

PLANEJAMENTO FINANCEIRO PESSOAL: UM ESTUDO SOBRE A RENDA PÓS-APOSENTADORIA

Andréia Cristina Dias Garcia*

Gilberto de Oliveira Kloeckner**

Sinopse: A incerteza sobre qual o valor da renda para o período pós-aposentadoria pode levar o indivíduo a constituir um plano de acumulação de capital com o intuito de garantir antecipadamente a existência e o nível da mesma. Esse estudo se propõe a analisar alguns modelos atuariais utilizados para o cálculo do valor a ser poupado para a geração da renda na fase da aposentadoria. Nos modelos apresentados, o indivíduo escolhe o tipo de contribuição e a taxa de juro. A partir dessas premissas, calcula-se o valor a ser poupado a partir do valor da renda desejada. Para calcular a probabilidade de ocorrência do valor da renda esperada, cada plano é simulado em dois cenários distintos para uma determinada idade, contemplando, também, a aplicação do fundo acumulado somente em ativos livres de risco e, numa segunda etapa, permitindo o investimento em ativos com risco. Observa-se que uma atitude conservadora em relação à escolha da taxa de juro, ou seja, a preferência por uma taxa de juro menor, apresenta um melhor resultado do que a opção por uma taxa maior e, também, que a aplicação do capital acumulado em ativos de risco contribui, em geral, para a melhoria dos resultados obtidos nos planos simulados. A matemática atuarial é a ferramenta utilizada para o desenvolvimento dos modelos.

Palavras-chave: Renda pós-aposentadoria. Modelo atuarial. Investimento financeiro. Taxa de juro.

*Licenciada em Matemática e Bacharel em Ciências Atuariais (UFRGS). Mestre em Administração (PPGA/UFRGS). Professora de Métodos Quantitativos e Matemática Financeira da Faculdade São Francisco de Assis (UNIFIN) e da Instituição Educacional São Judas Tadeu. (acdgarci@pop.com.br).

**Engenheiro Mecânico e Administrador de Empresas (UFRGS). Mestre em Administração (PPGA/UFRGS). Ph.D. em Finanças (London School of Economics – Inglaterra). Professor da Escola de Administração da UFRGS. (gokloeckner@ea.ufrgs.br).

1 INTRODUÇÃO

O padrão de vida futura que um indivíduo deseja será aquele capaz de manter e até de melhorar seu nível de consumo. Existem algumas maneiras pelas quais a renda pode ser gerada para o período de aposentadoria. De acordo com Booth et al. (1999), as mais comuns, conhecidas como “Os Quatro Pilares”, são: a renda gerada pelo Estado; os planos de previdência ocupacional, conhecidos no Brasil como Previdência Fechada; a poupança pessoal do indivíduo; e a renda obtida pelo aposentado que ainda está no mercado de trabalho.

A previdência social brasileira atende os trabalhadores do setor privado e os funcionários públicos – cerca de 30 milhões de pessoas em maio de 2003 – deixando de atender cerca de 40 milhões de indivíduos que não participam do mercado formal de trabalho (BRASIL, MINISTÉRIO DA PREVIDÊNCIA SOCIAL, 2003). O nível de bem-estar que a previdência proporciona está ligado ao nível de renda do indivíduo quando na fase ativa. O Brasil classifica-se no grupo de países onde a pobreza absoluta¹ (ROCHA, 1996) ainda persiste em virtude da má distribuição da renda. Em 1997, 1% da população respondia por 13,7% do rendimento total, enquanto 50% respondia por outros 13,7% (ROCHA, 2000).

A previdência privada apresenta-se como opção de complemento de renda para aqueles que desejam e podem receber valores superiores ao teto do regime ao qual pertencem e para aqueles que estão excluídos do mercado formal de trabalho. O Brasil possui um sistema de previdência complementar, no qual estão presentes as previdências fechada e aberta. As Entidades Fechadas de Previdência Privada (EFPP), também conhecidas como fundos de pensão, abrangem os contribuintes que possuem vínculo empregatício com a patrocinadora² do fundo e funcionam com a contribuição de ambos – funcionário e empresa. As Entidades Abertas de Previdência Privada (EAPP) estão disponíveis para qualquer indivíduo que queira fazer parte do sistema, de forma a constituir o seu próprio fundo de aposentadoria.

As empresas de previdência privada disponibilizam uma variedade de planos de aposentadoria, existindo hoje no Brasil 47 empresas de previdência privada, associadas à Associação Nacional de Previdência Privada (ANAPP)³, conforme pesquisa realizada na Internet em outubro de 2004. Do total de empresas, 40 possuem página na Internet, sendo que 16 destas apresentam um simulador disponível para o cálculo dos planos de previdência. Os

1 O rendimento *per capita* se situa aquém do mínimo indispensável para atendimento das necessidades básicas no âmbito do consumo privado.

2 Empresa ou grupo de empresas que beneficia seus empregados com um plano de previdência.

3 Fundada em 1974 com o objetivo de fortalecer as empresas do setor de previdência privada.

simuladores das 16 empresas permitem que se insira o valor da contribuição mensal, calculando assim o valor da renda mensal de aposentadoria e, em alguns casos, o fundo gerado por essas contribuições.

Para se ter uma idéia do valor da renda gerada por uma determinada contribuição, foi realizada a simulação nas 16 empresas, em outubro de 2004, para um indivíduo com 30 anos, que contribua mensalmente com o valor de 500 reais durante 35 anos, e que aos 65 anos comece a receber a renda. Em todos os casos, procurou-se o plano mais simples existente, do tipo Plano Gerador de Benefícios Livres (PGBL)⁴, com ativos investidos em renda fixa. A menor renda gerada foi de 2.700 reais e a maior de 18.800 reais, para o mesmo valor de contribuição. Em relação ao fundo acumulado, o menor valor foi de 659 mil reais e o maior de 2,672 milhões de reais.

Algumas observações quanto a particularidades das empresas são necessárias, pois podem explicar as diferenças nos resultados encontrados. A maior parte das empresas trabalhava com uma rentabilidade real de 6% ao ano. Três empresas trabalhavam com uma rentabilidade de 12% ao ano, uma com 9% ao ano, e outra com 8,5% ao ano. O cálculo do valor acumulado no fundo não foi disponibilizado para quatro empresas. Nos resultados obtidos pela simulação, percebe-se que nem sempre o maior fundo acumulado gerará a maior renda. Pelo fato de as empresas não disponibilizarem a forma como os cálculos foram realizados, acredita-se que existam diferenças na metodologia e nos parâmetros utilizados que levaram a essas divergências. Essas diferenças estão representadas pelas distintas taxas de juro utilizadas, pelas tábuas de mortalidade escolhidas e, ainda, pela projeção realizada para o desempenho do fundo, que pode ter-se dado a partir de um cenário futuro otimista ou pessimista.

