

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE UM BALANCIM EM MATERIAL COMPÓSITO LAMINADO

por

Leonardo Guilherme Scherer

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, junho de 2019



Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE UM BALANCIM EM MATERIAL COMPÓSITO LAMINADO

por

Leonardo Guilherme Scherer

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Mario Roland Sobczyk Sobrinho
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Daniel Milbrath De Leon

Comissão de Avaliação:

Prof. Daniel Milbrath De Leon

Prof. Rodrigo Rossi

Prof. Walter Jesus Paucar Casas

Porto Alegre, 01 de julho de 2019.

Scherer, L.G. Otimização topológica de um balancim em material compósito laminado. 2019. 21 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

RESUMO

Nesse trabalho, apresenta-se uma análise de otimização topológica em um laminado de material compósito, sendo que, como modelo otimizado, utilizou-se um balancim projetado pela equipe do Fórmula SAE da UFRGS em suas condições reais de trabalho, visando atingir a maior redução de massa possível do modelo sem comprometer a integridade estrutural do mesmo. Como metodologia, primeiro analisou-se diferentes empilhamentos de lâminas com diferentes ângulos de fibras, visando uma maior resistência mecânica do componente em condições de trabalho já estabelecidas, sendo essa análise feita via *Matlab*, usando como base o valor do módulo de elasticidade efetivo longitudinal do laminado na direção de maiores esforços. Para a otimização topológica foi utilizado o software *HYPERWORKS*. O método de otimização topológica tem como objetivo a solução de um problema de minimização (ou maximização) respeitando certas restrições de projeto. Para o caso em questão, fundamenta-se na minimização da flexibilidade da estrutura (ou maximização da rigidez da mesma), com restrições de projeto como a redução da fração de volume para um valor previamente definido. O método de otimização empregado na análise é o método *SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization)*, método mais comum utilizado em análises desse tipo.

PALAVRAS-CHAVE: otimização topológica, balancim, material compósito

Scherer, L.G. **Topologic otimization of a rocker arm in laminated composite material**. 2019. 21 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

ABSTRACT

In this work a topological optimization analysis is performed in a laminate of composite material. The model applied in the optimization process was the rocker arm designed by the UFRGS's Formula SAE team in its real working conditions. The main objective was the largest possible mass reduction of the model without compromising the structural integrity of the model. In the methodology, we first analyzed different cases of laminates with different fiber angles, looking to find a higher mechanical strength of the component under pre-defined working conditions using for this analysis the software Matlab, based on the value of the effective in-plane longitudinal modulus of the laminate in the load direction. For topological optimization, the HYPERWORKS software was used. The topological optimization method is based on the minimization (or maximization) of an objective function respecting certain design constraints. For this case, it is based on minimizing the flexibility of the structure (or maximizing rigidity), with design constraints such as reducing the volume fraction to a previously defined value. The optimization method used in the analysis is the SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) method, the most common method used in these kinds of analyzes.

KEYWORDS: topological optimization, Rocker arm, composite materials.

ÍNDICE

	Pág.	
1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS	1
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	1
3.1	Análise de lâmina unidirecional	1
3.2	Teoria de laminados	2
3.3	Laminados simétricos	4
3.4	Constantes de engenharia no plano de um laminado	4
3.5	Critérios de falha em laminados	5
3.6	Otimização topológica	6
4	MODELO UTILIZADO E CONDIÇÕES DE CONTORNO	6
5	METODOLOGIA	8
5.1	Definição das direções das fibras e empilhamento	8
5.2	Análise via Matlab do laminado	9
5.3	Procedimento otimização topológica via Hyperworks	9
5.4	Análise de falha	10
6	RESULTADOS	10
6.1	Primeiro modelo $[80/\overline{90}]_s$	11
6.2	Segundo modelo $[60/\overline{90}]_s$	12
6.3	Início do processo iterativo, disposição de lâminas	13
6.4	Segunda estágio da interação, relaxação das restrições de projeto	14
7	CONCLUSÕES	14
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	15
	Apêndice A	16
	Apêndice B	20

1. INTRODUÇÃO

Cada vez mais na indústria, principalmente nos setores aeronáutico e automobilístico, busca-se componentes que sejam leves, porém robustos, no intuito de suprir a demanda por estruturas energeticamente eficientes e confiáveis. Pensando nessa demanda, novos materiais e métodos de implementá-los são desenvolvidos.

A utilização de materiais compósitos é vasta durante toda a história da humanidade. Há diversos exemplos de seu emprego muito antes de se possuir conhecimento algum de suas propriedades, como por exemplo as casas feitas no Egito antigo utilizando brotos de bambus em suas paredes de barro. Mesmo sendo utilizado desde os tempos remotos da humanidade, os materiais compósitos só ganharam destaque muito recentemente com a evolução da aeronáutica, onde se fez necessário a redução de peso nas estruturas, sem comprometer a resistência da mesma. Além de serem mais leves que os metais, sua característica ortotrópica (para grande maioria dos compósitos) nos possibilita mais variáveis de projeto, de modo a aumentar as possibilidades construtivas e assim, aproveitar ao máximo as características do material para determinado propósito.

Quando objetivo final é a redução de massa, além do material utilizado, a geometria da estrutura é de grande influência para alcançar tal objetivo. Remover material sem função estrutural de um componente é uma solução para o problema. Procedimentos de otimização topológica estão entre os mais conhecidos métodos de otimização estrutural, onde seu objetivo principal é maximizar ou minimizar uma dada função objetivo (por exemplo a rigidez da estrutura), restrito a condições de projeto, como por exemplo configurar a estrutura de maneira a utilizar apenas certa fração de volume total do componente, tendo como produto final uma estrutura com a maior rigidez possível e com uma redução considerável de sua massa.

No intuito de abranger as duas diferentes formas de redução de massa: emprego de material mais leve e uma geometria mais eficiente, o balancim (também conhecido como *Rocker Arm*) presente na suspensão do protótipo automotivo da equipe RSRacing fórmula SAE da UFRGS foi um ótimo modelo de análise, devido a possibilidade de utilização da teoria de laminados sem a necessidade de muitas simplificações. O emprego de otimização topológica nesse componente também é muito difundido, porém é usualmente feito de materiais metálicos devido a simplicidade e obtenção direta da geometria, uma vez que em materiais compósitos a configuração do laminado tem impacto direto na topologia otimizada.

2. OBJETIVOS

Esse trabalho tem como objetivo central projetar um balancim de material compósito utilizando o método de otimização topológica para moldar a geometria de maneira a reduzir ao máximo sua massa sem prejudicar a integridade estrutural do componente. Como objetivo secundário, esse trabalho poderá servir de base para trabalhos futuros com diferentes geometrias e configurações de laminado.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Análise de uma lâmina unidirecional

Diferente de materiais homogêneos, que apresenta em sua composição um único material predominante que os confere caráter isotrópico, materiais compósitos devido sua heterogeneidade, apresentam em muitos casos comportamento ortotrópico. Devido a esse tipo de comportamento muitas relações aplicadas para materiais metálicos, não apresentam validade na análise de materiais compósitos e devem ser generalizadas para seu tipo de comportamento específico, como por exemplo a lei de Hook.

A matriz rigidez apresentada na lei de Hook generalizada apresenta 81 constantes, contudo devido a simetrias presentes em um material ortotrópico, essas constantes são reduzidas para apenas 9 [Jones, 1999]. Entretanto esse número de constantes de engenharia pode ser menor para o caso de uma lâmina unidirecional devido a hipótese de que uma lâmina, por apresentar espessura fina, nos permite desconsiderar carregamentos fora do plano (estado plano de tensões). Sobre esse novo enfoque, podemos trabalhar com a seguinte variação da lei de Hook:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Onde:

$$S_{11} = \frac{1}{E_1} \quad S_{12} = \frac{-\nu_{12}}{E_1} \quad S_{22} = \frac{1}{E_2} \quad e \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ = Deformações nas direções longitudinais e transversais, respectivamente

γ_{12} = Deformação angular no plano 1-2

σ_1, σ_2 = Tensões longitudinais e transversais, respectivamente

τ_{12} = Tensão de cisalhamento no plano 1-2

E_1, E_2 = Módulo de elasticidade longitudinal e transversal, respectivamente.

