considerando que o desenvolvimento dessa capacidade é fundamental para a aprendizagem em Matemática, recorre-se às ideias de Duval (2011, 2016) para compreender as especificidades desta área do conhecimento e da Álgebra.

Segundo Duval (2011, 2016), em sua teoria dos Registros de Representação Semiótica, a especificidade da Matemática, em relação às outras áreas do conhecimento, está no fato de que os objetos matemáticos são acessados somente por meio das diferentes representações semióticas. De acordo com o autor, a semiótica compreende registros e códigos. Um registro de representação semiótica é um sistema semiótico que desenvolve funções fundamentais para o funcionamento cognitivo consciente, “cujo poder para criar novas representações semióticas é ilimitado. O pensamento e a atividade matemática dependem totalmente da sinergia entre registros” (DUVAL, 2016, p. 4). Nesse sentido, Duval (2011, 2016) sugere que sejam utilizados na atividade matemática, pelo menos, dois tipos de registros de representação semiótica, e classifica-os em quatro tipos diferentes: língua natural, figuras geométricas, sistemas de escrita (numéricas, algébricas e simbólicas) e gráficos cartesianos.

Na atividade Matemática é importante distinguir dois tipos de transformações cognitivas: tratamento e conversão. O tratamento é uma transformação interna ao registro, por exemplo, a resolução de uma equação. “A conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro” (HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 469), por exemplo, transformar a escrita de uma função (registro algébrico), para um gráfico cartesiano (registro gráfico). Além disso, quando uma conversão é realizada torna-se importante considerar o sentido, ou seja, determinar o registro de partida e de chegada (DUVAL, 2011).

Diante deste contexto, percebe-se a importância do professor na elaboração de situações que exijam a mobilização das transformações cognitivas, destacadas por Duval (2011, 2016), em especial, a conversão e as três vertentes mencionadas por Ponte, Branco e Matos (2009), ou seja, busquem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

Ao falar do desenvolvimento do pensamento algébrico, torna-se importante destacar o papel das tecnologias, em particular, dos *softwares* elaborados para o processo

de ensino e aprendizagem da Matemática. De acordo com Van de Walle (2009), a tecnologia deve ser considerada uma parte das ferramentas educacionais para a aprendizagem, podendo auxiliar no entendimento dos conceitos matemáticos. Para Ponte, Branco e Matos (2009), as tecnologias, em especial os *softwares*, possibilitam relacionar informações dadas algebricamente com as representações gráficas e em tabelas, assim como apresentam os objetos matemáticos com maior precisão e melhor visualização.

Na visão de Duval (2011), é importante destacar a contribuição dos *softwares*, em relação aos outros modos de produção de representações semióticas. O autor afirma que devem-se analisar as tarefas cognitivas requeridas pela utilização destas ferramentas tecnológicas e sublinha que “eles constituem um modo fenomenológico de produção radicalmente novo, fundamentado na aceleração dos tratamentos” (DUVAL, 2011, p. 137). Neste sentido, obtém-se muito mais, em menos tempo, do que conseguiríamos à mão livre.

Em relação ao uso das tecnologias, em particular, os *softwares* para o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos, Mcconnell (1995) defende que a adoção das tecnologias no ensino da Matemática pode modificar a Álgebra, tornando-a mais dinâmica, rica em variedade de aplicações, por exemplo, explorar a representação algébrica concomitantemente com a gráfica, entre outros. Também, afirma que as tecnologias desafiam os professores a provocarem nos estudantes a capacidade de julgamento, iniciativa e compreensão.

Historicamente, os primeiros *softwares* matemáticos disponíveis eram utilizados para trabalhar com situações que poderiam ser resolvidas por meio de algoritmos; em outras palavras, para exercitar treinamento e prática (HOUSE, 1995). Entretanto, hoje estão disponíveis *softwares* que podem influenciar as práticas em sala de aula.

Programas gráficos, por exemplo, fazem o que nenhuma lousa ou nenhum retroprojetor pode fazer, além de fornecerem aos Professores meios dinâmicos para demonstrar e explorar conceitos importantes como o comportamento de funções e seus gráficos. As planilhas eletrônicas tornam o Professor e o aluno capazes de empreender investigações do tipo “E se...?”, como “E se você mudasse o argumento da função?” ou “E se você mudasse a hipótese para...?” (HOUSE, 1995, p. 6).

Sendo assim, as planilhas eletrônicas e os *softwares* integrados às atividades algébricas possibilitam um trabalho com gráficos e planilhas, que exige os conhecimentos algébricos, incentiva o trabalho de forma investigativa e também economiza tempo. A partir desse cenário acredita-se que a aprendizagem conceitual recebe mais atenção, visto que o tempo para o entendimento dos conceitos se expande e os procedimentos tornam-

se significativos. Problematizações aproximando os estudantes de situações reais podem ganhar espaço através desses recursos. Além disso, entende-se que os *softwares* apresentam um avanço em relação à articulação da Álgebra com a Geometria, pois os primeiros *softwares* restringiam-se aos objetos geométricos ou aos algébricos, sem articulá-los.

Percurso metodológico

O trabalho segue pressupostos da pesquisa qualitativa. Este tipo de pesquisa vem ganhando destaque, pois seu enfoque é relacionado à compreensão e discussão dos dados obtidos de maneira que o pesquisador problematize e não apenas apresente os resultados (BICUDO, 2014). Para a organização e análise dos dados buscaram-se orientações na Metanálise.

A Metanálise apresenta como característica principal o processo de reunir e reduzir dados, a partir do mapeamento de pesquisas, formando uma síntese. Entende-se que a Metanálise busca “integrar resultados de dois ou mais estudos, sobre um mesmo tema investigado” (BICUDO, 2014, p. 8). Portanto, trata-se de uma reflexão sobre o que foi investigado, na busca pelo sentido da investigação para o pesquisador, para o próprio tema investigado e para a região que se efetuou a pesquisa, procurando identificar tendências nas pesquisas analisadas.

Desse modo, foi realizado um mapeamento de trabalhos acadêmico-científicos publicados nos periódicos, a saber: Boletim Gepem (UFRRJ), Educação Matemática Pesquisa (PUC-SP), Educação Matemática em Revista (SBEM-RS), Zetetiké (UNICAMP), Bolema (UNESP), Revemat (UFSC), Acta (ULBRA), e Vidya (UFN). Optou-se por estes periódicos em função do Qualis (A1 e A2) na área de Ensino, com exceção do Boletim Gepem (Qualis B1), este por ser o periódico mais antigo na área da Educação Matemática. Além disso, todos possuem artigos disponíveis para *download*. Ainda, os dois periódicos que não tratam exclusivamente de pesquisas em Educação Matemática (Vidya e Acta) foram escolhidos por estarem vinculados a instituições do Estado da Federação em que a pesquisa foi realizada. Este critério também justifica a escolha do periódico Educação Matemática em Revista (SBEM-RS), além deste ter Qualis A2 na área de Ensino.

Para o mapeamento, foram elencados os seguintes descritores: pensamento algébrico, Álgebra, tecnologias, *softwares*, Geogebra, Winplot, Graphmat. A escolha destes foi devido a intenção de identificar e analisar as pesquisas, publicadas em

periódicos brasileiros que publicam artigos da área da Educação Matemática, que problematizassem o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (*softwares*), simultaneamente.

De acordo com os descritores escolhidos buscou-se, no texto dos artigos, que o trabalho versasse sobre a Álgebra e o pensamento algébrico. Nessa primeira etapa, foram identificados trinta artigos que correspondiam às expectativas iniciais. Posteriormente, foi realizada outra seleção a partir da releitura dos trabalhos, observando os resumos e, na sequência, a fundamentação teórica, para identificar a presença das tecnologias (*softwares*), restando doze que contemplavam, concomitantemente, o primeiro e o segundo critério. O Quadro 1 apresenta o quantitativo de produções identificadas e os periódicos em que foram publicadas.

Quadro 1 - Mapeamento de periódicos

Periódicos	1 etapa	2 etapa
Boletim Gepem	2	2
Educação Matemática Pesquisa	7	1
SBEM – RS	2	0
Zetetiké	2	0
Bolema	3	3
Revemat	4	2
Acta	4	1
Vidya	6	3
Total	30	12

Fonte: Sobrinho (2019).

A identificação das produções, deu-se por A1, A2, ... A28 e mais detalhes dos artigos analisados estão disponíveis no Apêndice A. A partir destas doze produções, serão analisados os seguintes critérios: objetivos, participantes (destacando, níveis de ensino), conteúdos, *softwares*, transformações cognitivas (tratamento e conversão), concepções da Álgebra e pensamento algébrico.

Análise dos artigos mapeados que versam sobre conceitos algébricos e os *softwares*

Os dados do Quadro 1 indicam que o número de produções acerca do tema investigado é maior nos periódicos Bolema e Vidya, seguido de Boletim Gepem e Revemat. Além disso, sublinha-se que as publicações que versam sobre conceitos algébricos e *softwares* concentraram-se no período de 2010 a 2015, sendo que 2013 foi o ano com maior número de publicações (cinco artigos).

A partir da análise dos objetivos das produções obteve-se: sete produções (A5, A6, A7, A20, A28, A29 e A30) com o intuito de elaborar e aplicar atividades com

estudantes categorizadas como organização/desenvolvimento de propostas pedagógicas para vários encontros; três produções (A16, A19, A21) tratam da organização/aplicação de atividades em apenas um encontro e foram categorizadas como desenvolvimento de atividades; já duas produções (A13 e A18) tem como foco a elaboração de atividades que não foram aplicadas. Sublinha-se que as produções possuem objetivos semelhantes, ou seja, buscam elaboração e/ou desenvolvimento de atividades, visando minimizar as dificuldades dos participantes em relação a temas da Álgebra. Além disso, as doze produções enfatizam o potencial da utilização de *softwares* como outra possibilidade para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Percebe-se, em geral, a preocupação dos autores em disponibilizar materiais didáticos para auxiliar práticas em sala de aula, bem como enfatizar a importância das tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática. De acordo com os autores do artigo A16, “*A importância da realização de tal pesquisa deve-se à necessidade de incluir o uso das tecnologias na disciplina de Matemática e à carência de material didático voltado para esse fim*” (A16, 2015, p. 209).

A análise dos objetivos das pesquisas mapeadas também revela que todas envolveram participantes. O Quadro 2 apresenta os participantes, organizados por etapas de formação, a saber: Educação Básica, neste grupo estão as pesquisas que desenvolveram atividades com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio; Formação Inicial, nesta etapa estão as produções cujo público envolvia acadêmicos dos Cursos de Licenciatura em Matemática; Formação Continuada, neste grupo estão as pesquisas que trabalhou com professores de Matemática que atuam na Educação Básica.

Quadro 2 - Participantes das pesquisas mapeadas

Participantes	Artigos
Educação Básica	A7; A16; A19; A 20, A21, A28, A29, A30
Formação Inicial	A6, A18 e A28
Formação Continuada	A5, A13 e A28

Fonte: Sobrinho (2019).

