

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ALEX BERNSTTS TRONCHONI

**EXTENSÃO DO MÉTODO DA MODELAGEM POR LINHAS
DE TRANSMISSÃO EM DUAS DIMENSÕES:
UMA ABORDAGEM CONSIDERANDO MEIOS NÃO
HOMOGÊNEOS E IONIZAÇÃO**

Porto Alegre

2019

ALEX BERNSTTS TRONCHONI

**EXTENSÃO DO MÉTODO DA MODELAGEM POR LINHAS
DE TRANSMISSÃO EM DUAS DIMENSÕES:
UMA ABORDAGEM CONSIDERANDO MEIOS NÃO
HOMOGÊNEOS E IONIZAÇÃO**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Energia – Sistemas de Potência

ORIENTADOR: Prof. Dr. Daniel da Silva Gazzana

COORIENTADOR: Prof. Dr. Arturo Suman Bretas

Porto Alegre

2019

CIP - Catalogação na Publicação

Tronchoni, Alex Bernsts

Extensão do método da modelagem por linhas de transmissão em duas dimensões: uma abordagem considerando meios não homogêneos e ionização / Alex Bernsts Tronchoni. -- 2019.

110 f.

Orientador: Daniel da Silva Gazzana.

Coorientador: Arturo Suman Bretas.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, BR-RS, 2019.

1. Fenômeno da ionização. 2. Meios não homogêneos. 3. Método da modelagem por linhas de transmissão. 4. Propagação de ondas eletromagnéticas. I. Gazzana, Daniel da Silva, orient. II. Bretas, Arturo Suman, coorient. III. Título.

ALEX BERNSTTS TRONCHONI

**EXTENSÃO DO MÉTODO DA MODELAGEM POR LINHAS
DE TRANSMISSÃO EM DUAS DIMENSÕES:
UMA ABORDAGEM CONSIDERANDO MEIOS NÃO
HOMOGÊNEOS E IONIZAÇÃO**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. Daniel da Silva Gazzana, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Coorientador: _____

Prof. Dr. Arturo Suman Bretas, UFRGS

Doutor pela Virginia Tech – Blacksburg, EUA

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Mauro Augusto da Rosa, UFSC

Doutor pela Universidade do Porto – Porto, Portugal

Prof. Dr. José Roberto Cardoso, USP

Doutor pela Universidade de São Paulo – São Paulo, Brasil

Prof^a. Dr^a. Mariana Resener, UFRGS

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Luís Alberto Pereira, UFRGS

Doutor pela Universität Kaiserslautern – Kaiserslautern, Alemanha

Prof. Dr. Álvaro Augusto Almeida de Salles, UFRGS

Doutor pela University of London – Londres, Inglaterra

Coordenador do PPGEE: _____

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr.

Porto Alegre, Junho de 2019.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos aqueles que de alguma maneira contribuíram para a realização desta Tese de Doutorado.

À minha mãe, Maria da Graça Bernsts Tronchoni, e ao meu pai, Máximo Gallego Tronchoni, obrigado pela educação e exemplo que recebi em casa, pelas oportunidades que me proporcionaram ao longo da vida, contribuindo para que eu chegasse até este ponto de minha carreira acadêmica e profissional.

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Daniel da Silva Gazzana e Prof. Dr. Arturo Suman Bretas, pelos ensinamentos, disposição e paciência em prestar ajuda sempre que necessário e sobretudo pela confiança depositada em mim.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e à Universidade Federal do Rio Grande do Sul por fornecer os recursos e a infraestrutura necessária para realização desta tese.

Por fim, ao CNPq, não menos importante, pela bolsa de estudos propiciando apoio financeiro para a desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

Nesta tese de doutorado propõe-se o desenvolvimento de uma extensão do método da Modelagem por Linhas de Transmissão em duas dimensões (TLM-2D) para modelagem de meios não homogêneos e representação de não linearidades. Com base na utilização de *stubs* reativos e resistivos as propriedades de um determinado meio, permissividade e resistividade elétrica, podem ser modificadas, representando desta forma não homogeneidades em dado espaço. Valendo-se da analogia entre teoria de campos eletromagnéticos (EM) e a teoria de circuitos elétricos, não linearidades como o fenômeno da ionização, podem ser resolvidas numericamente através de modelos concebidos para representação de condutores elétricos, tais como sistemas de aterramento. O comportamento não linear do fenômeno é incluído no modelo TLM-2D clássico através da variação dinâmica de seus parâmetros de circuito. Tirando proveito desta equivalência, a análise pode ser estendida de forma generalista para meios não homogêneos incluindo características não lineares. Saliencia-se desta forma a principal contribuição deste trabalho como o desenvolvimento de um modelo integrado considerando não homogeneidades no espaço e não linearidades variando no espaço-tempo. Assim, o foco do estudo está concentrado em três pontos principais: formulação analítica e modelagem numérica de meios não homogêneos utilizando o método TLM-2D; formulação analítica para representação de não linearidades, onde o fenômeno da ionização é modelado através da variação da condutância e resistividade residual do meio; integração das duas formulações analíticas desenvolvidas em um único modelo. Por fim, como contribuição secundária, destaca-se a implementação computacional de um novo algoritmo TLM-2D.

Palavras-chave: Fenômeno da Ionização, Meios Não Homogêneos, Método da Modelagem por Linhas de Transmissão, Propagação de Ondas Eletromagnéticas.

ABSTRACT

This thesis proposes the development of an extension of the two-dimensional Transmission Line Modeling (TLM-2D) method for modeling non-homogeneous media and representing non-linearities. Through the use of reactive and resistive stubs one can modify the properties of a certain medium, electrical permittivity and resistivity, thus representing non homogeneities in a given space. Taking advantage of the analogy between electromagnetic and circuits theories, nonlinearities such as soil ionization, can be solved numerically through models formulated to represent electrical conductors, such as grounding systems. The nonlinearity phenomena is included in the classical TLM-2D model through the dynamic variation of circuit parameters. Using this equivalence, the analysis can be extended more generically to non-homogenous and lossy media including non-linear characteristics. The main contribution of this work can be highlighted as the development of an integrated model considering non-homogeneities in space and non-linearities varying in space-time. Thus, the focus of the study is concentrated on three main points: analytical formulation and numerical modeling of non-homogeneous media using the TLM-2D method; analytical formulation to represent nonlinearities, where the ionization phenomenon is modeled through the variation of conductance and residual resistivity of the medium; integration into a single model of the two developed an analytical formulations. Finally, as a secondary contribution, the computational implementation of a new TLM-2D algorithm stands out.

Keywords: Electromagnetic Wave Propagation, Ionization Phenomenon, Non-homogeneous Media, Transmission Line Modeling Method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Exemplos de formas utilizadas para discretizar o domínio no FEM: (a) uma dimensão (1D); (b) duas dimensões (2D); (c) três dimensões (3D).	23
Figura 2 - Princípio de Huygens e a formação de frentes de onda através de ondas secundárias.....	25
Figura 3 - Malha equivalente de linhas de transmissão. (a) Incidência de impulso em um nó paralelo. (b) Espalhamento de impulsos incidentes ao nó; (c) Conexão dos impulsos refletidos com nós adjacentes.	26
Figura 4 - Ilustração mostrando elementos básicos de uma malha TLM.....	27
Figura 5 - Perfil de resistividade nas regiões conforme a corrente aumenta e diminui.....	29
Figura 6 - Regiões consideradas no modelo de Liew-Darveniva.....	29
Figura 7 - Regiões consideradas no modelo de Wang-Liew-Darveniva.....	30
Figura 8 - Perfil de resistividade modificado de acordo com o modelo de Wang-Liew-Darveniva.....	31
Figura 9 - Incremento no raio do eletrodo na região de ionização conforme modelo de Velazquez.	31
Figura 10 - Perfil de variação da resistividade segundo modelo de Sekioka.	32
Figura 11 - Modo de polarização TM.....	35
Figura 12 - Circuito equivalente T de uma LT sem perdas.....	37
Figura 13 - Dois segmentos de LT modelo T e comprimento Δl conectados em paralelo.....	38
Figura 14 - Circuito T equivalente na direção x	38
Figura 15 - Nó paralelo representado através de suas impedâncias características Z_{LT}	42
Figura 16 - Circuito equivalente de Thévenin representando um nó paralelo.....	43
Figura 17 - Conexão com o momento seguinte. As tensões refletidas nas portas do nó se tornam tensões incidentes nas portas adjacentes.	44
Figura 18 - Circuito equivalente de Thévenin para calcular a componente de campo magnético na direção y	45
Figura 19 - Malha TLM com impedância de terminação Z_t como condição de contorno.....	47
Figura 20 - Malha TLM com impedância de terminação $Z_t = \infty$ e $Z_t = 0$ como condição de contorno.	48
Figura 21 - Fluxograma do algoritmo TLM-2D mostrando as etapas de pré-processamento e processamento.....	52
Figura 22 - <i>Stub</i> capacitivo de impedância característica Z_C conectado ao centro de um nó paralelo.	54
Figura 23 - Malha dividida em região 1 e região 2, com propriedades do meio (μ_1, ϵ_1) e (μ_2, ϵ_2) , respectivamente.	55
Figura 24 - Circuito equivalente de um nó paralelo com capacitância total $C_T = 2C_d \cdot \Delta l + 0,5C_{sd} \cdot \Delta l$ e condutância $G_{sd} \cdot \Delta l$	56
Figura 25 - Modelo de LT de um nó paralelo com <i>stub</i> capacitivo Y_s e <i>stub</i> condutivo G_s	57
Figura 26 - Circuito equivalente de Thévenin do nó paralelo modificado com a inserção de dois novos ramos.	58
Figura 27 - Malha TLM-2D composta por dois meios de propriedades distintas.....	59
Figura 28 - Matriz auxiliar utilizada para identificar diferentes meios na malha.....	61
Figura 29 - Fluxograma do código inserido no bloco “Meio Não Homogêneo”.	62

Figura 30 - Fluxograma do algoritmo TLM-2D para meios não homogêneos considerando perdas.	63
Figura 31 - Meio homogêneo sem perdas, $\mu_{r1} = 1$, $\varepsilon_{r1} = 1$ e $\sigma = 0$ S/m.	65
Figura 32 - (a) Tensão de entrada utilizada na simulação; (b) faixa de frequências da tensão de entrada.	65
Figura 33 - Propagação de um impulso Gaussiano aplicado nos pontos ao longo de $x = 1$ em meio homogêneo sem perdas.	66
Figura 34 - Comparação entre o software MEFiSTo-2D TM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 5)$; (b) $(x, y) = (65, 5)$. ..	67
Figura 35 - Meio homogêneo com perdas, $\mu_r = 1$, $\varepsilon_r = 1$ e $\sigma = 1 \times 10^{-5}$ S/m.	67
Figura 36 - Propagação de um impulso Gaussiano aplicado nos pontos ao longo de $x = 1$ em meio homogêneo com perdas.	68
Figura 37 - Comparação entre o software MEFiSTo-2D TM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 5)$; (b) $(x, y) = (65, 5)$. ..	69
Figura 38 - Meio não homogêneo com perdas, $\mu_{r1} = 1$, $\varepsilon_{r1} = 3$, $\mu_{r2} = 1$, $\varepsilon_{r2} = 9$ e $\sigma = 1 \times 10^{-5}$ S/m.	69
Figura 39 - Propagação de um impulso Gaussiano aplicado nos pontos ao longo de $x = 1$ em meio não homogêneo com perdas.	70
Figura 40 - Comparação entre o software MEFiSTo-2D TM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 5)$; (b) $(x, y) = (65, 5)$. ..	71
Figura 41 - Propagação de um impulso Gaussiano injetado no centro da malha.	72
Figura 42 - Comparação entre o software MEFiSTo-2D TM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 25)$; (b) $(x, y) = (15, 15)$	73
Figura 43 - Propagação de um impulso Gaussiano injetado no centro da malha em meio homogêneo com perdas.	74
Figura 44 - Comparação entre o software MEFiSTo-2D TM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 25)$; (b) $(x, y) = (15, 15)$	75
Figura 45 - Meio não homogêneo com perdas. Contorno absorvente.	76
Figura 46 - (a) Tensão de entrada utilizada na simulação; (b) faixa de frequências da tensão de entrada.	76
Figura 47 - Distribuição espacial e temporal da propagação de um impulso Gaussiano em meio não homogêneo com perdas.	77
Figura 48 - Comparação entre o software MEFiSTo-2D TM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (10, 10)$; (b) $(x, y) = (40, 40)$; (c) $(x, y) = (10, 40)$	78
Figura 49 - Circuito equivalente modelo T.	82
Figura 50 - Circuito equivalente de um nó paralelo TLM-2D.	82
Figura 51 - Resistividade residual na região de ionização.	85
Figura 52 - Fluxograma para representação do fenômeno da ionização.	87
Figura 53 - Fluxograma do algoritmo TLM-2D para meios não homogêneos considerando ionização.	88
Figura 54 - Regiões da malha de aterramento, o ponto de injeção A os pontos de análise B e C.	89
Figura 55 - (a) Corrente de entrada utilizada na simulação; (b) faixa de frequência da corrente de entrada.	90
Figura 56 - Distribuição espacial do potencial na malha no instante de tempo $t = 0,2542 \mu s$	90
Figura 57 - Distribuição de tensões na malha de aterramento no instante de tempo $t = 1,456 \mu s$	91

Figura 58 - Tensão com e sem considerar a ionização do solo; (a) ponto A com pico em $t = 0,2542 \mu s$; (b) ponto B com pico em $t = 1,964 \mu s$; (c) ponto C com pico em $t = 1,225 \mu s$.	91
Figura 59 - (a) Tensão de entrada utilizada na simulação; (b) faixa de frequência da tensão de entrada.	93
Figura 60 - Malha cinco meios.	93
Figura 61 - Tensão com e sem ionização no ponto de saída $(x, y) = (25, 25)$.	94
Figura 62 - Tensão no centro da malha. (a) $\rho_s = 200 \Omega \cdot m$, $\epsilon_r = 13$; (b) $\rho_s = 530 \Omega \cdot m$, $\epsilon_r = 10$.	96
Figura 63 - Propagação em uma malha 2D a 45° .	106
Figura 64 - Distância real percorrida na malha a 45° .	107
Figura 65 - Propagação em uma malha 2D a 0° .	107
Figura 66 - Circuito equivalente utilizado para o estudo de dispersão para propagação a 0° .	107
Figura 67 - Efeitos da dispersão em uma malha 2D.	110

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Casos malha retangular.	64
Tabela 2 - Casos malha quadrada para meio homogêneo.	71
Tabela 3 - Propriedades de meio utilizadas em cada região e coordenadas dos pontos de saída.	75
Tabela 4 - Erro absoluto Δe	79
Tabela 5 - Erro relativo δe	80
Tabela 6 - Comparação entre tempos de execução do algoritmo TLM-2D considerando meios não homogêneos com perdas utilizando MEFiSTo-2D TM e MATLAB TM	80
Tabela 7 - Especificação do computador utilizado nas simulações.	80
Tabela 8 - Porcentagens médias de resistividade residual no solo.	84
Tabela 9 - Comparação entre a redução percentual máxima da tensão com e sem ionização nos pontos A, B e C.	92
Tabela 10 - Propriedades de cada meio utilizado.	93
Tabela 11 - Comparação entre a redução percentual máxima da tensão com e sem ionização nos pontos de saída.	94
Tabela 12 - Tipo de meio utilizado.	95
Tabela 13 - Comparação entre a redução percentual máxima da tensão com e sem ionização utilizando TLM-1D (GAZZANA <i>et al.</i> , 2018) e a metodologia proposta.	97

LISTA DE ABREVIATURAS

1D	Uma Dimensão
2D	Duas Dimensões
3D	Três Dimensões
C./A.	Circuito Aberto
CPU	<i>Central Processing Unit</i>
DF	Domínio da Frequência
DT	Domínio do Tempo
ED	Equação Diferencial
EI	Equação Integral
EM	Eletromagnético
FDTD	Método das Diferenças Finitas no Domínio Tempo (<i>Finite Differences Time Domain Method</i>)
FDM	Método das Diferenças Finitas (<i>Finite Difference Method</i>)
FEM	Método dos Elementos Finitos (<i>Finite Element Method</i>)
GUI	Interface Gráfica com Usuário (<i>Graphical User Interface</i>)
LT	Linha de Transmissão
MoM	Método dos Momentos (<i>Method of Moments</i>)
MATLAB	<i>Matrix Laboratory</i>
MEFiSTo-2D	<i>Multi-purpose Electromagnetic Field Simulation Tool</i>
TLM	Método da Modelagem por Linhas de Transmissão (<i>Transmission Line Modeling Method</i>)
TLM-1D	TLM em uma dimensão (<i>One-dimensional TLM</i>)
TLM-2D	TLM em duas dimensões (<i>Two-dimensional TLM</i>)
TLM-3D	TLM em três dimensões (<i>Three-dimensional TLM</i>)
TE	Transversal Elétrico
TM	Transversal Magnético

LISTA DE SÍMBOLOS

μ	permeabilidade magnética do meio
ε	permissividade elétrica
σ	condutividade elétrica do meio
Δl	distância entre um nó e outro
Δt	passo de tempo
Z_{LT}	impedância característica da linha
Z_c	impedância “vista” pelo pulso incidente ao nó
T	coeficiente de transmissão
Γ	coeficiente de reflexão
k	número de iterações
E	campo elétrico
J	densidade de corrente
ρ_s	resistividade do elétrica do meio/solo
E_{cr}	campo elétrico crítico
ρ_0	resistividade do meio em regime
ρ_i	valores mínimos alcançados pela resistividade durante o processo de ionização
J_{cr}	densidade de corrente crítica
ρ	resistividade elétrica do meio
t	tempo
τ_1	constante de tempo de ionização
τ_2	constante de tempo de deionização
a_{inc}	novo incremento do raio na região de ionização
I	corrente do segmento
Δx	comprimento do nó (segmento) na direção x
σ_s	condutividade elétrica do solo
E_x	componente do campo elétrico na direção x
E_y	componente do campo elétrico na direção y
E_z	componente do campo elétrico na direção z
H_x	componente do campo magnético na direção x
H_y	componente do campo magnético na direção y
H_z	componente do campo magnético na direção z
B	densidade de fluxo magnético
H	campo magnético
D	densidade de fluxo elétrico
R	resistência de cada segmento da linha de transmissão
G	condutância de cada segmento da linha de transmissão
L_d	indutância por unidade de comprimento
C_d	capacitância por unidade de comprimento
Z_0	impedância característica do espaço livre
$I_{1...4}$	correntes nas portas 1, 2, 3 e 4 do nó paralelo
V_z	tensão elétrica da linha na direção z
I_x	corrente elétrica da linha na direção x

I_y	corrente elétrica da linha na direção y
C	capacitância de cada segmento da linha de transmissão
L	indutância de cada segmento da linha de transmissão
u_{LT}	velocidade de propagação da onda na linha de transmissão
c_0	velocidade da onda eletromagnética no vácuo
μ_0	permeabilidade magnética do vácuo
ϵ_0	permissividade elétrica do vácuo
${}_k V_1^i$	tensão incidente na porta 1 na iteração k
${}_k V_2^i$	tensão incidente na porta 2 na iteração k
${}_k V_3^i$	tensão incidente na porta 3 na iteração k
${}_k V_4^i$	tensão incidente na porta 4 na iteração k
${}_k V_5^i$	tensão incidente na porta 5 na iteração k
${}_k V_1^r$	tensão refletida na porta 1 na iteração k
${}_k V_2^r$	tensão refletida na porta 2 na iteração k
${}_k V_3^r$	tensão refletida na porta 3 na iteração k
${}_k V_4^r$	tensão refletida na porta 4 na iteração k
${}_k V_5^r$	tensão refletida na porta 5 na iteração k
${}_k \mathbf{V}^i$	vetor de tensões incidentes na iteração k
${}_k \mathbf{V}^r$	vetor de tensões refletidas na iteração k
Δy	comprimento do nó para a direção y
λ	comprimento de onda
γ	constante de propagação
f_{max}	máxima frequência do sinal injetado
μ_r	permeabilidade relativa do meio
ϵ_r	permissividade relativa do meio
β_1	constante de atenuação
β_2	constante de fase
Z_t	impedância de terminação do contorno
$niter$	número de iterações
x	variável de posição no eixo x
y	variável de posição no eixo y
z	variável de posição no eixo z
X	número de nós na direção x
Y	número de nós na direção y
l	comprimento da malha/estrutura
f	frequência
t_a	tempo de descida da dupla exponencial
t_b	tempo de subida da dupla exponencial
N	número de nós na direção x
i	posição do nó na malha na direção y
j	posição do nó na malha na direção x
Z_C	impedância característica do <i>stub</i> capacitivo
C_T	capacitância total do nó paralelo
C_{sd}	capacitância por unidade de comprimento do <i>stub</i> reativo
G_{sd}	condutância por unidade de comprimento do <i>stub</i> dissipativo

C_s	capacitância do <i>stub</i> reativo
G_s	condutância do <i>stub</i> dissipativo
G_d	condutância por unidade de comprimento
Y_s	admitância do <i>stub</i> reativo
Y_{LT}	admitância característica da linha de transmissão
\hat{Y}_s	admitância normalizada do <i>stub</i> reativo
\hat{G}_s	condutância normalizada do <i>stub</i> dissipativo
V_p	tensão de pico
Δe	erro absoluto
δe	erro relativo
\bar{E}	erro médio
e	valor medido no MEFiSTo™
\bar{e}	valor medido no MATLAB™
n	número de amostras no vetor de erro
$G_s(t)$	condutância não linear variando no tempo
R_0	resistência estática de aterramento
R_T	resistência não linear de pé de torre
I_{cr}	corrente crítica de ionização
$J(t)$	densidade de corrente variando no tempo
$I(t)$	corrente variando no tempo
$\rho_r\%$	porcentagem de resistividade residual
$\sigma(t)$	condutividade não linear variante no tempo
a	raio do condutor
h	profundidade de enterramento do eletrodo
u_{TLM}	velocidade de propagação em um modelo TLM-2D
u_w	velocidade de propagação da onda
β	constante de fase da linha
θ	comprimento elétrico de cada seção
ω	frequência angular

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	JUSTIFICATIVA	18
1.2	OBJETIVOS	19
1.3	ORGANIZAÇÃO DA TESE	19
2	REVISÃO DO ESTADO DA ARTE	21
2.1	INTRODUÇÃO	21
2.2	MÉTODOS NUMÉRICOS COM APLICAÇÕES EM ELETROMAGNETISMO	21
2.2.1	Método dos Momentos	21
2.2.2	Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo	22
2.2.3	Método dos Elementos Finitos	23
2.2.4	Método da Modelagem por Linhas de Transmissão	24
2.3	MODELAGEM DE FENÔMENOS NÃO LINEARES	28
3	MÉTODO TLM EM DUAS DIMENSÕES (TLM-2D)	35
3.1	INTRODUÇÃO	35
3.2	FORMULAÇÃO ANALÍTICA - NÓ PARALELO	35
3.2.1	Equação de Onda	36
3.2.2	Equação de Linhas de Transmissão	37
3.2.3	Espalhamento de Impulsos	42
3.2.4	Cálculo de Campos EM do nó Paralelo	45
3.2.5	Cálculo da Distância entre Nós Δl	45
3.2.6	Condições de Contorno	46
3.3	IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO MÉTODO TLM-2D CLÁSSICO	48
3.3.1	Pré-processamento	49
3.3.2	Processamento	50
3.3.3	Pós-processamento	51
3.3.4	Fluxograma do Algoritmo Principal	51
4	CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE MODELAGEM DE MEIOS NÃO HOMOGENEOS E NÃO LINEARIDADES	53
4.1	INTRODUÇÃO	53
4.2	MODELAGEM DE MEIOS NÃO HOMOGENEOS E PERDAS	53
4.2.1	Modelagem de Diferentes Meios Utilizando <i>Stubs</i>	53
4.2.2	Descrição do Problema	54
4.2.3	Formulação Analítica - Nó Paralelo para Meios Não Homogêneos com Perdas	56
4.2.4	Modelagem de Interfaces	59
4.2.5	Implementação Numérica do Método TLM-2D para Modelagem de Meios Não Homogêneos com Perdas	60
4.2.6	Resultados e Validação	64
4.2.7	Erro Absoluto, Erro Relativo e Desempenho Computacional	79
4.3	MODELAGEM DE NÃO LINEARIDADES – FORMULAÇÃO INTEGRADA	80
4.3.1	Descrição do Problema	81
4.3.2	Formulação Analítica	83
4.3.3	Implementação Numérica do Método TLM-2D para Modelagem de Meios Não Homogêneos e Não Linearidades	86

4.3.4 Resultados	88
4.3.5 Validação	94
5 CONCLUSÕES.....	98
5.1 TRABALHOS FUTUROS	100
REFERÊNCIAS	101
APÊNDICE: ERRO DE VELOCIDADE (DISPERSÃO) NO MÉTODO TLM.....	106

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de modelos para representação de fenômenos físicos da vida real não é uma tarefa trivial, considerando a complexidade e a impossibilidade de modelar toda a dinâmica de determinados eventos. Assim, deve-se restringir a formulação matemática ao que é necessário para obter a solução desejada.

Através das equações de Maxwell é possível descrever fenômenos elétricos, magnéticos e modelar o fenômeno da propagação de ondas eletromagnéticas. No entanto, a abordagem analítica geralmente torna-se inviável em problemas de maior complexidade. Neste caso, é possível obter uma solução aproximada dessas equações através do uso de técnicas numéricas.

O avanço de métodos numéricos com aplicação em eletromagnetismo foi impulsionado principalmente pela necessidade da formulação de modelos cada vez mais precisos e próximos à realidade. Adicionalmente, a disponibilidade de recursos computacionais cada vez mais poderosos, levou a simulação numérica a tornar-se uma ferramenta fundamental para o estudo e análise do comportamento de campos eletromagnéticos diante da sua interação com estruturas de diferentes geometrias, materiais não homogêneos e representação de não linearidades. Entre os principais métodos numéricos utilizados na modelagem computacional em eletromagnetismo podem ser citados o Método dos Momentos (MoM) (HARRINGTON, 1990; NEY, 1985), Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) (OGUZ; GUREL; ARIKAN, 1998; OHTANI; KANAI; COLE, 2013; TAFLOVE; HAGNESS, 2005; YEE, 1966), Método dos Elementos Finitos (FEM) (NIKISHKOV, 2004; SADIKU, 1989) e o Método da Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM) (CHRISTOPOULOS, 1995; HOEFER, 1985; JOHNS; BEURLE, 1971; RUSSER, 2000).

O TLM é um método numérico diferencial utilizado para solução das equações de Maxwell, possuindo implementações no domínio do tempo (DT) e no domínio da frequência (DF). O TLM permite a modelagem de problemas com estruturas de geometrias complexas, materiais com propriedades não lineares e não homogêneas, com perdas, dispersivos (dependente da frequência) e anisotrópicos (CHRISTOPOULOS, 1995).

A solução do equacionamento de Maxwell neste método é realizada por analogia entre a teoria de campos EM e circuitos elétricos (CHRISTOPOULOS, 1995; KRON, 1944). Com base em tal equivalência, não linearidades como a ionização do solo, podem ser solucionadas

numericamente através de modelos formulados para representação de condutores elétricos, como sistemas de aterramento, e valendo-se desta analogia, estender a análise de forma mais generalizada para meios (homogêneos, não homogêneos e com perdas).

Neste contexto, propõe-se uma formulação analítica integrada utilizando o TLM em duas dimensões (TLM-2D) para modelagem de meios não homogêneos e representação de não linearidades, como é o caso do fenômeno da ionização. A formulação permite considerar o efeito que o fenômeno da ionização tem no comportamento de ondas eletromagnéticas propagando-se em meios com diferentes propriedades. A partir do modelo analítico, apresenta-se como contribuição secundária a implementação computacional de um novo algoritmo TLM-2D, o qual possibilita a realização de simulações para a solução da problemática em questão com um ótimo grau de exatidão.

1.1 JUSTIFICATIVA

Muitos modelos computacionais utilizados na simulação da propagação de ondas eletromagnéticas adotam simplificações e aproximações, considerando propriedades do meio homogêneas no domínio de estudo, ou seja, permissividade, permeabilidade e resistividade não variam no domínio. Sabe-se que na realidade, estes meios não são homogêneos como um todo. Em áreas como bioeletromagnetismo (ALMAGUER, 2003; GABRIEL; LAU; GABRIEL, 1996), mapeamento eletromagnético de ambientes (CONYERS *et al.*, 2008; DALLA'ROSA, 2003) e aterramento elétrico (MOKHTARI; ABDUL-MALEK; SALAM, 2016), a propagação de ondas ocorre em meios com características não homogêneas. Nestas condições, não homogeneidades tornam-se uma questão importante e devem ser consideradas para modelagem de fenômenos físicos, conduzindo a soluções mais realistas.

A consideração das não homogeneidades do meio na solução do problema tornam o modelo mais fidedigno e generalista do que a utilização de somente um material. No entanto, meios não homogêneos por si só não garantem a representação da realidade. Sabe-se que determinados fenômenos alteram as propriedades do meio de forma não linear. Este é o caso do fenômeno da ionização, que causa uma redução da resistividade do meio. Desta forma, verifica-se a necessidade de representar essas não linearidades numericamente de forma que o modelo contemple não somente não homogeneidades mas também não linearidades.

Assim, como principal contribuição deste trabalho salienta-se o desenvolvimento de uma extensão do método TLM-2D utilizando uma nova metodologia para inclusão do fenômeno da ionização considerando meios não homogêneos no algoritmo TLM clássico.

Essa integração culmina em um modelo robusto e mais próximo da realidade conferindo maiores potencialidades ao método numérico TLM-2D, e conseqüentemente aferindo significativa inovação ao estado da arte.

1.2 OBJETIVOS

O principal objetivo desta tese de doutorado é estabelecer uma contribuição ao estudo e análise do comportamento de ondas eletromagnéticas, incluindo não linearidades, como o fenômeno da ionização e a modelagem de meios não homogêneos. Além disso, tem-se como objetivo a implementação computacional do novo modelo baseado no TLM-2D.

Os objetivos específicos a serem alcançados ao longo do desenvolvimento da metodologia incluem:

- desenvolvimento de uma formulação analítica para representação de não linearidades, como é o caso do fenômeno da ionização;
- estudo e modelagem de meios não homogêneos utilizando o método TLM-2D;
- implementação computacional do algoritmo TLM-2D clássico;
- inclusão do modelo matemático representando o fenômeno da ionização em meios não homogêneos ao algoritmo TLM-2D;
- implementação numérica do algoritmo TLM-2D utilizando um modelo integrado com modelagem de meios não homogêneos e não linearidades. Este modelo trata-se de uma extensão do método TLM-2D clássico, permitindo a representação de meios não homogêneos e considera o efeito do fenômeno da ionização do meio;
- validação da metodologia proposta com base em comparação de resultados de simulação provenientes da utilização de software e resultados da literatura.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE

Além do capítulo introdutório, este trabalho está dividido em mais quatro capítulos conforme descrito a seguir.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão do estado da arte, tendo foco em métodos numéricos com aplicação em eletromagnetismo, principalmente o TLM, e ainda sobre a modelagem de fenômenos não lineares.

No Capítulo 3, o TLM-2D é apresentado detalhadamente, incluindo a formulação analítica da topologia nó paralelo. A implementação numérica do algoritmo TLM clássico também é abordada neste capítulo.

O Capítulo 4 traz as contribuições do estudo ao estado da arte, concentrando-se na concepção de uma formulação analítica integrando a representação de meios homogêneos e ionização em um único modelo. A implementação de dois modelos computacionais, para simulação de meios não homogêneos com perdas e para simulação de meios não homogêneos considerando o efeito do fenômeno da ionização também é discutida. Ainda, este capítulo apresenta resultados de simulações e validação dos modelos propostos.

No capítulo 5 são apresentadas as conclusões obtidas com a pesquisa realizada, além de sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO DO ESTADO DA ARTE

2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta uma revisão do estado da arte. Inicialmente, faz-se uma breve introdução sobre métodos numéricos com aplicação em eletromagnetismo, com foco no método TLM. Posteriormente apresenta-se uma revisão detalhada sobre a modelagem de fenômenos não lineares, dando ênfase ao fenômeno de ionização do solo.

2.2 MÉTODOS NUMÉRICOS COM APLICAÇÕES EM ELETROMAGNETISMO

A solução de problemas físicos reais através de métodos experimentais ou analíticos muitas vezes não é trivial, se fazendo necessário o uso de aproximações para que se chegue a uma solução. Na análise e modelagem de problemas ligados ao eletromagnetismo, a aplicação de métodos numéricos pode ser uma excelente alternativa, ampliando sua aplicabilidade para geometrias complexas, meios não homogêneos, dependência de parâmetros com o tempo e frequência.

A maior parte dos métodos numéricos de análise e modelagem em eletromagnetismo soluciona numericamente as equações de Maxwell sujeitas a determinadas condições de contorno. De maneira geral, estas metodologias são classificadas em duas categorias: a primeira delas baseia-se em modelos de equações diferenciais (ED) e a segunda em modelos de equações integrais (EI). Esses modelos podem ser criados utilizando tanto métodos no DT, quanto no DF. Técnicas no DT podem ser mais adequadas à simulação de transitórios ou na solução de problemas com uma larga faixa de frequências, no entanto, dependendo da complexidade do modelo, pode haver elevado custo computacional (SADIKU, 2000)

Existem basicamente duas abordagens para análise e cálculo de campos EM: a abordagem integral, implementada computacionalmente por metodologias como o MoM e a abordagem diferencial, utilizando técnicas como o FDTD, o FEM e o TLM. Dentre tais técnicas, julgou-se o método TLM como sendo um método adequado para a solução do problema em questão, com grande potencialidade para seu aprimoramento.

