Universidade Federal do Rio Grande do Sul Escola de Engenharia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC

Mariana Varela de Medeiros

Porto Alegre 2019

CIP - Catalogação na Publicação

Medeiros, Mariana Varela de Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC / Mariana Varela de Medeiros. -- 2019. 193 f. Orientador: Américo Campos Filho. Coorientadora: Paula Manica Lazzari. Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2019. 1. Concreto armado. 2. Reforço estrutural. 3. Polímero reforçado com fibras. 4. Elementos finitos de contato. I. Campos Filho, Américo, orient. II. Lazzari, Paula Manica, coorient. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

MARIANA VARELA DE MEDEIROS

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE PEÇAS FLETIDAS REFORÇADAS COM PRFC

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre 2019

MARIANA VARELA DE MEDEIROS

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE PAÇAS FLETIDAS REFORÇADAS COM PRFC

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, na área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 30 de maio de 2019

Prof. Américo Campos Filho Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo orientador

Prof^a. Paula Manica Lazzari Dr^a. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul coorientadora

> Prof. Nilo Cesar Consoli Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Mônica Regina Garcez

Prof. Mauro Vasconcellos Real do Sul

Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande Dr^a. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Samir Maghous Ph.D École Nationale Des Ponts et Chaussées

(França)

Dedico este trabalho aos meus avós, Geraldo Etelvino de Medeiros (*in memoriam*) e Elizabet Medeiros, pelos exemplos de amor, fé e perseverança.

AGRADECIMENTOS

Acredito na potência da citação atribuída a Ernest Hemingway: "— Quem está nas trincheiras com você? — E isso importa? —Mais do que a própria guerra". Assim, gostaria de agradecer as pessoas que me ajudaram a vencer esta valiosa etapa de minha vida.

Primeiramente aos meus orientadores, Prof. Américo e Prof. Paula, que prontamente me acolheram e me aceitaram como orientanda de Mestrado. A experiência e confiança do Prof. Américo, somadas ao entusiasmo, envolvimento e conhecimentos sobre o ANSYS da Prof.^a Paula, foram essenciais para a conclusão desde trabalho. Agradeço imensamente todos os conselhos, horas dispensadas e apoio, ao longo destes dois anos de pesquisa.

Agradeço minha amada família: avós, tios e tias, pelo carinho e compreensão nos momentos que precisei estar ausente. Ao meu irmão Felipe e minha prima Helena, por estarem comigo em todos os momentos. E especialmente aos meus queridos pais, Paulo e Mércia, pelos ensinamentos que recebi ao longo da vida e por serem meus maiores apoiadores.

Agradeço ao Marcelo, grande amigo natalense em terras gaúchas, pela parceria estabelecida ao longo da pesquisa e pela ajuda na elaboração dos modelos no ANSYS.

Ao Prof. Rodrigo, pela amizade firmada e por todo o incentivo e mentoria oferecidos ao longo da graduação, que me estimularam a ingressar no mestrado. Agradeço também aos professores da UFRN, especialmente da área de estruturas, pelo ensino superior gratuito e de qualidade que usufruí.

Aos grandes laços que formei em Porto Alegre e que tenho certeza que levarei para o resto da vida: Camila, Luísa e Matheus pelo o estudo em grupo, compartilhamento de frustrações durante a dissertação e pelos momentos de descontração, sem os quais este mestrado teria se tornado muito mais difícil; Giovana, que me ouviu, estimulou e ofereceu palavras de conforto quando mais precisei; Samuel e Áxil, pela amizade e toda a ajuda com a formatação e traduções do texto.

As grandes amizades que fiz no CEI, obrigada por continuarem sendo um porto seguro sempre que retorno para Natal, e por estarem disponíveis e presentes, mesmo quando a distância ultrapassa a ordem de milhares de quilômetros. A Nathália e Fadja, especialmente, pelos conselhos e mensagens diários.

Agradeço a UFRGS pela oportunidade de participar de um programa pós-graduação de excelência, além de me proporcionar a infraestrutura necessária para o ensino e a pesquisa. Aos colegas do PPGEC e do CEMACOM, agradeço a agradável convivência e troca de conhecimentos. Foi muito bom ter conhecido cada um.

Por fim, na atual conjuntura política do país, na qual está sendo posto à prova o fomento à pesquisa brasileira, ressalto a importância e agradeço o suporte financeiro oferecido pela CAPES e pelo CNPq, sem o qual este trabalho não teria sido realizado.

There are two powers in the world; one is the sword and the other is the pen. There is a third power stronger than both, that of women.

Malala Yousafzai

"

RESUMO

MEDEIROS, M. V. **Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC.** 2019. 192 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

O reforço e a reabilitação de estruturas de concreto com a utilização de polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC) se consolidou como uma atraente alternativa para obras civis. Alguns fatores que levaram a um maior uso deste material são suas excelentes propriedades mecânicas, seu baixo peso específico e por, diferentemente do aço, não apresentar corrosão. A evolução deste tipo de reforço e da tecnologia do concreto como um todo, exigem métodos de análise mais refinados. Por isto, propõe-se realizar a modelagem computacional de vigas submetidas à flexão com sistemas de reforço de PRFC, através do método dos elementos finitos (MEF), utilizando o software comercial ANSYS. Abordam-se os métodos com PRFC externamente aderido à superfície de concreto, externally bonded (EB), e o método com laminados embutidos no cobrimento da peça, near surface mounted (NSM). As não linearidades físicas dos materiais envolvidos são incluídas. Um enfoque especial é dado ao comportamento da aderência entre a estrutura e o reforço, através de elementos de contato e de modelos de zona coesiva bilineares disponibilizados pelo programa. Desta maneira, podem ser detectados nas simulações computacionais, modos de ruptura prematuros que ocorrem por destacamento do reforço e que muitas vezes limitam o aproveitamento das propriedades de resistência do PRFC. Foram testadas vigas em concreto armado sem reforço, vigas com reforço EB e também vigas com reforço NSM. Os modelos numéricos desenvolvidos mostraram-se capazes de prever tanto o comportamento instantâneo das vigas em concreto armado reforçadas com PRFC, analisado através das curvas carga x deslocamento, como o modo e carga de ruptura.

Palavras-chave: estruturas de concreto armado; reforço estrutural; elementos finitos de contato.

ABSTRACT

MEDEIROS, M. V. **Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC.** 2019. 182 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

The strengthening and rehabilitation of concrete structures using carbon fiber reinforced polymers (CFRP) has consolidated itself as an attractive alternative in civil construction. Some factors that led to greater use of this material are its excellent mechanical properties, low specific weight and, unlike steel, it does not present corrosion. The development of this type of strengthening, and concrete technology as a whole, require refined analysis methods. Therefore, it is proposed to perform a computational modeling of flexural beams with CFRP strengthening systems through the finite element method (FEM) in the commercial software ANSYS. The strengthening techniques discussed are CFRP externally bonded (EB) to the concrete surface, and the technique known as near surface mounted (NSM), which involves inserting CFRP strips into grooves made on the concrete cover. The physical non-linearities of the materials are included. A special focus is given to the behavior of the bond between the structure and reinforcement, through contact elements and bilinear cohesive zone models provided by the program. In this way, it is possible to detect in the computational simulations, premature failure modes that occur by the detachment of the reinforcement and that often limit full employment of CFRP's resistance properties. Reinforced concrete beams, beams with EB strengthening and beams with NSM strengthening were tested. The developed numerical models were shown as able to predict the instantaneous behavior from both systems involving reinforced concrete beams strengthened with CFRP, analyzed through load-displacement curves, as well as the failure mode and ultimate load

Key-words: reinforced concrete structures; strengthening; contact finite elements.

LISTA DE SIGLAS

- ANSYS Analysis Systems Incorporated
- APDL ANSYS Parametric Design Language
- BISO Bilinear Isotropic Hardening
- **CDM** Continuum Demage Mechanics
- CZM Cohesive Zone Model
- DLL Dynamic-Link Library
- DMGE Damage Evolution Law
- DMGI Damage Initiation Criteria
- EB Externally bonded
- EMPA Swiss Federal Materials Testing and Research Laboratories
- FRP Fiber reinforced polymers
- MEF Método dos Elementos Finitos
- MPDG Material Property Degradation Method
- NSM Near Surface Mounted
- PPGEC Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
- PRF Polímeros reforçados com fibras
- PRFC Polímeros reforçados com fibras de carbono
- UPF User Programmable Features
- UFRGS Universidade Federal do Rio Grande do Sul

LISTA DE SÍMBOLOS

I. LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

A_L	:	área total da seção transversal de laminado				
A_s	:	área da seção transversal da armadura longitudinal convencio				
C ₁ , C ₂ , C ₃	:	variáveis auxiliares para o cálculo do vetor de fluxo plástico				
E_{c1}	: módulo secante correspondente à máxima tensão de compr					
Eci	<i>E_{ci}</i> : módulo de elasticidade do concreto					
E_f	:	módulo de elasticidade do PRFC				
Es	:	módulo de elasticidade do aço				
<i>F</i> : função de plastificação						
<i>G</i> ₀ : módulo de elasticidade transversal do concreto não fissur						
<i>G</i> _a : módulo de elasticidade transversal do adesivo						
G _C	: módulo de elasticidade transversal do concreto fissurado					
G _{ct}	<i>G_{ct}</i> : energia crítica de fratura					
G_F : energia de fratura do concreto						
G_f : energia de fratura da ligação						
H_s : parâmetro de endurecimento do aço						
<i>I</i> ¹ : primeiro invariante do tensor de tensões						
<i>I_{eff}</i> : momento de inercia efetivo da seção						
<i>J</i> ₂ : segundo invariante do tensor desviador de tensões						
J3	<i>J</i> ₃ : terceiro invariante do tensor desviador de tensões					
K	:	variável intermediária para definição de α e β				
K	:	matriz de rigidez global				
K _t	:	rigidez tangencial de contato				
Lo	: comprimento não aderido do laminado de PRFC					

P : carga concentrada aplicada

 S_{xx}, S_{yy}, S_{zz} : tensões desviadoras

II. LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

A1, A2, A3	:	variáveis auxiliares para o cálculo do fluxo plástico					
b _c	:	largura do bloco de concreto					
b_f	:	largura do laminado/manta de reforço em PRFC					
b_f	:	dimensão do plano de falha paralela à superfície de concreto					
<i>c</i> ₁ , <i>c</i> ₂	:	parâmetros do material – critério de ruptura do concreto					
<i>df</i>	:	dimensão do plano de falha perpendicular à superfície de concreto					
d_t	:	parâmetro de descolamento					
f_{2c}	:	variáveis auxiliares para definição dos parâmetros $\alpha \in \beta$ de Ottosen					
f_{c2m}	:	resistência à compressão biaxial do concreto					
f _{cu}	:	resistência à compressão obtida por corpos de prova cúbicos					
f _{ck}	:	resistência característica à compressão do concreto					
f_{c}, f_{cm}	:	resistência média à compressão do concreto					
f_{t}, f_{ctm}, f_{ct}	f_{ct} : resistência média à tração do concreto						
f_y	:	tensão de escoamento do aço					
h	:	espessura fictícia da peça de concreto					
k	:	número plástico					
п	: relação entre o módulo de elasticidade do PRFC e do concre						
п	:	subpasso de carga (substep)					
S	:	deslizamento					
s _d	:	desvio padrão do concreto					
S f0	:	deslizamento quando o descolamento ocorre					

<i>Sf1, Sm</i>	deslizamento quando a tensão de aderência é máxima				
<i>t</i> a	: espessura da camada de adesivo				
t_f	: espessura do laminado ou manta de PRFC				
td, tb	: espessura de adesivo/concreto contida da interface do plano de fal				
X	: coordenada x partindo do <i>cutoff point</i>				
$x_{i+1}-x_i$: distância entre dois <i>strain gauges</i> consecutivos					
<i>yeff</i> : distância do laminado à linha neutra da seção					

III. LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α	: fator de redução da tensão de fissuração					
α,β	parâmetros do material – critério de ruptura do concreto					
α, α'	parâmetros de forma do modelo de tensão de aderência-deslizamento					
α_{cc}, α_{ct}	: fatores para consideração de efeitos de longa duração					
<i>β</i> : parâmetro do modelo de transferência de tensões de corte do con						
β	3 : fator de redução do módulo de elasticidade					
β_w	<i>w</i> : fator de relação de largura					
γ	: relação altura largura da ranhura no concreto					
γc	: coeficiente redutor de segurança do concreto					
δ, δ_t	: deslizamento					
$\delta_{1,} \delta_{t}^{c}$: deslizamento quando a tensão de aderência é máxima					
$\delta_{max}, \overline{\delta_t}$: deslizamento máximo					
Ес	: deformação total de compressão					
Ec1	: deformação na máxima de tensão de compressão					
Ec,lim	: deformação última de compressão					
E _{cTU}	deformação limite para o qual a colaboração do concreto entre fissura: não deve mais ser considerada					

Ер	:	deformação plástica					
Eref	:	deformação máxima de tração transversal à fissura					
₽ _T	:	deformação especifica normal de tração do concreto					
(Ei+1 - Ei)	:	: variação da deformação entre dois strain gauges consecutivos					
η	:	relação entre deformações atual e máxima					
λ	:	função no plano desviador					
λ_c	:	meridiano de compressão					
λ_t	:	meridiano de tração					
σ_1	:	tensão principal de tração					
σ_c	: deformação de compressão						
σ_{com}	: define um ponto de tensão de compressão triaxial sobre o mer compressão						
σ_{ef}	: tensão efetiva do concreto						
σ_{ref} : tensão interpolada da curva de comportamento à tração, através d deformação ε_{ref}							
σ_{rup}	<i>Trup</i> : tensão de ruptura da lâmina de PRFC						
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$	$\sigma_{x}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$: tensões principais do concreto						
$\boldsymbol{\theta}$: ângulo de similaridade – critério de ruptura do concreto							
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$	z : tensões cisalhantes do concreto						
τ	:	tensão de aderência					
Tcom	define um ponto de tensão de compressão triaxial sobre o meridian compressão						
Tf1, Tm, Tmax	:	máxima tensão de aderência					
$ au_{m{t}}$:	tensão tangencial de contato					
φf	:	parâmetro relacionado ao confinamento do concreto na ligação					

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	23
1.1 TRABALHOS ANTERIORES	26
1.1.1 Estudos experimentais	26
1.1.2 Estudos numéricos	28
1.1.3 Estudos realizados pelo PPGEC (UFRGS)	29
1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA	31
1.3 LIMITAÇÕES	31
1.4 DELINEAMENTO DA PESQUISA	32
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO	33
2 REFORÇO DE ESTRUTURAS COM PRFC	.34
2.1 PRFC EXTERNAMENTE ADERIDO	34
2.1.1 Vantagens da técnica	35
2.1.2 Elementos constituintes do reforço	36
2.1.2.1 Fibra de Carbono	.36
2.1.2.2 Matriz	.37
2.1.2.3 Adesivo Epóxi	.38
2.1.3 Resumo das propriedades mecânicas	39
2.1.4 Sistemas de reforço com PRFC aderido	40
2.1.4.1 Sistemas pré-fabricados	.40
2.1.4.2 Sistemas curados <i>in-situ</i>	.41
2.1.5 Comportamento e Modos de Ruptura	43
2.2 PRFC INSERIDO NO COBRIMENTO DE CONCRETO	47
2.2.1 Características e vantagens da técnica	47
2.2.2 Procedimento de reforço	49
2.2.3 Modos de Ruptura	50
2.3 ADERÊNCIA EM SISTEMAS COM PRFC	52
2.3.1 Modelos de aderência para PRFC externamente aderido	54
2.3.2 Modelos de aderência para sistemas com PRFC embutido	58

3 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS	
3.1 AÇO	65
3.2 CONCRETO	66
3.2.1 Concreto comprimido	
3.2.1.1 Critério de plastificação e de ruptura	
3.2.1.2 Regra de endurecimento	71
3.2.1.3 Vetor de fluxo plástico	
3.2.2 Concreto tracionado	74
3.3 ELEMENTO DE REFORÇO	77
3.4 INTERFACE	79
4 MODELAGEM COMPUTACIONAL	
4.1 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS	
4.1.1 SOLID186	
4.1.2 REINF264 e MESH200	
4.1.3 SHELL281	
4.1.4 CONTA174 e TARGE170	
4.2 ASPECTOS DA ANÁLISE NÃO LINEAR	
4.3 USERMAT UTILIZADA	
4.4 MODELO ELASTO-FRÁGIL PARA O PRFC	95
4.4.1 Critério de iniciação do dano	95
4.4.2 Evolução do dano	
4.5 MODELO DE ZONA DE COESÃO NO ANSYS	96
5 ANÁLISE DE VIGAS REFORÇADAS COM PRFC	
5.1 VIGAS REFORÇADAS DE BEBER (1999)	
5.1.1 Malha e características do modelo	
5.1.2 Análise dos resultados obtidos pela simulação numérica	
5.1.2.1 Curva carga <i>versus</i> deslocamento	
5.1.2.2 Tensões no reforço de PRFC	
5.1.2.3 Tensões e deformações na armadura	
5.1.2.4 Tensões e deformações no concreto	

5.1.2.5 Tensões de aderência e deslizamentos na interface	
5.2 VIGAS REFORÇADAS DE FORTES (2004)	
5.2.1 Malha e características do modelo	127
5.2.2 Análise dos resultados obtidos pela simulação numérica	134
5.2.2.1 Curva carga <i>versus</i> deslocamento	
5.2.2.2 Tensões e deformações no reforço	141
5.2.2.3 Tensões na armadura	144
5.2.2.4 Tensões no concreto	145
5.2.2.5 Tensões e deslizamentos na interface	146
6 CONCLUSÕES	
6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS	
6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	154
7 REFERÊNCIAS	

1 INTRODUÇÃO

Desde a sua patente em 1855 pelo francês Lambot, o concreto armado teve uma utilização crescente na indústria da construção civil. Ao longo dos anos, um número cada vez maior de estruturas feitas com este material passou a existir e, principalmente, a atingir idades mais avançadas. Isto tornou cada vez mais evidente a existência de diversos fatores capazes de provocar alterações nas condições de carregamento e integridade dos materiais no decorrer do tempo.

A deterioração acarretada por agentes químicos, mudanças no tipo de uso da estrutura, falhas nas etapas de projeto e execução, alterações nas normas técnicas, são alguns dos fatores que podem tornar necessária a realização de uma intervenção para garantir a funcionalidade e vida útil da estrutura. Nesta situação, caberá ao engenheiro optar por reforçar a estrutura existente ou substitui-la por uma outra nova.

Nas atuais conjunturas econômicas e socioambientais, em que os recursos tanto naturais quanto econômicos estão cada vez mais restritos, é de interesse generalizado que as intervenções que optem pela construção de uma nova estrutura ou elemento estrutural para substituir uma outra deteriorada sejam adotadas somente em casos extremos (BEBER, 2003). Por isso, hoje existe uma grande preocupação em desenvolver metodologias e materiais para reabilitação e/ou reforço de estruturas.

De acordo com o Código Modelo da *fib* 2010 (2012), o reforço caracteriza-se por elevar a resistência, ou outra propriedade de uma estrutura ou elemento estrutural, melhorando assim o desempenho da mesma a um nível superior ao de projeto. Dentre alguns métodos convencionais, destaca-se o aumento da seção transversal com camada adicional de concreto armado (Figura 1.1-a), a protensão externa e a aplicação de reforços externos colados, sejam eles chapas de aço (Figura 1.1-b) ou materiais compósitos à base de fibras (Figura 1.1-c).





⁽fonte: FERRARI, 2007; HIGASHI, 2016)

O método de colagem de chapas de aço com resina epóxi é tradicionalmente um dos mais utilizados. As principais vantagens desse sistema estão relacionadas à facilidade de obtenção do material, ao seu custo relativamente baixo, ao seu elevado módulo de elasticidade e ao seu comportamento dúctil. Devido a estas características, o ganho de resistência pode ser alcançado sem que ocorra um aumento significativo na área da seção e sem grandes dificuldades na execução da técnica por colagem externa. Contudo, a elevada massa específica do aço pode dificultar o transporte e instalação. Além disso, a sua principal desvantagem está na possibilidade de ocorrerem processos de corrosão na interface entre o concreto e o aço, que podem prejudicar a aderência e levar ao colapso do prematuro do reforço.

Frente aos problemas que o método com chapa de aço pode apresentar, uma alternativa cada vez mais atrativa é a utilização de fibras sintéticas. Polímeros reforçados com fibras (PRF), ou em inglês *fiber reinforced polymers* (FRP), são compósitos compostos por fibras de alta resistência imersas numa matriz polimérica (normalmente resina epóxi). Dentre as principais vantagens da utilização desse tipo de material, pode-se destacar a elevada resistência, baixo peso específico, facilidade de transporte, fixação e adaptação à superfície. Além disso, o compósito não apresenta corrosão e é capaz de melhorar o desempenho ao fogo, pois possui baixa condução térmica (HOLLAWAY; LEEMING, 1999).

A fibra sintética mais utilizada na construção é a de carbono, formando os chamados polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC). O elevado desempenho mecânico desta fibra, associado a um baixo peso específico, a tornam ideal para fins de reforço estrutural em peças de concreto armado, permitindo um acréscimo mínimo de espessura e carga permanente.

De maneira semelhante a chapa de aço colada, a técnica mais utilizada com PRFC é a de aderência externa de mantas, tecidos e laminados, em inglês, *externally bonded* (EB). Apesar dos bons resultados apresentados, desde as primeiras pesquisas realizadas, foi observado que a ruptura das estruturas com este tipo de reforço, frequentemente, acontece devido ao descolamento do laminado, de maneira prematura, sem que a capacidade resistente do mesmo tenha sido esgotada.

Por isso, vem sendo desenvolvidas novas configurações da técnica de PRFC aderido, no intuito de afastar o elemento estrutural reforçado dos modos de ruptura prematuros. Neste trabalho, é abordada a técnica chamada de *Near Surface Mounted* (NSM), que consiste na inserção de barras ou laminados de PRFC em entalhes no concreto, de maneira a aumentar a área de aderência e proteger o elemento de reforço. A maior capacidade de aderência permite que maiores tensões de tração sejam atingidas no PRFC, que significa num maior aproveitamento do material, tornando o método NSM superior ao método EB.

A evolução dessas técnicas e da tecnologia do concreto como um todo, exigem métodos de análise mais refinados. Dentre os métodos existentes, merece destaque o método dos elementos finitos (MEF), que possibilita desenvolver análises não-lineares de estruturas em concreto armado. As não linearidades físicas e geométricas são incluídas ao modelo, de maneira que as respostas obtidas podem ser avaliadas desde os primeiros estágios de carga até a ruptura. Além disso, o MEF permite também a incorporação da aderência entre materiais, através dos chamados elementos de interface.

No Brasil, diferentemente de outros países, ainda não existe uma norma técnica que reúna as diretrizes para o projeto de reforço e recuperação de estruturas de concreto armado com polímeros reforçados com fibra. No entanto, para discutir o assunto e iniciar o processo de normalização, foi formada a Comissão de Estudo Especial de Materiais Não Convencionais para Reforço de Estruturas de Concreto, a ABNT/CEE-193, que mostra a atualidade e importância do tema no país. Por isso, para seguir progredindo com a disseminação e evolução desta técnica em âmbito nacional, é essencial o domínio sobre o comportamento dos materiais constituintes do sistema e sobre a maneira como os mesmos se comportam em conjunto, através da aderência.

Neste contexto, este trabalho busca fazer uso do MEF para analisar peças fletidas em concreto armado reforçadas com PRFC, dando ênfase à aderência entre os materiais. Para isto, será

empregado o *software* ANSYS, versão 19.2. O programa foi escolhido devido à elevada aceitação do mesmo no meio acadêmico, principalmente pelo constante desenvolvimento tecnológico e aperfeiçoamento apresentados pela empresa.

1.1 TRABALHOS ANTERIORES

Os primeiros estudos que propuseram a utilização de compósitos de fibra de carbono no reforço de estruturas de concreto armado foram realizados na Suíça, no EMPA – *Swiss Federal Materials Testing and Research Laboratories*, nos anos 80, com os trabalhos de Meier e Kaiser. Estes estudos comprovaram que a técnica de reforço com PRF é, em muitos aspectos, superior a técnica de chapa colada, até mesmo na questão do custo. Quando adicionados os gastos com transporte, instalação e manutenção a longo prazo, o reforço com compósitos se torna uma solução mais atrativa (HOLLAWAY; LEEMING, 1999).

Por esse motivo, várias outras pesquisas foram sendo desenvolvidas, tanto experimentalmente como numericamente, em diversos centros ao redor do mundo. Este tópico tem por objetivo fazer uma breve contextualização dos principais estudos realizados sobre reforço de peças fletidas, em concreto armado, com PRFC. Além disso, faz-se uma revisão das principais pesquisas realizadas sobre o tema dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

1.1.1 Estudos experimentais

Ensaios experimentais realizados no EMPA identificaram modos de ruptura que ocorreram na superfície entre o laminado e o concreto. Observou-se que é possível a ocorrência de um contínuo e lento descolamento do laminado devido a irregularidades na superfície do concreto (*continuous peel off*). Também é possível o descolamento do laminado devido ao deslocamento relativo vertical em fissuras de cisalhamento (*sudden peel off*) (HOLLAWAY; LEEMING, 1999).

Triantafillou e Plevris (1992) estudaram o comportamento de vigas reforçadas com compósitos de fibras. Os autores observaram um fenômeno que levava a ruína frágil e prematura da estrutura, chamado por eles de *peeling off*. Este mecanismo desenvolve-se por causa das fissuras de flexão e cisalhamento, principalmente na zona de ancoragem, como pode ser visualizado na

Figura 1.2 e na Figura 1.3. Muitas vezes, o *peeling off* irá limitar a espessura do reforço, de maneira que a ruptura acontece antes que seja alcançada a máxima resistência do material.



Figura 1.2 - Ruptura do PRFC devido às fissuras de flexão.

(fonte: GARCEZ, 2007)



Figura 1.3 - Peeling off na zona de ancoragem.

(fonte: FERRARI, 2007)

Com o objetivo de prevenir a ruína abrupta por destacamento, vários autores tentaram estudar sistemas de ancoragem para o reforço. Nesse grupo, podem ser citados Ritchie et al. (1991) e Garden e Hollaway (1998a).

Para aumentar o aproveitamento das propriedades mecânicas oferecidas pelos compósitos poliméricos, principalmente de elevados valores de módulo de elasticidade e resistência a tração, estudou-se a técnica de protensão aplicada ao PRFC. Alguns trabalhos de relevância foram publicados por Garden e Hollaway (1998b) e Triantafillou, Deskovic e Deuring (1992).

Ainda na tentativa de evitar o descolamento do reforço, mais recentemente Hassan e Rizkalla (2003) estudaram a técnica conhecida por *Near Surface Mounted* (NSM), que na tradução livre quer dizer embutido próximo a superfície. Por este método, executa-se uma ranhura na região do cobrimento da viga aonde é inserido o laminado, de forma a aumentar a área de aderência. El-Hacha e Rizkalla (2004) investigaram a técnica de NSM com laminados e barras de PRFC. Aplicaram também laminados de polímeros reforçados com fibra de vidro embutidos.

Outra alternativa, pesquisada por Ferrari (2007), para tentar retardar ou até evitar o desprendimento prematuro, consiste na substituição do concreto localizado na região inferior da viga, por um compósito de alto desempenho composto por cimento Portland e fibras de aço. Este novo substrato sobre o qual é aderido o PRFC, chamado de "substrato de transição", mostrou melhorar consideravelmente o desempenho da peça. Arquez (2010) aplicou a técnica de NSM em conjunto com substrato de transição e obteve resultados ainda mais satisfatórios.

1.1.2 Estudos numéricos

Alguns pesquisadores buscaram desenvolver modelos analíticos e numéricos que representassem o comportamento de estruturas reforçadas. Neste grupo, estão os estudos desenvolvidos utilizando o método dos elementos finitos. Chimello (2003), por exemplo, analisou numericamente as vigas ensaiadas por Beber (1999), Ferrari (2002) e Juvandes (1999) e obteve bons resultados.

Pešić e Pilakoutas (2003) confrontaram seus resultados experimentais com os obtidos utilizando a plataforma comercial ABAQUS. O modelo não linear proposto pelos autores foi capaz de prever rupturas frágeis e de descolamento do reforço.

Perera et al. (2004) realizaram análises de blocos em concreto unidos por laminados de PRFC. Os comportamentos não lineares dos materiais foram considerados, incluindo um modelo de fissuração para o concreto. Já o polímero foi considerado elástico até atingir a ruptura e aderência foi considerada perfeita. Comparou-se os resultados obtidos numericamente com os valores experimentais e, de maneira geral, o modelo foi capaz de prever razoavelmente bem o comportamento da viga reforçada.

Gamino (2007) obteve bons resultados numéricos utilizando o programa DIANA e os códigos acadêmicos próprios QUEBRA2D e FEMOOP. O ANSYS foi empregado nas análises feitas

por Kachlakev e Miller (2001) e Jayajothi, Kumutha e Vijai (2013). Porém, nestes estudos, a aderência entre o reforço e a estrutura foi considerada perfeita.

Sarturi (2014) desenvolveu uma análise numérica no ABAQUS, utilizando modelos constitutivos baseados na Mecânica do Dano. O comportamento da aderência do reforço foi analisado, através de um Modelo de Zona de Coesão. Os resultados obtidos se mostraram muito próximos aos dos ensaios experimentais.

1.1.3 Estudos realizados pelo PPGEC (UFRGS)

O Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul foi precursor dos estudos com PRFC no Brasil, com a pesquisa realizada por Beber (1999 e 2003). Beber (1999) ensaiou dez vigas com colagem externa de laminados de PRFC, variando a quantidade de camadas de laminado. O mesmo autor, em 2003, publicou na sua tese de doutorado os resultados da investigação experimental feita com vigas reforçadas à flexão e ao cisalhamento (Figura 1.4).



Figura 1.4 - Ensaio à flexão de viga reforçada com PRFC.

(fonte: BEBER, 2003).

Meneghetti (2007) continuou os estudos sobre o tema, dessa vez avaliando e comparando o desempenho de vigas reforçadas com compósitos poliméricos de fibras de carbono, de vidro e de aramida. Garcez (2007) também investigou os efeitos da variação do material da fibra e avançou no estudo da técnica de protensão de compósitos laminados.

Na área de simulação numérica, Paliga (2008) implementou um modelo, dentro do método de elementos finitos, com elementos unidimensionais de interface que podem ser visualizados na Figura 1.5. O autor realizou uma análise probabilística através do método de simulação de

Monte Carlo e chegou à conclusão que a probabilidade de falha das vigas recuperadas foi menor que a das vigas originais.



Figura 1.5 - Modelagem por elementos finitos realizada por Paliga (2008).

Recentemente têm se desenvolvido no PPGEC uma linha de pesquisa que emprega o sistema ANSYS na análise de elementos em concreto armado e protendido. Entre os trabalhos acadêmicos pertencentes a este grupo, está o trabalho de Kunzler (2013), que realizou uma análise não linear de vigas em concreto protendido pré-tensionado com furos. Lazzari (2015) estudou vigas de concreto protendido sob estados planos de tensão, com a implementação de modelos constitutivos para os materiais, através da ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*) do ANSYS. Lazzari (2016) implementou um modelo visco-elastoplástico 3D para o concreto, também com a plataforma UPF, para analisar as etapas construtivas de pontes estaiadas. Schmitz (2017) simulou uma ponte composta por estrutura mista aço-concreto, inserindo elementos de contato. Ayala (2017) adaptou para elementos de casca a rotina implementada por Lazzari (2016), com o objetivo de analisar lajes em concreto armado e protendido. Nenhum trabalho anterior deste grupo utilizou o *software* ANSYS para simulação de estruturas reforçadas com PRFC.

⁽fonte: PALIGA, 2008)

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

O objetivo principal do trabalho é desenvolver um modelo computacional para simular numericamente vigas em concreto armado com reforço de polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC), através do método dos elementos finitos, fazendo uso do *software* comercial ANSYS, versão 19.2. Para atingir este objetivo, primeiramente é necessário alcançar alguns objetivos secundários:

- a) realizar uma pesquisa bibliográfica sobre as técnicas utilizando PRFC aderido externamente e embutido no cobrimento de concreto, com ênfase nos modelos de aderência entre os materiais;
- b) estudar as ferramentas do *software* ANSYS versão 19.2, especialmente os elementos de contato e modelos de aderência disponibilizados pelo programa;
- c) descrever os modelos constitutivos dos materiais;
- d) verificar o desempenho do modelo computacional de viga com reforço de PRFC, externamente aderido e embutido, comparando os resultados obtidos com resultados experimentais.

1.3 LIMITAÇÕES

O trabalho possui as seguintes limitações:

- a) utilização de um único *software* para a análise da estrutura (ANSYS, versão 19.2);
- b) não serão considerados outros tipos de fibras, restringindo o trabalho ao emprego de polímeros reforçados com fibra de carbono;
- c) a matriz e as fibras não serão modelados de maneira independente, mas sim através de um material único, o PRFC e por isso não serão considerados deslizamentos relativos que possam existir entre a matriz e as fibras;
- d) os modelos de aderência adotados serão limitados ao formato bilinear;

e) não serão realizadas análises diferidas no tempo, restringindo-se ao comportamento instantâneo da peça.

1.4 DELINEAMENTO DA PESQUISA

Na Figura 1.6 está apresentado um esquema com as etapas do andamento do trabalho.



Figura 1.6 - Esquema do delineamento da pesquisa.

(fonte: elaborada pela autora)

A revisão bibliográfica foi a primeira etapa a ser iniciada e foi continuada ao logo de toda a pesquisa. Em seguida, foi iniciado o desenvolvimento do modelo computacional, para o qual foram estudadas as funcionalidades do *software* ANSYS, versão 19.2, e os elementos finitos empregados. Também foi feita uma avaliação dos modelos constitutivos dos materiais aço, PRFC e concreto, para a consideração das não-linearidades físicas nas análises. Posteriormente, foram estudados os modelos de aderência encontrados na literatura, para serem acrescentados ao modelo numérico através dos elementos de contato. Com essas etapas concluídas, verificouse o comportamento do modelo computacional, comparando os resultados finais obtidos com os resultados experimentais. Simulou-se as vigas com reforço aderido externamente de

Beber (1999) e as vigas com reforço embutido no cobrimento de Fortes (2004). Por fim, através da análise dos resultados finais, foram feitas as últimas considerações sobre o trabalho.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Com o objetivo de apresentar de forma clara e objetiva o estudo realizado, o presente trabalho está dividido em seis capítulos. Este **Capítulo 1** apresentou uma breve introdução ao tema, com a importância do assunto abordado, para em seguida serem traçados os objetivos propostos e as limitações existentes.

No **Capítulo 2** traz uma pesquisa bibliográfica dos conceitos, materiais e características de técnicas de reforço com PRFC. São abordadas as técnicas com compósito externamente aderido e embutido. Também são apresentadas características do comportamento e modelos de aderência encontrados na literatura.

A definição dos modelos constitutivos empregados é feita no **Capítulo 3**, tanto para o aço, concreto e PRFC, quanto para o comportamento da aderência entre estrutura e reforço. O **Capítulo 4** descreve a modelagem em elementos finitos feita no programa ANSYS, versão 19.2, e apresenta a rotina *usermat* customizada por Lazzari (2016), implementada para modelar o comportamento elastoplástico do concreto.

No **Capítulo 5** são discutidos os resultados das simulações numéricas feitas, através de comparações entre os resultados experimentais de vigas em concreto armado com e sem reforço com PRFC. Por fim, no **Capítulo 6**, são feitas as considerações finais sobre o trabalho realizado.

2 REFORÇO DE ESTRUTURAS COM PRFC

Desde 1940, os materiais compósitos desempenham funções importantes nas áreas das engenharias militar, aeroespacial, náutica, ferroviária e automobilística. O alto custo inicial de produção, atrelada à falta de pesquisas e informações técnicas adequadas, inibiram por um tempo a utilização destes materiais na construção civil. Somente no final dos anos 80 que foi realizada a primeira aplicação de um sistema de reforço com polímero reforçado com fibras (JUVANDES, 1999). A partir de então, o constante barateamento das matérias primas e dos custos de produção tornaram esses materiais cada vez mais competitivos em relação aos tradicionalmente empregados na recuperação de estruturas.

Beber (2003) diferencia o ato de reparar do ato de reforçar uma estrutura. No primeiro caso, o objetivo é corrigir uma deficiência estrutural ou funcional, não necessariamente restabelecendo as condições de resistência e durabilidade da estrutura ou componente. Já o reforço, consiste em elevar o desempenho de uma estrutura, tornando-a mais resistente que seu estado original.

Neste capítulo são apresentados os conceitos e características de técnicas de reforço com PRFC, mais especificamente voltado para elementos estruturais submetidos à flexão. Inicialmente, é abordada a técnica mais utilizada, com o compósito aderido à superfície do elemento. Em seguida, é apresentada uma nova solução, chamada de *near surface mounted* (NSM), que busca otimizar o aproveitamento das propriedades mecânicas do PRFC, inserindo as barras e laminados constituídos deste material, dentro de ranhuras realizadas no cobrimento de concreto.

2.1 PRFC EXTERNAMENTE ADERIDO

A aplicação de reforço à flexão por colagem externa de PRFC, *externally bonded* (EB), é um processo não-intrusivo, ou seja, que não oferece qualquer risco de enfraquecimento ou dano para estrutura, pois não necessita de ancoragens com parafusos ou qualquer outro sistema (BEBER, 1999).

Os laminados aderidos atuam como um suplemento a armadura existente no interior do elemento de concreto armado, reduzindo as tensões aplicadas sobre a estrutura original. Isto conduz a aumentos significativos na resistência à flexão da peça, com incrementos de rigidez evidenciados por menores deformações e fissuras.

Os itens a seguir apresentam as vantagens, propriedades, elementos constituintes e características dos sistemas de reforço com PRFC aderido.