ν_{12} = Coeficiente de Poisson.

G_{12} = Módulo de cisalhamento no plano.

Sendo que $[S]$ representa a matriz flexibilidade para uma lâmina unidirecional. Os subscritos 1 e 2 representam, respectivamente, as direções longitudinais e transversais as fibras nas coordenadas locais da lâmina. A matriz rigidez é denominada como $[Q]$, podendo ser encontrada invertendo a matriz flexibilidade.

Todavia, dentro de um laminado contendo várias lâminas, suas coordenadas transversais e longitudinais podem divergir das coordenadas globais do laminado, tendo que então serem transformadas para que seja possível sua análise de tensões. O método de transformação de coordenadas será suprimido, no entanto pode ser visto em Kaw, 2006. Transformando a relação tensão deformação, utilizando a matriz rigidez $[Q]$, de uma lâmina unidirecional orientada arbitrariamente para as coordenadas globais.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

3.2 Teoria de laminados.

Para o processo analítico de cálculo envolvendo materiais laminados, utiliza-se a teoria clássica de laminados que, baseia-se nas seguintes hipóteses de placas de Kirchhoff [Kaw, 2006].

- O cisalhamento transversal é negligenciado.
- As seções transversais mantêm sua forma original
- O plano xz permanece igual e normal ao eixo x antes e após rotacionarem

Algumas dessas hipóteses podem ser vistas na figura 3.1 abaixo.

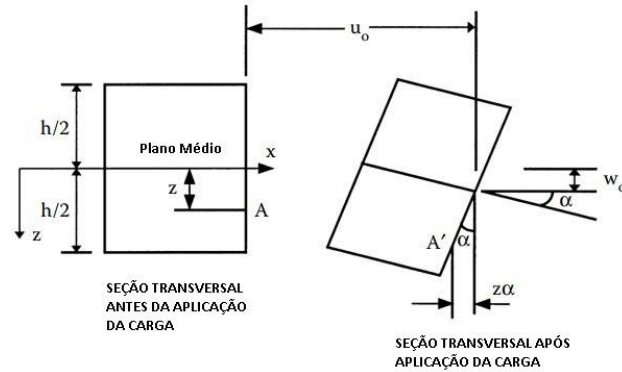


Figura 3.1 – Variação das tensões e deformações ao longo da espessura. (Adaptado de Kaw, 2006.)

Sendo o deslocamento na direção x dado por:

$$u = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (3.3)$$

De modo similar pode ser feito na seção transversal no plano y - z para a direção y :

$$v = v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (3.4)$$

Essas relações nos permitem chegar as deformações no laminado em uma altura z específica, uma vez que:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Sendo que κ_x , κ_y e κ_{xy} representam as curvaturas do plano médio. Aplicando a equação 3.5 na equação 3.2 temos que:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A equação 3.6 permite obter as tensões em um ponto z específico dentro do laminado, sendo assim, tem-se uma distribuição de tensões e deformações ao longo da seção transversal do laminado. Sabendo que as forças resultantes $[N]$ e os momentos por unidade de comprimento $[M]$ podem ser integrados ao longo da seção transversal do laminado, tem-se de forma reduzida:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Onde temos que:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (3.8)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (3.9)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (3.10)$$

Sendo $[A]$ a matriz rigidez extensional no plano, $[D]$ a matriz rigidez de flexão e $[B]$ a matriz de acoplamento.

3.3 Laminados simétricos

É dito que um laminado é simétrico quando apresenta característica espelhada com relação ao seu plano médio, ou seja, o laminado deve apresentar lâminas com as mesmas características geométricas e propriedades do material (angulação de fibra, composição fibra-matriz, espessura, entre outros) equidistantes da linha do plano médio.

A característica de simetria entre os dois pares de lâminas equidistantes do plano médio implica em uma igualdade entre os elementos da matriz rigidez transformada $(\overline{Q}_{ij})_k$, e consequentemente gerando uma matriz de acoplamento $[B]$ igual a zero. Segundo Jones, 1999, uma matriz de acoplamento nula resulta em duas grandes vantagens práticas: primeiro há uma grande simplificação na análise do laminado, uma vez que os termos de momento e forças são desacoplados e segundo evitaria a tendência de o laminado torcer ou flexionar durante as contrações que ocorrem devido aos efeitos térmicos após a cura do material.

3.4 Constantes de engenharia no plano de um laminado

Uma das maneiras de definir a rigidez de um laminado é através das constantes de engenharia. Segundo Kaw, 2006, essas constantes podem ser encontradas a partir das matrizes ABD. Invertendo a equação 3.7 temos que:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Onde:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.12)$$

e

$$[C^*] = [B^*]^T \quad (3.13)$$

As matrizes $[A^*]$, $[B^*]$ e $[D^*]$ são denominadas matriz de flexibilidade extensional, matriz flexibilidade de acoplamento e matriz flexibilidade de flexão, respectivamente.

Uma das condições para se obter as constantes de engenharia está no fato de o laminado obrigatoriamente ser simétrico, para que a matriz de acoplamento seja nula ($[B] = 0$), e possa-se trabalhar somente com a matriz $[A]$ quando o laminado está sobre estado plano de tensão.

Sendo assim, para encontrarmos o módulo longitudinal no plano E_x , aplicamos um carregamento puramente longitudinal, ou seja, da equação 3.11, trabalha-se somente com:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & A_{16}^* \\ A_{12}^* & A_{22}^* & A_{26}^* \\ A_{16}^* & A_{26}^* & A_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

De onde podemos extrair a seguinte relação:

$$\varepsilon_x^0 = A_{11}^* N_x \quad (3.15)$$

Assim, temos que:

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x^0} = \frac{N_x/h}{A_{11}^* N_x} = \frac{1}{h A_{11}^*} \quad (3.16)$$

onde h é a espessura do laminado.

Vale lembrar que se trata de uma estimativa do valor do módulo de elasticidade longitudinal do laminado, sendo que essas constantes só apresentam significado em laminados simétricos, onde não há acoplamento entre os termos de força e momento.

3.5 Critérios de falha em laminados

Como materiais compósitos apresentam característica ortótropica, suas tensões admissíveis podem divergir muito para diferentes direções, logo abordagens utilizadas em metais para caracterizar falha tendem a não ser efetivos. Todavia, desenvolveu-se teorias que englobassem tais características, as quais pode-se citar, segundo Kaw, 2006 a teoria de Tsai-Wu, onde foi baseado no critério de falha de energia deformacional total e aplicado a uma lâmina ortotrópicas. Para esse critério, é considerado falha na lâmina se as seguintes condições não forem atendidas:

$$H_1 \sigma_1 + H_2 \sigma_2 + H_6 \tau_{12} + H_{11} \sigma_1^2 + H_{22} \sigma_2^2 + H_{66} \tau_{12}^2 + 2H_{12} \sigma_1 \sigma_2 < 1 \quad (3.17)$$

Onde:

$$H_1 = \frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}} - \frac{1}{(\sigma_1^C)_{ult}} \quad H_2 = \frac{1}{(\sigma_2^T)_{ult}} - \frac{1}{(\sigma_2^C)_{ult}} \quad H_6 = 0$$

$$H_{11} = \frac{1}{(\sigma_1^T)_{ult}(\sigma_1^C)_{ult}} \quad H_{22} = \frac{1}{(\sigma_2^T)_{ult}(\sigma_2^C)_{ult}} \quad H_{66} = \frac{1}{(\tau_{12})_{ult}^2}$$

$(\sigma_1^T)_{ult}, (\sigma_2^T)_{ult}$ = Tensões de ruptura por tração longitudinal e transversal, respectivamente.

$(\sigma_1^C)_{ult}, (\sigma_2^C)_{ult}$ = Tensões de ruptura por compressão longitudinal e transversal, respectivamente.

$(\tau_{12})_{ult}$ = Tensão de ruptura cisalhante no plano 1-2.