2.2.1 Método dos Momentos

O método dos momentos (MoM) foi introduzido originalmente por Harrington (1967). É uma técnica no domínio da frequência (FD) baseada no método dos pesos residuais onde

uma equação integral é obtida através do uso de funções de Green no espaço livre. Esta equação integral é solucionada pela sua redução em um sistema de equações lineares, mostrando-se adequado para solução das integrais presentes nas equações de Maxwell.

A partir do trabalho de Harrington, o método dos momentos passou a ser bastante utilizado em eletromagnetismo, sendo aplicado em uma ampla variedade de problemas como radiação eletromagnética, análise de trilhas em circuito impresso, antenas de microfita, eletrodos, estruturas ressonantes, materiais com dielétricos homogêneos e modelagem de condutores finos.

O procedimento para a programação do método dos momentos usualmente envolve quatro passos (SADIKU, 2000):

1. derivação da equação integral apropriada;
2. discretização da equação integral em uma matriz de equações usando bases ou funções de expansão e funções de ponderação;
3. estimação dos elementos da matriz;
4. resolução da matriz de equações e obtenção dos parâmetros de interesse.

Por ser um método no domínio da frequência, os resultados obtidos através de simulações utilizando o MoM devem ser para uma única frequência ou uma pequena faixa de frequências. Portanto, a análise de sinais transitórios aplicando essa técnica pode exigir um grande custo computacional.

2.2.2 Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo

O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) é uma técnica bastante utilizada na solução de problemas em eletromagnetismo, fornecendo soluções diretas para campos elétricos e magnéticos nos pontos de uma malha regular formada pela discretização de uma superfície ou volume. Sua implementação é simples, possui bom desempenho e se adapta para solução de diversos tipos de problemas (ANDERS; RYLANDER; INGELSTRÖM, 2005). O FDTD foi introduzido por Yee (1966) e fundamenta-se no método das diferenças finitas (FDM) desenvolvido para resolver equações hidrodinâmicas não lineares. As técnicas que utilizam diferenças finitas se baseiam em aproximações que permitem substituir equações diferenciais por equações discretas, ou finitas (SADIKU, 2000). A ideia principal do algoritmo é aplicar o conceito de diferenças finitas na forma diferencial das equações de Maxwell (BRÜNS; SCHUSTER; SINGER, 2007).

O algoritmo não necessita da formulação de equações integrais, além disso, espalhamentos relativamente complexos de impulsos podem ser tratados sem a necessidade de inversão de matrizes muito grandes. Para meios não homogêneos pode-se atribuir diferentes parâmetros constitutivos (μ , ε , σ) a cada ponto de malha (SADIKU, 2000).

Entre as principais deficiências citam-se a necessidade de elevada memória computacional para a análise de estruturas de guia de ondas não homogêneas, incapacidade de lidar corretamente com limites curvos devido à natureza ortogonal da técnica, baixa estabilidade, e baixa precisão, a menos que seja usada malha suficientemente fina, entre outras. Diante das limitações da técnica originalmente proposta por Yee, surgiram extensões e híbridos do FDTD, com intuito de conferir melhor precisão, desempenho e estabilidade ao método (CRADDOCK; RAILTON, 1998; OGUZ; GUREL; ARIKAN, 1998; OHTANI; KANAI; COLE, 2013; ZYGIRIDIS; KANTARTZIS; TSIBOUKIS, 2014).

2.2.3 Método dos Elementos Finitos

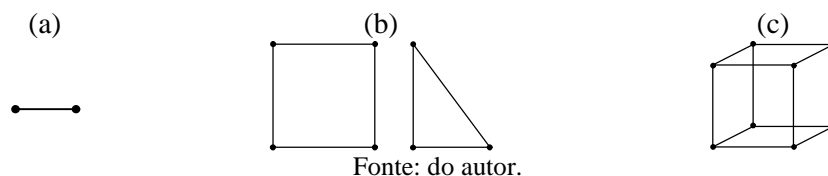
O método dos elementos finitos (FEM) é utilizado na solução de equações diferenciais parciais, sendo empregado em diversas áreas, como o eletromagnetismo, análise estrutural, fluidodinâmica, acústica e termodinâmica. Teve sua formulação matemática idealizada por Courant (1943), porém o método não foi aplicado em eletromagnetismo antes de 1968.

Apesar de possuir uma formulação no domínio do tempo, chamado Método dos Elementos Finitos do Domínio do Tempo (FETD), sua aplicação no DF é mais usual. Pode ser aplicado na equação de onda de Helmholtz que é derivada diretamente das equações de Maxwell, ou pode ser aplicado a um conjunto de equações derivadas para a formulação do potencial de vetor escalar de campo.

A análise utilizando FEM envolve basicamente quatro passos (SADIKU, 1989):

1. discretização da região de solução em células ou elementos. Dependendo do número de dimensões do domínio, o mesmo pode ser subdividido utilizando formas em uma, duas ou três dimensões. A Figura 1 apresenta exemplos de formas utilizadas na discretização do domínio;

Figura 1 - Exemplos de formas utilizadas para discretizar o domínio no FEM: (a) uma dimensão (1D); (b) duas dimensões (2D); (c) três dimensões (3D).



2. obtenção da solução aproximada para toda região do problema, dada pela relação entre os valores nodais dentro de determinada célula ou elemento através de funções de interpolação ou, funções de forma, sendo utilizados polinômios com coeficientes a serem determinados e que podem ser lineares ou de ordem mais elevada;
3. junção de todos os elementos na região de solução utilizando uma matriz de equações;
4. solução do sistema de equações obtido.

FEM permite lidar com estruturas complexas graças a diversidade de formas dos elementos utilizados para discretização do modelo, como triângulos, quadrados, pirâmides, cubos, entre outros. Além disso, é uma boa alternativa na modelagem de meios não homogêneos e dielétricos. As propriedades dos materiais dos elementos da malha podem ser definidas de forma independente conferindo ao método propriedades de anisotropia.

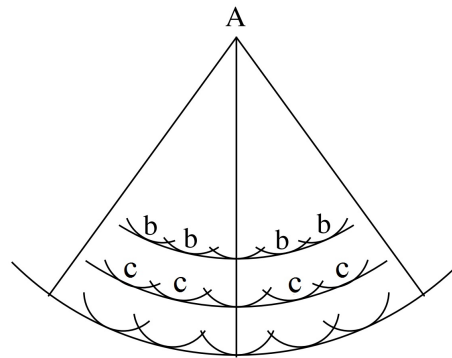
Por se tratar de um método no DF, entre suas limitações está a solução de problemas de análise transitória, onde largas faixas de frequências estão envolvidas, demandando nesses casos muitos recursos computacionais.

Uma desvantagem do FEM comparado com o FDTD é que fórmulas explícitas para atualizar os campos em simulações no domínio do tempo não podem ser derivadas no caso geral. Em vez disso, um sistema linear de equações deve ser resolvido para atualizar os campos. Assim, ainda que o mesmo número de células seja usado para os dois métodos, o FEM exige mais recursos computacionais, tanto em termos de tempo de CPU quanto de memória (ANDERS; RYLANDER; INGELSTRÖM, 2005).

2.2.4 Método da Modelagem por Linhas de Transmissão

No final do século XVII, o físico dinamarquês Christiaan Huygens propôs um modelo para descrever o fenômeno da luz (HUYGENS, 1690). Segundo este princípio, uma frente de onda vinda do ponto "A" produz ondas secundárias "b" que se espalham em todas as direções, o conjunto dessas novas pequenas ondas juntam-se formando novas frentes "c", e assim por diante, conforme mostra a Figura 2.

Figura 2 - Princípio de Huygens e a formação de frentes de onda através de ondas secundárias.



Fonte: Hoefler, (1985).

Para implementação computacional do princípio de Huygens é necessário antes representá-lo em sua forma discreta. Portanto, o espaço e o tempo devem ser representados em termos finitos utilizando unidades elementares Δl e Δt , onde Δl é a distância que separa os pontos ou nós da malha e Δt é o intervalo de tempo que o impulso leva para viajar entre um nó e outro.

O conceito do método de TLM se relaciona estreitamente com o que Huygens descreveu como mecanismo de propagação de ondas (HOEFER, 1985). De fato, Johns e Beurle (1971) conceberam um método numérico para simular a propagação de ondas em 2D que foi baseado no modelo de Huygens. No TLM-2D, as ondas se propagam em uma malha de linhas de transmissão interconectadas formando um plano cartesiano. O ponto de junção onde as linhas se cruzam na malha é denominado nó, e cada nó se comunica com os nós vizinhos através de quatro portas. Impulsos incidentes em cada uma das portas de 1 a 4 são espalhados a cada passo de tempo Δt , originando impulsos refletidos e transmitidos a partir do centro do nó (CHRISTOPOULOS, 1995).

A Figura 3 ilustra de maneira simplificada as etapas básicas do algoritmo TLM. Primeiro, um impulso de tensão com magnitude 1V é aplicado a um nó da malha TLM, conforme a Figura 3a. De acordo com a teoria de linhas de transmissão, parte do impulso será refletida e outra transmitida, ocorrendo o espalhamento de impulsos incidentes ao nó, como mostra a Figura 3b. Se cada LT possuir o mesmo valor de impedância Z_{LT} , para o impulso incidente ao nó, a impedância “vista” é de três LT em paralelo de valor igual a $Z_c = Z_{LT} / 3$. Assim, os coeficientes de reflexão (1) e transmissão (2),

$$\Gamma = \frac{(Z_c - Z_{LT})}{(Z_c + Z_{LT})}, \quad (1)$$

$$\Gamma = \frac{2 \cdot Z_c}{(Z_c + Z_{LT})}, \quad (2)$$

podem ser calculados,

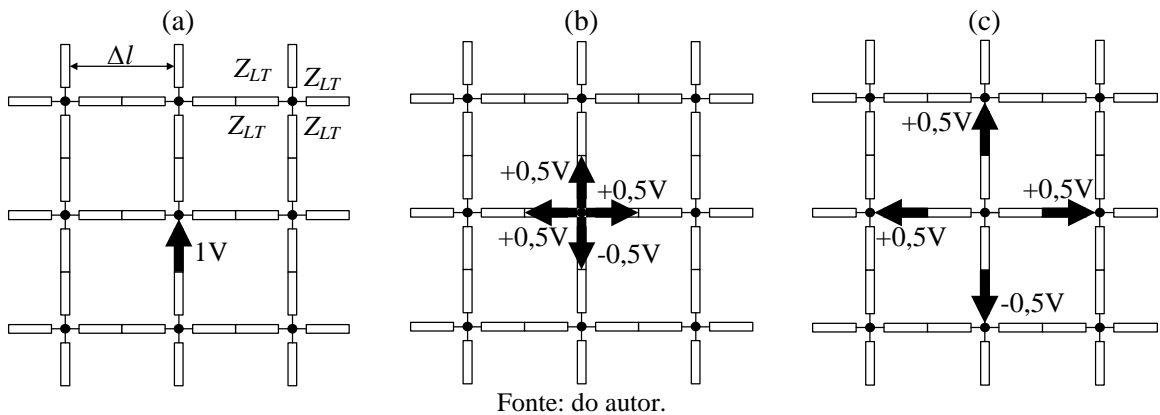
$$\Gamma = (Z_{LT} / 3 - Z_{LT}) / (Z_{LT} / 3 + Z_{LT}) = -0,5,$$

$$T = 2 \cdot (Z_{LT} / 3) / (Z_{LT} / 3 + Z_{LT}) = +0,5.$$

Na etapa de conexão, Figura 3c, os impulsos são transmitidos para ramos de nós adjacentes. Assim, os impulsos refletidos no instante k tornam-se impulsos incidentes aos nós vizinhos no instante de tempo $k + 1$.

De forma resumida, as principais etapas do algoritmo são: a incidência do impulso, Figura 3a, espalhamento, Figura 3b e conexão, Figura 3c.

Figura 3 - Malha equivalente de linhas de transmissão. (a) Incidência de impulso em um nó paralelo. (b) Espalhamento de impulsos incidentes ao nó; (c) Conexão dos impulsos refletidos com nós adjacentes.

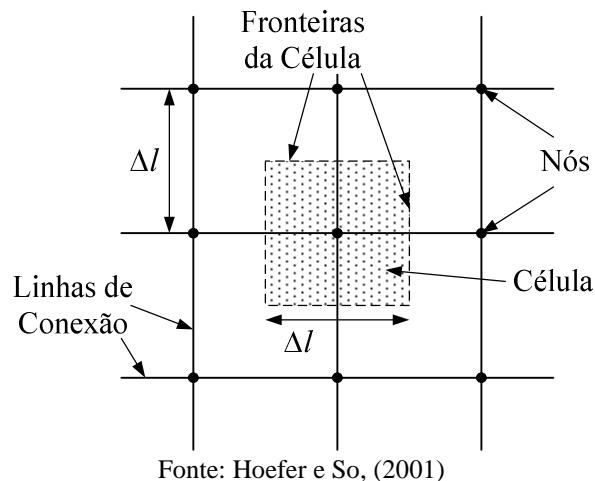


O método TLM é adequado para modelagem de não linearidades, meios e materiais não homogêneos, perdas, anisotropias (propriedades variam com a direção), dispersão (propriedades dependentes da frequência). Além disso, o cálculo de tensões, correntes, campos elétricos e magnéticos podem ser realizados a cada iteração para todos nós da malha. O hardware disponível é que irá determinar o nível de complexidade da geometria da estrutura que se deseja representar, pois a simulação pode demandar muita memória e tempo de processamento. Nesses casos, e dependendo do problema, a aplicação de uma abordagem bidimensional pode tornar-se vantajosa em relação à implementação em três dimensões, pois possui uma formulação mais simples e exige menos recursos computacionais (CHRISTOPOULOS, 1995).

Johns e Akhtarzad (1974a, 1974b; 1974) incluíram no método uma formulação para modelagem de meios não homogêneos e perdas. Em outros trabalhos, Akhtarzad (1974a, 1975a) e Johns (1986, 1987) fizeram contribuições estendendo a técnica para três dimensões. Ainda foram introduzidos modelos para simulação de materiais dependentes da frequência e anisotrópicos (PAUL; CHRISTOPOULOS; THOMAS, 1999a, 1999b, 2002). No trabalho de Sewell et. al (2004), o TLM é aplicado em malhas não estruturadas de duas dimensões utilizando nós triangulares. Utilizando esse tipo de forma para representação do domínio em estudo, é possível lidar com contornos e geometrias curvas no modelo, diminuindo o erro causado pela discretização.

A Figura 4 mostra os elementos básicos que compõem uma malha TLM. Segue ainda a definição e nomenclatura desses elementos.

Figura 4 - Ilustração mostrando elementos básicos de uma malha TLM.



- Linhas de Conexão - são segmentos de linhas de transmissão que constituem a malha TLM, formando as conexões entre os nós através de suas quatro portas;
- Nós - são os pontos em que as linhas de conexão estão conectadas. Assim, um nó é o ponto onde os impulsos TLM se encontram e se espalham;
- Células - são elementos quadrados ou retangulares no entorno dos nós. Um nó está sempre localizado no centro da célula. Assim, uma célula contém um nó e quatro metades de linhas de conexão conectadas ao nó;
- Tamanho da Célula - é unidade elementar da malha TLM, distância entre um nó e outro denominada Δl ;
- Tempo de propagação de uma onda - se assume que o tempo de propagação de uma onda entre um nó e o seguinte é dado pelo intervalo de tempo Δt ;

- Condições de Contorno (Fronteiras) – podem ser utilizadas para delimitar o final do problema, ou as fronteiras do domínio em estudo; podem ainda ser empregadas para representar a interface entre um meio e outro.

2.3 MODELAGEM DE FENÔMENOS NÃO LINEARES

A suportabilidade dielétrica de um meio é caracterizada por sua rigidez dielétrica, que se refere ao campo elétrico máximo suportável pelo meio antes que ele se torne condutor. Transitórios eletromagnéticos podem provocar o rompimento do ponto de rigidez dielétrica do meio isolante, ocorrendo formação de arcos elétricos e disrupção não linear no sistema em estudo. Como exemplo, citam-se a ocorrência do efeito corona (NUCCI *et al.*, 2000) em LTs, o fenômeno da ionização do solo (LIEW; DARVENIZA, 1974; MOUSA, 1994) e disrupção em isolamento de cabos (NAKAMURA *et al.*, 1986; SEKIOKA; MIYAZAKI; OKABE, 2008).

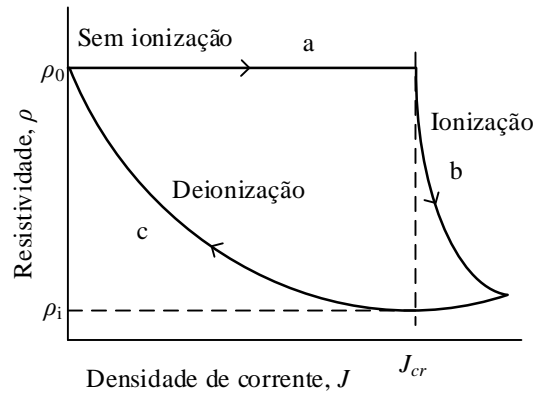
É de conhecimento na literatura que o solo pode apresentar comportamento não linear quando submetido à transitórios de corrente com valores elevados (HE; ZENG; ZHANG, 2012). Já na primeira metade do século XX, Towne (1928) observou que resistências sujeitas ao impulso eram inferiores às de regime, ou 60 Hz. Essa diferença foi atribuída à formação de arcos, que na prática melhoram o contato entre os eletrodos e o solo. Diante de um surto, correntes que fluem para o solo a partir de condutores elétricos, como em sistemas de aterramento, geram campos eletromagnéticos variantes no tempo no entorno do eletrodo. O campo elétrico E é dado por $E = J \cdot \rho_s$, onde J é a densidade de corrente e ρ_s é a resistividade do meio. A medida que a corrente do impulso aumenta, o campo elétrico também se eleva, e ao exceder o campo elétrico crítico E_{cr} , a relação entre E e J terá comportamento não linear.

O aumento da corrente no eletrodo leva a um aumento na produção de cargas elétricas em torno dele, com a ocorrência da evaporação da umidade do meio e do aparecimento de arcos voltaicos nas proximidades dos condutores, onde o campo elétrico do solo no entorno dos eletrodos excede o valor de E_{cr} , ocasionando redução da resistividade elétrica na região e dando início à ionização. Esse fenômeno pode ser interpretado como se o eletrodo tivesse um diâmetro maior que o seu valor original. Diversas pesquisas relevantes concentraram-se no estudo do comportamento deste fenômeno com o desenvolvimento de modelos representativos, generalistas ou não com abordagens distintas para tal fim.

Liew e Darveniza (1974) propõem um modelo dinâmico para representar o comportamento não linear de correntes de surto e ionização utilizando um perfil de variação

não linear da resistividade na região de ionização do solo em função da densidade de corrente. A Figura 5 mostra o perfil de resistividade conforme a corrente aumenta e diminui.

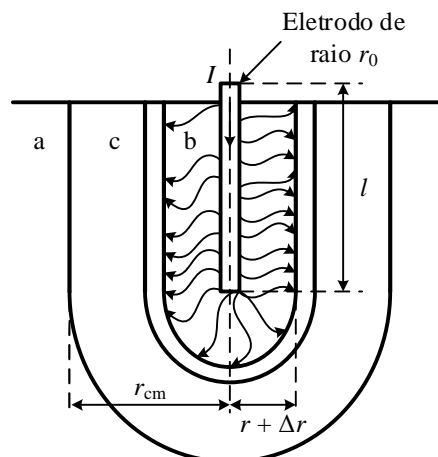
Figura 5 - Perfil de resistividade nas regiões conforme a corrente aumenta e diminui.



Fonte: Liew e Darveniza, (1974).

As três regiões consideradas no modelo de Liew-Darveniza para representar o fenômeno da ionização são mostradas na Figura 6.

Figura 6 - Regiões consideradas no modelo de Liew-Darveniza.



Fonte: Liew e Darveniza, (1974).

Na região “a” não existe ionização, a resistividade se mantém constante em seu valor inicial ρ_0 até que a densidade de corrente J exceda o valor crítico J_{cr} , definido como $J_{cr} = E_{cr}/\rho_0$; A ionização se inicia na região “b” quando a densidade de corrente é maior que o valor crítico J_{cr} . A resistividade decai de seu valor inicial com o tempo t conforme (3):

$$\rho = \rho_0 e^{\left(\frac{-t}{\tau_1}\right)} \quad (3)$$

onde ρ_0 é a resistividade em regime e τ_1 é a constante de tempo de ionização.

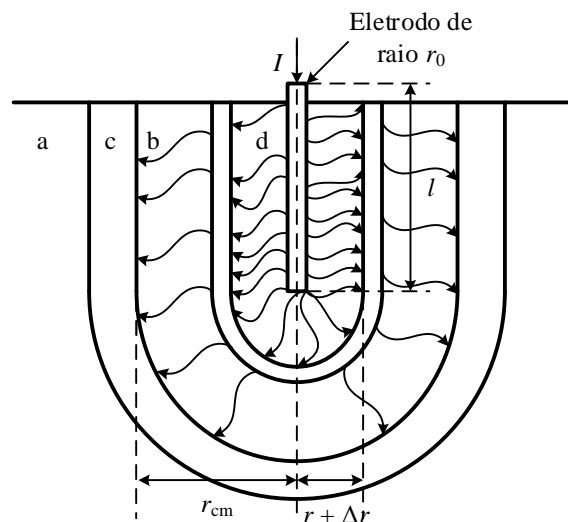
A região “c” corresponde à fase de deionização. Com o decaimento da corrente, a densidade de corrente está abaixo do valor crítico e a resistividade recupera seu valor original através de (4)

$$\rho = \rho_i + (\rho_0 - \rho_i) \cdot \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\tau_2}\right)}\right) \cdot \left(1 - \frac{J}{J_{cr}}\right)^2 \quad (4)$$

onde ρ_i são os valores mínimos alcançados pela resistividade durante o processo de ionização, τ_2 é a constante de tempo de deionização, J é a densidade de corrente do solo e J_{cr} é a densidade de corrente crítica do solo.

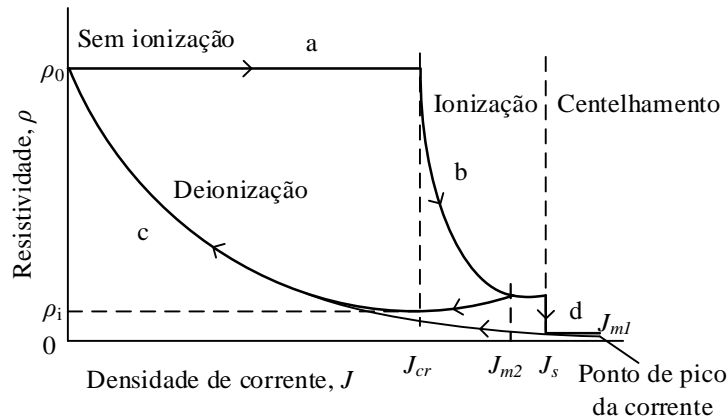
Este modelo, no entanto, não pode representar o fenômeno de formação de arcos na vizinhança do eletrodo, área onde a resistividade do solo vai a zero. Assim, em (WANG; LIEW; DARVENIZA, 2005) se desenvolveu um modelo dinâmico modificado, introduzindo a região d, indicada na Figura 7, denominada região de centelhamento, onde a mesma produz canais em que a resistividade do solo cai quase a zero. Nesta região, a densidade de corrente J é muito maior que o valor crítico J_{cr} . Na Figura 8 constata-se a queda de resistividade na região de centelhamento.

Figura 7 - Regiões consideradas no modelo de Wang-Liew-Darveniza.



Fonte: Wang, Liew e Darveniza, (2005).

Figura 8 - Perfil de resistividade modificado de acordo com o modelo de Wang-Liew-Darveniza.



Fonte: Wang, Liew e Darveniza, (2005).

No modelo analítico de Velazquez e Mukhedkar (1984), é adotado o conceito de que existe um incremento no raio efetivo do eletrodo durante o período de disrupção do solo. Quando o campo elétrico na superfície do condutor atinge o valor crítico E_{cr} , dá-se início ao processo de ionização, provocando o surgimento de canais adicionais para dissipação de corrente para terra. A medida que a corrente crítica se eleva acima do valor de J_{cr} , o raio efetivo do condutor também deve ser incrementado. O novo incremento do raio a_{inc} (m) na região de ionização e o campo elétrico crítico E_{cr} (kV/m) podem ser calculados utilizando (5) (VELAZQUEZ; MUKHEDKAR, 1984) e (6) (LORENTZOU; HATZIARGYRIOU; PAPADIAS, 2003) respectivamente.

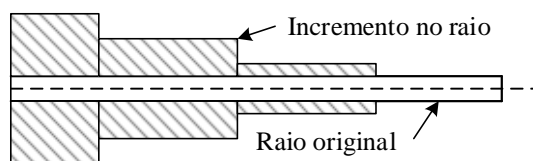
$$a_{inc} = \frac{\rho_s \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot \Delta x \cdot E_{cr}}, \tag{5}$$

$$E_{cr} = 241 \cdot \sigma_s^{-0.215}, \tag{6}$$

onde ρ_s é a resistividade elétrica do solo ($\Omega \cdot m$), I é a corrente do segmento (A), Δx é o comprimento do segmento (m) e σ_s é a condutividade do solo (S/m).

Considera-se que a região de ionização é uniformemente distribuída no entorno do eletrodo e representada pelo aumento de área correspondente ao incremento do raio do eletrodo, conforme mostra a Figura 9.

Figura 9 - Incremento no raio do eletrodo na região de ionização conforme modelo de Velazquez.



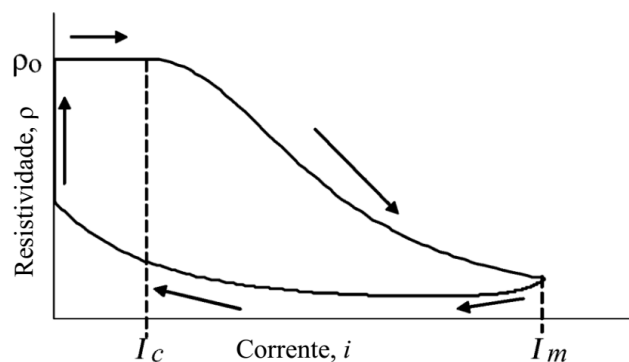
Fonte: Velazquez, (1984).

A vantagem em representar a ionização do solo por meio do aumento do raio do eletrodo de aterramento em uma forma direta é a facilidade de implementação computacional. No entanto, esta metodologia tem um grau de instabilidade numérica de inconsistências em relação aos altos valores de raio calculados usando (5) para determinadas condições das variáveis envolvidas, levando muitas vezes à necessidade de truncamento no valor de incremento do raio calculado (GAZZANA, 2012).

O método da resistividade residual de Liu (2004) combina o método anterior com a determinação de um valor residual da resistividade do solo produzida na região de ionização. No estudo, análises a partir de resultados experimentais de (BELLASCHI; ARMINGTON; SNOWDEN, 1942; LIEW; DARVENIZA, 1974), mostram a presença de resistividade residual na região de ionização. Com objetivo de complementar as evidências encontradas, experimentos de laboratório utilizando solos com diferentes resistividades foram realizados. A partir de diversas medições Liu determinou um valor médio de redução da resistividade do solo de seu valor original de aproximadamente 7 %. No entanto, verificou-se que os testes tiveram alta variabilidade, indo de 1,7 % a 47 % da resistividade inicial.

Sekioka *et al.* (2006) apresentou um novo modelo de resistência de aterramento dependente da corrente baseado no balanço de energia na região ionização do solo. Neste estudo, o fenômeno da ionização é tratado como uma espécie de descarga similar à formação de arcos que ocorrem no ar. A Figura 10 ilustra o perfil de variação da resistividade com a corrente na região de ionização bastante similar ao modelo de Liew-Darveniza.

Figura 10 - Perfil de variação da resistividade segundo modelo de Sekioka.



Fonte: Sekioka, (2006).

Diversos casos foram analisados e apresentaram um bom grau de precisão para validação do modelo. No entanto, o método necessita determinação de uma constante que é dependente das características do solo e do aterramento obtida experimentalmente, o que não o torna muito atrativo para uma abordagem generalista (GAZZANA, 2012). Com base na

contribuição de Liu, Li *et al.* (2011) usou o conceito de resistividade do solo variável no espaço-tempo para simular o fenômeno de ionização de acordo com a distribuição espacial do campo elétrico.

Em Gazzana *et al.* (2014) foi proposto um modelo baseado nos conceitos desenvolvidos por Velasquez e Mukhedkar, onde a disrupção do solo é representada pela variação dos componentes presentes em um modelo de circuito. Este trabalho foi estendido em Gazzana *et al.* (2018), onde o autor apresenta um modelo híbrido em que além dos componentes condutivos presentes no circuito, é utilizado o conceito de resistividade residual que fica retida no solo na região de ionização (COORAY *et al.*, 2004; LIU, 2004). Nestes trabalhos (GAZZANA *et al.*, 2014, 2018) o modelo é restrito a uma dimensão (TLM-1D) e meios homogêneos.

Outro modelo utilizado para a representação da ionização é o modelo CIGRE (1991), o qual usa a geometria equivalente da região de ionização para calcular a resistência do eletrodo de aterramento, considerando a ionização do solo (MOKHTARI; ABDUL-MALEK; GHAREHPETIAN, 2016). Entretanto, o modelo não leva em conta o balanço de energia entre os arcos formados e o solo (SEKIOKA *et al.*, 2006), fazendo com que a aproximação não caracterize adequadamente a relação entre a resistência do eletrodo de aterramento e a corrente impulsiva. Mokhtari e Gharehpetian (2018) propuseram uma extensão do modelo do CIGRE, introduzindo os efeitos da formação de arcos na resistência do solo considerando o balanço de energia da ionização do solo.

Com base nos principais métodos apresentados nessa seção, os quais são considerados estado da arte, verifica-se uma carência na consideração de meios não homogêneos para representação do referido fenômeno. O estado da arte, independente da técnica abordada, propõe modelos representativos limitados a homogeneidade do espaço de análise. Adicionalmente, os mesmos modelos apresentados restringem-se a aplicações de modelagem numérica em uma dimensão.

Como pode-se observar, as soluções atuais de estado da arte apresentadas consideram modelos dinâmicos para representar o comportamento de não-linearidade durante fenômenos de propagação de onda em meios homogêneos e modelagem 1D. Esses trabalhos são considerados as principais referências para a extensão TLM-2D apresentada nesta tese, que além da dinâmica não linear do fenômeno, leva em conta as diferentes propriedades de meio do espaço modelado, ou seja, caracteriza simultaneamente o comportamento espaço-temporal do fenômeno físico.

Ao se tratar do problema de “não linearidades” no contexto da modelagem numérica para representação de problemas envolvendo a propagação de ondas eletromagnéticas, além da ionização do meio, outros fenômenos físicos também apresentam similar viés de não linearidades como por exemplo o efeito corona (CARNEIRO; MARTI, 1991; JESUS; BARROS, 1994; NUCCI *et al.*, 2000; THANG *et al.*, 2012). Entretanto, o escopo desta tese restringiu-se a consideração da ionização do meio valendo-se da analogia entre teoria de campos eletromagnéticos e circuitos elétricos, sendo contextualizado pela representação e análise de sistemas de aterramento.

Neste capítulo foi dada uma breve introdução sobre métodos numéricos com aplicações em eletromagnetismo, como MoM, FDTD e o FEM. Conceitos básicos sobre o funcionamento do método TLM foram também abordados. Além disso, foram feitas considerações sobre a modelagem de fenômenos não lineares, mostrando cronologicamente a evolução dos modelos utilizados para representação de tais fenômenos e posicionando as contribuições deste trabalho diante das soluções atuais do estado da arte.

No próximo capítulo o método TLM-2D clássico será abordado detalhadamente, desde sua formulação até a implementação numérica.

3 MÉTODO TLM EM DUAS DIMENSÕES (TLM-2D)

3.1 INTRODUÇÃO

Para simulação da propagação de ondas EM em duas dimensões, as leis de Maxwell se reduzem a dois conjuntos de equações. Assim, existem duas possibilidades de configuração em malhas TLM, resultando em diferentes formas de conexão entre os ramos que ligam os nós, tanto no TLM paralelo, que simula o modo de propagação transversal magnético (TM), quanto do nó série, para o modo de propagação transversal elétrico (TE) (CHRISTOPOULOS, 1995; DE COGAN, 2005; RAO, 1999).

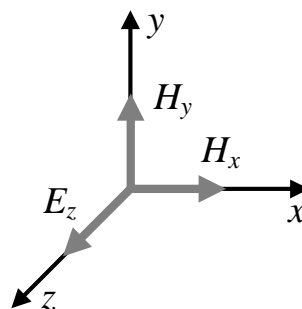
Neste capítulo serão apresentadas a formulação analítica, modelagem matemática e implementação numérica do método TLM-2D. Inicialmente, é demonstrada como se estabelece a analogia entre grandezas de campos eletromagnéticos e circuitos elétricos. Na sequência, é feita a modelagem matemática do nó paralelo no modo de propagação TM. Em seguida, é descrito o processo para implementação numérica do método TLM através do desenvolvimento de um algoritmo computacional.