2.1.1 Vantagens da técnica

O reforço de estruturas com PRFC aderido é uma solução que apresenta uma série de vantagens com relação a outras técnicas, como por exemplo, a de chapa e aço colada. A seguir, estão listadas algumas destas vantagens, apresentadas por Hollaway e Leeming (1999):

- a) *Resistência*: compósitos de fibras de carbono possuem resistência à tração no sentido normal às fibras, pelo menos 3 vezes superior ao aço, chegando a até 10 vezes;
- b) *Peso próprio*: a densidade do laminado de PRFC é pouco mais de 20% da densidade do aço. Isto implica numa maior facilidade de transporte e instalação, dispensando maquinário e escoramento pesados. Consequentemente, o tempo de interdição necessário para execução do sistema é menor;
- c) Menor necessidade de fixação: os laminados são mais finos que as chapas de aço, com capacidade resistente equivalente. Este fato ajuda a reduzir as tensões que ocasionam o descolamento do reforço;
- d) *Durabilidade*: diferentemente do aço, o PRFC não apresenta corrosão. No entanto, condições ambientais adversas podem afetar a sua durabilidade (GARCEZ, 2007);
- e) Resistência à ação do fogo: o compósito apresenta baixa condutividade térmica, evitando que o calor se propague até o adesivo. Além disso, o material não queima, apenas carboniza, permitindo que a capacidade de resistência seja mantida por um maior período de tempo;
- f) *Manutenção*: os compósitos não necessitam de manutenção periódica, diferente do que acontece com reforço com chapa de aço, que exige constante manutenção contra oxidação;
- g) Protensão: os laminados de PRFC são possíveis de serem protendidos;

 h) Versatilidade de projeto: não possuem limitação de comprimento e podem ser aplicados num número variável de camadas.

2.1.2 Elementos constituintes do reforço

Os Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono (PRFC) são materiais compósitos. Todo compósito é formado por dois ou mais materiais que, quando unidos, integram um material cujas propriedades são superiores às dos constituintes isolados.

As características do material multifásico são funções, não apenas das partes constituintes, mas também de suas quantidades relativas e disposições geométricas. O próprio concreto, por exemplo, é um material compósito formado por partículas (agregados graúdos e miúdos) unidas pela pasta de cimento (BEBER, 2003). Muitos compósitos possuem apenas duas fases: a fase dispersa e a fase contínua (matriz), que envolve a primeira fase.

Quando a matriz é fabricada a partir de um material polimérico e quando a fase dispersa apresenta uma elevada relação entre seu comprimento e diâmetro, ou seja, são fibras, o compósito pode ser denominado PRF (BEBER, 2003; GARCEZ 2007). Para entender as propriedades deste material, é necessário conhecer os seus componentes. No item 2.1.2.1 ao item 2.1.2.3, estão apresentadas as características dos constituintes do PRFC e do adesivo que une o reforço à estrutura.

2.1.2.1 Fibra de Carbono

As fibras utilizadas para reforço com PRF devem possuir módulo de elasticidade consideravelmente maior que o da matriz constituinte, de maneira que sejam elas as principais responsáveis por resistir às tensões atuantes e, por isso, devem dispor de elevada resistência (HOLLAWAY; LEEMING, 1999). Além da resistência, segundo Garcez (2007), o custo e o comportamento ao longo do tempo também são características que devem ser consideradas na seleção das fibras.

Vários tipos de fibra já foram estudados para fins de reforço estrutural. Entre elas, podem ser citadas fibras de boro, polietileno, poliéster, poliamida e basáltica. No entanto, atualmente, as principais fibras utilizadas comercialmente são as de vidro, carbono e aramida. Dentre as três, destaca-se a fibra de carbono pelo seu baixo peso, alta resistência e elevada rigidez, como pode ser observado na Tabela 2.1.

Propriedade	Vidro-E	Aramida (A) Kevlar 49™	Carbono de elevada resistência (HS)	Carbono de elevado módulo de elasticidade (MS)	Aço CA-50
Resistência à	2400	3600	3300 - 5000	1500 - 4700	500 (esc.)
tração (MPa)					550 (rup.)
Módulo de elasticidade (GPa)	70	130	230 - 300	345 - 590	210
Deformação	35	25	15-22	06-14	0,2 (esc.)
na ruptura (%)	5,5	2,5	1,5 - 2,2	0,0 - 1,4	6 (rup.)
Peso específico (kN/m ³)	25,6	14,4	18	19	78,5

Tabela 2.1 - Propriedades de algumas fibras utilizadas na construção civil.

(fonte: Adaptado de KENDALL, 1999 apud BEBER, 2003)

Segundo Hollaway e Leeming (1999), o processo de fabricação das fibras de carbono envolve a pirólise (carbonização) de um filamento orgânico a temperaturas que variam de 1000° C até 3000° C. As fibras com maiores módulos de elasticidade são obtidas com a utilização de temperaturas mais elevadas no processo de fabricação. No entanto, temperaturas mais altas comprometem, um pouco, a resistência à tração.

2.1.2.2 Matriz

De acordo com Arquez (2010), a matriz polimérica tem a função de transmitir os esforços entre as fibras, de proteger as mesmas contra agressividades ambientais físicas e químicas e de auxiliar na resistência ao cisalhamento no plano do reforço.

Existe uma grande variedade de matrizes disponíveis para fabricação de PRFC. No contexto da engenharia estrutural, as resinas termorrígidas merecem destaque. Dentre elas estão o poliéster, o éster-vinílico, uretano metacrilato, fenol e epóxi (HOLLAWAY; LEEMING, 1999).

2.1.2.3 Adesivo Epóxi

Além do compósito de PRFC, o sistema de reforço necessita de um agente, chamado de adesivo (ou cola), capaz de aderir o polímero ao elemento que se deseja reforçar. De acordo com Arquez (2010), as resinas epóxi tem sido utilizadas nesta função, pois apresentam as seguintes características: elevada adesão ao concreto, elevada resistência mecânica, impermeabilidade e elevada resistência ao ataque químico. Ferrari (2007) atenta para o efeito que elevadas temperaturas pode ter sobre o adesivo, provocando perdas de resistência e no módulo de elasticidade.

Segundo Juvantes (1999) a resina epóxi é um composto bi-componente, que só se forma completamente quando ocorre a reação química do oxigênio da resina com o hidrogênio das aminas contidas no endurecedor. Cada fabricante recomenda uma proporção ideal para a mistura de resina e endurecedor. A qualidade do produto final dependerá, além disso, do tempo, temperatura e umidade ambientes.

Dentre as características fornecidas pelos fabricantes, merecem cuidado especial duas, referentes a fase não endurecida:

- a) Pot life (tempo de utilização): tempo a partir do qual a mistura dos componentes passa a perder capacidade de aderência. É mais curto a altas temperaturas, e por isso, maiores quantidades de mistura diminuem o tempo de manuseio, já que a reação de formação do compósito provoca a liberação de calor (exotérmica);
- b) Open time (tempo de colagem): tempo decorrente entre a aplicação e o início do endurecimento. É influenciado pela temperatura do ambiente e da superfície de aplicação.

No mercado existe uma grande variedade de formulações para resina, que permite a adaptação às condições e especificações de aplicação. Por outro lado, Arquez (2010) alerta que a escolha incorreta deste material pode reduzir a eficiência do reforço, como um todo, sendo capaz até de levar ao seu colapso prematuro.

Além do adesivo, merecem destaque o *primer* e *putty*, que são produtos aplicados para preparar o substrato, complementando e potencializando a cola. O *primer* é responsável por penetrar a superfície de concreto de maneira melhorar a propriedade adesiva da mesma. O *putty*, por sua

vez, corrige pequenas imperfeições existentes, de modo a evitar a formação de bolhas no reforço.

2.1.3 Resumo das propriedades mecânicas

As propriedades físicas e mecânicas de cada polímero reforçado com fibra são influenciadas pelos seus materiais constituintes, pela proporção entre suas fases, pela disposição das fibras na matriz, pela técnica de produção e pelo controle de qualidade adotado na mesma. Nesse tópico, faz-se um breve resumo das características do compósito com fibras de carbono que são de interesse para engenharia estrutural, mais especificamente para o reforço de estruturas.

Os PRFC são, na grande maioria das vezes, empregados para resistir às solicitações de tração. Nesta situação, o material não apresenta escoamento e tem comportamento elástico-linear até a ruptura, que ocorre de maneira frágil. A resistência à tração na direção perpendicular às fibras é muito inferior à direção longitudinal e por isso deve ser evitada.

Quando submetidos à compressão, a resistência do compósito é normalmente controlada pela microflambagem, que ocorre em escala microscópica devido a falhas transversais na matriz ou por falhas de cisalhamento. Apesar de menos comum, situações de redistribuição de carga ou atuação de cargas cíclicas, podem ocasionar tensões de compressão no PRFC. Nesse caso, segundo Garcez (2007), a resistência à compressão axial do material equivale a cerca de 78% da resistência à tração.

A maioria dos compósitos de fibra de carbono comercializados atualmente apresenta resistência variando entre 1500 e 5000 MPa, enquanto que o módulo de elasticidade pode variar, na direção normal das fibras, entre 230 e 640 MPa (ver Tabela 2.1 apresentada anteriormente).

Com relação à fadiga, pode-se afirmar que a aplicação de reforços com PRFC favorece consideravelmente a resistência à ciclos de carga repetidos. Segundo Hollaway e Leeming (1999), o comportamento à fadiga das fibras de carbono é geralmente muito superior ao dos metais e outros compósitos. O mesmo pode ser expandido para compósitos unidirecionais solicitados no sentido da fibra. No entanto, se a matriz não possuir a resistência necessária, ou se a solicitação for oblíqua à direção das fibras, a resistência à fadiga pode ser comprometida.

Por serem materiais viscoelásticos, os polímeros deformam continuamente quando submetidos a tensões constantes. Diante disso, este comportamento merece atenção especial, principalmente quando submetido a elevadas temperaturas. Mesmo assim, o desempenho do PRFC à fluência é significativamente melhor que o do aço "padrão" e comparável aos aços de baixa relaxação (HOLLAWAY; LEEMING, 1999).

Erki e Meier (1999) estudaram a resposta de vigas de concreto armado com reforço externo de PRFC submetidas a carga de impacto. Apesar da boa performance ao impacto, as vigas com reforço de PRFC não foram capazes de promover a mesma absorção de energia que as vigas reforçadas com chapas de aço.

2.1.4 Sistemas de reforço com PRFC aderido

Os primeiros reforços à flexão realizados com PRF foram feitos com a aplicação direta sob o substrato, através de adesivos à base de resina epóxi. O mercado disponibiliza diferentes sistemas de reforço desse tipo, podendo ser pré-fabricados ou curados *in situ*. O primeiro consiste de laminados semi-rígidos unidirecionais, resultantes da impregnação das fibras por uma resina termorrígida. Já os sistemas curados *in situ* são constituídas por fios, mantas ou tecidos, em estado seco ou pré-impregnado (BEBER, 2003).

Segundo Juvantes (1999), a técnica de reforço de vigas por aderência externa com PRFC envolve duas fases: a preparação da superfície que irá receber o compósito e a colagem do material, propriamente dita.

Seja qual for o sistema empregado, pré-fabricado ou curado no local, a preparação e regularização da superfície de concreto são essenciais. Diferente de outros tipos de reforço, como argamassa de alto desempenho ou concreto convencional por exemplo, o reforço com compósitos de fibra exige que a superfície seja o mais regular possível. Além disso, a camada de calda de cimento deteriorada ou frágil deve ser removida, de maneira a expor os agregados (BEBER,2003).

2.1.4.1 Sistemas pré-fabricados

Nos sistemas pré-fabricados, utilizam-se laminados de PRFC do tipo unidirecional, que podem ser visualizados na Figura 2.1. Para a fabricação desses elementos, normalmente faz-se uso da técnica de pultrusão, ilustrada pela Figura 2.2. Nesta técnica, os conjuntos de fios de fibra são
embebidos em uma resina termorrígida e, posteriormente, atravessam uma matriz de préconformação, que posiciona os feixes, estabelecendo a proporção de materiais desejada. O material é então curado, por aquecimento, e assume sua configuração final. O processo é contínuo, automatizado e capaz de controlar a espessura e largura do laminado.



Figura 2.1 - Componentes de um sistema pré-fabricado com laminados de PRFC.

```
(fonte: JUVANDES, 1999)
```





(fonte: MEIER, 2005 apud GARCEZ, 2007)

2.1.4.2 Sistemas curados in-situ

Os sistemas curados *in situ*, chamados de *wet lay-up* ou *hand lay-up*, são constituídos de fios, mantas ou tecidos (em estado seco ou impregnado) que são manualmente banhados por uma resina termorrígida. O compósito só se forma após a cura, no local de aplicação. Um rolo de manta pré-impregnada pode ser visualizado na Figura 2.3-a.

O processo de moldagem é iniciado com uma camada inicial de resina aplicada sobre a estrutura. Depois é posicionado o tecido, manta ou fios, que recebe, em seguida, outra camada de resina. Rolos podem ser utilizados para melhorar a imersão das fibras, estimulando a saída de ar. Este processo, esquematizado na Figura 2.3-b, pode ser repetido se for exigido um número maior de camadas de fibras. A cura é realizada sob umidade e temperatura ambiente.

Neste sistema, a resina de impregnação funciona tanto como matriz para as fibras, como adesivo para superfície. Normalmente de natureza epóxi, devem possuir baixa viscosidade e ao mesmo tempo apresentarem alta tixotropia, para reduzir escorrimentos.



Figura 2.3 - Sistema curados in situ: a) componentes e b) esquema de aplicação.

Garcez (2007) alerta para possíveis perdas de desempenho e durabilidade ocasionadas por erros na proporção entre os materiais, com excesso ou escassez de matriz. Por outro lado, se corretamente instalado, o reforço curado *in situ* deve apresentar comportamento semelhante aos laminados pré-fabricados, com custos de fabricação muito inferiores a este.

A Tabela 2.2 resume as principais características dos sistemas de reforço com PRFC apresentados nos itens 2.1.4.1 e 2.1.4.2. São apresentadas também aspectos importantes da instalação particulares de cada um. Deve-se atentar que o baixo controle de qualidade na aplicação de qualquer um dos sistemas pode ocasionar perda da ação compósita entre o reforço e a estrutura, além de problemas na integridade do reforço a longo prazo.

⁽fonte: JUVANDES, 1999; BEBER, 2003)

Característica	Sistemas Pré-fabricados	Sistemas curados in situ		
Forma	Tiras ou laminados	Mantas ou tecidos		
Espessura	1,0 a 1,5 mm	0,1 a 0,5 mm		
Utilização	Colagem dos elementos pré- fabricados com adesivo	Colagem e impregnação das mantas e tecidos com resina		
Aspectos típicos da instalação	Salvo condições especiais, aplicável somente em superfícies planas; Adesivo tixotrópico para colagem; Geralmente uma única camada; Rigidez do compósito e tixotropia do adesivo permitem a tolerância de algumas imperfeições na superfície reforçada; Aplicação simplificada, maior garantia de qualidade (sistema pré- fabricado).	Independe da forma da superfície, necessidade de arredondamentos nos cantos; Resina de baixa viscosidade para colagem e impregnação; Frequentemente várias camadas; Aplicação do <i>putty</i> é necessária para prevenir o descolamento por imperfeição da superfície; Versatilidade de aplicação, necessita de rigoroso controle de qualidade.		

Tabela 2.2 - Principais características e aspectos de instalação de sistemas de reforço com PRFC.

(fonte: BEBER, 2003)

2.1.5 Comportamento e Modos de Ruptura

Os primeiros estudos experimentais elaborados no EMPA permitiram concluir que o comportamento geral de um elemento fletido reforçado com PRFC, durante o processo de carregamento, apresenta três Estádios, que podem ser visualizados no gráfico de força x deslocamento (Figura 2.4). Os Estádios I e II são idênticos aos observados em vigas em concreto armado: o primeiro corresponde ao estado não fissurado da seção e o segundo é caracterizado pelo estado fissurado do concreto e comportamento elástico do aço. O Estádio III se inicia quando ocorre plastificação da armadura e continua até a ruptura à tração do PRFC (desconsiderando colapso por esmagamento do concreto e por desprendimento do reforço).



Figura 2.4 - Comportamento clássico de vigas reforçadas com PRFC.

(fonte: elaborada pela autora)

Para ocorra um incremento de carga de ruptura significativo da viga reforçada em relação às vigas sem reforço, é necessário que a taxa de armadura desta última seja baixa. Isto implica numa ruptura por deformações plásticas excessivas da armadura, dentro do domínio 2 de deformação segundo a ABNT NBR6118 (2014). Se uma maior taxa é empregada, o colapso ocorre por esmagamento do concreto. Dessa maneira, a aplicação de reforço em estruturas que originalmente já apresentam taxas de armadura elevadas (domínio 3 de deformação) propicia menores incrementos nas cargas últimas (BEBER, 1999).

Triantafillou e Plevris (1992) identificaram os possíveis modos de ruptura à flexão que uma viga reforçada com PRFC *externally bonded* pode apresentar. Estes modos combinam o esmagamento do concreto à compressão, escoamento do aço ou ruptura do PRFC. De maneira mais específica:

- a) escoamento do aço seguido por ruptura do PRFC: quando a taxa de armadura e a espessura do PRFC não são elevadas, a peça perde sua resistência à flexão por escoamento da armadura e ruptura do compósito;
- b) escoamento do aço seguido por esmagamento do concreto: quando o reforço apresenta uma espessura considerável, mas a taxa de armadura é baixa, o concreto esmaga à compressão;
- c) esmagamento do concreto: quando a espessura do PRFC e a taxa de armadura são elevadas, ocorre a ruptura frágil do concreto à compressão, antes do aço e do

reforço perderem suas capacidades resistivas. O Boletim 14 CEB-FIP (2001) ressalta que este modo de ruptura é frágil e, portanto, deve ser evitado.

Além dos modos de ruptura clássicos descritos, Juvandes (1999) cita outros modos de falha que podem dar-se na ligação entre o concreto e o compósito. O descolamento do laminado, de forma brusca ou contínua, é capaz de levar o elemento estrutural ao colapso prematuro. O autor lista ainda as possíveis situações que causariam o destacamento do reforço: irregularidades na superfície do concreto e fissuras de flexão e cisalhamento (*peef off*).

Outros modos de falha que podem acontecer na zona de ancoragem do laminado, chamados de efeitos de extremidade: destacamento do PRFC (*peeling off*) e o arrancamento da camada de concreto junto à armadura longitudinal (TRIANTAFILLOU; PLEVRIS, 1992; JUVANTES, 1999; HOLLAWAY; LEEMING, 1999).

Apesar de pouco provável, é possível ocorrer o cisalhamento interlaminar do compósito ou ainda ruptura do adesivo. No entanto, como o PRFC e a resina são materiais bem mais resistentes que o concreto, supõe-se que esse tipo de falha só venha a acontecer quando existirem defeitos na instalação e/ou na fabricação dos materiais (HOLLAWAY; LEEMING, 1999).

O Quadro 2.1 e a Figura 2.5 apresentam, de forma esquemática e resumida, os modos de ruptura observados experimentalmente, sejam eles por ruptura clássica ou por destacamento do reforço e/ou efeito de extremidade.

Ruptura clássica de estrutura de concreto armado submetida à flexão	 [1] Deformação plástica excessiva da armadura longitudinal [2] Esmagamento do concreto [3] Ruptura do reforço à tração [4] Colapso da viga por cisalhamento
Destacamento do reforço	[5a] Devido à irregularidade da superfície[5b] Devido a fissuras de cisalhamento (<i>sudden peel off</i>)[5c] Devido a fissuras de flexão (<i>continuous peel off</i>)
Efeitos de extremidade	[6] <i>Peeling off</i>[7] Arrancamento da camada de concreto junto à armadura longitudinal
Falha de coesão	[8] Na interface adesivo/compósito[9] Na interface adesivo/concreto (<i>sudden peel off</i>)[10] Cisalhamento interlaminar do compósito
	(fonte: JUVANDES, 1999 adaptado por BEBER, 2003)

Quadro 2.1 - Modos de ruptura possíveis.

Figura 2.5 - Modos de ruptura possíveis.



(fonte: JUVANDES, 1999 adaptado por BEBER, 2003)

2.2 PRFC INSERIDO NO COBRIMENTO DE CONCRETO

A técnica de reforçar vigas com colagem externa de laminados de PRFC, mostrou-se eficiente quando comparada à outras técnicas tradicionais de reforço em elementos fletidos. No entanto, observou-se que o sistema, obtido pela simples colagem do laminado na face tracionada da peça, não é capaz de fazer uso da máxima capacidade resistente do material.

Na tentativa de evoluir a técnica de reforço com PRFC, pesquisas foram desenvolvidas com alternativas para melhorar o aproveitamento do sistema e dos materiais, principalmente de maneira a evitar o descolamento prematuro do laminado. Este item aborda o método com PRFC inserido no cobrimento de concreto.

2.2.1 Características e vantagens da técnica

O método conhecido por *Near-Surface Mounted* (NSM) vem ganhando espaço no âmbito da aplicação de PRFC. Nesta técnica, ranhuras são executadas no cobrimento do elemento em concreto, aonde são inseridas as barras ou laminados do compósito polimérico, como pode ser visualizado na Figura 2.6. A aderência e o preenchimento da área da ranhura são proporcionados por uma resina epóxi, argamassa ou por graute (HOLLAWAY; TENG, 2008).



Figura 2.6 - Esquema de sistema NSM.

Vários estudos, como os realizados por El-Hacha e Rizkalla (2004) e Barros e Fortes (2002), comprovam a superioridade da técnica NSM em relação a técnica de reforço com PRFC EB, aumentando significativamente a rigidez, carga última da estrutura e o aproveitamento das propriedades mecânicas do PRFC. O desempenho do reforço depende da quantidade de PRFC,

⁽fonte: ZHANG et al., 2017)

da taxa de armadura utilizada, do modo de falha apresentando, entre outros fatores (ZHANG; YU; CHEN, 2017).

De Lorenzis e Teng (2007) listam uma série de vantagens que o reforço com PRFC embutido oferece:

- a) facilidade de aplicação, pois não é mais necessário preparar a superfície (retirar a pasta de cimento, irregularidades na superfície e camadas danificadas);
- b) menos suscetível ao destacamento, devido a existência de dupla área de aderência que reduz as tensões cisalhantes;
- c) maior facilidade de ancoragem das barras em elementos vizinhos, prevenindo rupturas por desprendimento do reforço;
- d) a protensão pode ser executada mais facilmente, se necessária;
- e) as barras e laminados NSM ficam protegidos pela capa de concreto, de maneira que se tornam menos suscetíveis à impactos, danos mecânicos, vandalismos e ao fogo. Por esse motivo, a técnica é adequada para reforço à flexão em regiões de momento negativo;
- f) a estética da peça praticamente não é alterada, como pode perceber no acabamento final na viga da Figura 2.7.



Figura 2.7 - Aspecto final de viga reforçada com técnica NSM.

(fonte: ARQUEZ, 2010)

Pelos mesmos motivos apresentados no item 2.1.2.1, compósitos com fibra de carbono são as mais adequadas para compor o NSM. A elevada resistência deste material permite áreas menores de reforço, que implicam também em entalhes menores. Logo, oferece uma maior facilidade na instalação e menores riscos de danificar a armadura interna de aço, além de reduzir a quantidade de material de preenchimento.

Quanto ao material de preenchimento, atualmente são mais empregadas resinas epóxi, de alta ou baixa viscosidade. As de baixa viscosidade podem ser utilizadas nas regiões de momento negativo, enquanto as de alta viscosidade são preferidas para outros casos, pois dificultam a perda de resina por escorrimento. Alguns estudos têm sido desenvolvidos utilizando argamassa cimentícia no lugar da resina, mas os resultados têm mostrado que este material oferece algumas limitações para esta função (DE LOREZIS; TENG, 2007).

O PRFC NSM pode ter seção com formato circular, retangular, quadrado ou laminar, além disso podem possuir diversos tipos de superfícies e rugosidades. Alguns exemplos podem ser visualizados na Figura 2.8. Zhang, Yu e Chen (2017) afirmam que formatos laminares, com largura significativamente maior que a espessura, favorecem à aderência, pois a sua geometria maximiza a relação entre superfície de contato e seção transversal.



Figura 2.8 - Geometria de barras e laminados NSM.

2.2.2 Procedimento de reforço

A aplicação da técnica NSM envolve os seguintes passos (FORTES, 2004; SENA CRUZ et al.,2016):

a) execução dos entalhes no cobrimento de concreto utilizando disco de corte;

⁽fonte: SENA CRUZ et al., 2016)

- b) limpeza do entalhe executado utilizando jato de ar comprimido;
- c) limpeza do PRFC com um material adequado, normalmente acetona;
- d) preparação do adesivo, seguindo as recomendações específicas do fabricante;
- e) aplicação do adesivo nas ranhuras, procurando preenche-las por completo e, se possível, aplicar adesivo nas laterais do PRFC;
- f) inserção do laminado no entalhe, pressionando levemente para forçar o adesivo a escoar para entre o PRFC e a borda das ranhuras, evitando-se a formação de vazios;
- g) remoção do adesivo em excesso e nivelamento da superfície;

2.2.3 Modos de Ruptura

De Lorenzis e Teng (2007) dividem os modos de ruptura apresentados pelo sistema em dois grupos: os modos clássicos observados em elementos em concreto armado submetido à flexão, incluindo esmagamento do concreto ou ruptura do compósito, após o escoamento da armadura; e os modos de ruína prematuro ocasionados pelo descolamento do reforço.

Segundo os mesmos autores, na técnica NSM, vários fatores podem influenciar na performance da ligação: dimensões e formato da barra e do entalhe, resistência dos materiais (concreto e resina), rugosidade das superfícies (barra e entalhe), distância entre entalhes e distância do reforço à extremidade da peça.

O trabalho recente de Zhang, Yu e Chen (2017) divide os tipos de ruptura em vigas observados nas investigações experimentais em dois, afora as convencionais ruinas por esmagamento do concreto e ruptura do PRFC:

 a) Destacamento induzido por fissuras intermediárias: O descolamento é iniciado na região de momento máximo, localizada no meio da viga, e se propaga para a extremidade do reforço. Podem se dar por destacamento da interface entre laminado e concreto (Figura 2.9-a), ou também por separação do cobrimento (Figura 2.9-b), quando a camada de concreto inferior se desprende da viga, com o aparecimento de uma fratura percorrendo todo o plano da armadura; b) Destacamento na região de ancoragem: Nesta ruptura, o descolamento começa na extremidade do laminado e se propaga até o centro da viga. Ocorre normalmente devido a elevada tensão de cisalhamento e elevada tensão normal causadas pela terminação abrupta do PRFC. Da mesma forma que o grupo anterior, pode ser dividido em descolamento na interface (Figura 2.10-a) e separação do cobrimento de concreto (Figura 2.10-b).

Figura 2.9 - Destacamento induzido por fissuras intermediárias.



(fonte: : ZHANG; YU; CHEN, 2017)



Figura 2.10 - Destacamento na região de ancoragem.

(fonte: ZHANG; YU; CHEN, 2017)

O descolamento da interface, seja numa região intermediária ou na região de ancoragem, é governado principalmente pela abertura de fissuras de flexão, que provoca deslocamentos relativos entre o PRFC e o concreto (ZHANG; YU; CHEN, 2017). As pesquisas de De Lorenzis e Teng (2007) e Zhang, Teng e Yu (2013) sugerem que, nesses casos, a falha ocorre geralmente

numa camada de concreto próxima à interface adesivo-concreto e por isso, as propriedades do desse material têm grande importância no fenômeno.

Zhang, Yu e Chen (2017) afirmam também que os modos de ruptura por destacamento da camada inferior de concreto, tanto na região central da viga como na extremidade, ocorrem com mais frequência em vigas com reforço NSM. A razão para isso, segundo eles, pode ser devido à forte aderência entre o laminado e o concreto propiciada pela técnica, o que torna a ruptura por descolamento da interface menos provável. Além disso, as tensões radiais propagadas pelas barras de aço no concreto, durante o carregamento, aceleram o processo de fissuração no plano das barras, favorecendo o desprendimento de todo o cobrimento do concreto.

Figura 2.11 - Ruptura por destacamento da camada inferior de concreto, iniciada na região de ancoragem.



⁽fonte: DE LORENZIS; TENG, 2007)

2.3 ADERÊNCIA EM SISTEMAS COM PRFC

Como visto, a ruína de elementos reforçados com PRFC ocorre, muitas vezes, devido a falhas de aderência entre o compósito e o substrato de concreto. Por isso, o modelo de aderência entre os materiais merece especial atenção.

De acordo com o Boletim 14 CEB-FIP (2001), o comportamento da aderência entre o concreto e o laminado de PRF pode ser avaliado a partir de testes, como o "*pull test*" da Figura 2.12. Estes ensaios são capazes de determinar não somente a carga última (chamada de resistência da ligação ou "*bond strength*") mas também a relação local de tensão de aderência-deslizamento (também chamada de "*local bond-slip*"), que é apresentada através de curvas, como a

exemplificada pela Figura 2.13. Estas curvas são utilizadas para propor modelos constitutivos para a interface.





(fonte: CEB-FIP, 2001)

Segundo Biscaia, Chastre e Silva (2013), as curvas "*bond-slip*" podem ser obtidas por duas maneiras distintas: direta ou indiretamente. A primeira é através da medição das deformações adquiridas por dois *strain gauges* bem próximos, que estão relacionadas com a tensão através da equação (1), sendo E_f e t_f respectivamente o módulo de Young e a espessura do compósito polimérico. As diferenças (ε_{i+1} - ε_i) e (x_{i+1} - x_i) são respectivamente a variação da deformação e a distância entre dois *strain gauges* consecutivos. O deslizamento é calculado por integração numérica das deformações axiais ao longo da placa. A outra maneira, indireta, consiste em determinar a relação tensão-deslizamento local a partir da relação carga-deslizamento.

$$\tau = E_f t_f \frac{\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i}{x_{i+1} - x_i} \tag{1}$$

Lu et al. (2005) ressaltam, no entanto, que as duas metodologias descritas apresentam problemas. No método direto, a medição das deformações na placa de PRFC é afetada pela natureza heterogênea do concreto, pela distribuição das fissuras e pela rugosidade da superfície. Essas características provocam bruscas variações nos resultados dos ensaios. Já no método indireto, curvas tensão-deslizamento diferentes podem levar a uma mesma curva carga-deslizamento, podendo tornar ambíguos os resultados.

Apesar de envolverem materiais semelhantes, as relações tensão-deslizamento da aderência para o reforço com PRFC aderido e embutido são distintas. Os itens 2.3.1 e 2.3.1, a seguir, discorrem sobre as características e diferenças desses modelos.

2.3.1 Modelos de aderência para PRFC externamente aderido

Segundo Yuan et al. (2003), o modo de falha associado à ligação de PRFC-concreto em testes de cisalhamento é governado pela ruptura do concreto ao corte, ocorrendo geralmente alguns milímetros acima da interface adesivo-concreto. Dessa forma, tanto a resistência da ligação, quanto o comportamento da curva tensão-deslizamento, estão fortemente relacionadas à resistência do concreto. Por isso, o termo "interface" é utilizado por Lu et al. (2005) para se referir não a somente a uma área física, mas toda a junta colada, que inclui a camada de adesivo e uma fina camada de concreto adjacente.

Um importante aspecto do comportamento de juntas coladas é a existência de comprimento de ancoragem efetivo, a partir do qual o aumento do comprimento da ancoragem não implica num aumento da resistência da ligação. Esta característica é a principal diferença existente entre o comportamento da aderência de placas de PRFC externamente aderidas e da aderência de barras de armadura inseridas (YUAN et al, 2003). Isto ocorre pois no deslizamento máximo do laminado, a tensão de aderência é reduzida a zero (ou a um nível de tensão negligenciável), como pode ser visualizado nos resultados experimentais de Sato, Asano e Ueda (2000), representados pela Figura 2.13.





⁽fonte: SATO; ASANO; UEDA, 2000)

De acordo com Lu et al. (2005), para um modelo de tensão de aderência-deslizamento promover bons resultados, duas exigências devem ser atendidas:

- a) o modelo deve ter uma curva com formato o mais semelhante possível da curva experimental, pois esta característica irá determinar a distribuição das deformações na placa de PRF;
- b) o valor da energia de fratura, que corresponde a área sob a curva tensãodeslizamento, deve ser correta.

De maneira geral, as curvas devem apresentar um ramo ascendente e um ramo descendente. No entanto, os formatos dos modelos propostos podem variar bastante, de acordo com o autor. A Figura 2.14 apresenta algumas curvas obtidas para alguns modelos de aderência, para a interface de um sistema com PRFC com as seguintes propriedades: resistência à compressão média do concreto de 32 MPa; resistência à tração do concreto de 3,0 MPa; largura do laminado de 50 mm; largura do bloco de concreto para ensaio de arrancamento de 100 mm; e rigidez do laminado de 16,2 GPa·mm. Além do formato da curva, três parâmetros são determinantes para a boa precisão do modelo: tensão máxima de aderência, deslizamento na tensão máxima e o deslizamento último quando a tensão é zero.





⁽fonte: LU et al., 2005)

Dependendo do modelo adotado, as curvas "*bond-slip*" podem assumir formatos complexos, envolvendo equações com vários parâmetros. No entanto, muitos autores e normas propuseram relações simplificadas de tensão e deslizamento, sendo preponderante a utilização de modelos bilineares, como o apresentado na Figura 2.15, retirado do Boletim 14 do CEB-FIP (2001).



Figura 2.15 - Relação bilinear entre tensão de aderência e deslizamento.

(fonte: CEB-FIP, 2001).

Sendo:

 τ_{fl} : máxima tensão de aderência;

- *s*_{*f*1}: deslizamento quando a tensão de aderência é máxima;
- *s*_{f0}: deslizamento quando o descolamento ocorre;

 G_F : energia de fratura do concreto.

De acordo com o modelo bilinear, a tensão de aderência aumenta linearmente com o deslizamento até atingir um o pico, correspondente a tensão máxima de aderência τ_{f1} , em que o valor associado do deslizamento é igual a s_{f1} . Um amolecimento da interface passa então a ocorrer, e a tensão cisalhante reduz linearmente com o deslizamento. Finalmente, a tensão é reduzida a zero quando o deslocamento excede s_{f0} , indicando que a fratura (descolamento) ocorreu. A ausência de qualquer tensão de aderência residual depois do descolamento indica que o atrito sobre a parte desprendida da interface é ignorado. O modelo apresentado pela Figura 2.15 pode ser descrito matematicamente pelas seguintes equações:

$$\tau = \tau_{f1} \frac{s}{s_{f1}} \qquad s \le s_{f1}$$

$$\tau = \tau_{f1} \frac{s_{f0} - s}{s_{f0} - s_{f1}} \qquad s_{f1} < s \le s_{f0}$$

$$\tau = 0 \qquad s > s_{f0}$$
(2)

Apesar de vários autores adotarem o modelo bilinear para a aderência, a formulação dos três parâmetros τ_{f1} , s_{f1} e s_{f0} que definem o gráfico pode variar de acordo com a referência utilizada. A Tabela 2.3 a seguir resume os valores propostos por Lu et al. (2005), Zilch, Niedermeiar e Finckh (2012) e pelo Boletim 14 CEB-FIP (2001).

Autor/Norma	T f1 (MPa)	<i>Sf1</i> (mm)	<i>Sf0</i> (mm)	
Lu et al. (2005)	$1,50\beta_{w}f_{t} (3)$ $\beta_{w} = \sqrt{\frac{2,25-\frac{b_{f}}{b_{c}}}{1,25-\frac{b_{f}}{b_{c}}}} (4)$ $f_{t} = 0,395f_{cu}^{0,55} (5)$ $f_{cu} = \frac{f_{c}}{0,76} (6)$	$2\left(\frac{G_f}{\tau_{f1}}\right) (7)$ $G_f = 0.308 \beta_w^2 \sqrt{f_t} (8)$	0,0195 $\beta_w f_t$ (9)	
Zilch, Niedermeiar e Finckh (2012)	$0,366\sqrt{\alpha_{cc}f_{cm}\alpha_{ct}f_{ct}}$ (10)		0,201 (11)	
Boletim 14 CEB- FIP (2001)	$\frac{0,285}{\gamma_c}\sqrt{f_{ck}f_{ctm}} (12)$		0,185 (13)	

Tabela 2.3 - Parâmetros para modelos bilineares de aderência (unidades em MPa e mm).

(fonte: elaborada pela autora)

No modelo de Lu et al. (2005), b_f é a largura do laminado de PRFC, b_c a largura do bloco de concreto e é f_t a resistência do concreto à tração, calculada a partir da resistência do concreto à compressão, obtida em corpos de prova cúbicos (f_{cu}). A resistência f_{cu} está relacionada a resistência à compressão média (cilindrica) f_c através da equação (6). O deslizamento s_{fl} é calculado a partir da energia de fratura da interface G_f .

Na equação (10) o valor de α_{cc} é 0,85 e é igual a α_{ct} , ambos retirados do DIN EN 1992-1-1 (2011) apud Zilch e Zehetmaier (2010). As expressões para os parâmetros do Boletim 14 CEB-FIP (2001) são referentes a valores de projeto, por isso a resistência do concreto é reduzida pelo coeficiente ponderador de segurança γ_c , igual a 1,4.

2.3.2 Modelos de aderência para sistemas com PRFC embutido

Como visto, a aderência em sistemas com a técnica NSM irá depender de vários fatores, entre eles a forma da seção transversal do reforço e superfície do mesmo. A aderência de sistemas envolvendo barras e concreto (principalmente barras rugosas ou entalhadas) é relativamente complicada (ZHANG; YU; CHEN, 2017). Neste trabalho, foi dado enfoque ao estudo de NSM com laminados (*strips*) retangulares.

Segundo De Lorenzis e Teng (2006), resultados experimentais mostraram que sistemas NSM possuem um comportamento de aderência mais próximo das barras de aço internas do que dos laminados e placas coladas externamente. Isto ocorre devido à existência, em ambos os casos, de um pós-pico friccional que se estende paralelamente ao eixo horizontal, como pode ser visualizado nos resultados dos ensaios experimentais de Sena Cruz e Barros (2004), da Figura 2.16.





(fonte: SENA CRUZ; BARROS, 2004).

Comparado ao número de trabalhos envolvendo a aderência de interfaces de PRFC externamente aderido, os trabalhos existentes abrangendo modelos de aderência entre laminados embutidos de PRFC e concreto são relativamente limitados (ZHANG; YU; CHEN, 2017). Apresenta-se alguns relevantes modelos encontrados na literatura.

Sena Cruz e Barros (2003) propuseram uma curva *bond-slip* para a interface de sistemas NSM baseado no modelo comumente utilizado para a aderência de barras de aço inseridas no concreto. A relação tensão de aderência τ e deslizamento *s* é regida pelas duas equações a seguir:

Mariana Varela de Medeiros (marianavarela@hotmail.com.br). Dissertação de Mestrado. PPGEC/UFRGS. 2018.