O valor do parâmetro H_{12} , em tese, deveria ser obtido experimentalmente através de ensaios de tração biaxial na lâmina até sua falha, todavia segundo Kaw, 2006, há algumas sugestões teóricas para definir o valor de H_{12} , podendo em muitos casos o desconsiderar. Dentre as sugestões empíricas podemos citar a proveniente do critério de Hoffman, onde diz que:

$$H_{12} = -\frac{1}{2(\sigma_1^T)_{ult}(\sigma_1^C)_{ult}} \quad (3.18)$$

O critério de Tsai-Wu possui vantagens por apresentar distinção entre resistências tratativas e compressivas, se comparado a critérios como Tsai-Hill, máxima tensão e máxima deformação.

3.6 Otimização Topológica

Em problemas de otimização estrutural, busca-se como objetivo maximizar ou minimizar uma função objetivo sujeito a alguma ou algumas variáveis de controle, conforme a equação 3.19.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min(x) \quad f(x, y(x)) \\ \text{sujeito a } \left\{ \begin{array}{l} \text{restrições de projeto em } x \\ \text{restrições de estado em } y(x) \\ \text{restrições de equilíbrio} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3.19)$$

Otimização topológica é um ramo mais recente da otimização estrutural. O processo de otimização topológica basicamente busca encontrar uma geometria dentro de um espaço definido (espaço de projeto), de modo a satisfazer sua função objetivo (maximizar rigidez, por exemplo) sem infringir as restrições de projeto. Para tal, discretiza-se o domínio de projeto por elementos finitos, permitindo dividir tais elementos entre os que contém material e os que não contem material, introduzindo a densidade relativa do material ρ como variável de projeto (x). Essa variável de projeto penaliza o tensor constitutivo do material da seguinte maneira:

$$E(\rho) = \rho E^0 \quad \text{onde } \rho_i \begin{cases} 1 & \text{se } i \in \Omega_{sub} \\ 0 & \text{se } i \notin \Omega_{sub} \end{cases} \quad (3.20)$$

Onde E é o módulo de elasticidade local do material (ou seja no elemento finito) e Ω_{sub} expressa o domínio otimizado, logo no domínio de projeto denota-se valores de $\rho = 1$ para elementos com material, e $\rho = 0$ para elementos sem material. Todavia essa análise binária entre elementos vazios e preenchidos pode causar diversas instabilidades, uma vez que buscamos através do gradiente de 3.20 por elementos que minimizem a função objetivo, valores nulos de ρ resultariam em uma divisão por zero.

Para contornar tais problemas, diversos métodos de relaxação foram criados, entre eles e mais utilizado é o método *SIMP* (*Solid Isotropic Material with Penalization*) [Bendsøe e Sigmund, 2004], onde a função da densidade relativa é reescrita como

$$E = \rho^p E^0, \quad \rho \in [\rho_{min}, 1], \quad p > 1 \quad (3.21)$$

A aplicação desse método evita singularidades uma vez que a densidade relativa agora pode possuir valores entre um ρ_{min} até 1, todavia essa transformação de um meio discreto para um meio contínuo resulta numa faixa de densidade relativa que ficaria em um meio termo entre preenchido e não preenchido, denominada como “área cinza”. Para diminuir essa área cinzenta aplica-se uma penalização, elevando ρ a um valor maior que 1. Em geral, é recomendado utilizar $p \geq 3$ para materiais com coeficiente de Poisson $\nu \cong 0,3$ [Bendsøe e Sigmund, 1999].

4. MODELO UTILIZADO E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Como modelo a ser analisado, utilizou-se o componente da suspensão denominado *Rocker Arm* do protótipo automotivo da equipe RSRacing Fórmula SAE da UFRGS. O *Rocker*

Arm, nada mais é que um balancim que tem como propósito transmitir adequadamente os esforços provenientes do deslocamento vertical da roda para a mola, no intuito de aumentar a gama de configurações possíveis na acomodação da mola. Além de facilitar a geometria da suspensão, o *Rocker Arm* possibilita ao projetista um ajuste fácil da relação entre a compressão da mola e o deslocamento vertical da roda (*installation ratio*), parâmetro importante na resposta do veículo com relação ao seu balanço devido as imperfeições da pista. Segundo Milliken, 1995, veículos que apresentam *installation ratio* elevados (próximos de 1 ou superior) tendem a oscilar muito, logo carros de alta performance procuram diminuir tal relação, de modo ao carro apresentar maior estabilidade na pista.

O cenário no qual o modelo foi analisado engloba as circunstâncias de máxima solicitação do componente estimado segundo às provas realizadas pelo veículo, que compõem uma situação de curva com frenagem abrupta, onde boa parte da carga distribuída entre as rodas é transferida para a roda frontal localizada no lado o qual a curva está sendo efetuada. As cargas estimadas para essa situação foram de 4 kN, transmitida pela roda e de 500 N transmitida pela barra anti-rolagem, suas direções de aplicação podem ser vistas na figura 4.1.

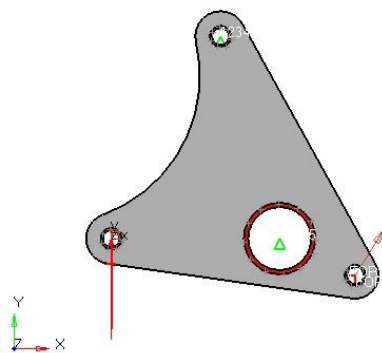


Figura 4.1 – Geometria de projeto com suas condições de contorno.

A geometria inicial do componente vista na figura 4.1 compreende algumas restrições de projeto devido a interferência dos demais componentes presentes na suspensão como visto na figura 4.2, dando origem a área de projeto.

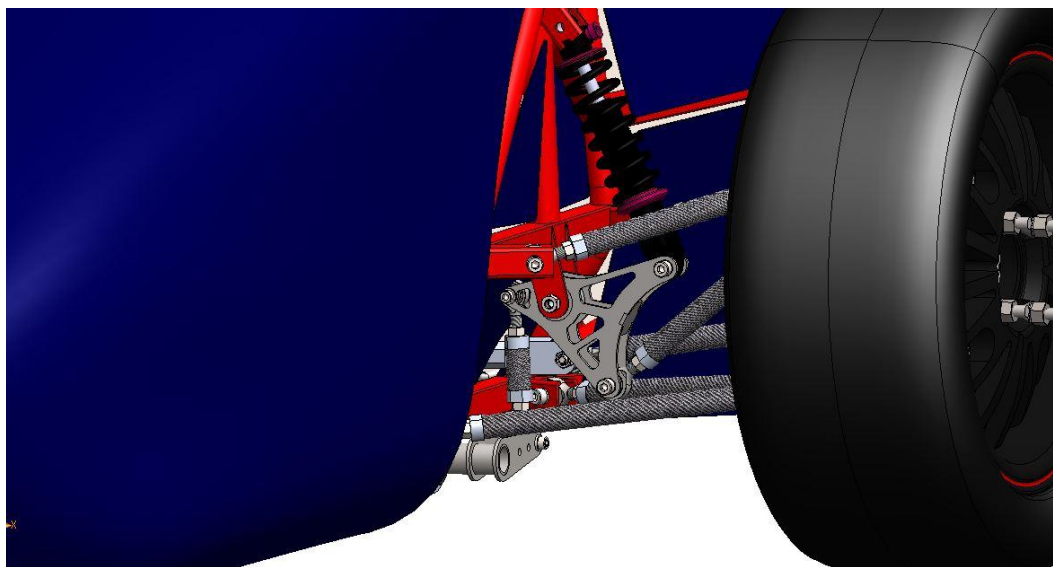


Figura 4.2 – Componente em suas condições de trabalho.