Um equacionamento mais detalhado do TLM-2D, onde o método é aplicado na solução de diferentes problemas pode ser encontrada em (CHRISTOPOULOS, 1995; DE COGAN, 2005; RAO, 1999, cap. 7; SAGUET, 2012).

3.2 FORMULAÇÃO ANALÍTICA - NÓ PARALELO

O nó paralelo possui campo elétrico E_z na direção z e campos magnéticos H_x e H_y nas direções x e y , respectivamente, caracterizando o modo de propagação TM, com propagação de onda na direção z , conforme a Figura 11.

Figura 11 - Modo de polarização TM.



Fonte: do autor.

3.2.1 Equação de Onda

Considerando as equações de Maxwell para o espaço livre e um meio não dispersivo (independente da frequência). Dada a lei de Faraday (7) e a lei de Ampere (8) (RAO, 1999; SADIKU, 2000).

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (8)$$

onde E é o campo elétrico (V/m), B é a densidade de fluxo magnético (Wb/m²), μ é a permeabilidade magnética (H/m) e H é o campo magnético (A/m), D é a densidade de fluxo elétrico (C/m²) e ε é a permissividade elétrica (F/m).

Expandindo (7) e (8) em um sistema de coordenadas cartesianas, tem-se (9) e (10), respectivamente.

$$\begin{aligned} (\nabla \times E)_x &= \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \cdot \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ (\nabla \times E)_y &= \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \cdot \frac{\partial H_y}{\partial t} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} (\nabla \times E)_z &= \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \cdot \frac{\partial H_z}{\partial t} \\ (\nabla \times H)_x &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \cdot \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ (\nabla \times H)_y &= \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \cdot \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ (\nabla \times H)_z &= \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \cdot \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{aligned} \quad (10)$$

Para solução de problemas de espalhamento em duas dimensões pode-se utilizar a polarização TE ou a polarização transversal TM. A primeira possui uma componente de campo magnético H_z na direção de propagação, normal ao plano da malha onde se encontram as duas componentes de campo elétrico E_x e E_y , e a segunda com uma componente de campo

elétrico E_z na direção de propagação, normal ao plano da malha onde se encontram as duas componentes de campo magnético H_x e H_y .

Para o modo TM, as equações (9) e (10) ficam reduzidas a (CHRISTOPOULOS, 1995):

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \cdot \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (11)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \cdot \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (12)$$

$$-\frac{\partial H_x}{\partial y} + \frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon \cdot \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (13)$$

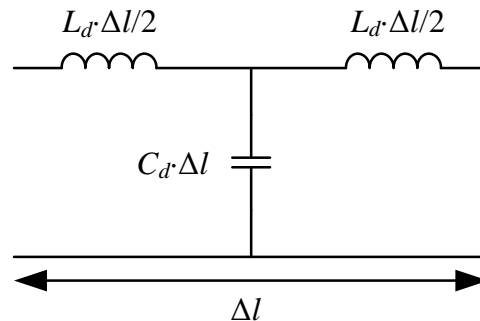
Diferenciando as equações (11), (12) e (13) com respeito a y , x e t , respectivamente e combinando-as, chega-se à equação de ondas para propagação TM em duas dimensões (14):

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \mu\varepsilon \cdot \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad (14)$$

3.2.2 Equação de Linhas de Transmissão

Assumindo um segmento de LT ideal, sem perdas ($R = G = 0$) e não dispersivo, de comprimento Δl , com indutância por unidade de comprimento L_d e capacitância por unidade de comprimento C_d . Utilizando-se valores para L_d e C_d tais que resultem em uma impedância característica igual a $Z_0 = (L_d/C_d)^{1/2} = 377 \Omega$, o circuito equivalente T dessa LT é mostrado na Figura 12.

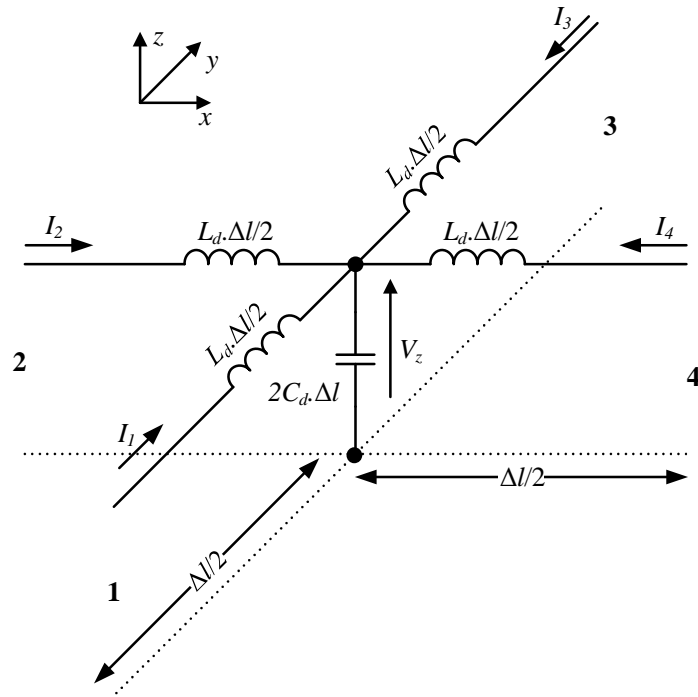
Figura 12 - Circuito equivalente T de uma LT sem perdas.



Fonte: do autor.

Utilizando o circuito T apresentado na Figura 12 é possível desenvolver uma representação em duas dimensões. Essa configuração consiste em dois segmentos de LT modelo T e comprimento Δl conectados em paralelo, conforme a Figura 13.

Figura 13 - Dois segmentos de LT modelo T e comprimento Δl conectados em paralelo.



Fonte: do autor.

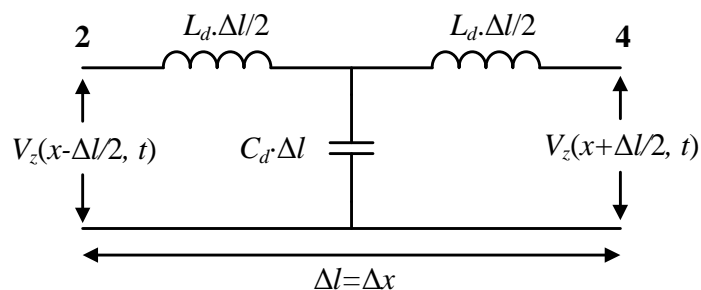
As correntes I_1 , I_2 , I_3 e I_4 são definidas como

$$I_1 = I_y \left(y - \frac{\Delta l}{2}, t \right), \quad I_3 = -I_y \left(y + \frac{\Delta l}{2}, t \right) \quad (15)$$

$$I_2 = I_x \left(x - \frac{\Delta l}{2}, t \right), \quad I_4 = -I_x \left(x + \frac{\Delta l}{2}, t \right) \quad (16)$$

A Figura 14 mostra um circuito T equivalente na direção x extraído do circuito da Figura 13.

Figura 14 - Circuito T equivalente na direção x .



Fonte: do autor.

Aplicando a lei de Kirchhoff das tensões obtém-se (17)

$$-V_z \left(x - \frac{\Delta l}{2}, t \right) + L_d \frac{\Delta l}{2} \frac{\partial I_x}{\partial t} + L_d \frac{\Delta l}{2} \frac{\partial I_x}{\partial t} + V_z \left(x + \frac{\Delta l}{2}, t \right) = 0. \quad (17)$$

Simplificando (17) chega-se a (18)

$$\frac{V_z\left(x + \frac{\Delta l}{2}, t\right) - V_z\left(x - \frac{\Delta l}{2}, t\right)}{\Delta l} = -L_d \frac{\partial I_x}{\partial t}. \quad (18)$$

No limite, quando $\Delta l \rightarrow 0$, e fazendo $\Delta l = \Delta x$, pode-se reescrever (18) conforme (19)

$$\frac{\partial V_z}{\partial x} = -L_d \frac{\partial I_x}{\partial t}. \quad (19)$$

O circuito equivalente na direção y é encontrado através do mesmo procedimento, porém com $\Delta l = \Delta y$. Assim, aplicando a lei de Kirchhoff das tensões no circuito da Figura 13 na direção y :

$$\frac{\partial V_z}{\partial y} = -L_d \frac{\partial I_y}{\partial t} \quad (20)$$

Aplicando a lei de Kirchhoff das correntes no circuito da Figura 13,

$$I_x\left(x + \frac{\Delta l}{2}, t\right) - I_x\left(x - \frac{\Delta l}{2}, t\right) + I_y\left(y + \frac{\Delta l}{2}, t\right) - I_y\left(y - \frac{\Delta l}{2}, t\right) + 2C_d \Delta l \frac{\partial V_z}{\partial t} = 0, \quad (21)$$

e rearranjando (21), obtém-se (22),

$$\frac{I_x\left(x + \frac{\Delta l}{2}, t\right) - I_x\left(x - \frac{\Delta l}{2}, t\right)}{\Delta l} + \frac{I_y\left(y + \frac{\Delta l}{2}, t\right) - I_y\left(y - \frac{\Delta l}{2}, t\right)}{\Delta l} = -2C_d \frac{\partial V_z}{\partial t}. \quad (22)$$

Assumindo $\Delta l = \Delta x = \Delta y$ e como no limite $\Delta l \rightarrow 0$, (22) fica

$$\frac{\partial I_x}{\partial x} + \frac{\partial I_y}{\partial y} = -2C_d \frac{\partial V_z}{\partial t}. \quad (23)$$

Diferenciando as equações (19), (20) e (23) com respeito a x , y e t , respectivamente e combinando-as, chega-se à equação de Helmholtz no espaço bidimensional (24):

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} = 2C_d L_d \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2}. \quad (24)$$

Fazendo uma comparação entre as equações relacionadas aos campos EM (11) - (14) e (19), (20), (23) e (24), associadas às tensões e correntes tem-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_z}{\partial y} &= -\mu \cdot \frac{\partial H_x}{\partial t} & \frac{\partial V_z}{\partial x} &= -L_d \frac{\partial I_x}{\partial t} \\
\frac{\partial E_z}{\partial x} &= \mu \cdot \frac{\partial H_y}{\partial t} & \frac{\partial V_z}{\partial y} &= -L_d \frac{\partial I_y}{\partial t} \\
-\frac{\partial H_x}{\partial y} + \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon \cdot \frac{\partial E_z}{\partial t} & \frac{\partial I_x}{\partial x} + \frac{\partial I_y}{\partial y} &= -2C_d \frac{\partial V_z}{\partial t} \\
\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} &= \mu\varepsilon \cdot \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} & \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} &= 2C_d L_d \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2}
\end{aligned}$$

Assim, para o modo TM e, diante da semelhança entre as equações, pode-se fazer uma analogia entre grandezas relacionadas a campos EM e circuitos elétricos.

$$E_z = \frac{V_z}{\Delta l} \quad (25)$$

$$H_y = -\frac{I_x}{\Delta l} \quad (26)$$

$$H_x = \frac{I_y}{\Delta l} \quad (27)$$

$$\mu = L_d \quad (28)$$

$$\varepsilon = 2C_d \quad (29)$$

Para $\Delta x = \Delta y = \Delta l$, obtém-se:

$$L = \mu \cdot \Delta l \quad (30)$$

$$C = \varepsilon \cdot \Delta l \quad (31)$$

Para representar um meio de permeabilidade μ e permissividade ε , considera-se um nó com indutância total L e capacitância total C , respectivamente. A impedância característica da LT Z_{LT} e a velocidade de propagação na LT u_{LT} são definidas (CHRISTOPOULOS, 1995):

$$Z_{LT} = \sqrt{\frac{L_d \cdot \Delta l}{C_d \cdot \Delta l}} = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (32)$$

$$u_{LT} = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta l}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} = \frac{1}{\sqrt{\mu \frac{\varepsilon}{2}}} = \sqrt{2} \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} = \sqrt{2} c_0. \quad (33)$$

Utilizando (33) determina-se o passo de tempo

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{u_{LT}}. \quad (34)$$

Das equações (32) e (33), calculam-se os parâmetros de circuito lembrando que a capacitância total é igual a $2C$,

$$L = Z_{LT} \cdot \Delta t, \quad (35)$$

$$C = 2 \frac{\Delta t}{Z_{LT}}. \quad (36)$$

Em um malha de nós paralelos, a velocidade de propagação em uma LT sem perdas modelando o espaço livre (μ_0, ε_0), segundo (CHRISTOPOULOS, 1995) e (COGAN, O'CONNOR e PULKO, 2005), pode ser expressa por:

$$u_{LT} = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \sqrt{2} c_0, \quad (37)$$

onde u_{LT} é a velocidade de propagação em uma LT e c_0 é a velocidade da luz no meio. A impedância característica das LT pode ser calculada por:

$$Z_{LT} = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\frac{\varepsilon_0}{2}}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{2} Z_0, \quad (38)$$

onde Z_0 é a impedância característica do espaço livre.

A indutância por unidade de comprimento L_d e a capacitância por unidade de comprimento C_d modeladas são:

$$L_d = \frac{Z_{LT} \Delta t}{\Delta l} = \sqrt{2} \frac{\sqrt{\mu_0} \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}{\sqrt{\varepsilon_0} \sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_0 \varepsilon_0}{\varepsilon_0}} = \mu_0, \quad (39)$$

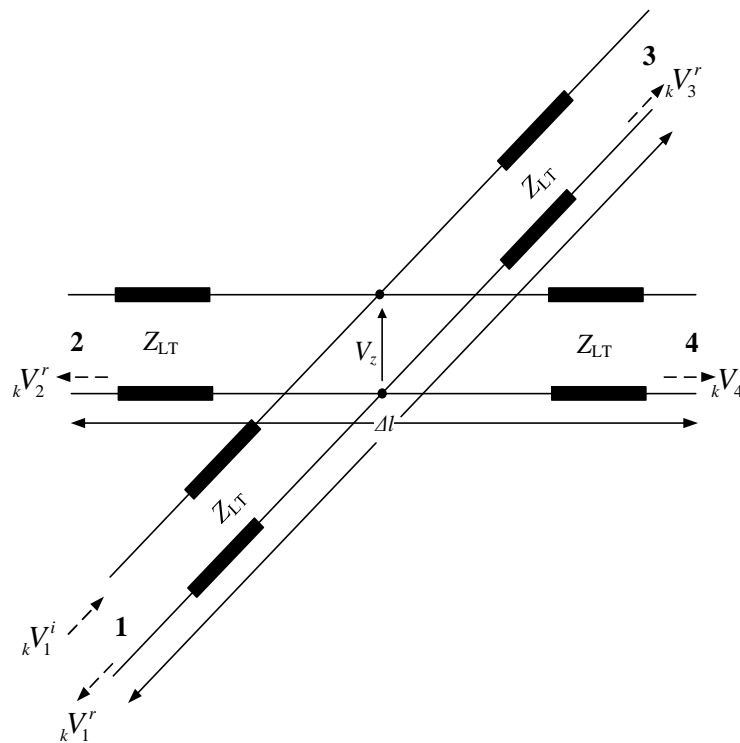
$$C_d = \frac{2 \Delta l}{Z_{LT} \Delta t} = 2 \frac{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}{\sqrt{2} \sqrt{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} = \frac{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} = \varepsilon_0. \quad (40)$$

Portanto, esse modelo representa o espaço livre.

3.2.3 Espalhamento de Impulsos

A Figura 15 mostra um nó paralelo de quatro ramos e representado através de suas impedâncias características Z_{LT} . Cada ramo corresponde a uma porta do nó, identificadas pelos números 1, 2, 3 e 4. Em um dado instante de tempo k , o impulso de tensão ${}_kV_1^i$ é aplicado à porta 1 do nó. Ao atingir o núcleo, a tensão incidente produz tensões refletidas ${}_kV_1^r$, ${}_kV_2^r$, ${}_kV_3^r$ e ${}_kV_4^r$, a partir do centro do nó para outras portas.

Figura 15 - Nó paralelo representado através de suas impedâncias características Z_{LT} .



Fonte: do autor.

A tensão total e a tensão refletida em cada porta do nó podem ser calculadas, respectivamente, por (CHRISTOPOULOS, 1995):

$${}_kV = {}_kV^i + {}_kV^r \quad (41)$$

$${}_kV^r = {}_kV - {}_kV^i \quad (42)$$

Aplicando (42) a cada porta do nó paralelo, determinam-se as demais tensões refletidas:

$${}_kV_1^r = {}_kV_1 - {}_kV_1^i \quad (43)$$

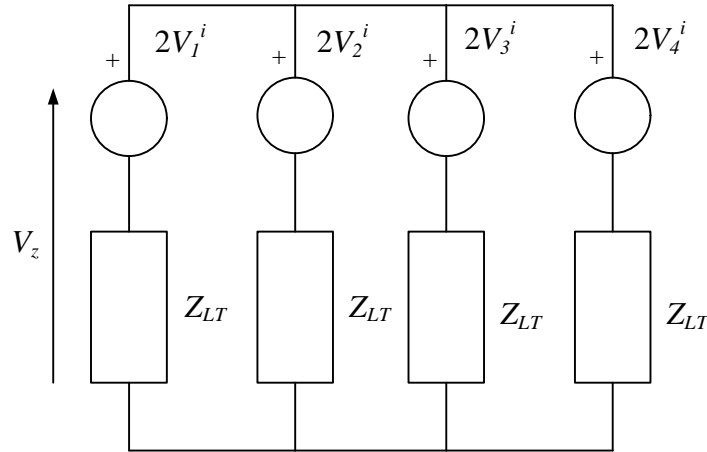
$${}_kV_2^r = {}_kV_2 - {}_kV_2^i \quad (44)$$

$${}_k V_3^r = {}_k V_3 - {}_k V_3^i \quad (45)$$

$${}_k V_4^r = {}_k V_4 - {}_k V_4^i \quad (46)$$

O circuito equivalente de Thévenin de um nó paralelo sem perdas é mostrado na Figura 16.

Figura 16 - Circuito equivalente de Thévenin representando um nó paralelo.



Fonte: do autor.

Cada ramo possui uma fonte de tensão $2V^i$ em série com uma impedância Z_{LT} . Aplicando as Leis de Kirchhoff sobre o nó, determina-se a equação que calcula tensão V_z . (CHRISTOPOULOS, 1995).

$$V_z = \frac{1}{2} (V_1^i + V_2^i + V_3^i + V_4^i) \quad (47)$$

Utilizando (42) e assumindo que a tensão total seja ${}_k V = {}_k V_z$, calcula-se a tensão refletida na porta 1.

$${}_k V_1^r = {}_k V_z - {}_k V_1^i \quad (48)$$

Substituindo (47) em (48), obtém-se:

$${}_k V_1^r = 0,5 (-{}_k V_1^i + {}_k V_2^i + {}_k V_3^i + {}_k V_4^i) \quad (49)$$

As demais tensões refletidas são calculadas seguindo com o mesmo processo, resultando em um conjunto de equações. Dessa forma, chega-se à uma expressão matricial que relaciona o vetor de tensões incidentes ${}_k \mathbf{V}^i$ e refletidas ${}_k \mathbf{V}^r$ através da chamada matriz de espalhamento, conforme segue.

$$\mathbf{S} = 0,5 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Essa relação pode ser resumida pela seguinte expressão matricial:

$${}_k \mathbf{V}^r = \mathbf{S}_k \mathbf{V}^i \quad (51)$$

Na etapa de conexão, as tensões refletidas nas portas do nó se tornam tensões incidentes nas portas adjacentes no próximo instante de tempo ($k + 1$), conforme ilustra a Figura 17. As equações a seguir permitem calcular as tensões incidentes para o novo passo de tempo.

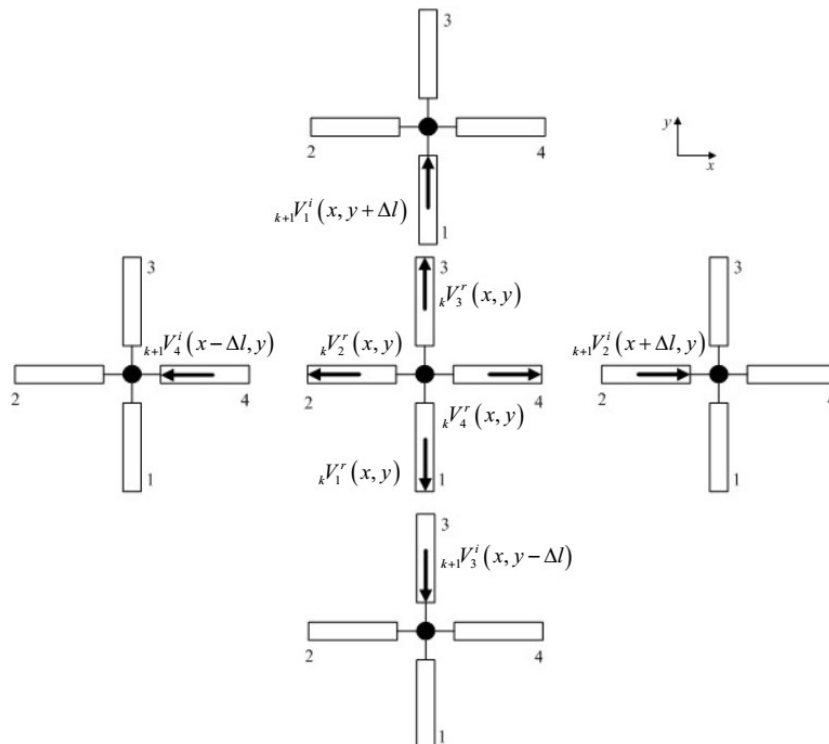
$${}_{k+1} V_1^i(x, y + \Delta l) = {}_k V_3^r(x, y) \quad (52)$$

$${}_{k+1} V_2^i(x + \Delta l, y) = {}_k V_4^r(x, y) \quad (53)$$

$${}_{k+1} V_3^i(x, y - \Delta l) = {}_k V_1^r(x, y) \quad (54)$$

$${}_{k+1} V_4^i(x - \Delta l, y) = {}_k V_2^r(x, y) \quad (55)$$

Figura 17 - Conexão com o momento seguinte. As tensões refletidas nas portas do nó se tornam tensões incidentes nas portas adjacentes.



Fonte: do autor.

3.2.4 Cálculo de Campos EM do nó Paralelo

O campo elétrico E_z pode ser determinado utilizando (56),

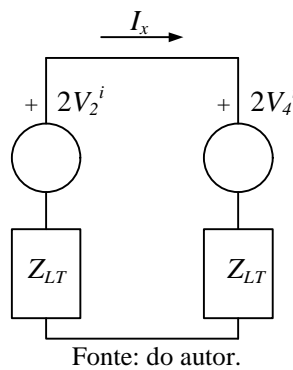
$${}_k E_z = -\frac{{}_k V_z}{\Delta z} \quad (56)$$

Do circuito na Figura 18 calcula-se a corrente ${}_k I_x$.

$${}_k I_x = \frac{V_2^i - V_4^i}{Z_{LT}} \quad (57)$$

onde Z_{LT} é a impedância característica de cada linha de transmissão que forma o nó paralelo, descrita por (38).

Figura 18 - Circuito equivalente de Thévenin para calcular a componente de campo magnético na direção y .



O campo magnético na direção de y é calculado por:

$$H_y = \frac{I_x}{\Delta y} = \frac{V_2^i - V_4^i}{Z_{LT} \cdot \Delta y} \quad (58)$$

Da mesma forma se determina a corrente ${}_k I_y$ e o campo magnético na direção de x :

$${}_k I_y = \frac{V_3^i - V_1^i}{Z_{LT}} \quad (59)$$

$$H_x = -\frac{I_y}{\Delta x} = \frac{V_3^i - V_1^i}{Z_{LT} \cdot \Delta x} \quad (60)$$

3.2.5 Cálculo da Distância entre Nós Δl

Uma malha TLM é formada por segmentos de linha de transmissão, os nós são formados pelos pontos de encontro dessas linhas. A distância entre cada nó é representada por Δl . Com base na Teoria de Linhas de Transmissão, o máximo comprimento de cada segmento

requerido para se obter uma boa precisão na simulação depende da máxima frequência do sinal injetado como excitação do sistema. Assim, irá depender do comprimento de onda λ do sinal. Na maioria das aplicações do método TLM, a seguinte regra pode utilizada para determinar a distância entre nós: $\Delta l \leq \lambda/10$. Para $\lambda = 10 \cdot \Delta l$, o erro de dispersão é considerado menor do que 2% (CHRISTOPOULOS, 1995). Maiores informações sobre o erro de dispersão no TLM-2D podem ser encontradas no Apêndice desta tese.

A expressão da constante de propagação em um meio com perdas e o comprimento de onda são dados pelas equações (61) e (62).

$$\gamma = \sqrt{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_{\max} \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \left(\frac{1}{\rho} + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_{\max} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \right)} = \beta_1 + j \cdot \beta_2 \quad (61)$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot \pi}{\beta_2} \quad (62)$$

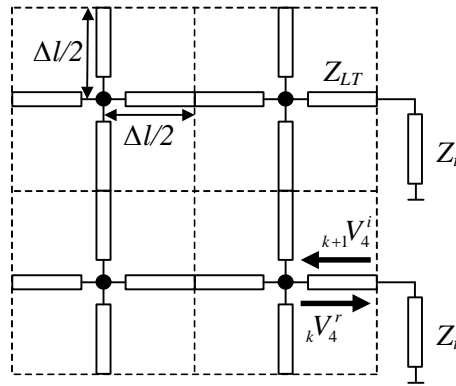
onde γ é a constante de propagação; β_1 é a constante de atenuação; β_2 é a constante de fase; λ é o comprimento de onda (m); f_{\max} é a máxima frequência do sinal injetado (Hz); μ_r permeabilidade relativa do meio.

3.2.6 Condições de Contorno

Muitas vezes, é necessário o uso de condições de contorno em simulação numérica, essas condições podem ser modeladas de diferentes formas, dependendo da aplicação e do espaço físico em estudo. Os contornos são implementados com impedâncias de terminação Z_t conectadas aos ramos de fronteira da malha, devendo atender a determinado valor de impedância para que esteja casado com a linha. Assim, a impedância de terminação Z_t deve ser escolhida de maneira que seja igual à impedância característica do meio que se deseja representar.

Ainda, para que o sincronismo dos pulsos durante o espalhamento e conexão seja mantido, o elemento Z_t deve ser colocado a uma determinada distância do centro do nó, de forma que o tempo total de incidência e reflexão do pulso na fronteira seja igual a Δt , conforme ilustra a Figura 19.

Figura 19 - Malha TLM com impedância de terminação Z_t como condição de contorno.



Para os ramos que ficam nos limites da malha, o processo de conexão de pulsos com o momento seguinte é diferenciado. O coeficiente de reflexão Γ , dado por (63), é utilizado para modelar o contorno do problema.

$$\Gamma = \frac{(Z_t - Z_{LT})}{(Z_t + Z_{LT})} \quad (63)$$

Assim, a tensão incidente no instante de tempo seguinte ${}_{k+1}V_n^i$ pode ser calculada.

$${}_{k+1}V_n^i = \Gamma {}_kV_n^r \quad (64)$$

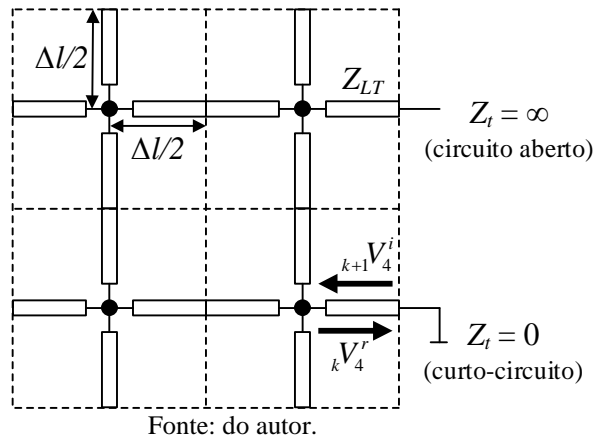
onde o índice n corresponde ao número da porta do nó.

A Figura 20 apresenta outros dois tipos de contorno que podem ser utilizados em uma malha TLM. Para descrever a condição de contorno de uma superfície isolante ou parede magnética, a mesma deve ser caracterizada por um circuito aberto, a impedância na porta será infinita ($Z_t = \infty$) e o coeficiente de reflexão Γ igual a 1. Contornos condutores ou paredes elétricas, são representados por um curto-circuito. Logo, possuem impedância característica igual a zero ($Z_t = 0$) e coeficiente de reflexão Γ igual a -1. Assim, o processo de conexão com o momento seguinte para estes casos pode ser expressa por (65) e (66), respectivamente:

$${}_{k+1}V_n^i = {}_kV_n^r \quad (65)$$

$${}_{k+1}V_n^i = -{}_kV_n^r \quad (66)$$

Figura 20 - Malha TLM com impedância de terminação $Z_t = \infty$ e $Z_t = 0$ como condição de contorno.



Em certos casos existem condições de contorno que são utilizadas para simular a solução no infinito. Para este fim, emprega-se a técnica de Condição de Fronteira Absorvente (CHRISTOPOULOS, 1995), onde o valor para impedância de terminação assume o valor da impedância característica do meio utilizado como base (ALMAGUER, 2003). Através de (67) determina-se o coeficiente de reflexão para um contorno absorvente utilizando como meio base o espaço livre (HOEFER; SO, 2001).

$$\Gamma = \frac{1 - \sqrt{2\varepsilon_r}}{1 + \sqrt{2\varepsilon_r}} \quad (67)$$

3.3 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO MÉTODO TLM-2D CLÁSSICO

O desenvolvimento do algoritmo TLM-2D foi concebido no MATLABTM (do inglês *Matrix Laboratory*). Essa ferramenta permite fazer manipulação de matrizes, construção de gráficos a partir de dados e funções, implementação de algoritmos, criação de interfaces gráficas com usuário (GUI), apresentação gráfica de resultados de simulação (pós-processamento). Além disso, possui grande quantidade de bibliotecas implementadas em forma de aplicativos (*toolboxes*), entre outras facilidades que tornam esse software bastante completo, útil e flexível.

É importante destacar ainda que o MATLABTM é um ambiente multi-paradigma, permitindo escrever códigos utilizando diferentes paradigmas de programação: programação estruturada, programação orientada à objetos, programação orientada à eventos. Nesta tese foi utilizado o paradigma de programação estruturada.

A partir da formulação analítica apresentada nas seções anteriores, serão descritos a seguir as etapas para implementação numérica do TLM-2D clássico para meio homogêneo e

sem perdas. De maneira geral, a cada iteração, o algoritmo pode se resumir às seguintes etapas (CHRISTOPOULOS, 2006):

1. obtenção das tensões incidentes em todos os nós utilizando as condições iniciais;
2. cálculo das grandezas de interesse (elétricas e EM);
3. cálculo das tensões refletidas por cada segmento;
4. aplicação das condições de contorno para os segmentos ou nós que se localizam nas fronteiras da matriz de cálculo;
5. determinação das novas tensões incidentes para o próximo passo de iteração, baseadas nas tensões refletidas.

Será considerada na implementação do algoritmo TLM-2D uma malha utilizando nós paralelos modelando um meio homogêneo e sem perdas. Mais especificamente, o espaço livre, com permeabilidade relativa $\mu_r = 1$, permissividade relativa $\varepsilon_r = 1$.

De maneira geral, o algoritmo desenvolvido fica dividido em três partes: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

3.3.1 Pré-processamento

Na primeira etapa do algoritmo deve-se fazer algumas modificações nos dados de entrada dependendo do caso simulado. Já na parte principal do algoritmo, que corresponde ao processamento, não é preciso realizar alterações. Antes de rodar a simulação, as seguintes variáveis de entrada devem ser observadas e modificadas se necessário:

Dados de entrada

- Número de iterações (*niter*), deve ser escolhido um valor grande o suficiente para que o sinal de entrada atinja o valor de regime ou para o número desejado de iterações;
- Número de nós da malha na direção x , identificado no fluxograma por X , e na direção y , identificado no fluxograma por Y , comprimento l (m) na direção x ;
- Coordenadas do ponto de excitação, pontos de saída para gravação de resultados, posição das condições de contorno na malha;
- Permeabilidade elétrica μ_0 , permissividade elétrica ε_0 , permeabilidade relativa $\mu_r = 1$ e permissividade relativa $\varepsilon_r = 1$;
- Definição do tipo sinal de entrada (delta de Dirac, impulso Gaussiano, dupla exponencial, seno).

- Magnitude da entrada e demais características dos sinais de excitação, tais como: frequência f , tempos de subida t_b e descida t_a da dupla exponencial, duração e largura do impulso gaussiano.

Cálculos iniciais

- Comprimento de onda λ (m) para máxima frequência de interesse (62);
- Distância entre nós $\Delta l = l/(N-1)$ respeitando a relação $\Delta l \leq 0,1 \cdot \lambda$ (item 3.2.5), onde N é o número de nós na direção x ;
- Velocidade de propagação na LT u_{LT} (37);
- Impedância característica na LT Z_{LT} (38);
- Passo de tempo Δt (34);
- Vetor tempo t ;
- Cálculo do vetor de excitação. A função de excitação escolhida é discretizada formando um vetor de excitação. Cada posição do vetor pode ser considerada como um pulso que dura o intervalo de tempo Δt . Assim, o vetor excitação é formado por um trem de pulsos que é injetado a cada iteração no ponto de excitação escolhido como se fosse um impulso incidente aos ramos do nó;
- Cálculo dos coeficientes de reflexão Γ das condições de contorno (67).