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_m \left(\frac{s}{s_m}\right)^{\alpha}, s \le s_m \\ \tau_m \left(\frac{s}{s_m}\right)^{-\alpha'}, s \ge s_m \end{cases}$$
(14)

59

onde $\tau_m e s_m$ são respectivamente a tesão máxima de aderência e o deslizamento correspondente, e α e α ' são parâmetros que determinam a forma da curva. Os autores concluíram que esses parâmetros são dependentes do comprimento de ancoragem do reforço e são pouco sensíveis a resistência à compressão do concreto. Os parâmetros do modelo foram calibrados com os resultados experimentais, por métodos numéricos e iterativos. A seguir, na Tabela 2.4, apresenta-se os parâmetros encontrados:

Tabela 2.4 – Valores para os parâmetros do modelo tensão-deslizamento de Sena Cruz e Barros (2003).

Série	S _m	$ au_m$	α	α'	Erro
	mm	MPa			%
fcm35 La40	0.180	20.60	0.13	-0.27	2.04
fcm35 La60	0.228	20.68	0.19	-0.35	5.92
fcm35La80	0.290	18.90	0.17	-0.33	6.96
_fcm45_La40	0.144	21.40	0.21	-0.23	4.66
fcm45 La60	0.231	19.50	0.24	-0.39	2.98
fcm45 La80	0.430	19.50	0.35	-0.45	2.75
fcm70 La40	0.189	21.50	0.24	-0.29	7.82
fcm70 La60	0.210	18.00	0.21	-0.29	3.37
_fcm70_La80	0.345	18.20	0.19	-0.27	2.36
Média	0.250	19.81	0.21	-0.32	_
C.V. (%)*	36.19	6.60	29.05	21.49	_

*Coeficiente de variação

(fonte: SENA CRUZ; BARROS, 2003).

Hassan e Rizkalla (2003) propuseram uma solução analítica baseada no modelo de cisalhamento e flexão desenvolvido por Malek et al. (1998) para placas de PRFC colados externamente. O novo modelo foi modificado para incluir a dupla região de aderência dos laminados de PRFC embutidos. É considerada, também, a continua redução da rigidez à flexão da peça devido à fissuração do concreto.

O modelo proposto por Hassan e Rizkalla (2003) é válido somente para casos em que o descolamento é iniciado na região da extremidade do reforço, chamada de *cutoff point*, e ocorre devido a elevada concentração de tensões cisalhantes nessa região. A solução analítica é obtida, partindo da hipótese principal que os efeitos (de corte e de flexão) podem ser analisados

separadamente. A equação (15) apresenta a formulação encontrada para o problema de viga com duas cargas simetricamente espaçadas do meio do vão.

$$\tau = \frac{t_f}{2} \left(\frac{n P y_{eff}}{I_{eff}} + \frac{n P y_{eff} L_0}{I_{eff}} \, \omega e^{-\omega x} \right) \tag{15}$$

Onde τ é a tensão de aderência; x é coordenada partindo do *cutoff point*; t_f é a espessura do laminado; n é relação entre o módulo de elasticidade do PRFC e do concreto; P é a carga concentrada aplicada; L_0 é o comprimento não aderido do laminado; y_{eff} é a distância do laminado à linha neutra da seção; I_{eff} é o momento de inercia efetivo da seção e ω é expresso pela equação (16):

$$\omega^2 = \frac{2G_a}{t_a t_f E_f} \tag{16}$$

Onde G_a e t_a são o módulo de elasticidade transversal e a espessura do adesivo, respectivamente, e E_f e t_f são o módulo de elasticidade e a espessura do laminado de PRFC.

Como pode ser observado na equação (15), o modelo de Hassan e Rizkalla (2003) não propõe uma curva de tensão de aderência-deslizamento, mas sim uma avaliação da tensão ao longo do comprimento do reforço, em função da carga aplicada. Segundo os mesmos autores, resultados experimentais mostraram que as tensões cisalhantes máximas ocorrem no concreto. Consequentemente, o desprendimento prematuro de laminados embutidos no cobrimento de vigas é governado pela resistência ao corte deste material, pois os outros componentes do sistema, como o adesivo epóxi e o próprio PRFC, dispõem de propriedades de resistência e adesão superiores às do concreto.

Com base nas resistências à tração f_{ct} e compressão f_c do concreto, a máxima tensão local de aderência τ_{max} pode ser determinada pela equação (17). A ruptura ocorre quando a tensão avaliada pela equação (15) se iguala a tensão máxima definida pela equação (17). Dessa maneira é possível calcular a carga de ruptura da ligação na viga, para uma condição de carregamento e um comprimento de ancoragem específicos.

$$\tau_{max} = \frac{f_c f_{ct}}{f_c + f_{ct}} \tag{17}$$

No estudo feito por Seracino, Raizal Saifulnaz e Oehlers (2007), foi desenvolvido um modelo para estimar a carga de descolamento para ensaios de arrancamento de juntas adesivadas, envolvendo placas e laminados de PRFC e concreto. Para tanto, foi utilizado um modelo de tensão-deslizamento com amolecimento linear, que seria aplicável a qualquer tipo de sistema, seja ele com reforço embutido ou externamente aderido.

Seracino, Raizal Saifulnaz e Oehlers (2007) explicam que as curvas *bond-slip* bilineares que tipicamente são utilizadas para representar o comportamento da aderência PRFC-concreto podem ser simplificadas por um modelo com um único ramo linear de amolecimento, como pode ser visualizado na linha tracejada da Figura 2.17. A simplificação pode ser feita pois o deslizamento no pico δ_l é de ordem muito inferior ao deslizamento máximo δ_{max} . Além disso, a energia de fratura é mantida igual à do modelo bilinear e consequentemente não interfere consideravelmente na resistência total da ligação.

Figura 2.17 - Modelo de tensão de aderência-deslizamento idealizado por Seracino, Raizal Saifulnaz e Oehlers (2007).



(fonte: SERACINO; RAIZAL SAIFULNAZ; OEHLERS, 2007).

A equação (18) define a curva idealizada de tensão de aderência-deslizamento:

$$\tau = \frac{\tau_{max}}{\delta_{max}} (\delta_{max} - \delta) \tag{18}$$

Para determinar os valores de τ_{max} e δ_{max} , Seracino, Raizal Saifulnaz e Oehlers (2007) utilizaram uma abordagem estatística dos resultados experimentais de 87 ensaios (incluindo amostras com reforço externamente aderido e embutido). A ideia era que os valores máximos estariam relacionados com a razão entre os planos da interface de falha, definida pela equação (19), onde d_f é a dimensão do plano de falha perpendicular à superfície de concreto e b_f é a dimensão do plano de falha perpendicular à superfície de concreto a Figura 2.18.

$$\varphi_f = \frac{d_f}{b_f} \tag{19}$$

Segundo os autores, a razão φ_f estaria intimamente ligada ao confinamento do concreto: Para grandes valores de φ_f , como no caso de placas largas de reforço aderido, o concreto não oferece praticamente nenhum confinamento; no entanto, para valores de φ_f mais baixos, como no caso de laminados embutidos, o concreto que circunda o reforço promove um confinamento que favorece a transferência de tensão pelas fissuras da ligação, através do engrenamento dos agregados e da fricção, que acaba por aumentar os valores de τ_{max} e δ_{max} .





(fonte: SERACINO; RAIZAL SAIFULNAZ; OEHLERS, 2007)

As espessuras de adesivo/concreto, representadas na figura por t_d e t_b e contidas na interface dos planos de falha, foram avaliadas pelos pesquisadores, que concluíram que estes parâmetros influenciam pouco do valor da resistência da ligação. Por isso, definiu-se o valor de 1 mm para t_d e t_b . Este valor estaria de acordo com os resultados experimentais observados, quando a ruptura da ligação ocorre no substrato de concreto adjacente à interface adesivo/concreto. Apresenta-se, então, as equações (20) e (21) obtidas por Seracino, Raizal Saifulnaz e Oehlers (2007) para a máxima tensão de aderência e para o máximo deslizamento do modelo:

$$\tau_{max} = \left(0,802 + 0,078\varphi_f\right) f_c^{0,6} \tag{20}$$

$$\delta_{max} = \frac{0.976\varphi_f^{0.526}}{0.802 + 0.078\varphi_f} \tag{21}$$

onde f_c é a resistência à compressão do concreto em MPa e τ_{max} e δ_{max} são dados em MPa e milímetros, respectivamente. Vale salientar que, de acordo com os pesquisadores, o deslizamento máximo, não é função da resistência à compressão do concreto f_c .

Outro modelo de *bond-slip* para juntas de laminados de PRFC com a técnica NSM foi o proposto por Zhang, Teng e Yu (2013). A curva tensão-deslizamento foi resultado de um estudo paramétrico realizado utilizando um modelo 3D em elementos finitos desenvolvido pelos autores. O estudo indicou que a curva deveria:

- a) possuir um ramo ascendente cuja inclinação deve reduzir continuamente até atingir a tensão máxima de aderência, no pico;
- b) possuir um ramo descendente, cuja inclinação deve inicialmente aumentar, mas posteriormente deve reduzir, com o aumento do deslizamento;
- c) a transição entre o ramo ascendente e descendente ocorre sem mudanças bruscas na inclinação, o que significa que a curva inteira pode ser descrita por uma única equação.

Baseados nessas considerações, Zhang, Teng e Yu (2013) propuseram a relação tensãodeslizamento representada pela equação (22), complementada pelas equações (24) e (25). A Figura 2.19 apresenta exemplos de curvas obtidas com o modelo proposto, confrontadas com os resultados numéricos de Zhang, Teng e Yu (2013).



(fonte: ZHANG; TENG; YU, 2013)

$$\tau = A \left(\frac{2B-s}{B}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{2B-s}{B}\right) \ com \ s \le 2B \tag{22}$$

$$\tau_{max} = 1,15\gamma^{0,138} f_c^{0,613} \tag{23}$$

$$A = 0,72\gamma^{0,138} f_c^{0,613} \tag{24}$$

$$B = 0.37\gamma^{0.284} f_c^{0.006} \tag{25}$$

Onde τ é a tensão de aderência (em MPa), *s* é o deslizamento (em mm), τ_{max} é a máxima tensão de aderência (em MPa), γ é a relação entre altura e largura da ranhura no concreto e f_c é a resistência à compressão do concreto (em MPa).

3 MODELOS CONSTITUTIVOS DOS MATERIAIS

Para ser possível realizar corretamente uma análise estrutural pelo método dos elementos finitos, é necessário que os comportamentos mecânicos dos materiais estejam bem representados. Diante disso, buscam-se leis de tensão-deformação (ou relações constitutivas) que melhor se aproximem do comportamento físico real dos materiais quando submetidos a tensões e deformações.

Neste item são apresentados os modelos constitutivos elastoplásticos utilizados para representar o comportamento instantâneo do aço, do concreto e do polímero reforçado com fibras de carbono. Também é exposta a relação tensão-deslizamento utilizada para modelar o contato entre o reforço e concreto.

3.1 AÇO

O modelo constitutivo adotado para a representação do aço, constituinte da armadura, é variável de acordo com o processo de fabricação do material. Para aços obtidos por laminação a quente, adotou-se o modelo elastoplástico perfeito (Figura 3.1-a). Já para os aços encruados a frio, adotou-se o modelo elastoplástico com endurecimento linear a partir de 0,85 da tensão de escoamento (Figura 3.1-b).





⁽fonte: LAZZARI, 2016)

Mesmo para os aços fabricados por laminação a quente, considerou-se um parâmetro de endurecimento igual a 1% do módulo de elasticidade, de maneira a evitar erros numéricos. Já

para os aços encruados a frio, foi utilizado o parâmetro de endurecimento obtido pela expressão (26):

$$H_s = \frac{0.15f_y}{10\%0 - \frac{0.85f_y}{E_s}}$$
(26)

Sendo f_y a tensão de escoamento e E_s o módulo de elasticidade do aço.

3.2 CONCRETO

O modelo constitutivo utilizado para o concreto foi desenvolvido por Lazzari (2016), com a ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*) do ANSYS. Como o comportamento do concreto é muito diferente em tração e compressão, emprega-se dois modelos diferentes para cada situação de solicitação. Para o concreto comprimido, adotou-se um modelo elastoplástico com endurecimento. Já para o concreto tracionado, utiliza-se um modelo elástico linear até a fissuração, a partir de onde é empregado o modelo de fissuras distribuídas.

3.2.1 Concreto comprimido

O modelo para o concreto comprimido implementado por Lazzari (2016) é caracterizado por um critério de plastificação, um critério de ruptura e uma regra de endurecimento, detalhados a seguir.

3.2.1.1 Critério de plastificação e de ruptura

O critério de plastificação determina o limite do comportamento elástico do concreto. Lazzari (2016) utiliza o critério de plastificação e o critério de ruptura definidos por Ottosen (1977), que são os sugeridos pelo Código Modelo da *fib* 2010 (2012).

O critério de ruptura é uma função do estado de tensão e pode ser expresso em função de três invariantes de tensão, conforme a expressão (27) a seguir:

$$f(I_1, J_2, J_3) = 0 (27)$$

Onde I_1 é o primeiro invariante do tensor de tensões, J_2 é o segundo invariante do tensor desviador de tensões e J_3 é o terceiro invariante do tensor desviador de tensões, definidos respectivamente pelas equações (28), (29) e (30):

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \tag{28}$$

$$J_{2} = \frac{1}{6} \left[\left(\sigma_{xx} - \sigma_{yy} \right)^{2} + \left(\sigma_{yy} - \sigma_{zz} \right)^{2} + \left(\sigma_{zz} - \sigma_{xx} \right)^{2} \right] +$$

$$\tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{xz}^{2}$$
(29)

$$J_{3} = \begin{vmatrix} S_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & S_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & S_{zz} \end{vmatrix}$$
(30)

Sendo S_{xx} , S_{yy} , e S_{xx} as tensões desviadoras, definidas por:

$$S_{xx} = \frac{\left(2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz}\right)}{3} \tag{31}$$

$$S_{yy} = \frac{\left(2\sigma_{yy} - \sigma_{xx} - \sigma_{zz}\right)}{3} \tag{32}$$

$$S_{zz} = \frac{\left(2\sigma_{zz} - \sigma_{xx} - \sigma_{yy}\right)}{3} \tag{33}$$

O critério de ruptura, pode ser representado por uma superfície, descrita por meridianos e seções transversais. Segundo Chen e Han (1988), a superfície de ruptura do concreto apresenta uma forma suave e convexa, com exceção do seu vértice. A curva é aproximadamente triangular para tensões de tração e baixas tensões de compressão, tornando-se mais circular à medida que as tensões de compressão aumentam (ver Figura 3.2).



Figura 3.2 - Superfície de ruptura: (a) meridianos e (b) seções dos planos desviadores.

(fonte: CHEN; HAN, 1988)

Vários autores propuseram modelos matemáticos para a superfície de ruptura do concreto observada experimentalmente. Ottosen (1977) sugeriu um refinado critério de ruptura de quatro parâmetros, definido pela equação (34):

$$f(I_1, J_2, \theta) = \alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0$$
(34)

Onde λ é uma função no plano desviador que depende do ângulo θ do concreto, chamado de ângulo de similaridade:

$$\lambda = c_1 \cos\left\{\frac{1}{3} \cos^{-1}[c_2 \cos(3\theta)]\right\}, para \cos(3\theta) \ge 0$$
(35)

$$\lambda = c_1 \cos\left\{\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cos^{-1}[-c_2 \cos(3\theta)]\right\}, para \cos(3\theta) \le 0$$
(36)

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}}$$
(37)

Os parâmetros de ajuste α , β , c_1 e c_2 são obtidos a partir de quatro propriedades do concreto, determinadas por ensaios experimentais. São elas: resistência uniaxial em tração e compressão, resistência biaxial à compressão e de um estado de ruptura sobre o meridiano de compressão.

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}, para f_{ck} \le 50 MPa$$
 (38)

$$f_{ctm} = 2,12 \ln(1+0,1f_{cm}), para f_{ck} > 50MPa$$
(39)

$$f_{2cm} = \left(1, 2 - \frac{f_{cm}}{1000}\right) f_{cm} \tag{40}$$

$$\sigma_{com} = -240 \, MPa \tag{41}$$

$$\tau_{com} = \left[185 - 180\frac{f_{cm}}{100} + 260\left(\frac{f_{cm}}{100}\right)^2 - 84\left(\frac{f_{cm}}{100}\right)^3\right]$$
(42)

Sendo:

f_{ctm} : resistência média à tração do concreto (MPa);

 f_{c2m} : resistência à compressão biaxial do concreto (MPa);

 σ_{com} , τ_{com} : ponto de tensão de compressão triaxial sobre o meridiano de compressão.

Determinados os parâmetros de resistência, é possível calcular, através da formulação disponibilizada no Código Modelo da *fib* 2010 (2012), os parâmetros $\alpha \in \beta$ que ajustam o modelo de Ottosen (1977):

$$K = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}}; \quad f_{2c} = \frac{f_{c2m}}{f_{cm}}; \quad x = \frac{\sigma_{com}}{f_{cm}}; \quad y = \frac{\tau_{com}}{f_{cm}}$$
(43)

$$h = -\frac{\sqrt{2}x + y}{\frac{y}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3}}$$
(44)

$$\alpha = \frac{h\beta - \sqrt{2}}{y} \tag{45}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{2} - \frac{3 y}{K f_{2c}}}{h - \frac{9 y}{f_{2c} - K}}$$
(46)

Já para os parâmetros c_1 e c_2 , deve-se primeiramente definir os meridianos de compressão (λ_c) e tração (λ_t), determinados pelas expressões (47) e (48), respectivamente. Feito isso, é possível calcular, através das equações (49) e (50), os últimos parâmetros que faltavam para a definição completa da superfície de ruptura.

$$\lambda_c = \left(1 - \frac{h}{3y}\right)\sqrt{3}\beta + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}y} \tag{47}$$

$$\lambda_{t} = \left(2\sqrt{3} - \frac{f_{2c}h}{\sqrt{3}y}\right)\beta + \frac{\sqrt{3}}{f_{2c}} + \frac{\sqrt{2}f_{2c}}{\sqrt{3}y}$$
(48)

$$\begin{cases} c_1 = [2\cos\theta - 1]\lambda_t + 4[1 - \cos\theta]\lambda_c \ para \ \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \le \frac{1}{2} \\ c_1 = \frac{\lambda_c}{\cos\left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}\arccos(c_2)\right]} \ para \ \frac{\lambda_c}{\lambda_t} > \frac{1}{2} \end{cases}$$
(49)

$$\begin{cases} c_{2} = 1 \ para \ \frac{\lambda_{c}}{\lambda_{t}} \leq \frac{1}{2} \\ c_{1} = cos \left\{ 3arctg \left[\frac{\left(2\frac{\lambda_{c}}{\lambda_{t}} - 1\right)}{\sqrt{3}} \right] \right\} \ para \ \frac{\lambda_{c}}{\lambda_{t}} > \frac{1}{2} \end{cases}$$
(50)

70

No modelo constitutivo implementado por Lazzari (2016), a plastificação do concreto comprimido apresenta endurecimento isotrópico. Isto significa que a superfície de plastificação apresenta expansão equitativa em todas as direções, mantendo seu eixo e forma. Fazendo a tensão efetiva igual à resistência média à compressão do concreto, tem-se a equação (51) a seguir:

$$F = \frac{\lambda \sqrt{J_2} + \beta I_1 + \sqrt{(\lambda \sqrt{J_2} + \beta I_1)^2 + 4\alpha J_2}}{2} = 0$$
(51)

Considerando a tensão de plastificação inicial nula, o domínio plástico, cujo material apresenta comportamento elastoplástico com endurecimento, ocorre dentro do intervalo $0 \le \sigma_{ef} \le f_{cm}$.

3.2.1.2 Regra de endurecimento

Durante a deformação plástica, admite-se que o concreto comprimido tem endurecimento isotrópico e que a superfície de plastificação se expande equitativamente em todas as direções. A movimentação da superfície é regida por uma regra de endurecimento, que pode ser determinada pela relação tensão-deformação plástica efetiva. Neste trabalho, a relação tensão-deformação para um estado uniaxial é extrapolada para um estado multiaxial. Para tanto, utiliza-se a curva proposta pelo Código Modelo da *fib* 2010 (2012), apresentado na Figura 3.3 a seguir.



Figura 3.3 - Diagrama tensão-deformação do concreto comprimido.

(fonte: CEB-FIB 2010, 2012)

Esta curva pode ser expressa por meio da equação (52), onde os valores de $\eta e k$ são indicados nas equações (53) e (54):

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = -\left(\frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}\right) para |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}|$$
(52)

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c,lim}} \tag{53}$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \tag{54}$$

Sendo:

- σ_c : deformação de compressão;
- η : relação entre deformações atual e máxima;
- ε_c : deformação de compressão;
- ε_{c1} : deformação na máxima de tensão de compressão;
- *ɛ*_{*c*,*lim*} : deformação última de compressão;
- E_{ci} : módulo de elasticidade do concreto;
- *E*_{c1} : módulo secante correspondente à máxima tensão de compressão;
- *k* : número plástico.

A relação entre deformação total, a deformação elástica (σ_c/E_{ci}) e deformação plástica é dada pela expressão (55). Como, no processo numérico, a parcela elástica também é função da tensão que se deseja definir, substitui-se a equação (55) na equação (52), de forma a se obter a equação (56). Esta, por sua vez, é uma função de segundo grau, cujos coeficientes *a*, *b* e *c* são conhecidos e podem ser calculados pelas expressões (57), (58) e (59):

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{ci}} + \varepsilon_p \tag{55}$$

$$a\sigma_c^2 + b\sigma_c + c = 0 \tag{56}$$

$$a = \frac{1}{\varepsilon_{c1}E_{ci}} \left(\frac{k-2}{f_{cm}} + \frac{1}{\varepsilon_{c1} \cdot E_{ci}} \right)$$
(57)

$$b = \frac{1}{f_{cm}} \left(1 + \frac{\varepsilon_p (k-2)}{\varepsilon_{c1}} \right) - \frac{1}{\varepsilon_{c1} E_{ci}} \left(k - \frac{2\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right)$$
(58)

$$c = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \left(k - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right)$$
(59)

3.2.1.3 Vetor de fluxo plástico

Após o escoamento do material, o incremento de deformação pode ser dividido numa parcela plástica e numa parcela elástica (OWEN; HINTON, 1980). Considera-se, por simplificação, a plasticidade associada. Logo, o vetor de fluxo plástico é normal a superfície de plastificação F, e pode ser calculado pela expressão (60).

$$\frac{dF}{d\sigma} = \frac{dF}{dI_1}\frac{dI_1}{d\sigma} + \frac{dF}{d\sqrt{J_2}}\frac{d\sqrt{J_2}}{d\sigma} + \frac{dF}{d\theta}\frac{d\theta}{d\sigma}$$
(60)

Essa equação pode ser reorganizada e desenvolvida para assumir a forma:

$$\frac{dF}{d\sigma} = C_1 a_1 + C_2 a_2 + C_3 a_3 \tag{61}$$

Os coeficientes a_1 , a_2 e a_3 podem ser definidos pelas equações (62), (63) e (64) e os coeficientes C₁, C₂ e C₃ são determinados pelas equações (65), (66) e (67).

$$a_1 = \frac{dI_1}{d\sigma} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}$$
(62)

$$a_{2} = \frac{d\sqrt{J_{2}}}{d\sigma} = \frac{1}{2\sqrt{J_{2}}} \{S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}, 2\tau_{xy}, 2\tau_{xz}, 2\tau_{yz}\}$$
(63)

$$a_{3} = \frac{dJ_{3}}{d\sigma} = \left\{ \left(S_{yy}S_{zz} - \tau_{yz}^{2} + \frac{J_{2}}{3} \right), \left(S_{xx}S_{zz} - \tau_{xz}^{2} + \frac{J_{2}}{3} \right), \left(S_{zz}S_{yy} - \tau_{xy}^{2} + \frac{J_{2}}{3} \right), 2\left(\tau_{xz}\tau_{xy} - S_{xx}\tau_{yz} \right), \right.$$

$$\left. \left(2\left(\tau_{xy}\tau_{yz} - S_{yy}\tau_{xz} \right), 2\left(\tau_{yz}\tau_{xz} - S_{zz}\tau_{xy} \right) \right\} \right\}$$

$$\left. \left(\left(S_{zz}S_{yy} - \tau_{zy}^{2} + \frac{J_{2}}{3} \right), 2\left(\tau_{yz}\tau_{xz} - S_{zz}\tau_{xy} \right) \right\} \right\}$$

$$\left. \left(\left(S_{zz}S_{yy} - \tau_{zy}^{2} + \frac{J_{2}}{3} \right), 2\left(\tau_{yz}\tau_{xz} - S_{zz}\tau_{xy} \right) \right\} \right\}$$

$$\left. \left(S_{zz}S_{yy} - \tau_{zy}^{2} + \frac{J_{2}}{3} \right), 2\left(\tau_{yz}\tau_{xz} - S_{zz}\tau_{xy} \right) \right\}$$

$$C_1 = \frac{dF}{dI_1} \tag{65}$$

$$C_2 = \frac{dF}{d\sqrt{J_2}} - \frac{tg(3\theta)}{\sqrt{J_2}} \frac{dF}{d\theta}$$
(66)

$$C_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2\cos(3\theta)J_2^{3/2}}\frac{dF}{d\theta}$$
(67)

Nas expressões acima, os invariantes I_1 e J_2 foram definidos nas expressões (28) e (29) respectivamente, as tensões desviadoras foram apresentadas nas expressões (31), (32) e (33), as tensões τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{xz} são as tensões cisalhantes e, por fim, a equação de θ foi definida em (37).

3.2.2 Concreto tracionado

O concreto tracionado é modelado como sendo um material elástico com amolecimento. Após a fissuração, utiliza-se o modelo de fissuras distribuídas para alterar as propriedades do material, devido ao dano. Este modelo especifica o comportamento por meio de três leis: o critério de fissuração, uma regra de contribuição do concreto entre fissuras e um modelo para a transferência de tensões de corte nos planos das fissuras.

Para avaliar se o nível de tensão em um ponto de integração atingiu ou não a superfície de ruptura, utiliza-se o critério de fissuração. Como o ponto pode romper ou por fissuração ou por esmagamento, adotou-se o critério proposto pelo boletim nº 156 do CEB (1983) para distinguir estes dois casos:

- a) se $\sigma_l \ge f_{ctm}/2$, o ponto de integração fissurou;
- b) se $\sigma_l < f_{ctm}/2$, o ponto de integração esmagou.

Sendo σ_l a tensão principal de tração, calculada pela expressão (68):

$$\sigma_1 = \frac{2\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{I_1}{3} \tag{68}$$

Para um ponto fissurado, o concreto deixa de ser isotrópico e torna-se ortotrópico. Admite-se que a primeira fissura se forma num plano ortogonal à tensão principal de tração e que os eixos materiais locais coincidem com as direções principais. Para carregamentos posteriores, uma segunda fissura pode ocorrer no ponto já fissurado. Neste caso, a direção do primeiro conjunto de fissuras permanece fixa e a tensão é avaliada perpendicularmente ao plano de fissuração já existente.

Mesmo após a fissuração, o concreto apresenta uma certa rigidez, devido à sua aderência com as barras de aço. Este efeito é conhecido como efeito de enrijecimento à tração ou *tension-stiffening*, sendo de fundamental importância na análise de peças fletidas em concreto. Para reproduzi-lo computacionalmente, pode-se alterar o comportamento do concreto ou do aço. No caso, modificou-se a relação constitutiva do concreto à tração, através da introdução de um ramo descendente na curva tensão-deformação, que leva em consideração a perda da aderência com a evolução das tensões, conforme Figura 3.4.





⁽fonte: PRATES JÚNIOR, 1992).

A relação constitutiva é descrita pela expressão (69), utilizada por Martineli (2003). O coeficiente α é o de redução da tensão de fissuração e ε_{cTU} representa a deformação limite para a contribuição do concreto entre fissuras.

$$\sigma = \alpha f_{ctm} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cTU}} \right) \tag{69}$$

O efeito do *tension-stiffening* depende, segundo Stramandinoli e Rovere (2008), de vários fatores como: dimensões do elemento estrutural; taxa e diâmetro da armadura; módulo de elasticidade e resistência dos materiais envolvidos. Por isso, os parâmetros da equação (69) podem variar de acordo com o autor e são, até certo ponto, possíveis de serem calibrados para o modelo numérico. Prates Júnior (1992) adota o valor de 0,8 para α e 0,002 para ε_{cTu} , enquanto Martinelli (2003) e Lazzari (2016) empregaram 0,6 e 0,001 para α e ε_{cTu} , respectivamente.

No presente trabalho, o parâmetro α foi adotado igual a 0,6 e mantido constante em todos os exemplos simulados, mas a deformação limite ε_{cTU} foi estudada e calibrada para cada modelo. Nas vigas de Beber (1999), com e sem reforço aderido, utilizou-se o valor de 0,002 para este parâmetro. Já as vigas em concreto armado (sem reforço) de Fortes (2004), são apresentados os resultados com os valores de 0,002 e 0,003, enquanto que as vigas com reforço embutido, o valor de ε_{cTU} foi calibrado e adotado igual a 0,01 para os resultados finais.

Após a fissuração, a redistribuição de esforços ou carregamentos podem ocasionar o fechamento total ou parcial de um ponto de integração previamente fissurado. A tensão normal à fissura deve ser ajustada para o caso da deformação ε verificada ser menor que máxima deformação de tração alcançada ε_{ref} . Esse ajuste é feito pela equação (70), onde σ_{ref} é a tensão interpolada correspondente a deformação ε_{ref} .

$$\sigma = \frac{\sigma_{ref}}{\varepsilon_{ref}} \varepsilon \tag{70}$$
A trajetória dessa "descarga" devido ao fechamento da fissura pode ser vista na Figura 3.4. A reabertura da figura segue a mesma trajetória até ε_{ref} ser excedida, a partir de onde é retomado o comportamento descrito pela equação (69).

Mesmo depois de formada a fissura, existem dois mecanismos capazes de transferir as tensões de corte no plano: o engrenamento dos agregados e o efeito de pino da armadura. Estes fenômenos não podem ser incluídos diretamente no modelo, mas Lazzari (2016) representa seus efeitos através de uma redução do módulo de elasticidade transversal do concreto correspondente ao plano fissurado, através de um fator β , que varia de 0 a 1. O valor de β e do novo módulo de elasticidade podem ser calculados pelas expressões (71) e (72).

$$\beta = 1 - \left(\frac{\varepsilon_T}{0,005}\right)^{0,3} \tag{71}$$

$$G_C = \beta G_0 \tag{72}$$

3.3 ELEMENTO DE REFORÇO

Segundo Machado (2002), um sistema compósito de reforço deve ser constituído por fibras (que apresentam ruptura frágil) aderidas a uma matriz polimérica com ruptura dúctil. A matriz deve necessariamente ter um alongamento de ruptura muito maior que o alongamento que ocorre na fibra, evitando que ocorra colapso por ruptura frágil da matriz, como indicado na Figura 3.5. Pela mesma figura é possível perceber que a fibra é a principal responsável pelas características de resistência do compósito.

Se as distribuições das fibras nas mantas e laminados forem diferentes nas direções longitudinal e transversal, o material compósito assume um comportamento ortotrópico, o que normalmente acaba acontecendo. Este comportamento se deve ao fato que a resistência a tração e o módulo de elasticidade são máximos para a direção principal das fibras e reduzem proporcionalmente de valor, quando o ângulo das fibras se afasta daquela direção (JUVANTES, 1999).

Segundo Arquez (2010), a orientação unidirecional das fibras dos laminados para reforço estrutural à flexão ou cisalhamento é a mais indicada, pois confere a maximização da resistência e rigidez na direção longitudinal. É o caso da manta utilizada para reforço das vigas de Beber

(1999) e dos laminados utilizados por Fortes (2004). Nos dois casos, como se trata de um reforço à flexão, os efeitos transversais não são significativos e o PRFC é tratado, numericamente, com um material isotrópico para simplificação do problema.



Figura 3.5 - Diagramas tensão-deformação dos sistemas compósitos.

A Figura 3.6 apresenta o diagrama de tensão-deformação de algumas fibras utilizadas na construção civil. Observa-se que a fibra de carbono alcança a resistência à tração última sem apresentar qualquer escoamento do material, como já foi comentado no item 2.1.3, diferentemente do observado para o aço.



Figura 3.6 - Diagrama tensão-deformação das principais fibras utilizadas na construção civil.

(fonte: BEBER, 2003)

Diante dessas informações, neste trabalho considera-se o sistema compósito reforçado com fibras como um material de comportamento elástico linear até ser atingida a sua tensão de ruptura, a partir da qual o material não oferece mais nenhuma capacidade resistente.

3.4 INTERFACE

A modelagem numérica de estruturas com interface pode ser feita, de acordo com Chandra et al. (2000), por várias abordagens. Entre elas, podem ser citadas: modelo da mecânica do contínuo com propriedades discretas e graduais; modelo com superfície infinitesimal separada por molas; e modelo de zona de coesão.

O modelo de zona coesiva, *Cohesive Zone Model* (CZM) em inglês, é utilizado quando as dimensões do adesivo podem ser consideradas desprezíveis. O processo de degradação da junta é baseado numa relação entre tensão e deslocamento relativo entre os nós das superfícies unidas por elementos de contato ou interface. Esta relação deve ser capaz de simular o comportamento da fase elástica, seguida pela fase de degradação do material, até a ruptura (CAMPILHO et al., 2011).

A separação da interface entre elementos de contato, chamada de descolamento, é definida em termos da abertura normal e deslizamento tangencial. Os modelos de zona coesiva dividem, como é feito na mecânica da fratura, o processo de descolamento em três modos básicos (ver Figura 3.7):

- a) Modo I de separação, no qual o afastamento ou penetração normal da interface é dominante sobre o deslizamento tangencial;
- b) Modo II de separação, no qual o deslizamento da superfície da interface é dominante sobre o afastamento normal;
- c) Modo III (ou Modo misto) ocorre quando o descolamento envolve tanto o Modo I de abertura, como o Modo II de deslizamento. Tensões normais e tangenciais contribuem para a energia total de fratura e o descolamento ocorre antes que a energia de fratura crítica, para as componentes independentes, seja atingida.

Apesar de existirem estudos de interfaces de concreto/PRFC considerando o modo misto de descolamento, como os trabalhos de Bruno, Carpino e Greco (2007), Sarturi (2014) e Yu et al. (2017), a maioria das simulações numéricas feitas consideram a interface entre reforço de PRFC e concreto dominada pelos deslocamentos tangenciais, ou seja, Modo II.

Figura 3.7 - Modos de fraturas independentes.



⁽fonte: KHOKHAR, 2010).

Neste trabalho, adotou-se um comportamento regido pelo Modo II, em que a relação tensão tangencial de contato e o deslizamento possui formato bilinear, como pode ser visto na curva da Figura 3.8. A equação que descreve modelo de zona coesiva bilinear implementado no ANSYS, presente na Referência Teórica contida no *Help* do programa, é a equação (73).

Figura 3.8 - Curva da tensão de contato e deslizamento tangenciais.



(fonte: adaptado de ANSYS, 2018)

$$\tau_t = K_t \delta_t (1 - d_t) \tag{73}$$

Onde τ_t é a tensão tangencial de contato, δ_t é o deslizamento, K_t é a rigidez tangencial de contato e d_t é o parâmetro de descolamento, obtido pela equação (74):

$$d_t = \left(\frac{\delta_t - \overline{\delta}_t}{\delta_t}\right) \left(\frac{\delta_t^c}{\delta_t^c - \overline{\delta}_t}\right)$$
(74)

Onde δ_t^c é o deslizamento correspondente a máxima tensão tangencial de contato e $\overline{\delta}_t$ é o deslizamento ao fim do processo de descolamento. O parâmetro d_t é igual a zero para valores de $\Delta_t \leq 1$ e varia entre zero e um para valores de $\Delta_t > 1$, com Δ_t obtido pela Equação (75)

$$\Delta_t = \frac{\delta_t}{\delta_t^c} \tag{75}$$

A energia crítica de fratura é equivalente a área sob a curva do gráfico da Figura 3.8 cuja formulação matemática é apresentada pela equação (76), onde τ_{max} é a tensão tangencial máxima de contato.

$$G_{ct} = \frac{\tau_{max}\delta_t^c}{2} \tag{76}$$

4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

O método dos elementos finitos (MEF) foi desenvolvido em meados do século XX e configurase hoje como uma das principais ferramentas para análise de problemas estruturais. O MEF foi o resultado do desenvolvimento da formulação em deslocamentos da análise matricial de estruturas reticuladas, impulsionado pelo crescimento da utilização de computadores. Tem por base os conceitos dos métodos de energia e métodos aproximados, e pode ser usado para resolver tanto problema de estruturas reticuladas, como também estruturas contínuas bi e tridimensionais (VAZ, 2011).

O MEF consiste na divisão de um modelo matemático em componentes descontínuos de geometria simples e conhecida, chamados elementos finitos, que são interligados por nós. A resposta no interior de cada elemento é expressa em termos de funções de interpolação, que são dependentes dos deslocamentos nodais (VAZ, 2011). A solução do modelo matemático é considerada, de maneira aproximada, igual a obtida pela junção do modelo discreto (FELIPPA, 2004).

Como já comentado, optou-se por utilizar o método dos elementos finitos neste trabalho, pois é uma das maneiras mais eficientes de analisar de forma não linear o comportamento de estruturas de concreto armado. Além disso, este tipo de análise numérica permite a consideração de falhas por perda de aderência do sistema de reforço, através da introdução de elementos especiais na região de interface.

Atualmente, no mercado, existem inúmeros *softwares* comerciais altamente sofisticados que fazem os mais diversos tipos de análise pelo MEF, tais como SAP, ANSYS, ABAQUS etc. Escolheu-se o ANSYS (*Analysis System Incorporated*), versão 19.2, para realização das simulações numéricas deste trabalho, devido à sua aceitabilidade no meio acadêmico, especialmente no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS.

O programa dispõe de duas interfaces de trabalho: o sistema *workbench* e o sistema APDL. O sistema *workbench* possui uma interface gráfica mais intuitiva e amigável. No entanto, o sistema APDL é mais difundido no meio acadêmico por permitir ao usuário um maior controle sobre a simulação. A sigla APDL é referente a ANSYS *Parametric Design Language* e consiste na linguagem de programação que permite automatizar comandos e até mesmo construir todo o modelo através de variáveis. A principal vantagem de utilizar este sistema é a possibilidade

de salvar o modelo em um arquivo no formato texto (*.txt*), que também pode ser utilizado como entrada de dados. Neste arquivo ficam salvas informações referentes a geometria da estrutura, apoios, carregamentos, além de todos os parâmetros necessários para implementação do MEF.

