

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Verificação da Vida em Fadiga de Uma Máquina Separadora de Grãos Empregando
Critérios de Fadiga Multiaxial

por

Gabriel Silva Prado

Monografia apresentada ao Departamento
de Engenharia Mecânica da Escola de
Engenharia da Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, como parte dos requisitos
para obtenção do diploma de Engenheiro
Mecânico.

Porto Alegre, Julho de 2019



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

Verificação da Vida em Fadiga de Uma Máquina Separadora de Grãos Empregando
Critérios de Fadiga Multiaxial
por
Gabriel Silva Prado

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Profa. Thammy Cristina Hayashi
Coordenadora do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Ignacio Iturrioz

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Rogério José Marczak

Prof. Dr. Edson Hikaro Aseka

Prof. MSc. Leonel Echer

Porto Alegre, 01, Julho e 2019.

- DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha companheira Natasha, minha vó Marlene, aos meus pais Carlos Mauricio e Maria Cristina, meus irmãos Rafael e Roberta, a minha família e meus amigos, que sempre me apoiaram durante esta longa jornada.

- AGRADECIMENTOS

Agradeço em especial minha vó, Marlene, a qual me apoiou e ajudou tornando possível terminar esta jornada, e por isso serei eternamente grato. E também, agradeço minha companheira, Natasha, cujo apoio incondicional foi sempre essencial ao meu bem-estar e motivação. E também a todos que me apoiaram nesta longa jornada, sejam eles amigos, família ou conhecidos.

Agradeço também a meu orientador, Prof. Ignacio Iturrioz, que me auxiliou com este assunto complexo. Agradeço a Roberto Rodrigues e a Leonel Echer pela colaboração durante a execução do trabalho.

Agradeço às empresas TMSA e Bulktech, onde Adriano Kuckoski, Diego Dalpiaz, e Ingo Bergmann foram de grande ajuda para o desenvolvimento deste trabalho, e por permitir o desenvolvimento deste trabalho.

Prado, G. S. **Verificação Da Vida Em Fadiga De Uma Máquina Separadora De Grãos Empregando Critérios De Fadiga Multiaxial**. 2019, 20 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

RESUMO

Problemas envolvendo fadiga estão relacionados a maior parte das falhas na indústria mecânica e o entendimento e análise de fadiga é essencial na formação do engenheiro. No presente trabalho será realizado uma análise de fadiga em uma máquina de pré limpeza de grãos. Várias unidades deste equipamento apresentaram falhas por fadiga no mesmo componente soldado, onde uma trinca se propagou no cordão de solda do componente. O histórico de carregamento a qual o componente está submetido é de amplitude constante, característica que facilita o estudo. A análise de tensões do componente foi realizada empregando uma análise elástica linear no software de elementos finitos ANSYS. Devido ao carregamento do componente ser multiaxial, três critérios de fadiga multiaxial são aplicados no histórico de carregamento obtido em ordem a estimar a vida em fadiga do componente onde o equipamento apresentou a falha, e comparar estes critérios ao critério *hotspot*, que já é bem estabelecido na literatura. A discussão das incertezas existentes no problema é discutida assim como a vida obtida com os critérios teóricos utilizados.

PALAVRAS-CHAVE: Fadiga Multiaxial, Método dos Elementos Finitos, Cargas Harmônicas.

Prado, G. S., **Verification of the Fatigue Life of a Grain Sifter Machine Employing Multiaxial Fatigue Criteria**, 2019, 20 pages. Monography (Mechanical Engineering's Course Completion Monograph) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

ABSTRACT

Problems involving fatigue are related to the majority of failures in the mechanical engineering industry, and understanding fatigue and proper fatigue analysis is essential to all engineers. In the present work, a fatigue analysis in a grain sifting machine will be made. Several units of the machine being studied presented failures due to fatigue in the same welded component, where a crack propagated alongside the weldment. The loading history, in which this component is subjected to, has a constant amplitude, which facilitates the study of the loading history. The stress analysis of the machine was made through a linear elastic analysis via finite element software ANSYS. Due to the component's loading being multiaxial, three multiaxial fatigue criteria are applied in the obtained loading history in order to estimate the fatigue life of the component which failed, and comparing those results with the *hotspot* method, which is well established in the literature. The estimated life using the utilized criteria; alongside a discussion of the uncertainties that exists in the problem is then discussed.