Existe uma grande gama de materiais compósitos que poderiam ser utilizados na análise, todavia optou-se pelo uso de lâminas de fibras de carbono em matriz de epóxi com fração de volume de fibras de 70%, devido à sua boa relação peso resistência para a aplicação em questão. As propriedades do material utilizado se encontram na tabela 4.1, tais propriedades podem ser encontradas na literatura, como por exemplo em Kaw, 2006

Tabela 4.1- Propriedades das lâminas utilizadas

$E1$	$E2$	ν_{12}	G_{12}	ρ
181 [GPa]	10,3 [GPa]	0,28 [-]	7,17 [GPa]	1620 [kg/m ³]
$(\sigma_1^T)_{ult}$	$(\sigma_1^C)_{ult}$	$(\sigma_2^T)_{ult}$	$(\sigma_2^C)_{ult}$	$(\tau_{12})_{ult}^2$
1500 [MPa]	1500 [MPa]	40 [MPa]	246 [MPa]	68 [MPa]

5. METODOLOGIA

5.1 Definição das direções das fibras e empilhamento

Foram adotados dois diferentes métodos para definir as orientações das fibras e seu modo de empilhamento, sendo estes os seguintes: através do módulo longitudinal equivalente do laminado e empilhando lâminas nas direções dos esforços.

Para o primeiro método, analisou-se a constante de engenharia do laminado denominada módulo longitudinal equivalente. Em um laminado tem-se conhecimento dos módulos de elasticidade longitudinal e transversal de cada lâmina, porém o módulo do laminado depende de como são dispostas essas lâminas dentro do laminado, tanto referente ao ângulo de disposição das fibras, quanto à própria sequência de empilhamento. O módulo longitudinal equivalente permite calcular esse valor para casos onde o laminado é simétrico.

No intuito de utilizar desse módulo, fez-se uma ponderação entre a magnitude das forças atuantes no componente e seus respectivos ângulos de atuação dentro de um referencial global, com a finalidade de descobrir qual é a direção de “maior atuação” das forças resultantes. Descobrendo esse ângulo de maior atuação, analisou-se diferentes módulos longitudinais equivalentes em diferentes tipos de empilhamentos de lâminas, observando em qual caso o módulo longitudinal equivalente é máximo, onde o código utilizado no procedimento se encontra no apêndice A. Alguns valores de módulos longitudinais equivalentes para diferentes tipos de empilhamentos podem ser vistos na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Módulos longitudinais efetivos de algumas configurações de laminados.

Empilhamento	$[70/90]_s$	$[80/80]_s$	$[90/-80]_s$	$[90/70]_s$	$[90/80]_s$	$[90/90]_s$	$[80/90]_s$
E_x [GPa]	123	138	142	164	167	168	178

Visando contemplar casos que existem esforços em direções muito diferentes umas das outras, também se analisou um laminado com lâminas empilhadas nas direções dos esforços, como para o caso em questão, um laminado envolvendo lâminas a 90° e lâminas a 60°. Um laminado simétrico para esse caso também é aconselhável, uma vez que nesse tipo de laminado os termos de forças e momentos são desacoplados, o que resulta, em casos onde os esforços são no plano, ausência de curvaturas no plano médio, além de que o efeito de desacoplamento evita torções no laminado devido a carregamentos térmicos [Jones, 1999], muito comuns nos processos de fabricação dos mesmos. A presença de uma curvatura no laminado, mesmo que pequena, para o caso em que as forças são no plano, poderia gerar um desalinhamento, e consequentemente esforços de flexão indesejáveis. Os dois modelos apresentados servem pura e simplesmente para a definição das configurações do laminado que deram origem ao

procedimento iterativo descrito na sequência, servindo de base para suas reconfigurações posteriores.

Posteriormente foram propostas novas configurações no intuito de aprimoramento do modelo final, gerando um procedimento iterativo seguindo o fluxograma apresentado na figura 5.1, até chegar-se numa configuração aceitável para a proposta final.

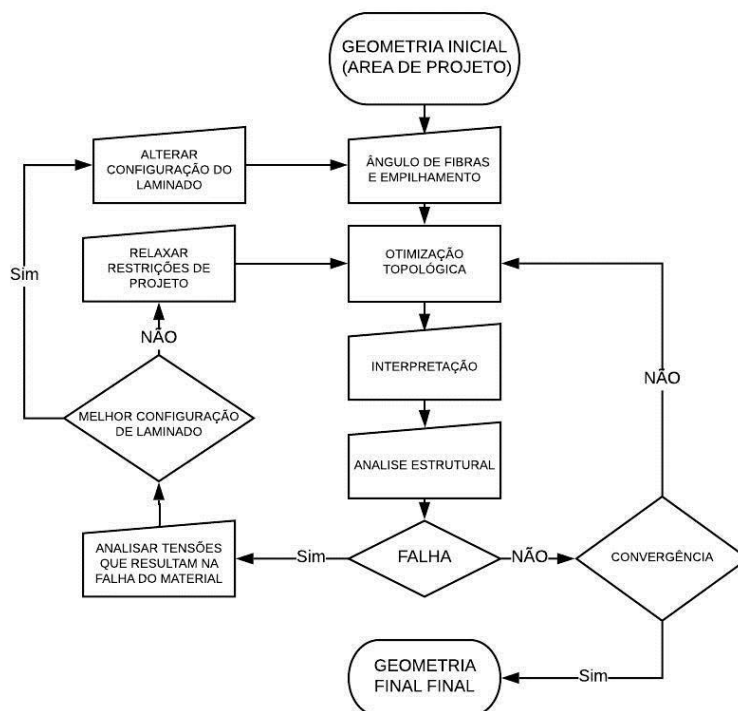


Figura 5.1 – Fluxograma da metodologia utilizada.

Vale lembrar que o processo iterativo em questão foi feito manualmente, cabendo ao projetista participar de algumas das etapas.

5.2. Análise via Matlab do laminado

Como comparativo a análise de elementos finitos, fez-se um modelo analítico do componente baseando-se nas teorias clássicas de laminados. Toda a análise foi feita com auxílio do *software Matlab*, onde o código utilizado na análise pode ser visto no apêndice do trabalho. O principal intuito da análise está em demonstrar o quanto a geometria pode ter influência no nas respostas obtidas, principalmente para casos com geometrias complexas e também para indicar o caminho inicial do procedimento iterativo.

5.3 Procedimento otimização topológica via Hyperworks

Os procedimentos de otimização topológica e análise de tensões foram feitas via *software Hyperworks*, para tal, utilizou-se o elemento denominado PCOMP, específico para análise em materiais ortotrópicos, permitindo então definir as propriedades do material para suas diferentes direções.

O *software* possui um módulo de pós-processamento denominado *HyperLaminate* onde pode-se criar laminados; definindo número de lâminas, orientação de fibras, espessura de cada lâmina e o critério de falha a ser adotado na análise de tensões, como por exemplo na figura 5.2, mostra o critério de Tsai-Wu adotado para a análise em questão.

restrições de tensões para esse trabalho devido à natureza do material, que muitas vezes tensões elevadas não definem falha do material.

6.1 Primeiro modelo $[80/90]_s$

Como mencionado anteriormente, o primeiro modelo tentou contemplar lâminas com direções de fibras mais próximas da direção dos esforços resultantes, tendo como base a média das direções das forças ponderada nas suas magnitudes, chegando à melhor disposição de lâminas como sendo o empilhamento $[80/90]_s$.

Na figura 6.1, podemos ver a geometria do modelo otimizado com a configuração do laminado descrita anteriormente, sendo que para cada lâmina atribuiu-se uma espessura de 1mm, somando então 3mm totais. Sendo que essa espessura foi previamente testada sem acusar falha utilizando o código do *Matlab* simulando os esforços do modelo na teoria clássica para laminados para uma placa plana infinita, utilizando como critério de falha de Tsai-Wu. O código utilizado pode ser visto no apêndice A.