Com base no exposto, o objetivo deste artigo é apresentar a análise de modelos para geração de renda pós-aposentadoria a partir de planos de acumulação de capital com características distintas, de modo que se possa estimar, *a priori*, os valores a serem poupados de acordo com o nível de renda desejado pelo próprio indivíduo. Para isso, é necessário estabelecer um modelo atuarial que permita encontrar os valores a serem poupados e os respectivos benefícios gerados de acordo com a idade do indivíduo e verificar se o fundo financeiro gerado por esse modelo conseguirá respaldar a renda futura.

⁴ O Plano Gerador de Benefícios Livres – PGBL – é um plano gerador de renda para a aposentadoria a partir de contribuições do indivíduo que serão administradas pela empresa de previdência.

2 POR QUE POUPAR?

De acordo com a hipótese do ciclo da vida, apresentada inicialmente por Franco Modigliani (1986), a poupança surge do desejo individual de manter um padrão estável de consumo ao longo da existência. Os indivíduos terão poupanças positivas durante os anos de trabalho produtivo e poupanças negativas quando se aposentarem, pois preferem manter uma estrutura de consumo relativamente constante enquanto viverem.

Outros motivos para poupança, além da hipótese do ciclo da vida, são: a acumulação para a aquisição de bens indivisíveis de alto valor unitário, as incertezas do futuro que afetam o bem-estar do indivíduo e a formação de uma herança. Quanto mais incerta a renda futura, maior a poupança e menor o consumo presente. O ciclo da vida é frequentemente apresentado como a principal motivação para demanda de ativos financeiros de longo prazo (OLIVEIRA; BELTRÃO; DAVID, 1998).

Cada indivíduo deverá decidir quanto gastar de sua renda no consumo presente e quanto economizar para a aposentadoria. De acordo com Bodie e Merton (2002), o indivíduo pode estabelecer um percentual da renda pré-aposentadoria como objetivo para a renda pós-aposentadoria, ou desejar manter o mesmo nível de renda antes e depois da aposentadoria. Seguindo a segunda alternativa, a formulação desse modelo, de um modo geral, diz que o valor presente da despesa com o consumo ao longo da vida – a renda permanente – deve igualar-se ao valor presente da renda do trabalho da fase ativa – o capital humano.

3 QUANTO POUPAR?

Para a estimação da renda pós-aposentadoria e do valor a ser acumulado para a sua satisfação, é necessária a adoção de um modelo matemático. A área da matemática que se dedica a tais cálculos é denominada matemática atuarial. A matemática atuarial fornece as bases tanto para o cálculo de seguros quanto para o de rendas. Os modelos matemáticos básicos comuns a todos os tipos de seguro possuem três elementos fundamentais: as variáveis aleatórias que caracterizam a magnitude do risco – por exemplo, a duração da vida; os estados definidos, separados por eventos de transição – transição entre vida e morte; e a função econômica normalmente ligada a variáveis exógenas incontrolláveis ou a medidas de desempenho – inflação, retorno do capital e outras (BOOTH et al., 1999).

As suposições econômicas para o desenvolvimento de um modelo atuarial são a taxa de retorno esperado para os investimentos, o aumento esperado dos preços, o aumento esperado do salário médio, o ganho esperado e a taxa de crescimento dos dividendos, todos para o longo prazo. Num modelo atuarial, além das suposições econômicas, existem as suposições estatísticas. Tais suposições são usadas para tentar representar a experiência futura do indivíduo. Os decrementos, ou seja, os motivos para a exclusão do indivíduo de um determinado plano, incluem aposentadoria (*retirement*), invalidez (*ill health*), morte (*death*) e retirada voluntária (*withdrawal*). A matemática atuarial tradicional segue uma abordagem determinística e envolve as suposições de uma taxa fixa de juro e a presença de um grande número de passivos idênticos de vidas diferentes que torne ignorável a variabilidade devido à morte (BOOTH et al., 1999).

Por meio do estudo das anuidades na matemática financeira, já se tem o conhecimento da terminologia, da notação e, da própria teoria, utilizado na teoria das anuidades de vida, que agrega uma condição para o pagamento da anuidade, ou seja, a anuidade só será paga se o indivíduo estiver vivo. Logo, uma anuidade de vida é uma série de pagamentos feitos continuamente ou em intervalos iguais enquanto o indivíduo estiver vivo. Ela pode ser vitalícia ou temporária, imediata ou diferida (BOWERS JUNIOR et al., 1997).

A equação que determina o valor da contribuição ou da renda parte de uma situação de equilíbrio, em que o valor atual das contribuições realizadas ao longo de um período deve ser igual ao valor atual da renda a ser recebida. A utilização de um modelo atuarial é necessária para que se possa determinar o valor da contribuição ou da renda de aposentadoria, mas não é suficiente, pois não consegue garantir que esses valores calculados se manterão, independentemente do desenvolvimento da economia e do mercado financeiro. Pelo fato de ser um modelo, é uma aproximação da realidade e não absorve a totalidade das variações dos parâmetros e premissas adotadas.

4 COMO POUPAR?

Uma vez que poupar é uma condição essencial para a existência de uma renda futura, e o valor a ser poupado já está definido, é relevante a destinação desses recursos, seja para o mercado financeiro, seja para o mercado previdenciário. Depende da evolução financeira do fundo, ou seja, do retorno do capital investido por meio das contribuições, o alcance do valor da renda de aposentadoria calculada previamente. A decisão de investimento pressupõe a

existência de um determinado valor oriundo, em geral, da decisão de não consumir no presente, para que mais possa ser consumido no futuro. Essa decisão será ótima à medida que maximizar a satisfação esperada do consumo futuro, isto é, se a renda de aposentadoria for suficiente para satisfazer às necessidades e preferências do poupador.

A aplicação dos recursos destinados à aposentadoria pode ser realizada em investimentos do mercado financeiro ou diretamente no mercado de previdência complementar. Os fundos de investimento orientados à aposentadoria são aplicações com o objetivo de complementação da aposentadoria de seu investidor. O Fundo de Aposentadoria Programada Individual (FAPI) é constituído sob a forma de um condomínio aberto e administrado por instituições financeiras. Não há rentabilidade mínima prevista e todo o rendimento é repassado ao investidor que, ao final do período de contribuição, poderá sacar todos os recursos. O risco do investidor no FAPI é o risco dos títulos da carteira (FORTUNA, 2001). Outro tipo de aplicação com fins previdenciais é o Plano Gerador de Benefícios Livres (PGBL), no qual o cliente pode escolher o perfil do risco desejado. Além do PGBL, existe o produto Vida Gerador de Benefícios Livres (VGBL). Eles são produtos com características semelhantes, a diferença está no tratamento fiscal.