Inicialização

- Contadores k (nº. de iterações), i e j (posição do nó na malha) são inicializados com valor igual a 1;
- Os vetores de tensão incidente ${}_k V^i$ e refletida ${}_k V^r$ inicializados com valor igual a 0 na primeira iteração ($k = 1$);

3.3.2 Processamento

Esta etapa visa o processamento das informações dadas na etapa de pré-processamento utilizando o algoritmo implementado e para geração de resultados de simulação;

Excitação

- Excitar as portas apropriadas do nó no ponto de excitação escolhido na etapa Dados de Entrada, utilizando o sinal definido na Inicialização.

Cálculo de grandezas elétricas e EM

- Calcular tensão ${}_kV_z(i, j, k)$, campo elétrico ${}_kE_z(i, j, k)$, correntes ${}_kI_x(i, j, k)$ e ${}_kI_y(i, j, k)$, campo magnético ${}_kH_y(i, j, k)$ e ${}_kH_x(i, j, k)$ usando as equações (47), (56), (57), (59), (58) e (60), respectivamente.

Espalhamento

- Para cada nó da matriz, calcular as tensões refletidas a partir da relação ${}_k\mathbf{V}^r = \mathbf{S} \cdot {}_k\mathbf{V}^i$ (51).

Conexão

- Tensões refletidas ${}_kV^r(i, j, k)$ em cada porta de um nó da malha se tornam tensões incidentes aos ramos dos nós adjacentes para o próximo instante de tempo ${}_kV^i(i, j, k+1)$ (52)-(55).

Gravação dos resultados

- Neste passo do algoritmo, a cada iteração, são salvos os valores medidos nos pontos de saída definidos na etapa de pré-processamento, mais especificamente nos dados de entrada.

3.3.3 Pós-processamento

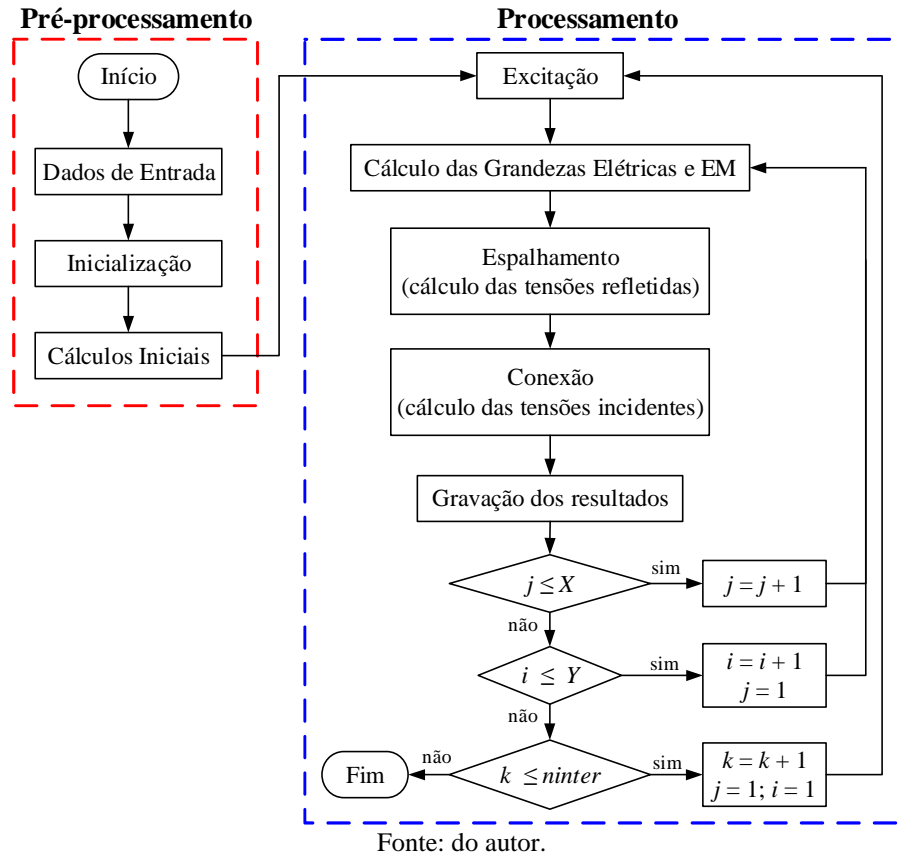
O objetivo do pós-processamento é analisar os resultados da simulação. Assim, após a etapa de processamento deve ser possível visualizar os resultados de forma gráfica e/ou numérica. O MATLAB permite a apresentação de gráficos em duas dimensões, onde a amplitude do sinal recolhido em determinado ponto de saída é mostrado variando no tempo ou ainda em três dimensões, mostrando todos pontos da malha para um dado instante de tempo.

Os sinais medidos nos pontos de saída durante a execução da simulação são utilizados para comparação com os resultados de outros métodos numéricos e/ou ferramentas de simulação computacional para fins de validação do algoritmo.

3.3.4 Fluxograma do Algoritmo Principal

O fluxograma principal do algoritmo TLM-2D desenvolvido para esse caso é mostrado na Figura 21. Pode-se visualizar duas das etapas principais, uma de pré-processamento e outra de processamento, que por sua vez são formadas por uma sequência de passos descritos nos itens 3.3.1 e 3.3.2.

Figura 21 - Fluxograma do algoritmo TLM-2D mostrando as etapas de pré-processamento e processamento.



Ao fim da simulação, uma análise dos resultados é feita utilizando rotinas de pós-processamento, onde gráficos em duas e três dimensões são usados para visualizar a propagação das ondas eletromagnéticas no meio modelado ao receber a excitação no ponto escolhido. É possível ainda avaliar a resposta através de animação gráfica em 3D no computador.

Neste capítulo foram apresentados aspectos relacionados à formulação analítica e implementação numérica do método TLM-2D. A formulação analítica possibilitou estabelecer a analogia entre campos EM e a teoria circuitos. Ainda nessa etapa, o nó paralelo foi modelado matematicamente. Na implementação numérica, a partir de um fluxograma, os passos do algoritmo TLM-2D clássico (sem representação de não homogeneidades e perdas) foram descritos em detalhes.

A modelagem TLM-2D até este ponto considerou nós sem perdas e meios homogêneos. O próximo capítulo será focado na contribuição da tese: TLM-2D levando em consideração a inclusão de perdas e meios não homogêneos ao modelo, a modelagem de não linearidades e, por fim, a apresentação de uma formulação analítica integrando a modelagem de meios não homogêneos e não linearidades.

4 CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE MODELAGEM DE MEIOS NÃO HOMOGÊNEOS E NÃO LINEARIDADES

4.1 INTRODUÇÃO

Serão apresentadas nesse capítulo as principais contribuições desta tese de forma a evidenciar a originalidade do trabalho. Assim, as próximas seções terão o seguinte foco:

- desenvolvimento de uma formulação analítica para modelagem numérica de meios não homogêneos utilizando o método TLM-2D;
- desenvolvimento de formulação analítica para representação de não linearidades, onde o fenômeno da ionização é modelado através da variação da condutância e resistividade residual do meio;
- integração das duas formulações analíticas desenvolvidas em um único modelo;
- implementação computacional de um novo algoritmo TLM-2D.

Ainda serão realizadas simulações computacionais para validação dos modelos propostos.

4.2 MODELAGEM DE MEIOS NÃO HOMOGÊNEOS E PERDAS

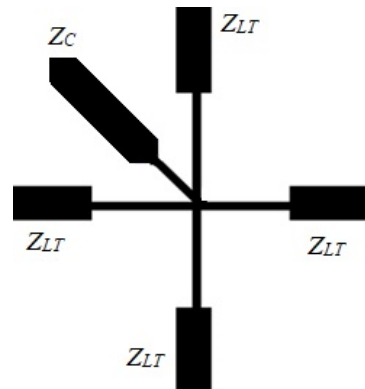
4.2.1 Modelagem de Diferentes Meios Utilizando *Stubs*

A velocidade de propagação de uma onda eletromagnética depende das propriedades do meio em que a mesma viaja. Para problemas que contêm diferentes parâmetros de meio, é inviável manter o tamanho do nó Δl fixo e variar o passo de tempo em diferentes regiões do domínio. Por outro lado, pode-se manter o passo de tempo fixo na presença de diferentes propriedades de meio modificando o tamanho do nó. No entanto, ambos os casos têm efeitos indesejados, pois a sincronização de tensões incidentes e refletidas e a conexão direta das portas não serão mantidas. A técnica de *stubs* permite que o passo de tempo e o tamanho do nó permaneçam os mesmos para diferentes materiais que estão sendo modelados. A idéia por trás da técnica do *stub* é usar a mesma impedância característica em todo o modelo que atua como meio base (*background*) (CHRISTOPOULOS, 1995). As diferenças de capacitância e indutância entre o meio modelado e o meio base serão adicionadas na forma de *stubs* capacitivos ou indutivos que simulam a desaceleração da propagação devido à passagem por diferentes meios.

Implementações do método TLM usam parâmetros de espaço livre para modelar o meio base. Utilizando espaço livre como meio base garante uma diferença de permissividade positiva entre o meio base e os meios modelados assegurando a estabilidade do algoritmo. Esta seção mostra a implementação da técnica de *stubs* em TLM-2D usando o exemplo de um *stub* capacitivo. Usando o espaço livre como o meio base tem-se uma velocidade de propagação e impedância característica da linha de transmissão dada por (37) e (38), respectivamente.

A Figura 22 mostra o *stub* capacitivo TLM-2D, que consiste em uma seção de linha de transmissão em circuito aberto conectada no centro do nó. Um *stub* capacitivo é necessário ao modelar um meio com permissividade maior do que o espaço livre. A permissividade ϵ do meio está vinculada à permissividade do espaço livre ϵ_0 .

Figura 22 - *Stub* capacitivo de impedância característica Z_C conectado ao centro de um nó paralelo.



Fonte: do autor.

Onde a impedância característica do *stub* capacitivo Z_C é dada por:

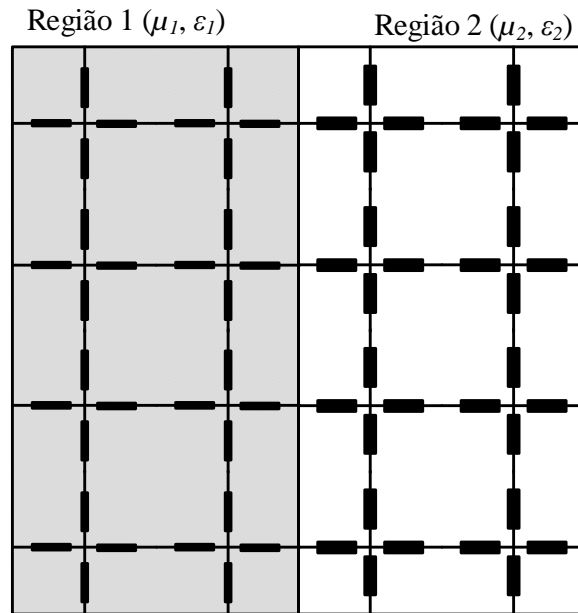
$$Z_C = \frac{Z_{LT}}{4 \cdot (\epsilon_r - 1)} \quad (68)$$

A modelagem de meios com perdas pode ser feita com uso de *stubs* dissipativos. Estes elementos representam linhas de transmissão de forma que a energia é absorvida não havendo pulsos refletidos nessa porta.

4.2.2 Descrição do Problema

A solução de problemas onde diferentes meios estão presentes exige modificações no modelo TLM. Regiões com diferentes valores de permissividade terão características distintas. Considere a região 1 (μ_1, ϵ_1) e a região 2 (μ_2, ϵ_2), mostradas na Figura 23.

Figura 23 - Malha dividida em região 1 e região 2, com propriedades do meio (μ_1, ε_1) e (μ_2, ε_2) , respectivamente.



Fonte: do autor.

Devido à variação nas propriedades entre os meios da região 1 e 2, as velocidades de propagação u_1 e u_2 , dados por (69) e (70) serão diferentes e os passos de tempo Δt_1 e Δt_2 , dados por (71) e (72), não permanecerão constantes nas interfaces entre os meios. A modificação no valor das propriedades do dielétrico implica troca dos parâmetros das LTs que formam os nós, resultando em perda de sincronismo. Isso ocorre porque em uma malha TLM a propagação de pulsos com diferentes velocidades faz com que os mesmos cheguem em tempos diferentes aos nós (AKHTARZAD; JOHNS, 1975b).

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{\mu_1 \cdot \varepsilon_1}} \quad (69)$$

$$u_2 = \frac{1}{\sqrt{\mu_2 \cdot \varepsilon_2}} \quad (70)$$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta l}{u_1} \quad (71)$$

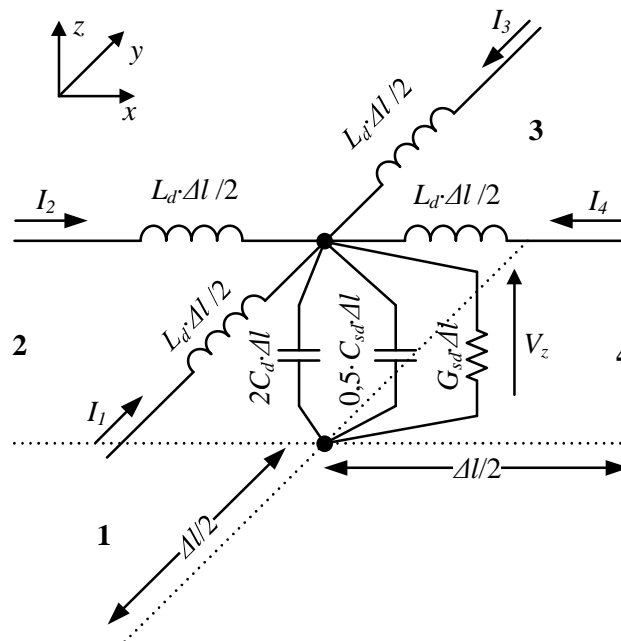
$$\Delta t_2 = \frac{\Delta l}{u_2} \quad (72)$$

Diante da divergência existente entre as velocidades de propagação no meio da região 1 e da região 2, verifica-se a necessidade de corrigir diferenças na permissividade elétrica ou permeabilidade magnética do meio. Pode-se adicionar, na forma de *stubs*, indutância extra para obter um valor desejado de permeabilidade μ e capacitância para obter dada permissividade ϵ , mantendo sincronismo temporal na interface entre as regiões. Para um meio com perdas de condutividade σ , um *stub* condutivo pode ser utilizado na modelagem (CHRISTOPOULOS, 1995).

4.2.3 Formulação Analítica - Nó Paralelo para Meios Não Homogêneos com Perdas

Em um nó paralelo, a modelagem de meios não homogêneos é realizada utilizando *stubs* reativos e as perdas, através de *stubs* dissipativos, ambos conectados em paralelo ao centro do nó. A Figura 24 mostra o circuito equivalente de um nó paralelo com capacitância total $C_T = 2C_d \cdot \Delta l + 0,5C_{sd} \cdot \Delta l$, onde C_{sd} representa o aumento de permissividade elétrica do meio e G_{sd} as perdas no meio.

Figura 24 - Circuito equivalente de um nó paralelo com capacitância total $C_T = 2C_d \cdot \Delta l + 0,5C_{sd} \cdot \Delta l$ e condutância $G_{sd} \cdot \Delta l$.



Fonte: do autor.

Considere um nó de dimensões $\Delta x = \Delta y = \Delta l$, parâmetros de linha $L = L_d \cdot \Delta l$ e $C = C_d \cdot \Delta l$ e, conectados em paralelo ao centro da célula, dois *stubs*, C_s e G_s . Aplicando as leis de Kirchhoff para corrente e tensão no circuito da Figura 24 obtém-se (19) e (20), que são as

mesmas equações para o caso do nó paralelo sem perdas e em meio homogêneo. Adicionalmente, levando em conta a capacitância C_{sd} e a condutância G_{sd} , tem-se:

$$\frac{\partial I_x}{\partial x} + \frac{\partial I_y}{\partial y} = \left(-2C_d + \frac{C_{sd}}{2} \right) \frac{\partial V_z}{\partial t} - G_{sd} V_z. \quad (73)$$

Nesse caso, a relação entre campos EM e circuitos elétricos fica:

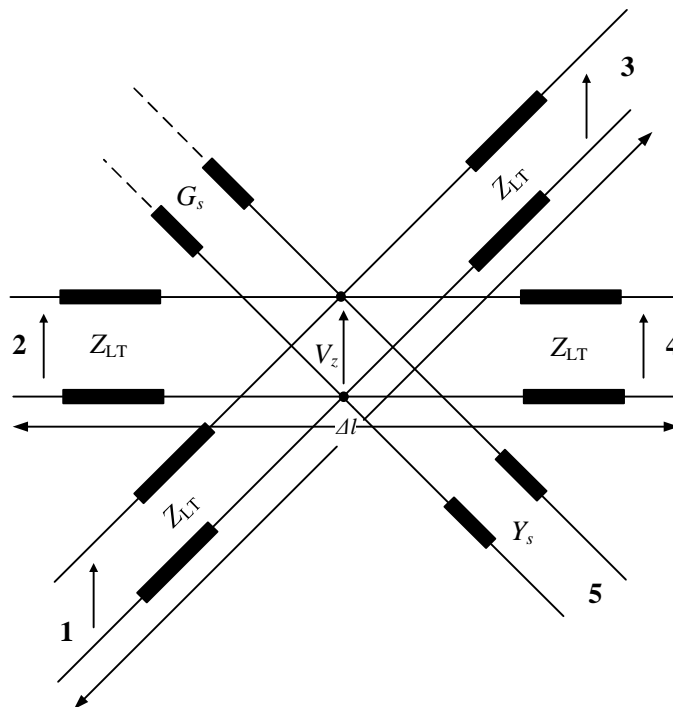
$$\mu_0 = L_d \quad (74)$$

$$\varepsilon = \left(2C_d + \frac{C_{sd}}{2} \right) \quad (75)$$

$$\sigma = G_{sd} \quad (76)$$

As linhas 1, 2, 3 e 4 da Figura 25 possuem impedância característica Z_{LT} , *stubs* capacitivos de admitância característica Y_s e uma condutância G_s representando as perdas.

Figura 25 - Modelo de LT de um nó paralelo com *stub* capacitivo Y_s e *stub* condutivo G_s .



Fonte: do autor.

Para simular uma permissividade relativa ε_r no meio é utilizado um *stub* em circuito aberto com admitância característica Y_s e comprimento $\Delta l/2$, calculada através de (77) (CHRISTOPOULOS, 1995; SAGUET, 2012):

$$Y_s = 4(\varepsilon_r - 1) \cdot Y_{LT} \quad (77)$$

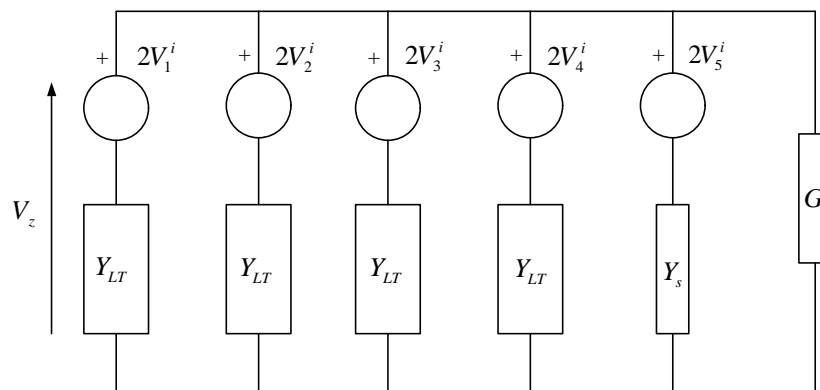
onde $Y_{LT} = 1/Z_{LT}$ é a admitância característica da LT.

Para simular perdas em um meio de condutividade σ , utiliza-se um *stub* de condutância característica igual a G_s (CHRISTOPOULOS, 1995) em paralelo ao centro do nó

$$G_s = \sigma \cdot \Delta L. \quad (78)$$

O circuito equivalente de Thévenin do nó paralelo é modificado com a inserção de dois novos ramos para a modelagem de dielétricos e perdas, conforme ilustra a Figura 26.

Figura 26 - Circuito equivalente de Thévenin do nó paralelo modificado com a inserção de dois novos ramos.



Fonte: do autor.

Com base no circuito da Figura 26, a tensão ${}_k V_z$ sobre o nó pode ser calculada para cada instante de tempo k ,

$${}_k V_z = \frac{2({}_k V_1^i + {}_k V_2^i + {}_k V_3^i + {}_k V_4^i) \cdot Y_{LT} + 2 {}_k V_5^i Y_s}{4 \cdot Y_{LT} + Y_s + G_s}. \quad (79)$$

A matriz de espalhamento \mathbf{S} é modificada para modelar diferentes valores de permissividade ϵ_r através da variação da admitância característica Y_s .

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\hat{Y}} \begin{bmatrix} 2 - \hat{Y} & 2 & 2 & 2 & 2\hat{Y}_s \\ 2 & 2 - \hat{Y} & 2 & 2 & 2\hat{Y}_s \\ 2 & 2 & 2 - \hat{Y} & 2 & 2\hat{Y}_s \\ 2 & 2 & 2 & 2 - \hat{Y} & 2\hat{Y}_s \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2\hat{Y}_s - \hat{Y} \end{bmatrix}, \quad (80)$$

onde $\hat{Y} = 4 + \hat{Y}_s + \hat{G}_s$, com \hat{Y}_s e \hat{G}_s normalizados em relação à admitância das LTs.

$$\hat{Y}_s = \frac{Y_s}{Z_{LT}^{-1}} \quad (81)$$

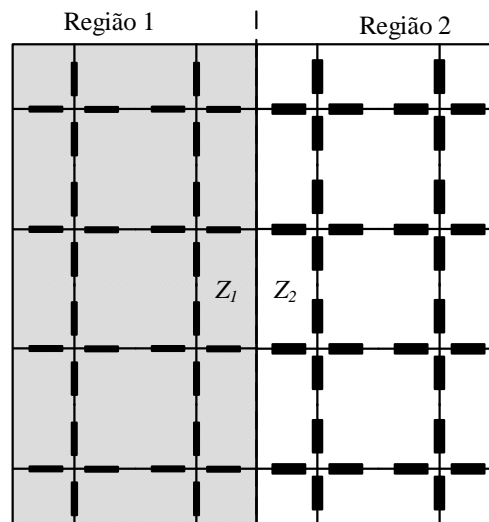
$$\hat{G}_s = \frac{G_s}{Z_{LT}^{-1}}. \quad (82)$$

4.2.4 Modelagem de Interfaces

A introdução de *stubs* reativos em nós 2D permite diminuir a velocidade da propagação de ondas em uma malha TLM para respeitar o sincronismo entre os pulsos. No entanto, outras condições devem ser respeitadas em uma interface que separa duas regiões com dielétricos distintos (SAGUET, 2012).

Considere a malha TLM-2D mostrada da Figura 27, composta por dois meios (região 1 e região 2). Os pulsos que se propagam na região 1 estão em uma área que possui LTs com impedância característica Z_{LT1} , já os pulsos da região 2 propagam-se em uma parte da malha onde o valor da impedância característica das LTs é Z_{LT2} . Assim, não há problema enquanto os pulsos propagam-se em um meio ou no outro, a questão é quando estes se deparam com as fronteiras que delimitam as regiões de dielétricos diferentes. Ao iniciar uma iteração, um pulso vem do nó (x, y) em direção ao nó $(x+1, y)$ e outro de $(x+1, y)$ em direção ao nó (x, y) . Ao percorrer uma distância de $\Delta l/2$ (ou $\Delta x/2$) os pulsos encontrarão impedâncias distintas, acarretando em reflexões adicionais (DE COGAN, 2005, cap. 4).

Figura 27 - Malha TLM-2D composta por dois meios de propriedades distintas.



Fonte: do autor.

Assim, pulsos de reflexão e transmissão devem ser adicionados à interface a fim de corrigir essas discrepâncias. Os novos coeficientes de reflexão e transmissão da região 1 para região 2 e vice-versa são determinados através das seguintes equações (SAGUET, 2012):

$$\Gamma_{1 \rightarrow 2} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad (83)$$

$$\Gamma_{2 \rightarrow 1} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}, \quad (84)$$

$$T_{1 \rightarrow 2} = \frac{2 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_1}. \quad (85)$$

$$T_{2 \rightarrow 1} = \frac{2 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2}. \quad (86)$$

Assim, o processo de conexão do TLM-2D nos contornos deverá ser alterado ficando:

$${}_{k+1}V_2^i(x, y) = \Gamma_{1 \rightarrow 2} \cdot {}_kV_2^r(x, y) + T_{2 \rightarrow 1} \cdot {}_kV_4^r(x, y) \quad (87)$$

$${}_{k+1}V_4^i(x, y) = \Gamma_{2 \rightarrow 1} \cdot {}_kV_4^r(x, y) + T_{1 \rightarrow 2} \cdot {}_kV_2^r(x, y) \quad (88)$$

4.2.5 Implementação Numérica do Método TLM-2D para Modelagem de Meios Não Homogêneos com Perdas

Na implementação computacional do TLM-2D para modelagem de meios não homogêneos com perdas tem-se como base o que foi apresentado na seção 3.3. Porém neste caso, o algoritmo deve permitir que a cada nó da malha seja possível atribuir suas respectivas propriedades μ , ε , ρ e σ . Isto é feito através de uma matriz auxiliar **M_AUX**. Nessa matriz, as posições são numeradas identificando diferentes regiões do meio e suas propriedades. Assim, de posse do valor de Δl , calculam-se valores para os *stubs* Y_s (77) e G_s (78), e uma matriz de espalhamento **S** (80) com parâmetros modificados para cada nó da malha.

No desenvolvimento desse exemplo, será considerada a malha mostrada na Figura 27, onde existem duas regiões com dielétricos distintos e perdas. A matriz auxiliar da Figura 28(a) ilustra o caso da malha mostrada na Figura 27, com 10 nós na direção x e 10 nós na direção y , dividida em duas regiões de mesma dimensão e propriedades do meio distintas. Para utilizar outra topologia e adicionar ou remover outras regiões no problema, basta editar a matriz na etapa de pré-processamento, conforme ilustra a Figura 28(b).

Figura 28 - Matriz auxiliar utilizada para identificar diferentes meios na malha.

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	3	3	3	3	2	2	1
1	2	2	3	3	3	3	2	2	1
1	2	2	3	3	3	3	2	2	1
1	2	2	3	3	3	3	2	2	1
1	2	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	2	2	2	2	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Fonte: do autor.

No algoritmo TLM-2D para modelagem de meios não homogêneos com perdas, existem diferenças em relação ao TLM-2D para meios homogêneos apresentado na seção 3.3. Assim, algumas modificações devem ser realizadas nas etapas de pré-processamento e processamento. Criou-se um novo bloco chamado “Meios não homogêneos” com a função de identificar quais *stubs* (Y_s e G_s) utilizar em determinado nó (i, j) da malha para o cálculo de (79), conforme sua localização (Região 1 ou Região 2) e propriedades de meio associadas através da matriz auxiliar.

A partir deste ponto, serão identificadas somente as variáveis, cálculos e passos adicionais para funcionamento do algoritmo. Assume-se que cada bloco é idêntico aos apresentados na seção 3.3.4 com exceção das diferenças que são apresentadas a seguir.

4.2.5.1 Pré-processamento

Dados de entrada

- Permeabilidade elétrica μ_0 (H/m), permissividade elétrica ϵ_0 (F/m), permissividade relativa $\epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$;
- Preenchimento da matriz auxiliar de acordo com a região (1 ou 2) e suas respectivas propriedades;

Cálculos iniciais

- O meio utilizado como base será o espaço livre, a modelagem de perdas e dielétricos é feita através de *stubs*. Para modelar os dielétricos e perdas em cada região do problema calculam-se valores adequados de admitância característica Y_s (77) e condutância característica G_s (78) para os *stubs* dos nós.

- Cálculo dos parâmetros da matriz de espalhamento \mathbf{S} (80) de cada região do problema. Determinar o valor da admitância normalizada total do nó $\hat{Y} = 4 + \hat{Y}_s + \hat{G}_s$, onde \hat{Y}_s é a admitância característica normalizada do stub (81) e \hat{G}_s é a condutância característica normalizada (82).

Inicialização

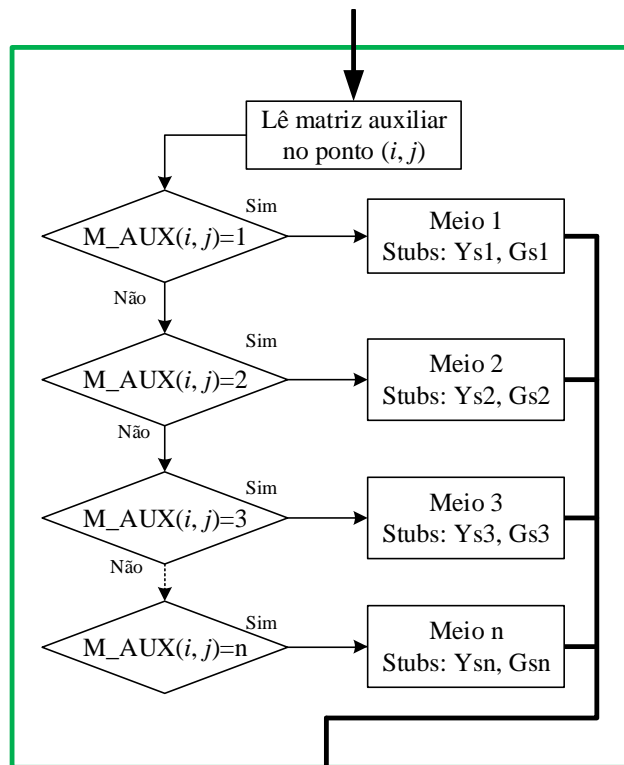
- Vetores de tensão incidente ${}_k V^i$ e refletida ${}_k V^r$ no nó, assim como tensões incidentes ${}_k V_s^i$ e tensões refletidas ${}_k V_s^r$ do stub Y_s devem ser iguais a 0 na primeira iteração ($k = 1$).

4.2.5.2 Processamento

Meio Não Homogêneo

Dentro do laço principal do algoritmo uma sequência de testes são realizados para verificar quais parâmetros devem ser utilizados no cálculo de ${}_k V_z$ (Y_s e G_s) utilizando (79) e para a matriz de espalhamento \mathbf{S} (\hat{Y} , \hat{Y}_s e \hat{G}_s) utilizando (80). Cada nó terá seus parâmetros calculados espacialmente de acordo como foi preenchida a matriz auxiliar (M_AUX). A Figura 29 mostra o fluxograma do código inserido no bloco “Meio Não Homogêneo”.

Figura 29 - Fluxograma do código inserido no bloco “Meio Não Homogêneo”.



Fonte: do autor.

Cálculo de grandezas elétricas e EM

- Cálculo das tensão ${}_kV_z(i, j, k)$, campo elétrico ${}_kE_z(i, j, k)$, correntes ${}_kI_x(i, j, k)$ e ${}_kI_y(i, j, k)$, campo magnético ${}_kH_y(i, j, k)$ e ${}_kH_x(i, j, k)$, equações (79), (56), (57), (59), (58) e (60), respectivamente.

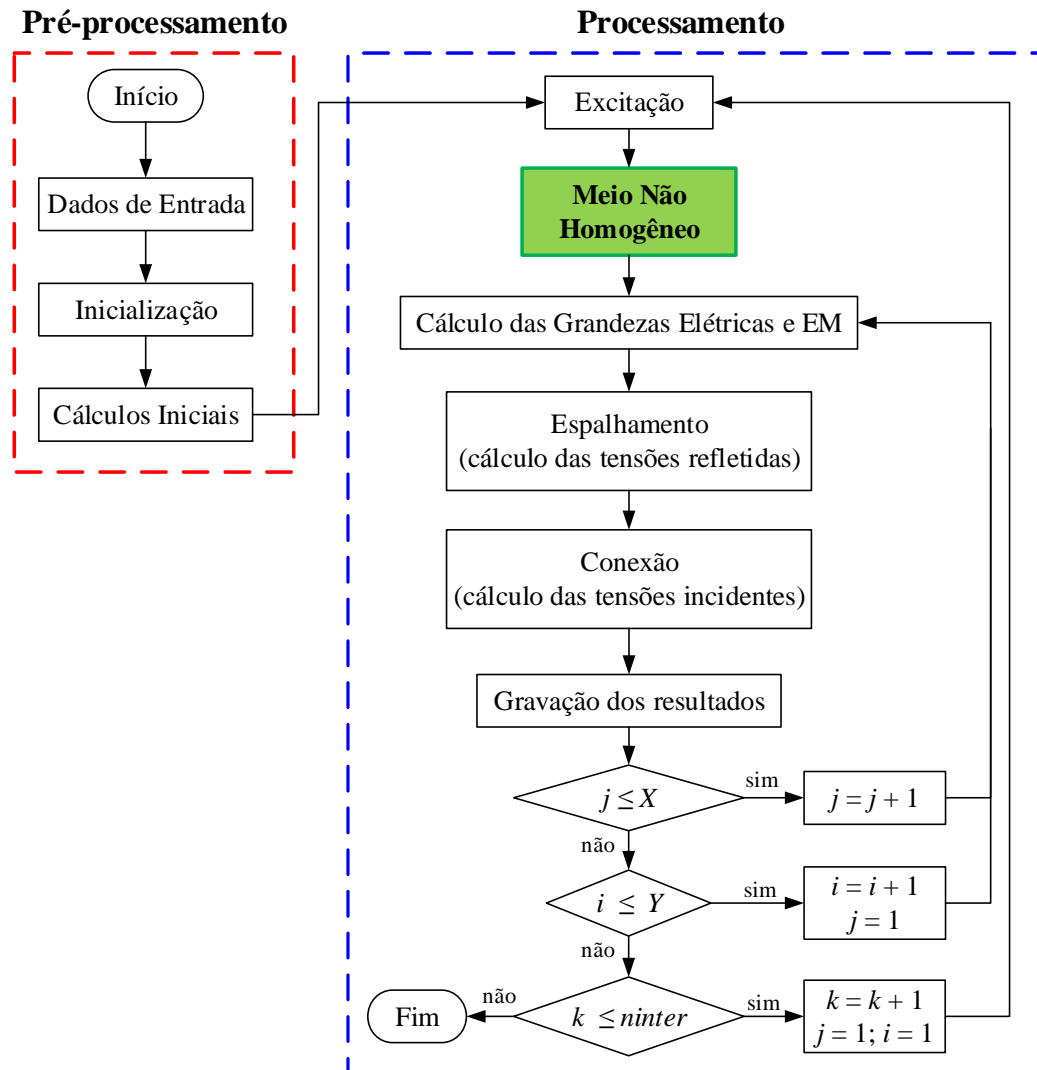
Espalhamento

- Para cada nó da matriz, cálculo das tensões refletidas a partir da relação ${}_k\mathbf{V}^r = \mathbf{S} \cdot {}_k\mathbf{V}^i$ (80).