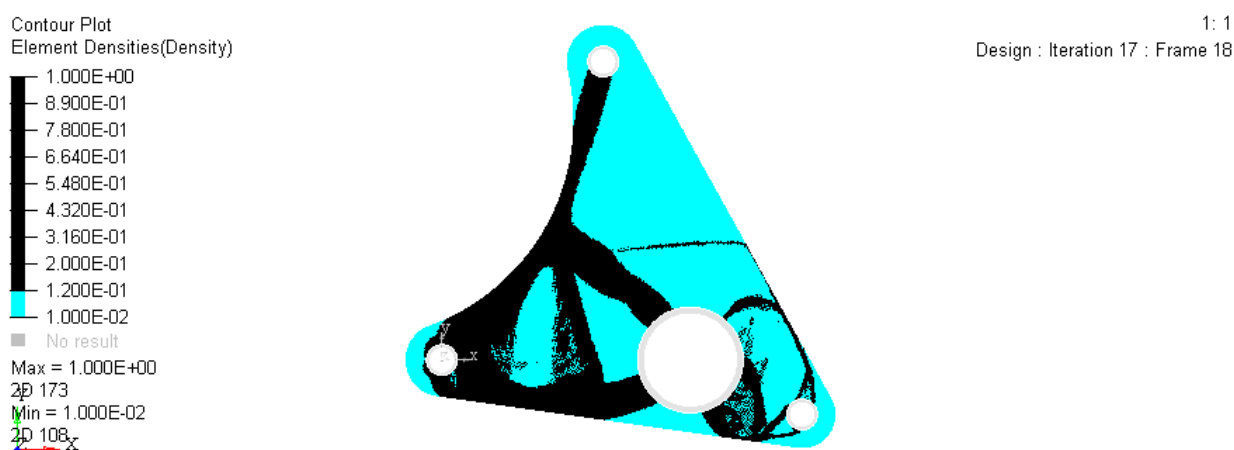


Figura 6.1 – Geometria otimizada em preto.

Utilizou-se uma densidade relativa de corte para a interpretação da geometria de 0,12, pois apresentou uma geometria melhor definida em relação a outros valores.

Na figura 6.2 podemos ver os resultados da análise de falha, sendo que os valores plotados em cada elemento foram os de maior grandeza dentre os calculados para cada lâmina, em 3 diferentes pontos da lâmina (topo, meio e base). Nessa análise, valores acima de 1 representam falha do material.

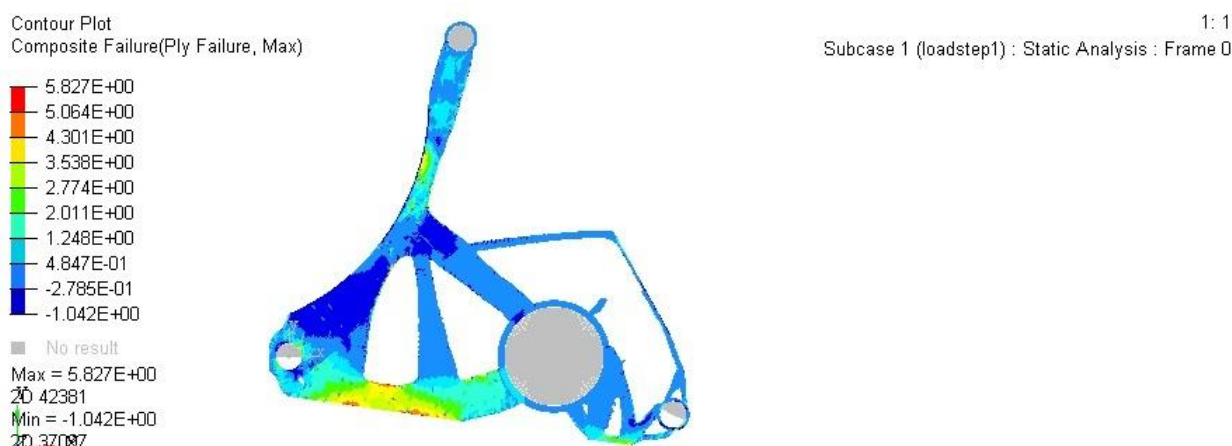


Figura 6.2 – Análise de falha do primeiro modelo.

Observando a figura 6.2, o modelo apresenta falha em diversos pontos do laminado, sendo então recusado. Investigando a natureza das falhas apresentadas no modelo, seguindo o fluxograma apresentado anteriormente, concluiu-se que a maior parte das falhas se dá pela má disposição das fibras, uma vez que o modelo apresentou tensões muito elevadas na direção transversal as fibras, como pode ser visto na figura 6.3, o que resultou as falhas no material. Esse acumulo de tensões transversais se dão devido a geometria inicial do modelo apresentar restrições que proporcionavam tais concentrações de tensões em locais específicos como na região da base e a região côncava do modelo. Todavia as tensões na área da base são muito mais preocupantes, uma vez que são de caráter trativas, apresentando ao menos seis vezes menos resistência que se fossem de caráter compressivo e no mínimo 37 vezes menos se fossem longitudinais as fibras.

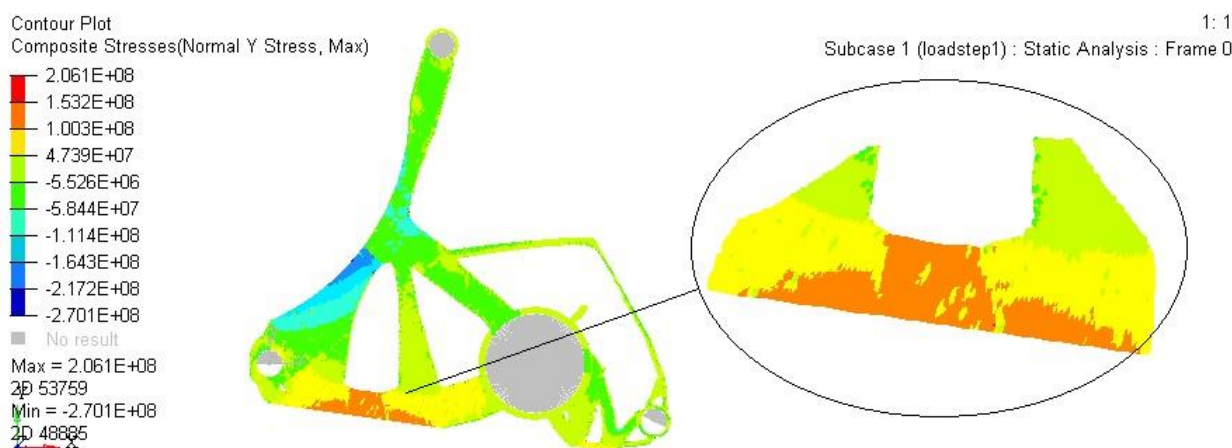


Figura 6.3 –Tensões máximas transversais as fibras.

6.2 Segundo modelo $[60/90]_s$

O segundo modelo foi elaborado conforme mencionado na seção 5.1, distribuindo lâminas com ângulos de fibras em direções paralelas as direções dos esforços, que para o caso em questão seria à 90° e 60° , chegando ao laminado com empilhamento $[60/90]_s$. Assim como o primeiro modelo, a interação inicial foi feita com 1mm de espessura em cada lâmina, a

geometria otimizada pode ser vista na figura B.1. Os resultados da análise de falha podem ser vistos na imagem 6.4

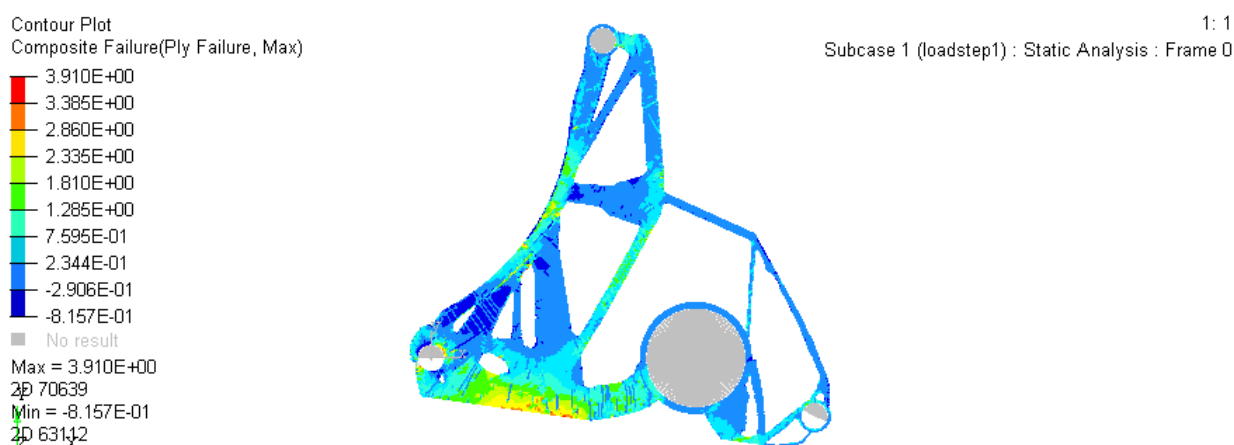


Figura 6.4 – Geometria e análise de falha do segundo modelo.