A escolha de um fundo de previdência aberta deve ser realizada com cuidado, analisando-se aspectos quanto à rentabilidade, liquidez, benefícios fiscais, taxas de administração, taxas de carregamento e outros fatores que possam influenciar. De acordo com o estudo realizado por Leal (2001), nem sempre as vantagens fiscais oferecidas pelos fundos de previdência privada os tornam mais vantajosos do que a poupança realizada por meio de fundos de renda fixa e de fundos de investimento financeiro. Ele verificou que o custo de administração de maior impacto sobre a riqueza final do poupador é a taxa de administração, se comparado com a taxa de carregamento.

5 O MODELO ATUARIAL

Este artigo foi desenvolvido a partir da construção de um modelo matemático atuarial que apresenta o valor atual a ser poupado para a geração de uma renda futura definida inicialmente com parâmetros predeterminados. A solução analítica do modelo é apresentada na seqüência, considerando variações nos parâmetros de entrada. O modelo desenvolvido é um modelo de longo prazo; desse modo, as premissas adotadas apresentarão, possivelmente, alguma variabilidade. Para capturar essa variabilidade, é realizada uma simulação utilizando

uma variação estocástica da taxa de juro, com o objetivo de estudar a distribuição de probabilidades do resultado esperado.

A escolha da tábua de mortalidade, também chamada tábua de vida ou de sobrevivência, afeta diretamente qualquer estudo atuarial. Motivados pela inexistência de tábuas específicas para o caso brasileiro, Beltrão e Pinheiro (2002) construíram duas tábuas de vida, uma para os consumidores do produto seguro de vida e outra para os de previdência privada, que é a tábua utilizada neste artigo, a partir dos dados de 1998, fornecidos pela Superintendência de Seguros Privados – SUSEP.

A taxa de juro é essencial para os cálculos a serem realizados neste estudo. Como a taxa de juro da economia é uma taxa nominal, expressando simultaneamente o ganho real e a inflação, é necessário ter uma série que expresse somente o ganho real. Para medir a inflação, existe uma variedade de índices calculados por diversos institutos. Neste estudo, será adotado o índice calculado pela Fundação Getúlio Vargas (FGV), o Índice Geral de Preços (IGP-DI) anual, obtido do banco de dados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA).

Pelo estudo de Famá (2002), tanto a taxa do CDI quanto a taxa da poupança podem ser consideradas taxas livres de risco para o Brasil. Nesse estudo, optou-se por trabalhar com a taxa do CDI. No entanto, a série disponível do CDI inicia-se em setembro de 1994 e como se buscam dados a partir de 1970, esta série mostrou-se não apropriada. Dessa forma, buscou-se outro indicador com uma série mais extensa. Como a taxa de juros do CDB está disponível a partir de 1970, e fazendo uma análise de regressão linear entre o CDI e o CDB, verifica-se que o CDB é menor do que o CDI⁵, a utilização do CDB como taxa livre de risco revela-se condizente com este estudo. A taxa do CDB é fornecida pelo Banco Central do Brasil (BCB) e foi obtida junto ao IPEA. Extraíndo-se a inflação da taxa de juro livre de risco, obtém-se uma série de taxa de juro real livre de risco, intitulada CDB – real. Da mesma forma, é necessária a utilização de uma taxa para a remuneração dos ativos com risco. Foi utilizado, então, o rendimento dado pelo IBOVESPA para o mesmo período.

Ao se comparar as séries CDB – real e IBOV – real, tem-se uma correlação de -0,0563 que indica uma ausência de correlação entre as duas séries. A análise realizada permite caracterizar o período integral como aquele em que ocorrem fases de estabilização e fases de descontrole inflacionário. Para a caracterização de dois cenários futuros possíveis, foram calculadas as médias das taxas para o período todo, contemplando um cenário com possibilidade de inflação alta, e para o período a partir de 1995, como sendo um período de

⁵ Resultado da regressão linear: R-quadrado = 0,97400678, $\alpha = -0,08422886$ e $\beta = 1,008009603$.

inflação controlada. Os resultados encontrados estão na Tab. 1 e serão utilizados como parâmetros para o cálculo da variação estocástica da taxa de juro.

Tabela 1
Média e Desvio-Padrão do CDB – Real e do IBOVESPA – Real
Para os Períodos 1970-2003 e 1995-2003

Cenário I – Período 70 a 02			Cenário II – Período 95 a 03		
	Média	Desvio-Padrão		Média	Desvio-Padrão
CDB real	6	12	CDB real	12	12
IBOV real	23	77	IBOV real	17	54

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

As taxas utilizadas para os cálculos atuariais, no decorrer deste estudo, são 6% ao ano e 12% ao ano, em virtude da média encontrada para o CDB real nos dois cenários contemplados e, também, pelo fato de serem as taxas tradicionalmente adotadas pelas empresas de previdência para seus planos de renda para aposentadoria. A taxa a ser utilizada para o estudo da evolução do fundo de um plano predeterminado, no Cenário I, será gerada estocasticamente por meio de um sorteio no qual todas as taxas do período 1970 a 2003, do CDB real, têm a mesma probabilidade de ocorrer. Para o Cenário II, ela será gerada também aleatoriamente, por meio da inversa da distribuição normal com média e desvio-padrão obtidos para esse cenário.

O modelo atuarial parte de uma equação de equilíbrio, em que a receita é igualada à despesa. A receita, nesse caso, é constituída pelo valor acumulado durante a fase ativa e a despesa é representada pelo valor da renda pós-aposentadoria. Comparando essa idéia com o Modelo de Merton, pode-se dizer que o consumo para a fase inativa será garantido pela poupança da fase ativa. Na linguagem atuarial, o consumo da fase inativa é visto como a renda de aposentadoria capaz de supri-lo, e a poupança da fase ativa é a responsável pelas contribuições periódicas que gerarão o fundo provedor desta renda.

Dessa forma: $\text{Consumo}_{\text{inativo}} = \text{Poupança}_{\text{ativo}}$.

A poupança é obtida pela parcela da renda não destinada ao consumo.