Ao longo da pesquisa, foi utilizada a ferramenta *Notepad*++ para edição dos *scripts* de entrada de dados. O aplicativo é um editor de texto e código fonte, gratuito e de código aberto, que suporta várias linguagens de programação. As vantagens do programada em relação ao *Notepad* padrão do Windows são os recursos oferecidos. Dentre eles, pode-se citar a formatação com realce de sintaxe, compactação de trechos de código, divisão de dela e zoom. Além disso, ele possui suporte para macros e *puglins*. Nesta última categoria, está o *compare*, que foi bastante utilizado neste trabalho e que serve basicamente para comparar códigos, identificando as linhas e caracteres não compatíveis.

A plataforma ANSYS contém também uma série de rotinas que permitem a customização, chamadas de *User Programmable Features* (UPFs). Este recurso permite, por exemplo, criar novos elementos finitos, criar rotinas de otimização de projeto, chamar o ANSYS como uma sub-rotina de um programa próprio e a implementação novos comportamentos dos materiais.

Este capítulo apresenta, de uma forma mais detalhada, os elementos utilizados na modelagem computacional de vigas reforçadas com PRFC, alguns aspectos da análise não linear realizada pelo ANSYS e um breve apresentação da rotina UFP customizada por Lazzari (2015) e Lazzari (2016), utilizada neste trabalho: a *usermat*.

4.1 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

O *software* ANSYS disponibiliza de uma grande biblioteca de elementos finitos, que permite a adaptação aos mais diversos tipos de problemas estruturais. Nos itens 4.1.1, 4.1.2, 4.1.3 e 4.1.4, estão os elementos adotados neste trabalho. A escolha foi feita com base em aspectos importantes, como número de graus de liberdade, deformações esperadas e demanda de esforço computacional.

O elemento SOLID186 foi escolhido para modelar a viga em concreto, pois proporciona bons resultados sem demandar um grande refinamento da malha. Além disso, o modelo implementado na *usermat* por Lazzari (2016) é compatível com o elemento. O SOLID186 permite ainda reforço incorporado. Nesta posição, empregou-se o elemento REINF264 para

representar as barras de armadura longitudinais e transversais. Já o reforço externo com PRFC, por possuir uma pequena espessura em relação ao seu comprimento e largura, foi modelado com o elemento de casca SHELL281 nos exemplos de viga com reforço externamente aderido. No entanto, o reforço embutido foi modelado com o mesmo SOLID186 utilizado para o concreto, pois o SHELL281 não permite a utilização de elementos de contato nas duas superfícies do elemento.

4.1.1 SOLID186

O SOLID186 é um elemento quadrático, tridimensional, de 20 nós e com três graus de liberdade em cada nó (translação nas direções de X, Y e Z), conforme o esquema apresentado na Figura 4.1. Sua geometria pode variar e assumir, além da configuração hexaédrica, configurações piramidais, prismáticas e tetraédricas, o que permite adaptação da malha ao modelo. O elemento permite a utilização de integração completa ou reduzida, sendo utilizada, no caso deste trabalho, a integração reduzida. É capaz de tratar materiais com modelos constitutivos elásticos, plásticos, hiperelásticos, que apresentam fluência e grandes deformações.

Figura 4.1 - Elemento SOLID186 (ANSYS, 2019).



⁽fonte: ANSYS, 2019)

4.1.2 REINF264 e MESH200

O REINF264 é um elemento de reforço que deve ser utilizado em conjunto com elementos base tridimensionais, sejam eles elementos de barra, sólido ou de casca (ver Figura 4.2). Possui



Figura 4.2 - Elemento de REINF264.

Neste trabalho, o REINF264 é utilizado para representar de maneira discreta as armaduras em aço, que estão incorporadas e perfeitamente aderidas ao sólido de concreto. Para definir o posicionamento, material e características da seção dos elementos de armadura, o ANSYS oferece duas opções: o método com malha independente e o método tradicional. Neste trabalho, empregou-se o método com malha independente, através do elemento MESH200, pois este recurso confere ao usuário uma flexibilidade muito maior para posicionamento do reforço nos elementos base. Os passos do método com malha independente estão descritos a seguir:

- a) criação da malha dos elementos base, no caso, do SOLID186;
- b) definição das propriedades da seção do reforço (REINF) como tipo (discreto ou distribuído), material e área;
- c) criação dos elementos MESH200, nas posições desejadas;
- d) seleção dos elementos base (SOLID186) e dos elementos MESH200 recémcriados;
- e) geração dos elementos de reforço, através do comando EREINF.

⁽fonte: ANSYS, 2019)

É importante ressaltar que a função do MESH200 é de unicamente auxiliar no lançamento da malha, não contribuindo em nada para a análise da estrutura. Desta forma, não é necessário deletar estes elementos após seu uso. Na Figura 4.3 está apresentado um exemplo de lançamento das armaduras, no caso, da armadura longitudinal superior.

Para definir o modelo constitutivo da armadura no ANSYS, adotou-se o modelo *Bilinear Isotropic Hardening* (BISO) disponível na biblioteca interna do programa. Os parâmetros de entrada correspondem ao módulo de elasticidade do material, a tensão de escoamento e o módulo de endurecimento H_s , que não pode ser inferior a zero ou maior que o módulo de elasticidade.

Figura 4.3 - Comandos para lançamento da armadura superior com elementos MESH200.

```
8.2 - ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR
I.
Asls=(3.14159265359*(dals*dals)/4) !Área da armadura superior
ysls=h-(cob+dat+dals*0.5)!Posição em y da armadurazsls=(b/2)-(cob+dat+dals*0.5)!Posição em z da armadura
                                         !Definição da seção: seção 4,elemento reinf,reforço discreto
sect,4,REINF,DISC
                               !Material 4,area da seção,mesh
secdata,4,Asls,mesh
!Especifica as caracteristicas do elemento mesh200 (ET = 5, material 4 e seção 4)
TYPE, 5
MAT.4
SECNUM, 4
NUMSTR, LINE, 3000
                                          !Inicia a numeração das linhas da armadura superior em 3000
K,3001,0,ysls,zsls
                                          !Posiciona os KP para geração da linha da armadura superior
K,<mark>3002</mark>,vao,ysls,zsls
L,3001,3002
LESIZE,,,,1
                                          !Divide a linha
LMESH, 3000, 3000
                                          !Gera os elementos mesh200 da linha
```

(fonte: elaborada pela autora)

4.1.3 SHELL281

O elemento finito SHELL281, cuja geometria está representada na Figura 4.4, é um elemento de casca com 8 nós. O número de graus de liberdade por nó irá depender da rigidez da placa adotada. Neste trabalho, como o reforço em PRFC resiste essencialmente a esforços de tração, foi definido que o elemento de casca teria apenas rigidez de membrana, excluindo a rigidez a flexão. Isto implica numa quantidade de 3 graus de liberdade por nó (translação na direção de X, Y e Z).

Elementos de membrana são indicados para estruturas extremamente finas ou com pequena rigidez a flexão, como é o caso dos laminados de PRFC. Nestas situações, especificar o elemento SHELL281 para um problema de membrana evita o aparecimento de sistemas mal condicionados (ANSYS, 2019).

Figura 4.4 - Elemento SHELL281.



(fonte: ANSYS, 2017)

São admitidas várias camadas para o elemento, além de várias formas de seção transversal. O usuário deve definir, através dos comandos SECTYPE e SECDATA, a espessura de cada camada, material, orientação da seção e número de pontos de integração orientação do sistema de coordenadas. A expansão da espessura, a partir dos nós do elemento de casca, é especificada pelo comando SECOFFSET. O comando SECCONTROLS permite ainda, se for necessário, substituir propriedades padrões como rigidez de corte transversal, rigidez associada à rotação no plano do elemento ou fatores de ponderação para modos espúrios.

Neste trabalho, considerou-se o SHELL281 com apenas uma camada e foram utilizados cinco pontos de integração ao longo da espessura. As tensões são calculadas para o centro da camada e os resultados são extrapolados para o topo e para a base da mesma.

4.1.4 CONTA174 e TARGE170

O ANSYS permite que uma interação por contato, entre duas superfícies, seja definida através de dois métodos: O contato por pares (*pair based*) e o contato geral (*general contact*), podendo os dois coexistir no mesmo modelo. A definição por pares normalmente é mais eficiente e mais robusta que a de contato geral, além de oferecer ao usuário uma gama maior de opções, incluindo modelos de dano e de zonas coesivas.

Através da definição geral, o contato é gerado em partes físicas e geométricas do modelo, por meio do comando GCGEN. O próprio programa estabelece, automaticamente, quais as superfícies que sofrerão uma interação, baseando-se na rigidez relativa e no refinamento da malha. É válido principalmente para situações nas quais não é possível determinar quais as regiões que estarão em contato. Este método não foi aplicado no trabalho e, portanto, não será aprofundado.

Na definição *pair-based*, o elemento de contato (CONTA172, CONTA174, CONTA175, ou CONTA177) é associado a um elemento alvo, (TARGE169, TARGE170), através de um grupo de constantes reais. A interação por contato é entendida pelo programa apenas entre superfícies que possuem a mesma identificação para as constantes reais.

Como o SOLID186 foi utilizado para modelar a viga em concreto armado, o elemento finito CONTA174 é o indicado para representar o contato entre a superfície deformável de um sólido ou casca 3D, e a superfície alvo, composta por elementos TARGE170.

O CONTA174 é um elemento tridimensional de oito nós, cuja geometria e posição dos nós podem ser visualizadas na Figura 4.5. Estas características são variáveis e se tornam idênticas às características do sólido ou casca aos quais o CONTA174 encontra-se conectado. No presente trabalho, o elemento CONTA174 é gerado na superfície de oito nós do reforço, correspondente ao elemento SHELL281 (reforço externamente aderido) ou ao elemento SOLID186 (reforço embutido).





88

(fonte: ANSYS, 2017)

O elemento permite modelos de fricção de Coulomb, fricção por tensões de corte, além de modelos customizados, através das sub-rotinas USERFRIC e USERINTER. O elemento permite também a separação de superfícies que estavam inicialmente aderidas, com modelos constitutivos capazes de simular o desprendimento da interface.

Para comporto o par de contato, o TARGE170 é utilizado para modelar superfícies alvo tridimensionais, que podem ser rígidas ou deformáveis. No modelo proposto, o elemento TARGE170 é criado na área inferior do volume de concreto da viga.

Vale destacar que tanto para a definição da superfície de contato, como para a definição da superfície alvo, deve-se atentar para o ordenamento dos nós, essencial para a correta implementação dos pares de contato. Os nós devem estar sequenciados de maneira que o sentido normal da superfície, definido pela regra da mão direita, aponte para aonde está localizado o outro elemento do par.

4.2 ASPECTOS DA ANÁLISE NÃO LINEAR

A aplicação do MEF para o estudo de vigas de concreto armado reforçadas com PRFC envolve materiais com características não lineares, que resulta na montagem de um sistema de equações não lineares. Nesta situação, a matriz de rigidez global [K] se modifica de acordo com o nível da carga ou do tempo. Para solução deste problema, o ANSYS utiliza como método numérico o método de Newton-Raphson completo (full), resumido no fluxograma da Figura 4.6.

Cada etapa de carga (step) definida pelo usuário é dividida em subpassos de carga (substeps), representado por n no fluxograma. O comando NSUBST especifica o número de partições padrão e os números máximos e mínimos de divisões.

Para cada subpasso de carga, ocorrem as iterações de equilíbrio *i* até que a convergência seja atingida ou o limite máximo de iterações seja alcançado. O padrão deste limite é igual a 25 iterações, mas este número pode ser alterado através do comando NEQIT. Se a convergência não acontecer, o comando AUTOTS cria substeps intermediários, que otimizam o método. Os valores de $\{u\}_{n+1,0}$, $[K^T]_{n+1,0}$ e $\{F^{nr}\}_{n+1,0}$ utilizados na primeira iteração do substep seguinte (*n*+1) são iguais aos valores da solução que convergiu no substep *n*.

O critério de convergência consiste em verificar se o resíduo é inferior a um valor de referência multiplicado por uma tolerância. Esse resíduo pode ser avaliado em relação às medidas de força e deslocamento. O resíduo de força consiste na relação entre as normas do vetor de cargas aplicadas e forças calculadas pelas equações de equilíbrio.

A tolerância padrão do ANSYS é de 0,5% do valor das forças externas e enquanto que os deslocamentos não podem apresentar uma variação maior que 5%. Esses valores podem ser alterados a partir do comando CNVTOL.

Figura 4.6 - Análise com não linearidade física pelo método de Newton-Raphson.



⁽fonte: QUEVEDO, 2017)

4.3 USERMAT UTILIZADA

As rotinas UPF disponibilizadas pelo ANSYS são arquivos em linguagem FORTRAN, que podem ser customizadas para alterar uma determinada característica padrão do programa, deste

que sejam compiladas e ligadas ao mesmo. Dentre as várias rotinas existentes, a que permite modificar e implementar novos modelos constitutivos para os materiais é chamada de *usermat*.

A *usermat* é chamada a cada ponto de integração, para cada iteração de Newton-Raphson. O subpasso de carga é transformado internamente pelo programa em um valor de incremento de deformação. Este incremento de deformação é utilizado pela *usermat* para a atualizar as tensões e matrizes Jacobianas de tensão-deformação, que são empregadas no cálculo da próxima iteração.

De acordo com o número de componentes de deformação ou tensão e com as dimensões do elemento envolvidas no problema, a *usermat* escolhe entre 4 sub-rotinas internas:

- f) Usermat 3D: para problemas que possuem mais de 4 componentes de tensão, como problema tridimensional (6 componentes) e estado plano de deformações (4 componentes);
- g) Usermat PS: para problemas que possuem 3 componentes de tensão, sendo uma delas de tensão cisalhante;
- h) Usermat TBM: para problemas com 3 componentes de tensão, modelados com elementos tridimensionais de viga;
- i) Usermat 1D: para problemas com uma componente de tensão normal, modelados com elementos unidimensionais.

Neste trabalho, são utilizadas as sub-rotinas programadas na *usermat* 3D desenvolvidas por Lazzari (2016). Nos modelos constitutivos implementados pela autora, o comportamento do concreto é analisado de duas maneiras distintas: quando a carga é considerada de curta duração, adota-se um modelo elastoplástico, em que o tempo de aplicação de carga é de um dia; e quando a carga é de longa duração, utiliza-se um modelo viscoelástico, em que são aplicados intervalos de tempo iguais a um dia. O enfoque deste trabalho é dado para o comportamento instantâneo.

Lazzari (2106) descreve os processos de compilação e "linkagem" da *usermat* com o ANSYS. Para tal, é necessária a criação de uma *Dynamic-Link Library* (DLL), a criação de uma pasta contendo o executável ANSUSERSHARED.bat e o arquivo *usermat* customizado. Este arquivo está incluído no pacote de UPFs, chamado ANSYS *Customization Files for User Programmable Features*. Os parâmetros de entrada, necessários para o funcionamento dos modelos constitutivos, são inseridos por intermédio de comandos escritos em um arquivo no formato texto. O comando TB, USER define o material, a temperatura e o número de variáveis, enquanto que o comando TB,DATA define os valores dessas variáveis. Além dessas, existe um outro grupo de variáveis estabelecidas pelo comando TB,STATE, chamadas de variáveis de estado, que salvam valores que se alteram ou se acumulam ao longo da análise, como por exemplo, componentes de deformação plástica e tensões atualizadas.

Schmitz (2017) faz algumas ressalvas com relação a utilização da sub-rotina implementada na *usermat*. A primeira delas é que, apesar do ANSYS não possuir unidades padrão, devido à programação realizada na *usermat*, os valores devem ser inseridos respeitando as unidades kN, centímetro e dias. A segunda questão é a necessidade de desativar a paralelização do processamento, através do comando PSCONTROL. Isto ocorre pois Lazzari (2016) empregou blocos COMMON para o armazenamento de variáveis que não são salvas automaticamente pelo ANSYS.

Outro ponto importante, é que a resistência característica à compressão (f_{ck}) deve ser fornecida como dado de entrada para a *usermat* através do ANSYS, como pode ser visualizado na Figura 4.7. O valor médio (f_{cm}) é calculado internamente na sub-rotina, conforme equação (77) retirada do Código Modelo da *fib* 2010 (2012), com valores em MPa.

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 MPa \tag{(77)}$$

No entanto, a relação entre os valores médio e característico parte de uma abordagem estatística dos resultados dos ensaios à compressão uniaxial, em que f_{ck} é calculado de acordo com o desvio padrão do concreto s_d , através da equação (78). A equação (78) se iguala a (77) tomando s_d igual a 4,85.

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,65s_d \tag{78}$$

O *script* utilizado neste trabalho tem como entrada de dados o valor médio da resistência a compressão do concreto e o desvio padrão da resistência, como pode ser visualizado na Figura

4.8. O valor de f_{ck} é automaticamente calculado a partir da equação (78) e utilizado na definição do material. Caso não seja conhecido o valor do desvio padrão do concreto, 0,485 deve ser adotado.

Figura 4.7 - Definição do material concreto pelo ANSYS.

(fonte: elaborada pela autora)

```
1.2 - MATERIAIS
1
1
!1.2.1 - CONCRETO (user)
1
                          = 2.5E-5 !Peso específico do concreto (kN/cm³)
= 3575.7 !Módulo de elasticidade do concreto (kN/cm²)
= 0.15 !Coeficiente de poisson do concreto
= 4.64 !Resistência média a compressão (kN/cm²)
= 0.19 !Desvio padrão do concreto
gc
EC
VC
fc
SC
!Obs. Se não for conhecido, igualar a 0.485 (kN/cm<sup>2</sup>)
1
fck=fc-1.65*sc
                                             !Resistência característica do concreto (kN/cm<sup>2</sup>)
                  = 2
                                            !Tipo de cimento
cimento
!Opções: 1-endurecimento lento; 2-endurecimento normal; 3-endurecimento rápido
agregado
           = 1
                                     !Tipo de agregado
!Opções: 1-basalto; 2-granito; 3-calcário; 4-arenito
                          = 2.001 !1 análise, do tipo instantânea
analise
!Tipos e número de análises feitas. O número da direita corresponde a quantidade
de análises e o número da esquerda, a sequencia e o tipo de cada análise, sendo:
11- análise retração e 2-Analise instantanea.
!EXEMPLO: analise = 21.002: Duas análises. Primeiro uma análise diferida (1)
!e depois uma análise instantânea (2).
```

Figura 4.8 - Dados do concreto no *script* de entrada de dados.

(fonte: elaborada pela autora)

Apesar do modelo constitutivo do concreto ter sido implementado e validado nos trabalhos de Lazzari (2015), Lazzari (2016) e Schmitz (2017), nesta pesquisa foi realizado um novo teste para avaliação do comportamento do mesmo material. Modelou-se um cubo com 1 cm de lado, discretizado em apenas um elemento, e adotou-se a resistência média à compressão de 33,58

MPa, correspondente ao concreto que será utilizado em outras análises no Capítulo 5. Os gráficos de tensão *versus* deformação foram obtidos aplicando-se um deslocamento imposto de 0,0035 cm e 0,002 cm, no sentido de compressão e de tração, respectivamente, em uma das faces do cubo. Os diagramas resultantes podem ser observados na Figura 4.9 e na Figura 4.10.



Figura 4.9 – Diagrama tensão x deformação para o concreto sob compressão uniaxial.

(fonte: elaborada pela autora)



Figura 4.10 - Diagrama tensão x deformação para o concreto sob tração uniaxial.

(fonte: elaborada pela autora)

4.4 MODELO ELASTO-FRÁGIL PARA O PRFC

A simulação o comportamento elástico-linear com ruptura frágil do polímero reforçado com fibras foi feita a partir de uma adaptação do modelo de dano progressivo disponibilizado pelo ANSYS versão 19.2. Para esse tipo de análise, o usuário precisa definir, além das propriedades elásticas ortotrópicas do material, três outros modelos: o critério de iniciação de dano (*Damage initiation Criteria*, DMGI), os limites de resistência do material e a lei de evolução de dano (*Damage Evolution Law*, DMGE). Vale ressaltar que não foi adotado um modelo de dano propriamente, sendo utilizada apenas a ferramenta do ANSYS para modelar o comportamento frágil do material.

4.4.1 Critério de iniciação do dano

O critério de iniciação do dano define a partir de quanto o material começa a ser danificado. O usuário pode adotar critérios diferentes para rupturas a tração e a compressão, tanto para o material constituinte das fibras do compósito, como para o material constituinte da matriz. As opções disponíveis pelo programa são: máxima deformação, máxima tensão, Puck, Hashin, LaRC03 e LaRC04. No presente estudo, foi adotado o critério de máxima tensão tanto para tração como para compressão, para todos os componentes do PRFC. O comando APDL para a iniciação do dano é TB,DMGI, como é mostrado na Figura 4.11.

De acordo com o critério de iniciação de dano escolhido, deve-se ainda definir as máximas tensões e deformações que um material pode suportar, antes da falha acontecer. Deste modo, foi utilizada a resistência à tração material como valor limite. Na Figura 4.11 estão apresentados os comandos APDL para a introdução do limite de resistência ao modelo.

4.4.2 Evolução do dano

Após atingido o critério de iniciação do dano, a continuidade do carregamento irá acarretar numa degradação do material. A evolução desta degradação é regida por uma lei. Na ausência desta, o critério de dano não produz nenhum efeito sobre o material. No ANSYS, existem duas opções de lei de evolução do dano: o método por mecânica de dano contínuo (*Continuum Demage Mechanics*, CDM) e o método de degradação das propriedades do material (*Material Property Degradation Method*, MPDG).

O primeiro envolve a energia dissipada no processo e descreve o desenvolvimento gradual do dano. Este nível de refinamento foge do escopo deste trabalho e, por isso, foi adotado o método de degradação das propriedades do material.

O MPDG, por sua vez, modela uma redução instantânea da rigidez do material, depois de iniciado o dano. O usuário insere os fatores instantâneos de redução para a rigidez à tração e à compressão. Os valores podem variar de 0 (nenhum dano) até 1, que representa dano completo. Considera-se, neste estudo, que o PRFC perde completamente suas propriedades resistivas após o início da falha, por entanto foi adotado 1 para o fator redutor de rigidez. Os comandos para a definição do *Damage initiation Criteria* são mostrados na Figura 4.11.

Figura 4.11 - Comandos para definição de material com dano progressivo.

```
5.5 - REFORÇO - ELÁSTICO, COM RUPTURA FRÁGIL - Material 6
 1 _____
□ *IF, refor, GT, 0, THEN
                          Propiedades do material 6: REFORÇO
     MPTEMP,,,,,,,,
     MPDATA,EX,6,,Er
     MPDATA,EX,6,,Er!Especifica o modulo de elasticidade do material 6MPDATA,PRXY,6,,vr!Especifica o coef. de Poisson do material 6
     ! MODELO DE DANO PROGRESSIVO
     !Definição do critério de iniciação do dano
     TB,DMGI,6,1,4,1, !O critério de falha é o critério inicial de dano
     !Definição do critério de falha para cada modo de ruptura

      TBDATA,1,2,2,2,2
      !1-deformação maxima; 2-tensao máxima (utilizado)

     !Definição da lei de evolução do dano
     TB,DMGE,6,1,4,1,!Progressão do dano paseada num rator reductor do _____TBDATA..1.1.1.1!Fatores redutores (valor entre 0-1, onde 1 reduz o máximo).
     !Definição do limite (de tensão ou deformação) a partir do qual ocorre o dano:
     TB,FCLI,6,1,1,1 !1-tensão máxima (utilizado); 2-deformação máxima
     TBDATA,1,fur
                                       !Atribuição do valor da tensao de ruptura
 *ENDIF
```

(fonte: elaborada pela autora)

4.5 MODELO DE ZONA DE COESÃO NO ANSYS

No ANSYS, um modelo CZM pode ser utilizado para caracterizar o comportamento de elementos de contato. As relações constitutivas de tensão-separação disponíveis no *software* são na forma linear ou exponencial. O usuário também tem a opção de utilizar a ferramenta de customização UPF (*User Programmable Features*) para programar um novo modelo, através da subrotina *userCZM*, que foge ao escopo deste trabalho.

O modelo de zona coesiva é definido no ANSYS APDL a partir do comando TB,CZM seguido pela definição das constantes do material pelo comando TBDATA. O programa permite que o comportamento do material seja definido por meio das tensões e distâncias de separação máximas (TB,CZM,,,,CBDD) ou pelas tensões máximas e energias de fraturas críticas (TB,CZM,,,,CBDE). O *script* de entrada de dados desde trabalho permite definir o material das duas maneiras, como pode ser visto na Figura 4.12.



```
!1.2.4 - INTERFACE
mod inter
                         = 1
                                       !Modelo da aderêcia entre o PRFC e o concreto
!0 = aderência perfeita;
!1 = modelo de zona coesiva (CZM)
*IF,mod_inter,EQ,1,THEN
    kt= 80!Rigidez tangencial da interface (kN/cmmod_czm= 1!Modelo czm adotado: 1 = CBDD; 2 = CBDE
                                       !Rigidez tangencial da interface (kN/cm)
    *IF,mod_czm,EQ,1,THEN
                                      !Se CBDD:
                         = 0.422 !Máxima tensão tangencial (kN/cm<sup>2</sup>)
= 0.10788 !Máximo deslizamento tangencial ao fim do desprendimento do reforço(cm)
        timax
        deltatc
        ni
                         = 0.00008 !Coeficiente artificial de amortecimento
         1
    *ELSEIF, mod czm, EQ, 2, THEN
                                       !Se CBDE:
                          = 0.422
        timax
                                       !Máxima tensão tangencial (kN/cm²)
        Gct
                          = 0.18
                                       !Energia de fratura para o deslizamento tangencial (J/cm²)
                                       !Coeficiente artificial de amortecimento
        ni
                         = 0.00008
    *ENDIF
*ENDIF
```

(fonte: elaborada pela autora)

O modo de separação é detectado pelo programa de acordo com as constantes que são inseridas por meio do comando TBDATA, conforme Figura 4.13. O Modo II é ativado pela introdução das constantes correspondentes a posição 3, 4 e 5, que são respectivamente τ_{max} , δ_t^c (CBDD) ou G_{ct} (CBDE) e η , sendo η o coeficiente artificial de amortecimento. Este coeficiente tem unidade de tempo e deve ser inferior ao menor incremento de tempo da análise. Sua função é evitar problemas de convergência na solução envolvendo Newton-Raphson.

Figura 4.13 - Comandos para definição do modelo de interface.



(fonte: elaborada pela autora)

5 ANÁLISE DE VIGAS REFORÇADAS COM PRFC

Nos Capítulos 3 e 4 foram apresentados os modelos constitutivos e os aspectos referentes a modelagem computacional. Neste capítulo, são mostrados os resultados obtidos numericamente para verificação do modelo proposto. É analisada uma série de vigas reforçadas à flexão com PRFC, que foram testadas experimentalmente e numericamente por diferentes pesquisadores.

Primeiramente, foi feita uma verificação do modelo a partir dos dados experimentais apresentados por Beber (1999). O autor ensaiou cinco grupos de vigas em concreto armado, sendo quatro deles reforçados com PRFC externamente aderido (com uma, quatro, sete e dez camadas de laminados).

Posteriormente, partiu-se para análise de vigas com reforço embutido em ranhuras no concreto, através da simulação das vigas analisadas experimentalmente e numericamente por Fortes (2004) e por Barros e Fortes (2002), respectivamente. Fortes (2004) testou três séries de vigas com reforço (duas delas com reforço NSM), sendo que neste trabalho são simuladas as vigas da Série S1, com um, dois e três laminados de PRFC inseridos no cobrimento do concreto.

Por se tratarem de modelos com materiais altamente não-lineares, antes de serem apresentados os resultados finais dos exemplos simulados, foi realizado um pequeno estudo de malha para definir o nível de discretização do modelo numérico.

Os resultados das análises são expostos através de gráficos comparativos da resposta cargadeslocamento. São apresentadas também as distribuições de tensões no concreto, na armadura, no reforço e na interface entre reforço e concreto.

5.1 VIGAS REFORÇADAS DE BEBER (1999)

Beber (1999) testou experimentalmente dez vigas em concreto armado, sendo oito delas reforçadas com lâminas de PRFC. As vigas sem reforço foram denominadas VT1 e VT2. Já as vigas com reforço receberam as denominações VR3 e VR4, VR5 e VR6, VR7 e VR8, VR9 e VR10, e foram reforçadas, respectivamente, com uma, quatro, sete e dez camadas de lâminas de PRFC. Na Tabela 5.1 estão resumidos os protótipos ensaiados, com as respectivas áreas de PRFC adotadas.

Protótipo	Número de camadas de lâminas de reforço	Área total de reforço (cm²)
VT1 - VT2	-	-
VR3 – VR4	1	0,1332
VR5-VR6	4	0,5328
VR7 – VR8	7	0,9324
VR9 – VR10	10	1,332

Tabela 5.1 - Resumo dos protótipos ensaiados por Beber (1999).

(fonte: elaborada pela autora)

Todas as vigas possuem seção transversal de 12 x 25 cm e comprimento de 250 cm. A armadura longitudinal inferior é composta por duas barras de aço CA-50, com 10 mm de diâmetro, correspondendo a uma taxa de armadura de 0,58%. A armadura longitudinal superior é composta por duas barras de aço CA-60, com diâmetro de 6 mm. A armadura transversal consiste de 22 estribos de aço CA-60 com 6 mm de diâmetro e espaçamento uniforme de 11 cm. A armadura possui um cobrimento de 1,5 cm. Na Figura 5.1 está ilustrado o detalhamento das vigas ensaiadas e o posicionamento dos apoios e do carregamento imposto.





⁽fonte: PALIGA, 2018)

Beber (1999) ressalta a importância da taxa de armadura empregada, considerada baixa. Maiores valores de taxa de armadura poderiam significar em rupturas por esmagamento do concreto e posterior escoamento da armadura longitudinal, impossibilitando a avaliação do incremento de desempenho da estrutura devido ao reforço.

Na Tabela 5.2 estão resumidas as propriedades mecânicas dos materiais constituintes das vigas experimentadas por Beber (1999): concreto, aço e lâmina de PRFC. As lâminas utilizadas eram pré-impregnadas, e foram impregnadas novamente com resina epóxi para aplicação na superfície de concreto. Sua seção transversal por unidade de largura é de 1,11 cm²/m e peso específico por área igual a 200 g/m². O compósito Replark 20 produzido pela *Mitsubishi Chemical Corporation* possui resistência à tração, na direção das fibras, de 3400 MPa e módulo de elasticidade de 230 GPa.

Concreto	Armadura longitudinal inf. \ophi10	Armadura longitudinal sup. e transversal ø6	Lâmina de PRFC
f _{cm} = 33,58 MPa	$f_{ym} = 565 \ MPa$	$f_{ym} = 738 \ \text{MPa}$	$\sigma_{rup}=3400~MPa$
$f_{ctm} = 2,85 \text{ MPa}$	-	-	-
E _c = 32196 MPa	$E_s = 210 \text{ GPa}$	$E_s = 210 \text{ GPa}$	$E_f = 230 \text{ GPa}$

Tabela 5.2 - Propriedades dos materiais constituintes das vigas ensaiadas por Beber (1999).

(fonte: elaborada pela autora)

5.1.1 Malha e características do modelo

Para a simulação computacional das vigas testadas por Beber (1999), foi aproveitada a simetria de geometria e de carregamento, de maneira que pôde-se modelar apenas um quarto da viga. Quanto as vinculações, foram restringidos, na direção Y, os nós inferiores localizados a 7,5 cm da extremidade da viga em X. Para garantir a simetria, todos os nós do plano YZ localizado no meio do vão (X = 125 cm) tiveram o deslocamento impedido na direção de X e todos os nós do plano XY em Z = 0 tiveram restrição na direção de Z. O carregamento foi aplicado em forma de incrementos de deslocamento dos nós superiores e na posição X = 85,83 cm, ou a 78,33 cm de distância do apoio.

Com relação a interface, foram utilizados o modelo e a formulação propostos por Lu et al. (2005). Substituindo os valores para o exemplo das vigas de Beber (1999) na formulação apresentada no item 2.3.1, obteve-se os valores de tensão máxima de aderência, rigidez tangencial da interface e deslizamento máximo, resumidos na Tabela 5.3.

Tensão máxima de aderência τ_{fl} (kN/cm ²)	Rigidez tangencial k _t (kN/cm ³)	Deslizamento máximo s ₀ (cm)
0,355	77	0,0172

Tabela 5.3 – Parâmetros do modelo da interface utilizados no exemplo de Beber.

(fonte: elaborada pela autora)

Como a viga é constituída de um material altamente não linear (concreto) e possui elementos de contato que tendem a aumentar ainda mais a dificuldade de convergência da análise, inicialmente foi realizado um pequeno estudo de malha. As vigas sem reforço (VT1 e VT2) e as vigas com sete camadas de PRFC (VR7 e VR8) foram simuladas, variando-se o nível de discretização.

As cinco malhas testadas nas vigas sem reforço estão resumidas na Tabela 5.4 e representadas graficamente pela Figura 5.2. Variou-se, principalmente, o número de elementos ao longo do comprimento e da altura. Por se tratar de um problema de flexão simples, é esperado que a variação da quantidade de elementos ao longo da largura da seção da peça não provocasse grandes modificações nos resultados.

Malha	Número de elementos			
	Х	Y	Z	
1	8	2	1	
2	11	3	1	
3	21	4	1	
4	21	4	2	
5	32	6	2	

Tabela 5.4 - Resumo dos números de elementos das malhas testadas.

(fonte: elaborada pela autora)



⁽fonte: elaborada pela autora)

O deslocamento total imposto na posição X foi de 2,5 cm, que provoca um deslocamento máximo no meio do vão de aproximadamente 3 cm, cerca de três vezes maior que o maior valor experimental registrado. Optou-se por aplicar um deslocamento maior que o observado experimentalmente para analisar o processo de convergência.

Para definir qual malha apresenta o melhor desempenho, foram contrapostas as curvas carga *versus* deslocamento resultantes das análises numéricas com as curvas dos resultados experimentais, conforme pode ser visualizado na Figura 5.3.



Figura 5.3 - Análise de Malha - Diagrama carga x deslocamento: Vigas VT1 e VT2

Verificou-se, através da Figura 5.3, que de maneira geral, as curvas estão sobrepostas nos estádios 1 e 2. Nos ensaios experimentais, os relógios comparadores, que mediam os deslocamentos verticais, foram retirados para evitar danos, quando o início do escoamento da armadura foi detectado, de maneira que não foi possível comparar os resultados experimentais e numéricos no estádio 3.

⁽fonte: elaborada pela autora)

A malha 1 apresentou uma pequena instabilidade no início do processo de fissuração do concreto e uma instabilidade no estádio 3, e por isso foi descartada. A malha 2 apresentou um pequeno pico de carga no início do processo de escoamento da armadura, seguido de uma instabilidade dos resultados, por isso também foi descartada. Como era de se esperar, o acréscimo de elementos na largura da viga provocou pouquíssimas alterações no resultado, como pode ser visto analisando as curvas das malhas 3 e 4, que diferem entre si apenas pelo número de elementos em Z.

Analisando as tensões nos pontos de integração, o concreto do modelo não chegou a esmagar, de maneira que a convergência ocorreu para todas as malhas, até o fim do deslocamento imposto. As malhas 3, 4 e 5 apresentaram resultados muito próximos, com curvas praticamente sobrepostas. Por demandar um menor esforço computacional, a malha 3, com menos elementos, foi a escolhida.

Também foi feito o estudo da influência da discretização dos elementos finitos sobre os resultados das vigas reforçadas com o material polimérico. Para tanto, as mesmas malhas especificadas na Tabela 5.4 foram utilizadas. As curvas força *versus* deslocamento estão detalhadas na Figura 5.4.



Figura 5.4 - Análise de Malha - Diagrama carga x deslocamento: Vigas VR7 e VR8.

Observa-se pela Figura 5.4 que novamente as curvas mostraram um comportamento sobreposto, variando somente o ponto em que a análise deixou de convergir. O acréscimo do reforço à viga, e consequentemente da interface entre os materiais, aumenta ainda mais a não-linearidade do

⁽fonte: elaborada pela autora)

modelo. Como pode ser observado na Figura 5.4 o refinamento da malha, por si só, não implica numa melhora dos resultados. Outros parâmetros, como a tolerância de erro e concentração de tensões, devem ser atentados.

A Malha 1 deixou de convergir para valores de carga inferiores a carga última experimental observada. A Malha 2, por sua vez, continuou a convergir mesmo após a interface ter atingido o deslizamento máximo, que deveria indicar o destacamento do reforço e a interrupção do processo. As Malhas 3 e 4 apresentaram resultados bem próximos dos valores experimentais, inclusive com relação a carga última. No entanto, a Malha 4, com mais elementos na largura, foi a que mais se aproximou da carga última experimental. O maior número de elementos da Malha 5, provocou uma concentração de tensões na região de aplicação de carga e ampliação do erro associado nessa região, que modificou consideravelmente a distribuição das tensões ao longo da interface e consequentemente a carga de ruptura.

Finalmente, a Malha 4 foi a definitiva, de maneira que a discretização e todos os elementos do modelo das vigas reforçadas podem ser visualizados na Figura 5.5-a. Para facilitar a análise dos resultados, a mesma malha foi utilizada na viga em concreto armado (sem reforço), representada pela Figura 5.5-b. Observa-se, pela Figura 5.6, que as seções transversais dos modelos analisados são iguais, variando pela ausência ou não do elemento de casca, além espessura do elemento, influenciada pelo número de camadas de reforço.



Figura 5.5 - Discretização em elementos finitos das vigas de Beber.

(fonte: elaborada pela autora)



Figura 5.6 - Seções transversais das vigas de Beber: a) vigas testemunho e b) vigas com reforço.

Quanto aos elementos de contato, o elemento CONTA174 foi gerado na superfície dos elementos SHELL281. Já o elemento alvo TARGE170 foi gerado na superfície inferior do volume da viga, como pode ser visto na Figura 5.7. No detalhe da mesma figura, pode-se ver, ainda, o posicionamento do CONTA174 (em azul) nos nós do elemento de casca, espaçado do "alvo" (em vermelho) numa distância de metade da espessura do laminado. A direção normal do TARGE170, determinada pela numeração dos nós e pela regra da mão direita, aponta para o CONTA174, e vice-versa. O contato por pares, conforme apresentado no item 4.1.4, é reconhecido por meio das constantes reais dos elementos, que devem ser referenciadas pelo mesmo número.



Figura 5.7 - Elementos CONTA174 e TARGE170 no modelo das vigas de Beber.

(fonte: elaborada pela autora)

⁽fonte: elaborada pela autora)

Cada constante real possui várias posições referenciadas. No caso, foram modificadas pelo comando RMODIF as posições 5 e 12. A posição 5 (ICONT) armazena o valor inicial para o qual o contato é considerado fechado e foi atribuído igual à metade da espessura do PRFC. Caso esse valor não fosse modificado, o PRFC não estaria aderido à viga. A posição 12 (FKT) especifica a rigidez tangencial do contato.