Novamente, como pode ser visto na figura 6.4, o segundo modelo também apresenta falhas, todavia com magnitude muito menor que o modelo anterior, indicando que deve-se inspecionar uma nova configuração de laminado, apostando em lâminas que atenuassem as tensões transversais que causaram falha nos últimos modelos.

6.3 Início do processo iterativo, disposição de lâminas

Visando diminuir as tensões transversais gerada na base do primeiro modelo, fez-se novas tentativas buscando uma disposição de lâminas que atendessem tais requisitos, dentre as interações a que apresentou melhores resultados foi o laminado com empilhamento $[90/\bar{0}]_s$ apresentado sua geometria na figura B.2 do apêndice B e sua análise de falha na figura 6.5.

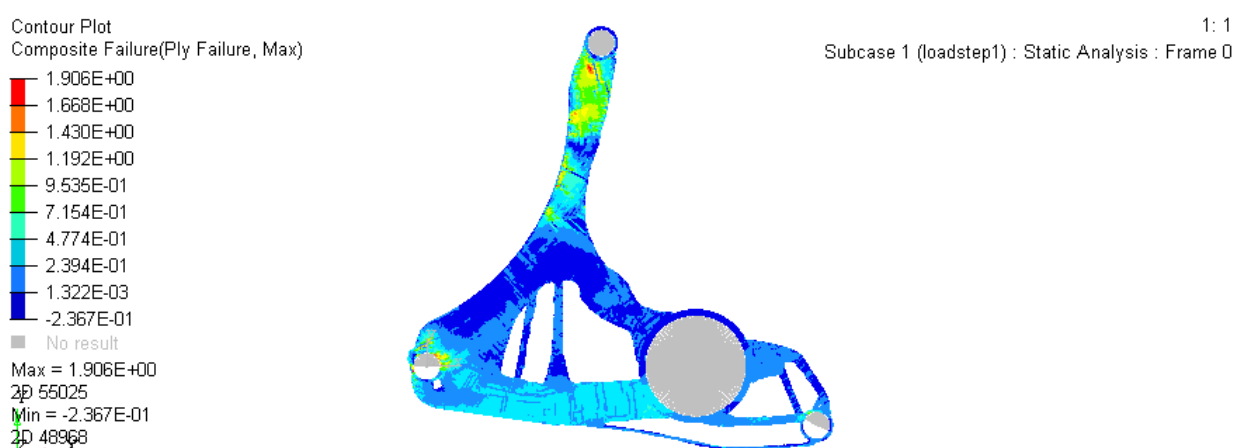


Figura 6.5 – Análise de falha do laminado $[90/\bar{0}]_s$.

Mesmo apresentando melhoras comparado aos modelos anteriores, ainda há falha no material, todavia dessa vez devido a altas tensões cisalhantes na área destacada na figura 6.6. Uma nova configuração do laminado com apenas 3 lâminas com 1 mm de espessura cada não se mostraria eficiente, pois poderia resultar numa melhora localizada seguido de falha em outra região. Para contornar esse problema, segundo o fluxograma, relaxações nas restrições foram

feitas, iniciando aumentando a fração de volume de 25% para 30% e 35% e posteriormente aumentando a espessura total do laminado.

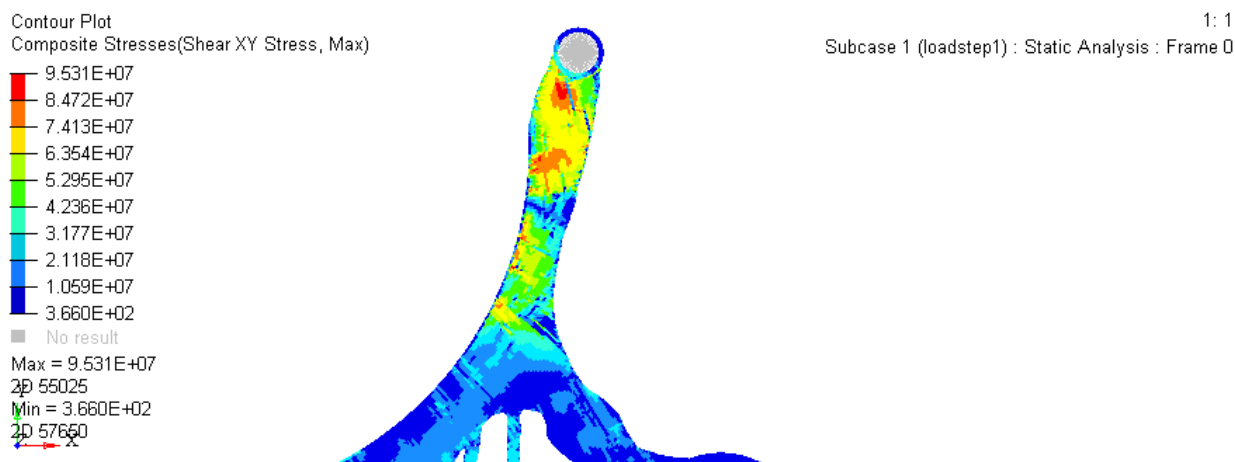


Figura 6.6 – Tensões máximas cisalhantes.

6.4 Segundo estágio da interação, relaxação das restrições de projeto

Aumentando a fração de volume total do modelo de 25% para 30% e 35%, observou-se melhorias na resistência do modelo (imagem B.3 e B.4 do apêndice B), todavia não significativas que representasse a adesão das modificações. Observou-se então que melhorias muito mais significativas eram obtidas modificando em outras configurações do laminado como a sua espessura total. Como a falha percebida pelo último modelo era de caráter cisalhante, acrescentou-se duas lâminas de 45° e espessura de 0,5 mm a mais equidistante a linha central do laminado, tendo como configuração final do laminado como $[90/45/\bar{0}]_s$, sendo que as lâminas de 45° possuem 0.5 mm enquanto as demais 1mm

Como pode ser visto na figura 6.7, a aplicação de laminas a 45° teve o resultado desejado, não apresentando mais falha no material, chegando então na configuração final do nosso modelo. Na tabela 6.1, apresenta-se alguns comparativos entre as massas do componente inicial e final do processo de otimização, assim como um comparativo entre o componente em aço 1020 utilizado pela equipe RSRacing no ano de 2018.

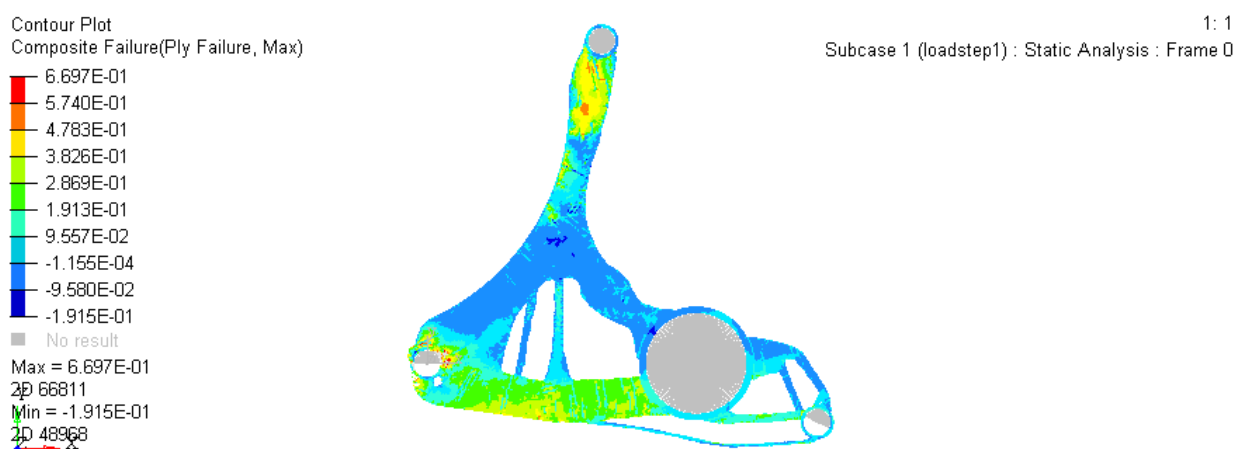


Figura 6.7 – Análise de falha do laminado $[90/45/\bar{0}]_s$.