Percebe-se que a maioria das pesquisas teve como participantes estudantes da Educação Básica, dentre os oito trabalhos neste nível, um foi desenvolvido no Ensino Fundamental e sete no Ensino Médio. Uma possível interpretação para este resultado refere-se ao fato de que o ensino da Álgebra recebe maior atenção no Ensino Médio do que no Fundamental, pois este último prioriza o ensino de Números e Operações

(PONTE, BRANCO, MATOS, 2009; VAN DE WALLE, 2009). Além disso, outro fator que pode impactar, neste resultado, é que as propostas curriculares para a Educação Básica sugerem o trabalho com recursos tecnológicos, pois estes podem proporcionar atividades experimentais que incentivam o desenvolvimento do pensamento matemático (BRASIL, 1998).

Conforme o Quadro 2, observa-se que apenas três artigos foram desenvolvidos com acadêmicos dos Cursos de Licenciatura em Matemática. O documento intitulado “Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática”, elaborado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em parceria com a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), sobre a formação de professores, recomenda que os cursos promovam espaços-tempo para realização e análise de situações cujo objetivo é o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de atividades investigativas, resolução de problemas, entre outras opções metodológicas. (MUNIZ; SILVA, 2013).

Além disso, é importante proporcionar aos futuros professores subsídios para que saibam trabalhar com ferramentas tecnológicas (*softwares*). Segundo o documento supracitado, o professor de matemática ao incorporar as tecnologias na sala de aula poderá proporcionar ao estudante um trabalho investigativo, redimensionando sua prática e oportunizando novas condições para aprender Matemática. Corroboram com estas ideias os autores do artigo A18, destacando que “há necessidade de repensar a formação dos professores de forma que sejam propiciados espaços de discussão das tecnologias na educação” (A18, 2015, p. 995).

Os dados do Quadro 2 indicam que apenas três trabalhos (A5, A13 e A28) envolveram a formação continuada, sendo que o artigo A28 desenvolveu atividades com os três níveis. De acordo com os autores desses trabalhos, torna-se relevante a elaboração de materiais que orientem os professores a utilizarem *softwares* em suas aulas, pois estes profissionais só utilizarão estes recursos se estiverem seguros quanto ao seu funcionamento e convencidos do potencial que eles oferecem. Daí a necessidade de aproveitar o espaço da formação continuada para tal. Diante do número reduzido de trabalhos envolvendo a formação de professores, constata-se um campo promissor para novos trabalhos, visto que esta formação pode contribuir com o crescimento profissional e conseqüentemente refletirá na aprendizagem dos estudantes.

O Quadro 3 expõe os conceitos/conteúdos matemáticos abordados nas pesquisas mapeadas, bem como os *softwares* escolhidos para a realização dos trabalhos. A análise

dos dados do Quadro 3 permite afirmar que o conteúdo mais abordado nos artigos (A7, A13, A16, A20, A29 e A30) é função. Os argumentos para justificar esta tendência envolvem as dificuldades dos estudantes em relação a este conceito, a relevância do tema no currículo da Educação Básica, a importância das funções como linguagem das ciências, bem como a viável utilização de *softwares* para explorar as diferentes representações deste conceito.

No que tange aos tipos de funções abordadas nos seis artigos (Quadro 3), percebe-se, em quatro artigos, ênfase nas funções polinomiais e na exploração das ideias básicas do conceito de função, por exemplo: variáveis, correspondência, dependência, regularidades e generalização. O artigo A29 aborda funções trigonométricas, em especial, função seno e o artigo A30 tratou de funções logarítmicas e exponenciais, tendo como foco auxiliar os estudantes no reconhecimento de que uma é o inverso da outra.

Quadro 3 - Conceitos Matemáticos e softwares escolhidos

	Trigonometria	Derivadas	Funções	Polinômios	Matrizes e Det.	Equações	Isometrias
GeoGebra	1	1	2	1	1		1
Graphmatica			1				
Winplot			2				
Scamax						1	
Applets			1				

Fonte: Sobrinho (2019).

Os artigos A16 e A20 mencionam a importância do conceito de função na relação da Matemática com outras áreas do saber, em especial, as Ciências da Natureza (Física, Química e Biologia). No entanto, esta relação não foi identificada nas atividades propostas aos participantes das pesquisas. Embora o artigo A29 explore os conceitos envolvidos na função seno e o artigo A30 tenha como foco o estudo das funções logarítmicas e exponenciais, geralmente, utilizadas para interpretar fenômenos na área das Ciências da Natureza, as atividades escolhidas, nos dois, estão relacionadas apenas ao contexto matemático. Ressalta-se que poderiam ter associado, por exemplo, a função seno ao estudo das ondas sonoras e ter buscado situações como, meia vida de fármacos, decaimento radioativo, crescimento populacional de bactérias e fungos, para abordar conceitos das funções logarítmicas e exponenciais, explorando assim o contexto físico e matemático.

Verifica-se, também no Quadro 3, que o *software* mais utilizado pelos autores foi o GeoGebra. A escolha do GeoGebra nos artigos (A5, A6, A18, A19, A20, A28, A29,

A30), provavelmente, deve-se ao fato de que ele é *“um software gratuito, com uma interface amigável, disponibilizando simultaneamente as representações algébrica e geométrica, além de possuir recursos de dinamicidade e movimentação”* (A6, 2013, p. 429). Desse modo, destaca-se o potencial do *software* no ensino de funções, pois o mesmo pode contribuir no desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular, na vertente representar, apontada por Ponte, Branco e Matos (2009), pois este recurso apresenta ao estudante diferentes representações de um mesmo objeto matemático.

Ainda em relação à escolha do *software*, os autores dos artigos (A5, A6, A18, A19, A20, A28, A29, A30) sublinham outros aspectos importantes considerados na escolha do GeoGebra, como, por exemplo, o potencial que o *software* apresenta para o levantamento e teste de conjecturas, a possibilidade de alcançar as generalizações e realizar demonstrações, bem como mobilizar uma variedade de representações. Percebem-se alguns destes aspectos nos trechos retirados dos artigos: *“houve uma identificação positiva dos alunos com o GeoGebra, o que pode ser um indicativo de sua potencialidade para auxiliar os alunos no levantamento de conjecturas”* (A28, 2011, p. 86); *“o software permite que o aluno perceba diversas relações entre os objetos matemáticos, faça conjecturas e até mesmo generalize e formalize os resultados”* (A19, 2013, p. 166). Nesse sentido, verifica-se que o *software* GeoGebra possibilita explorar as três vertentes (representar, raciocinar e resolver problemas), essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009).

Ainda em relação ao uso de *software*, os autores dos artigos (A7; A13; A16; A 20, A29, A30), por exemplo, destacam que optaram por utilizar estas ferramentas tecnológicas para explorar funções, por acreditarem na exatidão, economia de tempo e também na capacidade investigativa que elas proporcionam aos estudantes. Verifica-se neste trecho, por exemplo, que as *“contribuições do software GeoGebra no processo de aprendizagem foram salientadas por todos na precisão das medidas e na rapidez da realização das iterações fractais”* (A20, 2013, p. 160). Estas ideias vão ao encontro do que afirma Duval (2011) em relação à exigência cognitiva no trabalho com os *softwares*, a precisão e economia de tempo que ele proporciona.

Em relação às transformações cognitivas, propostas por Duval (2011, 2016), para a aprendizagem matemática, apenas o artigo A30 discute sobre estas transformações, tratamento e conversão, pois foi o único que se fundamentou na teoria dos Registros de Representação Semiótica. No entanto, os demais artigos podem ser analisados a partir da

ótica dos Registros de Representação Semiótica, pois defendem que o uso de *softwares* permite o trabalho com uma variedade de representações matemática.

Ainda sobre a conversão e o tratamento, o artigo A30, por exemplo, aponta algumas dificuldades dos estudantes, a saber: a conversão da representação do registro gráfico (registro de partida) para o algébrico (registro de chegada) e a elaboração das respostas por meio da língua natural. De acordo com Duval (2011), a primeira dificuldade apontada pode estar relacionada com a complexidade do reconhecimento das variáveis visuais pertinentes na representação gráfica associadas a valores numéricos da representação algébrica. Quanto à dificuldade com a mobilização do registro da língua natural, uma possível causa pode ser porque se trata de um registro que não é mais puramente matemático, existindo uma distância entre este registro e os outros. (DUVAL, 2011). Sendo assim, recomenda-se o uso de recursos como os *softwares*, para facilitar estas transformações auxiliando no reconhecimento das unidades de sentido matematicamente pertinentes no conteúdo das representações semióticas, podendo reduzir estas dificuldades.

Ao analisar os trabalhos quanto às diferentes concepções da Álgebra, constata-se que o artigo A16 foi o único que trouxe de forma explícita definições para duas das quatro concepções da Álgebra, neste caso, Funcional e Aritmética generalizada. Os autores explicam a dimensão funcional ao mencionar “*quando analisamos a Álgebra como o estudo das relações entre as grandezas, as variáveis representam valores do domínio de uma função ou números dos quais dependem outros números*” (A16, 2015, p. 214) e referem-se à dimensão aritmética generalizada quando sublinham que “*as variáveis são usadas como generalizadoras de informações numéricas*” (A16, 2015, p. 214). Na sequência, estes pesquisadores enfatizam, implicitamente, a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico com o estudo das funções, ao formular hipóteses, testar conjecturas e fazer generalizações, chegando a um modelo.

Verifica-se a preocupação em desenvolver o pensamento algébrico ao trabalhar com os *softwares*, mesmo que de forma implícita, nos textos mapeados. Pode-se fazer esta afirmação devido aos termos utilizados, na maioria dos artigos, como, por exemplo: procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar. Cabe destacar que apenas um artigo tem como objetivo, de forma explícita, investigar as características do pensamento algébrico, representar, raciocinar e resolver problemas. Pode-se verificar esta afirmação nos seguintes recortes: “*Saber representar e operar com expressões algébricas é importante para a compreensão do conceito e*

compreensão das aplicações de equações do 1º grau” (A21, 2010, p. 90), “com relação a resolução de problemas a dificuldade mais explicitada estava relacionada com a dificuldade de estruturar/representar matematicamente as situações apresentadas” (A21, 2010, p. 92).

Conforme o exposto, os artigos apresentam, dentre os principais aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico, o trabalho com análise de regularidades e generalizações. Desse modo, estes trabalhos estão de acordo com o que Van de Walle (2009, p. 287) destaca para o desenvolvimento de pensamento algébrico ou raciocínio algébrico, “formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e função”. Além disso, as produções (A18 e A20), por exemplo, apostam na relação entre Álgebra e Geometria, sendo esta uma estratégia adequada e sugerida por Van de Walle (2009), ao sublinhar que o pensamento algébrico deve ser incorporado em todas as áreas da Matemática.

Desse modo, quanto ao pensamento algébrico, constatou-se que a maioria dos artigos apresenta ideias relacionadas ao pensamento de forma implícita. Em outras palavras, constata-se em algumas afirmações a busca por explorar o estabelecimento de relações, representar os objetos matemáticos de formas diferentes, modelar situações-problema, generalizar. Contudo, essas questões não são o foco principal das discussões apresentadas, pois a maioria dos autores dos textos busca organizar atividades que destaquem as potencialidades dos *softwares*, por isso, talvez as discussões acerca dos aspectos essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico não estejam tão explícitas nas produções.

Considerações finais

A análise das produções permitiu concluir que a maioria das produções tinha por objetivo organizar e desenvolver propostas didático-pedagógicas, buscando minimizar dificuldades em relação à Álgebra, assim como apresentar possibilidades de ensinar com o uso de *softwares*. Além disso, o maior número de artigos (8) teve como participantes estudantes da Educação Básica. Quanto à formação de professores, as produções dividiram-se entre três artigos desenvolvidos com a formação inicial e três artigos com a formação continuada.