5.1.2 Análise dos resultados obtidos pela simulação numérica

Para simular o carregamento instantâneo das vigas até a sua ruptura, foi aplicado um deslocamento vertical no ponto em que, no ensaio experimental, a carga concentrada estava localizada. Os resultados numéricos obtidos são comparados aos resultados experimentais, em termos de deslocamento no vão central da viga, tensão e deformação no concreto, na armadura e no reforço. Por fim, são analisados o comportamento da interface, através da análise das tensões e deslizamentos capturados pelos elementos de contato.

5.1.2.1 Curva carga versus deslocamento

A Figura 5.8 apresenta os gráficos de deslocamentos verticais no centro da viga com o aumento dos carregamentos externos para as 10 vigas ensaiadas por Beber (1999), incluindo as vigas testemunho (VT1 e VT2) e as vigas com reforço de PRFC. As curvas são comparadas com os resultados obtidos numericamente e de maneira geral, observa-se uma boa concordância entre o modelo numérico e o experimental, tanto na fase elástica (estádio 1) como na de propagação de fissuras (estádio 2) e escoamento da armadura (estádio 3).

No primeiro gráfico da Figura 5.8 são apresentadas as respostas carga x deslocamento dos ensaios experimentais e da análise numérica para as vigas em concreto armado simples, sem reforço. A diferença entre as cargas de ruptura obtidas neste gráfico se deve ao fato que no experimento realizado, para evitar danificar os LVDTs, as medições de deslocamento foram interrompidas um pouco antes da carga de ruptura, quando a viga começa a apresentar grandes deformações devido ao escoamento da armadura. O mesmo procedimento foi adotado no caso do grupo com apenas uma camada de reforço (VR3 e VR4).

Nota-se, fazendo uma comparação dos gráficos entre si, um aumento considerável na rigidez das peças com o aumento do número de camadas de PRFC, evidenciada por deslocamentos centrais menores para vigas reforçadas com maior área de compósito polimérico. A Figura 5.9

apresenta as deformadas do conjunto de vigas de Beber (1999) no instante em que ocorre a ruptura e a flecha atinge seu valor máximo na seção central.



Figura 5.8 - Curvas carga x deslocamento das vigas de Beber.

(fonte: elaborada pela autora)



A Tabela 5.5 apresenta uma comparação entre as cargas de ruptura obtidas experimentalmente e a carga de ruptura numérica. Os modos de falha também estão indicados.

Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC. PPGEC/UFRGS. 2019.

O modelo numérico das vigas testemunho apresentaram ruptura por deformações plásticas excessivas na armadura tracionada. A carga última considerada foi a partir da qual a deformação na armadura atingiu o valor de 0,01. A diferença entre as cargas de ruptura experimental e numérica era esperada, pois como foi dito anteriormente, os ensaios foram interrompidos no início do escoamento.

Beber (1999) enfatiza que um erro experimental foi cometido nas vigas com apenas 1 camada de reforço. Durante a colagem do extensômetro, o procedimento de lixação da superfície provocou uma diminuição da seção transversal, o que provocou alterações nos resultados deste grupo, com ruptura prematura da fibra, como acontece com a viga VR4. Por isso, um terceiro protótipo foi ensaiado e os resultados aqui apresentados para viga VR3 refere-se a este novo exemplar.

Protótipo	Modo de Ruptura	Carga de ruptura (kN)		D:former of $(0/)$
		Experimental	Numérico	Diferença (%)
VT1	Deformação Plástica Excessiva Armadura	47,7	50,0	+4,8%
VT2	Deformação Plástica Excessiva Armadura	47,0		+6,4%
VR3	Deformação Plástica Excessiva Armadura	73,6*	78,6	+6,8%
VR4	Ruptura da fibra	62,0		+26,8%
VR5	Descolamento PRFC	102,2	110,3	+7,9%
VR6	Descolamento PRFC	100,6		+9,6%
VR7	Descolamento PRFC	124,2	124,4	+0,2%
VR8	Descolamento PRFC	124,0		+0,3%
VR9	Descolamento PRFC	129,6	- 116,6	-10,0%
VR10	Descolamento PRFC	137,0		-14,9%

Tabela 5.5 - Comparação entre cargas de ruptura.

*Cargas finais, sem relógio comparador

(fonte: elaborada pela autora)

O escoamento da armadura longitudinal da viga VR3 se deu, segundo o mesmo autor, sob a carga de 65,2 kN, a partir da qual os deslocamentos deixaram de ser medidos. No entanto, o carregamento prosseguiu até a carga de 73,6 kN, quando houve finalmente a ruptura do PRFC, como pode ser visualizado na Figura 5.10. Observa-se que este valor está próximo ao valor de 78,6 kN obtido para o modelo numérico.



Figura 5.10 - Ruptura da lâmina de reforço da viga com única camada de reforço.

(fonte: BEBER,1999)

Analisando as tensões do modelo com apenas uma camada de reforço, é possível perceber que o laminado de PRFC rompe, mas ao mesmo tempo apresenta tensões nulas na interface, indicando seu desprendimento. Dessa maneira, num primeiro momento, foi difícil identificar o modo de falha apresentado pelo modelo.

Para maiores conclusões, foram feitos mais dois testes. No primeiro, considerou-se a aderência perfeita entre reforço e substrato de concreto, enquanto que o comportamento do PRFC se manteve inalterado. Já no segundo, o modelo de dano do PRFC foi removido, de forma que a ruptura frágil não seria possível. Observou-se que de fato a análise foi interrompida nos dois testes, em subpassos de carga bem próximos, sendo que o primeiro teste apresentou falha um pouco antes. Assim, estes resultados indicam que o modo de ruptura do modelo da viga VR3-VR4 ocorre por ruptura do reforço.

A simulação computacional das vigas reforçadas com quatro, sete e dez camadas de reforço apresentaram ruptura por desprendimento do reforço. A viga reforçada com dez camadas de PRFC apresentou uma carga última numérica mais distante dos valores experimentais, sendo inclusive inferior a carga máxima obtida pelas vigas com sete camadas. Esse efeito será discutido mais à frente.

Um fato importante, que merece ser frisado, sobre as vigas experimentais de Beber (1999) é a colocação de um reforço lateral na extremidade das vigas reforçadas com sete e dez camadas, que serviria, segundo o autor, para aumentar a ancoragem do laminado e amenizar a tendência de descolamento observada.

O reforço lateral feito foi executado de duas maneiras distintas. Nas vigas VR7 e VR9 as camadas laterais coladas não envolveram as superfícies inferiores dos protótipos, enquanto que as camadas das vigas VR8 e VR10 envolveram, inclusive, o reforço longitudinal das vigas. Estudos, como os de Juvantes (1999) e Ferrari (2002), comprovaram que a colagem de mantas laterais envolvendo e ancorando a extremidade do PRFC aderido pode significar em grandes elevações na capacidade última de carga do elemento estrutural. Consequentemente, diferenças entre a capacidade de carga numérico e experimental das vigas com sete e dez camadas de reforço já era esperada, uma vez que o modelo computacional não contempla a ancoragem executada nos protótipos.

Figura 5.11 - Reforço lateral realizado nas vigas com sete e dez camadas, envolvendo, inclusive, o reforço longitudinal.



(fonte: BEBER, 1999)

Para compreender melhor a ruptura por descolamento, deve-se fazer uma análise das tensões e deslocamentos relativos entre a superfície da viga e do laminado de PRFC. Esta análise é feita mais à frente, no item 5.1.2.5.

5.1.2.2 Tensões no reforço de PRFC

A Figura 5.12 contém as distribuições de tensões no reforço, modelado através do elemento SHELL281, referentes as cargas últimas de cada grupo de viga simulado computacionalmente.
Como esperado, as regiões de tensões máximas estão localizadas entre a posição da carga concentrada aplicada e o meio do vão da peça.



Figura 5.12 - Tensões últimas (kN/cm²) no reforço das vigas de Beber (1999).

É possível constatar que somente a viga com apenas uma camada atinge a máxima capacidade resistiva do PRFC, apresentando falha por ruptura do material. Nas demais vigas, as tensões apresentam-se consideravelmente abaixo da tensão última do reforço, indicando um baixo aproveitamento do material.

O estudo da ancoragem de laminados de PRFC realizado por Chen e Teng (2001) indica que laminados com elevado módulo de elasticidade e pequena espessura devem ser utilizados para que elevadas tensões no reforço sejam atingidas. Os resultados obtidos corroboram essa afirmação, já que apenas a viga reforçada com uma única camada de PRFC alcançou maiores tensões.

5.1.2.3 Tensões e deformações na armadura

A Figura 5.13 apresenta as comparações entre as curvas carga *versus* deformação numéricas e experimentais na armadura para cada um dos cinco grupos de vigas testadas. Observa-se que de maneira geral os resultados apresentam uma boa correlação, mesmo após a fissuração do concreto.

Vale comentar que, para alguns protótipos, Beber (1999) não fornece todos os valores das deformações na armadura até a carga de ruptura, possivelmente devido a ruptura dos extensômetros, o que impossibilita a visualização do patamar de escoamento em alguns casos.

Através dos resultados numéricos, observa-se que as armaduras apresentam grandes deformações plásticas antes da ruptura, com exceção da viga com dez camadas de reforço, que rompe logo após o início do escoamento do aço.

A Figura 5.14 mostra as tensões últimas nas armaduras (longitudinais e transversais), obtidas através das simulações numéricas dos 5 grupos de vigas. Observa-se que as armaduras longitudinais apresentam tensões últimas superiores à tensão de escoamento do aço. Isso é possível pois, conforme foi comentado no item 3.1, um pequeno endurecimento foi adotado mesmo para o aço que teoricamente apresentaria comportamento elastoplástico perfeito.

É possível perceber também os baixos níveis de tensões aos quais os estribos estão submetidos no momento da ruptura. Esse comportamento era previsto, pois as vigas de Beber (1999) foram dimensionadas para evitar a ruptura por cisalhamento.



Figura 5.13 - Deformações na armadura das vigas de Beber (1999).

(fonte: elaborada pela autora)



Figura 5.14 - Tensões últimas (kN/cm²) na armadura das vigas de Beber (1999).

5.1.2.4 Tensões e deformações no concreto

Beber (1999) realizou medições das deformações no concreto através de extensômetros posicionados na região comprimida da seção central das vigas. A Figura 5.15 apresenta as curvas carga x deformação no concreto obtidas pelo pesquisador, sobrepostas às curvas numéricas resultantes deste trabalho.

Como o concreto é um material heterogêneo, é de se esperar que a previsão do comportamento localizado envolva uma maior quantidade de incertezas e variações. Por isso, os resultados para o concreto apresentaram diferenças um pouco maiores, se comparadas as previsões obtidas para o aço.

A Figura 5.16 contém as tensões últimas do concreto na direção de x. Observa-se que a maior parte das seções transversais das vigas encontram-se submetidas a baixos níveis de tensão de tração, indicando o elevado nível de fissuração. É importante observar que na situação de ruptura, os valores de tensão de compressão máxima estão acima do valor da resistência do concreto. Isto acontece, pois, o modelo de plasticidade empregado permite que tensões maiores em uma direção seja alcançada, já que o elemento pode estar submetido a um estado de tensões multiaxiais. Além disso, um erro numérico está envolvido, atrelado à extrapolação dos resultados dos pontos de integração, para os nós do elemento finito.



Figura 5.15 - Deformações no concreto das vigas de Beber (1999).

(fonte: elaborada pela autora)



Figura 5.16 - Tensões últimas (kN/cm²) no concreto na direção de x das vigas de Beber (1999).

5.1.2.5 Tensões de aderência e deslizamentos na interface

Para compreender melhor a ruptura frágil das vigas por destacamento do reforço, é necessário avaliar as tensões de aderência e deslizamentos da interface. A visualização dos resultados se torna fácil, através da interface gráfica do ANSYS. As Figura 5.17 e Figura 5.18 apresentam, respectivamente, as tensões e deslizamentos nas etapas de carregamento anteriores a ruptura, para cada modelo numérico simulado.



Figura 5.17 - Tensões de aderência na interface (kN/cm²).

Analisando as imagens da Figura 5.37, é possível perceber a não uniformidade de tensões ao longo da largura do reforço. Isso ocorre pois existe uma diferença de rigidez, devido à presença

ou não de armadura longitudinal na posição. Nota-se também que, em todos os modelos simulados, existe uma região (aproximadamente no terço central da viga) em que as tensões mostram-se consideravelmente mais baixas.

Observa-se também que as maiores tensões de aderência atuantes estão bem próximas ao valor máximo de 0,355 kN/cm². No entanto, a tensão, por si só, não é o parâmetro mais adequado para indicar o desprendimento do reforço. Como foi adotado o comportamento bilinear para a aderência, mesmo após ser atingido o pico de tensão máxima, ainda existe o ramo descendente da curva, de forma que o contato somente é interrompido quando o deslizamento atinge o valor máximo s_0 adotado, no caso, de 0,0172 cm.

Quando determinado nó apresenta deslizamento igual a s_0 , a tensão correspondente é zero. Porém, a existência de pontos de tensão nula não necessariamente indica que o reforço se desprendeu, podendo ser apenas uma região de baixa mobilização da aderência, como o que acontece na região central da viga. Por isso, a análise dos deslizamentos, apresentados na Figura 5.18, é essencial.

Avaliando, então, o deslizamento no passo de carga anterior a ruptura, é possível observar o local aonde ocorre o destacamento do reforço. Observa-se que as vigas com uma e quatro camadas iniciaram o desprendimento numa região intermediária, enquanto que nas vigas com sete e dez camadas, o início do descolamento ocorreu na extremidade do laminado, próximo aos apoios. Estes comportamentos estão em concordância com o constatado por Beber (1999) em seus ensaios, com exceção das vigas com apenas uma camada, que segundo o autor, apresentou ruina por ruptura do PRFC.

Para analisar melhor o desenvolvimento das tensões de aderência ao longo da evolução do carregamento, foram feitos gráficos com as tensões de aderência e deslizamentos normalizados, ao longo do comprimento da viga VR7-VR8, que foi escolhida como exemplo. Nos mesmos gráficos, foram plotadas as curvas de tensões axiais atuantes no reforço, normalizadas pelo valor máximo obtido no modelo numérico. A Figura 5.19 apresenta esses resultados para as cargas de 12, 26, 79, 90, 118 e 124 kN.



Figura 5.18 - Deslizamentos na interface (cm).



Figura 5.19 - Evolução do perfil de tensões e deslizamento normalizados.

⁽fonte: elaborada pela autora)

Para a carga de 12 kN, ainda no estádio 1, nota-se existência de dois picos de concentração de tensões de aderência: um localizado na extremidade mais próxima ao apoio e outro no ponto em que o reforço apresenta uma maior taxa de variação da tensão normal. Apesar disso, os níveis de tensões na interface e no reforço são baixos, indicando a pequena solicitação do reforço na fase elástica da viga.

Com a elevação da carga para 26 kN, já no estádio 2, observa-se que o pico devido a variação da tensão normal é intensificado, indicando que após a fissuração do concreto ocorre uma maior mobilização do reforço e consequentemente da aderência. O pico de tensões na região de maior gradiente de tensão normal permanece, mas como a armadura encontra-se no regime elástico, o reforço ainda é pouco solicitado, bem como a aderência.

Aumentado ainda mais o carregamento, chegando no fim do estádio 2 e iniciando o estádio 3, a plastificação da armadura começa a ocorrer, e o reforço passa a ser de fato requerido. Por isso, a tensão de aderência atinge o valor máximo. Na medida que o escoamento da armadura é intensificado, a tensão máxima passa a atuar sobre um comprimento maior do reforço, indicando uma maior demanda da ancoragem.

Observa-se que, quando níveis maiores de tensão normal do reforço começam a ocorrer devido o escoamento na armadura, um pico de tensão na extremidade do apoio aparece, podendo ser visualizado no gráfico para a carga de 90 kN. Esse pico surge, segundo Thomsen (2004), devido a brusca mudança na seção transversal da viga, e consequentemente brusca redistribuição de tensões.

Para carregamentos próximos da ruptura, percebe-se que as tensões máximas continuam a ocorrer na região de maior variação de tensões no laminado. Na extremidade do reforço, as tensões começam a decair, enquanto que o deslizamento aumenta rapidamente nessa região, até atingir um valor superior ao máximo previsto do modelo de aderência adotado, indicando o desprendimento do laminado, seguido finalmente pela ruptura frágil da viga.

Verifica-se que uma evolução de tensões semelhante ao da viga com sete camadas ocorre nas vigas com dez camadas. A diferença é que como a rigidez do reforço é maior, o fenômeno de concentração de tensões na extremidade aparece em carregamentos mais baixos, o que acaba provocando a ruptura prematura da interface nessa região.

5.2 VIGAS REFORÇADAS DE FORTES (2004)

Fortes (2004) testou duas séries de vigas em concreto armado, reforçadas com laminados préfabricados de PRFC embutidos em ranhuras no cobrimento de concreto. No presente trabalho, é dado enfoque a Série S1, com 8 vigas, divididas em 4 grupos. Cada grupo foi composto por dois protótipos, sendo um deles reforçado com laminados de PRFC e o outro não. A Figura 5.20 apresenta o detalhamento das vigas da Série S1 ensaiadas, submetidas ao carregamento também representado.

Figura 5.20 - Detalhamento longitudinal das vigas da Série S1 ensaiadas por Fortes (2004).



(fonte: FORTES, 2004)

A geometria da seção transversal, disposição e quantidade de laminados de cada grupo estão esquematizadas na Figura 5.21. Fortes (2004) relata que, devido à dificuldade em manter as vigas niveladas numa mesma altura, após o desmolde foram realizadas medições em sete posições da altura ao longo do comprimento das vigas. Os valores cotados nas figuras correspondem à média destas medições.

A área da seção de PRFC aplicada foi estimada de maneira a ser possível dobrar a carga última da viga de referência. Na Figura 5.21 se indica também a porcentagem da área total da seção transversal de laminado (A_L) e a área da seção transversal da armadura longitudinal convencional (A_s). Os entalhes no cobrimento de concreto foram realizados com aproximadamente 3 a 4 mm de espessura, por 12 mm de profundidade.

e	1 0		· · · ·		
SERIE S1-1	SERIE S1-2	SERIE S1-3	SERIE S1-4		
V1 V1R1 208 206 206 0 1100 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	$\begin{array}{c} V2 \\ 208 \\ 306 \\ 306 \\ 306 \\ 2CFRP \\ 1aminados \\ AL/A_5 = 33.6 \end{array}$	V3 208 108 206 206 206 206 206 206 206 206 206 206	$V4 \qquad V4R3$ $V4R3$ $Al/As = 28.3$		
$Laminados de CFRP$ \downarrow					

Figura 5.21 - Esquema das vigas da Série S1 ensaiada por Fortes (2004).

Para medir a resistência do concreto utilizado na fabricação dos protótipos de cada grupo, foram realizados ensaios de compressão uniaxial em corpos de prova cilíndricos. Os valores médios obtidos para cada grupo, bem como os respectivos desvios padrão, estão apresentados na Tabela 5.6. A resistência média à compressão obtida foi de 46,1 MPa e desvio padrão de 2,6 MPa.

Grupo	Resistência média (MPa)	Desvio padrão (MPa)	
S1-1	43,33	2,09	
S1-2	48,90	0,65	
S1-3	42,75	0,45	
S1-4	46,40	1,90	
Média total	46,10	2,65	

Tabela 5.6 - Resistência a compressão do concreto para cada grupo experimental.

(fonte: elaborada pela autora)

Já as armaduras longitudinais de aço (de 6 e 8 mm de diâmetro) tiveram o seu comportamento avaliado a partir de ensaios de tração uniaxial, cujos resultados podem ser visualizados na curva de tensão-deformação da Figura 2.17. Como o aço atinge elevadas deformações nas vigas reforçadas, foi considerado o comportamento elastoplástico perfeito para as duas barras de aço aplicadas nos protótipos.

⁽fonte: FORTES, 2004)



Figura 5.22 - Comportamento das barras de aço utilizadas por Fortes (2004).

(fonte: BARROS; FORTES, 2002)

A seção transversal dos laminados de PRFC utilizados possuíam $9,59 \pm 0,09$ mm de largura e $1,45 \pm 0,005$ mm de espessura. Verificou-se, através dos ensaios de tração uniaxial realizados por Sena Cruz, Barros e Faria (2001), que o módulo de elasticidade, a tensão de resistência à tração e a deformação máxima do PRFC eram de 158 GPa, 2700 MPa e 17‰, respectivamente.

5.2.1 Malha e características do modelo

Da mesma forma como foi feito para a simulação das vigas ensaiadas por Beber (1999), fez-se uso da simetria de geometria e de carregamento para modelagem das vigas testadas por Fortes (2004). Para isso, foram restringidos os deslocamentos na direção de X, em todos os nós do plano YZ localizado no meio do vão (X = 80 cm), e também na direção de Z, em todos os nós do plano XY localizado em Z = 0 cm.

Com relação às vinculações, foram restringidos, na direção de Y, os nós inferiores localizados a 5 cm em X da extremidade da viga. O carregamento foi aplicado em forma de incrementos de deslocamento nos nós superiores, na posição X = 55 cm, ou a 50 cm de distância do apoio.

Observa-se que os modos de falha de elementos em concreto armado fletidos reforçados PRFC utilizando a técnica NSM ocorre, frequentemente, devido ao desprendimento de toda a camada de cobrimento de concreto, deixando exposta a armadura longitudinal inferior. Nestes casos, conforme observado por El-Hacha e Rizkalla (2004) e também por Fortes (2004), o laminado permanece aderido ao concreto, sendo o corte do concreto, na região junto à face inferior das

armaduras longitudinais, o efeito determinante na capacidade última da viga. Nestes casos, as tensões máximas na interface variam entre 3,5 MPa até 6 MPa (HASSAN; RISKALLA, 2003).

Os modelos de *bond-slip* apresentados no item 2.3.2, por sua vez, foram obtidos através de testes de arrancamento de laminados em PRFC. Nestes casos, a ruptura está associada a perda de coesão na região próxima à interface adesivo-concreto, e tensões máximas de aderência superiores a 10 MPa são facilmente observadas. Por isso, a aplicação dos modelos de Zhang, Teng e Yu (2013) e de Seracino, Raizal Saifulnaz e Oehlers (2007) pode significar numa majoração da resistência de elementos fletidos com reforço embutido.

Como a aplicação de modelos de aderência na simulação em elementos de finitos de peças fletidas reforçadas com laminado de PRFC embutido ainda foi pouco estudada, na análise numérica das vigas de Fortes (2004) foram testados alguns modelos bilineares de tensão deslizamento. Os parâmetros de tensão máxima, deslizamento máximo e rigidez tangencial adotados para cada modelo de aderência, e para cada viga, estão resumidos na Tabela 5.7.

Donâmentaro a	Modelo de aderência			
Parametros	MA1	MA2	MA3	
k _t (MPa/mm)	80	80	49,7	
$ au_{max}$ (MPa)	3,60	4,22	14,3	
<i>s_f</i> (mm)	1,079	1,079	1,079	

Tabela 5.7 - Parâmetros de aderência adotados.

(fonte: elaborada pela autora)

Para MA3, utilizou-se o modelo bilinear, com os valores de tensão máxima, deslizamento máximo e rigidez tangencial adaptados do modelo de Zhang, Teng e Yu (2013), cuja formulação foi apresentada no item 2.3.2. A rigidez inicial da curva do modelo de Zhang, Teng e Yu (2013) foi aproximada para o valor de k_t usado em MA1 e MA2. As tensões máximas destes dois modelos foram baseadas na formulação proposta por Hassan e Riskalla (2003) e por Lu et al. (2005), respectivamente. Apesar de Lu et al. (2005) ter desenvolvido seu modelo para laminados de PRFC aderidos externamente, tentou-se verificar se a tensão máxima poderia também ser válida para laminados de PRFC embutidos, já que o modelo conseguiu prever, nas vigas de Beber (1999), a ruptura por destacamento do reforço, que também ocorre na região do concreto. A Figura 5.23 mostra uma certa semelhança entre a ruptura observada na viga V4R3

de Fortes (2004) e na viga VR6 de Beber (1999), ambas com desprendimento da camada de concreto adjacente ao reforço.



Figura 5.23 – Semelhança nas rupturas da viga VR6 de Beber (1999) e da viga V4R3 de Fortes (2004).

O deslizamento máximo s_f foi mantido o mesmo para MA1, MA2 e MA3, e igual ao valor calculado pelo modelo de Zhang, Teng e Yu (2013). Foram feitos testes com valores de s_f mais baixos (cerca de 20% do valor adotado). No entanto, observou-se que valores menores para o deslizamento máximo reduziu consideravelmente a carga última do modelo numérico. Além disso, pode-se perceber nas curvas experimentais de carga x deslizamento das vigas de Fortes (2004), que ocorre uma diminuição da rigidez na resposta, quando se inicia o processo de destacamento do reforço. Como o trecho com rigidez reduzida se prolonga até ser atingida a ruptura, é coerente que exista, no modelo de aderência, um comportamento pós-pico mais dúctil.

O gráfico da Figura 5.24 apresenta os 3 modelos bilineares adotados para o comportamento da aderência, sobrepostos a curva do modelo de *bond-slip* sugerido por Zhang, Teng e Yu (2013), cuja formulação foi apresentada no item 2.3.2.

⁽fonte: BEBER, 1999; FORTES, 2004)



Figura 5.24 - Modelos de aderência adotados.

Os parâmetros para as curvas bilineares foram calculados a partir da resistência média à compressão do concreto, igual a 46,1 MPa. Observou-se que a faixa de variação de resistência à compressão obtida entre os grupos de viga provocou variações muito pequenas nos modelos de aderência. Por isso, decidiu-se adotar os mesmos valores de tensão máxima de aderência, de deslizamento máximo e de rigidez tangencial para todos os grupos de vigas reforçadas.

O modelo constitutivo do concreto também foi modificado para o caso das vigas NSM, a partir da calibração do *tension stiffening*, mais especificamente do valor da deformação limite ε_{ctu} , do modelo constitutivo para o concreto fissurado, implementado na usermat. Foram testados, no ANSYS, exemplos com valores variando entre 0,001 até 0,012, sendo o valor de 0,01 o que melhor ajustou curvas de carga-deslocamento dos exemplos simulados. as Barros e Fortes (2002) também adaptaram o modelo de tension stiffening empregado para barras de estruturas convencionais em concreto armado, para analisar estruturas reforçadas com laminados de PRFC embutidos.

Para definição das malhas de elementos finitos, foi feito um breve estudo de malha para analisar a influência do nível de discretização sobre os resultados numéricos obtidos. Seguiu-se o mesmo procedimento utilizado para as vigas de Beber (1999), discutido no item 5.1.1. Para as vigas em concreto armado, sem reforço, uma divisão semelhante foi adotada, com 22 elementos na direção de X, 4 elementos na direção de Y e 2 elementos na direção de Z.

Foi feito um estudo de malha também para as vigas com reforço com laminados de PRFC embutidos. Era de se esperar, devido às pequenas dimensões do reforço, que uma maior

⁽fonte: elaborada pela autora)

discretização fosse necessária. Assim, as três malhas resumidas na Tabela 5.8 foram testadas na viga V2R2, reforçada com dois laminados de PRFC.

Os resultados numéricos obtidos foram contrapostos com o resultado do ensaio experimental feito por Fortes (2004). As curvas da carga aplicada *versus* deslocamento podem ser vistas na Figura 5.25.

Malha	Número de elementos			
	Х	Y	Z	
1	22	4	3	
2	42	8	4	
3	54	10	4	

Tabela 5.8 - Resumo dos números de elementos das malhas testadas.

(fonte: elaborada pela autora)



Figura 5.25 - Análise de Malha - Diagrama carga x deslocamento: Viga V2R2.

(fonte: elaborada pela autora)

Pelo gráfico da Figura 5.25, observa-se que as curvas estão praticamente sobrepostas. As cargas últimas obtidas através dos modelos computacionais, discretizados com as três malhas

diferentes, foram as mesmas. É possível perceber que os o comportamento no estádio 3 do modelo menos discretizado (Malha 1) apresenta uma instabilidade maior, e por isto foi descartada. As Malhas 2 e 3 geraram curvas praticamente idênticas, mas por questões de tempo de processamento, decidiu-se adotar a Malha 2, com 1.344 elementos sólidos no total, para a análise numérica das vigas com reforço embutido.

A malha com 1.344 elementos finitos sólidos, em concreto, foi utilizada nas vigas V1R1, V2R2 e V3R2. A viga V4R3, por apresentar um número maior de ranhuras, ficou com 2.016 elementos em concreto, não incluindo os elementos constituintes do reforço. Essas malhas estão representadas na Figura 5.26, bem como a malha utilizada nas vigas em concreto armado sem reforço.



Figura 5.26 - Malhas de elementos finitos utilizadas.

(fonte: elaborada pela autora)

Um detalhe importante sobre as malhas é a necessidade de elementos finitos de espessura igual à largura da ranhura. A existência desses elementos foi o principal motivo para a utilização de malhas mais discretizadas, pois elementos de maiores dimensões nas direções de X e Y poderiam significar na distorção dos elementos que obrigatoriamente precisam ter pequena espessura em Z.

A Figura 5.27 mostra a representação dos elementos finitos constituintes da armadura (REINF264) e do reforço embutido (SOLID186) no cobrimento de concreto, com detalhe para o posicionamento do laminado na seção transversal da viga. Apesar da pequena espessura do reforço, o elemento SOLID186 foi utilizado, diferentemente do que foi feito no exemplo das vigas de Beber (1999), pois o SHELL281 só permite a adição do elemento de contato em uma de suas faces.





(fonte: elaborada pela autora)



Figura 5.28 - Seções transversais das vigas V1R1, V2R2, V3R2 e V4R3.

(fonte: elaborada pela autora)

Observa-se, no detalhe da Figura 5.27, que um pequeno espaçamento foi respeitado entre o laminado e a ranhura. Este espaçamento, no modelo experimental, é preenchido pelo adesivo epóxi, e no modelo numérico, facilita o lançamento dos elementos de contato. A Figura 5.28 apresenta as seções transversais das vigas NSM simuladas, com as posições das armaduras e dos laminados.

Quanto aos elementos de contato, o elemento CONTA174 foi gerado na superfície dos elementos SOLID186 correspondentes ao volume do reforço. Já o elemento alvo TARGE170 foi gerado na superfície das ranhuras viga, como pode ser visto na Figura 5.29. A direção normal de cada elemento TARGE170, independentemente da posição, aponta para o respectivo elemento CONTA174. Cada par de contato é identificado por meio de uma constante real. Dessa forma, um laminado localizado no eixo de simetria da viga possui duas constantes reais, enquanto que outro laminado localizado fora do eixo de simetria, possui três constantes reais para o contato.

Figura 5.29 - Elementos CONTA174 e TARGE170 no modelo das vigas de Fortes (2004).



(fonte: elaborada pela autora)

5.2.2 Análise dos resultados obtidos pela simulação numérica

Com o objetivo de simular o comportamento instantâneo de vigas em concreto armado reforçadas com laminados de PRFC embutidos, foram aplicados incrementos de deslocamentos verticais, na região equivalente ao terço do vão entre apoios. Os resultados numéricos obtidos

foram comparados aos resultados experimentais, em termos de deslocamento no vão central da viga e deformação no reforço. São analisados também as tensões no concreto e na armadura, além do comportamento da interface. O estudo da aderência é feito através da análise das tensões e deslizamentos capturados pelos elementos de contato.

5.2.2.1 Curva carga versus deslocamento

A Figura 5.30 apresenta as curvas de deslocamentos verticais no centro da viga com o aumento dos carregamentos externos para as 8 vigas, da série S1 ensaiada por Fortes (2004). Em cada gráfico estão presentes a resposta experimental de Fortes (2004), a curva obtida numericamente por Barros e Fortes (2002) e a curvas das simulações computacionais resultante desde trabalho, incluindo a resposta obtida utilizando os três modelos de aderência já descritos.

Como as taxas de armadura das vigas V1 e V2 são inferiores a taxa de armadura das vigas de Beber (1999), testou-se variar, no modelo do concreto tracionado, a deformação limite ε_{ctu} para qual a colaboração do concreto entre fissuras não deve mais ser considerada. Os valores 0,002 e 0,003 adotados estão indicados entre parênteses na legenda das curvas obtidas pelo programa ANSYS, nos gráficos das vigas sem reforço da série.

A análise não linear desenvolvida por Barros e Fortes (2002) foi feita a partir de um modelo em elementos finitos. Elementos planos isoparamétricos foram utilizados na discretização da viga, em conjunto com elementos de barra embutidos, para representação tanto das armaduras quanto do reforço em PRFC. Considerou-se aderência perfeita entre os materiais e o comportamento do concreto entre fissuras foi ajustado para incluir a contribuição dos laminados de reforço no comportamento da peça, através da calibração do *tension-stiffening*.

Comparando as curvas da Figura 5.30, observa-se uma boa correlação entre os resultados numéricos e experimentais, tanto na fase elástica (estádio 1) como na de propagação de fissuras (estádio 2) e escoamento da armadura (estádio 3). A diferença notada entre as curvas numéricas e experimental dos grupos de vigas S1-3 e S1-4, foi justificada por Barros e Fortes (2002) como uma possível incompatibilidade entre a tensão de escoamento das barras de 8 mm testadas, em relação as barras efetivamente aplicadas nas vigas. Essa diferença fica clara no gráfico da viga V3R2.



Figura 5.30 - Curvas carga x deslocamento das vigas de Fortes (2004).



(continuação)



(continua)

(continuação)



(fonte: elaborada pela autora)

Analisando o comportamento das curvas, das vigas reforçadas com modelos de aderência diferentes, observa-se que as mesmas estão sobrepostas, modificando apenas os seus pontos de parada e a inclinação das mesmas pouco antes da ruptura. De modo geral, as vigas simuladas com o modelo de aderência 3 avançaram mais na análise, apresentando um comportamento pré-ruptura mais rígido, evidenciada pela inclinação mais acentuada da curva. Essa diferença pode ser facilmente observada no gráfico da viga V4R3 e ocorre, conforme será discutido a seguir, devido a mudança no modo de ruptura apresentado pelas vigas com o modelo MA3, em relação as vigas com simuladas com os modelos MA1 e MA2.

Examinando as tensões e deformações no concreto, armadura e reforço, além das tensões e deslizamentos na interface, verificou-se que as vigas com os modelos MA1 e MA2 de aderência

apresentaram modo de falha devido à perda de contato na interface. As vigas com o modelo MA3, por sua vez, deixaram de convergir quando as tensões no laminado atingiram a tensão limite, indicando a ruptura do PRFC. Pode-se concluir então que, quando maiores tensões máximas de aderência foram utilizadas, as vigas deixaram de romper por falha na interface, passando a apresentar ruína por ruptura do material do reforço.

Observa-se também que, apesar da diferença no modo de ruptura apresentado entre as vigas simuladas, de maneira geral, as cargas últimas obtidas foram próximas. Isto mostra que mesmo nos casos em que a ruptura ocorre por falha de aderência, o PRFC está próximo de ter toda a sua capacidade resistente aproveitada. A viga V4R3 foi a que apresentou maiores diferenças entre as cargas de ruptura obtidas com os três modelos de aderência diferentes.

No gráfico da viga V1R1, as curvas numéricas MA1 e MA2 são interrompidas consideravelmente antes da curva experimental. Apesar do ensaio desta viga ter sido interrompido quando grandes deslocamentos foram identificados, a Figura 5.31 evidencia o início da falha de aderência na região, com a separação localizada da camada de concreto devido a junção das fissuras de aderência com as fissuras de flexão. O elevado nível de fissuração da região possivelmente aliviou as tensões no laminado de PRFC e, por isso, observa-se uma pequena diferença entre as cargas e deslocamentos últimos obtidos experimentalmente e numericamente, mesmo para a curva MA3.

Figura	5.31	- Viga	V1R1.
		0	



(fonte: FORTES, 2004)

A Tabela 5.9 faz uma comparação entre as cargas de ruptura obtidas experimentalmente e as cargas de ruptura obtidas nas simulações deste trabalho. Os valores numéricos são referentes a análise com o modelo MA2, com exceção da viga V1R1, cujo valor apresentado se refere a análise com o modelo MA3.

As diferenças identificadas entre os valores foram inferiores a 10%, mostrando que o modelo computacional conseguiu prever bem a falha das vigas com reforço embutido, inclusive nos casos em que a ruptura ocorre de maneira frágil, por destacamento da camada de concreto anexada ao laminado. O maior erro obtido, para a viga V3R2, acredita-se estar relacionado à diferença entre a tensão de escoamento do aço, como justificaram os autores.

Grupo	Protótipo	Modo de Ruptura	Carga de ruptura (kN)		Diferença
			Experimental	Numérico	(%)
S1-1	V1	Deformação Plástica Excessiva Armadura	28,2	28,2	0,0%
	V1R1	-	50,3	47,2	-6,2%
S1-2	V2	Deformação Plástica Excessiva Armadura	41,0	40,6	-1,0%
	V2R2	Destacamento da camada de concreto	78,5	75,48	-3,8%
S1-3	V3	Deformação Plástica Excessiva Armadura	41,3	42,3	+2,4%
	V3R2	Destacamento da camada de concreto	81,9	75,27	-8,1%
S1-4	V4	Deformação Plástica Excessiva Armadura	48,5	47,8	-1,4%
	V4R3	Destacamento da camada de concreto	94,9	93,49	-1,5%

Tabela 5.9 - Comparação entre cargas de ruptura.

(fonte: elaborada pela autora)

Como no modelo constitutivo do aço não foi inserido nenhum critério de falha, de tensão ou deformação, a não-convergência numérica das vigas V1, V2, V3 e V4 ocorrem para deslocamentos muito maiores que os observados experimentalmente, quando finalmente concreto comprimido é esmagado. Já que o patamar de escoamento da armadura, nestas vigas, apresenta carregamento praticamente constante, os valores das cargas de ruptura apresentados

na Tabela 5.9, para as vigas sem reforço, correspondem aos valores máximos expostos nos gráficos da Figura 5.30.

Os modos de falha que estão indicados na Tabela 5.9, foram os mesmos obtidos pelos modelos experimental e numérico, com exceção da viga V1R1. No modelo numérico, a convergência deixou de acontecer quando a tensão no laminado atingiu o seu valor limite, indicando a falha por ruptura do material.

Os resultados discutidos nos itens 5.1.2.2 a 5.1.2.5 a seguir, são referentes as simulações feitas com o modelo de aderência que melhor aproximou os valores numéricos dos experimentais. Portanto, os resultados da viga V1R1 correspondem aos obtidos com o modelo MA3, enquanto que as demais vigas correspondem aos obtidos com o modelo MA2.