Tabela 6.1 – Comparativo entre a redução de massa entre os modelos.

	Componente atual em aço	Componente em fibra de carbono não otimizado	Componente final do processo de otimização
Peso [g]	110	54	22
Espessura [mm]	3	4	4

7. CONCLUSÕES

Observando as diferenças de pesos entre os 3 diferentes tipos de estruturas, conclui-se que o objetivo inicial desse trabalho foi alcançado. Pode-se notar que o simples fato de utilizarmos um material compósito para a estrutura acarretou numa redução do peso total do componente de 50% e otimizando sua geometria tivemos novamente esse peso reduzido pela metade.

Vale ressaltar que embora tenha-se encontrado resultados satisfatórios frente ao objetivo inicial do trabalho, tais configurações das variáveis de projeto apresentadas formam uma amostragem pequena frente as diversas possibilidades, uma vez que a metodologia não automatizada utilizada restringiu o número de interações até a geometria final. É importante ressaltar não se considerou alguns fatores como delaminação do laminado, fadiga e flambagem os quais fogem do escopo do presente trabalho. A fabricação do componente também se mostra um desafio, uma vez que em função da sua geometria pouco uniforme, possivelmente adequações teriam que serem feitas a fim de tornar o modelo fabricável.

Para trabalhos futuros, propõe-se uma a automação do processo de otimização da configuração do laminado utilizado (orientação de fibras e espessura do laminado), de modo a evitar procedimentos manuais que resultam numa configuração sujeita ao arbítrio do projetista, além de provavelmente resultar num modelo final mais satisfatório.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Jones, R.M.; **“Mechanics of composite Materials”**. Philadelphia: Taylor & Francis, 1999.
- Kaw, A.K.; **“Mechanics of composite Materials”**. Boca Raton, FL. Taylor & Francis, 2006.
- Bendsøe, M. P., Sigmund, O.; **“Material interpolation schemes in topology optimization”**. Lyngby, Denmark, 1999
- Milliken, W. F., Milliken, D. L.; **“Race car vehicle dynamics”**. Warrendale, PA. Society of Automotive Engineers, 1995.
- ALTAIR, **“HyperWorks Use’s Guide”**, Altair Engineering, 2016.
- ALTAIR, **“OptiStruct User Manual”**, Altair Engineering, 2016.
- Larsson, R. ; **“Methodology for Topology and Shape Optimization: Application to a Rear Lower Control Arm”**, Göteborg, Sweden, 2016.

APÊNDICE A

Teoria de laminados.

```

clear all
syms S11 S12 S13 S16 S21 S22 S23 S26 S31 S32 S33 S36 S44 S45 S54 S55
S61 S62 S63 S66 sg1 sg3 E1 E2 E3 v23 v12 v21 G12 G23 G31 p sigx sigy
%
% A leitura das matrizes Matriz Tensao Local (MTL)
% e outras é feita da seguinte forma, cada coluna representa
% uma lâmina enquanto as linhas sao as tres tensoes
% na lamina top depois mais tre da mid e etc
% Propriedade Lamina
E1=181E+9 ;E2=10.30E+9;v12=0.28; G12=7.17e9;
%numero de laminas e espessura
n=3;
t=0.001;
%angulo das laminas
tetta=[80;90;80];
% Esforços
F=[0;-318309.89;0;0;0;0];
%Definição matriz S
S11=1/E1; S12=-v12/E1;
S21=-v12/E1; S22=1/E2;
S66=1/G12;
%Matriz S 2D
S=[S11,S12,0;
   S21,S22,0;
   0,0,S66]
R=[1 0 0; 0 1 0; 0 0 2];
A=zeros(3,3);
D=zeros(3,3);
B=zeros(3,3);
%Matriz Q
Q=inv(S)
%Definir numero de laminas, espessura e alturas (h)
%Definir Matrizes transformação para cada lamina
for i=1:(n)
    h=-(n*t)/2 +(i-1)*t;
    %Matriz transferencia
    teta=tetta(i,1);
    c=cosd(teta);
    s=sind(teta);
    T=[c^2 s^2 2*s*c;
        s^2 c^2 -2*s*c;
        -s*c s*c c^2-s^2];
    Qbar= inv(T)*Q*R*T*inv(R);
    A=A+Qbar*((h+t)-(h));
    D=D+(Qbar*((h+t)^3-(h)^3))/3;
    B=B+(Qbar*((h+t)^2-(h)^2))/2;
end
%Matriz ABD
ABD=zeros(6,6);
ABD=[A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) B(1,2) B(1,3);
     A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) B(2,2) B(2,3);
     A(3,1) A(3,2) A(3,3) B(3,1) B(3,2) B(3,3);
     B(1,1) B(1,2) B(1,3) D(1,1) D(1,2) D(1,3);
     B(2,1) B(2,2) B(2,3) D(2,1) D(2,2) D(2,3);
     B(3,1) B(3,2) B(3,3) D(3,1) D(3,2) D(3,3)];
% Deformações globais

```

```

Def=inv(ABD)*F;
exy=[Def(1,1);Def(2,1);Def(3,1)];
kxy=[Def(4,1);Def(5,1);Def(6,1)];
%Tenções locais por lamina
i=1;
MDL=zeros(9,n);
for i=1:(n)
    h=-(n*t)/2 +(i-1)*t;
    p=1;
    m=0;
    for m=0:2
        %Matriz transferencia
        teta=tetta(i,1);
        c=cosd(teta);
        s=sind(teta);
        T=[c^2 s^2 2*s*c;
            s^2 c^2 -2*s*c;
            -s*c s*c c^2-s^2];
        if p==3
            Def3=exy+(h+t)*kxy;
        end
        if p==2
            Def3=exy+(h+(t/2))*kxy;
            p=p+1;
        end
        if p==1
            Def3=exy+(h)*kxy;
            p=p+1;
        end
        Defloc=R*T*inv(R)*Def3;;
        %Matriz def globais por lamina
        MDG((1+3*m),i)=Def3(1,1);
        MDG((2+3*m),i)=Def3(2,1);
        MDG((3+3*m),i)=Def3(3,1);
        %Matriz def local por lamina
        MDL((1+3*m),i)=Defloc(1,1);
        MDL((2+3*m),i)=Defloc(2,1);
        MDL((3+3*m),i)=Defloc(3,1);
        %Tensoes globais
        Qbar= inv(T)*Q*R*T*inv(R);
        Teng=0;
        Teng= Qbar*Def3;
        %Matriz Tensoes Globais
        MTG((1+3*m),i)=Teng(1,1);
        MTG((2+3*m),i)=Teng(2,1);
        MTG((3+3*m),i)=Teng(3,1);
        %Tensoes locais
        Tenl= T*Teng;
        %Matriz def local por lamina
        MTL((1+3*m),i)=Tenl(1,1);
        MTL((2+3*m),i)=Tenl(2,1);
        MTL((3+3*m),i)=Tenl(3,1);
    end
end
MDG=MDG
MTG=MTG
MDL=MDL
MTL=MTL
for f=1:n
    Mtlx(1,f)=MTL(1,f);
end

```

```

Mtlx(2,f)=MTL(4,f);
Mtlx(3,f)=MTL(7,f);

Mtly(1,f)=MTL(2,f);
Mtly(2,f)=MTL(5,f);
Mtly(3,f)=MTL(8,f);
Mtlz(1,f)=MTL(3,f);
Mtlz(2,f)=MTL(6,f);
Mtlz(3,f)=MTL(9,f);
end
MaxeminMTL(1,1)=max(max(Mtlx));
MaxeminMTL(2,1)=min(min(Mtlx));
MaxeminMTL(1,2)=max(max(Mtly));
MaxeminMTL(2,2)=min(min(Mtly));
MaxeminMTL(1,3)=max(max(Mtlz));
MaxeminMTL(2,3)=min(min(Mtlz));
MaxeminMTL=MaxeminMTL