Constatou-se que as produções valorizam a utilização dos *softwares* no estudo de conceitos matemáticos, em especial, funções, porque esses possibilitam o trabalho com

diferentes representações do objeto matemático. A escolha do conceito de função, em grande parte dos trabalhos, atribui-se à importância que possui no currículo da Educação Básica e pelas dificuldades apresentadas pelos estudantes. O *software* mais utilizado foi o Geogebra, por ser gratuito e de fácil acesso, bem como possibilitar a visualização concomitante de várias representações, o que contribui no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Em relação à teoria dos Registros de Representação Semiótica, observou-se que apenas uma produção utilizou este aporte teórico. Contudo, a maioria enfatizou que os *softwares* auxiliam na visualização das várias representações matemáticas. Quanto às transformações cognitivas, tratamento e conversão, destaca-se que o *software* permite, por exemplo, que o estudante realize alterações no registro de representação algébrico e visualize, concomitantemente e instantaneamente, o que isso modifica no registro de representação gráfico, permitindo a análise das variáveis pertinentes de cada registro. Desse modo, entende-se que este recurso pode auxiliar a minimizar as dificuldades identificadas, principalmente, nas conversões entre representações semióticas.

No que tange as concepções da Álgebra, apenas um artigo expõe de forma explícita a importância do reconhecimento destas concepções para o entendimento dos diferentes papéis que as letras podem assumir. Entretanto, salienta-se a importância das pesquisas que tratam de conceitos algébricos problematizarem acerca das várias concepções da Álgebra.

Constatou-se, quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico, que a maioria das produções aponta que os *softwares* possibilitam analisar as situações, de modo a identificar as regularidades, generalizar e formalizar. Entretanto, verificou-se que o número de pesquisas que buscam relacionar a utilização de *softwares* com questões que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico, em geral, ainda são poucas. As produções analisadas apresentaram mais referências relacionadas à utilização dos *softwares*, preocupando-se em justificar a importância do trabalho com estas ferramentas, do que em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico e o que ele proporciona para o entendimento da Matemática.

Além disso, pode-se perceber que, embora exista a recomendação de propostas curriculares para trabalhar com o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, as produções que fizeram parte deste mapeamento não tiveram como participantes este público. Uma possível interpretação para este

resultado é que o trabalho com a Álgebra nos anos iniciais ainda é restrito em função da ênfase em números e operações.

Sendo assim, sugere-se, que seja estabelecida uma relação entre o desenvolvimento do pensamento algébrico e as concepções da Álgebra na estruturação de propostas de ensino que utilizem *softwares* de Matemática Dinâmica para seu desenvolvimento.

4 A RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM AS CIÊNCIAS DA NATUREZA A PARTIR DO CONCEITO DE FUNÇÃO: UM ESTUDO DE DISSERTAÇÕES E TESES¹²

Introdução

Este capítulo apresenta um mapeamento das produções acadêmicas referentes ao tema funções. Desse modo, pretende-se apontar pesquisas de Pós-Graduação, dissertações e teses, desenvolvidas no período de dez anos, 2007 a 2017, que versam sobre o conceito matemático “função” relacionado a outras áreas do conhecimento, a saber: Física, Química e Biologia. Entende-se a relevância desse estudo para verificar quais aspectos vem sendo destacados pelos pesquisadores interessados no ensino e aprendizagem de funções e quais sugestões têm sido apontadas para um trabalho contextualizado do tema. Além disso, ressalta-se que a questão norteadora deste capítulo resultou do mapeamento sobre conceitos algébricos e o uso de *softwares*, no qual a maioria dos artigos trata do conceito de função. No entanto, dentre estes trabalhos mapeados, não foram identificadas relações entre este conceito matemático e outras áreas do conhecimento.

A respeito da organização curricular do Ensino Médio, é recomendado pelas propostas curriculares (NCTM, 2007; BRASIL, 2002; BRASIL, 2006) e pesquisadores da Educação Matemática (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; USISKIN, 1995) que os professores reconheçam as linguagens comuns entre as disciplinas, para possibilitar ao estudante uma ideia ampla de Ciência. Assim, torna-se possível conduzir o ensino de cada área visando a promoção de competências gerais, como: comunicar e representar; investigar e compreender e contextualizar os conhecimentos (BRASIL, 2002).

Desse modo, na Matemática, entende-se que o conceito de função permite articular o ensino da Matemática com outras áreas. Para isso, recomenda-se através dele generalizar situações-problema do cotidiano, modelar diversos fenômenos da própria Matemática e de diferentes áreas do conhecimento, por exemplo, Física, Química e da Biologia (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; USISKIN, 1995). Além disso, o ensino e aprendizagem deste conceito têm sido amplamente pesquisado, nas últimas décadas, na

¹² Artigo submetido a Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM) no ano de 2019.

área da Educação Matemática, devido a relevância desse tema na Matemática escolar (SANTOS; BARBOSA, 2017).

O conceito de função é parte fundamental do conhecimento matemático. Ele perpassa todos os níveis de ensino na Matemática, seja implícita ou explicitamente, além de modelar diversos fenômenos e por isso ser tão importante para outras áreas do conhecimento. A humanidade, com o passar dos anos e devido à necessidade de desvendar e dominar a natureza, foi levada, naturalmente, à observação e exploração de fenômenos, com intuito de descobrir as causas e seus encadeamentos. Os resultados desses estudos foram constituindo a Ciência e formalizando conceitos como, por exemplo, o conceito de função. (CARAÇA, 1951).

Neste contexto, percebe-se a relevância deste tema para Matemática e, na condição de pesquisadora, estudante de Mestrado em Educação em Ciências, optou-se por pesquisar sobre como abordar este conceito enfatizando sua importância para outras áreas, como, Física, Química e Biologia. Sendo assim, pretende-se responder “*De que forma relações entre a Matemática e disciplinas da área Ciências da Natureza são abordadas em produções acadêmicas que versam sobre o conceito de função?*”

Entende-se que uma apropriação adequada do conceito de função possibilita aos estudantes desenvolverem a capacidade de problematizar e atribuir significados aos modelos matemáticos que estão presentes no cotidiano, nas ciências, na cultura, na tecnologia e no trabalho. Além disso, a compreensão do conceito de função é importante para uma inserção crítica do estudante na sociedade (BRASIL, 2002). Desse modo, o objetivo desta pesquisa é analisar de que forma relações entre a Matemática e disciplinas da área Ciências da Natureza são abordadas em produções brasileiras que tratam do conceito de função.

A seguir apresenta-se a fundamentação teórica acerca do macrossignificado da Matemática destacando a relação desta com outras áreas do conhecimento. Em seguida, expõe-se o percurso metodológico seguido para constituir as análises do mapeamento, estas serão apresentadas como resultados na sequência. Por fim, apontam-se as considerações finais.

O macrossignificado da Matemática e sua importância para outras áreas

A importância da Matemática ultimamente é questionada pelos estudantes em sala de aula, principalmente, em relação a aplicabilidade dos conceitos no dia a dia. Para

Machado (2008), a Matemática precisa ser significativa para os estudantes e uma das formas de mostrar os significados dos seus conceitos é expor alguma aplicação. Entretanto, é preciso ter cuidado porque “ter significado é mais que ter aplicações imediatas” (MACHADO, 2008, p. 15).

Nesta perspectiva, é essencial apresentar aos estudantes o macrossignificado da Matemática como instrumento para resolução de problemas e linguagem das ciências. Percebe-se a Matemática como linguagem das ciências ao ler jornais e revistas científicas, assistir noticiários, quando se utilizam de gráficos e tabelas para apresentarem informações sobre previsões do mercado financeiro, do tempo, de pandemias, entre outros.

Dentre as possibilidades de apresentar o macrossignificado da Matemática, destaca-se a relação desta com outras áreas do conhecimento, por exemplo, Física, Química e Biologia. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCN+, estas áreas:

São ciências que têm em comum a investigação da natureza e dos desenvolvimentos tecnológicos, compartilham linguagens para a representação e sistematização do conhecimento de fenômenos ou processos naturais e tecnológicos. As disciplinas [...] compõem a cultura científica e tecnológica que, como toda cultura humana, é resultado e instrumento da evolução social e econômica, na atualidade e ao longo da história. (BRASIL, 2002, p. 23)

Cabe ressaltar que Ciência, Tecnologia e a Matemática sempre estiveram relacionadas, pois conforme surgem os problemas nestas áreas desenvolvem-se novos conhecimentos matemáticos. Além disso, a Matemática impulsiona o desenvolvimento da Tecnologia ou da Ciência com o conhecimento matemático já existente. Nesse sentido, pode-se mencionar o conceito de função, que surgiu na Matemática para modelar problemas emergentes da Física, Química ou da Biologia (BONINI; DRUCK; BARRA, 2018).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCN+, a contextualização deve ser um dos critérios centrais no ensino da Matemática, ou seja, ao abordar um tema este deve “permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática” (BRASIL, 2000, p. 43).

Desse modo, é recomendado pelas propostas curriculares (BRASIL, 2000; BRASIL, 2006) que o ensino da Matemática, em especial, do conceito de funções, não seja isolado, mas que seja explorado o seu potencial integrador. Sugere-se ao professor que apresente ao estudante modelos de funções, explorando diferentes áreas do conhecimento, como: Física, Química e Biologia. Além disso, a contextualização deve aparecer “não como uma forma de “ilustrar” o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola” (BRASIL, 2006, p. 83).

No entanto, muitas das situações, com intuito de explorar outras áreas, propostas por professores e por livros didáticos são ilustrativas, ou seja, o foco não está na discussão/problematização do cotidiano ou de questões de outras áreas do conhecimento, mas na aplicação de um procedimento matemático ou utilização de uma regra. Este fato pode enfraquecer o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos alterando a ideia de contexto e contextualização. (ALMOULOU, 2014).

Segundo Almouloud (2014), as situações propostas em sala de aula, devem ser apoiadas em um contexto matemático, ou de outras áreas, ou na realidade vivenciada ou não pelo estudante. Além disso, devem estar de acordo com o que sugerem as propostas curriculares, envolver o saber matemático que se deseja ensinar, exigir novos conhecimentos e envolver vários domínios destes conhecimentos. A partir destas situações o autor sugere que seja realizada uma troca de ideias (debate), o professor é responsável pela institucionalização do saber. Neste debate, diante de situações que contextualizam o saber matemático, abordando questões da própria Matemática ou de outras áreas, é o momento de descontextualizar. Sendo assim, o professor inicia a explicação das propriedades do objeto e a formalização do conceito.

Nesse sentido, cabe ao professor abordar, por exemplo, o conceito de função em situações diversas, que vão além de conexões internas da própria Matemática, incentivando o estudante a buscar soluções, (re)organizando seus conhecimentos sobre funções, até chegar a um modelo matemático adequado para a situação. Para isso, sugere-se um trabalho que explore as ideias envolvidas no conceito de função, a saber: regularidades (possibilidade de fazer previsões a partir da observação da regularidade de um fenômeno em padrões numéricos, sequências numéricas, dentre outros), proporcionalidade (relação proporcional entre grandezas), generalizações (capacidade de generalizar fenômenos que possuem regularidades) e variáveis (valores que a função assume). Estas ideias formam o campo conceitual de função (CARAÇA, 1951).