5.2.2.2 Tensões e deformações no reforço

Fortes (2004) realizou medições das deformações no laminado através de extensômetros, posicionados em três pontos de cada viga ensaiada. A Figura 5.32 apresenta as curvas carga x deformação obtidas pelos pesquisadores, sobrepostas às curvas numéricas resultantes deste trabalho. Foram avaliadas as deformações nos extensômetros 1 e 3, posicionados, respectivamente, a 25 cm do apoio e no centro do vão.

Em todos os gráficos da Figura 5.32 verifica-se que maiores deformações foram alcançadas no extensômetro 3, localizado na região de máximo momento fletor. As pequenas diferenças nos gráficos das vigas são justificadas pela incerteza dada por Barros e Fortes (2002) se as barras de armadura de 8 mm testadas seriam as mesmas aplicadas às vigas dos grupos 3 e 4.



Figura 5.32 - Deformações no reforço.

A Figura 5.33 contém as distribuições de tensões no reforço, modelado com o elemento SOLID186, referentes as maiores cargas de cada grupo de viga simulado computacionalmente. Como esperado, as regiões de tensões máximas estão localizadas entre a posição da carga concentrada aplicada e o meio do vão da peça.

É possível constatar que as tensões nos laminados estão próximas à tensão última do PRFC, igual a 270 kN/cm², mostrando que o aproveitamento do material com a técnica NSM é superior a técnica com reforço externamente aderido. A tensão máxima no laminado na viga V4R3 foi a que mais se distanciou do valor limite, devido à ruptura prematura da interface.

⁽fonte: elaborada pela autora)



Figura 5.33 - Tensões últimas no reforço das vigas de Fortes (2004).

A Figura 5.34 mostra as tensões últimas nas armaduras (longitudinais e transversais), obtidas através das simulações numéricas das quatro vigas reforçadas. Observa-se que as armaduras longitudinais estão plastificadas, enquanto que os estribos estão submetidos a baixos níveis de tensão.

Figura 5.34 - Tensões últimas na armadura das vigas de Fortes (2004).



5.2.2.4 Tensões no concreto

A Figura 5.35 contém as tensões últimas do concreto na direção de x. Observa-se que a maior parte das seções transversais das vigas encontram-se submetidas à tração, com tensões superiores a resistência à tração do concreto, indicando o elevado nível de fissuração.

Figura 5.35 - Tensões últimas no concreto na direção de x das vigas de Fortes (2004).



Analisado as deformações nos pontos de integração, em um arquivo de saída gerado através da *usermat*, constatou-se o esmagamento localizado do concreto na região de aplicação de carga. O mesmo esmagamento localizado foi observado nas imagens do ensaio experimental, como pode ser visto no destaque da Figura 5.36.



Figura 5.36 - Esmagamento localizado da viga V2R2 de Fortes (2004).

(fonte: adaptado de FORTES, 2004)

Assim como ocorreu nos resultados das vigas simuladas de Beber (1999), na ruptura, vários nós apresentaram tensões de compressão acima do valor da resistência do concreto. Isto acontece devido à extrapolação dos resultados dos pontos de integração para os nós do elemento finito.

5.2.2.5 Tensões e deslizamentos na interface

A interface gráfica do ANSYS permite a visualização das tensões e deslizamentos nos pares de contato. A Figura 5.37 mostra as tensões de aderência na etapa correspondente a carga máxima para cada modelo numérico simulado. Observa-se que as maiores tensões de aderência atuantes nas vigas V2R2, V3R2 e V4R3 são iguais ao valor máximo de 0,422 kN/cm² e estão localizadas na posição em x correspondente a aplicação do carregamento, e também numa região entre 10 cm e 25 cm da extremidade do reforço (variável de acordo com a viga).

A distribuição das tensões de aderência na viga V1R1, simulada com o modelo de aderência MA3, apresenta valor máximo, de 1,1 kN/cm², inferior a máxima tensão de aderência 1,43 kN/cm² atribuída a este modelo.

No entanto, como foi discutido no item 5.1.2.5, o parâmetro mais adequado para avaliar a falha da interface é o deslizamento. Examinando então, nas imagens da Figura 5.38, os deslizamentos no passo de carga anterior à ruptura para cada viga reforçada, é possível observar o local onde

o deslizamento ultrapassa o valor máximo de 0,1079 cm, que significa a falha por perda de contato. Esta posição corresponde a aproximadamente 40 cm do apoio, distante certa de 10 cm do ponto de aplicação de carga.







Apesar de Fortes (2004) não precisar a posição do início do destacamento da camada de concreto, pode-se fazer uma estimativa a partir das fotos extraídas do trabalho dos autores. A Figura 5.39, do momento que foi interrompido o teste da viga V1R1, mostra concordância entre as posições de início da falha da interface no modelo numérico e no protótipo experimental.

Figura 5.38 - Deslizamentos na interface.


Figura 5.39 - Posição aproximada do início do desprendimento da camada de concreto.

(fonte: adaptado de FORTES, 2004)

Para melhor análise da evolução das tensões de aderência com o incremento de carregamento, foram feitos gráficos com as tensões de aderência e deslizamentos normalizados, ao longo do comprimento do reforço (70 cm) da viga V4R3. Também foram plotadas as tensões axiais atuantes no laminado, na direção de x, normalizadas pela resistência à tração do material. A Figura 5.40 apresenta os resultados para as cargas de 15 (início do estádio 2), 35, 65 (início do estádio 3), 79, 88 e 92 kN.

Para a carga de 15 kN, nota-se a existência de picos de concentração de tensões de aderência na região em que o reforço apresenta uma maior taxa de variação da tensão normal, próximo a posição de aplicação do carregamento (a 45 cm do início do reforço). No entanto, os níveis de tensões na interface e no laminado são baixos, indicando a pequena solicitação do mesmo na fase elástica da viga.

Com o início do estádio 2, uma maior quantidade de picos de tensão de aderência é observada, com picos mais acentuados na região de maior gradiente de tensão normal. Porém a armadura encontra-se no regime elástico, e por isso, o reforço ainda é pouco solicitado. Consequentemente também a aderência é pouco demandada, com tensões inferiores a 20% da tensão máxima.

Na transição do estádio 2 para o estádio 3, a plastificação da armadura começa a ocorrer, e o reforço passa a ser de fato requerido. Por isso a tensão de aderência atinge o seu valor máximo, num ponto próximo à posição de aplicação do carregamento.

Na medida que o escoamento da armadura é intensificado, observa-se um maior número de nós com tensão de aderência elevada, inclusive na extremidade do reforço, indicando uma maior demanda da ancoragem.



Figura 5.40 - Evolução do perfil de tensões e deslizamento normalizados.





⁽fonte: elaborada pela autora)

Picos de tensão de aderência são visualizados também na região central da viga. Para compreender melhor esse fenômeno, foram plotadas as tensões de tração atuantes no concreto, normalizadas pela resistência à tração do material. Analisando as curvas, observa-se que esses picos estão relacionados as variações de tensão no concreto, devido a fissuração acentuada na região de máximo momento fletor.

Kotynia (2012) observou, através da investigação da aderência em vigas RILEM reforçadas com laminados EB e NSM, que vigas reforçadas com PRFC externamente aderido apresentam fissuração menos intensa que vigas com reforço NSM. Esta diferença é facilmente percebida comparando a evolução do perfil de tensões e deslizamentos normalizados, realizado para as vigas VR7-VR8 (Figura 5.19) e para a viga V4R3 (Figura 5.40). Os gráficos da viga V4R3 apresentam uma maior quantidade de picos de tensão, enquanto que os gráficos da viga VR7-VR8 apresentam, de maneira geral, comportamento mais uniforme ao longo do comprimento do reforço.

Examinando os deslizamentos no último gráfico da Figura 5.40, observa-se a exata posição da ruptura, a 40 cm do início do reforço, correspondente ao valor máximo de deslocamento tangencial.

6 CONCLUSÕES

Este último capítulo apresenta as considerações finais relevantes à pesquisa desenvolvida. No item 6.1 apresenta-se as principais conclusões extraídas deste trabalho e no item 6.2 são sugeridos temas que podem ser abordados em trabalhos futuros, dando continuidade ao estudo desenvolvido.

6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como objetivo principal, este trabalho buscou desenvolver um modelo computacional para análise de vigas em concreto armado com reforço de polímeros reforçados com fibras de carbono (PRFC), através do método dos elementos finitos. Para isso, fez-se uso do *software* comercial ANSYS customizado, com subrotina *usermat* implementada por Lazzari (2016), para modelar o modelo constitutivo elastoplástico do concreto. Duas técnicas de reforço com PRFC foram estudadas: com mantas externamente aderidas e com laminados embutidos em ranhuras no recobrimento de concreto, chamada de técnica *near surface mounted* (NSM).

A pesquisa se justifica pela crescente necessidade de metodologias e materiais para reforço estrutural, visto que um número cada vez maior de estruturas em concreto armado atinge idades mais avançadas. Este fato acaba por evidenciar a existência de fatores, como alterações nas condições de carregamento e integridade dos materiais, que podem obrigar a realização de uma intervenção para garantir a funcionalidade e vida útil da estrutura. O uso de PRFC na construção civil, especialmente para fins de reforço, tem se mostrado atrativo principalmente devido ao elevado desempenho mecânico deste material, associado a um baixo peso específico, que significa num acréscimo mínimo de espessura e carga permanente para o elemento estrutural.

Para construção do modelo numérico tridimensional, foram utilizados os recursos e elementos disponíveis na biblioteca do ANSYS, versão 19.2. O SOLID186 foi escolhido para modelar o concreto e o elemento REINF264 foi atribuído para as armaduras longitudinais e transversais. O reforço foi representado pelo elemento SHELL281, quando aderido externamente à viga, e pelo SOLID186, quando embutido através da técnica NSM.

Um enfoque ao comportamento da interface entre o substrato de concreto e o reforço foi dado, já que muitas vezes o modo de ruptura de vigas reforçadas com PRFC está relacionado ao desprendimento prematuro do laminado ou manta, antes que a capacidade resistiva do material seja atingida. Assim, elementos especiais de contato foram introduzidos, juntamente com um modelo de zona coesiva governado pelos deslizamentos tangenciais. Foram considerados modelos bilineares de tensão de aderência x deslizamento, cujos parâmetros foram calculados com base em modelos de *bond-slip* encontrados na literatura.

A fim de validar o modelo proposto, foram simuladas, num primeiro momento, dez vigas em concreto armado ensaiadas por Beber (1999), com e sem reforço de PRFC externamente aderido, as quais abrangem modos de ruptura frágeis envolvendo o destacamento da camada de reforço. O modelo desenvolvido para a análise não linear de estruturas com essa técnica de reforço, mostrou-se capaz de prever tanto o comportamento, analisado através das curvas carga x deslocamento, como o modo e carga de ruptura. Os recursos visuais de pós-processamento do ANSYS permitiram observar facilmente a distribuição das tensões e deslizamentos na interface entre os materiais.

Nos casos que a falha se deu por perda de contato entre os elementos, constata-se que existe uma tendência da tensão máxima de aderência (e posteriormente deslizamento máximo) acontecer em duas regiões. A primeira ocorre numa zona intermediária, aonde a armadura começa a apresentar escoamento e o reforço apresenta o maior gradiente de tensão normal. Já a segunda ocorre na extremidade do laminado e está relacionada a variação brusca da rigidez da seção da peça. Quanto maior for a rigidez do reforço, mais acentuado é este último fenômeno, e por isso, as vigas reforçadas com um maior número de camadas de laminado tendem a apresentar descolamento na extremidade.

Posteriormente, foram simuladas oito vigas em concreto armado ensaiadas por Fortes (2004), sendo quatro delas reforçadas com laminados de PRFC embutidos no cobrimento de concreto. Nestes exemplos, observou-se que os modelos de tensão de aderência-deslizamento encontrados na literatura para laminados NSM, quando adotados na simulação de elementos fletidos, podem majorar a capacidade resistente destes elementos. Isto ocorre, pois, um modo de ruptura frequente, e que foi observado nas vigas reforçadas de Fortes (2004), envolve o destacamento de toda a camada de cobrimento inferior de concentro. Os modelos *bond-slip* sugeridos por outros autores, por sua vez, são baseados em resultados experimentais de ensaios de arrancamento, cuja ruptura ocorre por perda de aderência na região adesivo-concreto.

O modo de ruptura que envolve o mecanismo de separação da camada de concreto é complexo e, possivelmente por este motivo, não existe ainda um modelo de interface capaz de prever o

seu comportamento. Neste trabalho, tentou-se fazer uma aproximação para um modelo bilinear, com valores de tensão máxima adaptados de outros modelos. Observou-se que, apesar da simplificação feita, os resultados numéricos obtidos apresentaram boa correlação com os resultados experimentais, sendo capazes de prever, inclusive, modos de ruptura frágeis por destacamento do reforço.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A fim de continuar a linha de pesquisa na qual este trabalho está inserido, e contribuir ainda mais para a ampliação do conhecimento de peças reforçadas com PRFC, são sugeridos os seguintes temas para trabalhos futuros:

- a) implementação de modelos de aderência não lineares para análise numérica de vigas com reforço, através da ferramenta de customização do ANSYS;
- b) estudo aprofundado do mecanismo de falha envolvendo o destacamento da camada de cobrimento de concreto, em vigas reforçadas com a técnica NSM, para melhor modelagem deste efeito;
- c) estudo experimental da influência das características e disposições dos laminados nos modos de ruptura de vigas com reforço embutido;
- d) simulação numérica de elementos reforçados com PRFC, aplicados com outras técnicas alternativas à aderência externa, como por exemplo, com substrato de transição, com protensão, com sistemas de ancoragem etc.

7 REFERÊNCIAS

ANSYS, Inc. ANSYS Help System, version 19.2, 2019.

_____. ANSYS Mechanical APDL Theory reference. Release 19.1, 2019.

ARQUEZ, A. P. Aplicação de laminado de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) inserido em substrato de microconcreto com fibras de aço para reforço à flexão de vigas de concreto armado. 2010. 242 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. 221 p.

AYALA, I. C. A. **Customização do software ANSYS para análise de lajes de concreto protendido pelo método dos elementos finitos.** 2017. 178 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BARROS, J.; FORTES, A. Concrete beans reinforced with carbon lamin slitsate strips bond into: Métodos numéricos en ingeniería V. In: V CONGRESO DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA, 5, 2002, Madri. **Resúmenes de los trabajos...** Barcelona: Sociedad Española de Métodos Numéricos En Ingeniería, 2002.

BEBER, A. J. **Avaliação do desempenho de vigas de concreto armado reforçadas com lâminas de fibra de carbono.** 1999. 108 f. Dissertação (Mestrado) - CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1999.

BEBER, A. J. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçado com compósitos de fibra de carbono.** 2003. 317 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

BISCAIA, H. C.; CHASTRE, C.; SILVA, M. A.G. Linear and nonlinear analysis of bond-slip models for interfaces between FRP composites and concrete. **Composites Part B**: Engineering, [s.l.], v. 45, n. 1, p.1554-1568, fev. 2013. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.08.011.

BRUNO, D; CARPINO, R; GRECO, F. Modelling of mixed mode debonding in externally FRP reinforced beams. **Composites Science And Technology**, [s.l.], v. 67, n. 7-8, p.1459-1474, jun. 2007. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2006.07.019.

CAMPILHO, R. D. S. G. et al. Strength prediction of single-and double-lap joints by standard and extended finite element modelling. **International Journal Of Adhesion & Adhesives.** [s.l.], v. 31, n. 5, p.363-372, jul. 2011. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2010.09.008.

Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC. PPGEC/UFRGS. 2019.

CHANDRA, N. et al. Some issues in the application of cohesive zone models for metal–ceramic interfaces. **Journal Of Solids And Structures.** [S. L.], v. 39, n. 10, p.2827-2855, maio 2002.

CHEN, W. F.; HAN, D. J. **Plasticity for structural engineers.** New York: Springer-Verlag. 1988. 606 p.

CHEN, J. F.; TENG, J. G.. Anchorage Strength Models for FRP and Steel Plates Bonded to Concrete. **Journal Of Structural Engineering.** [S. L.], v. 127, n. 7, p. 784-791. jul. 2001.

CHIMELLO, A. A. **Análise não linear de vigas de concreto armado reforçadas com laminados de PRFC.** 2003. 178 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. Concrete under multiaxial states of stress – constitutive equations for pratical design. Bulletin d'information n. 156. 1983.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990; design code. London, Thomas Telford Services. 1993.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. Externally bonded FRP reinforcement for RC strutures. Bulletin d'information n. 14. 2001.

FÉDÉRATION EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *fib* Model Code 2010. Bulletin n. 65. 2012.

DE LORENZIS, L.; TENG, J. G. Near-surface mounted FRP reinforcement: Na emerging technique for strengthening strucutures. **Composites Part B: Engineering**, v. 38; n.2, p. 119-143, mar. 2007.

EL HACHA, R.; RIZKALLA, S. Near-surface-mounted fiber-reinforced polymer reinforcements for flexural strengthening of concrete structures. **ACI Structural Journal**, v. 101, n. 5, p.717-726, set/out. 2004.

ERKI, M. A.; MEIER, U. Impact loading of concrete beams externally strengthened with CFRP laminates. Journal of Composites for Construction, v. 3, n. 3, p.117-124, ago. 1999.

FELIPPA, C. A. Introduction to finite element methods. Boulder: University Of Colorado, 2004.

FERRARI, V. J. **Reforço à flexão de vigas de concreto armado com manta de fibra de carbono: mecanismos de incremento de ancoragem.** 2002. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

FERRARI, V. J. Reforço à flexão de vigas de concreto armado com manta de polímero reforçado com fibras de carbono (PRFC) aderido a substrato de transição constituído por

Mariana Varela de Medeiros (marianavarela@hotmail.com.br). Dissertação de Mestrado. PPGEC/UFRGS. 2018.

compósito cimentício de alto desempenho. 2007. 328 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

FORTES, A. S. Estruturas de concreto submetidas à flexão reforçadas com laminados de CFRP colados em entalhes. Florianópolis-SC, 2004. 213p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

FORTES, A. S.; BARROS, J. A. O.; PADARATZ, I. J. **Vigas de betão armado reforçadas com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento.** Guimarães: Universidade do Minho - Departamento de Engenharia Civil (dec)., 2002. 32 p.

GAMINO, A. L. **Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP.** 2007. 259 f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

GARCEZ, M. R. Alternativas para melhoria no desempenho de estruturas de concreto armado reforçadas pela colagem de polímeros reforçados com fibras. 2007. 267 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

GARDEN, H. N.; HOLLAWAY, L. C. An experimental study of the influence of plate and anchorage of carbon fibre composite plates used to strengthen reinforced concrete beams. **Composites Structures**, v.42, p.175-188. 1998a.

GARDEN, H. N.; HOLLAWAY, L. C. An experimental study of the failure modes of reinforced concrete beams strengthened with prestressed carbono composite plates. **Composites Part B**, v.29, p.411-424. 1998b.

HIGASHI, M. M. Y. **Reforço em estruturas de betão armado com chapas de aço**. 2016. 102 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Superior de Engenharia do Porto, Politécnico do Porto, Porto, 2016.

HASSAN, T.; RIZKALLA, S. Investigation of bond in concrete structures strengthened with near surface mounted carbon fiber reinforced polymer strips. **Journal Of Composites For Construction**, v. 7, n. 8, p.248-256, ago. 2003.

HOLLAWAY, L. C.; LEEMING, M. B. Strengthening of reinforced concrete structures using externally-bonded FRP composites in structural and civil engineering. 1 ed. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 1999. 327 p.

HOLLAWAY, L. C.; TENG, J. Strengthening and rehabilitation of civil infrastructures using fibre-reinforced polymer (FRP) composites. 1 ed. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2008. 398 p.

JAYAJOTHI, P.; KUMUTHA, R.; VIJAI, K. Finite element analysis of FRP strengthened RC beams using ANSYS. Asian Journal Of Civil Engineering, v. 14, n. 4, p.631-642, fev. 2013.

Simulação numérica do comportamento de peças fletidas reforçadas com PRFC. PPGEC/UFRGS. 2019.

JUVANDES, L. F. P. Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de "CFRP". 1999. 328 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 1999.

KACHLAKEV, D.; MILLER, T. Finite element modeling of reinforced concrete structures strengthened with FRP lamites. Salem, OR: Oregon Department Of Transportation, 2001. 111 p.

KHOKHAR, Z.r.. Finite-element analysis of delamination in CFRP laminates: effect of material randomness. 2010. 202 f. Tese (Doutorado) - Curso de Mechanical, Electrical And Manufacturing Engineering, Wolfson School Of Mechanical And Manufacturing Engineering, Loughborough University, Loughborough, 2010.

KOTYNIA, R. Bond between FRP and concrete in reinforced concrete beams strengthened with near surface mounted and externally bonded reinforcement. **Construction And Building Materials**, [s.l.], v. 32, p.41-54, jul. 2012. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.11.104.

KUNZLER, P. S. Análise paramétrica por elementos finitos de vigas de concreto armado e protendido pré-tracionadas com aberturas nas almas. 2013. Dissertação (Mestrado) -Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

LAZZARI, B. M. Análise de elementos finitos por peças de concreto armado e protendido sob estados planos de tensão. 2015. 200 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pósgraduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LAZZARI, P. M. **Simulação numérica das etapas construtivas de pontes estaiadas através do método dos elementos finitos.** 2016. 301 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

LU, X. Z. et al. Bond–slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete. **Engineering Structures**, [s.l.], v. 27, n. 6, p.920-937, maio 2005. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.01.014.

MACHADO, A. P. Manual de reforço das estruturas de concreto armado com fibra de carbono. São Paulo: Better. 2010. 129 p.

MALEK, A. M.; SAADATMANESH, H.; EHSANI, M. R. Prediction of Failure Load of R/C Beams Strengthened with FRP Plate Due to Stress Concentration at the Plate End. **ACI Structural Journal**, [s.l.], v. 95, n. 2, p.142-152, mar. 1998.

MARTINELI, M. Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do Método dos Elementos Finitos. 2003. 168 f. Dissertação (Mestrado) - CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

MENEGHETTI, L. C. Análise do comportamento à fadiga de vigas de concreto armado reforçadas com PRF de vidro, carbono e aramida. 2007. 275 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

OTTOSEN, N. S. A failure criterion for concrete. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 103, n. 4, p.527-535, ago. 1977.

OWEN, D. R. J.; HINTON, E. **Finite elements in plasticity: theory and practice.** Swansea: Pineridge Press Limited. 1980. 594 p.

PALIGA, C. M. Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do método de Monte Carlo utilizando um modelo de elementos finitos. 2008. 249 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

PERERA, R. et al. Adherence analysus of fiber-reinforced polymer strengthened RC beams. **Computers & Structures**, v. 82, p.1865-1873, set/out. 2004.

PEŠIĆ, N.; PILAKOUTAS, K. Concrete beams with externally bonded flexural FRPreinforcement: analytical investigation of debonding failure. **Composites Part B**, v.34, p.327-338, dez. 2003.

PRATES JÚNIOR, N. P. **Um modelo elasto-viscoplástico para análise de peças de concreto estrutural, submetidas a estados planos de tensão, através do método dos elementos finitos.** 1992. 131 f. Dissertação (Mestrado) - CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1992.

QUEVEDO, F. **Customização ANSYS**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017.

RITCHIE, P. A. et al. External reinforcement of concrete beams using fiber reinforced plastics. **ACI Structural Journal**, Detroit, v. 88, n. 4, p.490-500, jul./ago. 1991.

SARTURI, F. D. M. **Simulação computacional de estruturas de concreto reforçadas com aço e compósitos de fibra de carbono.** 2014. 234 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pósgraduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

SCHMITZ, R. J. Estrutura mista aço-concreto: análise de ponte composta por vigas de alma cheia. 2017. 212 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

SENA-CRUZ, J. et al. NSM Systems. **Design Procedures For The Use Of Composites In Strengthening Of Reinforced Concrete Structures**, [s.l.], p.303-348, 25 ago. 2015. Springer Netherlands. http://dx.doi.org/10.1007/978-94-017-7336-2_8.

SENA CRUZ, J. M.; BARROS, J. A. O.; FARIA, R. M. C. M.. Assessing the embedded length of epoxy-bonded carbon laminates by pull-out bending tests. In: INTERNATIONAL CONFERENCE COMPOSITES IN CONSTRUCTION CCC2001, 1., 2001, Porto. **Proceedings...** Porto: CRC Press, 2002. p. 217 - 222.

SENA CRUZ, J. M.; BARROS, J. A. Bond between nearsurface mounted CFRP laminates and the concrete in structural strengthening. In: INTERNATIONAL CONFERENCE COMPOSITES IN CONSTRUCTION, 2., 2003, Cosenza. **Proceedings...** Cosenza. 2003. p. 397 - 402.

SENA CRUZ, J. M. de; BARROS, J. A. O. de. Bond Between Near-Surface Mounted Carbon-Fiber-Reinforced Polymer Laminate Strips and Concrete. **Journal Of Composites For Construction**, [s.l.], v. 8, n. 6, p.519-527, dez. 2004. American Society of Civil Engineers (ASCE). <u>http://dx.doi.org/10.1061/(asce)1090-0268(2004)8:6(519)</u>.

SERACINO, R.; RAIZAL SAIFULNAZ, M. R.; OEHLERS, D. J.. Generic Debonding Resistance of EB and NSM Plate-to-Concrete Joints. Journal Of Composites For Construction, [s.l.], v. 11, n. 1, p.62-70, fev. 2007. American Society of Civil Engineers (ASCE). http://dx.doi.org/10.1061/(asce)1090-0268(2007)11:1(62).

SILVA, P. S. C. M. **Modelação e análise de estruturas de betão reforçadas com FRP**. 1999. 254 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 1999.

STRAMANDINOLI, R. S. B.; LAROVERE, H. L. An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members. **Engineering Structures**, [s.l.], v. 30, n. 7, p.2069-2080, jul. 2008. Elsevier BV. <u>http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.12.022</u>.

THOMSEN, H. et al. Failure Mode Analyses of Reinforced Concrete Beams Strengthened in Flexure with Externally Bonded Fiber-Reinforced Polymers. **Journal Of Composites For Construction**, [s.l.], v. 8, n. 2, p.123-131, abr. 2004. American Society of Civil Engineers (ASCE). http://dx.doi.org/10.1061/(asce)1090-0268(2004)8:2(123).

TRIANTAFILLOU, T. C.; PLEVRIS, N. Strengthening of RC beams with epoxy-bonded fibrecomposite materials. **Materials and Structures**, v. 25, p.201-211, mar/abr. 1992.

TRIANTAFILLOU, T. C.; DESKOVIC, N.; DEURING, M. Strengthening of concrete strutures with prestressed fiber reinforced plastic sheets. **ACI Structural Journal**, Detroit, p.235-244, mai/jun. 1992.

SATO, Y.; ASANO, Y.; UEDA, T. Fundamental Study on Bond Mechanism of Carbon Fiber Sheet. **Doboku Gakkai Ronbunshu**, [s.l.], n. 648, p.71-87, mar. 2000. Japan Society of Civil Engineers. http://dx.doi.org/10.2208/jscej.2000.648_71.

VAZ, L. E. **Método dos elementos finitos em análise de estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

Mariana Varela de Medeiros (marianavarela@hotmail.com.br). Dissertação de Mestrado. PPGEC/UFRGS. 2018.

YU, H. et al. Finite Element Modeling for Debonding of FRP-to-Concrete Interfaces Subjected to Mixed-Mode Loading. **Polymers**, [s.l.], v. 9, n. 12, p.438-458, 9 set. 2017. MDPI AG. http://dx.doi.org/10.3390/polym9090438.

YUAN, H. et al. Full-range behavior of FRP-to-concrete bonded joints. **Engineering Structures**, [s.l.], v. 26, n. 5, p.553-565, abr. 2004. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2003.11.006.

ZHANG, S.S.; TENG, J.G.; YU, T. Bond–slip model for CFRP strips near-surface mounted to concrete. **Engineering Structures**, [s.l.], v. 56, p.945-953, nov. 2013. Elsevier BV. http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.05.032.

ZHANG, S. S.; YU, T.; CHEN, G. M. Reinforced concrete beams strengthened in flexure with near-surface mounted (NSM) CFRP strips: Current status and research needs. **Composites Part B**, v.131, p.30-42, ago. 2017.

ZILCH, K.; NIEDERMEIER, R.; FINCKH, W. **Strengthening of Concrete Structures with Adhesively Bonded Reinforcement:** Design and Dimensioning of CFRP Laminates and Steel Plates. Berlim: Wilhelm Ernst & Sohn, 2014.

ZILCH, K.; ZEHETMAIER, G. **Bemessung im konstruktiven Betonbau:** Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2). Berlim: Springer, 2010.

APÊNDICE – Scripts ANSYS APDL 19.2

1) Exemplo de script de viga com manta de PRFC externamente aderida

```
! Programadora: Mariana Varela de Medeiros
! Data: 06/05/2019
! Nome do arquivo: Viga com reforço externamente aderido
! unidades: cm, kN
/NOPR ! Suppress printing of UNDO process
/PMACRO ! Echo following commands to log
FINISH ! Make sure we are at BEGIN level
/CLEAR,NOSTART ! Clear model since no SAVE found
1 - ENTRADA DE DADOS
1
         1.1 - GEOMETRIA
! _____
11.1.1 - VIGA
1
              = 25 ![cm] Altura
h
              = 12 ![cm] Largura
b
              = 125 ![cm] Metade do comprimento total da viga
vao
              = 15 ![cm] Distância em x do início
= 1.5 ![cm] Cobrimento do concreto
= 85.83 ![cm] Dist. x do ponto de aplicação da carga
xr
cob
хp
1
!Posição do apoio
apoiox = 7.5 ![cm] Direção x
              = 0 ![cm]
apoioy
                             Direção y
!Número de elementos finitos:
nelemvx = 19 !Dir.x, ou ao longo comprimento com reforço
nelemvx_x0_xa = 1 !Dir.x, de "x = 0" ate "x = apoiox"
nelemvx_xa_xr = 1 !Dir.x, de "x = apoiox" ate "x = xp"
nelemvy = 4 !Dir.y
nelemvz = 2 !Dir.z
1
!1.1.2 - ARMADURAS
1
!Número de barras de aço na seção inteira(sem simetria)
!OBS: Máximo de 2 superiores e 4 inferiores (dois tipos de barra)

= 2
!Barras de aço superiores
= 2
!Barras de aço inferiores

nals
nali
              = 11 !Estribos
nat
1
!Estribos
              = 11 ![cm] Espaçamento entre estribos
sat
             = 7.5 ![cm] Posição do primeiro estribo
pat.1
!Diâmetro das armaduras:
dals= 0.6![cm]Posição do primeiro estribodali_1= 1.0![cm]Longitudinal inferior (tipo 1)dali_2= 0.8![cm]Longitudinal inferior (tipo 2)
dat
             = 0.6 ![cm] Transversal
1
!1.1.3 - REFORÇO
1
refor
              = 1
! Opções:
! 0 - Sem reforço
! 1 - Reforço com manta externamente aderida
Т
```

```
*IF, refor, EQ, 1, THEN
                       !Se tiver reforço, preencher
    = 1.332 ![cm<sup>2</sup>] Área total de reforço (cm<sup>2</sup>)
    Αf
    wf
                 = 12 ![cm] Largura do laminado
                         !Obs: se for igual a largura da viga, igualar a b
    1
    tf=Af/wf
                         ![cm] Espessura equivalente do laminado de PRFC
    1
*ENDIF
1
1 _____
          1.2 - MATERIAIS
| _____
                                                         _____
1
!1.2.1 - CONCRETO (usermat)
1
                = 2.5E-5 ![kN/cm³] Peso específico do concreto
= 3219.6 ![kN/cm²] Módulo de elasticidade do concreto
= 0.2 !Coeficiente de poisson do concreto
ac
Еc
VC
                 = 3.358
                            ![kN/cm<sup>2</sup>] Resistência média à compressão
fc
                = 0.4848 ![kN/cm<sup>2</sup>] Desvio padrão do concreto
SC
!Obs. Se não for conhecido, igualar a 0.485
fck=fc-1.65*sc
                             ![kN/cm<sup>2</sup>] Resistência característica do concreto
cimento
               = 2
                             !Tipo de cimento
!Opções: 1-endurecimento lento; 2-endurecimento normal; 3-endurecimento rápido
agregado = 1 !Tipo de agregado
!Opções: 1-basalto; 2-granito; 3-calcário; 4-arenito
         = 2.001
analise
!Tipos e número de análises feitas. O número da direita corresponde a quantidade
!de análises e o número da esquerda, a sequencia e o tipo de cada análise, sendo:
!1- análise retração e 2-Análise instantânea.
!EXEMPLO: analise = 21.002: Duas análises. Primeiro uma análise diferida (1)
!e depois uma análise instantânea (2).
!1.2.2 - AÇO
1
!Módulos de elasticidade:
                = 21000 ![kN/cm<sup>2</sup>]
Esls
                                     Longitudinal superior
                = 21000 ![kN/cm<sup>2</sup>] Longitudinal inferior (tipo 1)
Esli 1
               = 21000 ![kN/cm<sup>2</sup>] Longitudinal inferior (tipo 2)
Esli 2
Est
                = 21000 ![kN/cm<sup>2</sup>] Transversal
1
vs
                = 0.3 !Coeficiente de poisson do aço
!Tensões de escoamento:
fyls = 73.8 ![kN/cm<sup>2</sup>] Longitudinal superior
                = 56.5 ![kN/cm<sup>2</sup>] Longitudinal inferior (tipo 1)
= 56.5 ![kN/cm<sup>2</sup>] Longitudinal inferior (tipo 2)
= 73.8 ![kN/cm<sup>2</sup>] Transversal
fyli_1
fyli_2
fyt
!Processo de fabricação
!Opções:1 = AÇO CA-60; 2 = AÇO CA-50
             = 1
fabrls
fabrli 1
                = 2
                = 2
fabrli_2
fabrt
               = 1
!1.2.3 - REFORÇO
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   1
                 = 23000 ![kN/cm<sup>2</sup>] Módulo de elasticidade do reforço
    Er
    fur
                = 340 [kN/cm<sup>2</sup>] Tensão de ruptura do laminado de CFRP
    vr
                 = 0.0
                        ![kN/cm<sup>2</sup>] Coeficiente de poisson do reforço
    !1.2.4 - INTERFACE
```

```
!Modelo da aderêcia entre o PRFC e o concreto
   mod inter = 1
   !0 = aderência perfeita;
   !1 = modelo de zona coesiva (CZM)
   *IF, mod inter, EQ, 1, THEN
      1
                = 77
                         ![kN/cm] Rigidez tangencial da interface
      kt
      mod czm = 1
                         !Modelo czm adotado: 1 = CBDD; 2 = CBDE
      *IF, mod czm, EQ, 1, THEN !Se CBDD:
         timax = 0.355
                        ![kN/cm<sup>2</sup>] Máxima tensão tangencial
         deltatc = 0.0172
                         ![cm] Máximo deslizamento tangencial
              = 0.00008 !Coeficiente artificial de amortecimento
         ni
         1
      *ELSEIF, mod czm, EQ, 2, THEN !Se CBDE:
         timax = 0.185 ![kN/cm<sup>2</sup>] Máxima tensão tangencial (kN/cm<sup>2</sup>)
         Gct
                = 0.18
                         ![J/cm<sup>2</sup>] Energia de fratura (tangencial)
               = 0.00008 !Coeficiente artificial de amortecimento
         ni
         1
      *ENDIF
   *ENDIF
1
*ENDIF
       1.3 - PARÂMETROS PARA ANÁLISE
1
1
            = -3.0 ![cm] Deslocamento total imposto
desloc
            = 500 !Número de substeps
nsub
tol
            = 0.2 !Tolerância para convergência
1
2 - PARÂMETROS AUXILIARES
!Divisão dos elementos finitos, do eixo x
*IF, refor, EQ, 0, THEN
   nelemvx1=NINT(nelemvx*(xp-apoiox)/(vao-apoiox))
*ELSE
  nelemvx1=NINT(nelemvx*(xp-xr)/(vao-xr))
*ENDIF
nelemvx2=nelemvx-nelemvx1
!Divisão dos elementos finitos, no eixo z, proporcional a largura da viga
le da manta de PREC
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   *IF, wf, NE, b, THEN
      nelemvz z0 wf=NINT (nelemvz*(wf)/(b-wf))
      nelemvz_wf_b=nelemvz-nelemvz_z0_wf
   *ELSEIF, wf, EQ, b, THEN
     nelemvz_z0_wf=nelemvz
   *ENDIF
*ELSE
   nelemvz z0 wf=nelemvz
*ENDIF
1
3 - DEFINICAO DO TIPO DE ANALISE
1
•
KEYW, PR SET, 1
```

```
KEYW, PR STRUC, 1
                 !Análise estrutural
/PREP7
•
                   4 - DEFINICAO DOS ELEMENTOS
!! 1=SOLID186 ; 2=SHELL281 ; 3=TARGE170 ; 4=CONTA174 ; 10=MESH200
1 _____
! 4.1 - CONCRETO - SOLID186 - elemento tipo 1
1
                                       _____
ET,1,SOLID186
                  !Especifica o elemento solid186
KEYOPT, 1, 2, 0
                 !Integração reduzida
KEYOPT,1,3,0
                  !Elemento solido homogêneo (não possui camadas)
KEYOPT, 1, 6, 0
                  !Formulação padrão para deslocamentos
             _____
! 4.2 - REFORÇO - SHELL281 - elemento tipo 2
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   ET,<mark>2</mark>,SHELL281
                 !seleciona o elemento shell 281
                  !Somente efeito membrana (Apenas Ux, Uz e Uy)
   KEYOPT,2,1,1
   KEYOPT, 2, 8, 2
                  !Armazena os resultados para TOP, BOTTOM e MID para
                  !todas as camadas
   ! Definição das propriedades da seção do shell (elemento de reforço)
   SECTYPE, 1, SHELL
                         !Definição das camadas do elemento:
                         !número da seção, elemento de shell
   SECDATA, tf, 6,, 5
                         !Espessura, material, núm. de pontos de integração
   !Se for aderência perfeita entre viga/reforço:
   *ELSEIF, mod inter, EQ, 1, THEN ! Se tiver elementos de contato na interface:
      SECOFFSET,MID !Nós são deslocados para o meio da seção
   *ENDIF
   SECCONTROL,,,,,,,
                      !Propriedades da seção
   1
*ENDIF
1
 _____
        4.3 - CONTATO - CONTA174 + TARGE170 - elementos tipo 3 e 4
1
1 _____
!Se a aderência não for perfeita, define elementos de contato e constantes reais
*IF, mod inter, EQ, 1, THEN
  1
   Et, 3, TARGE170 !Par do elemento de contato "alvo" 3D
   Et,4,CONTA174 !Elementos de contato 3D
   !Opções para o elemento CONTA174
   KEYOPT,4,1,0
               !Graus de liberdade
               !(0 = ux, uy, uz)
   KEYOPT,4,2,0
               !Algorítmo de contato
               ! (0 = Augmented Lagrangian)
               !Localização do ponto de detecção de contato
   KEYOPT,4,4,1
               !(1 = No ponto nodal normal à superfície de contato)
   KEYOPT, 4, 5, 3
               !CNOF/ICONT Automated adjustment
               !(3 = Close gap/reduce penetration with auto CNOF)
   KEYOPT,4,6,1
               !Variação da rigidez de contato
               !(1 = Nominal refinement to the allowable stiffness range)
```

```
KEYOPT,4,7,1
                 !Element level time incrementation control/impact constraints
                 ! (1 = Automatic bisection of increment)
   KEYOPT, 4, 8, 0
                 !Asymmetric contact selection
                 !(0 = no action)
   KEYOPT, 4, 9, 1
                 !Efeito de espaçamentos e penetrações iniciais
                 !(1 = Excluir penetrações e/ou espaçamentos iniciais)
   KEYOPT, 4, 10, 0
                 !Atualização da rigidez de contato
                 !(0 = Rigidez do contato atualizada para cada iteração)
   KEYOPT,4,11,0
                 !Efeito da espessura do elemento de casca
                 !(0 - Não; 1 - Sim)
   KEYOPT,4,12,6
                 !Comportamento da superfície de contato
                 !(6 = Bonded (contato inicial)
   KEYOPT, 4, 18, 0
                 !Comportamento do deslizamento
                 !( 0 = Deslizamento finito (padrão))
   1
   ! CONSTANTES REAIS
   R,1
   RMODIF,1,5,-tf/2 !Distância para fechamento do contato
   RMODIF,1,12,-kt !Rigidez tangencial
*ENDIF
5 - COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS
1
! MAT 1 = CONCRETO - USER;
! MAT 2 = AÇO (BARRA LONGITUDINAL INFERIOR 1) - BISO;
! MAT 3 = AÇO (BARRA LONGITUDINAL INFERIOR 2) - BISO;
! MAT 4 = AÇO (BARRA LONGITUDINAL SUPERIOR) - BISO;
! MAT 5 = AÇO (ESTRIBOS) - BISO;
! MAT 6 = PRFC - ELÁSTICO COM DANO PROGRESSIVO;
! MAT 7 = \text{CONTATO} - \text{CZM}
1 _____
         5.1 - CONCRETO - Material 1
1
1
!Definição do material e entrada de dados na usermat
tb,user,1,1,12
tbtemp,0.0
tbdata,,Ec,vc,fck,cimento,agregado,analise
!Definição da massa específica para consideração do peso próprio
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP, 1, 0
MPDATA, DENS, 1,, gc
1 _____
        5.2 - ARMADURA LONGITUDINAL INFERIOR - Material 2 e Material 3
! _____
                                                                 _____
! 5.2.1 - BARRA TIPO 1 - MATERIAL 1
*IF, fabrli_1, EQ, 1, THEN !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
   fy2=fyli 1*0.85
   EPSLONY2=fy2/Esli_1
   EPSLONU2=0.01
   Es22=.15*fyli 1/(0.01-0.85*fyli 1/Esli 1)
   fu2 = (EPSLONU2-EPSLONY2)*Es22+fy2
*ELSE
                    !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
   fy2=fyli 1
   Es22=Eslī 1/100
                   !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDIF
```

```
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP, 1, 0
MPDATA, EX, 2,, Esli_1
MPDATA, PRXY, 2,, vs
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,2,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy2,Es22,,,,
! 5.2.2 - BARRA TIPO 2 - MATERIAL 2
!Se tiver mais de 2 barras na seção, define o material do outro tipo de barra
*IF, nali, GT, 2, THEN
   *IF,fabrli_2,EQ,1,THEN !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
       fy3=fyli 2*0.85
       EPSLONY3=fy3/Esli 2
       EPSLONU3=0.01
       Es33=.15*fyli 2/(0.01-0.85*fyli 2/Esli 2)
       fu3 = (EPSLONU3-EPSLONY3) *Es33+fy3
   *ELSE
                        !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
       fy3=fyli 2
       Es33=Eslī 2/100
                        !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
   *ENDIF
   Т
   !Modelo linear Isotrópico
   MPTEMP,,,,,,,,
   MPTEMP, 1, 0
   MPDATA, EX, 3,, Esli_2
   MPDATA, PRXY, 3,, vs
   1
   !Modelo bilinear (biso)
   tb,BISO,3,1,2,
   tbtemp,0
   tbdata,,fy3,Es33,,,,
   1
*ENDIF
T.
  _____
               _____
         5.3 - ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR - Material 4
! -----
                                                          _____
*IF, fabrls, EQ, 1, THEN
                    !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
   fy4=fyls*0.85
   EPSLONY4=fy4/Esls
   EPSLONU4=0.01
   Es44=.15*fyls/(0.01-0.85*fyls/Esls)
   fu4=(EPSLONU4-EPSLONY4) *Es44+fy4
*ELSE
                     !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
   fy4=fyls
   Es44=Esls/100
                    !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDIF
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP, 1, 0
MPDATA, EX, 4,, Esls
MPDATA, PRXY, 4,, vs
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,4,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy4,Es44,,,,
1
1 ---
         5.4 - ARMADURA TRANSVERSAL - Material 5
1
! _____
                                              _____
                                                     _____
```

```
*IF, fabrt, EQ, 1, THEN
                   !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
   fy5=fyt*0.85
   EPSLONY5=fy5/Est
   EPSLONU5=0.01
   Es55=.15*fyt/(0.01-0.85*fyt/Est)
   fu5=(EPSLONU5-EPSLONY5)*Es55+fy5
*ELSE
                     !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
   fy5=fyt
   Es55=Est/100
                    !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDIF
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP, 1, 0
MPDATA, EX, 5,, Est
MPDATA, PRXY, 5,, vs
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,5,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy5,Es55,,,,
| _____
                        _____
         5.5 - REFORÇO - Material 6
1
1 ------
1
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   !Propriedades elásticas
   MPTEMP,,,,,,,,
   MPTEMP, 1, 0
   MPDATA, EX, 6,, Er
   MPDATA, PRXY, 6,, vr
   !MODELO DE DANO PROGRESSIVO
   1
   !Definição do critério de iniciação do dano
   TB,DMGI,6,1,4,1, !O critério de falha é o critério inicial de dano
   !Definição do critério de falha para cada modo de ruptura
   TBDATA,1,2,2,2,2 !1-deformação máxima; 2-tensao máxima (utilizado)
   !Definição da lei de evolução do dano
   TB,DMGE,6,1,4,1,!Progressão do dano baseada num fator redutor de rigidezTBDATA,,1,1,1,1!Fatores redutores (valor entre 0-1, 1 reduz o máximo)
   !Definição do limite (de tensão ou deformação) a partir do qual ocorre o dano:
   TB,FCLI,6,1,1,1 !1-tensão máxima (utilizado); 2-deformação máxima
   TBDATA,1,fur
                    !Atribuição do valor da tensão de ruptura
   1
*ENDIF
1
1 ----
    _____
! 5.6 - CONTATO - Material 7
1 ------
!Se tiver elementos de contato, define modelo de zona coesiva (CZM)
*IF,mod_inter,EQ,1,THEN
                            !Se possuir modelo de aderência
   *IF, mod czm, EQ, 1, THEN
                        !Se bilinear CBDD:
       tb,CZM,7,1,1,CBDD
       tbdata,1,,,timax,deltatc,ni
       1
   *ELSEIF, mod czm, EQ, 2, THEN !Se bilinear CBDE:
       tb,CZM,7,1,1,CBDE
```

```
tbdata,1,,,timax,Gct,ni
   *ENDIF
*ENDIF
1
•
                   6 - MODELAGEM DA ESTRUTURA
1
1
! Geometria da viga (concreto): 3 volumes
BLOCK, 0, apoiox, 0, h, 0, b/2
                        !De x = 0 até o apoio
BLOCK,apoiox,xp,0,h,0,b/2
                        !Do apoio até xp
BLOCK, xp, vao, 0, h, 0, b/2
                       !De xp até o meio do vão
*IF, refor, EQ, 1, THEN
                        !Se possuir reforço:
   !Divide o volume com uma seção em x = xr
   WPROT, 0, 0, 90
   WPOFF,0,0,xr
   VSEL,all
   VSBW,all
   WPCSYS,1,0
   !Divide o volume com uma seção em z = wf/2
   WPOFF, 0, 0, wf/2
   VSEL,all
   VSBW,all
   WPCSYS,1,0
   1
   !Se possuir modelo de aderência, necessário criar nova área
   !correspondente à manta
   *IF, mod inter, EQ, 1, THEN
      !KP para a criação da área do reforço, com espaçamento de
      !metade da espessura
                       !Coordenada x, y e z do KP
      K,1001,xr,-tf/2,0
      K,1002,xp,-tf/2,0
K,1003,xr,-tf/2,b/2
      K,1004,xp,-tf/2,b/2
      K,1005,vao,-tf/2,0
      K,1006,vao,-tf/2,b/2
      A,1001,1003,1004,1002
      A,1002,1004,1006,1005
      !obs: Cuidar o sentido normal da área: importante para a
      !modelagem do contato
      1
   *ENDIF
*ENDIF
7 – GERAÇÃO DA MALHA
Т
| _____
        7.1. - ELEMENTOS DE CONCRETO (3D)
T.
| _____
1
! Especifica as características dos elementos 3D de concreto
TYPE,1
               !Elemento SOLID186
MAT,1
               !Material concreto
ESYS,0
SECNUM,
DESIZE,1,1,,,,,30,, !Modificando o número mínimo de divisões por linha
```