4.2.5.3 Fluxograma do Algoritmo Principal

A Figura 30 mostra o fluxograma do algoritmo TLM-2D para meios não homogêneos considerando perdas.

Figura 30 - Fluxograma do algoritmo TLM-2D para meios não homogêneos considerando perdas.



Fonte: do autor.

De maneira geral, o único passo modificado do fluxograma do algoritmo original é o referente ao bloco “Meio Não Homogêneo”. No entanto, uma série de novos dados de entrada devem ser considerados e outros modificados. Os cálculos iniciais também serão diferentes para assim permitir o correto funcionamento do novo bloco.

4.2.6 Resultados e Validação

A seguir serão apresentados exemplos com o propósito de validar o algoritmo implementado no software MATLABTM, observando principalmente o comportamento da propagação do sinal de excitação no meio modelado. Além de utilizar meios com diferentes propriedades, serão aplicadas condições de contorno diversas a fim de verificar se as reflexões dos impulsos nas fronteiras estão corretas.

Os resultados obtidos são validados através do software MEFiSTo-2DTM (HOEFER; SO, 2001), uma ferramenta computacional utilizada para simulação de campos eletromagnéticos baseada no método TLM-2D no DT. Além disso, o MEFiSTo-2DTM possui licença sem custo para fins educacionais, servindo também como referência na validação de outros trabalhos que utilizam o método TLM-2D (DE CARVALHO JR., 2006). Parte-se do pressuposto que o software MEFiSTo-2DTM fornece uma solução, ainda que aproximada, dita rigorosamente correta se comparada à solução analítica do equacionamento de Maxwell.

4.2.6.1 Malha retangular

Nas simulações da malha retangular foram escolhidos três casos. A Tabela 1 mostra as propriedades do meio e contornos utilizados nas fronteiras de cada um dos modelos.

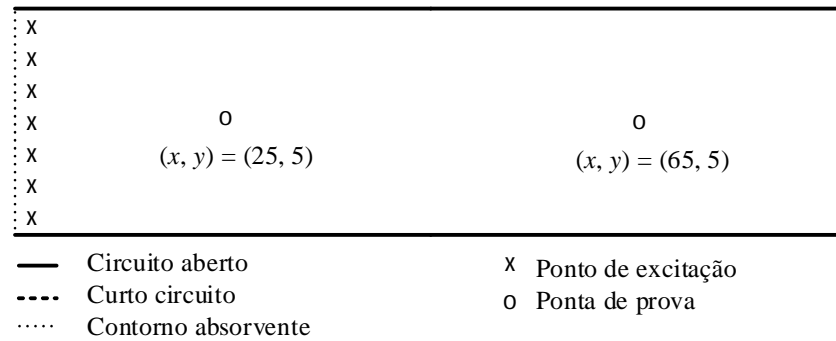
Tabela 1 - Casos malha retangular.

Caso	ϵ_{r1}	ϵ_{r2}	σ (S/m)	Fronteira	
				Esquerda e direita	Superior e inferior
Meio homogêneo sem perdas	1	-	0	Contorno absorvente	Circuito aberto
Meio homogêneo com perdas	1	-	1×10^{-5}	Contorno absorvente	Circuito aberto
Meio não homogêneo com perdas	3	9	1×10^{-5}	Contorno absorvente	Circuito aberto

Fonte: do autor.

Em todos os casos de malha retangular será considerada uma estrutura com 100 nós na direção x e 10 nós na direção y . Os pontos de saída para monitoração da tensão ao longo do tempo são posicionados em $(x, y) = (25, 5)$ e $(x, y) = (65, 5)$, conforme ilustra a Figura 31.

Figura 31 - Meio homogêneo sem perdas, $\mu_{r1} = 1$, $\epsilon_{r1} = 1$ e $\sigma = 0$ S/m.



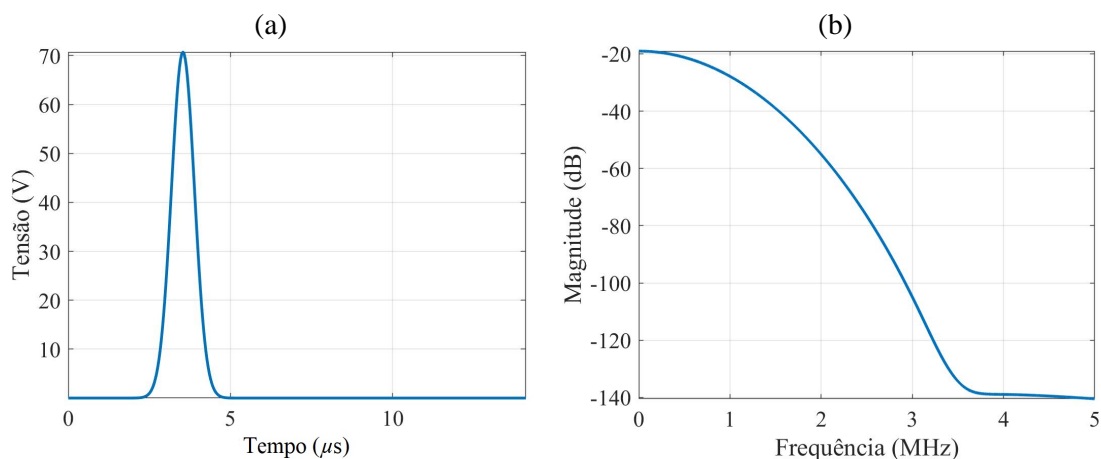
Fonte: do autor.

Nos três casos da malha retangular, a excitação utilizada é um impulso Gaussiano, conforme definido em (89), com tensão de pico $V_p = 100 \cdot (\epsilon_r/2)^{1/2} = 70,71$ V, onde $\epsilon_r = 1$ (HOEFER; SO, 2001) aplicado nos pontos ao longo de $x = 1$. A Figura 32 ilustra a função utilizada como entrada e sua faixa de frequências. Com base nessa faixa de frequências assumiu-se então nas simulações como sendo 1 MHz a frequência de interesse para o cálculo de λ . Considera-se para simulação o espaço livre como meio base. A representação de não homogeneidades e perdas é feita através de *stubs*. Utilizando as equações (61) e (62) determina-se o λ para a frequência de interesse. Para espaço livre $\lambda = 300$ m. A regra utilizada para o cálculo da distância entre nós na malha TLM considera $\Delta l \leq \lambda/10$. Nos casos simulados a relação utilizada será $\Delta l = \lambda/20$, ou $\Delta l/\lambda = 0,05$. Assim, tem-se $\Delta l = 300 \cdot 0,05 = 15$ m.

$$f(x) = V_p e^{-\frac{(t-b)^2}{2c^2}} \quad (89)$$

onde V_p (V) é a amplitude máxima do impulso, b é a posição central do pico e c é o desvio padrão.

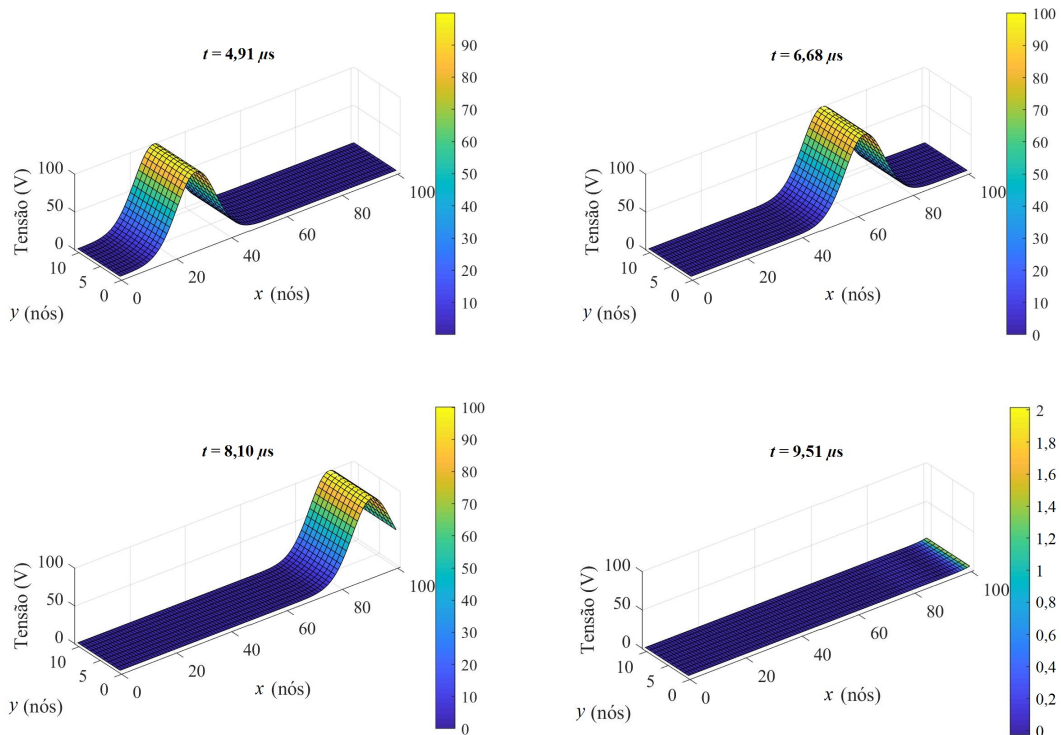
Figura 32 - (a) Tensão de entrada utilizada na simulação; (b) faixa de frequências da tensão de entrada.



Fonte: do autor.

A Figura 33 mostra a propagação de um impulso Gaussiano no espaço livre, um meio homogêneo e sem perdas, para $t = 4,91 \mu s$, $t = 6,68 \mu s$, $t = 8,10 \mu s$ e $t = 9,51 \mu s$. Conforme esperado, a amplitude da tensão é constante ao longo do tempo, sem alteração na forma de onda devido a presença de outros dielétricos. Desta forma, comprova-se que o modelo possui propriedades de um meio homogêneo e sem perdas.

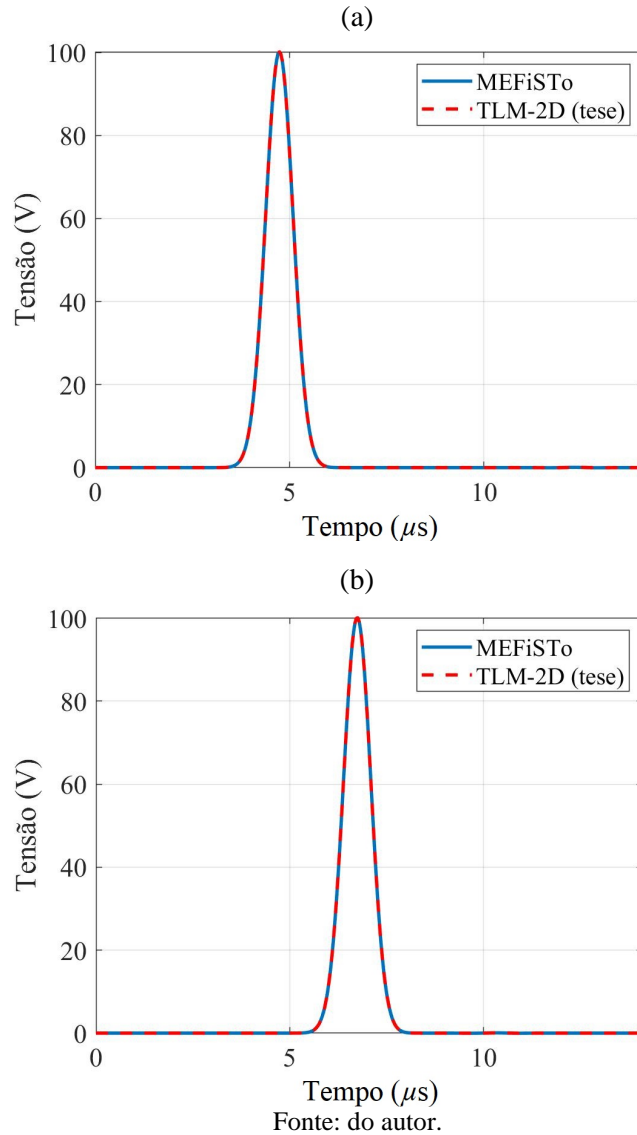
Figura 33 - Propagação de um impulso Gaussiano aplicado nos pontos ao longo de $x = 1$ em meio homogêneo sem perdas.



Fonte: do autor.

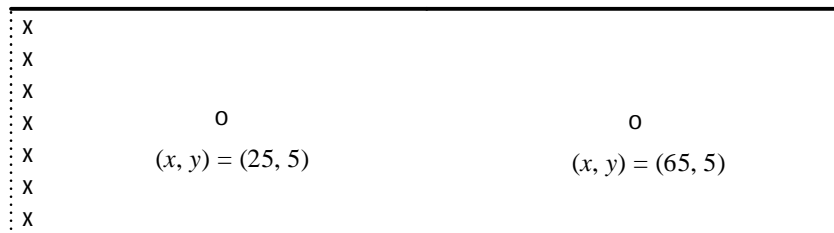
A Figura 34 mostra a tensão ao longo do tempo nos pontos de saída $(x, y) = (25, 5)$ e $(x, y) = (65, 5)$. A comparação entre as duas curvas evidencia que existe concordância nos resultados do algoritmo TLM-2D implementado em relação aos do software MEFiSTo-2DTM.

Figura 34 - Comparação entre o software MEFiSTo-2DTM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 5)$; (b) $(x, y) = (65, 5)$.



A próxima estrutura analisada é mostrada na Figura 35. Suas propriedades caracterizam um meio homogêneo com perdas e contorno tipo absorvente na fronteira direita.

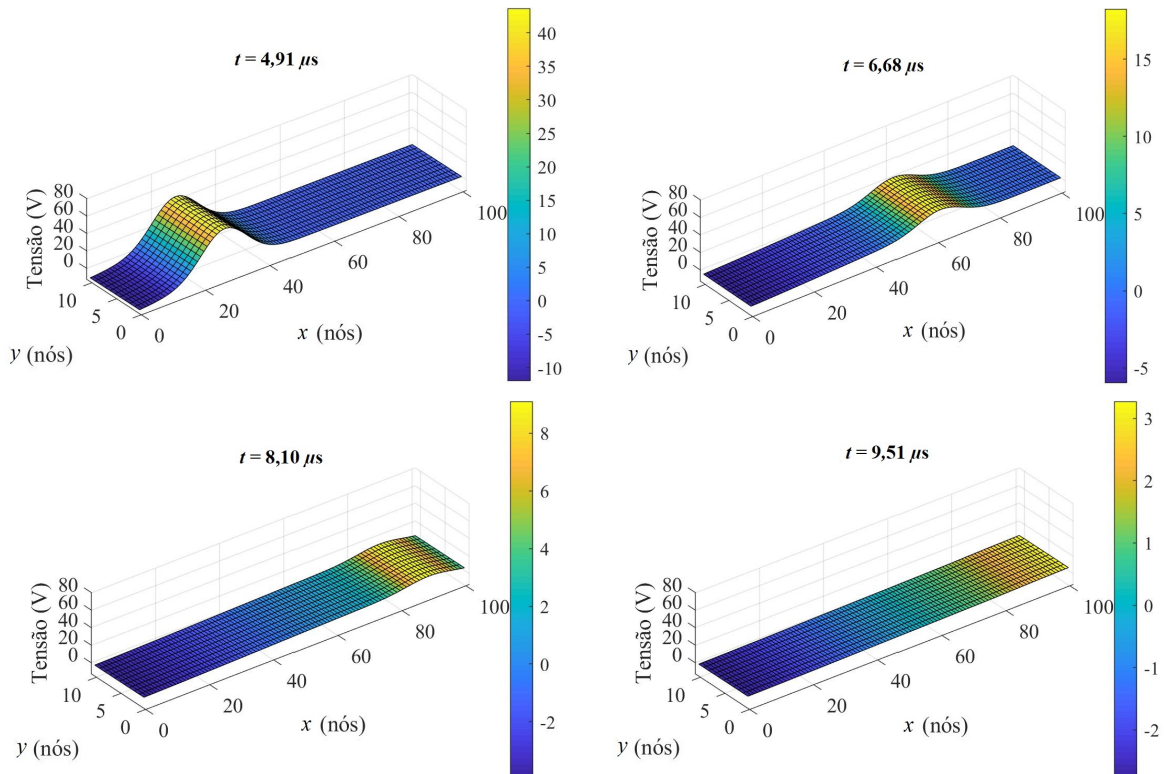
Figura 35 - Meio homogêneo com perdas, $\mu_r = 1$, $\varepsilon_r = 1$ e $\sigma = 1 \times 10^{-5}$ S/m.



Fonte: do autor.

Com o passar do tempo, na Figura 36 percebe-se que há diminuição na amplitude da tensão, efeito das perdas provocadas pela presença de condutividade no meio. Ainda, é possível observar a atenuação da onda ao atingir o contorno absorvente na fronteira direita.

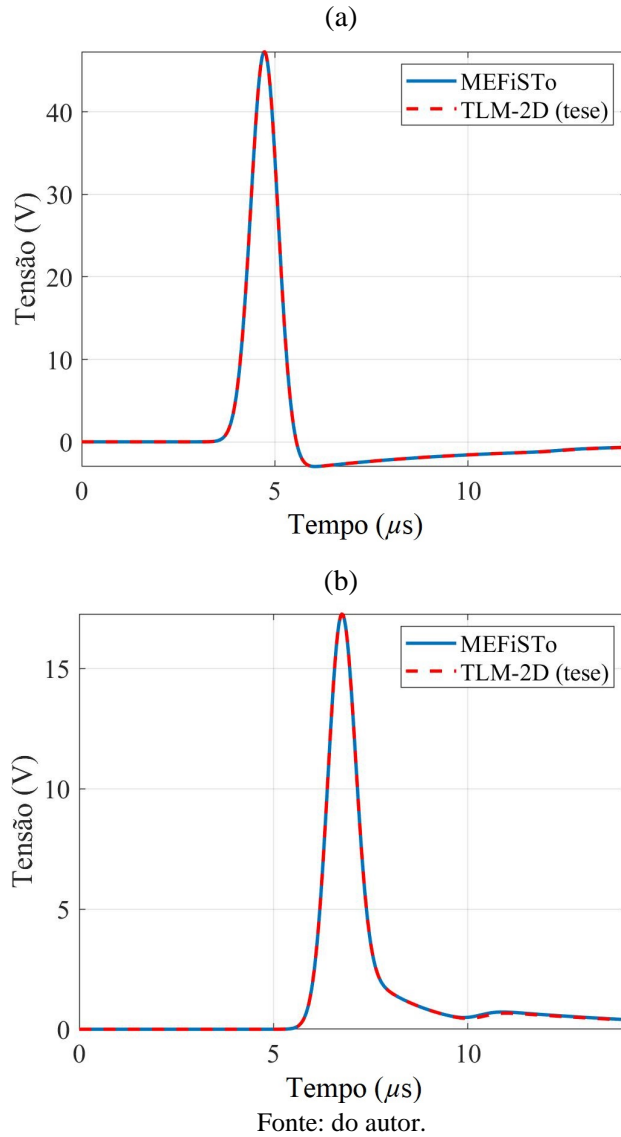
Figura 36 - Propagação de um impulso Gaussiano aplicado nos pontos ao longo de $x = 1$ em meio homogêneo com perdas.



Fonte: do autor.

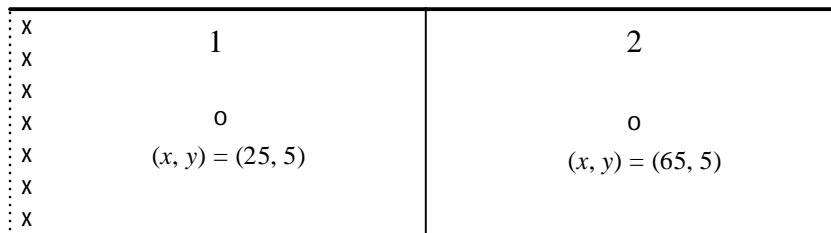
Analisando a tensão nos pontos de saída para este caso, percebe-se excelente concordância entre os resultados da simulação realizadas com algoritmo TLM-2D implementado no MATLABTM e o software utilizado como referência, conforme ilustra a Figura 37.

Figura 37 - Comparação entre o software MEFiSTo-2DTM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 5)$; (b) $(x, y) = (65, 5)$.



O caso a seguir possui um meio não homogêneo com perdas e um contorno tipo absorvente na fronteira direita, conforme ilustra a Figura 38.

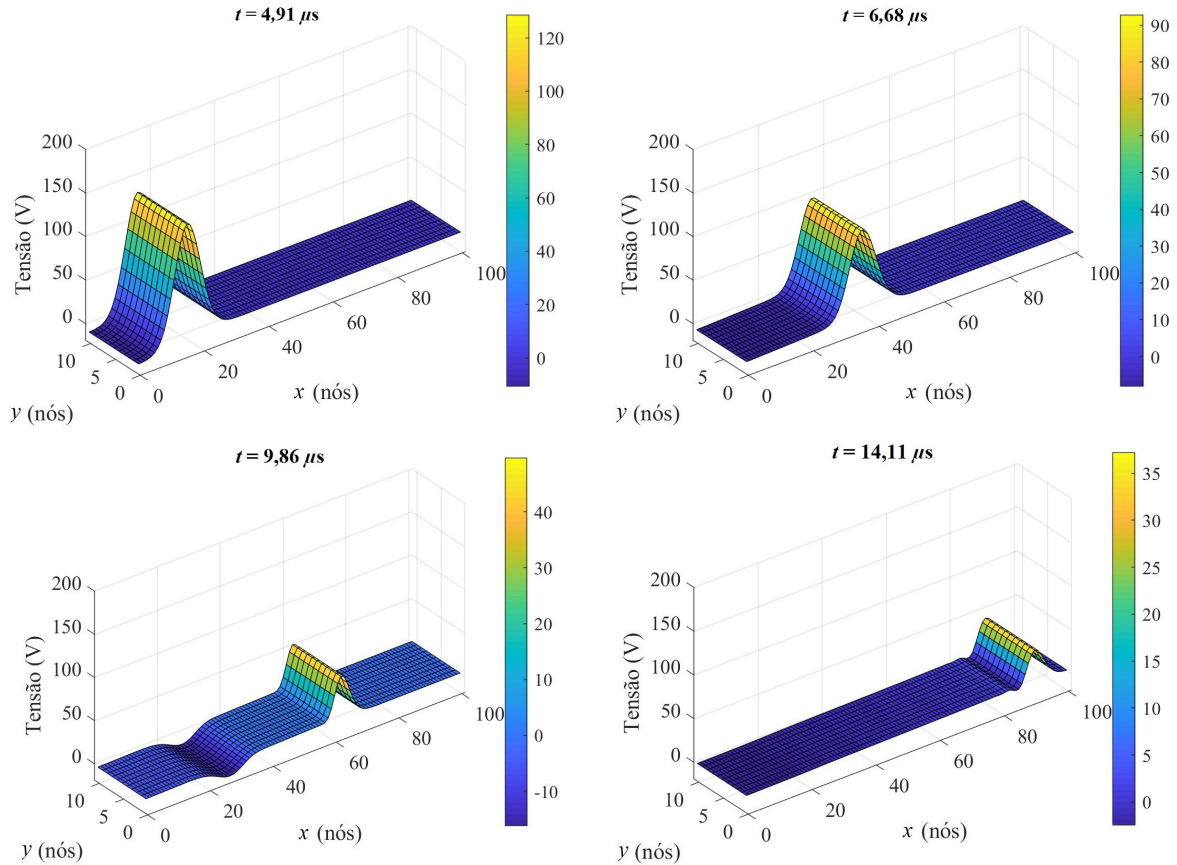
Figura 38 - Meio não homogêneo com perdas, $\mu_{r1} = 1$, $\epsilon_{r1} = 3$, $\mu_{r2} = 1$, $\epsilon_{r2} = 9$ e $\sigma = 1 \times 10^{-5}$ S/m.



Fonte: do autor.

A Figura 39 mostra os efeitos das não homogeneidades e das perdas na tensão. Observando a propagação da onda ao longo do tempo percebe-se atenuação da amplitude da tensão e também reflexões devido a mudança na impedância do meio.

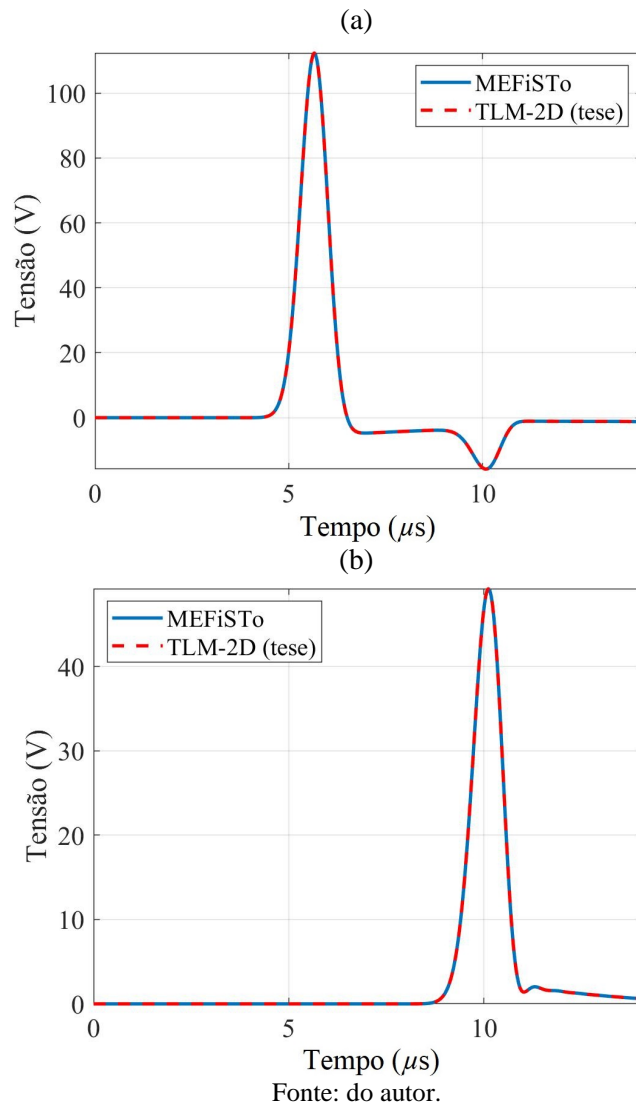
Figura 39 - Propagação de um impulso Gaussiano aplicado nos pontos ao longo de $x = 1$ em meio não homogêneo com perdas.



Fonte: do autor.

A validação dos resultados deste caso é mostrada na Figura 40. Fazendo uma sobreposição das curvas de tensão medidas no ponto de saída para simulação no MEFiSto-2DTM e o algoritmo proposto, verifica-se concordância dos resultados.

Figura 40 - Comparação entre o software MEFiSTo-2DTM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 5)$; (b) $(x, y) = (65, 5)$.



4.2.6.2 Malha quadrada

Assim como para malha retangular, serão apresentados três casos na malha quadrada, meio homogêneo sem perdas, meio homogêneo com perdas e meio não homogêneo com perdas. A Tabela 2 mostra as propriedades do meio para os dois casos homogêneos. Todos contornos colocados nas fronteiras são do tipo absorvente.

Tabela 2 - Casos malha quadrada para meio homogêneo.

Caso	μ_r	ϵ_r	σ (S/m)
Meio homogêneo sem perdas	1	9	0
Meio homogêneo com perdas	1	9	1×10^{-4}

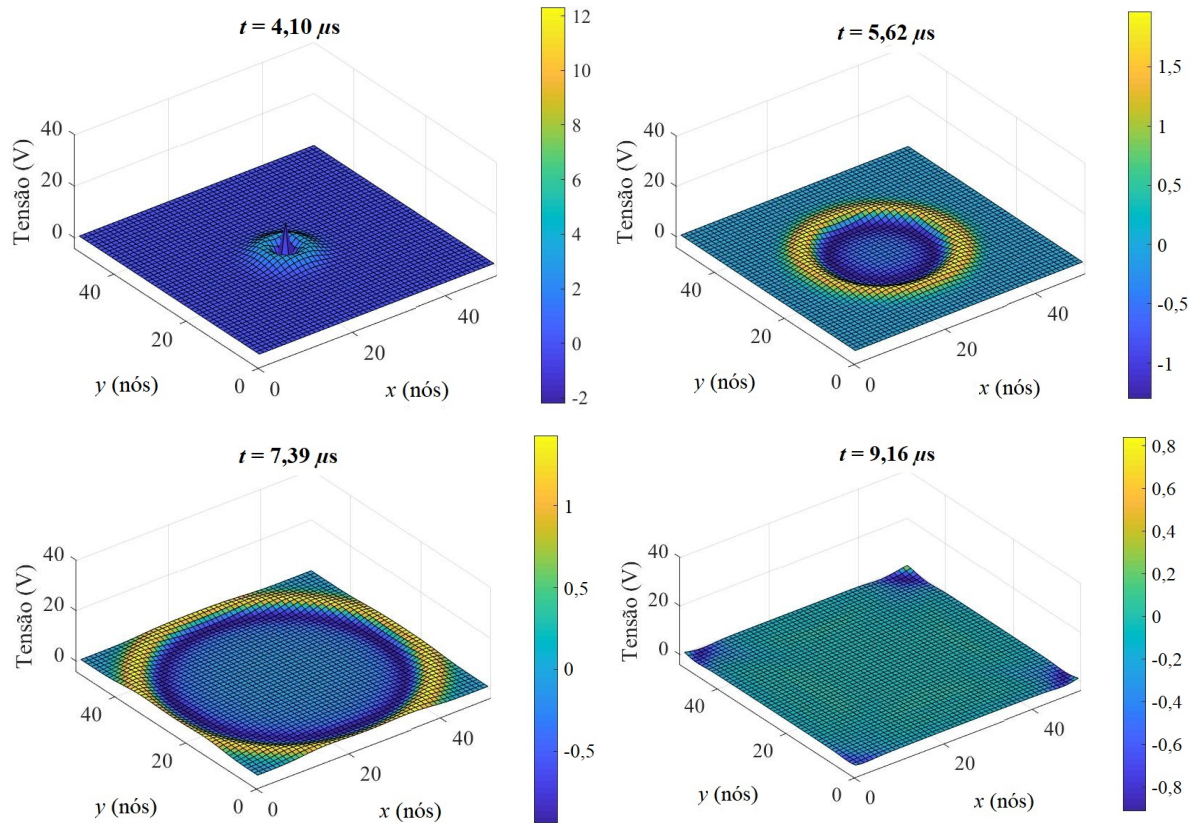
Fonte: do autor.

A estrutura possui 50 nós na direção x e 50 nós na direção y , os pontos de saída para monitoração da tensão são posicionados em $(x, y) = (25, 25)$, representando o centro da

malha, e $(x, y) = (15, 15)$. Um impulso Gaussiano (89) com as mesmas características do sinal utilizado no item 4.2.6.1 é aplicado no ponto $(x, y) = (25, 25)$, ponto de excitação.

A Figura 41 mostra a propagação em meio homogêneo sem perdas de um impulso Gaussiano injetado no centro da malha para diferentes instantes de tempo.