Ao refletir sobre o macrossignificado da Matemática e sua relevância para outros campos do saber, destaca-se a importância de ensinar e aprender Matemática. Diante do contexto em que vivemos, uma sociedade contemporânea e permeada por novas tecnologias, é fundamental que aqueles que nela atuam possuam uma formação Matemática que contribua no “desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e visualização” (DUVAL, 2003, p. 11).

De acordo com Duval (2003, 2011, 2013, 2016), filósofo e psicólogo de formação, que tem como foco dos seus estudos o funcionamento cognitivo do estudante na realização de atividades matemáticas, a atividade matemática mobiliza processos cognitivos que não são mobilizados em outras disciplinas. “Os problemas que os estudantes enfrentam na aprendizagem da Matemática têm origem na situação epistemológica particular do conhecimento matemático, e não somente nas questões de organização pedagógica das atividades” (DUVAL, 2011, p. 9). Neste sentido, o autor afirma que é preciso desenvolver outro tipo de funcionamento cognitivo, diferente do utilizado nas outras disciplinas para compreender Matemática.

A teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Duval, visa a modelagem do funcionamento semi-cognitivo que está subjacente ao pensamento matemático, pois sem este não é possível conduzir ou compreender a atividade matemática. Para Duval (2016), existem duas faces da atividade matemática: exposta e oculta. A primeira é aquela que se refere aos objetos matemáticos, suas propriedades, fórmulas e algoritmos. Nesta face, o ensino é constituído de conhecimentos base desses objetos que os estudantes devem ter visto até o final do currículo, diluídos em vários anos escolares que constituem a Educação Básica. A segunda corresponde ao caráter cognitivo e epistemológico específico da Matemática. A teoria dos Registros de Representação Semiótica diz respeito a esta face. O nome face oculta dá-se porque não é diretamente perceptível no trabalho em sala de aula, manifesta-se por meio de erros e bloqueios, por exemplo, quando não é reconhecido o mesmo objeto matemático em representações semióticas em dois registros diferentes.

As principais contribuições para Matemática dessa teoria referem-se a necessidade de uma atividade de produção semiótica para acessar os objetos matemáticos; e a possibilidade de explorar uma situação para chegar a uma conjectura, ou seja, resolver um problema matematicamente, sem depender de verificações empíricas. (DUVAL, 2011).

De acordo com Duval (2011), não se deve considerar somente a natureza dos objetos, mas a forma como são apresentados ou como são acessados. Também, enfatiza que, em relação ao acesso não se pode reduzi-lo a provas e justificações, mas sim compreendê-lo como processo cognitivo mobilizado em ações do pensamento matemático.

Nesse sentido, na visão do mesmo autor, os objetos matemáticos são acessados via representações semióticas, a saber: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, língua natural e representação gráfica. Estas representações diferenciam-se dos signos em dois aspectos: possuem organização interna que varia de uma representação para outra e existem diversas maneiras de distinguir as unidades de sentido ou os níveis de organização. Além disso, na Matemática, os diferentes tipos de representações utilizadas são denominados como registros de representação semiótica. Assim, este termo diferencia os sistemas semióticos utilizados em Matemática de outros sistemas semióticos fora dessa área. (DUVAL, 2011).

Para Duval (2011) é importante compreender que existe uma potencialidade intrínseca nas representações semióticas de serem facilmente transformadas em outras representações. Dentre estas transformações cognitivas destacam-se dois tipos: tratamento e conversão. Este autor refere-se a estas transformações como gestos intelectuais. O tratamento é uma transformação interna ao registro, por exemplo, resolver uma equação ou um sistema de equações.

Quanto a conversão, Henriques e Almouloud (2016) entendem que, tem-se uma transformação de uma representação em outra representação de outro registro, conservando a totalidade/ou uma parte do conteúdo da representação inicial, mas modificando o sistema semiótico. Por exemplo, passar de uma equação escrita em sua forma algébrica para a sua, respectiva, representação gráfica.

É importante ressaltar que a conversão não é uma atividade puramente mental, mas sim uma atividade semiótica, desse modo não é adquirida naturalmente. Além disso, Duval (2011) sublinha que, é fundamental considerar o sentido (partida e chegada) na atividade de conversão e que nem sempre é possível converter ao inverter os registros de chegada e partida. Sendo assim, quando se pretende explorar a conversão entre uma representação algébrica e uma representação gráfica e vice-versa, o primeiro passo é identificar as unidades de sentido matematicamente pertinentes, explorar o que cada variável escalar (ou símbolo) da representação algébrica corresponde na representação gráfica e vice-versa. (DUVAL, 2011).

Diante do exposto, compreende-se que nenhum conhecimento pode ser mobilizado sem o auxílio das representações, por isso para compreender e interpretar a linguagem matemática utilizada pelas ciências é necessário entender a noção de representação (DUVAL, 2011; 2013; 2016). Além disso, o caráter integrador do objeto função que descreve e interpreta o comportamento de fenômenos da natureza, torna-se evidente ao mobilizar suas representações semióticas: tabular, algébrica, gráfica. No entanto, é importante mencionar que, em geral, os estudantes possuem dificuldades em coordenar as representações do objeto função.

Percurso Metodológico

Esta investigação segue pressupostos da pesquisa qualitativa. Na Educação, conforme Bicudo (2014), a pesquisa qualitativa vem ganhando destaque, pois sempre busca contextualizar a problemática, fenômeno ou acontecimentos observados, culminando em sínteses interpretativas. Para a organização e análise dos dados buscou-se orientações na Metanálise.

A escolha pela Metanálise para organizar e analisar os dados da pesquisa deve-se a sua característica principal, reunir e reduzir dados, a partir do mapeamento de pesquisas, formando uma síntese. A Metanálise pode ser definida como “uma retomada da pesquisa realizada, mediante um pensar sistemático e comprometido de buscar dar-se conta da investigação efetuada” (BICUDO, 2014, p. 13).

Esta metodologia requer um estudo que vá além dos já publicados, buscando compreensão sobre as interpretações das pesquisas analisadas. Nesta perspectiva, a Metanálise oferece “um solo temático em que nos locomovemos para novas investigações” (BICUDO, 2014, p. 10). Sendo assim, entende-se essa escolha metodológica adequada, pois potencializa a teorização de problemáticas já investigadas, ampliando temas já explorados, porque busca o entendimento do que estas problemáticas dizem e como dizem.

Nesta perspectiva, os dados, desta pesquisa, foram obtidos na análise de trabalhos disponibilizados publicamente, por meio eletrônico, no [catálogo de teses e dissertações da Capes](#). O primeiro recorte foi selecionar dentre os 158 cursos de Pós-Graduação disponíveis aqueles que dispunham de pesquisas relacionadas a Educação Matemática. Desse modo, foram mapeados 53 cursos em Programas Brasileiros em Educação Matemática, Educação em Ciências e Matemática, Ensino de Matemática e Ensino de Ciências e Matemática. O foco foi delimitado para os trabalhos que versam sobre o

conceito de função, no período de 2007 a 2017, relacionando a Matemática a outras áreas do saber, como: física, química e biologia. Este recorte temporal deve-se ao fato da Capes a partir de 2006 garantir a divulgação de dissertações e teses online.

Para responder a questão de investigação “*De que forma relações entre a Matemática e disciplinas da área Ciências da Natureza são abordadas em produções acadêmicas que versam sobre o conceito de função?*” foi necessário dividir o mapeamento em algumas etapas. O critério adotado para selecionar as pesquisas, inicialmente, foi buscar as palavras função/ funções no título. Nesta busca identificou-se 163 pesquisas. Na segunda etapa, buscou-se nos textos as palavras Ciências da Natureza, Física, Química e Biologia, reduzindo o número inicial de pesquisas para 59. Das 59 pesquisas, selecionou-se aquelas que utilizaram como aporte teórico a teoria dos Registros de Representação Semiótica, obtendo assim, 28 pesquisas. A partir deste recorte compõe-se a primeira etapa das análises, na qual foram verificados os seguintes critérios: Programas de Pós-Graduação, nível de ensino, aspectos metodológicos, conteúdos de funções e localização do termos (Ciências da Natureza, Física, Química, Biologia, Registros de Representação Semiótica e Duval) nos textos.

Desse modo, apresentou-se o contexto da pesquisa e a metodologia escolhida para produzir e analisar os dados. A seguir serão descritas as análises das produções mapeadas de acordo com os critérios pré-estabelecidos.

Primeira fase das análises

Esta primeira fase das análises detalha o contexto das vinte e oito produções sobre funções que mencionam as Ciências da Natureza e utilizaram como aporte teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Os dados foram organizados em quadros com informações sobre os Programas de Pós-graduação, ano de publicação, nível de ensino, aspectos metodológicos e conteúdo de funções, que podem ser observados a seguir. A identificação destas pesquisas, deu-se por P1, P2, ..., P28 e mais detalhes estão disponíveis no Apêndice B.

O Quadro 4 expõe a distribuição das pesquisas de acordo com os programas de Pós-Graduação brasileiros de mestrado e doutorado.

Quadro 1 - Organização das pesquisas mapeadas por programa de Pós- Graduação

Programas de Pós-Graduação	Nº de Pesquisas	Identificação das Pesquisas
Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática – PUC/SP	10	P1, P5, P7, P11, P19 P3, P4, P8, P9, P20
Programa de Pós- Graduação em Ciências Naturais e Matemática – UFRN	1	P6
Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática – UNIAN	9	P10, P25, P24, P26, P13, P14, P16, P22, P17
Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática – UFRJ	3	P12, P23, P28
Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática – UFRGS	1	P15
Programa de Pós- Graduação em Educação em Ciências e Matemática – IFES	1	P18
Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – UFAL	1	P21
Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática – UESC	2	P27, P29

Fonte: Sobrinho (2019).

Observa-se no Quadro 4 que a maioria (10) das pesquisas foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), dentre estas, nove são dissertações e uma tese. Além disso, pode-se perceber que a metade destas produções sobre funções foram orientadas pela Prof.^a Dr.^a Barbara Lutaif Bianchini, provavelmente por ela estar vinculada ao Grupo de Pesquisas de Educação Algébrica (GPEA), no qual desenvolveram-se diversos projetos no período de orientação das pesquisas. O segundo programa que apresentou grande concentração das pesquisas mapeadas (9) foi o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN)¹³, dentre as nove pesquisas, seis são dissertações e três são teses. Desse modo percebe-se, a Região Sudeste concentrou o maior número de pesquisas sobre o tema e a quantidade de dissertações é maior que a quantidade de teses.

O terceiro programa que se destacou em relação ao número de pesquisas (3) foi o Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. No estado da Bahia, na Universidade Estadual de Santa Cruz, foram identificadas (2) pesquisas. Nos estados do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Sul, Espírito Santo e Alagoas foram identificadas, por estado, apenas uma dissertação sobre o tema.

O Quadro 5 expõe em qual nível de ensino concentrou-se a maioria das pesquisas sobre o conceito de função.

¹³ Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN, anteriormente denominada de UNIBAN.

Quadro 2 - Organização das pesquisas por nível de ensino

Nível de abrangência	Nº de pesquisas por nível	Identificação das Pesquisas
Educação Básica	19	P8, P11, P1, P20, P9, P7, P3, P4, P29, P27, P21, P15, P28, P12, P6, P13, P24, P25, P10
Educação Básica e Ensino Superior	3	P16, P17, P26
Ensino Superior	2	P19, P22
Formação Continuada	3	P14, P18, P24
Sem nível específico	2	P5, P23

Fonte: Sobrinho (2019).