! 7.1.1 - DIVISÕES VERTICAIS LSEL, S, LOC, Y, 0, h LSEL,U,LOC,Y,0 LSEL, U, LOC, Y, h LESIZE,all, , ,nelemvy, , , , ,0 ! 7.1.2 - DIVISÕES HORIZONTAIS 1 !Volumes entre o apoio e aplicação da carga ***IF**, refor, EQ, 0, **THEN** LSEL, S, LOC, X, apoiox, xp LSEL, U, LOC, X, apoiox *ELSE LSEL,S,LOC,X,xr,xp LSEL, U, LOC, X, xr *ENDIF LSEL,U,LOC,X,xp LESIZE,all, , ,nelemvx1, , , , 0 !Volumes entre a aplicação de carga e meio do vão da viga LSEL, S, LOC, X, xp, vao LSEL,U,LOC,X,xp LSEL, U, LOC, X, vao LESIZE,all, , ,nelemvx2, , , , 0 1 !Volumes entre extremidade da viga (x=0) e o apoio LSEL,S,LOC,X,0,apoiox LSEL,U,LOC,X,0 LSEL, U, LOC, X, apoiox LESIZE,all, , ,nelemvx_x0_xa, , , , 0 !Se tiver reforço, divide horizontalmente os elementos da viga na região entre !o apoio e o início do reforço *IF, refor, EQ, 1, THEN LSEL, S, LOC, X, apoiox, xr LSEL, U, LOC, X, apoiox LSEL,U,LOC,X,xr LESIZE,all, , ,nelemvx_xa_xr, , , , 0 1 *ENDIF ! 7.1.3 - DIVISÕES NA LARGURA LSEL, S, LOC, Y, 0 LSEL,R,LOC,Z,0,b/2 LSEL,U,LOC,Z,0 LSEL, U, LOC, Z, wf/2 LSEL,U,LOC,Z,b/2 LESIZE,all, , ,nelemvz_z0_wf, , , , 0 !Se existir reforço e se a largura do mesmo for menor que a largura da viga, !divide os volumes entre z = wf/2 e z = b*IF, refor, EQ, 1, AND, b, NE, wf, THEN LSEL,S,LOC,Y,0 LSEL,R,LOC,Z,wf/2,b/2 LSEL,U,LOC,Z,wf/2 LSEL, U, LOC, Z, b/2 LESIZE,all, , ,nelemvz_wf_b, , , , 0 1 *ENDIF

```
MSHAPE,0,3D !Especifica problema 3D
MSHKEY,1 !Opção de malha mapeada
!
```

```
VMESH, ALL
               !Geração da malha em todos os volumes
       _____
1 -
    7.3. - ELEMENTOS DE REFORÇO (2D)
1
                                               _____
1 ____
        _____
!Se tiver reforço, gera elementos com material PRFC
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   1
   !Especifica as características dos elementos 2D de placa:
   TYPE,2
                !Elemento SHELL281
   MAT , 6
                !Material PRFC
   ESYS,0
   SECNUM,
   *IF, mod inter, EQ, 0, THEN !Se o reforço tiver aderência perfeita:
      MSHAPE, 0, 2D
                          !Define malha 2D e elemento quadrilátero
      MSHKEY,1
                          !Define malha mapeada
      ASEL,S,LOC,Y,0
                          !Seleciona áreas inferiores do volume
      ASEL,U,LOC,X,0,xr
      AMESH,all
                          !Gera malha nas áreas inferiores dos volumes
      1
   *ELSE
             !Se o existirem elementos de contato
      !Dividindo na largura (z) do reforço:
      LSEL, S, LOC, Y, -tf/2
      LSEL,U,LOC,Z,0
      LSEL, U, LOC, Z, wf/2
      LESIZE,all, , ,nelemvz_z0_wf, , , , ,0  ! Dividindo a linha
      MSHAPE, 0, 2D
                          !Define malha 2D e elemento quadrilátero
      MSHKEY,1
                          !Define malha mapeada
      ASEL, S, LOC, Y, -tf/2
      AMESH,all
                    !Gera malha na área correspondente ao reforço
      1
   *ENDIF
*ENDIF
!Visualização de todos os elementos:
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
/PNUM,KP,1
/PNUM.LINE.0
/PNUM, AREA, 0
/PNUM,VOLU,0
/PNUM,NODE,0
/PNUM, TABN, 0
/PNUM,SVAL,0
/NUMBER,0
/PNUM,ELEM,0
NUMMRG,NODE, , , ,LOW
                        !Agrupa propriedades em comum
NUMCMP, NODE
                          !Renumera os nós
NUMMRG, KP, , , , LOW
                          !Renumera os KP
1
•
                          8 - ARMADURA
```

```
!Definição do elemento MESH200, que servirá apenas para ajudar no lançamento
!dos elementos REINF264, não contribuindo para a solução
ET, 5, 200, 2 !número=5, type=mesh200, keyopt(1)=2 (ou 3)
1 _____
                                                    _____
         8.1 - ARMADURA LONGITUDINAL INFERIOR
1 _____
                                                 _____
!Cálculo da área do tipo 1 da armadura longitudinal inferior
Asli 1=(3.14159265359*(dali 1*dali 1)/4)
!Posições na direção de y e z da barra da armadura longitudinal (tipo 1)
ysli_1=cob+dat+dali_1*0.5
zsli_1=(b/2)-(cob+dat+dali_1*0.5)
sect,2,REINF,DISC
                      !Reforço seção 2, reinf, reforço discreto
secdata,2,Asli 1,mesh !Material 2, área da seção, mesh
!Especifica as características do elemento mesh200
TYPE,5
                     !Elemento mesh200
MAT,2
                      !Material aco
SECNUM, 2
                      !Seção 2
NUMSTR,LINE,2000
                 Inicia a numeração das linhas da armadura inf. em 2000!
1
!Posiciona os KP para geração da linha da armadura inferior
K,2001,0,ysli_1,zsli_1
K,2002,vao,ysli_1,zsli_1
L,2001,2002
                      !Gera linha
LESIZE,,,,1
                      !Divide a linha
LMESH,2000,2000
                     !Gera os elementos mesh200 da linha
!Se tiver mais de 2 barras longitudinais inferiores (nali maior que 2)
*IF, nali, GT, 2, THEN
   1
   !Cálculo da área do tipo 2 da armadura longitudinal inferior
   1
   !Se existirem 3 barras, a 3 barra é posicionada no centro do eixo
   !de simetria (z = 0) e a área da seção é reduzida pela metade
   *iF, nali, EQ, 3, THEN
       Asli_2=0,5*(3.14159265359*(dali_2*dali_2)/4)
       zsli_2=0
   1
   !Se existirem 4 barras, as mesmas são igualmente espaçadas
   !ao longo da largura
   *ELSEIF, nali, EQ, 4, THEN
       Asli 2=(3.14159265359*(dali 2*dali 2)/4)
       zsli 2=(b-2*((cob+dat+dali 1+dali 2))/(2*nali))+0,5*dali 2
   *ENDIF
   !Posição na direção de y da barra da armadura longitudinal (tipo 2)
   ysli_2=cob+dat+dali_2*0.5
   sect, 3, REINF, DISC
                                 !Reforço seção 3, reinf, reforço discreto
   secdata,3,Asli 2,mesh
                                 !Material 3, área da seção, mesh
   !Especifica as características do elemento mesh200
   TYPE, 5
                     !Elemento mesh200
   MAT.3
                     !Material aço
   SECNUM, 3
                     !Seção tipo 3
   NUMSTR,LINE,2500 !Inicia a numeração das linhas da armadura inf. em 2000
```

```
!Posiciona os KP para geração da linha da armadura inferior
   K,2501,0,ysli_2,zsli_2
   K,2502,vao,ysli_2,zsli_2
   L,2501,2502
                    !Gera a linha
               !Divide a linha
   LESIZE,,,,1
   LMESH,2500,2500 !Gera os elementos mesh200 da linha
   1
*ENDIF
1 _____
         8.2 - ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR
1
1 _____
!Cálculo da área da armadura longitudinal superior
Asls=(3.14159265359*(dals*dals)/4) !Área de armadura superior
!Posições na direção de y e z da barra da armadura superior
ysls=h-(cob+dat+dals*0.5)
zsls=(b/2)-(cob+dat+dals*0.5)
sect,4,REINF,DISC !Reforço seção 3,reinf,reforço discreto
secdata,4,Asls,mesh !Material 4,area da seção, mesh
!Especifica as caracteristicas do elemento mesh200
         !Elemento mesh200
TYPE, 5
MAT,4
                     !Material aço
SECNUM,4
                     !Seção 4
1
NUMSTR,LINE,3000
                    !Inicia a numeração das linhas da armadura sup. em 3000
!Posiciona os KP para geração da linha da armadura superior
K,3001,0,ysls,zsls
K,3002,vao,ysls,zsls
L,3001,3002
                    !Divide a linha
LESIZE,,,1
LMESH,3000,3000
                    !Gera os elementos mesh200 da linha
| _____
         8.3 - ARMADURA TRANSVERSAL
1 _____
               _____
!Cálculo da área da armadura transversal
Ast=(3.14159265359*(dat*dat)/4)
!Coordenadas (y e z) dos tramos superior, vertical e inferior dos estribos
ysts=h-(cob+dat/2)
                    !Tramo superior
zsts=b/2-(cob+dat)
1
ystv_1=cob
ystv_2=h-cob
                     !Tramo vertical
zstv=b/2-(cob+dat*0.5)
ysti=(cob+dat/2)
                    !Tramo inferior
zsti=b/2-(cob+dat)
sect,5,REINF,DISC !Reforço seção 5,reinf,reforço discreto
secdata,5,Ast,mesh !Material 5, área da seção, mesh
!Especifica as características do elemento mesh200
TYPE, 5
                    !Elemento mesh200
MAT,5
                     !Material aço
SECNUM, 5
                     !Seção tipo 5
```

```
!Laço para gerar os KP e as linhas dos estribos, respeitando o espaçamento
!(sat) inserido
*DO, i, 1, nat
    1
   NUMSTR,LINE,4000+(3*i-2) !Inicia a numeração das linhas da armadura sup.
   !Tramo superior
   K,4000+(6*i-5),(i-1)*sat+pat1,ysts,0
   K,4000+(6*i-4),(i-1)*sat+pat1,ysts,zsts
   L,4000+(6*i-5),4000+(6*i-4)
                      !Divide a linha
   LESIZE,,,,1
   !Tramo superior
   K,4000+(6*i-3),(i-1)*sat+pat1,ystv_1,zstv
   K,4000+(6*i-2),(i-1)*sat+pat1,ystv_2,zstv
   L,4000+(6*i-3),4000+(6*i-2)
                      !Divide a linha
   LESIZE,,,,1
    1
   !Tramo vertical
   K,4000+(6*i-1),(i-1)*sat+pat1,ysti,0
   K,4000+(6*i),(i-1)*sat+pat1,ysti,zsti
   L,4000+(6*i-1),4000+(6*i)
   LESIZE,,,,1
                       !Divide a linha
   LMESH,4000+(3*i-2),4000+(3*i) !Gera as 3 linhas do estribo i
   1
*ENDDO
ESEL, S, CENT, Y, O, h
                      !Seleção dos elementos sólidos e mesh200
EREINF
                       !Gera os elementos REINF264
1 -
         8.4 - VISUALIZAÇÃO
1
! ------
!Seleciona elementos de concreto e ajusta translucidez para visualização dos
!elementos reinf
esel, s, type, ,1
/trlcy,elem,0.8
esel,all
/view,1,1,1,1
!Ativa a expansão do elemento
/eshape,1
eplot
/COLOR,NUM,DGRA,1 !solid186
/COLOR,NUM,CBLU,2 !shell281
/COLOR,NUM,BLUE,5 !reinf264
/COLOR,NUM,BLUE,6 !reinf264
!Não mostra números dos elementos coloridos
/NUMBER,1
!Comandos para deixar o fundo branco
/RGB, INDEX, 100, 100, 100, 0
/RGB, INDEX, 80, 80, 80, 13
/RGB, INDEX, 60, 60, 60, 14
/RGB, INDEX, 0, 0, 0,15
/REPLOT
!Ponto de visão
/VIEW, 1, 4, 3, 5
```

```
1
       9 - ELEMENTOS DE CONTATO (INTERFACE): TARGE170 + CONTA174
* * * * * * * * * * * * *
1
!Se tiver modelo para interface, gera os elementos de contato
*IF, mod inter, EQ, 1, THEN
  1 _____
    9.1 - TARGE170
  1
  1 _____
  !Seleciona área inferior do volume da viga (no concreto)
  ASEL, S, LOC, Y, 0
  ASEL, U, LOC, X, 0, xr
  !Especifica as características do elemento targe170
  REAL,1 !Define constante real(identifica par de contato)
  TYPE,3
             !Elemento TARGE170
  MAT,7
            !Material CZM model
  ESYS,0
  SECNUM,,
  AMESH,all
            !Gera malha sobra a área selecionada
  ALLSEL
  1
  1
    _____
  ! 9.2 - CONTA174
    _____
  !Especifica as características do elemento conta174
  REAL,1 !Define constante real(identifica par de contato)
  TYPE,4
            !Elemento CONTA174
  MAT,7
  ESYS,0
  SECNUM,,
  1
  !Seleciona área gerada (no PRFC)
  ASEL, S, LOC, Y, -tf/2
  ASEL, U, LOC, X, 0, xr
  1
  NSLA,S,1
            !Seleciona os nós associados as áreas selecionadas
           !Seleciona os elementos associados aos nós selecionados
  ESLN,S,<mark>0</mark>
  ESURF
            !Gera elementos TARGE
  ALLSEL
  1
*ENDIF
 T.
                  9 - VINCULAÇÃO E CARREGAMENTOS
 1
1
| ______
                                  _____
       9.1 - APOIOS
1
! ------
!Vincúlo do modelo experimental
NSEL, S, LOC, X, apoiox ! Selectiona os nós localizados em x = 0
                  !Resseleciona os nós localizados em y = 0
NSEL,R,LOC,Y,-apoioy
D,ALL,UY,0
                  !Restringe o deslocamento em y para os nós
!Vinculos para simetria
NSEL,S,LOC,X,vao
                  !Seleciona os nós localizados em X = vao
D, ALL, UX, 0
                  !Restringe o deslocamento em x para os nós (simetria)
NSEL,S,LOC,Z,O
                  !Seleciona os nós localizados em Z = O
```

```
D, ALL, UZ, 0
                       !Restringe o deslocamento em Z para os nós (simetria)
        _____
! 3.2 - 10 CASO DE CARGA (INCREMENTO DE DESLOCAMENTO)
1 ____
                                                      _____
      _____
/SOLU
                       !Acessa o processador para solução
ACEL,0,-1,0
                       !Aceleração da gravidade, aplicada na direção de y
ALLSELL, ALL
!
NSEL,S,LOC,X,xp
                       !Seleciona nós da posição do apoio, em x = xp
                       !Resselecionando apenas os nós superiores
NSEL,R,LOC,Y,h
D,all,UY,desloc
                       !Aplicação do deslocamento
ALLSEL
TIME.1
                       !Passo de carga automático=método da bissecção
AUTOTS.1
NSUBST, nsub, (1000*nsub), nsub !Especifica o número de substeps do load step
OUTRES, ERASE
                        !Reseta especificações para escrita de resultados
OUTRES,all,all
                       !Escreve resultados de todos os load steps e substeps
LSWRITE,1,
                       !Salva load step 1
1
10 - OPÇÕES DE ANÁLISE/SOLUÇÃO
ANYTYPE,0
                       !Especifica a análise: Estática
TUNIF,20
                       !Temperatura
NROPT, full, , ON
                       !Utiliza Newton-Raphson completo, com "adaptive
                       !descent" ativa para facilitar a convergência
                       !Solver SPARS
EQSLV, SPAR, , 0,
! Ferramentas de convergência
                        !Desligado porque adaptive descent está ligado
LNSRCH,AUTO
                       !Se adaptive descent e/ou line serarch ligado,
ARCLEN, OFF
                       !arclen deve estar desligado
! Critérios de parada
NQIT,100
                       !Número máximo de eq. de equilíbrio
CNVTOL, F, , tol, 2, ,
                       !Tolerância em termos de força
CNVTOL,U,,tol,2,,
                       !Tolerância em termos de deslocamento
NCNV,2,,,,,
                       !Se a solução não convergir, a análise é finalizada,
                       !mas a execução do programa continua
ERESX, no
                       !Copia o resultado do ponto de integração para os nós
1
!Inicia o processo de solução
PSCONTROL,all,off
                       !Desliga a paralelização
LSSOLVE,1,1,1
                       !Lê e soluciona os load steps
FINISH
1
```

```
11 - PÓS-PROCESSAMENTO
1
/POST26
                       !Acessa o pós-processador (histórico no tempo)
     _____
1 ____
! 11.1 - CARGA-DESLOCAMENTO
1 _____
grafico=1
! 0 = não fazer gráfico automaticamente
! 1 = fazer gráfico automaticamente
*IF, grafico, EQ, 1, THEN ! inicia rotina para gerar gráfico FxD
   !Rotina para fazer o gráfico carga-deslocamento
   !ABSCISSAS: variável 2 = Uy
   !ORDENADAS: variável 3 = força y aplicada (obtida através da soma de reações)
   FATOR1 = -1.00
                           !Fator para multiplicar o deslocamento
                           ! (por exemplo: torna positivos os deslocamentos)
   FATOR2 = 4.00
                           !Fator para multiplicar a carga se necessário
                           !(por exemplo: Ptotal = 4xP)
   NNUY = 113
                           !Número do nó onde será medido o desloc. em y
   !NNUY=node(lviga,0,0)
   !nomes dos eixos:
   /AXLAB,Y,CARGA P [kN]
                          !Label Y
   /AXLAB,X,FLECHA UY [cm]
                          !Label X
   !Definição das variáveis 2 (abscissas) e 3 (ordenadas)
                           !Especifica o nó cujo Uy vai ser plotado
   NSOL,2,NNUY,U,Y
   NSOL, 3, 1, U, Z
                           !Variável muda, serve para armazenar a soma das
                           !reações (corresponde ao deslocamento UZ do nó 1)
   1
   !Selec. nós dos apoios
                          !Selec. os nós cuja coordenada é igual a apoiox
   NSEL,S,LOC,x,apoiox
   NSEL, R, LOC, y, -apoioy
                          !Resseleciona os nós cuja coordenada y é apoioy
   *GET,NUMNOD,NODE,0,COUNT !Captura em NUMNOD a contagem de nós restringidos
   *GET,CURNOD,NODE,0,NUM,MIN !Captura em CURNOD o número de nó mínimo
                           !dentre os nós restringidos
   !Laço que faz a soma das reações em y dos nós selecionados anteriormente
   *DO, I, 1, NUMNOD
      RFORCE, 4, CURNOD, F, y
                           !salva na variável 4 a reação em y no nó CURNOD
      ADD, 3, 3, 4, SOMA
                           !nova variável 3 recebe valor da soma entre
                           !variável 3 anterior e variável 4
      CURNOD=NDNEXT (CURNOD) !CURNOD passa a ser o número do próximo nó
   *ENDDO
                           !Multiplica a variável 2 (Uy) pelo fator FATOR1
   PROD, 2, 2, , , , , , , FATOR1
   PROD, 3, 3, , , , , , FATOR2
                           !Multiplica a variável 3 (Fy) pelo fator FATOR2
   XVAR, 2
                           !Plota os deslocamentos no eixo X
   PLVAR,3
                           !Plota a carga total no eixo Y
   PRVAR, 2, 3,
                           !lista variáveis 2 e 3
   ALLSEL, ALL
   FINISH
   1
*ENDTE
```