$\text{Consumo}_{\text{inativo}} = \text{Renda}_{\text{ativo}} - \text{Consumo}_{\text{ativo}}$.

Ou ainda, $\text{Consumo}_{\text{ativo}} + \text{Consumo}_{\text{inativo}} = \text{Renda}_{\text{ativo}}$

Considerando a existência de riqueza inicial e o desejo de deixar uma herança, pode-se estender o modelo.

$$\text{Consumo}_{\text{ativo}} + \text{Consumo}_{\text{inativo}} + \text{Herança} = \text{Riqueza Inicial} + \text{Renda}_{\text{ativo}}, \text{ logo,}$$

$$\text{Consumo} + \text{Herança} = \text{Riqueza Inicial} + \text{Renda}_{\text{ativo}}$$

Essa é a equação de equilíbrio do Modelo de Merton, no qual os níveis de consumo e herança serão determinados pelos níveis de riqueza e renda.

Neste estudo, o modelo utilizado para o cálculo da renda de aposentadoria, que considera a contribuição e a renda gerada constantes ao longo do tempo, é chamado de Modelo I. É um modelo discreto, com parâmetros determinísticos, que segue a abordagem tradicional. As premissas do Modelo I são: o indivíduo começa sua poupança com x anos; ele poupa durante m anos por meio de parcelas anuais constantes (C); a renda da aposentadoria (R) é constante e recebida vitaliciamente a partir da idade $x + m$; o valor descontado é obtido pela aplicação da taxa de juro real da economia (r); a probabilidade de sobrevivência do indivíduo é dada pela tábua de mortalidade para planos de previdência privada elaborada por Beltrão e Pinheiro (2002).

Como o problema é saber se a renda recebida após a aposentadoria será suficiente para manter o mesmo padrão de vida, o modelo desenvolvido neste estudo parte de uma renda desejada, conhecida na data de início do plano, e busca determinar o valor da contribuição necessária para formar o fundo que responderá por essa renda futuramente. O valor atual desse fundo é calculado atuarialmente, em virtude de ele envolver a probabilidade do indivíduo estar vivo na idade do recebimento da renda. Esse valor é conhecido como prêmio único e puro de uma renda vitalícia, antecipada, diferida em m anos para a idade x (BRASIL, 1985).

As parcelas destinadas à acumulação desse fundo são calculadas também atuarialmente, vencendo a primeira na idade x , e a última na idade $x + m - 1$. O cálculo do prêmio único e puro de uma renda diferida em m períodos, vitalícia e antecipada para um indivíduo na idade x é realizado por meio do somatório do produto da renda pela probabilidade de sobrevivência de cada idade, descontados a valor presente pela taxa de juro real (r) da economia, como é indicado a seguir:

$$\begin{aligned}
{}_m | \ddot{a}_x &= R_{x+m} \cdot v^m \cdot \frac{l_{x+m}}{l_x} + R_{x+m} \cdot v^{m+1} \cdot \frac{l_{x+m+1}}{l_x} + R_{x+m} \cdot v^{m+2} \cdot \frac{l_{x+m+2}}{l_x} + \dots \\
{}_m | \ddot{a}_x &= R_{x+m} \cdot v^m \cdot \sum_{t=0}^{w-(x+m)} v^t \cdot \frac{l_{x+m+t}}{l_x}, \quad \text{sendo} \quad R_x = R_{x+m} \cdot v^m \\
{}_m | \ddot{a}_x &= \frac{R_x}{l_x} \cdot \sum_{t=0}^{w-(x+m)} v^t \cdot l_{x+m+t}
\end{aligned}$$

onde :

- x é a idade do indivíduo;
- m é o período de diferimento da renda;
- ${}_m | \ddot{a}_x$ é o prêmio único e puro de uma renda vitalícia, diferida e antecipada para um indivíduo na idade x ;
- R_{x+m} é o valor da renda anual para a idade $x + m$;
- R_x é o valor da renda R_{x+m} descontada m períodos;
- r é a taxa de juro real da economia;
- v é o fator de desconto, ou seja, $v = \frac{1}{1+r}$;
- $\frac{l_{x+m+t}}{l_x}$ é a probabilidade de um indivíduo de idade x estar vivo na idade $x + m + t$.

Uma vez obtido o valor total a ser acumulado para o provisionamento da renda futura (${}_m | \ddot{a}_x$), é necessário transformar esse valor único em parcelas a serem poupadas durante o prazo de diferimento da renda, ou seja, m anos. O valor das parcelas será calculado a partir do valor atual de uma renda atuarial temporária, imediata, antecipada, com parcelas constantes.

$$\begin{aligned}
{}_m | \dot{a}_x &= C + C \cdot v \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} + C \cdot v^2 \cdot \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + C \cdot v^{m-1} \cdot \frac{l_{x+m-1}}{l_x} \\
\frac{R_x}{l_x} \cdot \sum_{t=0}^{w-(x+m)} v^t \cdot l_{x+m+t} &= C \cdot \sum_{t=0}^{m-1} v^t \cdot \frac{l_{x+t}}{l_x}
\end{aligned}$$

Dessa forma, a contribuição para a idade x , pelo Modelo I, será:

$$C = \frac{R_x \cdot \sum_{t=0}^{w-(x+m)} v^t \cdot l_{x+m+t}}{\sum_{t=0}^{m-1} v^t \cdot l_{x+t}} \quad (1)$$

O Modelo I estabelece um valor constante tanto para as contribuições quanto para a renda pós-aposentadoria. Esse é o tratamento utilizado, geralmente, nos cálculos atuariais.

A renda proveniente do trabalho do indivíduo segue, em geral, uma trajetória crescente até um determinado nível e, após, começa a decrescer. Por essa razão, torna-se útil considerar o caso em que a contribuição assume um crescimento durante todo o período de acumulação ou até um valor estipulado previamente. Quem determina se as contribuições serão constantes ou crescentes é o próprio indivíduo na hora da opção por um plano de acumulação. Para isso, faz-se necessária a apresentação de um segundo modelo, que segue as premissas do Modelo I, mas considera a contribuição crescente.

O Modelo II será, então, um modelo no qual a contribuição é crescente e a renda é constante. A única premissa alterada em relação ao Modelo I é a de que as parcelas poupadas durante a fase ativa sofrerão um reajuste anual pela taxa (α) representando a taxa de crescimento salarial real ou uma taxa de crescimento pessoal desejada.