Percebe-se que a maioria se voltou para a Educação Básica (78%). Uma possível interpretação para este resultado refere-se ao conteúdo de funções ser um dos temas estruturadores do currículo da Educação Básica (Álgebra, Números e Funções). Desse modo, para o Ensino Fundamental, os PCN (BRASIL, 1998) sugerem que a dimensão funcional seja trabalhada desde a pré-álgebra¹⁴. Para isso, recomenda-se propor situações que priorizem a observação de regularidades, o estabelecimento de relações e o reconhecimento de padrões.

No Ensino Médio, de acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (BRASIL, 2006), o estudo de funções está entre os conteúdos básicos organizados por blocos, no qual um dos blocos denomina-se Funções. Assim, é recomendado que seja trabalhado articulado aos demais blocos. Este documento enfatiza que o estudo deste conteúdo pode ser iniciado pela exploração qualitativa de relações entre grandezas, por exemplo, idade e altura, tempo e distância percorrida, tempo e crescimento populacional. Além disso, sublinha-se que é interessante provocar os estudantes para que percebam a ideia de função em outros contextos externos a Matemática, como, por exemplo, na Física, Química ou Biologia.

Nesse sentido, entende-se o expressivo número de pesquisas desenvolvidas na Educação Básica devido à importância dada ao conceito de função como uma dimensão da Álgebra, bem como sua mobilização como modelo para as outras áreas do conhecimento. Conforme já destacado, o conceito de função deve ser trabalhado em situações diversas, além de conexões internas da própria Matemática, incentivando o estudante a buscar soluções, ajustando seus conhecimentos sobre funções, até chegar a um modelo matemático adequado para cada situação (BRASIL, 2000).

¹⁴ Pré-Álgebra é o trabalho realizado, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com as primeiras noções de Álgebra (BRASIL, 1998).

Outro nível de abrangência das produções foi o Ensino Superior, no qual cinco pesquisas foram desenvolvidas. Sendo que, quatro destas (P16, P17, P26, P19) foram em cursos superiores da área das exatas, no estudo da disciplina de Cálculo. Apenas a pesquisa P22 foi desenvolvida com estudantes de Licenciatura em Matemática.

Na formação continuada identificou-se três pesquisas (P14, P18 e P24). Desse modo, ao que se refere a formação inicial e continuada, observa-se a carência de pesquisas sobre o tema nestes níveis de abrangência. O documento intitulado “Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática”, elaborado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) em parceria com a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), destaca a importância dos professores serem preparados com conhecimentos que façam sentido dentro do mundo do educando. Além disso, refere-se a Matemática como parte essencial da linguagem de todas as Ciências e que seu ensino, para futuros professores, seja articulado com o mundo ao redor dos estudantes (MUNIZ; SILVA, 2013).

Nesse sentido, sublinha-se a relevância de ampliar as pesquisas com grupos de professores e futuros professores, para refletir sobre a escolha de situações que explorem o potencial integrador da Matemática e sua importância para outras áreas, como: leis da física, fenômenos químicos, fenômenos biológicos e etc. É possível que este seja um caminho para ampliar o trabalho contextualizado desta disciplina em sala de aula.

As pesquisas P5 e P23 não apresentam nível específico, pois são mapeamentos sobre o conceito de função. A pesquisa P5 mapeou dissertações e teses desenvolvidas no Brasil, dois artigos internacionais e um capítulo de livro que abordam o ensino e aprendizagem do conceito de função. A pesquisa P23 analisou dissertações de mestrado e teses de doutorado, defendidas no período de 2009 a 2012, com objetivo principal, ou como um de seus objetivos principais, a apresentação de sequências didáticas relativas ao ensino e o aprendizado da função Afim.

O Quadro 6 apresenta as categorias e subcategorias dos procedimentos metodológicos utilizados nas pesquisas.

Quadro 3 - Categorias e sub-categorias dos procedimentos metodológicos da pesquisa

Categorias dos procedimentos metodológicos	Sub-categorias dos procedimentos metodológicos utilizados nas pesquisas	Identificação das Pesquisas
Ensino e Aprendizagem	Sequências Didáticas	P1, P8, P10, P11, P12, P13, P14, P15, P17, P18, P19, P20, P21, P22, P25, P26, P27, P28, P29
Livros Didáticos	Análise de Livros Didáticos	P9, P7, P3, P24, P26, P17
Análise Documental	Materiais Curriculares	P4, P24, P26, P17
	Pesquisas de Pós-Graduação (Dissertações e Teses) e Produções Científicas	P5, P23, P16, P26
	Provas Objetivas	P6, P26, P17

Fonte: Sobrinho (2019).

Verifica-se no Quadro 6 a categoria Ensino e Aprendizagem que compreende a subcategoria Sequências Didáticas liderando os procedimentos metodológicos adotados nas pesquisas mapeadas, um total de dezenove pesquisas. De acordo com Duval (2012), a escolha por pesquisas desta natureza exige alguns cuidados, como: aproveitar sugestões dos estudantes e dividir com a turma durante as atividades; identificar as razões e incompreensões que geram erros e bloqueios ao longo das atividades; identificar os exercícios adequados para ter acesso aos mecanismos intelectuais que atuam na resolução dos problemas matemáticos. O mesmo autor entende que desta forma pode-se evitar certos inconvenientes, por exemplo: inadequação entre a sequência didática proposta e o que os estudantes fazem realmente; não contemplar a diversidade presente em uma sala de aula; não compreender a distância cognitiva e epistemológica entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento.

Na categoria Livros Didáticos, subcategoria Análise de Livros Didáticos, foram identificadas seis pesquisas. Esta subcategoria representa uma importante ferramenta utilizada pelos professores na elaboração de seus planejamentos. Para Santos e Barbosa (2017) este recurso pode ser fonte de orientação para os professores, na seleção dos conteúdos, na organização das atividades, na avaliação. Sendo referência para a prática pedagógica do contexto escolar.

Ainda se apresenta no Quadro 6 a categoria Análise Documental que compreende as sub- categorias: Materiais Curriculares, Pesquisas de Pós-Graduação/ Produções Científicas e Provas Objetivas. Entende-se a importância de uma análise documental por ser um “estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos” (FIORENTINI; LORENZATO , 2006, p. 71).

Verifica-se que, um número expressivo de produções (11) seguiu esta escolha metodológica, dedicaram-se a analisar estudos, documentos e materiais relevantes para o tema, neste caso, funções.

Compreende-se que estas onze pesquisas se diferenciam desta pesquisa porque a Metanálise, nossa escolha metodológica, embora também permita analisar documentos, produções científicas e outros, o foco é desenvolver um nível de abstração mais elevado em relação ao que já consta nestes materiais. Desse modo, é caracterizada não somente por analisar, mas por interpretar o que já foi interpretado. Além disso, é recomendado apontar limites e novas possibilidades baseando-se no que está sendo analisado (BICUDO, 2014).

O Quadro 7 apresenta a distribuição das pesquisas conforme os conteúdos abordados.

Quadro 4 - Conteúdos de Funções

Conteúdo	Pesquisas
Definição de Função	P18, P4, P9, P5, P3, P28, P6, P24, P10, P7
Funções Polinomiais	P19, P1, P6, P7, P27, P12, P23, P13, P16, P14, P25
Função Logarítmica	P11, P15, P6
Funções Trigonométricas	P20, P29, P21, P26, P22, P6
Função Exponencial	P8, P15, P17, P6

Fonte: Sobrinho (2019).

De acordo com o Quadro 7 percebe-se a ênfase das funções polinomiais, em especial, função afim e quadrática. Interpreta-se este dado pelo fato que dentre as funções polinomiais, normalmente, estas são as trabalhadas tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. No entanto, na perspectiva de Silva e Pires (2013) um novo desenho para o currículo de Matemática no Ensino Médio, não restringe o estudo das funções polinomiais a estes dois casos específicos. Eles sublinham que existem conteúdos que devem ser explorados por intermédio de padrões, por exemplo, funções. Desse modo, para as funções polinomiais, sugerem a substituição do estudo de casos particulares (afim e quadrática) pelo estudo dos padrões de crescimento, decréscimo, sinais e raízes.

Outro tipo de função explorado por um número expressivo de pesquisas foram as trigonométricas, principalmente, a função Seno. Entende-se que esta escolha pode estar associada a recomendação das propostas curriculares para o estudo das funções seno e cosseno na Educação Básica, em detrimento das demais funções trigonométricas (BRASIL, 2006). Além disso, por estas funções modelarem fenômenos periódicos e serem abordadas no estudo de conceitos físicos.

Os Quadros 8 e 9 identificam a localização, nos textos, dos termos: “Ciências da Natureza, Física, Química, Biologia, Registros de Representação Semiótica e Duval”.

Quadro 5 - Localização dos termos “Ciências da Natureza, Física, Química, Biologia” nos textos

Localização nos textos	Pesquisas
Introdução	P1, P3, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P14, P15, P16, P17, P19, P20, P21, P22, P23, P25, P26, P28, P29
Referencial Teórico	P6, P7, P12, P13, P16, P17, P18, P20, P21, P22, P24, P26, P27, P28, P29
Análise dos Dados	P3, P6, P7, P9, P12, P14, P15, P16, P17, P19, P20, P24, P26, P27, P29
Considerações Finais	P3, P4, P5, P11, P15, P16, P20, P25, P29
Mapeamento de Pesquisas/ Estudos Relacionados	P5, P8, P10, P11, P20, P23, P29

Fonte: Sobrinho (2019).

Verifica-se no Quadro 8, que dez pesquisas (P6, P7, P12, P16, P17, P20, P24, P26, P27 e P29) apresentaram os termos “Ciências da Natureza, Física, Química, Biologia” no referencial teórico e na análise dos dados.

Quadro 6 - Localização dos termos “Registros de Representação Semiótica e Duval” nos textos

Localização nos textos	Pesquisas
Introdução	P1, P3, P4, P6, P7, P8, P10, P11, P12, P13, P14, P15, P16, P17, P18, P19, P22, P23, P24, P25, P26, P27, P28, P29
Referencial Teórico	P1, P3, P4, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12, P13, P14, P15, P18, P19, P20, P21, P22, P23, P24, P25, P27, P28, P29
Análise dos Dados	P1, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12, P13, P14, P15, P16, P17, P18, P19, P20, P21, P22, P23, P24, P25, P27, P29
Considerações Finais	P1, P3, P4, P5, P7, P9, P10, P11, P13, P14, P18, P19, P20, P21, P22, P25, P28, P29
Mapeamento de Pesquisas/ Estudos Relacionados	P1, P5, P8, P10, P13, P15, P17, P19, P20, P23, P27, P29

Fonte: Sobrinho (2019).

Diante do exposto no Quadro 9, que vinte e três pesquisas (P1, P3, P4, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12, P13, P14, P15, P18, P19, P20, P21, P22, P23, P24, P25, P27 e P29) apresentaram os termos “Registros de Representação Semiótica e Duval” no referencial teórico e na análise dos dados.