2) Exemplo de script de viga com laminado de PRFC embutido no cobrimento

```
! Programadora: Mariana Varela de Medeiros
! Data: 06/05/2018
! Nome do arquivo: Viga com reforço embutido
! unidades: cm, kN
              1 * * * * * *
      *******
/NOPR ! Suppress printing of UNDO process
/PMACRO ! Echo following commands to log
FINISH ! Make sure we are at BEGIN level
/CLEAR,NOSTART ! Clear model since no SAVE found
1 - ENTRADA DE DADOS
1
         1.1 - GEOMETRIA
1 _____
              _____
!1.1.1 - VIGA
= 18.0 ![cm] Altura
= 10 ![cm] Largura
= 80 ![cm] Metade do comprimento total da viga
= 10 ![cm] Distância em x do início
h
b
lviga
xr
             = 1.5 ![cm] Cobrimento do concreto
cob
хр
             = 55 ![cm] Dist. x do ponto de aplicação da carga
!Posição do apoio
apoiox = 5 ![cm] Direção x
apoioy = 0 ![cm] Direção y
1
!Número de elementos finitos:
          = 38 !Dir.x, ou ao longo comprimento com reforço
xa = 2 !Dir.x, de "x = 0" ate "x = apoiox"
nelemvx
nelemvy = 8 !Dir.y
nelemvz = 1 !Dir.z
nelemvz = 1 !Dir.z
nelemvz_b_wg = 2 !Dir.z, de z = b até o centro do primeiro PRFC
nelemvz_wg_wg = 2 !Dir.z, entre a laminados de reforço
1
!1.1.2 - ARMADURAS
1
!Número de barras de aço na seção inteira(sem simetria)
!OBS: Máximo de 2 superiores e 4 inferiores (dois tipos de barra)
nals = 2 !Barras de aço superiores
nali
             = 3
                   Barras de aço inferiores!
             = 8 !Estribos
nat
1
!Estribos
sat
             = 10 ![cm] Espaçamento entre estribos
             = 1
                   ![cm] Posição do primeiro estribo
pat.1
!Diâmetro das armaduras:
dals= 0.8![cm]Longitudinal superiordali_1= 0.8![cm]Longitudinal inferior (tipo 1)
dali_2
           = 0.8 ![cm] Longitudinal inferior (tipo 2)
dat
            = 0.6 ![cm] Transversal
1
!1.1.3 - REFORÇO
1
refor
             = 1
! Opções:
! 0 - Sem reforço
! 1 - Reforço embutido no cobrimento
```

```
*IF, refor, GE, 1, THEN
                        !Se tiver reforço, preencher
   1.1
    nf
                 = 3
                        !Número de laminados (sem simetria)
    tf
                = 0.145 ![cm] Espessura do laminado
                = 0.96 ![cm] Largura do laminado
= 2.5 ![cm] Espaçamento entre z = b até eixo do primeiro PRFC
    wf
    esp_0z_lam = 2.5 ![cm] Espaçamento entre z = b até
esp_lam_lam = 2.5 ![cm] Espaçamento entre laminados
    1
    hg
                = 1.2 ![cm] Altura da ranhura
    wg
                = 0.345 ![cm] Largura da ranhura
    1
*ENDIF
1
           1.2 - MATERIAIS
1
!1.2.1 - CONCRETO (usermat)
1
gc
                 = 2.5E-5 ![kN/cm<sup>3</sup>] Peso específico do concreto
                 = 3575.7 ![kN/cm<sup>2</sup>] Módulo de elasticidade do concreto
Ec
VC
                 = 0.15
                             !Coeficiente de poisson
                           ![kN/cm<sup>2</sup>] Resistência média à compressão
![kN/cm<sup>2</sup>] Desvio padrão do concreto
                 = 4.64
fc
                 = 0.19
SC
!Obs. Se não for conhecido, igualar a 0.485
1
fck=fc-1.65*sc
                             ![kN/cm<sup>2</sup>] Resistência característica do concreto
            = 2
                            !Tipo de cimento
cimento
!Opções: 1-endurecimento lento; 2-endurecimento normal; 3-endurecimento rápido
agregado = 1 !Tipo de agregado
!Opções: 1-basalto; 2-granito; 3-calcário; 4-arenito
analise
           = 2.001 !1 análise, do tipo instantânea
!Tipos e número de análises feitas. O número da direita corresponde a quantidade
!de análises e o número da esquerda, a sequencia e o tipo de cada análise, sendo:
!1- análise retração e 2-Analise instantânea.
!EXEMPLO: analise = 21.002: Duas análises. Primeiro uma análise diferida (1)
!e depois uma análise instantânea (2).
!1.2.2 - AÇO
!Módulos de elasticidade:
                                     Longitudinal superior
        = 21000 ![kN/cm<sup>2</sup>]
Esls
Esli 1
                = 21000 ![kN/cm<sup>2</sup>]
                                     Longitudinal inferior (tipo 1)
                = 21000 ![kN/cm<sup>2</sup>] Longitudinal inferior (tipo 2)
Esli_2
Est
                = 21000 ![kN/cm<sup>2</sup>] Transversal
1
                = 0.3 !Coeficiente de poisson do aço
VS
!Tensões de escoamento:
fyls = 52.0 ![kN/cm<sup>2</sup>] Longitudinal superior
fyli 1
               = 52.0 ![kN/cm<sup>2</sup>] Longitudinal inferior (tipo 1)
                = 52.0 ![kN/cm<sup>2</sup>] Longitudinal inferior (tipo 2)
fyli 2
fyt
                = 78.0 ![kN/cm<sup>2</sup>]
                                     Transversal
!Processo de fabricação
!Opções:1 = AÇO CA-60; 2 = AÇO CA-50
fabrls
                = 2
fabrli_1
                = 2
fabrli 2
                = 2
                = 2
fabrt
!1.2.3 - REFORÇO
*IF, refor, GE, 1, THEN
    1
                 = 15800 ![kN/cm<sup>2</sup>] Módulo de elasticidade do reforço
    Εr
```

```
= 270 ![kN/cm<sup>2</sup>] Tensão de ruptura do laminado de CFRP
= 0.0 ![kN/cm<sup>2</sup>] Coeficiente de poisson do reforço
   fur
             = 270
   vr
   !1.2.4 - INTERFACE
   1
   !Modelo da aderência entre o PRFC e o concreto
   mod inter = 1
   !0 = aderência perfeita;
   !1 = modelo de zona coesiva (CZM)
   *IF, mod inter, EQ, 1, THEN
       1
       kt.
                 = 80
                           ![kN/cm] Rigidez tangencial da interface
      mod czm
                = 1
                           !Modelo czm adotado: 1 = CBDD; 2 = CBDE
       *IF, mod czm, EQ, 1, THEN !Se CBDD:
          timax = 0.422
                          ![kN/cm<sup>2</sup>] Máxima tensão tangencial
          deltatc = 0.10788 ![cm] Máximo deslizamento tangencial
          ni
                = 0.00008 !Coeficiente artificial de amortecimento
          1
       *ELSEIF, mod czm, EQ, 2, THEN !Se CBDE:
          timax = 0.422
                           ![kN/cm<sup>2</sup>] Máxima tensão tangencial (kN/cm<sup>2</sup>)
               = 0.18 ![J/cm<sup>2</sup>] Energia de fratura (tangencial)
          Gct
          ni
                = 0.00008 !Coeficiente artificial de amortecimento
       *ENDIF
   *ENDIF
1
*ENDIF
1 -
     _____
         1.3 - DADOS PARA ANÁLISE NUMÉRICA
Т
1 _____
1
             = -3.0 ![cm] Deslocamento total imposto
= 600 !Número de substeps
desloc
nsub
             = 0.25 !Tolerância para convergência
tol
2 - PARÂMETROS AUXILIARES
1
!Divisão dos elementos finitos, na direção de x
*IF, refor, EQ, 0, THEN
   nelemvx1=NINT(nelemvx*(xp-apoiox)/(lviga-apoiox))
*ELSE
   nelemvx1=NINT(nelemvx*(xp-xr)/(lviga-xr))
*ENDIF
nelemvx2=nelemvx-nelemvx1
!Laço para calcular a quantidade de laminados e pares de contato
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   nf_sim=NINT(nf/2)
   !Laço para calcular o número de pares de contato (n_par)
   *IF, mod inter, EQ, 1, THEN
       *IF,MOD(nf sim,2),EQ,0,THEN
         n_par=(nf_sim-1)*3+2
       *ELSE
         n_par=nf_sim*3
       *ENDIF
       !Auxiliares que armazenam a largura da ranhura (com contato)
       aux2=wg
```

```
aux3=hg
      !Definição da abertura máxima entre os elementos TARGET e CONTACT,
      !para fechamento do contato
      icc=(wg-tf)/2
   *ELSE
      !Auxiliares que armazenam a largura da ranhura (sem contato)
      aux2=t.f
      aux3=wf
   *ENDIF
*ENDIF
3 - DEFINICAO DO TIPO DE ANALISE
1
*****
KEYW, PR SET, 1
KEYW, PR_STRUC, 1 !Análise estrutural
/PREP7
4 - DEFINICAO DOS ELEMENTOS
!! 1=SOLID186 ; 3=TARGE170 ; 4=CONTA174 ; 10=MESH200
1
        4.1 - CONCRETO - SOLID186 - elemento tipo 1
| _____
             _____
                                              _____
ET.1.SOLID186
              !Especifica o elemento solid186
KEYOPT, 1, 2, 0
              !Integração reduzida
            !Integração reduzida
!Elemento solido homogêneo (não possui camadas)
KEYOPT, 1, 3, 0
KEYOPT, 1, 6, 0
              !Formulação padrão para deslocamentos
| _____
     4.3 - CONTATO - CONTA174 + TARGE170 - elementos tipo 3 e 4
 _____
1
!Se a aderência não for perfeita, define elementos de contato e constantes reais
*IF, mod inter, EQ, 1, THEN
   Et,3,TARGE170
              !Par do elemento de contato 3D, "alvo"
   Et,4,CONTA174 !Elementos de contato 3D
   !Opções para o elemento CONTA174
   KEYOPT,4,1,0
               !Graus de liberdade
               !(0 = ux, uy, uz)
   KEYOPT, 4, 2, 0
               !Algorítmo de contato
               ! (0 = Augmented Lagrangian)
   KEYOPT,4,4,1
               !Localização do ponto de detecção de contato
               !(1 = No ponto nodal normal à superfície de contato)
   KEYOPT,4,5,3
               !CNOF/ICONT Automated adjustment
               !(3 = Close gap/reduce penetration with auto CNOF)
   KEYOPT, 4, 6, 1
               !Variação da rigidez de contato
               ! (1 = Nominal refinement to the allowable stiffness range)
   KEYOPT,4,7,1
               !Element level time incrementation control/impact constraints
               ! (1 = Automatic bisection of increment)
   KEYOPT,4,8,0
               !Asymmetric contact selection
               !(0 = No action)
   KEYOPT,4,9,1
               !Efeito de espaçamentos e penetrações iniciais
               !(1 = Excluir penetrações e/ou espaçamentos iniciais)
   KEYOPT,4,10,0
               !Atualização da rigidez de contato
               !(0 = Rigidez do contato atualizada para cada iteração)
```

```
KEYOPT,4,11,0
                 !Efeito da espessura do elemento de casca
                 !(0 - Não; 1 - Sim)
   KEYOPT,4,12,6 !Comportamento da superfície de contato
                 !(6 = Bonded (contato inicial)
   KEYOPT,4,18,0 !Comportamento do deslizamento
                 !( 0 = Deslizamento finito (padrão))
   ! CONSTANTES REAIS
   ! Laço para definir as constantes reais de cada par de contato
   *DO,i,1,n par
      R,i
      RMODIF, i, 5, -icc !Fechamento do contato
       RMODIF, i, 12, -kt !Rigidez tangencial
       1
   *ENDDO
   1
*ENDIF
5 - COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS
·····
! MAT 1 = CONCRETO - USER;
! MAT 2 = AÇO (BARRA LONGITUDINAL INFERIOR 1) - BISO;
! MAT 3 = AÇO (BARRA LONGITUDINAL INFERIOR 2) - BISO;
! MAT 4 = AÇO (BARRA LONGITUDINAL SUPERIOR) - BISO;
! MAT 5 = AÇO (ESTRIBOS) - BISO;
! MAT 6 = PRFC - ELÁSTICO COM DANO PROGRESSIVO;
! MAT 7 = \text{CONTATO} - \text{CZM}
1
1 ----
1
        5.1 - CONCRETO - Material 1
| _____
!Definição do material e entrada de dados na usermat
tb,user,1,1,12
tbtemp, 0.0
tbdata,,Ec,vc,fck,cimento,agregado,analise
!Definição da massa específica para consideração do peso próprio
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP, 1, 0
MPDATA, DENS, 1,, gc
1 .
    5.2 - ARMADURA LONGITUDINAL INF. - Material 2 e Material 3
1
| _____
                                                             _____
! 5.2.1 - BARRA TIPO 1 - MATERIAL 1
*IF, fabrli 1, EQ, 1, THEN !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
   fy2=fyli 1*0.85
   EPSLONY2=fy2/Esli 1
   EPSLONU2=0.0
   Es22=.15*fyli_1/(0.01-0.85*fyli_1/Esli_1)
   fu2 = (EPSLONU2 - EPSLONY2) * Es22 + fy2
*ELSE
                    !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
   fy2=fyli 1
   Es22=Esli 1/100 !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDIF
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP, 1, 0
MPDATA, EX, 2,, Esli 1
MPDATA, PRXY, 2,, vs
```

```
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,2,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy2,Es22,,,,
! 5.2.2 - BARRA TIPO 2 - MATERIAL 2
!Se tiver mais de 2 barras na seção, define o material do outro tipo de barra
*IF, nali, GT, 2, THEN
   *IF, fabrli_2, EQ, 1, THEN
       fy3=fyli 2*0.85
       EPSLONY3=fy3/Esli_2
       EPSLONU3=0.01
       Es33=.15*fyli 2/(0.01-0.85*fyli 2/Esli 2)
       fu3 = (EPSLONU3-EPSLONY3) *Es33+fy3
    *ELSE
        fy3=fyli 2
       Es33=Esli 2/100
    *ENDIF
    !Modelo linear Isotrópico
   MPTEMP,,,,,,,,
   MPTEMP, 1, 0
   MPDATA, EX, 3,, Esli_2
   MPDATA, PRXY, 3,, vs
    !Modelo bilinear (biso)
   tb,BISO,3,1,2,
   tbtemp,0
   tbdata,,fy3,Es33,,,,
*ENDIF
1
          5.3 - ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR - Material 4
1
1 .
                      !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
*IF, fabrls, EQ, 1, THEN
    fy4=fyls*0.85
   EPSLONY4=fy4/Esls
   EPSLONU4=0.01
   Es44=.15*fyls/(0.01-0.85*fyls/Esls)
   fu4=(EPSLONU4-EPSLONY4)*Es44+fy4
*ELSE
                       !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
   fy4=fyls
   Es44=Esls/100
                      !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDIF
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP, 1, 0
MPDATA, EX, 4,, Esls
MPDATA, PRXY, 4,, vs
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,4,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy4,Es44,,,,
1 ____
                                       _____
                                                              _____
      5.4 - ARMADURA TRANSVERSAL - BISO - Material 5
1 _____
                                                                 _____
        ____
                 _____
*IF, fabrt, EQ, 1, THEN
                      !Se for CA-60, diagrama com endurecimento
   fy5=fyt*0.85
    EPSLONY5=fy5/Est
    EPSLONU5=0.01
    Es55=.15*fyt/(0.01-0.85*fyt/Est)
```
```
fu5=(EPSLONU5-EPSLONY5) *Es55+fy5
*ELSE
                      !Se for CA-50, comportamento elastoplástico perfeito
   fv5=fvt
   Es55=Est/100
                      !Pequeno endurecimento para evitar erros numéricos
*ENDTE
!Modelo linear Isotrópico
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP, 1, 0
MPDATA, EX, 5,, Est
MPDATA, PRXY, 5,, vs
!Modelo bilinear (biso)
tb,BISO,5,1,2,
tbtemp,0
tbdata,,fy5,Es55,,,,
1
                                            _____
         5.5 - REFORÇO - Material 6
! _____
*IF, refor, GT, 0, THEN
   !Propriedades elásticas
   MPTEMP,,,,,,,,
   MPTEMP, 1, 0
   MPDATA, EX, 6,, Er
   MPDATA, PRXY, 6,, vr
   !MODELO DE DANO PROGRESSIVO
   !Definição do critério de iniciação do dano
   TB,DMGI,6,1,4,1, !O critério de falha é o critério inicial de dano
   !Definição do critério de falha para cada modo de ruptura
   TBDATA,1,2,2,2,2 !1-deformação máxima; 2-tensao máxima (utilizado)
   !Definição da lei de evolução do dano
   TB,DMGE,6,1,4,1, !Progressão do dano baseada num fator redutor de rigidez
TBDATA,,1,1,1,1 !Fatores redutores (valor entre 0-1, 1 reduz o máximo)
   !Definição do limite (de tensão ou deformação) a partir do qual ocorre o dano:
   TB,FCLI,6,1,1,1 !1-tensão máxima (utilizado); 2-deformação máxima
   TBDATA,1,fur
                      !Atribuição do valor da tensão de ruptura
*ENDIF
  _____
1
1
          5.6 - CONTATO - Material 7
T.
   _____
!Se tiver elementos de contato, define modelo de zona coesiva (CZM)
*IF, mod inter, EQ, 1, THEN
    1
    *IF, mod czm, EQ, 1, THEN
                             !Se bilinear CBDD:
       tb,CZM,7,1,1,CBDD
       tbdata,1,,,timax,deltatc,ni
    *ELSEIF, mod czm, EQ, 2, THEN !Se bilinear CBDE:
       tb,CZM,7,1,1,CBDE
       tbdata,1,,,timax,Gct,ni
   *ENDIF
*ENDIF
1
```

```
6 - MODELAGEM DA ESTRUTURA
1
! Geometria da viga (concreto): 3 volumes
BLOCK, 0, apoiox, 0, h, 0, b/2
                         !Volume 1: x = 0 até o x = apoiox
BLOCK, apoiox, xp, 0, h, 0, b/2 !Volume 2: x = apoiox até o x = xp
BLOCK, xp, lviga, 0, h, 0, b/2 !Volume 3: x = xp até o x = lviga
! Divide a geometria da viga de acordo com a quantidade de laminado
*IF, refor, GE, 1, THEN !Se tiver reforço:
   !Divide o volume 2 em 2, em x = xr
   WPROT, 0, 0, 90
   WPOFF,0,0,xr
   VSEL,all
   VSBW,all
   WPCSYS,1,0
   1
   !Divide todos os volumes em y = wf (profundidade da ranhura)
   WPROT, 0, 90, 0
   WPOFF, 0, 0, -aux3
   VSEL,all
   VSBW,all
   WPCSYS,1,0
   1
   aux1=0
                          !Variável auxiliar
   !Laço para dividir a seção da viga de acordo com a posição das ranhuras
   *DO, i, 1, nf
       WPOFF,0,0,b/2-(esp_0z_lam)-(esp_lam_lam)*aux1+(-1)**(i+1)*(aux2/2)
       VSEL,all
       VSBW,all
       WPCSYS,1,0
       *IF, MOD (i, 2), EQ, 0, THEN,
          aux1=aux1+1
       *ENDIF
   *ENDDO
*ENDIF
Т
!Laço para apagar volumes das ranhuras e gerar novos volumes correspondentes
!aos laminados de PRFC
*IF,mod_inter,EQ,1,AND,refor,EQ,1,THEN !Se for modelada a interface:
   1
   aux1=0
                          !Variável auxiliar
   !Laço que percorre cada laminado existente na seção com simetria
   *DO, i, 1, nf_sim
       !Posição do centro do laminado i
       centro = b/2-(esp 0z lam)-(esp lam lam)*aux1
       !Selec. e deleta o volume limitado pelas divisões da ranhura
       VSEL, S, LOC, Z, centro-wg/2, centro+wg/2
       VSEL,R,LOC,Y,0,hg
       VSEL, R, LOC, X, xr, lviga
       VDELE, ALL
       ALLSEL
       !Cria novos volumes com as dimensões corretas do laminado de PRFC
       *IF, MOD (nf, 2), EQ, 1, AND, i, EQ, nf sim, THEN
          1
           !Se for um laminado posicionado no eixo de simetria,
           !cria apenas metade da espessura do laminado
           BLOCK, xr, xp, (hg-wf)/2, wf+(hg-wf)/2, centro, centro+tf/2
```

```
BLOCK, xp, lviga, (hg-wf) /2, wf+(hg-wf) /2, centro, centro+tf/2
          *ELSE
          1
          BLOCK, xr, xp, (hg-wf)/2, wf+(hg-wf)/2, centro-tf/2, centro+tf/2
          BLOCK, xp, lviga, (hg-wf)/2, wf+(hg-wf)/2, centro-tf/2, centro+tf/2
          1
      *ENDIF
      aux1=aux1+1
   *ENDDO
*ENDIF
1
7 - GERAÇÃO DA MALHA
1 _____
         7.1. - ELEMENTOS DE CONCRETO (3D)
1
/ ------
!Especifica as características dos elementos 3D de concreto
TYPE,1
                !Elemento SOLID186
MAT,1
                !Material concreto
ESYS,0
SECNUM,
1
DESIZE,1,1,,,,,30,, !Modificando o número mínimo de divisões por linha
! 7.1.1 - DIVISÕES VERTICAIS
LSEL, S, LOC, Y, aux3, h
LSEL, U, LOC, Y, 0
LSEL, U, LOC, Y, aux3
LSEL, U, LOC, Y, h
LESIZE,all, , ,nelemvy, , , , ,0
1
!Se tiver reforço embutido, divide verticalmente os elementos de concreto e de
!PRFC, respectivamente ao longo da altura hg e da largura wf
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   LSEL, S, LOC, Y, 0, aux3
   LSEL, U, LOC, Y, (hg-wf)/2
   LSEL, U, LOC, Y, hg-(hg-wf)/2
   LSEL,U,LOC,Y,0
   LSEL, U, LOC, Y, aux3
   LESIZE,all, , ,1, , , , ,0
   1
*ENDIF
! 7.1.2 - DIVISÕES HORIZONTAIS
!Volumes entre o apoio e aplicação da carga
LSEL, S, LOC, X, xr, xp
LSEL,U,LOC,X,xr
LSEL,U,LOC,X,xp
LESIZE,all, , ,nelemvx1, , , , 0
!Volumes entre a aplicação de carga e meio do vão da viga
LSEL, S, LOC, X, xp, lviga
LSEL,U,LOC,X,xp
LSEL, U, LOC, X, lviga
LESIZE,all, , ,nelemvx2, , , , 0
1
```

```
!Volumes entre extremidade da viga (x=0) e o apoio
LSEL, S, LOC, X, 0, apoiox
LSEL,U,LOC,X,0
LSEL, U, LOC, X, apoiox
LESIZE,all, , ,nelemvx x0 xa, , , , ,0
!Se tiver reforço, divide horizontalmente os elementos da viga na região entre
!o apoio e o início do reforço
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   LSEL, S, LOC, X, apoiox, xr
   LSEL, U, LOC, X, apoiox
    LSEL,U,LOC,X,xr
   LESIZE,all, , ,nelemvx_xa_xr, , , ,0
*ENDIF
! 7.1.3 - DIVISÕES NA LARGURA
!Se não tiver reforço, divide toda a largura em nelemvz
*IF, refor, EQ, 0, THEN
   LSEL, S, LOC, Y, 0
   LSEL, U, LOC, Z, 0
    LSEL, U, LOC, Z, b/2
    LESIZE,all, , ,nelemvz, , , , ,0
!Se tiver reforço, divisões na largura respeita os valores definidos pelo usuário
*ELSE
    1
    aux1=0
                    !Variável auxiliar
   div1=b/2
                   !Valor inicial de div1, que varia no laço abaixo
   !Laço que percorre os volumes de concreto entre ranhuras e sobre as
    !ranhuras, delimitados pelas variáveis div1 e div2
    *DO, i, 1, nf
        div2=b/2-(esp 0z lam)-(esp lam lam)*aux1+(-1)**(i+1)*(aux2/2)
        1
        !Seleciona linhas inferiores dos volumes delimitados por div1 e div2
        LSEL, S, LOC, Z, div1, div2
        LSEL, R, LOC, Y, aux3
        LSEL, U, LOC, Z, div1
        LSEL, U, LOC, Z, div2
        1
        !Se for uma região entre ranhuras (concreto), divide em nelemvz_b_wg
        !ou nelemvz wg wg
        *IF, MOD (i, 2), EQ, 1, THEN
            *IF, i, EQ, 1, THEN
                LESIZE,all, , ,nelemvz_b_wg, , , , 0
            *ELSE
                LESIZE,all, , ,nelemvz_wg_wg, , , , ,0
            *ENDIF
        !Se for uma região de concreto sobre a ranhura, divide em apenas
        !1 elemento sólido
        *ELSE
            1
            LESIZE,all, , ,1, , , ,0
            aux1=aux1+1
            1
        *ENDIF
        1
        div1=div2 !Atualiza div1
        1
    *ENDDO
    !Divisão da região no centro de simetria da largura da viga (que pode
    !ser ou não uma posição de ranhura
```

```
LSEL, S, LOC, Z, O, div1
   LSEL, U, LOC, Z, 0
   LSEL,U,LOC,Z,div1
   !Condição que verifica se é ranhura ou não. Se for, divide em apenas 1
   !elemento
   *IF, MOD (nf, 2), EQ, 1, THEN
       LSEL, R, LOC, Y, aux3
       LESIZE,all, , ,1, , , ,0
   !Se não for ranhura, divide pela metade do número do número de elementos
    !entre laminados (nelemvz wg wg)
   *ELSE
       LSEL, R, LOC, Y, aux3
       LESIZE,all, , ,nelemvz_wg_wg/2, , , , 0
   *ENDIF
   1
*ENDIF
MSHAPE,0,3D
                 !Especifica malha 3D
                  !Opção de malha mapeada
MSHKEY,1
1
VSEL,ALL
                  !Seleciona todos os volumes
!Se tiver reforço, desseleciona volumes que não são em concreto
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   1
   aux1=0
   1
   !Laço para desselecioar os laminados em PRFC, deixando apenas os volumes
   !correspondentes ao concreto
   *DO,i,1,nf sim
       centro = b/2-(esp_0z_lam)-(esp_lam_lam)*aux1
       VSEL, U, LOC, Z, centro-aux2/2, centro+aux2/2
       VSEL, A, LOC, X, 0, xr
       VSEL, A, LOC, Y, aux3, h
       1
       aux1=aux1+1
       1
   *ENDDO
*ENDIF
Т
VMESH,all
                  !Gera elementos 3D de concreto nos volumes
                  !previamente selecionados
1
          _____
                                                        _____
1 -
1
      7.3. - ELEMENTOS DE REFORÇO (3D)
| _____
                                                  _____
!Se tiver reforço, gera elementos com material PRFC
*IF, refor, EQ, 1, THEN
   1
   !Especifica as características dos elementos 3D de PRFC
   TYPE,1
                  !Elemento SOLID186
   MAT , 6
                  !Material PRFC
   ESYS,0
   SECNUM,
   MSHAPE, 0, 3D !Especifica malha 3D
   MSHKEY,1
                  !Define malha mapeada
   1
   aux1=0
                  !Zera variável auxiliar
   !Seleciona todos os volumes
   VSEL,ALL
   !Laço para selecionar apenas volumes correspondentes ao laminado
```

```
*DO,i,1,nf sim
       centro = b/2-(esp_0z_lam)-(esp_lam_lam)*aux1
       *IF, i, EQ, 1, THEN
          VSEL, R, LOC, Z, centro-aux2/2, centro+aux2/2
       *ELSE
         VSEL, A, LOC, Z, centro-aux2/2, centro+aux2/2
       *ENDIF
       VSEL, R, LOC, X, xr, lviga
       VSEL,R,LOC,Y,0,aux3
       aux1=aux1+1
   *ENDDO
   1
   VMESH,all
                !Gera elementos 3D com material PRFC nos volumes
                 !previamente selecionados
*ENDIF
!Visualização de todos os elementos:
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
/PNUM,KP,1
/PNUM,LINE,0
/PNUM, AREA, 0
/PNUM,VOLU,0
/PNUM,NODE,0
/PNUM, TABN, 0
/PNUM,SVAL,0
/NUMBER,0
/PNUM,ELEM,0
NUMMRG,NODE, , , ,LOW !Agrupa propriedades em comum
NUMCMP, NODE
                    !Renumera os nós
NUMMRG, KP, , , LOW
                     !Renumera os KP
8 - ARMADURA
!Definição do elemento MESH200, que servirá apenas para ajudar no lançamento
!dos elementos REINF264, não contribuindo para a solução
ET, 5, 200, 2
                     !número=5, type=mesh200, keyopt(1)=2 (ou 3)
1
         8.1 - ARMADURA LONGITUDINAL INFERIOR
1 _____
!Cálculo da área do tipo 1 da armadura longitudinal inferior
Asli_1=(3.14159265359*(dali 1*dali 1)/4)
!Posições na direção de y e z da barra da armadura longitudinal (tipo 1)
ysli 1=cob+dat+dali 1*0.5
zsli_1=(b/2)-(cob+dat+dali_1*0.5)
sect,2,REINF,DISC
                     !Reforço seção 2, reinf, reforço discreto
secdata,2,Asli 1,mesh !Material 2, área da secao ,elemento mesh
!Especifica as características do elemento mesh200
TYPE, 5
                     !Elemento mesh200
MAT,2
                     !Material aço
SECNUM, 2
                     !Seção 2
```

```
NUMSTR,LINE,2000
                     Inicia a numeração das linhas da armadura inf. em 2000
!Posiciona os KP para geração da linha da armadura inferior
K,2001,0,ysli 1,zsli 1
K,2002,lviga,ysli_1,zsli_1
L,2001,2002
                       !Gera linha
                      !Divide a linha
LESIZE,,,1
LMESH,2000,2000
                      !Gera os elementos mesh200 da linha
!Se tiver mais de 2 barras longitudinais inferiores (nali maior que 2)
*IF, nali, GT, 2, THEN
   !Cálculo da área do tipo 2 da armadura longitudinal inferior
    !Se existirem 3 barras, a 3 barra é posicionada no centro do eixo
    !de simetria (z = 0) e a área da seção é reduzida pela metade
    *iF, nali, EQ, 3, THEN
       Asli_2=0,5*(3.14159265359*(dali_2*dali 2)/4)
       zsli 2=0
    1
    !Se existirem 4 barras, as mesmas são igualmente espaçadas
    !ao longo da largura
    *ELSEIF, nali, EQ, 4, THEN
       Asli_2=(3.14159265359*(dali_2*dali_2)/4)
       zsli_2=(b-2*((cob+dat+dali_1+dali_2))/(2*nali))+0,5*dali_2
    *ENDIF
    !Posição na direção de y da barra da armadura longitudinal (tipo 2)
   ysli 2=cob+dat+dali 2*0.5
   sect, 3, REINF, DISC
                               !Reforço seção 3, reinf, reforço discreto
                               !Material 3, área da seção, mesh
   secdata,3,Asli 2,mesh
    !Especifica as características do elemento mesh200
                     !Elemento mesh200
   TYPE, 5
   MAT , 3
                      !Material aço
   SECNUM, 3
                      !Seção tipo 3
    1
   NUMSTR,LINE,2500 !Inicia a numeração das linhas da armadura inf. em 2500
    !Posiciona os KP para geração da linha da armadura inferior
   K,2501,0,ysli_2,zsli_2
   K,2502,lviga,ysli_2,zsli_2
   L,2501,2502
                       !Gera linha
                 !Divide a linha
   LESIZE,,,,1
   LMESH,2500,2500 !Gera os elementos mesh200 da linha
   1
*ENDIF
1
          8.2 - ARMADURA LONGITUDINAL SUPERIOR
1
        _____
1 -
!Cálculo da área da armadura longitudinal superior
Asls=(3.14159265359*(dals*dals)/4) !Área da armadura superior
!Posições na direção de y e z da barra da armadura superior
ysls=h-(cob+dat+dals*0.5)
zsls=(b/2)-(cob+dat+dals*0.5)
sect, 4, REINF, DISC
                       !Reforço seção 4, reinf, reforço discreto
                       !Material 4, area da seção, mesh
secdata,4,Asls,mesh
```

```
!Especifica as características do elemento mesh200
TYPE, 5
                     !Elemento mesh200
MAT,4
                     !Material aco
SECNUM,4
                     !Seção 4
NUMSTR,LINE,3000
                 !Inicia a numeração das linhas da armadura sup. em 3000
!Posiciona os KP para geração da linha da armadura superior
K,3001,0,ysls,zsls
K,3002,lviga,ysls,zsls
L,3001,3002
LESIZE,,,,1
                     !Divide a linha
                    !Gera os elementos mesh200 da linha
LMESH,3000,3000
  _____
1
         8.3 - ARMADURA TRANSVERSAL
                                            _____
!Cálculo da área da armadura transversal
Ast=(3.14159265359*(dat*dat)/4)
!Coordenadas (y e z) dos tramos superior, vertical e inferior dos estribos
1
ysts=h-(cob+dat/2)
                  !Tramo superior
zsts=b/2-(cob+dat)
ystv 1=cob
                     !Tramo vertical
ystv_2=h-cob
zstv=b/2-(cob+dat*0.5)
ysti=(cob+dat/2)
                    !Tramo inferior inferior
zsti=b/2-(cob+dat)
sect,5,REINF,DISC
                   !Reforço seção 5, reinf, reforço discreto
secdata, 5, Ast, mesh
                    !Material 5, área da seção, mesh
!Especifica as características do elemento mesh200
TYPE, 5
                    !Elemento mesh200
MAT,5
                     !Material aço
SECNUM,5
                     !Seção tipo 5
!Laço para gerar os KP e as linhas dos estribos, respeitando o espaçamento
!(sat) inserido
*DO, i, 1, nat
   NUMSTR,LINE,4000+(3*i-2) !Inicia a numeração das linhas da armadura sup.
   !Tramo superior
   K,4000+(6*i-5),(i-1)*sat+pat1,ysts,0
   K,4000+(6*i-4),(i-1)*sat+pat1,ysts,zsts
   L,4000+(6*i-5),4000+(6*i-4)
   LESIZE,,,,1
                     !Divide a linha
   !Tramo superior
   K,4000+(6*i-3),(i-1)*sat+pat1,ystv_1,zstv
   K,4000+(6*i-2),(i-1)*sat+pat1,ystv_2,zstv
   L,4000+(6*i-3),4000+(6*i-2)
               !Divide a linha
   LESIZE,,,,1
   !Tramo vertical
   K,4000+(6*i-1),(i-1)*sat+pat1,ysti,0
   K,4000+(6*i),(i-1)*sat+pat1,ysti,zsti
   L,4000+(6*i-1),4000+(6*i)
```

```
LESIZE,,,,1 !Divide a linha
   LMESH,4000+(3*i-2),4000+(3*i) !Gera as 3 linhas do estribo i
   1
*ENDDO
ESEL,S,CENT,Y,O,h
                  !Selecao dos elementos sólidos e mesh200
EREINF
                   !Gera os elementos REINF264
1
1 _____
              _____
I
        8.4 - VISUALIZAÇÃO
| _____
1
!Seleciona elementos de concreto e ajusta translucidez para visualização dos
!elementos reinf
esel,s,mat,,1
/trlcy,elem,0.4
esel,all
/view,1,1,1,1
!Ativa a expansão do elemento
/eshape,1
eplot
VISUALIZAÇÃO PELO TIPO DE MATERIAL
                !TYPE,NODE,ELEM,SEC,MAT,AREA,VOLU entre outras opções
/PNUM,MAT,1
/COLOR,NUM,DGRA,1 !solid186
/COLOR,NUM,GREE,6 !shell281
/COLOR,NUM,BLUE,2 !reinf264
/COLOR,NUM,BLUE,3 !reinf264
/COLOR,NUM,BLUE,4 !reinf264
/COLOR,NUM,BLUE,5 !reinf264
IVISUALIZAÇÃO DOS ELEMENTOS DE CONTATO
!/PNUM,TYPE,1 !TYPE,NODE,ELEM,SEC,MAT,AREA,VOLU entre outras opções
!/COLOR,NUM,RED,3 !reinf264
!/COLOR, NUM, CBLU, 4 !reinf264
!Não mostra números dos elementos coloridos
/NUMBER,1
!Comandos para deixar o fundo branco
/RGB, INDEX, 100, 100, 100, 0
/RGB, INDEX, 80, 80, 80, 13
/RGB, INDEX, 60, 60, 60, 14
/RGB, INDEX, 0, 0, 0,15
/REPLOT
!Ponto de visão
/VIEW, 1, 4, 3, 5
9 - ELEMENTOS DE CONTATO (INTERFACE): TARGE170 + CONTA174
1
!Se tiver modelo para interface, gera os elementos de contato
*IF, mod_inter, EQ, 1, THEN
   1
   1
         _____
     9.1 - TARGE170
   1
                          _____
   1 ---
   1
   aux1=0
                          !Zera variável auxiliar
   cte real=1
                          !Atribui primeiro valor de constante real
   !Laço que percorre todos os laminados existentes na seção (simétrica)
```

```
*DO,i,1,nf sim
   !Varre posições do centro do PRFC
   centro = b/2-(esp_0z_lam)-(esp_lam_lam)*aux1
    !Seleciona primeira área lateral da ranhura (no concreto)
    ASEL, S, LOC, Z, centro+wg/2
   ASEL, R, LOC, X, xr, lviga
   ASEL, R, LOC, Y, 0, hq
   !Especifica as características do elemento targe170
   REAL, cte_real !Define constante real(identifica par de contato)
   TYPE,3
                           !Elemento TARGE170
                          !Material CZM model
   MAT,7
    ESYS,0
   SECNUM,,
    AMESH,all
                           !Gera malha sobra a área selecionada
   NSLA,S,1
                           !Seleciona nós associados as áreas selecionadas
   ESLN,S,1
                           !Seleciona os elementos associados aos nós
   ESURF,,REVE
                           !Inverte a normal do elemento, para ficar
                           !para o conta174
    1
   !Seleciona largura da ranhura (no concreto)
   ASEL, S, LOC, Z, centro-wg/2, centro+wg/2
   ASEL, R, LOC, X, xr, lviga
   ASEL, R, LOC, Y, hg
    cte real=cte real+1 !Atualiza valor para constante real
   REAL, cte real
                          !Define constante real(identifica par de contato)
                           !Elemento TARGE170
    TYPE, 3
   MAT,7
                           !Material CZM model
   ESYS.0
    SECNUM,,
                           !Gera malha sobra a área selecionada
   AMESH,all
    !Se não for um laminado posicionado no eixo de simetria, gera elementos
    !targe170 na segunda lateral da ranhura
    *IF, MOD (nf, 2), EQ, 0, XOR, i, NE, nf sim, THEN
       1
       !Seleciona segunda área lateral da ranhura (no concreto)
       ASEL, S, LOC, Z, centro-wg/2
       ASEL,R,LOC,X,xr,lviga
       ASEL, R, LOC, Y, 0, hg
       1
       cte_real=cte_real+1 !Atualiza valor para constante real
       REAL, cte_real !Define constante real(identifica par de contato)
TYPE, 3 !Elemento TARGE170
       MAT,7
                           !Material CZM model
       ESYS,0
       SECNUM,,
       AMESH,all
                          !Gera malha sobra a área selecionada
       1
    *ENDIF
                          !Atualiza variável auxiliar
    aux1=aux1+1
    cte real=cte real+1 !Atualiza valor para constante real
*ENDDO
1
ALLSEL
1
1
  9.2 - CONTA174
```

1

```
aux1=0
                                !Zera variável auxiliar
                                !Atribui primeiro valor de constante real
   cte_real=1
   !Laço que percorre todos os laminados na seção (simétrica)
   *DO,i,1,nf sim
       !Varre posições do centro do PRFC
       centro = b/2-(esp 0z lam)-(esp lam lam)*aux1
       !Seleciona área primeira área lateral do laminado
       ASEL, S, LOC, Z, centro+tf/2
       ASEL, R, LOC, X, xr, lviga
       ASEL, R, LOC, Y, 0, hg-(hg-wf)/2
       REAL, cte_real
                                !Define constante real(identifica par de contato)
       TYPE,4
                                !Elemento CONTA174
       MAT,7
                                !Material CZM model
       ESYS.0
       SECNUM,,
       AMESH,all
                                !Gera malha sobra a área selecionada
       !Seleciona área na espessura (superior) do laminado
       ASEL, S, LOC, Z, centro-tf/2, centro+tf/2
       ASEL, R, LOC, X, xr, lviga
       ASEL, R, LOC, Y, hg-(hg-wf)/2
       cte_real=cte_real+1
                               !Atualiza valor para constante real
       REAL, cte_real
                                !Define constante real(identifica par de contato)
       TYPE,4
                                !Elemento CONTA174
                                !Material CZM model
       MAT,7
       ESYS,0
       SECNUM,,
       AMESH,all
                                !Gera malha sobra a área selecionada
       1
       !Se não for um laminado posicionado no eixo de simetria, gera elementos
       !conta174 na segunda lateral do laminado
       *IF, MOD (nf, 2), EQ, 0, XOR, i, NE, nf sim, THEN
            1
           !Seleciona área segunda área lateral do laminado
           ASEL,S,LOC,Z,centro-tf/2
           ASEL,R,LOC,X,xr,lviga
           ASEL, R, LOC, Y, 0, hg-(hg-wf)/2
           !Especifica as características do elemento contal74
           cte real=cte real+1 !Atualiza valor para constante real
           REAL, cte_real
                             !Define constante real(identifica par de contato)
           TYPE,4
                                !Elemento CONTA174
           MAT,7
           ESYS,0
           SECNUM,,
           AMESH,all
                                !Gera malha sobra a área selecionada
       *ENDIF
       aux1=aux1+1
                               !Atualiza variável auxiliar
       cte_real=cte_real+1
                              !Atualiza valor para constante real
       1
   *ENDDO
    1
   ALLSEL
   1
*ENDIF
```

1 I 1

```
9 - VINCULAÇÃO E CARREGAMENTOS
 1
1
      _____
       9.1 - APOIOS
1
1
                        _____
 _____
! Vinculo do modelo experimental
NSEL,S,LOC,X,apoiox !Seleciona os nós localizados em x = 0
NSEL, R, LOC, Y, -apoioy
                    !Resseleciona os nós localizados em y = 0
!Restringe o deslocamento em y para os nós
D,ALL,UY,0
!Vinculos para simetria
NSEL,S,LOC,X,lviga
                 !Seleciona os nós localizados em X = lviga
D,ALL,UX,0
                     !Restringe o deslocamento em x para os nós (simetria)
NSEL,S,LOC,Z,0
                    !Seleciona os nós localizados em Z = 0
D,ALL,UZ,O
                     !Restringe o deslocamento em z para os nós (simetria)
       3.2 - CASO DE CARGA (INCREMENTO DE DESLOCAMENTO)
1 _____
/SOLU
                     !Acessa o processador para solução
ACEL, 0, -1, 0
                    !Aceleração da gravidade, aplicada na direção de y
ALLSELL, ALL
NSEL,S,LOC,X,xp
                    !Seleciona nós da posição do apoio, em x = xp
NSEL,R,LOC,Y,h
                    !Resseleciona apenas os nós superiores
D,all,UY,desloc
                    !Aplicação do deslocamento
ALLSEL
TIME,1
                    !Passo de carga automático = método da bissecção
AUTOTS,1
NSUBST, nsub, 1000, nsub !Especifica o número de substeps do load step
                    !Reseta especificações para escrita de resultados
OUTRES, ERASE
OUTRES,all,all
                    !Escreve resultados de todos load steps e substeps
LSWRITE,1,
                     !Salva load step 1
10 - OPÇÕES DE ANÁLISE/SOLUÇÃO
ANYTYPE,0
                     !Especifica a análise: Estática
                    !Temperatura
TUNIF, temperatura
NROPT, full
                    !Utiliza Newton-Raphson completo, com "adaptive
                    !descent" ativo para facilitar a convergência
EQSLV, SPAR, , 0,
                     !Solver SPARS
! Ferramentas de convergência
LNSRCH, AUTO
                     !Desligado porque adaptive descent está ligado
                     !Se adaptive descent e/ou line serarch ligado,
ARCLEN,OFF
                     !arclen deve estar desligado
1
! Critérios de parada
NQIT,100
                     !Número máximo de eq. de equilíbrio
CNVTOL, F, , tol, 2, 1,
                     !Tolerância em termos de força
CNVTOL,U,,tol,2,,,
                     !Tolerância em termos de deslocamento
NCNV,2,,,,,
                     !Se a solução não convergir, a análise é finalizada,
                     !mas a execução do programa continua
```

```
ERESX, no
                          !Copia o resultado do ponto de integração para os nós
!Inicia o processo de solução
PSCONTROL, all, off
                         !Desliga paralelização
LSSOLVE,1,1,1
                         !Lê e soluciona os load steps
FINISH
 11 - PÓS-PROCESSAMENTO
/POST26
                         !Acessa o pós-processador (histórico no tempo)
         11.1 - CARGA-DESLOCAMENTO
1 _____
grafico=1
! 0 = não fazer gráfico automaticamente
! 1 = fazer gráfico automaticamente
*IF,grafico,EQ,1,THEN !inicia rotina para gerar gráfico FxD
   !Rotina para fazer o gráfico carga-deslocamento
    1
   !ABSCISSAS: variável 2 = Uy
   !ORDENADAS: variável 3 = força y aplicada (obtida através da soma de reações)
   FATOR1 = -1.00
                             !Fator para multiplicar o deslocamento
                             ! (por exemplo: torna positivos os deslocamentos)
   FATOR2 = 4.00
                             !Fator para multiplicar a carga se necessário
                             !(por exemplo: Ptotal = 4xP)
   NNUY = 3873
                             !Número do nó onde será medido o desloc. em y
   !NNUY=node(lviga,0,0)
   1
   !nomes dos eixos:
   /AXLAB,Y,CARGA P [kN] !Label Y
/AXLAB,X,FLECHA UY [cm] !Label X
   !Definição das variáveis 2 (abscissas) e 3 (ordenadas)
   NSOL,2,NNUY,U,Y
                             !Especifica o nó cujo Uy vai ser plotado
   NSOL, 3, 1, U, Z
                              !Variável muda, serve para armazenar a soma das
                             !reações (corresponde ao deslocamento UZ do nó 1)
   !Selec. nós dos apoios
   NSEL, S, LOC, x, apoiox
                             !Selec. os nós cuja coordenada é igual a apoiox
   NSEL,R,LOC,y,-apoioy !Resseleciona os nós cuja coordenada y é apoioy *GET,NUMNOD,NODE,0,COUNT !Captura em NUMNOD a contagem de nós restringidos
   *GET,CURNOD,NODE,0,NUM,MIN !Captura em CURNOD o número de nó mínimo
                             !dentre os nós restringidos
    1
   !Laço que faz a soma das reações em y dos nós selecionados anteriormente
   *DO, I, 1, NUMNOD
                             !salva na variável 4 a reação em y no nó CURNOD
       RFORCE, 4, CURNOD, F, y
       ADD, 3, 3, 4, SOMA
                            !nova variável 3 recebe valor da soma entre
                             !variável 3 anterior e variável 4
       CURNOD=NDNEXT (CURNOD) !CURNOD passa a ser o número do próximo nó
   *ENDDO
                             !Multiplica a variável 2 (Uy) pelo fator FATOR1
   PROD, 2, 2, , , , , , , FATOR1
                             !Multiplica a variável 3 (Fy) pelo fator FATOR2
   PROD, 3, 3, , , , , , FATOR2
   XVAR, 2
                             !Plota os deslocamentos no eixo X
   PLVAR, 3
                             !Plota a carga total no eixo Y Y
    1
```

```
198
```

```
PRVAR,2,3,
!
ALLSEL,ALL
FINISH
!
*ENDIF
```

lista variáveis 2 e 3!