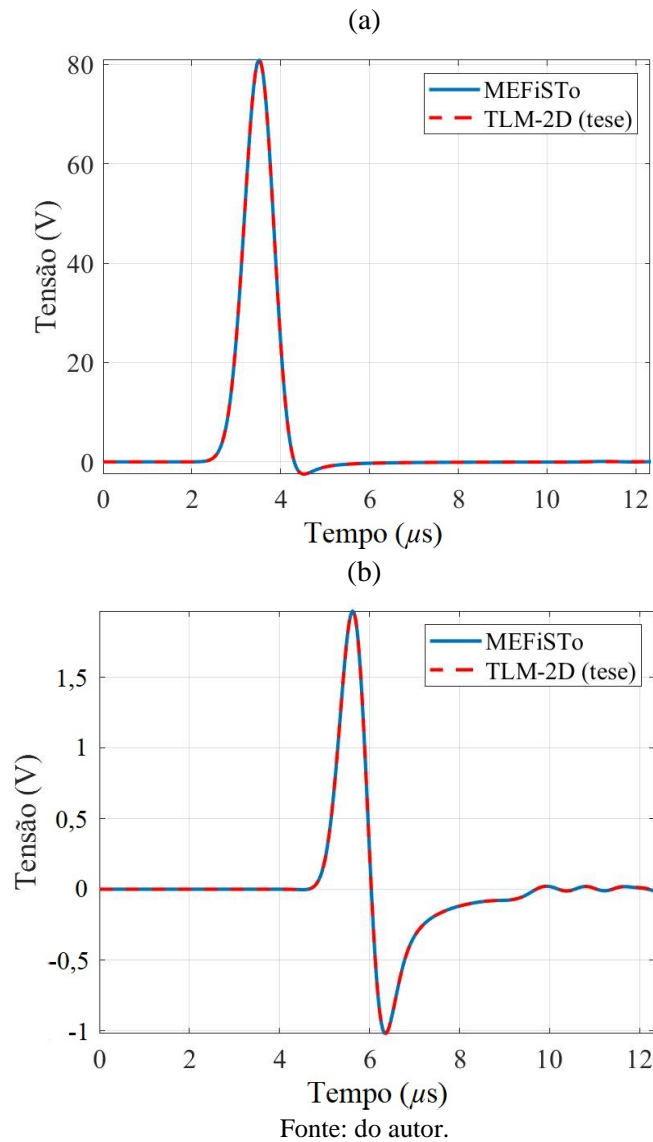
Figura 41 - Propagação de um impulso Gaussiano injetado no centro da malha.



Fonte: do autor.

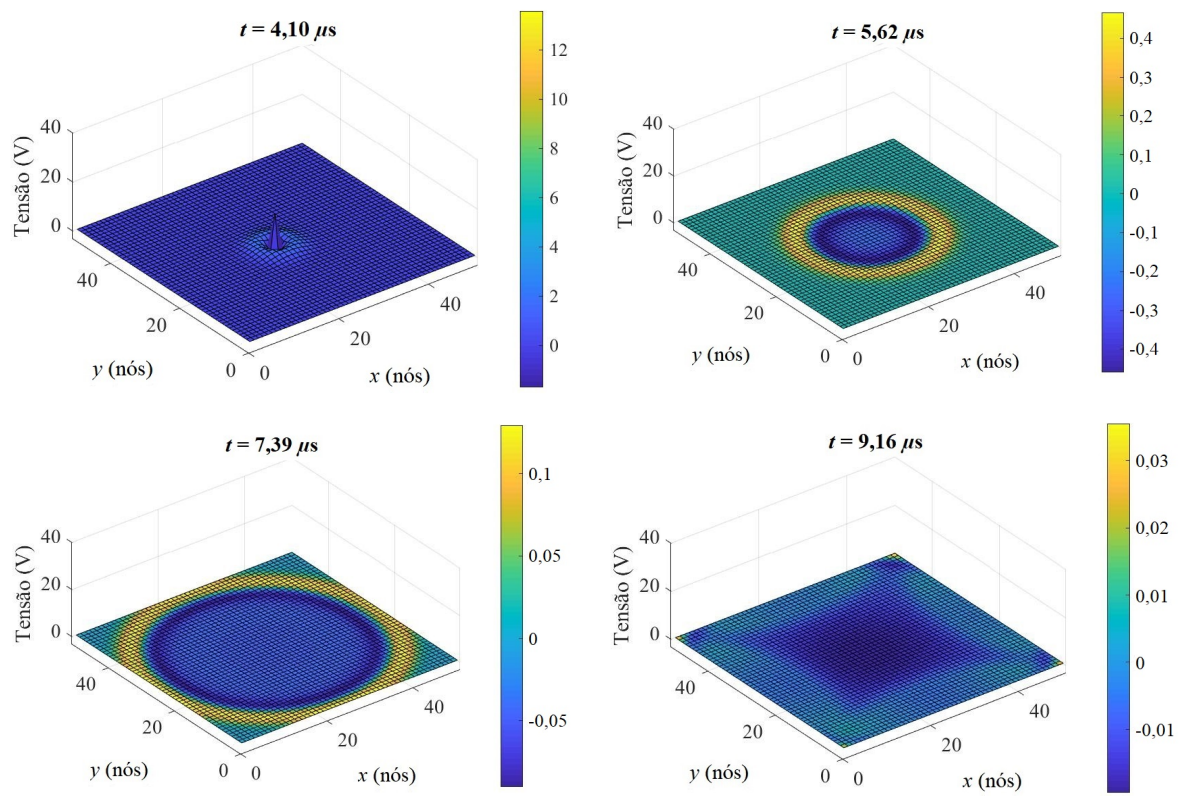
A magnitude da tensão nos pontos de saída é mostrada na Figura 42. Os resultados simulados com o algoritmo TLM-2D implementado mostram a concordância em relação à comparação feita com outra ferramenta computacional utilizada como referência.

Figura 42 - Comparação entre o software MEFiSTo-2DTM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 25)$; (b) $(x, y) = (15, 15)$.



A Figura 43 mostra a propagação em meio homogêneo com perdas de um impulso Gaussiano injetado no centro da malha. O primeiro e segundo caso da malha quadrada são bastante semelhantes. Tratam-se de meios homogêneos, sendo que a propagação do tensão no meio é uniforme para todos lados da malha. O objetivo aqui é demonstrar o efeito das perdas. Comparando o caso 1 com o caso 2, observando o mesmo ponto no mesmo instante de tempo, percebe-se atenuação do tensão devido às perdas causadas pela condutividade do meio. Será demonstrado na seção 0 como a variação da condutividade pode ser aplicada para a representação de não linearidades no modelo, como o fenômeno da ionização.

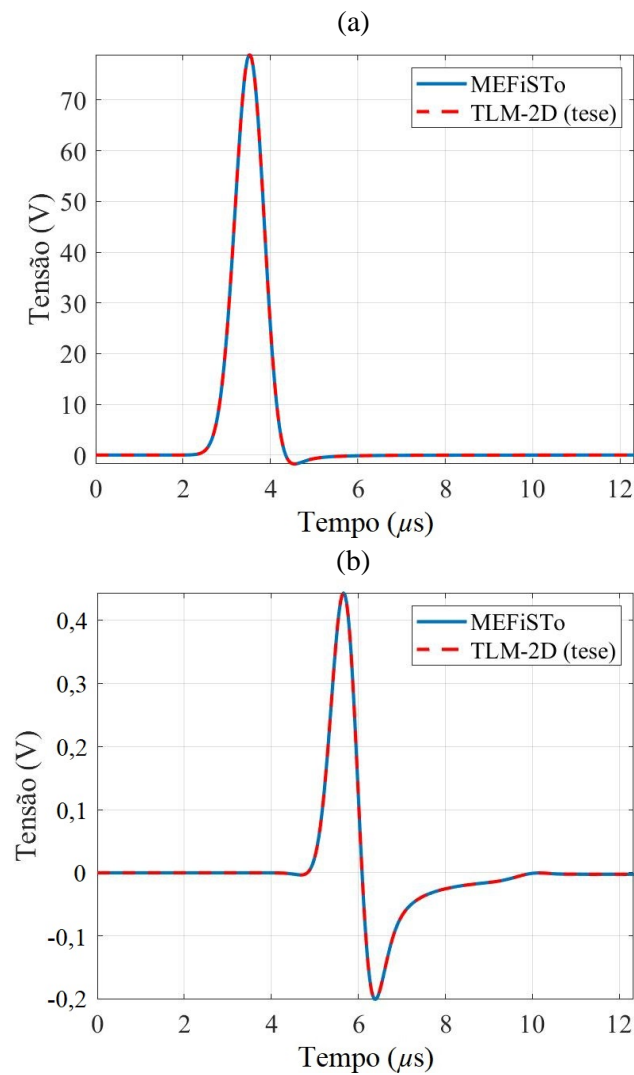
Figura 43 - Propagação de um impulso Gaussiano injetado no centro da malha em meio homogêneo com perdas.



Fonte: do autor.

A Figura 44 mostra uma comparação entre os resultados de simulação obtidos utilizando o software MEFiSTo-2DTM e o algoritmo TLM-2D implementado no MATLABTM. Os pontos de saída $(x, y) = (25, 25)$ e $(x, y) = (15, 15)$ foram escolhidos para validar o caso simulado.

Figura 44 - Comparação entre o software MEFiSTo-2DTM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (25, 25)$; (b) $(x, y) = (15, 15)$.



Fonte: do autor.

O caso três da malha quadrada trata de um meio não homogêneo com perdas. A malha possui cinco regiões com propriedades distintas. Foram colocados pontos de saída nas regiões 2, 3 e 4. A Tabela 3 mostra as propriedades de meio utilizados para modelar este caso e as coordenadas dos pontos de saída.

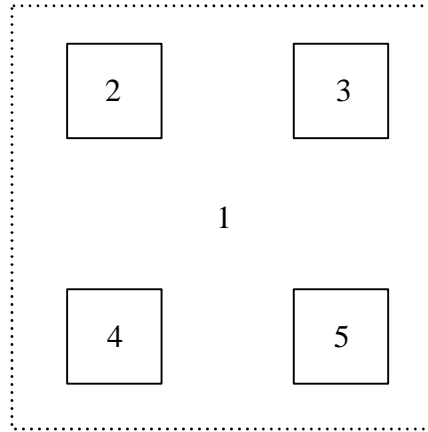
Tabela 3 - Propriedades de meio utilizadas em cada região e coordenadas dos pontos de saída.

Meios	ϵ_r	σ (S/m)	Ponto de Saída (x, y)
Região 1	1	0	-
Região 2	18	0,002	(10, 40)
Região 3	9	0	(40, 40)
Região 4	24	0	(10, 10)
Região 5	1	1×10^7	-

Fonte: do autor.

A Figura 45 ilustra a distribuição espacial das regiões na malha. Para o exemplo, será considerada uma malha quadrada com 50 nós na direção x e 50 nós na direção y .

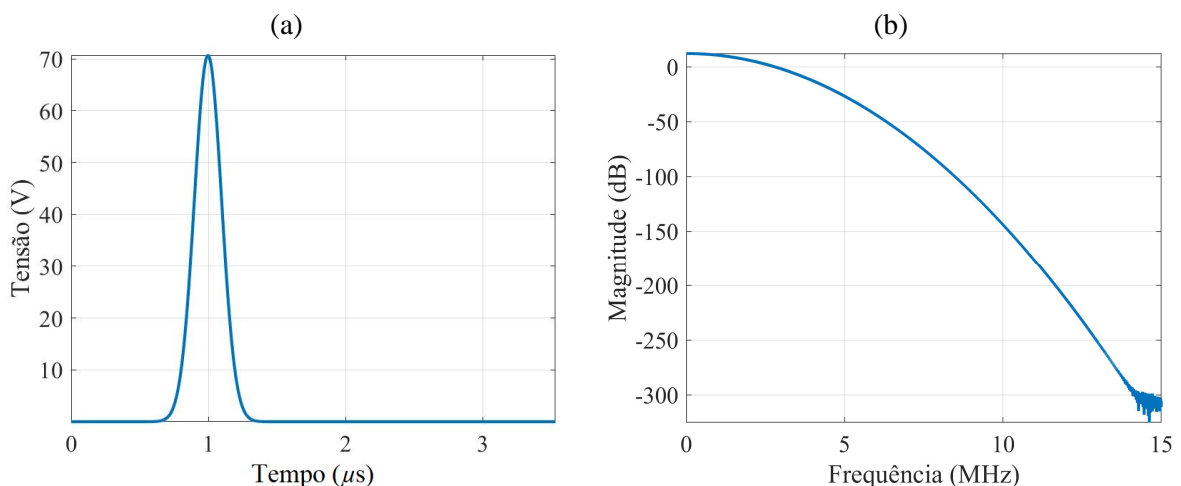
Figura 45 - Meio não homogêneo com perdas. Contorno absorvente.



Fonte: do autor.

Adota-se como excitação um impulso Gaussiano aplicado em $(x, y) = (25, 25)$, centro da malha, com valor de pico igual a $100 \cdot (\epsilon_r/2)^{1/2} = 70,71$ V (HOEFER; SO, 2001), onde $\epsilon_r = 1$. A forma de onda da tensão de entrada e sua faixa de frequências são mostrados na Figura 46. Neste exemplo a relação $\Delta l/\lambda$ é igual a 0,01, tendo-se como meio base o espaço livre ($\epsilon_r = 1$ e $\rho = 0$). Para uma frequência de 1 MHz, a distância entre os nós será de $\Delta l = 300 \cdot 0,01 = 3$ m.

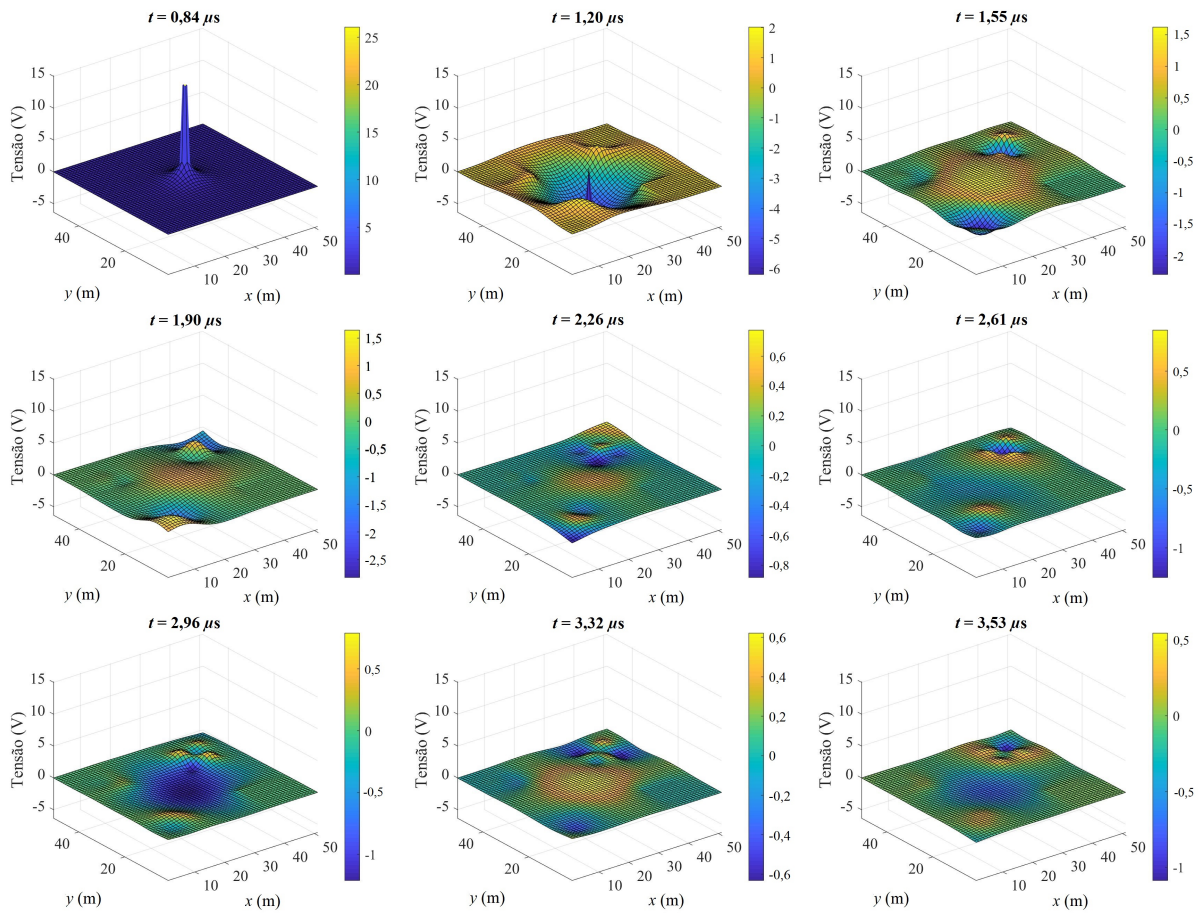
Figura 46 - (a) Tensão de entrada utilizada na simulação; (b) faixa de frequências da tensão de entrada.



Fonte: do autor.

A Figura 47 mostra a distribuição espacial e temporal da propagação de um impulso Gaussiano em meio não homogêneo com perdas de forma compacta em formato 3D. As variações no tempo foram obtidas através de animação em computador.

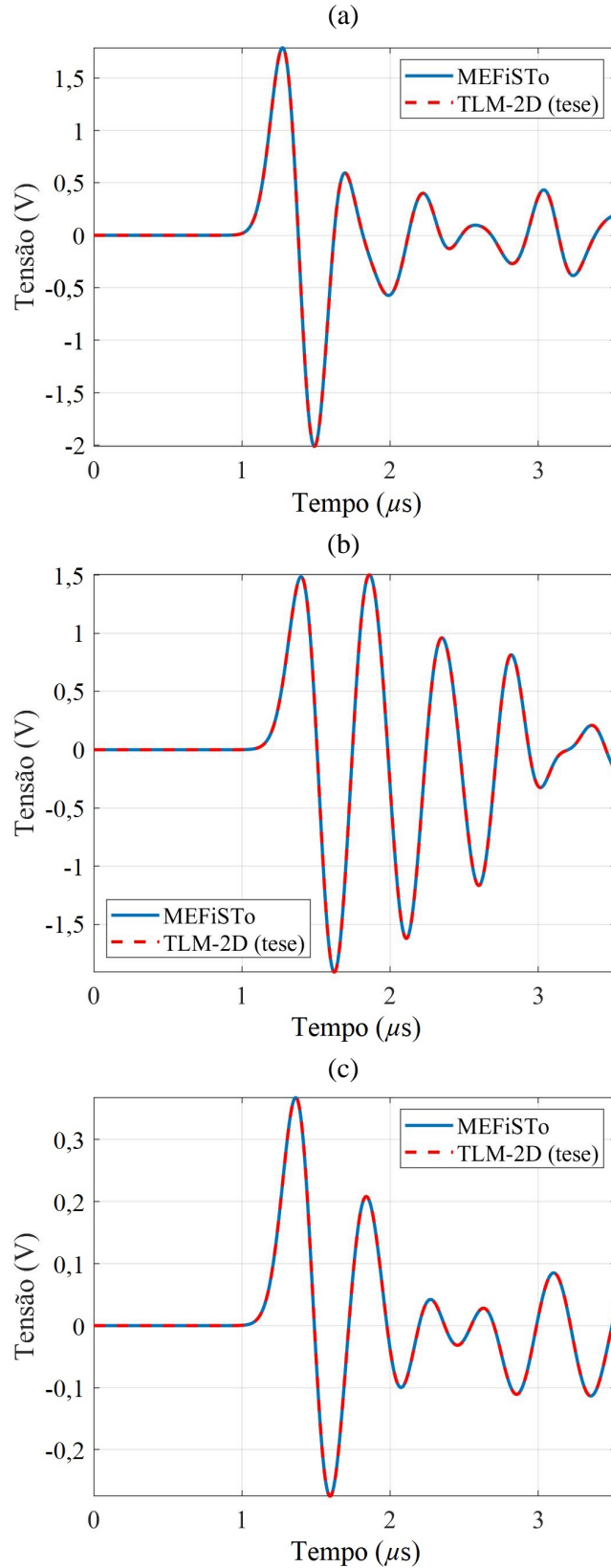
Figura 47 - Distribuição espacial e temporal da propagação de um impulso Gaussiano em meio não homogêneo com perdas.



Fonte: do autor.

Para fins de validação, a Figura 48 mostra a amplitude da tensão ao longo do tempo nos pontos de saída $(x, y) = (10, 10)$, $(x, y) = (40, 40)$ e $(x, y) = (10, 40)$. Os resultados obtidos pela metodologia proposta são mostrados em linhas vermelhas tracejadas e comparados com os resultados obtidos no software MEFiSTo-2DTM, em linha azul.

Figura 48 - Comparação entre o software MEFiSTo-2DTM e o algoritmo TLM-2D (proposto). Magnitude da tensão nos pontos de saída (a) $(x, y) = (10, 10)$; (b) $(x, y) = (40, 40)$; (c) $(x, y) = (10, 40)$.



4.2.7 Erro Absoluto, Erro Relativo e Desempenho Computacional

Assim como todos outros métodos numéricos, o método TLM-2D proposto está sujeito a fontes de erro que necessitam ser quantificados e avaliados. Na seção anterior, foram simulados alguns casos onde a validação do algoritmo é apresentada graficamente a partir de resultados obtidos de simulações com o software MEFiSToTM e MATLABTM.

Foram calculados os erros e tempos de execução do algoritmo no software MEFiSToTM e no MATLABTM para o caso três da malha quadrada com cinco meios. Essa escolha foi feita por se tratar do exemplo mais complexo. Três pontos de saída são monitorados e comparados entre as duas ferramentas: $(x, y) = (10, 40)$, $(x, y) = (40, 40)$, $(x, y) = (10, 10)$.

A seguir serão apresentados o erro absoluto Δe (90) e relativo δe (91), e para cada um deles, seus valores mínimo, máximo e médio \bar{E} (92).

$$\Delta e = |e - \bar{e}|, \quad (90)$$

$$\delta e = \frac{|e - \bar{e}|}{|e|}, \quad e \neq 0, \quad (91)$$

$$\bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i, \quad (92)$$

onde e é o valor medido no MEFiSToTM, \bar{e} é o valor medido no MATLABTM, n é o número de amostras no vetor de erro.

A Tabela 4 e a Tabela 5 mostram os erro absoluto e relativo, respectivamente. Avaliando a ordem de grandeza dos erros encontrados é possível afirmar que os resultados obtidos a partir dos dois algoritmos são semelhantes.

Tabela 4 - Erro absoluto Δe .

Ponto de Saída (x, y)	Máximo	Mínimo	Médio \bar{E}
(10, 40)	$3,346027 \times 10^{-4}$	$8,172289 \times 10^{-35}$	$6,537717 \times 10^{-5}$
(40, 40)	$8,869552 \times 10^{-5}$	$3,099309 \times 10^{-38}$	$1,964404 \times 10^{-5}$
(10, 10)	$6,907131 \times 10^{-5}$	$3,498291 \times 10^{-35}$	$1,471491 \times 10^{-5}$

Fonte: do autor.

Tabela 5 - Erro relativo δe .

Ponto de Saída (x, y)	Máximo	Mínimo	Médio \bar{E}
(10, 40)	$6,000587 \times 10^{-2}$	$2,990825 \times 10^{-6}$	$1,337688 \times 10^{-3}$
(40, 40)	$3,594609 \times 10^{-3}$	$3,298512 \times 10^{-8}$	$8,600531 \times 10^{-5}$
(10, 10)	$2,603269 \times 10^{-3}$	$1,421297 \times 10^{-9}$	$1,001195 \times 10^{-4}$

Fonte: do autor.

No MATLABTM a linguagem de programação é interpretada, isso significa que cada comando é executado por um interpretador. Diferentemente de uma linguagem compilada, que transforma o código fonte em um formato de linguagem de máquina, a linguagem interpretada apresenta tempos de execução maiores. Assim, neste trabalho, não se tem como objetivo principal a redução do tempo de processamento do algoritmo.

O algoritmo TLM-2D implementado para o MATLABTM é diferente do TLM-2D utilizado no software MEFiSTo-2DTM. Ele foi concebido de forma a permitir que cada nó fosse tratado independentemente. Desta forma, permitindo a representação do fenômeno da ionização no algoritmo quando necessário. Apesar disso, o tempo de execução no MATLABTM para 500 iterações foi menor em relação ao MEFiSTo-2DTM, conforme a Tabela 6. A comparação foi realizada sem considerar a etapa de pós-processamento. A especificação do computador utilizado nas simulações é mostrada na Tabela 7.

Tabela 6 - Comparação entre tempos de execução do algoritmo TLM-2D considerando meios não homogêneos com perdas utilizando MEFiSTo-2DTM e MATLABTM.

Ferramenta	Tempo (s)
MEFiSTo-2D TM	5,637
MATLAB TM	5,375

Fonte: do autor.

Tabela 7 - Especificação do computador utilizado nas simulações.

Processador	Intel(R) Core(TM) i5-6200U CPU @ 2,30GHz 2,40GHz
Memória	8 GB
HD	Samsung SSD EVO 250GB
Sistema Operacional	Windows 10 64 bits

Fonte: do autor.

4.3 MODELAGEM DE NÃO LINEARIDADES – FORMULAÇÃO INTEGRADA

Valendo-se da analogia entre a teoria de campos EM e a teoria de circuitos elétricos (CHRISTOPOULOS, 1995), no modelo proposto, a não linearidade do fenômeno da ionização é representada pela relação entre o campo elétrico E e a densidade de corrente J , e pelo controle dos parâmetros do modelo TLM-2D. Especificamente, a condutância G (S) dos segmentos de eletrodos, pode ser representada dinamicamente, modificando a condutividade

do meio σ (S/m). Esse controle fornecerá a atualização contínua do modelo representando as características temporais do fenômeno. No entanto, a consideração de características espaciais, como meios não homogêneos, precisa ser abordada simultaneamente.

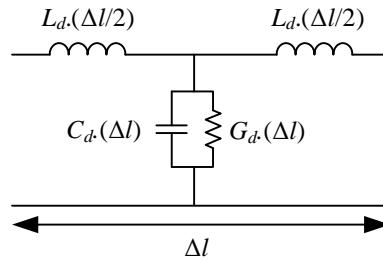
Através de ajustes nos elementos da linha de transmissão, é possível modelar meios não homogêneos. Especificamente, variando a capacitância C (F) pode-se obter diferentes valores de permissividade ϵ (F/m). A fim de considerar simultaneamente as características temporais e espaciais, o aumento de σ e a variação de ϵ , a técnica de *stubs* é utilizada.

Objetivando simplificar a apresentação do modelo desenvolvido, sem perda de generalidade, se utilizará sistemas de aterramento como caso de estudo. Especificamente, sistemas de aterramento associado à ionização do solo para a modelagem do fenômeno de propagação de ondas eletromagnéticas em meios não homogêneos considerando não linearidades através do TLM-2D.

4.3.1 Descrição do Problema

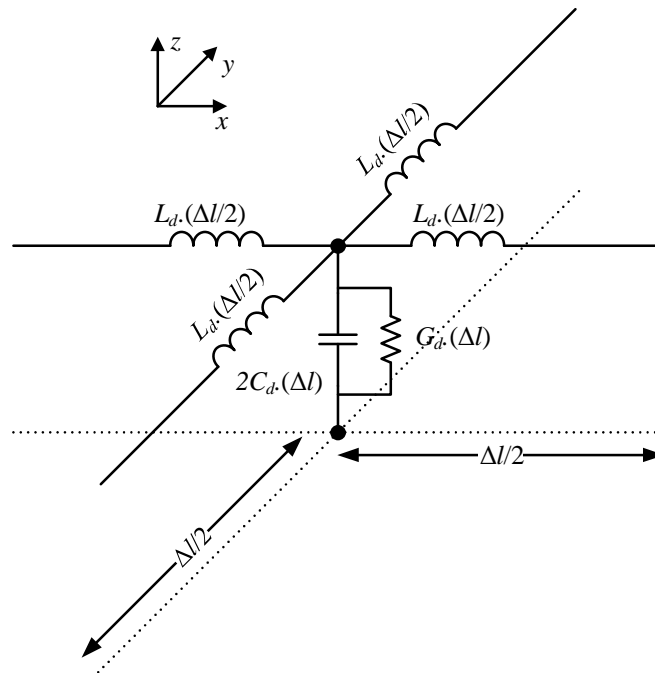
A implementação de um modelo matemático que represente a disrupção do solo pode ser idealizada considerando simultaneamente a variação da resistividade residual e aumento da condutância do meio. Estudos têm demonstrado que, de fato, a única propriedade do solo afetada no processo de ionização é a resistividade (MOUSA, 1994). A permissividade elétrica e a permeabilidade magnética não são significativamente alteradas e o efeito prático da consideração da disrupção do solo é a redução do potencial de terra gerado (MOUSA, 1994). De acordo com (LIU, 2004), a consideração utilizada no modelo descrito em (VELAZQUEZ; MUKHEDKAR, 1984) de que a região ionizada possui a mesma condutividade que o eletrodo de aterramento, superestima os efeitos benéficos da ionização, reduzindo o real potencial gerado, especialmente para solos com alta resistividade na ocorrência de grandes regiões ionizadas.

Se o campo elétrico crítico for excedido, um aumento no raio do condutor em torno da região ionizada é estabelecido. Baseado na representação de linhas de transmissão, esse aumento no diâmetro implica a necessidade de uma alteração nos parâmetros da linha por unidade de comprimento, com a conseqüente alteração dos elementos do circuito presentes no modelo. Nesta abordagem, o modelo é composto por um conjunto de segmentos de linha tipo T, representados através de seus parâmetros distribuídos L_d , C_d e G_d , conforme a Figura 49.

Figura 49 - Circuito equivalente modelo T.

Fonte: Sadiku, (2000).

A partir do circuito da Figura 49 é possível desenvolver uma representação em duas dimensões com topologia semelhante ao nó paralelo TLM. Essa configuração consiste em dois segmentos de LT modelo T conectados em paralelo, conforme a Figura 50.

Figura 50 - Circuito equivalente de um nó paralelo TLM-2D.

Fonte: do autor.

Com base no conceito de resistência à terra não linear descrita em (GRCEV, 2009; IMECE *et al.*, 1996), a disrupção do solo pode ser representada pela variação dos componentes condutivos presentes no modelo de circuito do TLM-2D, levando em consideração a resistividade residual retida no solo (GAZZANA *et al.*, 2018; LIU, 2004). No modelo proposto, a ionização é representada numericamente pelo aumento da condutância G dos segmentos da linha no tempo e pela redução da resistividade original do meio durante o processo de ionização. Com base nesses conceitos, é possível estimar a redução de potencial associado à ionização em qualquer ponto da malha TLM.

4.3.2 Formulação Analítica

No estudo de (BELLASCHI; ARMINGTON; SNOWDEN, 1942), demonstra-se que a relação entre a corrente injetada em um eletrodo de aterramento e sua resistência é não linear, o que indica que essa relação foi o resultado da ionização do solo em altas correntes. Esse fenômeno pode ser representado fisicamente como se houvesse um aumento no diâmetro do eletrodo com redução em sua resistência, ou aumento na sua condutância.

O comportamento não linear entre E e a densidade de corrente J , como ocorre no fenômeno de ionização, é representado no nó paralelo TLM-2D pelo *stub* de condutância variando no tempo $G_s(t)$, que também varia em função da resistividade residual retida na região de ionização.

Será considerado na dedução do modelo baseado na física de um fenômeno dinâmico, um meio não homogêneo e não-linearidade devido à ionização. Ao considerar-se este espaço específico, não há perda de generalidade nas suposições apresentadas e usadas para derivar o modelo espaço-temporal.

Em (IMECE *et al.*, 1996) uma formulação é apresentada para determinar a resistência de pé de torre de acordo com (93) e (94),

$$R_T = \frac{R_0}{\sqrt{1 + \frac{I}{I_{cr}}}} \quad (93)$$

$$I_{cr} = \frac{E_{cr} \cdot \rho_s}{2 \cdot \pi \cdot R_0^2} \quad (94)$$

onde R_T é a resistência não linear de pé de torre (Ω), R_0 é a resistência estática de aterramento (Ω), I é a corrente da descarga atmosférica (A), I_{cr} é a corrente crítica de ionização a qual representa o limiar de corrente a partir do qual o processo de ionização inicia (A) e E_{cr} é o campo elétrico crítico (V/m).

A condutância G do nó paralelo mostrado na Figura 50 é dada por (95) (CHRISTOPOULOS, 1995),

$$G = \sigma \cdot \Delta l \quad (95)$$

onde G é a condutância do nó paralelo (S), σ é a condutividade do meio (S/m) e Δl é o tamanho do nó (m).

Baseado no conceito de que a ionização do solo produz um incremento no raio do eletrodo, de acordo com (95) este incremento leva a um aumento no valor da condutância dos nós. Assim, é possível afirmar que a disrupção do solo pode ser parcialmente representada se o aumento da condutância G for considerada no modelo. Assim, utilizando (93), (94) e considerando $J(t) = I(t) / \Delta l^2$ e $\sigma = G / \Delta l$ (PAUL; CHRISTOPOULOS; THOMAS, 1999a), a condutância não linear variando no tempo $G(t)$ pode ser calculada usando (96),

$$G(t) = (\sigma \cdot \Delta l) \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{J(t)}{J_{cr}}} \right) \quad (96)$$

onde $J(t)$ é a densidade de corrente (A/m²) no ponto considerado variando no tempo e J_{cr} é o valor de densidade de corrente crítica (A/m²) para que ocorra ionização, dada por (97) (MOUSA, 1994).

$$J_{cr} = \frac{E_{cr}}{\rho} \quad (97)$$

Com base na teoria apresentada em (COORAY *et al.*, 2004), é possível observar que o solo possui uma resistividade residual na região de ionização. De acordo com este conceito e considerando os experimentos realizados por (BELLASCHI; ARMINGTON; SNOWDEN, 1942; LIEW; DARVENIZA, 1974; LIU, 2004), a porcentagem de resistividade residual na zona de ionização pode ser estimada para solos que variam de 50 $\Omega \cdot m$ a 827 $\Omega \cdot m$.