A formulação do Modelo II mantém o fundo igual ao do Modelo I. Para o cálculo da contribuição, tem-se que:

$${}_m | \ddot{a}_x = C + C.(1 + \alpha).v \cdot \frac{l_{x+1}}{l_x} + \dots + C.(1 + \alpha)^{m-1} .v^{m-1} \cdot \frac{l_{x+m-1}}{l_x}$$

$$\frac{R_x}{l_x} \cdot \sum_{t=0}^{w-(x+m)} v^t \cdot l_{x+m+t} = \frac{C}{l_x} \cdot \sum_{t=0}^{m-1} (1 + \alpha)^t \cdot v^t \cdot l_{x+t}$$

Logo, a contribuição para a idade x , dada pelo Modelo II, é obtida por meio da fórmula que segue:

$$C = \frac{R_x \cdot \sum_{t=0}^{w-(x+m)} v^t \cdot l_{x+m+t}}{\sum_{t=0}^{m-1} (1 + \alpha)^t \cdot v^t \cdot l_{x+t}} \quad (2)$$

Uma variação possível para o Modelo II é considerar a contribuição crescente, mas limitada. O indivíduo estipula então o limite, ou seja, decide se a contribuição crescerá até duplicar, triplicar, etc. Neste estudo foi considerado o caso em que a contribuição cresce geometricamente até duplicar seu valor.

Supondo que o valor limite da contribuição seja um múltiplo da contribuição inicial – $K.C$ – onde K é um número inteiro, positivo e diferente de zero e C é o valor da contribuição inicial, o número de contribuições (n) até alcançar o valor limite estipulado é dado por:

$$n = \frac{\ln K}{\ln(1 + \alpha)}$$

Fixando $K = 2$, ou seja, a contribuição limite sendo o dobro da contribuição inicial, o valor de n para um crescimento de 3% ao ano será de 24 anos; para 6% a.a., de 12 anos; e para 12%, de 6 anos.

A formulação para o Modelo II com contribuição crescente limitada mantém o cálculo para a renda, e para o cálculo da contribuição segue o raciocínio dos modelos anteriores.

Dessa forma,

$$\begin{aligned}
 {}_m| \ddot{a}_x &= C + C.(1 + \alpha).v.\frac{l_{x+1}}{l_x} + \dots + C.(1 + \alpha)^n.v^n.\frac{l_{x+n}}{l_x} + \dots + C.(1 + \alpha)^n.v^{m-1}.\frac{l_{x+m-1}}{l_x} \\
 {}_m| \ddot{a}_x &= \frac{C}{l_x} \left[\left(\sum_{t=0}^n (1 + \alpha)^t.v^t.\frac{l_{x+t}}{l_x} \right) + \left((1 + \alpha)^n.\sum_{t=1}^{m-n-1} v^{n+t}.\frac{l_{x+n+t}}{l_x} \right) \right] \\
 C &= \frac{R_x.\sum_{t=0}^{w-(x+m)} v^t.l_{x+m+t}}{\left[\left(\sum_{t=0}^n (1 + \alpha)^t.v^t.\frac{l_{x+t}}{l_x} \right) + \left((1 + \alpha)^n.\sum_{t=1}^{m-n-1} v^{n+t}.\frac{l_{x+n+t}}{l_x} \right) \right]} \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

A primeira parcela do denominador representa o período de contribuição, no qual a contribuição apresenta-se crescente e; a segunda parcela, o período no qual ela permanece constante.

Uma vez que os modelos estão definidos, pode-se calcular o valor da contribuição para uma dada renda esperada. Como a definição de uma renda pós-aposentadoria desejada depende das necessidades e das preferências de cada indivíduo, optou-se em calcular o valor da contribuição para uma renda anual hoje de uma unidade monetária (1 u.m.) para os modelos definidos anteriormente. O resultado pode, então, ser estendido para qualquer valor de renda pretendida pela multiplicação da contribuição calculada pela renda atual desejada.

Tabela 2
Modelos Atuariais Gerados a partir das Combinações de Taxas

Modelo	Contribuição C	Renda R	Taxa de Juro r (%)	Taxa Crescente. α (%)
I – (6)	Constante	Constante	6	0
I – (12)	Constante	Constante	12	0
II – (6)	Crescente	Constante	6	6
II – (12)	Crescente	Constante	12	12
II – 1 (6)	Crescente lim.	Constante	6	6
II – 1 (12)	Crescente lim.	Constante	12	12

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

O cálculo da contribuição inicial para os modelos I, II e II-1 foi realizado em planilhas, no *software* Excel. Para o Modelo I, foi gerada uma planilha para o cálculo dos

fatores $\sum_{t=0}^{w-(x+m)} v^t \cdot l_{x+m+t}$ e $\sum_{t=0}^{m-1} v^t \cdot l_{x+t}$ para idades de 30 a 50 anos, outra planilha para o

cálculo da contribuição inicial para cada uma das idades, e uma terceira contendo a evolução do fundo ao longo do tempo, para a idade de 30 anos, de acordo com as suposições do modelo. Para todos os modelos foram geradas as mesmas planilhas do Modelo I, alterando-se os pressupostos básicos e os parâmetros adotados para cada um.

A contribuição inicial foi calculada para as idades de ingresso de 30 a 50 anos. Os resultados obtidos estão apresentados na tabela a seguir.

Tabela 3
Contribuição Inicial para os Modelos I, II e II-1

Idade	I (6)	I (12)	II (6)	II (12)	II-1(6)	II-1(12)
30	0,57	0,67	0,25	0,18	0,35	0,41
31	0,58	0,67	0,26	0,19	0,36	0,41
32	0,58	0,68	0,27	0,19	0,36	0,41
33	0,59	0,68	0,28	0,20	0,37	0,42
34	0,60	0,68	0,29	0,20	0,37	0,42
35	0,60	0,69	0,30	0,21	0,38	0,42
36	0,61	0,69	0,31	0,22	0,38	0,42
37	0,62	0,69	0,32	0,23	0,39	0,43
38	0,63	0,70	0,33	0,24	0,40	0,43
39	0,64	0,71	0,35	0,25	0,41	0,44
40	0,66	0,71	0,36	0,26	0,42	0,44
41	0,67	0,72	0,38	0,27	0,43	0,45
42	0,69	0,73	0,39	0,28	0,44	0,45
43	0,70	0,73	0,41	0,29	0,46	0,46
44	0,72	0,75	0,43	0,31	0,47	0,46
45	0,74	0,76	0,46	0,32	0,49	0,47
46	0,76	0,77	0,48	0,34	0,51	0,48
47	0,79	0,78	0,51	0,36	0,53	0,49
48	0,82	0,80	0,54	0,38	0,56	0,51
49	0,85	0,82	0,58	0,41	0,59	0,52
50	0,89	0,84	0,62	0,44	0,62	0,54

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

Para o Modelo I, observa-se que, para 17 das 21 idades de ingresso, o modelo com taxa de juro real de 6% ao ano apresenta uma contribuição menor. Dos 47 aos 50 anos, o modelo com taxa de 12% ao ano possui a menor contribuição. Apesar do rendimento superior aplicado ao fundo, no segundo caso, não há uma compensação por meio da diminuição da contribuição inicial; isso se dá em função do alto valor da renda a ser gerada. No Modelo II, a taxa de juro maior (12) gera uma contribuição menor para todas as idades de ingresso. No Modelo II, com contribuições limitadas a um determinado valor, a taxa de juro menor gera uma contribuição menor até a idade de 42 anos, invertendo após isso.