Desse modo, sete pesquisas (P6, P7, P12, P20, P24, P27 e P29) mencionam as outras áreas do saber e a teoria de Duval no referencial teórico, bem como nas análises. A partir deste resultado, elabora-se uma segunda fase das análises, na qual propõem-se um olhar detalhado para responder duas questões, a saber:

- ✓ Como apresentam/ exploram conceitos das Ciências da Natureza ao tratar

do conceito de função?

- ✓ Quais aspectos da teoria dos Registros de Representação Semiótica são abordados nas produções?

Com base nestas questões, foram lidas as sete pesquisas na íntegra. Entende-se que, com esta organização, identificam-se as pesquisas que tratam o conceito de função estabelecendo relações com as disciplinas das Ciências da Natureza e descartam-se as que mencionam estes termos eventualmente.

Diante do exposto, nesta primeira fase das análises, percebe-se a maior concentração de pesquisas, sobre funções, na Educação básica. Além disso, a opção metodológica predominante são as sequências didáticas e as funções polinomiais destacam-se dentre os tipos de funções abordadas.

Segunda fase das análises

Nesta fase das análises pretende-se responder as duas questões já anunciadas. Ao que tange a primeira questão, identificou-se em algumas atividades propostas nas pesquisas P6, P7, P24 e P27 questões contextualizadas com as disciplinas das Ciências da Natureza, porém, muitas vezes, esta contextualização é meramente ilustrativa. Desse modo, não são mobilizados conceitos de diferentes áreas na resolução destas atividades, tampouco é enfatizado o papel das funções como linguagem das ciências.

Desse modo, para exemplificar esta afirmação expõem-se uma atividade da pesquisa P6 na Figura 1.

Figura 1- Atividade contextualizada

Na década de 30 do século passado, Charles F. Richter desenvolveu uma escala de magnitude de terremotos – conhecida hoje em dia por escala Richter –, para quantificar a energia, em Joules, liberada pelo movimento tectônico. Se a energia liberada nesse movimento é representada por E e a magnitude medida em grau Richter é representada por M, a equação que relaciona as duas grandezas é dada pela seguinte equação logarítmica:

$$\log_{10} E = 1,44 + 1,5 M$$

Comparando o terremoto de maior magnitude ocorrido no Chile em 1960, que atingiu 9.0 na escala Richter, com o terremoto ocorrido em San Francisco, nos EUA, em 1906, que atingiu 8.0, podemos afirmar que a energia liberada no terremoto do Chile é aproximadamente

- A) 10 vezes maior que a energia liberada no terremoto dos EUA.
- B) 15 vezes maior que a energia liberada no terremoto dos EUA.
- C) 21 vezes maior que a energia liberada no terremoto dos EUA.
- D) 31 vezes maior que a energia liberada no terremoto dos EUA.

Esta questão está inserida em um contexto físico e biológico, a utilização de termos como terremoto, Joules, movimento tectônico e energia liberada remetem o estudante a estas disciplinas. No entanto, a resolução da atividade exige procedimentos exclusivamente matemáticos.

Cabe destacar que esta atividade é apontada na pesquisa como a questão que os estudantes tiveram pior desempenho, além disso, os autores concluem que as atividades contextualizadas apresentam um nível de dificuldade maior para os estudantes.

Além disso, percebe-se na Figura 1 que ao tratar da função logarítmica o modelo matemático (representação algébrica – lei da função) está estabelecido na questão. Assim, questões como está, não provocam o estudante a identificar regularidades, generalizar e modelar, tampouco analisar temas/ conceitos das outras áreas do conhecimento.

Outro exemplo de atividade que utilizou o contexto físico para ilustrar pode ser observado na Figura 2.

Figura 1 - Atividade contextualizada

47. Uma bola é lançada verticalmente para cima. Suponha que sua altura h , em metros, t segundos após o lançamento seja. $h = -t^2 + 4t + 6$
 a) Qual é o tempo que a bola leva para voltar à sua altura inicial?
 b) Qual é a altura máxima atingida pela bola?

Fonte: Pesquisa P24.

Em outros termos, embora estas atividades tratem de assuntos das Ciências da Natureza, a resolução das atividades exige apenas a aplicação de regras e procedimentos internos a própria Matemática. No “Material elaborado para os professores do Ensino Médio – Caderno V” fica explícito que atividades neste estilo reduzem o potencial da contextualização, pois para considerar uma situação como contextualizada o esperado é que sejam envolvidos conhecimentos de diferentes áreas e relações mais consistentes entre eles. (BRASIL, 2014).

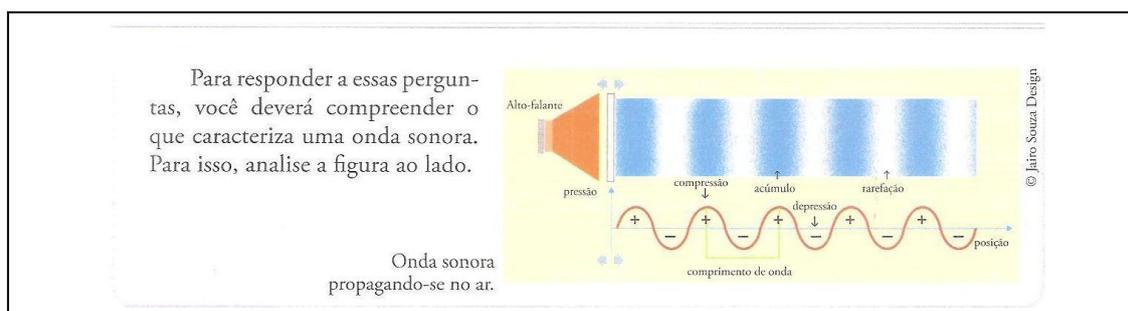
Para Almouloud (2014), as situações-problema contextualizadas devem ser apoiadas em um contexto matemático, outras áreas do conhecimento ou em certa realidade que faça parte ou não da vida do estudante. Além disso, devem permitir ao estudante: ação, expressão, reflexão e a evolução por iniciativa própria, possibilitando a aquisição de novos conhecimentos. Sendo assim, uma situação contextualizada adequadamente deve envolver conceitos já conhecidos e conceitos a serem explorados, também, é importante que possua sentido para o estudante evitar erros conceituais.

As pesquisas P12, P20 e P29 exploram a relação entre a Matemática e as Ciências da Natureza ao tratar do conceito de função, abordando conceitos físicos para compreensão da função afim e funções trigonométricas. As atividades destas produções possibilitam ao estudante identificar relações entre as áreas, pois não fazem uso de enunciados apenas ilustrativos.

Na pesquisa P12, por exemplo, os autores propõem uma atividade contextualizada com a Física, a fim de que os estudantes desenvolvam habilidades cognitivas para a construção do conceito de velocidade média, a partir de um estudo feito por meio da função afim. Na atividade os estudantes chegam no modelo que representa o cálculo da velocidade a partir da representação de um registro gráfico com auxílio de um Mathlet¹⁵. Além disso, exploram a ideia de proporção e variável de uma função linear.

A Figura 3 é uma atividade proposta na pesquisa P20 que trata do estudo de ondas sonoras por meio da função seno.

Figura 3 - Atividade contextualizada



Fonte: Pesquisa P20.

A partir desta imagem, são propostas as seguintes reflexões: O que representam os pontos pintados de azul mais espaçados? E os menos espaçados? Qual é a grandeza que está sendo representada no eixo vertical? E no eixo horizontal? O que significa o termo “comprimento da onda” indicado no gráfico? A partir do gráfico é possível determinar a amplitude da onda? Verifica-se que em uma atividade como esta é possível articular conhecimentos físicos e matemáticos para a compreensão da função seno. Além disso, os alunos vivenciam situações, como: ação, formulação e validação ao perceberem, analisarem, conjecturarem as propriedades da função seno num contexto físico-matemático.

A pesquisa P29 traz elementos importantes para o ensino-aprendizagem de

¹⁵ Um mathlet é “uma pequena plataforma independente e interativa para o ensino de Matemática”. São aplicações que podem ser desenvolvidas para a internet, em qualquer linguagem de programação ou qualquer plataforma.

Funções Trigonométricas, relacionando fenômenos naturais, em particular, o som, com o objeto matemático de referência, bem como as potencialidades do ambiente computacional *GeoGebra*. Os autores destacam que a possibilidade de emitir som para o estudo das funções trigonométricas é uma forma de contextualizar o ensino destas funções com a Física.

Cabe destacar que as pesquisas P6, P12 abordam questões que envolvem conceitos da Química e da Biologia. As demais pesquisas não destacam questões que articulem conceitos destas áreas para o estudo de funções. Uma possível interpretação para este resultado é que os autores das pesquisas P7, P24, P27 escolhem destacar as questões que relacionam a Matemática com a Física, não ficando claro se o restante das atividades, não exploradas nas análises, abordam outras áreas das Ciências da Natureza.

Quanto aos aspectos da teoria dos Registros de Representação Semiótica abordados, em particular, na relação da Matemática com as disciplinas das Ciências da Natureza, destaca-se a mobilização de diferentes registros de representação semiótica para resolução das atividades. Além disso, a relevância das transformações cognitivas (tratamento e conversão) nas atividades contextualizadas.

Pode-se perceber, nas pesquisas (P12, P20, P29) que, muitas vezes, o conhecimento e a memorização de fórmulas não é suficiente para os sujeitos resolverem atividades contextualizadas, é necessário transitar entre os diferentes registros de um mesmo objeto matemático. Desse modo, verificou-se que a conversão foi a transformação cognitiva predominante nestas pesquisas. As autoras Santos e Curi (2011) corroboram com esta ideia ao afirmar que, muitas vezes, problemas contextualizados com a Física, exigem a mobilização de diferentes registros de um mesmo objeto matemático.

Embora a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pertença a face oculta da Matemática, as autoras salientam

Contudo pode-se vislumbrar a utilização de sua teoria em outras áreas do conhecimento. No caso da Física entendemos que para resolução de tarefas é necessário o embasamento teórico referente à própria disciplina, contudo no ato de resolução o que se tem explicitamente em jogo é um objeto matemático e esta perspectiva – assim as diferentes leituras de um mesmo objeto nos fazem ver na teoria de Duval uma possível ferramenta didática no momento de construção e mobilização do conhecimento dos alunos por parte de professores (SANTOS; CURTI, 2011, p. 4).

Sendo assim, as situações-problema contextualizadas com a Física, exigem além dos conceitos referentes à própria disciplina, diferentes leituras de um mesmo objeto.

Desse modo, possivelmente, o nível de dificuldade será maior que em situações diretas que requerem a aplicação de um procedimento ou regra matemática.

Nesse sentido, sublinha-se que recursos como os *softwares*, destacado nas pesquisas P20, P29, pode auxiliar nas leituras de um mesmo objeto. Os autores sublinham que este facilita a visualização das diferentes representações do objeto função, simultaneamente. Dessa forma, destacam que é possível manipular as variáveis didáticas e visualizar, quase que instantaneamente, as mudanças correspondentes nos registros algébrico e gráfico. Sendo assim, esta ferramenta pode contribuir com atividades contextualizadas com as Ciências Natureza, uma vez que estas atividades normalmente exigem que o estudante realize a conversão de uma representação em outra representação de outro registro.