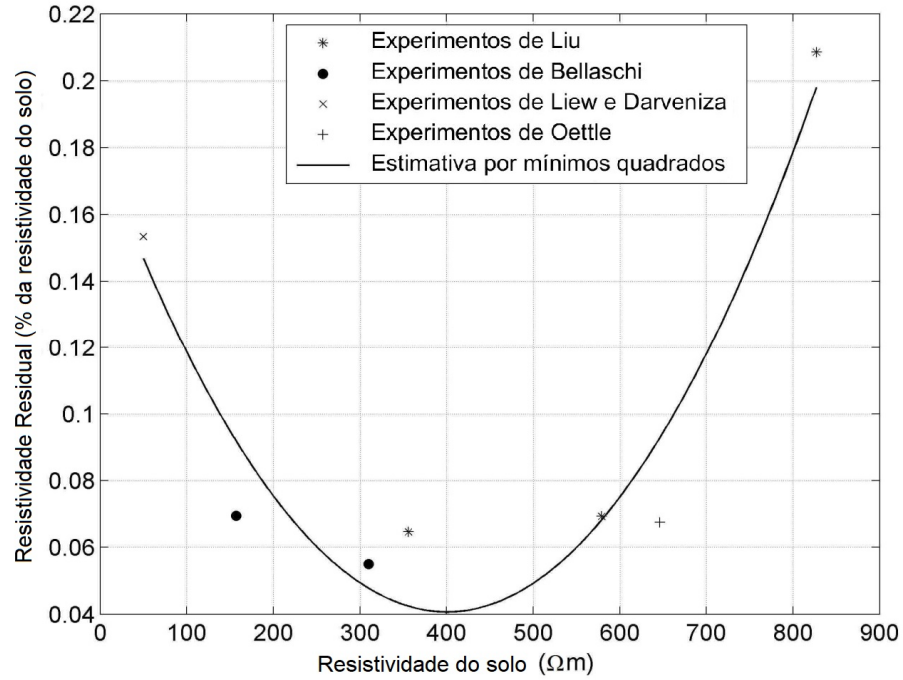
A Tabela 8 mostra algumas das porcentagens médias de resistividade residual no solo considerando os referidos experimentos. A Figura 51 mostra o gráfico de uma função polinomial de segunda ordem obtida através da interpolação dos dados apresentados na Tabela 8, sendo válida para um intervalo de resistividade do solo entre 50 $\Omega \cdot m$ a 827 $\Omega \cdot m$.

Tabela 8 - Porcentagens médias de resistividade residual no solo.

Resistividade do Solo ρ_s ($\Omega \cdot m$)	Experimento	Porcentagens de Resistividade Residual $\rho_r\%$ (%)
50	Liew e Darveniza	15,33
157	Bellaschi	6,95
310	Bellaschi	5,5
356	Liu	6,47
579	Liu	6,93
646	Oettle	6,75
827	Liu	20,85

Fonte: Gazzana *et al.*, (2018).

Figura 51 - Resistividade residual na região de ionização.



Fonte: Gazzana *et al.*, (2018).

Através da função polinomial de segunda ordem apresentada na Figura 51, pode-se estimar a porcentagem de resistividade residual percentual $\rho_{r\%}$ (%) para determinada resistividade de solo ρ_s utilizando (98).

$$\rho_{r\%} = 8,645 \times 10^{-7} \cdot \rho_s^2 - 6,924 \times 10^{-4} \cdot \rho_s + 0,1793 \quad (98)$$

Agora, considerando a resistividade residual e a condutividade não linear variante no tempo $\sigma(t)$, $G_s(t)$ pode ser reescrita utilizando (100).

$$\sigma(t) = \frac{1}{\rho_s \cdot (1 - \rho_{r\%})} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{J(t)}{J_{cr}}} \right) \quad (99)$$

$$G_s(t) = \sigma(t) \cdot \Delta l \quad (100)$$

Utilizando (79) e (100), em uma única equação é possível representar não homogeneidades do meio utilizando *stubs* reativos Y_s e não linearidades, como o fenômeno da ionização, através da variação no tempo de *stubs* condutivos de perdas $G_s(t)$ (101).

$${}_k V_z(t) = \frac{2 \left({}_k V_1^i + {}_k V_2^i + {}_k V_3^i + {}_k V_4^i \right) \cdot Y_{LT} + 2 {}_k V_5^i Y_s}{4 \cdot Y_{LT} + Y_s + G_s(t)} \quad (101)$$

No modelo proposto, os elementos indutivos e capacitivos presentes no modelo TLM não mudam durante a ionização porque esse fenômeno não produz alterações significativas na

permeabilidade do solo (LIU, 2004). A influência destas propriedades não é significativa em comparação com a resistividade. A corrente para causar a ionização do solo não é a corrente do condutor, mas a que flui para o meio. Do ponto de vista físico, o processo de ionização afeta apenas os elementos de condutância transversal na representação do circuito da Figura 50. Além disso, na formulação TLM-2D, se a variação de elementos indutivos e capacitivos é considerada, uma representação precisa implica em diferentes passos de tempo durante o processo de ionização, o que não é conveniente para o algoritmo, acarretando em perda de sincronismo entre os pulsos, conforme explicado anteriormente.

4.3.3 Implementação Numérica do Método TLM-2D para Modelagem de Meios Não Homogêneos e Não Linearidades

Considerando o modelo apresentado, a ionização do solo pode ser inserida no algoritmo TLM-2D clássico descrito em (CHRISTOPOULOS, 1995). Para representar o fenômeno da ionização através da variação no tempo de $G_s(t)$ de cada nó presente no espaço modelado pela malha, o campo elétrico E é inicialmente estimado para todos nós (i, j) da malha para cada iteração k . Se o campo elétrico for maior que o campo elétrico crítico E_{cr} , (100) é utilizada para calcular um novo valor para a condutância $G_s(t)$ e atualizada para o nó (i, j) para a próxima iteração $k + 1$. A verificação do campo elétrico é repetida para todos os nós N da iteração k . No caso dos nós nos quais o campo elétrico E não excedeu o limite E_{cr} , os valores de G_s permanecem inalterados, conforme os cálculos iniciais do algoritmo.

4.3.3.1 Pré-processamento

Dados de Entrada

Adotou-se neste trabalho o valor do campo elétrico crítico $E_{cr} = 300\text{kV/m}$ (MOUSA, 1994). Destaca-se que outros valores são reportados na literatura, além de formulação dependente da condutividade do meio (BELLASCHI; ARMINGTON; SNOWDEN, 1942; CIGRE, 1991; GRCEV, 2009; LORENTZOU; HATZIARGYRIOU; PAPADIAS, 2003).

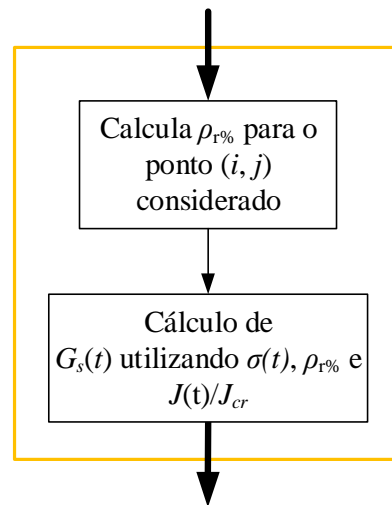
A densidade de corrente crítica para cada tipo de meio é calculada por (97).

4.3.3.2 Processamento

Ionização

Os passos para representação do fenômeno da ionização são ilustrados na Figura 52, as equações utilizadas são apresentadas na seção 4.3.2. Primeiro deve-se calcular $\rho_r\%$ no ponto (i, j) considerando (98). Substituindo $\sigma(t)$ (99) em (100) obtém-se a condutância não linear variante no tempo $G_s(t)$.

Figura 52 - Fluxograma para representação do fenômeno da ionização.

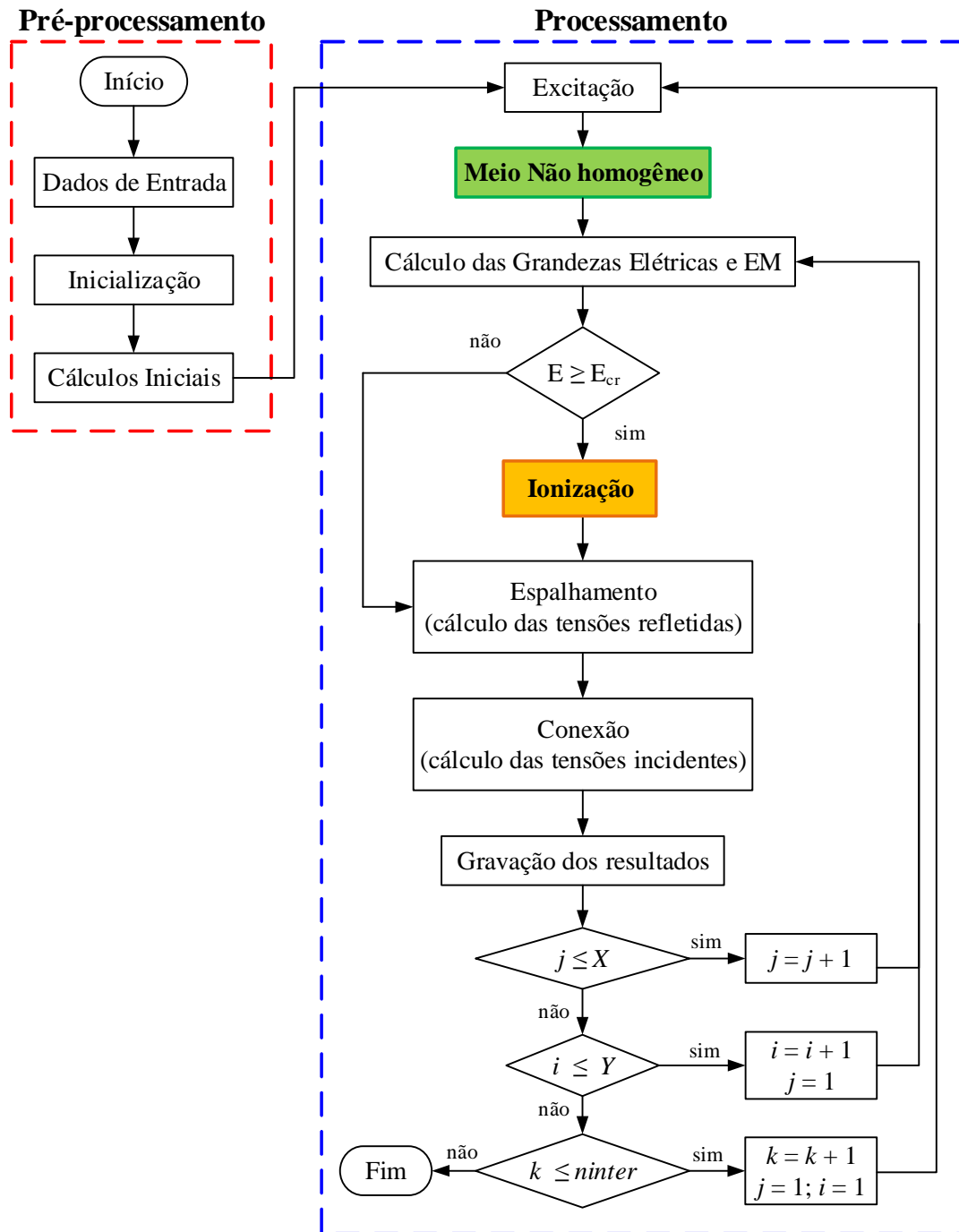


Fonte: do autor.

4.3.3.3 Fluxograma do Algoritmo Principal – Modelo integrado

A Figura 53 mostra o fluxograma do algoritmo TLM-2D para meios não homogêneos considerando ionização do meio. No algoritmo principal, $G_s(t)$ é utilizado na próxima iteração $k + 1$ em (101) e juntamente com a distribuição no espaço de nós com diferentes parâmetros, permite representar meios não homogêneos e ionização em um mesmo algoritmo.

Figura 53 - Fluxograma do algoritmo TLM-2D para meios não homogêneos considerando ionização.



Fonte: do autor.

4.3.4 Resultados

Conforme apresentado na Seção 2.3, o processo de ionização se inicia quando o campo elétrico ao entorno de um eletrodo de aterramento ultrapassa o valor de campo elétrico crítico do meio, ocorrendo a disrupção do dielétrico do solo ou meio considerado. Observa-se uma redução do potencial na região de ionização, que é associada a queda no valor de

resistividade e aumento da condutividade do meio, facilitando a dissipação de corrente no mesmo.

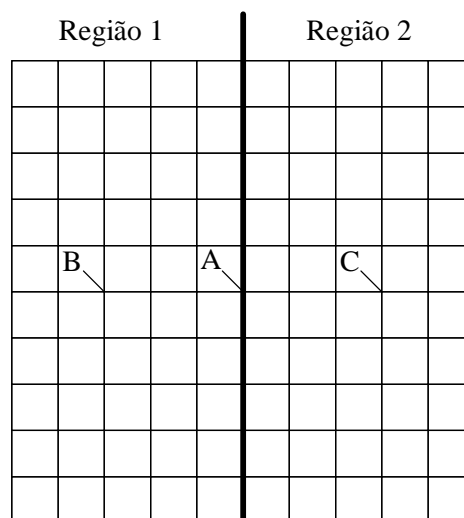
Os resultados das simulações realizadas utilizando o algoritmo implementado são apresentados na sequência e demonstram o impacto que não linearidades como o fenômeno da ionização têm no comportamento transitório de um impulso EM injetado em um meio não homogêneo.

4.3.4.1 Estudo de caso 1

Neste estudo de caso, os resultados da simulação do algoritmo proposto são apresentados e analisados. Uma malha com diferentes propriedades de meio é considerada, com o objetivo de fornecer uma avaliação do impacto que o efeito de ionização causa nas grandezas elétricas, mais especificamente na redução de tensão.

Para demonstrar a técnica proposta, é considerada uma malha de aterramento quadrada composta por condutores horizontais enterrados no solo. A mesma está dividida em duas partes idênticas. O domínio do estudo representa um meio não homogêneo caracterizado por uma resistividade $\rho_1 = 600 \Omega \cdot \text{m}$ e $\rho_2 = 200 \Omega \cdot \text{m}$ e permissividade relativa $\varepsilon_{r1} = 6$ e $\varepsilon_{r2} = 12$. A diferença de permissividade é compensada adicionando *stubs* capacitivos e as perdas são representadas por *stubs* condutivos no modelo. As regiões da malha, o ponto de injeção A e seus pontos de saída B e C estão ilustrados na Figura 54. A estrutura analisada possui dimensões de 20 m x 20 m com 10 x 10 quadrículas de 2 m x 2 m e raio $a = 0,0065$ m. Os condutores encontram-se a uma profundidade de $h = 0,5$ m.

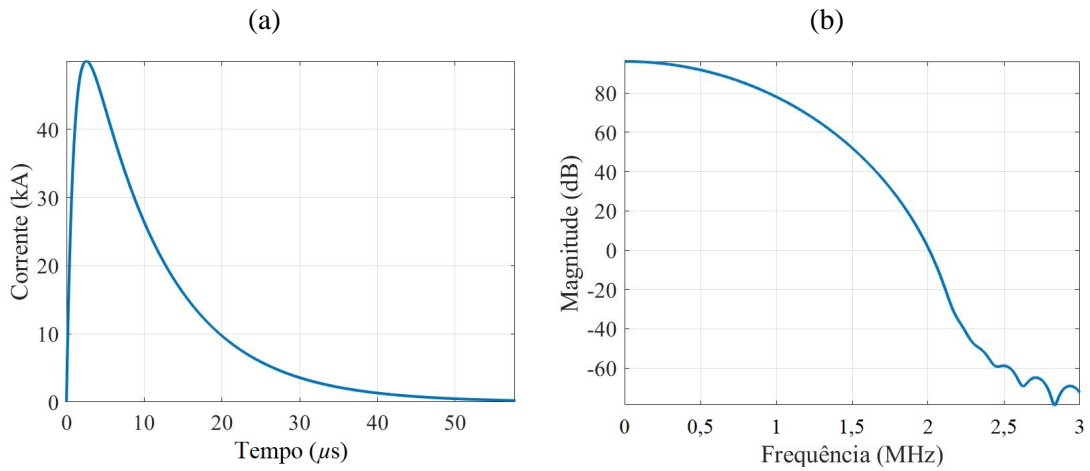
Figura 54 - Regiões da malha de aterramento, o ponto de injeção A os pontos de análise B e C.



Fonte: do autor.

Um surto é simulado através de uma onda dupla exponencial de 50 kA (1/10) μs mostrada na Figura 55 e injetada no centro da malha.

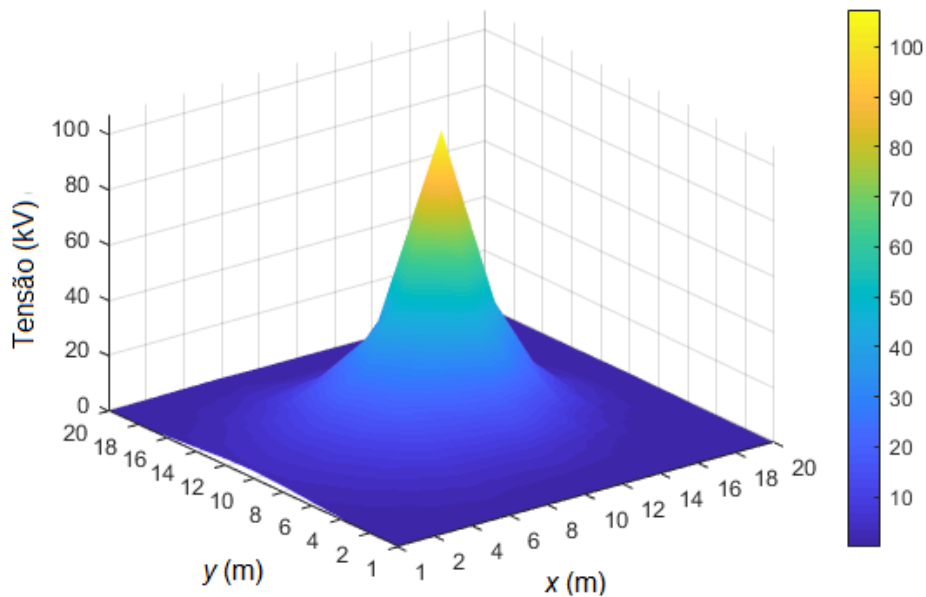
Figura 55 - (a) Corrente de entrada utilizada na simulação; (b) faixa de frequência da corrente de entrada.



Fonte: do autor.

A Figura 56 ilustra a distribuição espacial do potencial na malha inserida em meio não homogêneo considerando a ionização do solo no modelo no instante de tempo $t = 0,2542 \mu\text{s}$, quando a tensão atinge seu valor de pico no ponto A.

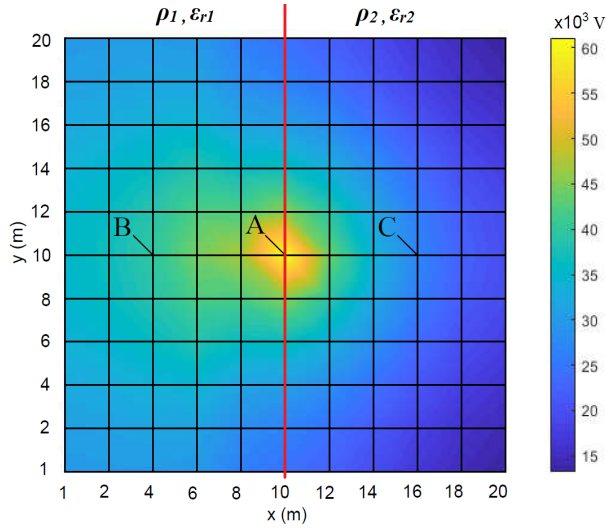
Figura 56 - Distribuição espacial do potencial na malha no instante de tempo $t = 0,2542 \mu\text{s}$.



Fonte: do autor.

A Figura 57 mostra uma vista de topo da tensão no instante do tempo de $1,456 \mu\text{s}$. Analisando esta figura, destaca-se a alteração na distribuição de tensão considerando as diferenças nas propriedades do meio.

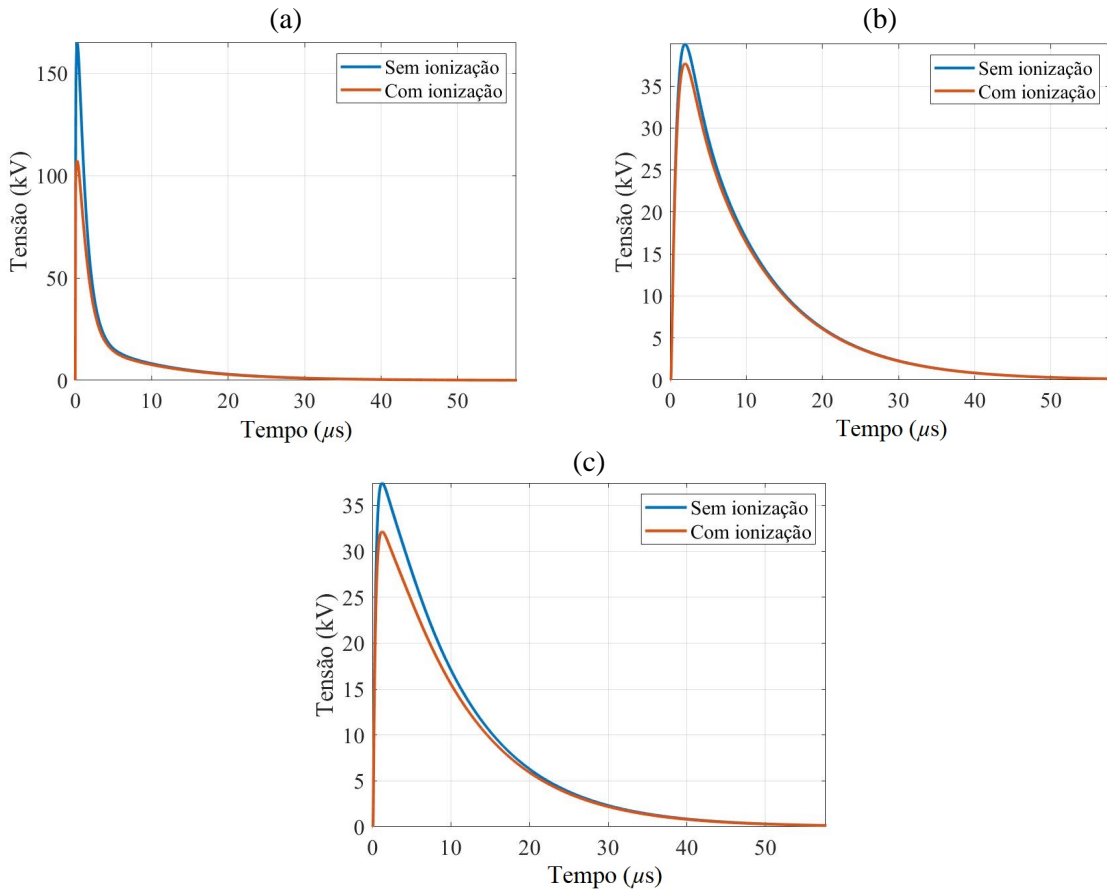
Figura 57 - Distribuição de tensões na malha de aterramento no instante de tempo $t = 1,456 \mu s$.



Fonte: do autor.

Para avaliar o efeito da ionização do solo na distribuição de tensão na malha, uma comparação entre condições com e sem a presença do referido fenômeno pode ser verificada na Figura 58.

Figura 58 - Tensão com e sem considerar a ionização do solo; (a) ponto A com pico em $t = 0,2542 \mu s$; (b) ponto B com pico em $t = 1,964 \mu s$; (c) ponto C com pico em $t = 1,225 \mu s$.



Fonte: do autor.

Analisando a Figura 58, percebe-se uma redução de tensão nos pontos A, B e C. A diferença de potencial produzido em ambos os pontos, evidencia o efeito desse fenômeno e também a importância de considerar não homogeneidades e não linearidades de forma integrada.

As simulações realizadas do modelo proposto verificaram que os resultados obtidos tiveram diminuição relevante dos valores máximos de potencial com e sem ionização, chegando a uma redução percentual máxima da tensão de 34,9% no ponto A.

A Tabela 9 resume os resultados da simulação nos pontos A, B e C da malha. Como pode ser visto, o potencial nesses pontos diminui quando o fenômeno de ionização do solo é incluído no modelo. Além disso, os resultados destacam a influência que o meio não homogêneo também possui quando é considerado simultaneamente com a ionização.

Tabela 9 - Comparação entre a redução percentual máxima da tensão com e sem ionização nos pontos A, B e C.

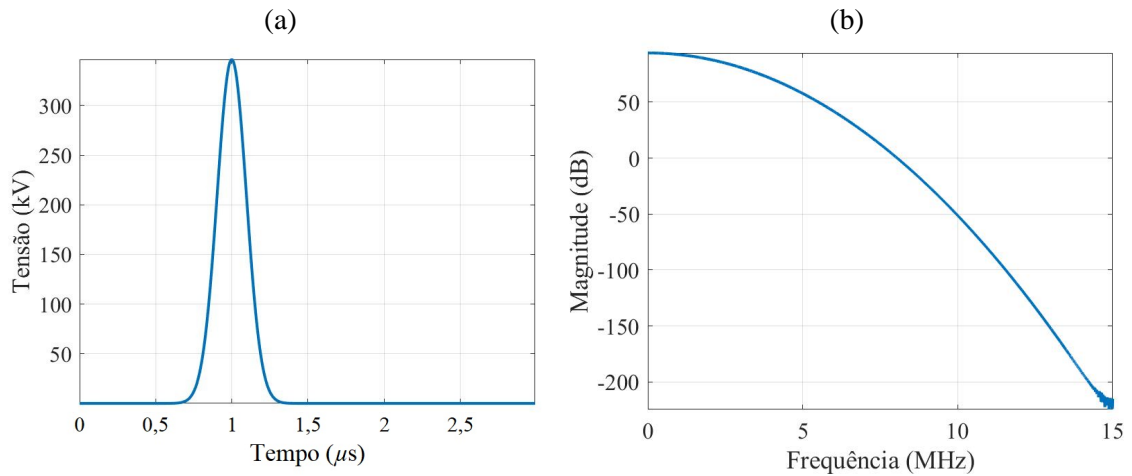
Ponto	ε_r	ρ ($\Omega \cdot m$)	V_{\max} sem ionização (kV)	V_{\max} com ionização (kV)	Redução máxima (%)
A	6	600	164,9	107,4	34,9
B	6	600	40	37,7	5,8
C	12	100	37,4	32,1	14,2

Fonte: do autor.

4.3.4.2 Estudo de caso 2

Neste exemplo, será analisado um espaço composto por cinco meios com diferentes propriedades. A malha possui 50 nós na direção x e 50 nós na direção y , com contornos absorventes. Como excitação, é utilizado um impulso Gaussiano com valor de pico $V_p = 200000 \cdot (\varepsilon_{r1}/2)^{1/2} = 346,41$ kV (HOEFER; SO, 2001), onde $\varepsilon_{r1} = 6$, injetado no centro da malha, em $(x, y) = (25, 25)$. A Figura 59 mostra a função utilizada como entrada para estudo de caso da ionização. Para uma frequência de interesse igual a 1 MHz e meio base $\varepsilon_r = 6$ e $\rho = 0$, tem-se um valor de λ igual a 22,17 m. Assim, adotando-se $\Delta l/\lambda = 0,05$, a distância entre nós fica $\Delta l = 22,17 \cdot 0,05 = 1,1$ m.

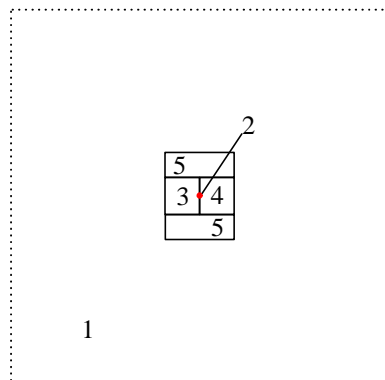
Figura 59 - (a) Tensão de entrada utilizada na simulação; (b) faixa de frequência da tensão de entrada.



Fonte: do autor.

A Figura 60 mostra a distribuição dos meios em cada região da malha. Na Tabela 10 constam as propriedades de cada meio utilizado. A magnitude da tensão ao longo do tempo foi monitorada nos pontos de saída $(x, y) = (25, 25)$, $(x, y) = (24, 25)$, $(x, y) = (26, 25)$, $(x, y) = (25, 22)$, $(x, y) = (25, 28)$, para as regiões 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. No caso estudado, avaliou-se o efeito da ionização para um número maior de meios, com isso espera-se que o modelo proposto para solucionar o problema se aproxime mais de um caso real, ilustrando sua potencialidade para uma análise multi-meios.

Figura 60 - Malha cinco meios.



Fonte: do autor.

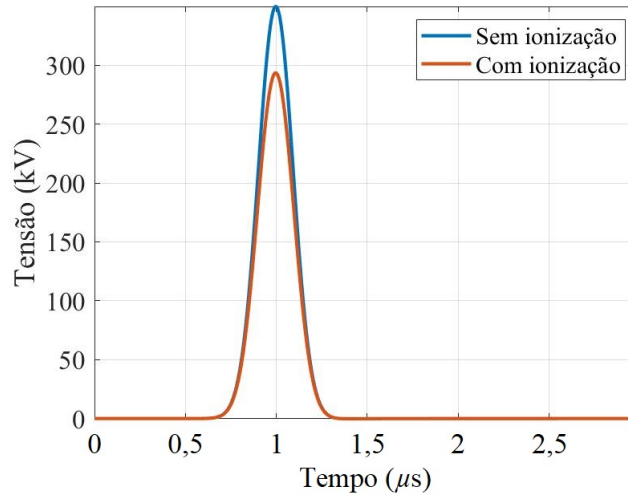
Tabela 10 - Propriedades de cada meio utilizado.

Meios	μ_r	ϵ_r	ρ ($\Omega \cdot m$)
Região 1	1	6	50
Região 2	1	9	80
Região 3	1	12	100
Região 4	1	18	800
Região 5	1	24	200

Fonte: do autor.

Na malha existem cinco regiões com propriedades de meio distintas, idealizando uma porção real de solo representado por diversos compostos, caracterizando desta forma um meio não homogêneo. A Figura 61 mostra a tensão variando em função do tempo para o ponto de excitação $(x, y) = (25, 25)$.

Figura 61 - Tensão com e sem ionização no ponto de saída $(x, y) = (25, 25)$.



Fonte: do autor.

Nesta simulação, observa-se que existe queda significativa no valor de tensão no ponto de excitação $(x, y) = (25, 25)$. Nos demais pontos da malha o campo elétrico crítico E_{cr} não foi ultrapassado. Assim, sem a variação da condutância $G_s(t)$ e consideração da resistividade residual, não se observa o efeito da ionização. A Tabela 11 sumariza o resultado apresentado na Figura 61.

Tabela 11 - Comparação entre a redução percentual máxima da tensão com e sem ionização nos pontos de saída.

(x, y)	ϵ_r	ρ ($\Omega \cdot m$)	V_{max} sem ionização (kV)	V_{max} com ionização (kV)	Redução máxima (%)
(25, 25)	6	50	349,85	293,36	16,15

Fonte: do autor.

4.3.5 Validação

O processo de validação de não linearidades considerando meios não homogêneos não é uma tarefa trivial. Principalmente pelo fato da inexistência de dados reais de medição, impossibilidade da realização de ensaios experimentais em laboratórios e carência de referências utilizando abordagem em duas dimensões considerando a ionização de meios não homogêneos.

Além disso, em estudos encontrados na literatura, a modelagem de não linearidades está relacionada à ionização do solo que ocorre no entorno de estruturas de sistemas de aterramento (LIEW; DARVENIZA, 1974; MOUSA, 1994), efeito corona entre linhas de transmissão quando existe um campo elétrico suficientemente alto capaz de romper a rigidez dielétrica do ar (NUCCI *et al.*, 2000) e ruptura no isolamento de cabos elétricos (NAKAMURA *et al.*, 1986; SEKIOKA; MIYAZAKI; OKABE, 2008).

Esses estudos adotam como premissa que as propriedades do meio de propagação sejam homogêneas e assim seus modelos sejam válidos para representação dos fenômenos físicos citados. Este fato corrobora com a dificuldade em comparar os resultados de simulação do problema proposto com outro modelo semelhante já existente.

Portanto, a validação do modelo proposto referente à ionização de meios não homogêneos será feita através de uma análise qualitativa de resultados obtidos em trabalhos científicos encontrados na literatura, observando a relação entre as propriedades do meio estudadas e a ordem de grandeza dos resultados obtidos.

Os resultados apresentados em (GAZZANA *et al.*, 2018) são usados para comparar diferentes meios simulados com e sem considerar o efeito de ionização. Na análise da referência mencionada, cada meio é considerado separadamente na simulação, caracterizando um meio homogêneo. A Tabela 12 fornece informações sobre os tipos de meio. Na simulação, utilizou-se o método TLM-2D considerando a ionização em meio homogêneo. Usando a abordagem bidimensional e adotando as propriedades de meio apresentadas, obteve-se valores fiéis para validar a metodologia.

Para simulação da estrutura analisada se considera dimensões de 15 m x 15 m com 20 nós na direção x e 20 nós na direção y . Um surto é simulado utilizando uma dupla exponencial 50 kA (8/20) μ s. Com base na faixa de frequências da corrente de entrada, adotou-se como frequência de interesse o valor de 500 kHz.

Tabela 12 - Tipo de meio utilizado.

Tipo de meio	ϵ_r	ρ ($\Omega \cdot m$)
Solos parcialmente arborizados	13	200
Solos rochosos	10	530

Fonte: Gazzana *et al.*, (2018).