Terminada a fase do cálculo da contribuição inicial para todos os modelos, para as idades de 30 a 50 anos, escolheu-se um indivíduo que ingressa no modelo aos 30 anos, como um exemplo para o cálculo da contribuição inicial, da contribuição final, do fundo acumulado, da renda inicial, da renda final e da idade de recebimento da última renda de aposentadoria. Os resultados encontrados estão apresentados na tabela a seguir.

Tabela 4
Modelos I, II e II-1

Modelo	I (6)	I (12)	II (6)	II (12)	II-1 (6)	II-1 (12)
Contribuição inicial	0,57	0,67	0,25	0,18	0,35	0,41
Contribuição final	0,57	0,67	1,85	8,50	0,71	0,81
Fundo acumulado	67,34	324,89	68,48	333,27	67,60	325,46
Renda inicial	6,67	45,44	6,79	46,61	6,70	45,52
Renda final	6,67	45,44	6,79	46,61	6,70	45,52
Idade última renda	78	76	78	76	78	76

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

A renda inicial gerada para a idade de 65 anos praticamente não varia para todos os modelos, ficando em torno de 6,67 ou 45,44 reais, de acordo com a taxa escolhida, 6% ou 12%, respectivamente. Isso ocorre porque ela é calculada tendo em vista a obtenção de uma renda de 1 u. m. para a idade inicial, ou seja, o valor da renda gerada equivale a uma unidade monetária capitalizada à taxa de juro predeterminada na idade de ingresso no modelo pelo período de contribuição. Em todos os casos, a renda se extingue por volta dos 78 anos, devido à tábua de mortalidade utilizada ser comum a todos os modelos. O indivíduo que vier a falecer antes dessa idade deixará uma herança, e aquele que sobreviver a essa idade deverá arcar com o seu consumo sem a existência dessa renda, ou, então, ele poderá adicionar um valor à contribuição inicial proposta pelo modelo para suprir esse consumo futuro, se porventura vier a existir.

Após escolhido um determinado plano de acumulação, resta ao indivíduo acompanhar a evolução do fundo gerado pelas contribuições e estar atento a quaisquer mudanças na economia que possam comprometer o valor futuro esperado. Para avaliação antecipada da evolução do fundo, ou seja, uma projeção do valor futuro, foi realizada uma simulação do plano escolhido considerando o crescimento da taxa de juro real seguindo uma variação estocástica.

A simulação foi realizada para dois cenários distintos. No Cenário I, a taxa média de juro real é de 6% ao ano; no Cenário II, de 12% ao ano. Para os dois cenários, foram considerados dois casos: no primeiro caso, o fundo acumulado é investido somente em ativos livres de risco; e no segundo caso, 37%¹ do valor do fundo é aplicado em ativos de risco. O Cenário I está baseado na distribuição dos dados passados e apresenta períodos de inflação

¹ Este percentual foi utilizado seguindo os resultados apontados no estudo de Purcal (1999).

alta e períodos de inflação controlada. Ele foi gerado a partir do sorteio das taxas de juro real para o período 70/03, tanto para a taxa livre de risco como para a taxa que remunera os ativos com risco. Ele foi simulado 100 vezes numa planilha Excel, com a ferramenta Macro. Para a geração aleatória das taxas de juro, no Cenário II, foi utilizada a inversa da distribuição normal com a média e o desvio-padrão obtidos para o período de 1995 a 2003.

A partir da simulação da taxa de juro para o período de 35 anos, foi possível calcular o valor do fundo ao final de cada período e o fundo total acumulado. Esse cálculo foi repetido 100 vezes e o fundo total utilizado como resultado final foi a média dos cem resultados parciais do fundo final. O fundo médio encontrado para o modelo I(6) foi de 56,30² reais. A distribuição dos valores obtidos foi dividida em decis (10 décimos), de acordo com a proporção das frequências observadas. O fundo médio está no sétimo decil caracterizando uma probabilidade de ocorrência de 30 a 40%, e o fundo esperado necessário para a geração da renda (R\$ 67,34) está no oitavo decil, ou seja, 20 a 30% de probabilidade de ocorrência.

Ao se analisar os decis, conclui-se que, quanto menor o decil no qual o valor esperado do fundo se encontra, maior será a probabilidade de alcançá-lo. A análise feita a seguir busca identificar quais os planos que gerarão um fundo esperado com, no mínimo, 70% de probabilidade de ocorrência, ou seja, aqueles que estão, no máximo, no terceiro decil.

Após a simulação realizada para os modelos escolhidos previamente, os resultados obtidos estão descritos nas tabelas a seguir. Cada tabela apresenta o resultado do fundo médio obtido a partir da simulação, o fundo esperado calculado de acordo com a taxa de juro do cenário utilizado, já realizado anteriormente e o decil em que se encontra o fundo esperado na distribuição obtida pela simulação.

Para o Cenário I, com o fundo aplicado somente em ativos livres de risco, os modelos com taxa de 6% ao ano apresentam o fundo esperado no sétimo ou oitavo decil, ou seja, uma probabilidade de ocorrência de 20 a 30%. Para os modelos com taxa de 12% ao ano, o fundo esperado encontra-se no quinto ou no sexto decil (probabilidade de ocorrência de 40 a 50%), exceto para o Modelo II, no qual o fundo esperado está no primeiro decil (probabilidade de ocorrência de 90%). Observa-se que o modelo que consegue uma probabilidade superior a 70% é aquele que propõe uma taxa de 12% ao ano, que vai de encontro à taxa proposta no cenário e que prevê uma contribuição crescente também a taxa de 12% ao ano.

$${}^2 \text{Fundo} = \frac{\sum_{t=1}^{100} \text{Fundo}_t}{100}$$

Tabela 5**Decil do Fundo Esperado para o Cenário I, Caso 1, para cada Modelo Simulado**

Modelo	Fundo médio	Fundo esperado	Decil
I (6)	56,30	67,34	8 ^o
I (12)	73,07	67,34	5 ^o
II a (6)	67,39	68,48	7 ^o
II a (12)	132,15	68,48	1 ^o
II c (6)	57,06	67,60	8 ^o
II c (12)	76,48	67,60	6 ^o

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

Ainda no Cenário I, mas considerando uma aplicação de 37% do valor do fundo em ativos com risco, observa-se que os modelos com contribuição inicial calculada para uma taxa de 6% ao ano apresentam o fundo esperado no terceiro decil (probabilidade de ocorrência de 70%). Para os modelos com taxa de 12% ao ano, a probabilidade de ocorrência está entre 70 e 90%.