Considerações finais

A análise das vinte e oito produções permitiu concluir que a maior concentração de pesquisas (10) está no programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/ SP). Além disso, em relação ao nível de ensino, dezenove pesquisas foram desenvolvidas na Educação Básica. Uma possível interpretação para este resultado é o tema funções ser estruturador do currículo da Educação Básica (Álgebra, Números e Funções). Ainda ao que tange os níveis de ensino, cabe ressaltar que dentre as pesquisas mapeadas poucas desenvolveram-se com a formação de professores (inicial e continuada). Dessa forma, sublinha-se a relevância de ampliar as pesquisas com este público, para discutir sobre o ensino e aprendizagem de funções.

Em relação as categorias dos procedimentos metodológicos, a maior concentração de pesquisas (19), refere-se a categoria Ensino e Aprendizagem, subcategoria sequências didáticas. No entanto, entende-se que para potencializar o trabalho com sequências didáticas é recomendado ao professor que procure identificar as razões e incompreensões que geram erros e bloqueios durante as atividades e selecionar os exercícios adequados.

Os tipos de funções em destaque foram as funções polinomiais. Porém, percebe-se o foco em dois casos específicos, afim e quadrática, provavelmente por serem estes os casos mais trabalhados na Educação Básica.

Com base nas análises, verifica-se que sete pesquisas abordaram conceitos da área das Ciências da Natureza ao tratar do conceito de função. Entretanto, quatro destas

apresentaram questões contextualizadas com a Física, Química ou Biologia de forma ilustrativa. Sendo assim, para resolver as questões não mobilizam-se conceitos destas áreas, tampouco é apresentado o conceito de função como linguagem das Ciências. Pode-se perceber a opção por discutir a relação da Matemática com a Física por meio de situações contextualizadas em três pesquisas, estas permitem ao estudante a aquisição de novos conhecimentos.

Quanto aos aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica destacados na relação da Matemática com as disciplinas das Ciências Natureza, verifica-se a mobilização de diferentes registros de representação semiótica na resolução das atividades contextualizadas. Além disso, percebe-se a relevância das transformações cognitivas (tratamento e conversão), com ênfase na conversão.

Um outro aspecto interessante foi a recomendação do uso de *softwares* nas atividades contextualizadas, pois este recurso pode auxiliar o estudante na visualização das diferentes representações do mesmo objeto, assim como, na manipulação e visualização das variáveis didáticas pertinentes de cada registro de representação semiótica.

Sendo assim, percebe-se que embora propostas curriculares e pesquisadores da Educação Matemática sublinhem a importância de um trabalho integrado, entre a Matemática e as Ciências da Natureza, ao tratar do conceito de função, ainda são poucas as pesquisas que se propõem a explorar esta relação entre as áreas. Além disso, entende-se que a ampliação de pesquisas com este foco, que envolvam professores e futuros professores, podem trazer resultados positivos para as salas de aula. Desde que estes profissionais percebam a importância de trabalhar este conceito como linguagem das ciências.

5 CONCLUSÕES

Dentro da perspectiva deste estudo que era entender de que forma o conceito de função é abordado em produções acadêmicas que exploram o uso de softwares e/ ou buscam relações com as Ciências da Natureza, verificou-se os aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica explorados nas produções ao tratar do conceito de função, averiguou-se as características enfatizadas sobre o Pensamento Algébrico, identificou-se potencialidades e limites do uso de *softwares* no estudo do conceito de função e analisou-se se e como fenômenos das Ciências da Natureza são contextos para o ensino deste conceito. A partir desta retomada compartilha-se algumas conclusões.

A pesquisa envolveu dois mapeamentos. O primeiro com o objetivo de identificar e analisar as pesquisas em Educação Matemática, publicadas em alguns periódicos, que problematizam o ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e o uso de tecnologias (em particular, *softwares*), simultaneamente. Os resultados já analisados e apresentados no decorrer desta dissertação sinalizam que a maioria das produções, desenvolvidas na Educação Básica, tinham como objetivo minimizar as dificuldades em relação a Álgebra e apresentar possibilidades de ensinar conceitos algébricos, principalmente o conceito de função, com o uso de *softwares*.

A escolha do conceito de função, em grande parte dos trabalhos, atribui-se as dificuldades encontradas pelos estudante e sua importância curricular. Ao que tange o uso de *softwares*, destaca-se a contribuição deste recurso para o desenvolvimento do pensamento algébrico e a visualização concomitante de várias representações. Além disso, analisam-se os aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica concluindo que os *softwares* também minimizam as dificuldades identificadas, principalmente, nas conversões entre os registros de representações semióticas. Cabe ressaltar que, as pesquisas têm como foco justificar a importância de utilizar esta ferramenta tecnológica. Desse modo, a maioria, não problematiza o desenvolvimento do pensamento algébrico e seus benefícios para o entendimento da Matemática.

Estas informações foram importantes para delinear o segundo mapeamento, em que foram analisadas, dissertações e teses, que versam sobre o conceito de função. A escolha deste tema deve-se a sua importância como conceito estruturador do currículo da Educação Básica (Álgebra, Números e Funções), o expressivo número de pesquisas sobre o tema no primeiro mapeamento e principalmente por seu caráter como linguagem da

ciências, pouco explorado nas pesquisas mapeadas e apresentadas no capítulo 3 desta dissertação.

Desse modo, delineou-se o segundo mapeamento de dissertações e teses. Com objetivo de analisar de que forma relações entre a Matemática e disciplinas das Ciências da Natureza são abordadas em produções brasileiras que tratam do conceito de função. Os resultados referentes a análise destas produções, aqui já discutidos, apontam que a concentração de pesquisas é maior na Educação Básica, estas priorizam como procedimentos metodológicos as sequências didáticas, ao abordar predominantemente casos particulares das Funções Polinomiais. Além disso, destacam-se dois dos critérios de análise neste segundo mapeamento: o aporte teórico ser a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, devido a sua relevância para compreender o que diz respeito a face oculta da Matemática e abordar situações que relacionem o conceito de função com as Ciências da Natureza.

Com base nestes critérios, verifica-se que a maioria das pesquisas abordou esta relação por meio de situações ilustrativas, ou seja, para que o estudante resolva as questões propostas não é necessário mobilizar conceitos de diferentes áreas, tampouco é enfatizado o papel do conceito de função como linguagem das ciências. Ao que tange a Teoria dos Registros de Representação, em particular, na relação da Matemática com as Ciências da Natureza, destaca-se a mobilização de diferentes registros de representação semiótica nas situações contextualizadas, e a relevância das transformações cognitivas apontadas por Duval (tratamento e conversão). Infere-se que a conversão é mais exigida nas atividades que envolveram conceitos de outras áreas, em especial a Física.

Diante do exposto, verifica-se que os aspectos da teoria dos Registros de Representação Semiótica explorados nas pesquisas foram: a importância das diferentes representações semióticas para compreensão do objeto função, assim como, o entendimento das transformações cognitivas. Com isso, atinge-se o primeiro objetivo específico desta pesquisa.

Ao que tange o uso de *softwares* identificam-se potencialidades e limites na manipulação deste recurso. Algumas destas potencialidades são relacionadas às possibilidades de visualização pelo aluno das janelas representantes dos registros de representação algébricos, numéricos e gráficos, bem como, a manipulação direta das variáveis didáticas que permitem a mobilização e visualização destes registros. Além disso, a economia de tempo e exatidão para explorar funções, a possibilidade de observar o comportamento de funções e construir conceitos como, período, amplitude etc.

Além destas, são apontados alguns limites para o trabalho com *softwares*, por exemplo: a insuficiência de estrutura física e equipamentos disponíveis para aplicação das atividades; a ausência do domínio de alguns conceitos sobre funções, por parte dos estudantes; a insegurança por parte dos professores para dominar o *software*. Sendo assim, alcança-se o segundo objetivo proposto para esta pesquisa.

Ao averiguar as características do pensamento algébrico (representar, raciocinar e resolver problemas), enfatizadas nas produções, mesmo que de forma implícita, terceiro objetivo específico proposto nesta pesquisa, constata-se que, a capacidade representar, de utilizar diferentes sistemas de representação é a mais enfatizada. Embora entenda-se que é fundamental para o entendimento do conceito de função o exercício das demais características do pensamento algébrico, que incluem: a capacidade de relacionar propriedades do objeto e generalizar as relações válidas para certa classe de objetos, assim como modelar situações.

Ao analisar se é como os conceitos das disciplinas das Ciências da Natureza são contextos para o ensino de funções percebe-se que, apenas três produções das quarenta analisadas tratam o conceito de função por meio de uma relação com a área das Ciências da Natureza, especificamente a Física. Estas pesquisas abordam conceitos como, ondas sonoras e velocidade média, além disso, utilizam como recursos os *softwares*, livros didáticos e papel/lápis. Cabe destacar que, para abordar conceitos da Química e da Biologia, poderiam ter associado o tema funções ao estudo de meia vida de fármacos, decaimento radioativo e o crescimento populacional de bactérias e fungos.

Diante do número pouco expressivo de pesquisas que se dedicou a explorar o conceito de função e sua relação com as Ciências da Natureza, sublinha-se que, a maioria das pesquisas, aborda situações que são apenas ilustrativas. Desse modo, o estudante não é provocado a mobilizar conceitos de diferentes áreas, mas sim regras e propriedades matemáticas.

Nesse sentido, pode-se perceber que o conceito de função é tratado, na maioria das vezes, como função numérica interna a Matemática. Recomenda-se que se amplie a abordagem deste conceito como ferramenta de modelagem de situações contextualizadas, conforme está proposto nos documentos curriculares e sublinha-se o potencial dos *softwares* para auxiliar no ensino do conceito de função.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. Ag. **Contexto e contextualização nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática**. Nova Escola Edição 270, Março 2014.
- BICUDO, M. A. V. Meta-análise: seu significado para a pesquisa qualitativa. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), p. 07-20, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática 5ª a 8ª série**. Brasília: SEF, 1998.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Medio (PCNEM)**. Brasília: Ministério da Educação, 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. (PCN+)**. Brasília: MEC/Semtec, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: SEB, 2006.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica (Org.). **Formação de Professores do Ensino Médio, Etapa II – Caderno V: Matemática / Ministério da Educação Básica**; [autores: Ana Paula Jahn... et al,]. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Brasília: SAEB, 2018.
- BONINI, A.; DRUCK, I. F.; BARRA, E. D. O. **Direitos à aprendizagem e ao desenvolvimento na educação básica: subsídios ao currículo nacional**. Disponível em <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/55911>. Acessado em 20 jun. 2018.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1 Ed. Lisboa. 1951.
- DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**, Campinas(SP):Papirus, p. 11-33, 2003.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas.** Org.: Tânia M. M. Campos. 1 Ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Quais teorias e métodos para a pesquisa sobre o ensino da matemática? **Práxis Educativa.** Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 305-330. 2012.

DUVAL, R. Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Entrevistadores: José Luiz Magalhães de Freitas e Veridiana Rezende. **Revista Paranaense de Educação Matemática,** Campo Mourão, v. 2, n. 3, jul./dez. 2013.

DUVAL, R. et al. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Florianópolis (SC), v. 11, n. 2, p. 01-78, 2016.

HENRIQUES, A; ALMOULOU, S. Ag. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciência & Educação,** Bauru, vol.22, n.2, p.465-487, 2016.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Org.: Dario Fiorentini, Sérgio Lorenzato. Campinas - SP: Autores Associados, 2006.

MACHADO, N. J. Mateologia, zero. Matemática, dez. **Pátio: Revista Pedagógica,** Porto Alegre, v.12, n.47, p.12-15, 2008.