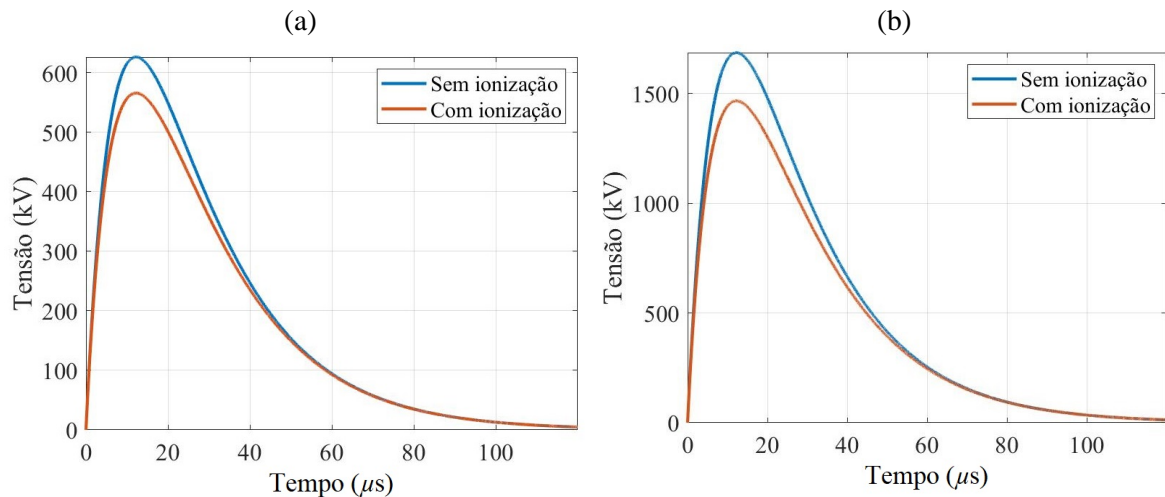
A Figura 62 mostra o comportamento da tensão ao longo do tempo no centro da malha, ilustrando os resultados das simulações utilizando o método TLM-2D sem considerar o efeito da ionização (linha azul) em comparação ao modelo que considera este fenômeno

(linha vermelha). Estes resultados são usados para comparação e validação da metodologia proposta.

Na primeira simulação, as propriedades de um solo parcialmente arborizado foram consideradas. Analisando a Figura 62a, se observa que a diminuição no potencial devido ao efeito da ionização é significativa. Possuindo uma redução percentual máxima da tensão de 9,85%.

O comportamento da onda no ponto central da malha enterrada em solo tipo rochoso é apresentado na Figura 62b. Verifica-se que para um meio com essas características a ionização tem influência significativa no potencial gerado. A redução percentual máxima da tensão é de 13,03%, evidenciando a importância de se considerar esse fenômeno no modelo.

Figura 62 - Tensão no centro da malha. (a) $\rho_s = 200 \Omega \cdot m$, $\epsilon_r = 13$; (b) $\rho_s = 530 \Omega \cdot m$, $\epsilon_r = 10$.



Fonte: do autor.

A Tabela 13 resume os resultados da simulação usando a metodologia proposta (TLM-2D) e os valores obtidos em (GAZZANA *et al.*, 2018) (TLM-1D). Esta tabela mostra também uma comparação entre a redução percentual máxima da tensão com e sem ionização para cada meio escolhido. Os resultados destacam os efeitos da ionização em ambos os tipos de meio. As simulações utilizando o TLM-2D estão de acordo em comparação com o TLM-1D (GAZZANA *et al.*, 2018).

Tabela 13 - Comparação entre a redução percentual máxima da tensão com e sem ionização utilizando TLM-1D (GAZZANA *et al.*, 2018) e a metodologia proposta.

Modelo	ϵ_r	ρ ($\Omega \cdot m$)	V_{\max} sem ionização (kV)	V_{\max} com ionização (kV)	Redução máxima (%)
TLM-1D (GAZZANA <i>et al.</i> , 2018)	13	200	624,13	543,44	12,93
Metodologia proposta			643,18	579,86	9,85
TLM-1D (GAZZANA <i>et al.</i> , 2018)	10	530	1651,6	1377,2	16,61
Metodologia proposta			1686,9	1467,1	13,03

Fonte: do autor.

Neste capítulo, o escopo do estudo se concentrou na concepção de uma formulação analítica integrando a representação de meios não homogêneos e ionização em um único modelo. Assim, uma formulação analítica foi desenvolvida para representação de não linearidades (fenômeno da ionização) e incorporada ao modelo matemático para representação de meios não homogêneos com perdas utilizando o método TLM-2D.

A partir das formulações analíticas, foram implementados dois modelos computacionais, um para simulação de meios não homogêneos com perdas e outro para simulação de meios não homogêneos considerando o efeito do fenômeno da ionização.

Os modelos foram validados através de estudos comparativos entre o algoritmo desenvolvido em MATLABTM e o software MEFiSto-2DTM. Foram realizados estudos de caso utilizando meios homogêneos e não homogêneos com perdas para demonstrar como o uso de propriedades de meio distintas em um mesmo modelo modificam o comportamento da propagação de uma onda no espaço. Além disso, contornos do tipo absorvente, curto circuito e circuito aberto foram simulados e analisados.

Por fim, após simulação do modelo integrado proposto verificou-se que os resultados obtidos possuíam valores de redução percentual do potencial máximo com e sem ionização na mesma ordem de grandeza que o estudo de caso utilizado como referência na validação do modelo.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um estudo sobre o comportamento de ondas eletromagnéticas considerando não homogeneidades do meio de propagação e os efeitos de não linearidades. Salienta-se como principal contribuição o desenvolvimento de uma formulação analítica baseada no Método TLM-2D que permite a representação de não linearidades (fenômeno da ionização) em conjunto com meios não homogêneos. Essa integração culminou no desenvolvimento de um modelo mais generalista e fidedigno. Como contribuição secundária tem-se a implementação computacional do novo modelo utilizando o método TLM-2D.

A formulação analítica desenvolvida para representação de não linearidades (fenômeno da ionização) foi incorporada ao modelo matemático de meios não homogêneos. A partir dessa nova formulação foi implementado numericamente um modelo integrado que permite a representação de meios não homogêneos e considera o efeito do fenômeno da ionização. Com a simulação do modelo proposto, verificou-se que os resultados obtidos possuem valores de redução percentual do potencial máximo com e sem ionização na mesma ordem de grandeza que os estudos de caso utilizados como referência na validação do modelo.

Na criação da formulação analítica se concebeu um modelo que não depende das propriedades do meio e nem de constantes de tempo dependentes da função de excitação. Em dadas condições, atender tais requisitos, pode restringir a utilização de determinados modelos propostos na literatura, sendo este um grande diferencial do método proposto.

Erros relacionados à dispersão, inerentes ao método numérico, surgem devido à discretização de uma malha TLM. Uma boa precisão na simulação é obtida seguindo a regra: $\Delta l \leq \lambda/10$, onde λ é o comprimento de onda da máxima frequência do sinal de entrada. Para $\lambda = 10 \cdot \Delta l$, o erro de dispersão é menor que 2%. Assim, apesar da discretização no espaço, a malha TLM apresentaria o comportamento de um meio contínuo e não dispersivo. Com essa análise, verifica-se a necessidade do conhecimento da frequência de interesse que será adotada com o método TLM em cada problema. Ainda, é importante salientar que o uso de valores para relação $\Delta l/\lambda$ menores que 0,1 irá diminuir o erro, porém pode elevar o custo computacional.

Sabe-se que a ionização de fato reduz a resistência e o potencial no eletrodo de aterramento. Se por um lado a não consideração de tal fenômeno possa ser tida um quesito a favor da segurança, por outro traz maior fidedignidade na representação de modelos

computacionais, que pode ser explorado com devido critério na fase de projetos de sistemas de aterramento.

O algoritmo TLM-2D implementado se difere em alguns aspectos do TLM-2D utilizado no software de validação MEFiSTo-2DTM. O modelo proposto foi concebido de forma a permitir que cada nó da malha fosse tratado independentemente e possibilitando a inclusão ou não do fenômeno da ionização. Isso é feito através de uma atualização contínua do modelo representando as características do fenômeno da ionização no tempo. Utilizando a técnica de *stubs*, a consideração de características temporais e espaciais, como meios não homogêneos, é abordada simultaneamente com a variação da condutividade (σ) no espaço-tempo e da modificação da permissividade (ϵ) no espaço.

Além disso, o MEFiSTo-2DTM admite utilizar como meio base somente o espaço livre. Já no algoritmo proposto, é possível adotar outros meios como base, desde que a permissividade elétrica escolhida como referência tenha o menor valor em relação às outras regiões do domínio em estudo. Assim, para mesma frequência de interesse, o comprimento de onda diminui e do passo de tempo aumenta. Como consequência, um número menor de iterações é necessário para atingir o tempo final da simulação (sempre respeitando a regra: $\Delta t \leq \lambda/10$). Esta importante característica, confere maior generalidade ao método proposto.

Dentre as dificuldades encontradas na condução do referido estudo, verificou-se uma carência de algoritmos ditos integrados, que permitam considerar não homogeneidades e não linearidades, no caso o fenômeno da ionização, em um único modelo. Neste contexto, a comparação de resultados não é uma tarefa trivial. Ainda, para simulação de frequências consideradas baixas, na ordem de 500 kHz – 1 MHz, ferramentas computacionais destinadas ao estudo de campos eletromagnéticos na ordem de GHz não mostram ser muito adequadas.

O trabalho como um todo, pode ainda servir de base em pesquisas que se encontram em fase inicial ou sendo conduzidas. Nesse sentido, as conclusões sobre os resultados obtidos também podem servir de referência.

Por fim, é importante ressaltar que o método TLM provou ser uma ferramenta poderosa para estudos relacionados a modelagem de fenômenos físicos. No caso específico desta tese, a modelagem de meios não homogêneos e não linearidades. O avanço dos recursos computacionais deverá permitir a criação de modelos cada vez mais complexos e realistas.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

A partir da experiência adquirida ao longo do curso de doutorado na área de modelagem numérica de fenômenos físicos utilizando o método TLM, algumas sugestões de trabalhos futuros são apresentadas a seguir:

- extensão do trabalho voltado a uma implementação do algoritmo TLM em três dimensões (TLM-3D);
- utilizando TLM-3D, aplicar técnicas de malha variável para implementação de malhas irregulares para casos onde $\Delta x \neq \Delta y \neq \Delta z$ e de malha multi-grade que permita o refinamento de regiões específicas da malha. Isso permite uma modelagem mais precisa de estruturas que possuam formas complexas. Ainda, com o refinamento da malha o esforço computacional é menor quando se faz necessária a modelagem de estruturas de pequena dimensão;
- estudo de sensibilidade para verificação da real influência da variação da resistividade, permissividade e da permeabilidade no fenômeno de ionização;
- medições experimentais: realizar medições reais provenientes de ensaios em campo onde sistemas de aterramento sejam submetidos a impulsos de corrente representando descargas atmosféricas. A partir das medições deve-se confrontar os resultados obtidos com os provenientes dos métodos propostos;
- avaliação de uma possível condição de anisotropia do meio considerando o fenômeno de ionização.

REFERÊNCIAS

- AKHTARZAD, S.; JOHNS, P. B. Solution of 6-component electromagnetic fields in three space dimensions and time by the TLM method. **Electronics Letters**, [S. l.], v. 10, n. 25–26, p. 535, 1974a.
- AKHTARZAD, S.; JOHNS, P. B. Numerical solution of lossy waveguides: T.L.M. computer program. **Electronics Letters**, [S. l.], v. 10, n. 15, p. 309–311, 1974b.
- AKHTARZAD, S.; JOHNS, P. B. Solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by the TLM method of numerical analysis. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, [S. l.], v. 122, n. 12, p. 1344, 1975a.
- AKHTARZAD, S.; JOHNS, P. B. Generalised elements for TLM method of numerical analysis. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, [S. l.], v. 122, n. 12, p. 1349, 1975b.
- ALMAGUER, H. A. D. **Contribuição ao método da modelagem por linhas de transmissão (TLM) e sua aplicação aos estudos em bioeletromagnetismo**. 2003. 160 p. Tese (Doutorado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2003.
- ANDERS, B.; RYLANDER, T.; INGELSTRÖM, P. **Computational electromagnetics**. New York: Springer-Verlag, 2005. v. 51.
- BELLASCHI, P. L.; ARMINGTON, R. E.; SNOWDEN, A. E. Impulse and 60-cycle characteristics of driven grounds - II. **American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the**, [S. l.], v. 61, n. 6, p. 349–363, 1942.
- BRÜNS, H. D.; SCHUSTER, C.; SINGER, H. Numerical electromagnetic field analysis for EMC problems. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, [s. l.], v. 49, n. 2, p. 253–262, 2007.
- CARNEIRO, S.; MARTI, J. R. Evaluation of corona and line models in electromagnetic transients simulations. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 334–342, 1991.
- CHRISTOPOULOS, C. **The transmission-line modeling method - TLM**. New York: IEEE Press, 1995.
- CHRISTOPOULOS, C. **The transmission-line modeling (TLM) method in electromagnetics**. [S. l.]: Morgan & Claypool, 2006.
- CIGRE. Guide to procedures for estimating the lightning performance of transmission lines. **CIGRE Working Group on Lightning**. Guide no. 63, Paris, France, October 1991.

COORAY, V. *et al.* Physical model of surge-current characteristics of buried vertical rods in the presence of soil ionisation. **Journal of Electrostatics**, [S. l.], v. 60, n. 2–4, p. 193–202, 2004.

COURANT, R. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. **Bulletin of the American Mathematical Society**, [S. l.], v. 49, n. 1, p. 1–24, 1943.

CRADDOCK, I. J.; RAILTON, C. J. A new technique for the stable incorporation of static field solutions in the FDTD method for the analysis of thin wires and narrow strips. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, [S. l.], v. 46, n. 8, p. 1091–1096, 1998.

DE CARVALHO JR., C. A. T. **Desenvolvimento de uma nova ferramenta CAD para o estudo de compatibilidade eletromagnética usando transmission-line matrix - John's super node (TLM-JSN)**. 2006. 107 p. Tese (Doutorado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

DE COGAN, D. **Transmission line matrix (TLM) in computational mechanics**. Boca Raton: CRC Press, 2005.

GAZZANA, D. S. **Contribuição ao estudo de análise de aterramento impulsivo e em altas frequências associado à avaliação da suportabilidade dos seres humanos com base no método da modelagem por linhas de transmissão (TLM)**. 2012. 128 p. Tese (Doutorado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

GAZZANA, D. S. *et al.* The transmission line modeling method to represent the soil ionization phenomenon in grounding systems. **IEEE Transactions on Magnetics**, [S. l.], v. 50, n. 2, p. 505–508, 2014.

GAZZANA, D. S. *et al.* An improved soil ionization representation to numerical simulation of impulsive grounding Systems. **IEEE Transactions on Magnetics**, [S. l.], v. 54, n. 3, p. 1–4, 2018.

GRCEV, L. Modeling of grounding electrodes under lightning currents. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, [S. l.], v. 51, n. 3, p. 559–571, 2009.

HARRINGTON, R. Origin and development of the method of moments for field computation. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**, [S. l.], v. 32, n. 3, p. 31–35, 1990.

HARRINGTON, R. F. Matrix methods for field problems. **Proceedings of the IEEE**, [S. l.], v. 55, n. 2, p. 136–149, 1967.

HE, J.; ZENG, R.; ZHANG, B. **Methodology and technology for power system grounding**. Singapore: John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., 2012.

HOEFER, W. J. R. The transmission-line matrix method: theory and applications. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, [S. l.], v. 33, n. 10, p. 882–893, 1985.

HOEFER, W. J. R.; SO, P. P. M. **MEFiSTo-2D classic theory book**. Victoria: Faustus Scientific Corporation, 1998.

HUYGENS, C. *Traité de la lumière*, 1690. *In: VAN DER A., P. Ouvres complètes de Christiaan Huygens*. Amsterdam: Swets & Zeitlinger, 1967. (Société Hollandaise des Sciences, v. 19).

IMECE, A. F. *et al.* Modeling guidelines for fast front transients. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], v. 11, n. 1, p. 493–506, 1996.

JESUS, C. D. BARROS, M. T. C. Modelling of corona dynamics for surge propagation studies. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], v. 9, n. 3, p. 1564–1569, 1994.

JOHNS, P. B. A new mathematical model to the physics of propagation. **Radio and Electronic Engineer**, [S. l.], v. 44, n. 12, p. 657, 1974.

JOHNS, P. B. New symmetrical condensed node for three-dimensional solution of electromagnetic-wave problems by TLM. **Electronics Letters**, [S. l.], v. 22, n. 3, p. 162, 1986.

JOHNS, P. B. A symmetrical condensed node for the TLM method. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, [S. l.], v. 35, n. 4, p. 370–377, 1987.

JOHNS, P. B. BEURLE, R. L. Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, [S. l.], v. 118, n. 9, p. 1203, 1971.

KRON, G. Equivalent circuit of the field equations of Maxwell-I. **Proceedings of the IRE**, [S. l.], v. 32, n. 5, p. 289–299, 1944.

LI, J. *et al.* Numerical and experimental investigation of grounding electrode impulse-current dispersal regularity considering the transient ionization phenomenon. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], v. 26, n. 4, p. 2647–2658, 2011.

LIEW, A. C.; DARVENIZA, M. Dynamic model of impulse characteristics of concentrated earths. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, [S. l.], v. 121, n. 2, p. 123, 1974.

LIU, Y. **Transient response of grounding systems caused by lightning: modelling and experiments**. 2004. 90 p. Tese (Doutorado em Engenharia) - Faculty of Science and Technology, Uppsala, Sweden, 2004.

LORENTZOU, M. I.; HATZIARGYRIOU, N. D.; PAPADIAS, B. C. Time domain analysis of grounding electrodes impulse response. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], 2003.

MOKHTARI, M.; ABDUL-MALEK, Z.; GHAREHPETIAN, G. B. A critical review on soil ionisation modelling for grounding electrodes. **Archives of Electrical Engineering**, [S. l.], v. 65, n. 3, p. 449–461, 2016.

MOKHTARI, M.; GHAREHPETIAN, G. B. Integration of energy balance of soil ionization in CIGRE grounding electrode resistance model. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, [S. l.], v. 60, n. 2, p. 402–413, 2018.

MOUSA, A. M. The soil ionization gradient associated with discharge of high currents into concentrated electrodes. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], v. 9, n. 3, p. 1669–1677, 1994.

NAKAMURA, K. *et al.* Impulse breakdown characteristics of 13.2 kV covered conductor insulator/tie configurations. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], v. 1, n. 4, p. 250–258, 1986.

NEY, M. M. Method of moments as applied to electromagnetic problems. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, [S. l.], v. 33, n. 10, p. 972–980, 1985.

NIKISHKOV, G. **Introduction to the finite element method**. 2004. 32 p. Notas de aula.

NUCCI, C. A. *et al.* Influence of corona on the voltages induced by nearby lightning on overhead distribution lines. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], v. 15, n. 4, p. 1265–1273, 2000.

OGUZ, U.; GUREL, L.; ARIKAN, O. An efficient and accurate technique for the incident-wave excitations in the FDTD method. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, [S. l.], v. 46, n. 6, p. 869–882, 1998.

OHTANI, T.; KANAI, Y.; COLE, J. B. A stability improvement technique using PML condition for the three-dimensional nonuniform mesh nonstandard FDTD method. **IEEE Transactions on Magnetics**, [S. l.], v. 49, n. 5, p. 1569–1572, 2013.

PAUL, J.; CHRISTOPOULOS, C.; THOMAS, D. W. P. Generalized material models in TLM - part I: materials with frequency-dependent properties. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, [S. l.], v. 47, n. 10, 1999a.

PAUL, J.; CHRISTOPOULOS, C.; THOMAS, D. W. P. Generalized material models in TLM – part II: materials with anisotropic properties. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, [S. l.], v. 47, n. 10, p. 1535–1542, 1999b.

PAUL, J.; CHRISTOPOULOS, C.; THOMAS, D. W. P. Generalized material models in TLM - part III: materials with nonlinear properties. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, [S. l.], v. 50, n. 7, p. 997–1004, 2002.

RAO, S. M. **Time domain electromagnetics**. New York: Academic, 1999.

RUSSER, P. The transmission line matrix method. *In*: UZUNOGLU, N. K.; NIKITA K. S.; KAKLAMANI, D. I. **Applied computational electromagnetics**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2000. p. 243–269.

SADIKU, M. N. O. A simple introduction to finite element analysis of electromagnetic problems. **IEEE Transactions on Education**, [S. l.], v. 32, n. 2, p. 85–93, 1989.

SADIKU, M. N. O. **Numerical techniques in electromagnetics**. 2nd. ed. Boca Raton: CRC Press, 2000.

SAGUET, P. **Numerical analysis in electromagnetics: the TLM method**. [S. l.]: Wiley-ISTE, 2012.

SEKIOKA, S. *et al.* Current-dependent grounding resistance model based on energy balance of soil ionization. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], v. 21, n. 1, p. 194-201, 2006.

SEKIOKA, S.; MIYAZAKI, T.; OKABE, S. Measured results of flashover characteristics of distribution line insulators for sustaining insulated cable. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON GAS DISCHARGES AND THEIR APPLICATIONS, 17., 2008, Cardiff. **Proceedings** [...]. Cardiff: IEEE, 2008. p. 301–304.

SEWELL, P. *et al.* Transmission-line modeling using unstructured triangular meshes. **IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques**, [S. l.], v. 52, n. 5, p. 1490–1497, 2004.

TAFLOVE, A.; HAGNESS, S. C. **Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method**. 3rd. ed. Norwood: Artech House Publishers, 2005.

THANG, T. H. *et al.* A simplified model of corona discharge on overhead wire for FDTD computations. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, [S. l.], v. 54, n. 3, p. 585–593, 2012.

TOWNE, M. H. Impulse characteristics of driven grounds. **General Electric Rev.**, [S. l.], v. 31, n. 11, p. 605–609, 1928.

VELAZQUEZ, R.; MUKHEDKAR, D. Analytical modeling of grounding electrodes transient behavior. **IEEE Power Engineering Review**, [S. l.], v. PER-4, n. 6, p. 43–44, 1984.

WANG, J.; LIEW, A. C.; DARVENIZA, M. Extension of dynamic model of impulse behavior of concentrated grounds at high currents. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S. l.], v. 20, n. 3, p. 2160–2165, 2005.

YEE, K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, [S. l.], v. 14, n. 3, p. 302–307, 1966.

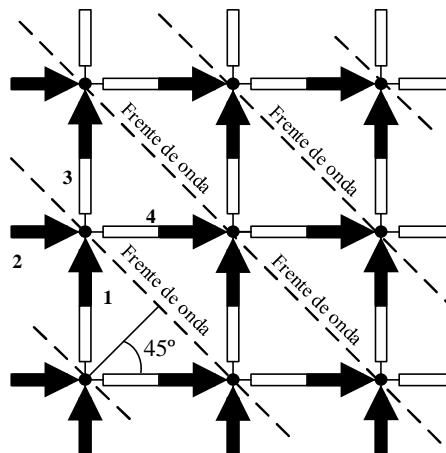
ZYGIRIDIS, T. T.; KANTARTZIS, N. V.; TSIBOUKIS, T. D. GPU-Accelerated efficient implementation of FDTD methods with optimum time-step selection. **IEEE Transactions on Magnetics**, [S. l.], v. 50, n. 2, p. 477–480, 2014.

APÊNDICE: ERRO DE VELOCIDADE (DISPERSÃO) NO MÉTODO TLM

A discretização de uma malha TLM pode introduzir erros relacionados à dispersão (CHRISTOPOULOS, 1995). Se o comprimento de onda na malha é considerado grande em comparação com o tamanho do nó Δl , se assume que os campos se propagam em todas direções com velocidade independente da frequência. Assim, apesar da discretização no espaço, a malha TLM apresentaria o comportamento de um meio contínuo e não dispersivo. No entanto, quando o comprimento de onda diminui, a velocidade na malha se torna dispersiva, dependendo cada vez mais da direção de propagação, dando margem ao surgimento de erro de dispersão, também conhecido como erro de velocidade (HOEFER; SO, 2001).

Será considerada a malha mostrada na Figura 63 e uma frente de onda propagando-se a 45° . Para uma propagação de onda a 45° a excitação do nó é feita nas portas 1 e 2, conforme a figura. Utilizando a matriz de espalhamento do nó paralelo (50) determinam-se os pulsos refletidos $V_1^r = 0$, $V_2^r = 0$, $V_3^r = V_4^r = 1V$.

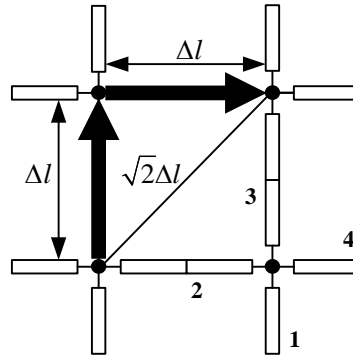
Figura 63 - Propagação em uma malha 2D a 45° .



Fonte: do autor.

Assim, os pulsos que surgem nas portas 3 e 4 não são afetados pelos efeitos da dispersão. Entretanto, a velocidade no modelo será menor do que na realidade. A 45° , a velocidade de propagação é dada pela relação entre distância percorrida na malha e o tempo total. A Figura 64 ilustra a distância real percorrida na malha a 45° ($\sqrt{2}\Delta l$), esse trajeto necessita um passo de tempo Δt para cada segmento de linha, o tempo total será então $2\Delta t$.

Figura 64 - Distância real percorrida na malha a 45°.



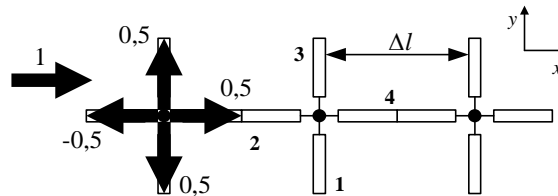
Fonte: do autor.

Assim é possível calcular a velocidade de propagação do modelo TLM a 45°.

$$u_{TLM}^{45^\circ} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo total}} = \frac{\sqrt{2}\Delta l}{2\Delta t} = \frac{\Delta l}{\sqrt{2}\Delta t} \quad (102)$$

A seguir será analisada a propagação de uma frente de onda a 0°. Uma excitação de 1 V aplicada na porta 2 do nó, terá tensões refletidas $V_1^r = V_3^r = V_4^r = 0,5$ e $V_4^r = -0,5$ V, conforme Figura 65.

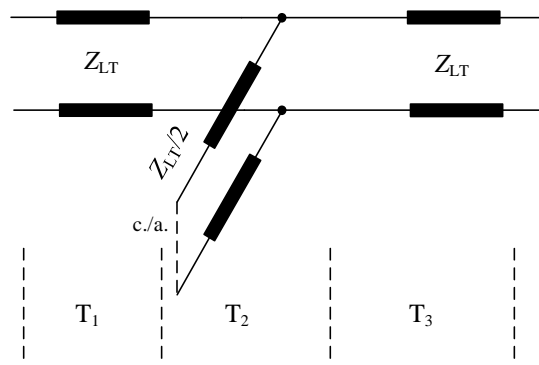
Figura 65 - Propagação em uma malha 2D a 0°.



Fonte: do autor.

Como somente a propagação no eixo x é considerada, as linhas 1 e 3 podem ser conectadas em paralelo e substituídas por uma única linha de impedância $Z_{LT}/2$ com terminais em circuito aberto. O circuito equivalente utilizado para o estudo de dispersão para propagação a 0° é apresentado na Figura 66.

Figura 66 - Circuito equivalente utilizado para o estudo de dispersão para propagação a 0°.



Fonte: do autor.

Para o caso de uma LT sem perdas, é possível estabelecer uma relação entre a tensão e corrente de entrada e saída através da seguinte expressão,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta\Delta l) & jZ\text{sen}(\beta\Delta l) \\ \frac{j\text{sen}(\beta\Delta l)}{Z} & \cos(\beta\Delta l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (103)$$

onde β é a constante de fase da linha dada por:

$$\beta = \frac{\omega}{u_{LT}} \quad (104)$$

O circuito mostrado na Figura 66 pode em dividido em três partes, cada uma como se fosse um quadripolo formando trechos de linha conectados em cascata. Assim, pode-se definir uma expressão para caracterizar a relação de entrada e saída desse trecho (105).

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [T_1] \cdot [T_2] \cdot [T_3] \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (105)$$

Desenvolvendo (105),

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & jZ_{LT}\text{sen}(\theta) \\ j\frac{\text{sen}(\theta)}{Z_{LT}} & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{j \tan(\theta)}{Z_{LT}/2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & jZ_{LT}\text{sen}(\theta) \\ j\frac{\text{sen}(\theta)}{Z_{LT}} & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (106)$$

onde θ é o comprimento elétrico de cada seção dada por $\theta = (\omega\Delta t/2)$.

Fazendo a multiplicação dessas matrizes e combinando com (103) leva a (107).

$$\text{sen}\left(\frac{\beta\Delta l}{2}\right) = \sqrt{2}\text{sen}\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) \quad (107)$$

O comprimento de onda em um meio pode obtida através de:

$$\lambda = \frac{u_{LT}}{f} \quad (108)$$

onde u_{LT} é a velocidade de propagação da onda em cada linha. Assim,

$$\frac{\omega\Delta t}{2} = \frac{\omega}{2} \cdot \frac{\Delta l}{u_{LT}} = \frac{2\pi f}{2} \cdot \frac{\Delta l}{u_{LT}} = \pi \frac{u_{LT}}{\lambda_0} \cdot \frac{\Delta l}{u_{LT}} = \pi \frac{\Delta l}{\lambda_0}. \quad (109)$$

A velocidade de propagação em um modelo TLM em duas dimensões será:

$$u_{TLM} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi}{\beta} \cdot \frac{u_{LT}}{\lambda} \quad (110)$$

A partir de (110), obtém-se a constante de fase.

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \frac{u_{LT}}{u_{TLM}} \quad (111)$$

Substituindo $\omega\Delta t/2$ e β de (109) e (111) em (107), chega-se a expressão que relaciona a velocidade de propagação no modelo em duas dimensões e a velocidade em cada linha (112). Esta relação define a dispersão ocasionada pela malha, que será tanto menor quanto a relação $\Delta l/\lambda$.

$$\frac{u_{TLM}}{u_{LT}} = \frac{\pi \left(\frac{\Delta l}{\lambda_0} \right)}{\text{sen}^{-1} \left[\sqrt{2} \text{sen} \left(\pi \frac{\Delta l}{\lambda_0} \right) \right]} \quad (112)$$

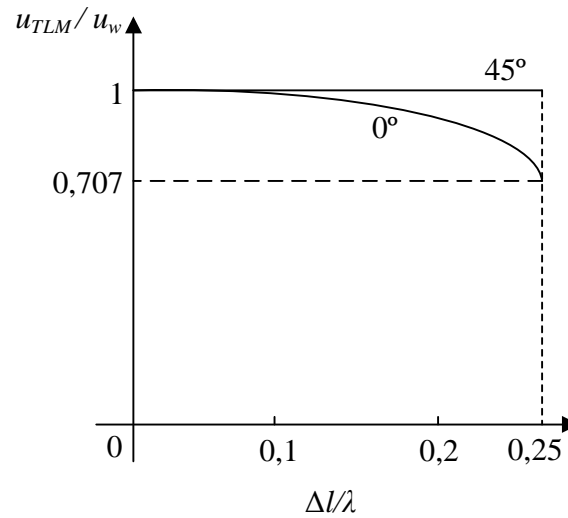
Para um meio qualquer com velocidade de propagação de onda u_w , a velocidade adotada será $u_{LT} = u_w \cdot \sqrt{2}$. Assim,

$$\frac{u_{TLM}}{u_w} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (113)$$

Desta maneira é possível determinar o erro do modelo através da relação $\Delta l/\lambda$.

As curvas que mostram os efeitos da propagação a 45° e a 0° são mostradas na Figura 67. Os erros de velocidade ficam sobre essas duas curvas. Uma escolha adequada para Δl para um erro de velocidade aceitável na máxima frequência de interesse do sinal de entrada pode ser feita utilizando essas curvas. No valor limite de 0,25 para a relação $\Delta l/\lambda$ chega-se a uma dispersão de $0,707 \cdot u_w$ para o valor da velocidade do modelo a 0° . É importante ter em mente que adotar valores demasiadamente baixos para relação $\Delta l/\lambda$ pode acarretar em um custo computacional muito elevado.

Figura 67 - Efeitos da dispersão em uma malha 2D.



Fonte: do autor.

Considerando uma frequência onde a relação $\Delta l/\lambda_0 = 1/10$ e substituindo em (112), obtém-se:

$$\frac{u_{TLM}}{u_w} = \sqrt{2} \frac{\pi(0,1)}{\text{sen}^{-1}[\sqrt{2}\text{sen}(\pi \cdot 0,1)]} = \sqrt{2} \cdot 0,6946 = 0,9823 \quad (114)$$

Para este caso, verifica-se que o erro é menor que 2% do valor desejado.

Os efeitos de dispersão em uma malha TLM-2D acarretam em erros que não podem ser evitados devido à necessidade de discretização do modelo real.

Com esta análise verifica-se a necessidade do conhecimento da frequência em que se pretende trabalhar com o método TLM em cada problema. A partir da frequência pode-se determinar o comprimento de onda e finalmente uma dimensão apropriada para o nó TLM-2D.