Tabela 6**Decil do Fundo Esperado para o Cenário I, Caso 2, para Cada Modelo Simulado**

Modelo	Fundo médio	Fundo esperado	Decil
I (6)	192,17	67,34	3 ^o
I (12)	271,43	67,34	2 ^o
II a (6)	162,21	68,48	3 ^o
II a (12)	282,17	68,48	1 ^o
II c (6)	224,22	67,60	3 ^o
II c (12)	361,18	67,60	3 ^o

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

O Cenário II foi constituído considerando a taxa de juro com uma distribuição normal, sendo que, para a taxa livre de risco, utilizou-se média de 12% ao ano e desvio padrão também de 12% ao ano e, para a taxa com risco, a média utilizada foi de 17% ao ano e o desvio padrão de 54% ao ano, conforme estudo apresentado no Capítulo 6.2.

Os resultados obtidos mostram que, tanto para os modelos com taxa prevista de 6% quanto para os que utilizam a taxa de 12%, nenhum consegue gerar o fundo esperado com

uma probabilidade de, no mínimo, 70%, eles obtêm no máximo 20% de probabilidade de ocorrência.

Tabela 7

Decil do Fundo Esperado para o Cenário II, Caso 1, para cada Modelo Simulado.

Modelo	Fundo Médio	Fundo Esperado	Decil
I (6)	251,53	324,89	8 ^o
I (12)	279,33	324,89	8 ^o
II a (6)	182,48	333,27	10 ^o
II a (12)	288,12	333,27	8 ^o
II c (6)	229,33	325,46	9 ^o
II c (12)	283,91	325,46	8 ^o

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

Considerando a aplicação em ativos com risco, os modelos com taxa de 12% ao ano têm entre 30 e 40% de probabilidade de gerar o fundo esperado, para os com taxa de 6%, todos apresentam probabilidade de ocorrência de 10 a 30%.

Tabela 8

Decil do Fundo Esperado para o Cenário II, Caso 2, para Cada Modelo Simulado

Modelo	Fundo Médio	Fundo Esperado	Decil
I (6)	353,19	324,89	7 ^o
I (12)	377,80	324,89	6 ^o
II a (6)	239,37	333,27	9 ^o
II a (12)	372,53	333,27	7 ^o
II c (6)	294,93	325,46	7 ^o
II c (12)	398,82	325,46	6 ^o

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

Para visualizar os resultados encontrados, a Tab. 9 apresenta, para cada modelo, as premissas adotadas, os resultados para o cálculo da contribuição para um indivíduo com 30 anos e a probabilidade de ocorrência do fundo esperado, obtida pela simulação do modelo para os Cenários I e II.

Tabela 9**Probabilidade de Ocorrência do Fundo Esperado para os Modelos Simulados**

Modelo	C	R	r	α	Cc	Cenário I		Cenário II	
						1	2	1	2
I (6)	CT	CT	6	0	0,57	20	70	20	30
I (12)	CT	CT	12	0	0,67	50	80	20	40
II (6)	CR	CT	6	6	0,25	30	70	0	10
II (12)	CR	CT	12	12	0,18	90	90	20	30
II – 1 (6)	CRL	CT	6	6	0,35	20	70	10	30
II – 1 (12)	CRL	CT	12	12	0,41	40	70	20	40

Legenda:

C – contribuição, pode ser constante (CT), crescente (CR) ou crescente limitada (CRL);

R – renda constante (CT);

r – taxa de juro real dada percentualmente;

α - taxa de crescimento da contribuição dada percentualmente;

Cc – contribuição inicial calculada para um indivíduo com 30 anos, em reais;

Cenário I, caso 1 – apresenta a probabilidade de ocorrência do fundo esperado, de acordo com a distribuição do fundo calculado pela simulação em 100 rodadas.

Cenário I, caso 2 e Cenário II, casos 1 e 2 – idem ao anterior.

Fonte: Elaborada pelos autores a partir dos dados da pesquisa.

Após a análise, é possível constatar que o resultado da simulação não apresenta um modelo que gere o fundo necessário para a renda pós-aposentadoria para todos os cenários utilizados simultaneamente.

O modelo atuarial tradicionalmente utilizado – contribuição constante gerando uma renda constante –, com taxa de 6% ao ano, não obteve sucesso para o Cenário I, com 100% do fundo aplicado em ativos livres de risco, que é o plano oferecido geralmente pelas empresas de previdência. Esse modelo passa a ter uma probabilidade de ocorrência do fundo esperado de 70% quando existe a possibilidade do investimento de uma parcela do fundo em ativos de risco.

Os modelos que prevêm uma contribuição constante não conseguem atingir uma probabilidade de ocorrência de 70%, exceto quando a aplicação em ativos de risco é considerada, mas somente para o Cenário I. Os modelos com contribuição crescente limitada estão na mesma situação dos modelos com contribuição constante. Os únicos modelos que conseguem atingir o fundo esperado são aqueles que apresentam uma contribuição crescente, mas esse resultado satisfatório só é conseguido quando a contribuição cresce a uma taxa de 12% ao ano e a economia apresenta uma taxa média de 6% ao ano.

Os resultados obtidos permitem confirmar que a obtenção do fundo desejado dependerá diretamente da possibilidade de um rendimento maior conseguido por meio da aplicação de uma parcela do fundo em ativos de risco. O comportamento de aversão ao risco do poupador pode impedi-lo de assumir tais riscos dificultando a obtenção de maiores retornos.

Quanto à utilização de taxas em diferentes níveis, sabe-se que a preferência dos atuários é pela utilização de taxas menores, pois implicam maior segurança na obtenção do resultado esperado. Este estudo vai ao encontro dessa conduta, pois todo o plano considerado, projetado com uma taxa de 6% ao ano, tem um melhor desempenho no Cenário I (taxa de 6% ao ano) do que os planos considerados com taxa de 12% no Cenário II (12% ao ano).