MCCONNELL, J. **Uso de computadores e calculadoras no aprendizado da álgebra,** 1995. In: As ideias da Álgebra. Organizadores: COXFORD, Arthur. F.; SHULTE, Albert. P. Tradução: DOMINGUES. H. H. São Paulo: Atual, 1994.

MUNIZ, C. A.; SILVA, H. A. A Formação do Professor de Matemática no Curso de Licenciatura: Reflexões Produzidas pela Comissão Paritária SBM/SBEM. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. n 21. 2013.

NCTM (2007). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. (Tradução portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics). Lisboa: APM.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico.** Ministério da Educação de Portugal; 2009.

SANTOS, C. A. B.; CURI, E. Os Registros de Representação Semiótica como Ferramenta Didática no Ensino da Disciplina de Física. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis (SC), v. 06, n. 1, p.1-14, 2011.

SANTOS, G. L. D; BARBOSA, J. C. Um modelo teórico de Matemática para o Ensino do Conceito de Função a partir de realizações em livros didáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19. n.2, p 315-338, 2017.

SILVA, M. A.; PIRES, C. M. C. A riqueza nos currículos de Matemática do Ensino Médio: em busca de critérios para seleção e organização de conteúdos. *Zetetiké*, Campinas, v. 21, n. 39, p. 19-52, jan./jun. 2013.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações de variáveis, 1995. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.) **As ideias da Álgebra**. Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1994.

HOUSE, Peggy A. **Álgebra: ideias e questões**, 1995. In: *As ideias da Álgebra*. COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert. P. (ORG.) Tradução: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1994.

VAN DE WALLE, Jonh. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: COLONESE, P. H. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584 p.

APENDICES

Apêndice A

Quadro 10 - Identificação dos doze artigos analisados

	Título	Autores	Periódico
A5	A Gênese Instrumental na Interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática	Celina A. A. P. Abar; Sergio Vicente Alencar	Bolema
A6	Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas Utilizando o GeoGebra	Daniele C. Gonçalves; Frederico da Silva Rei	Bolema
A7	Ensino de Funções Polinomiais de Grau Maior que Dois Através da Análise de seus Gráficos, com Auxílio do <i>Software</i> Graphmatica	Clóvis José Dazzi; Maria Madalena Dullius	Bolema
A13	Ideias básicas de função no 9º ano do ensino fundamental: uma sequência de atividades com o auxílio do software <i>Winplot</i>	Karina de Oliveira Castro	Revemat
A16	Explorando os coeficientes da função quadrática por meio do <i>software Winplot</i> : Uma experiência com alunos do 2º ano do Ensino Médio	Mauricio Ramos Lutz; Aline Silva de Bona	Revemat
A18	Tecnologias digitais no ensino: discussões a partir de propostas desenvolvidas por licenciandos envolvendo polinômios	Maria Ivete Basniak; Dirceu Scaldelai; Celine Maria Paulek; Natali Angela Felipe	Educação Matemática Pesquisa
A19	Investigação matemática com o GeoGebra: um exemplo com matrizes e determinantes	Duelci A. de Freitas Vaz; Elivanete Alves de Jesus	Boletim Gepem
A20	Construção de fractais usando o <i>software</i> GeoGebra	Teresinha A. F. Padilha; Maria Madalena Dullius; Marli Teresinha Quartieri	Boletim Gepem
A21	Características do pensamento algébrico de estudantes do Ensino Médio com equações do 1º grau	Claudia L. O. Groenwald; Ednei Luis Becher	Acta
A28	Explorar e comunicar ideias sobre isometrias	Maria Auxiliadora Lage Maria Clara R. Frota	Vidya
A29	Explorando modelos matemáticos trigonométricos a partir de <i>applets</i>	Marlizete Franco da Silva; Maria C. Rezende Frota	Vidya
A30	Análise das estratégias utilizadas pelos estudantes no estudo de funções logarítmicas e exponenciais	Adriana Tiago dos Santos; Barbara Lutaif Bianchini	Vidya

Fonte: Sobrinho (2019).

Apêndice B

Quadro 11 - Organização das 28 pesquisas mapeadas

Ident.	Título	Autores	Programa	Ano
P1	Função Quadrática: Um estudo didático de uma abordagem computacional	Diana Maia (Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud)	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP	2007
P3	Análise da Abordagem de Função adotada em livros didáticos de matemática da educação básica	Umberto Almeida Silva (Prof. ^a Dr. ^a Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PUC/SP	2007
P4	Conceito de Função: atividades introdutórias propostas no material de matemática do ensino fundamental da rede pública estadual de São Paulo	Alexandre de Paula Silva (Prof. ^a Dr. ^a Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PUC/SP	2008
P5	Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil	Marcos José Ardenghi – (Prof. ^a Dr. ^a Sonia Barbosa Camargo Iglioni)	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP	2008
P6	Questões objetivas sobre funções das provas de matemática do vestibular da UFRN dos anos de (2001 a 2008): um diagnóstico sobre os erros que os candidatos cometem	Jailson da Costa Pontes – (Prof. Dr. Isauro Beltrán Nuñez)	Mestrado em Ciências Naturais e Matemática - UFRN	2008
P7	Funções em livros didáticos: relações entre aspectos visuais e textuais	Luis Manuel Peliz Marques Bica – (Prof. ^a Dr. ^a Sônia Pitta Coelho)	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP	2009
P8	A função exponencial no caderno do professor de 2008 da secretaria do estado de São Paulo, análise de atividades realizadas por alunos da 2ª série do ensino médio	Cláudia Vicente de Souza – (Prof. ^a Dr. ^a Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PUC/SP	2010
P9	O tratamento dado ao conceito de função em livros didáticos da educação básica	Ligia Maria da Silva – (Prof. Dr. Benedito Antonio da Silva)	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PUC/SP	2010
P10	Funções: Um estudo baseado nos três mundos da matemática	Norberto Machado Angelini – (Prof. ^a Dr. ^a Vera Helena Giusti de Souza)	Mestrado em Educação Matemática – UNIAN	2010
P11	O ensino da função logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do <i>software</i> Geogebra	Adriana Tiago Castro dos Santos (Prof. ^a Dr. ^a Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado em Educação Matemática – PUC/SP	2011
P12	O uso de Tecnologias no Ensino Médio: A integração de Mathlets no Ensino da Função Afim	Vilmar Gomes da Fonseca (Prof. ^a Dr. ^a Angela Rocha dos Santos)	Mestrado em Ensino de Matemática – UFRJ	2011
P13	Os Registros de Representação no Ensino de Função Polinomial do 1º Grau: Uma proposta para o Caderno do Aluno do Estado de São Paulo	Aislan Totti Bernardo (Prof. ^a Dr. ^a Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes)	Mestrado em Educação Matemática – UNIBAN	2011

P14	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no Ensino de Funções Quadráticas: Contribuições para compreensão das diferentes representações	Anna Luisa de Castro (Prof.ª Dr.ª Maria Elisabette Brisola Brito Prado)	Mestrado em Educação Matemática – UNIBAN	2011
P15	O uso de problemas no ensino e aprendizagem de Funções Exponenciais e Logarítmicas na Escola Básica	Rodrigo Sychocki da Silva (Prof.Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso)	Mestrado em Ensino de Matemática – UFRGS	2012
P16	A Noção de Função Quadrática na Transição entre os Ensino Fundamental, Médio e Superior	Alessandra Azzolini da Silva (Prof.ª Dr.ª Marlene Alves Dias)	Mestrado em Educação Matemática – UNIBAN	2012
P17	Expectativas Institucionais relacionadas à transição entre o Ensino Médio e Ensino Superior para o caso da noção de Função Exponencial	Sirlene Neves de Andrade (Prof.ª Dr.ª Marlene Alves Dias)	Doutorado em Educação Matemática – UNIBAN	2012
P18	As Diferentes Representações ao se fazer a transposição didática do conceito de Função	Edson Alkimim (Prof.ª Dr.ª Maria Auxiliadora Vilela Paiva)	Mestrado em Educação em Ciências e Matemática – IFES	2013
P19	Introdução ao conceito de Integral de Funções Polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentadas em princípios da Modelagem Matemática	Carlos Antônio da Silva (Prof. Dr. Benedito Antonio da Silva)	Doutorado em Educação Matemática – PUC/SP	2013
P20	Função Seno: Um estudo com o uso do <i>Software Winplot</i> com alunos do Ensino Médio	Cláudia Pereira dos Santos (Prof.ª Dr.ª Barbara Lutaif Bianchini)	Mestrado Profissional em Educação Matemática – PUC/SP	2013
P21	O Geogebra como recurso didático para aprendizagem do esboço de gráficos de Funções que diferem de outras por uma composição de isometrias ou homotetias	Anayara Gomes dos Santos (Prof. Dr. Ediel Azevedo Guerra)	Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática – UFAL	2013
P22	A transição das Razões para as Funções Trigonométricas	Paulo Masanobo Miashiro (Prof.ª Dr.ª Maria Elisa Esteves Lopes Galvão)	Mestrado em Educação Matemática – UNIBAN	2013
P23	Dissertações Brasileiras sobre o Ensino de Função Afim, a partir da implementação de sequências didáticas, produzidas no período de 2009 a 2012: Questões para formação de professores e para pesquisa	Carolina Freire Pinto (Prof. Dr.ª Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira)	Mestrado em Ensino de Matemática - UFRJ	2014
P24	A noção de Função: Uma abordagem centrada em situações de aprendizagem	Juvenal de Gouveia (Prof.ª Dr.ª Marlene Alves Dias)	Doutorado em Educação Matemática - UNIAN	2014
P25	Um experimento apoiado na Teoria dos Registros de Representações Semióticas sobre o ensino de Função Linear Afim em um Ambiente Computacional	Cristiano Souza Ramos (Prof. Dr. Luiz Gonzaga Xavier de Barros)	Mestrado em Educação Matemática - UNIAN	2014
P26	Um estudo sobre o ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio e no Ensino Superior no Brasil e na França	Laerte Silva da Fonseca (Prof. Dr. Luiz Gonzaga Xavier de Barros)	Doutorado em Educação Matemática - UNIAN	2015
P27	A influência do <i>Software Geogebra</i> na aprendizagem de funções quadráticas	Igor Roberto Gonçalves Teixeira	Mestrado em Educação	2016

		(Eduardo Silva Palmeira)	Matemática - UESC	
P28	Uma proposta de níveis de aprendizagem para o tópico de funções no Ensino Médio	Eduarda de Jesus Cardoso (Prof. ^a Dr. ^a Lilian Nasser)	Mestrado em Ensino de Matemática - UFRJ	2016
P29	Estudo de Funções trigonométricas em dois ambientes de aprendizagem no Ensino Médio	Helder Lima Silva (Prof. Dr. Afonso Henriques)	Mestrado em Educação Matemática - UESC	2017

Fonte: Sobrinho (2019).

Apêndice C

Quadro 12 - Artigos submetidos para revistas científicas

Artigos submetidos para periódicos
SOBRINHO, A.; SOARES, M. A. Ensino e aprendizagem de conceitos algébricos com <i>softwares</i> : um panorama a partir de produções acadêmicas. Revista Boletim Online de Educação Matemática.
SOBRINHO, A. ANDREATTA, L. A relação da Matemática com as Ciências da Natureza a partir do conceito de função: um estudo de dissertações e teses. Revista Paranaense de Educação Matemática.

Fonte: Sobrinho (2019).