

## OS PROBLEMAS DOS PROBLEMAS EM CÁLCULO

Coordenador: ELISABETE ZARDO BURIGO

**Introdução** Este projeto consiste no acompanhamento das turmas especiais de Cálculo I da UFRGS, coletando e sistematizando registros referentes aos processos de aprendizagem dos alunos e à interação entre alunos, monitor e professores tendo como foco as estratégias de resolução dos problemas e as dificuldades de aprendizagem, observados através de registros em sala de aula e análise de provas. Nas turmas especiais de Cálculo, voltadas para alunos que tiveram pelo menos duas reprovações na disciplina, é adotada uma dinâmica diferenciada das demais, com prioridade para a resolução de exercícios pelos alunos com assistência do professor e de um monitor. Cabe ao projeto coletar dados a respeito de como isso é compreendido por parte dos alunos e quais são as estratégias de resolução adotadas por eles verificando, também, se suas idéias fazem sentido. Essa coleta de dados é feita de duas formas: registro em sala de aula e análise de provas. Registros em sala de aula Tanto no momento da aula expositiva como no momento em que os alunos estão em grupo resolvendo os exercícios são registradas as dúvidas e as sugestões de resolução dos alunos em relação aos problemas que devem ser resolvidos. Abaixo são listados alguns dos registros feitos em sala de aula:\*

**Exemplo 1.1**  $\int (e^{x/2}, dx)$  Fazendo  $u = x/2$  temos  $du = dx/2$ . Normalmente não fica muito evidente para o aluno que  $\int (e^{x/2}, dx) = 2 \cdot \int (e^{x/2}, dx/2)$ . Quando o professor escreve isto no quadro normalmente surgem perguntas do tipo "Por que o 2?" ou "Por que o dx/2?". É como se o 2 e o dx/2 aparecessem num passe de mágica.

**Exemplo 1.2** Encontre a área limitada por  $y = e^x$ ;  $y = e^{2x}$ ;  $x = 0$ ;  $x = \ln 2$ . Para resolver este problema fazemos  $\int e^{2x} - \int e^x$ , ambas definidas de 0 até  $\ln 2$ . Em um dado momento o professor pergunta: "quanto dá  $e^{(2\ln 2)}$ "; aluno responde: "dá 4"; professor: Por quê? ; aluno: é só cortar o e com  $\ln$ . Podemos ver aqui que o aluno encontra a resposta certa, uma vez que  $2^2=2 \cdot 2$ , porém utilizando um método errado; note que se ele usasse o mesmo raciocínio para encontrar o resultado de  $e^{(3\ln 2)}$  chegaria na resposta 6, a qual sabemos que é 8.

**Exemplo 1.3**  $\int (\sec(4x) \cdot \text{tg}(4x), dx)$  O professor resolveu a questão fazendo  $u = \sec(4x)$ , então  $du = \sec(4x) \cdot \text{tg}(4x) \cdot 4 \cdot dx$ ; depois fez a substituição. Uma sugestão muito interessante de um dos alunos foi fazer  $u = 4x$  e então  $du = 4dx$ , assim  $\int (\sec(4x) \cdot \text{tg}(4x), dx) = 1/4 \cdot \int (\sec(u) \cdot \text{tg}(u), du)$ , uma resolução mais simples, uma vez que não é necessário fazer a derivada da  $\sec(4x)$  e  $\int (\sec(u) \cdot \text{tg}(u), du)$  é tabelada.

**Análise de provas** A análise de provas tem como objetivo principal entrar em sintonia com o raciocínio do aluno buscando sempre que possível

"entender" a maneira como o aluno pensou para tentar resolver o exercício. Exemplo 2.1 Em um dado momento de uma questão o aluno chega numa expressão do tipo  $8x^4 - 146x^2 + 18 = 0$ . Colocando  $x$  em evidência temos  $x(8x^3 - 146x) + 18 = 0$ , e o aluno escreve  $x = -18$  como sendo uma das raízes da equação. De onde vem esta concepção? Para responder a esta pergunta, pense em como seria resolvida uma equação do tipo  $(x + 18)(8x^3 - 146x) = 0$ . Como o produto dos dois fatores dá zero, temos que  $x + 18 = 0$  ou  $8x^3 - 146x = 0$ . O aluno tem possivelmente em sua concepção que tanto faz a ordem das operações produto e soma, ou seja, multiplicar  $x$  com  $8x^3 - 146x$  e depois somar 18 dá na mesma que somar 18 ao  $x$  e depois multiplicar por  $8x^3 - 146x$ .

Exemplo 2.2 Dada a função definida pela expressão  $f(x) = (10 - x^2)^{1/2}$ , calcule o seu domínio. Resolução do aluno:  $10 - x^0$  então  $-x^{-10}$ , então  $x^{10}$  e então  $x^{10^{1/2}}$  ou  $-10^{1/2}$ . O aluno utiliza na inequação os mesmos métodos de resolução de uma equação. Podemos ver que sua resposta também não faz sentido, pois para  $-10^{1/2}$ ,  $x^{10}$ .

Exemplo 2.3 Num dado momento de uma questão de prova, o aluno deveria encontrar a derivada da função  $f(x) = (5 - x^2)^{-1}$ . Resolução do aluno:  $f'(x) = -1 \cdot [(-2x)^{-2}] \cdot (-2x)$ . Podemos ver aqui que o aluno errou a regra da cadeia. Acredita-se que ele não compreende muito bem a função composta, por essa razão não aplicou corretamente a regra da cadeia.

Considerações finais A análise dos dados é regularmente discutida com os professores das referidas turmas e apresentada aos professores da disciplina de Cálculo I, não só para mostrar as concepções dos alunos, mas também para dar sugestões sobre novas formas de abordagem de uma determinada matéria e propor novos exercícios para serem discutidos com os alunos. Os resultados das análises também são considerados no atendimento à distância aos alunos de Cálculo e em outros projetos vinculados ao Programa Pró-Cálculo, como o curso de Pré-Cálculo para calouros.

$a^b$ : a elevado ao expoente b  
 $\int(a, dx)$ : integral de a em relação a x