6 CONCLUSÃO

Tudo o que se refere ao futuro do indivíduo, em geral, é incerto. A busca por um padrão de vida que atenda às necessidades, sejam elas básicas ou não, é uma propulsora do crescimento pessoal. Para o alcance desse padrão almejado, uma condição básica é o planejamento financeiro pessoal; por meio dele é possível analisar conjuntamente as despesas pessoais e as receitas que farão frente a elas. Uma preocupação dos indivíduos, em geral, é com a renda pós-aposentadoria. Os fatores que a influenciam estão presentes no dia-a-dia por intermédio da renda do trabalho, do consumo presente e da possibilidade de uma poupança. O modelo do ciclo da vida apregoa que os indivíduos poupam para garantir o consumo futuro.

A partir da simulação realizada neste estudo, constata-se que os planos tradicionais terão dificuldade em gerar o fundo esperado. Para contornar essa situação o indivíduo deve buscar alternativas, que vão desde o aumento do valor poupado até a aplicação em investimentos com risco. Este artigo procurou mostrar as dificuldades existentes em modelos que pressupõem o longo prazo. Ficou evidenciado que num cenário de incertezas, como o caso brasileiro, é prudente e preferível utilizar parâmetros conservadores, ou seja, taxas de juro real menores. Pôde-se constatar que os planos calculados com taxa de juro de 12% ao ano ficaram aquém do resultado desejado e, também, que a aplicação em ativos de risco aumentou consideravelmente o valor do fundo. Os modelos tradicionais apresentados aos poupadores, simulados neste artigo, demonstraram uma probabilidade de ocorrência em torno de 20%, levando à constatação de que é de 80% a chance de que o fundo acumulado não consiga respaldar a renda futura, nos moldes previstos inicialmente.

Todos os valores calculados nesse estudo se tratam de valores puros, ou seja, valores nos quais não estão presentes parcelas referentes a taxas e/ou a impostos. Uma extensão deste estudo seria a consideração do peso das taxas de administração e carregamento e dos impostos no valor da contribuição. Outra, a simulação dos modelos para outros cenários possíveis. Ainda, uma extensão seria a formulação do modelo atuarial seguindo a abordagem estocástica, de modo a aproximá-lo melhor da realidade.

Todo e qualquer estudo sobre a renda pós-aposentadoria é relevante, pois atinge diretamente cada indivíduo e, conseqüentemente, a economia de uma nação.

PERSONAL FINANCIAL PLANNING: A STUDY ON POST RETIREMENT INCOME

Abstract: The uncertainty about the amount of income for the retirement stage may lead an individual to implement a capital accumulation plan in order to guarantee beforehand the desired income. This study approaches a series of factors that influence this decision making process: the person's income, his or her attitude towards consuming and saving, and the investment possibilities in the financial markets. The study also aims at analyzing the actuarial models used to calculate the amount to be saved so as to generate income at the retirement stage. In the models that are presented, the individual chooses the type of contribution, the type of income and the rate of interest. Based upon these premises, the amount to be saved is calculated, bearing in mind the expected income. In order to calculate the probability of the occurrence of the expected income, each plan is simulated in two different scenarios: (a) for a specific age, also taking into account the investment of the accumulated fund (only in risk free assets) and, (b) allowing the investment in risky assets. It is noted that a conservative attitude towards the choice of the interest rate, that is, the preference for a lower interest rate, approximates the simulated and the expected results. It is also noted that the accumulated capital investment in risk asset contributes, in general, for the improvement of the final results, in the simulated plans and scenarios.

Keywords: Post retirement income. Actuarial model. Financial investment. Interest rate.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PREVIDÊNCIA PRIVADA. 2003. **ANAPP**. Disponível em: <<http://www.anapp.com.br/site/>>. Acesso em: 10 out. 2004.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; PINHEIRO, Sonoe Sugahara. Estimativa de mortalidade para a população coberta pelos seguros privados: estatística e comparação com tábuas do mercado. **Estudos Funenseg**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 2, out. 2002.

BODIE, Zvi; MERTON, Robert C. **Finanças**. Tradução James Sunderland Cook. Porto Alegre: Bookman, 2002. Tradução de: Finance.

BOOTH Philip et al. **Modern actuarial theory and practice**. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 1999.

BOWERS JUNIOR, Newton L. et al. **Actuarial mathematics**. 2nd ed. Schaumburg: Society of Actuaries, 1997.

BRASIL, Gilberto. **O abc da matemática atuarial e princípios gerais de seguros**. Porto Alegre: Sulina, 1985.

BRASIL. Ministério da Previdência Social. **Previdência Social**. 2003. Disponível em: <<http://www.mpas.gov.br/previdenciasocial.asp>>. Acesso em: 10 out. 2004.

FAMÁ, Rubens. Conceito de taxa de risco e sua aplicação no capital *Asset Pricing Model*: um estudo exploratório para o mercado brasileiro. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE FINANÇAS, 2., 2002, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IBEMEC, 2002.

FORTUNA, Eduardo. **Mercado financeiro: produtos e serviços**. 14. ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2001.

LEAL, Ricardo Pereira Câmara. **Cuidados ao escolher um fundo de previdência privada**. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro. COPPEAD. CEFIN. Relatórios, 2001. Disponível em: <<http://www.coppead.ufrj.br/papers/cuidados.pdf>>. Acesso em: 04 ago. 2003.

MODIGLIANI, Franco. Life cycle, individual thrift and the wealth of nations. **American Economic Review**, Pittsburgh, v, 76, n. 3, 1986. p. 297 – 313.

OLIVEIRA, Francisco E. B. de; BELTRÃO, Kaizô I.; DAVID, Antonio C. de. **Previdência, poupança e crescimento econômico:** interações e perspectivas. IPEA, Rio de Janeiro, nov. 1998. Texto para discussão n. 607. Disponível em: <<http://www.ipea.gov.br/>>. Acesso em: 17 dez. 2003.

ROCHA, Sônia. **Os impactos do Plano Real.** IPEA, Rio de Janeiro, dez. 1996. Texto para discussão n. 439. Disponível em: <<http://www.ipea.gov.br/>>. Acesso em: 17 dez. 2003.

_____. **Pobreza e desigualdade no Brasil:** o esgotamento dos efeitos distributivos do Plano Real. IPEA, Rio de Janeiro, abr. 2000. Texto para discussão n. 721. Disponível em: <<http://www.ipea.gov.br/>>. Acesso em: 17 dez. 2003.