```

Critério de falha

```

%propriedades mecanicas lamina
siglt= 1500e6;
siglc=1500e6;
sig2t=40e6;
sig2c=246e6;
tau12=68e6;
ten=[1.3545e8;-0.0048e8;0.0931e8]; %tensoes da lamina analisada
Ten12=[ten(1,1)*p;ten(2,1)*p;ten(3,1)*p];
X1=siglc;
X2=siglt;
Y=sig2t;
H1=1/siglt-1/siglc;
H2=1/sig2t-1/sig2c;
H6=0;
H11=1/(siglt*siglc);
H22=1/(sig2t*sig2c);
H66=1/(tau12^2);
H12=-inv(2*siglt*siglc); %Por hoffman
tsaiwu=H1*Ten12(1,1)+H2*Ten12(2,1)+H6*Ten12(3,1)+H11*Ten12(1,1)^2+H22*Ten12(2,1)^2+H66*Ten12(3,1)^2+2*H12*Ten12(1,1)*Ten12(2,1)-1;
Y=fzero(inline(tsaiwu),2)

```

Módulo efetivo longitudinal.

```

% % Propriedade Lamina
E1=181E+9 ;E2=10.30E+9;v12=0.28; G12=7.17e9;
%numero de laminas e espessura
n=3;
t=0.001;
% angulo esforço principal, medido sentido antihorario
phi=[86.67];
b=ones(1,n)*phi;
%angulo das laminas
tetta=[90;0;90]-phi;
%Definição matriz S
S11=1/E1; S12=-v12/E1;
S21=-v12/E1; S22=1/E2;
S66=1/G12;
%Matriz S 2D
S=[S11,S12,0;

```

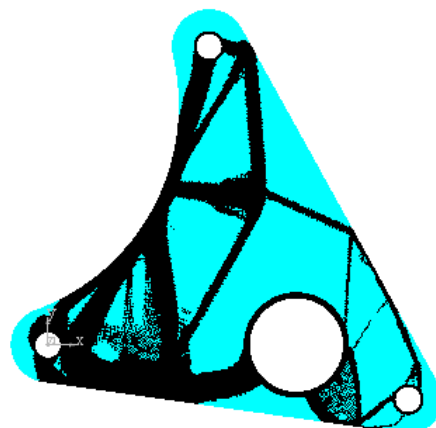
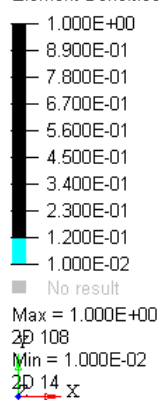
```

    S21,S22,0;
    0,0,S66];
R=[1 0 0; 0 1 0; 0 0 2];
A=zeros(3,3);
D=zeros(3,3);
B=zeros(3,3);
%Matriz Q
Q=inv(S);
%Definir numero de laminas, espessura e alturas (h)
%Definir Matrices transformação para cada lamina
for i=1:(n)
    h=-(n*t)/2 +(i-1)*t;
    %Matriz transferencia
    teta=tetta(i,1);
    c=cosd(teta);
    s=sind(teta);
    T=[c^2 s^2 2*s*c;
        s^2 c^2 -2*s*c;
        -s*c s*c c^2-s^2];
    Qbar= inv(T)*Q*R*T*inv(R);
    A=A+Qbar*((h+t)-(h));
    D=D+(Qbar*((h+t)^3-(h)^3))/3;
    B=B+(Qbar*((h+t)^2-(h)^2))/2;
end
%Matriz ABD
ABD=zeros(6,6);
ABD=[A(1,1) A(1,2) A(1,3) B(1,1) B(1,2) B(1,3);
    A(2,1) A(2,2) A(2,3) B(2,1) B(2,2) B(2,3);
    A(3,1) A(3,2) A(3,3) B(3,1) B(3,2) B(3,3);
    B(1,1) B(1,2) B(1,3) D(1,1) D(1,2) D(1,3);
    B(2,1) B(2,2) B(2,3) D(2,1) D(2,2) D(2,3);
    B(3,1) B(3,2) B(3,3) D(3,1) D(3,2) D(3,3)];
abd=inv(ABD);
Exefe=inv((t*n)*abd(1,1))

```


APÊNDICE B

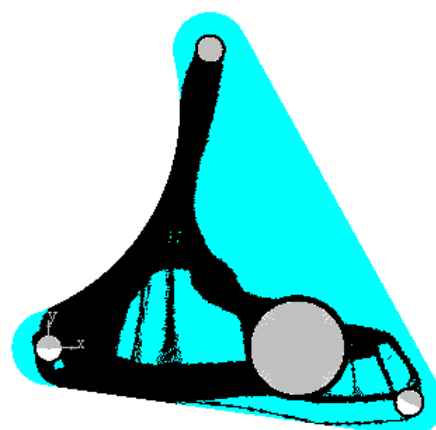
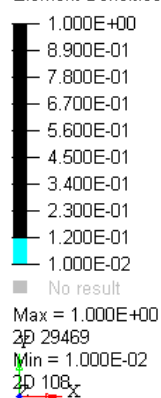
Contour Plot
Element Densities(Density)



1: 1
Design : Iteration 20 : Frame 21

Figura B.1 – Geometria otimizada em preto do balancim. Laminado $[60/\overline{90}]_s$

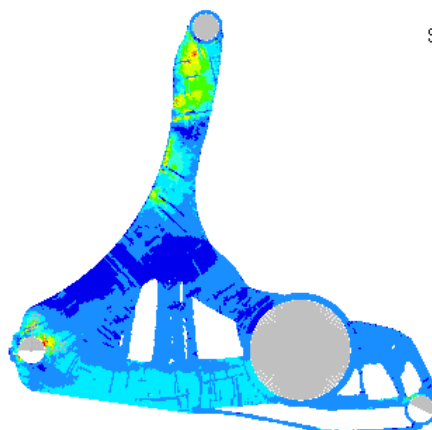
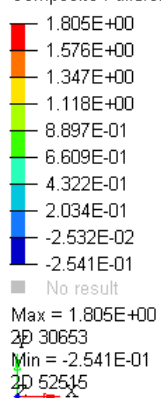
Contour Plot
Element Densities(Density)



1: 1
Design : Iteration 18 : Frame 19

Figura B.2 – Geometria otimizada em preto do balancim. Laminado $[90/\overline{0}]_s$

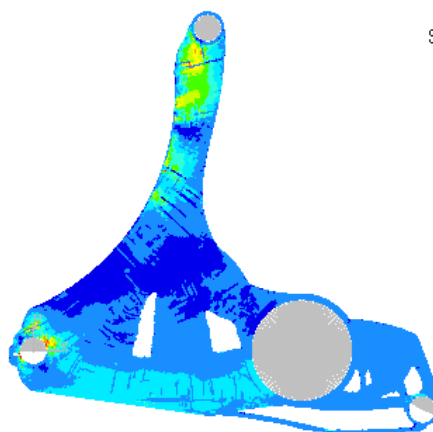
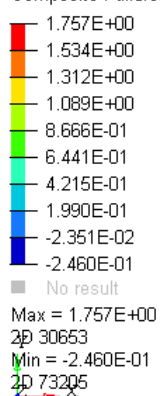
Contour Plot
Composite Failure(Ply Failure, Max)



1: 1
Subcase 1 (loadstep1) : Static Analysis : Frame 0

Figura B.3 – Análise de falha do laminado $[90/\bar{0}]_s$ com restrição de 30% de fração de volume

Contour Plot
Composite Failure(Ply Failure, Max)



1: 1
Subcase 1 (loadstep1) : Static Analysis : Frame 0

Figura B.4 – Análise de falha do laminado $[90/\bar{0}]_s$ com restrição de 35% de fração de volume