KEYWORDS: Multiaxial Fatigue, Finite Element Method, Harmonic Loads.

Índice

1	Introdução	1
2	Fundamentação Teórica	1
2.1	Solicitações Multiaxiais	3
2.2	Tensões Proporcionais e não Proporcionais:	3
2.3	Tratamento Da Fadiga Em Regiões Soldadas	6
2.4	Curva S-N Local	7
3	Metodologia	8
3.1	Método dos Elementos Finitos Implementado em Software ANSYS:	8
3.2	Critérios de Fadiga Multiaxial Utilizados	8
4	Aplicação: Fadiga num separador de grãos	9
4.1	Descrição do Equipamento e da Falha Acontecida.	9
4.2	Modelo em Elementos Finitos:	10
4.3	Resultados	11
	Critérios Baseados em Plano Crítico	12
	Cálculo da Vida do Componente	13
5	Discussão dos Resultados	13
6	Conclusões	14
7	Referências Bibliográficas	15
	Anexo A – Dados Referente ao Critério Hotspot	16
	Anexo B – Dados de Curva S-N	16
	Anexo C – Método do Máximo Envelope Retangular Circunscrito	16
	Apêndice D – Carregamento Tensorial de Amplitude Constante	18
	Apêndice E – Primeiras Frequências Naturais	18
	Apêndice F – Imagem Tridimensional da Vida baseada no Critério de Findley em Função de Phi e Theta	19
	Apêndice G – <i>Path</i> Utilizado para Obtenção da Tensão Hotspot	20

Lista de Símbolos

E	Módulo de elasticidade.
ρ	Densidade.
ν	Coefficiente de Poisson.
f_{np}	Fator de não-proporcionalidade.
σ_1	Tensão principal máxima.
σ_3	Tensão principal mínima.
$\sigma_{1,a}, \sigma_{2,a}, \sigma_{3,a}$	Amplitude das tensões principais ao longo do tempo.
$\Delta\sigma_x$	Varição da tensão normal a x .
τ_{xy}	Tensão de cisalhamento no plano xy .
f_t	Fator de correção da espessura.
K_V	Fator de correção a tratamentos superficiais.
σ_w, τ_w	Tensões de referência para solda segundo FKM,2003.
S_τ	Resistência ou amplitude limite a fadiga sob cisalhamento.
$S_{e,R=-1}$	Resistência ou amplitude limite a fadiga para carregamento completamente reverso sob tensão normal.
σ_{FAT}	Tensão equivalente a dois milhões de ciclos (2E6).
N	Número de ciclos.
N_{ref}	Número de ciclos referente a uma tensão de referência.
m	Inclinação da curva S-N.
τ_a	Máxima amplitude da tensão cisalhante no plano crítico.
$\sigma_{n,máx}$	Máxima tensão normal ao plano crítico.
σ_{HS}	Tensão Hotspot.
$\sigma_{HS,a}$	Amplitude da tensão Hotspot.
$\sigma_{0,4t}$	Tensão principal normal a solda tomada a uma distância de 0.4 vezes a espessura.
σ_{1t}	Tensão principal normal a solda tomada a uma distância de 1 vez a espessura.
$\Delta(\phi, \theta)$	Plano Δ com orientação ϕ e θ em relação a dois eixos de rotação.
$\tau_{findley}$	Tensão equivalente de Findley.
k_f	Coefficiente de correção de Findley.
β_f	Limite da tensão equivalente de findley.
V	Razão entre tensões principais.
k	Constante do carregamento para cálculo da tensão de Gaier-Dannbauer.
σ_{GD}	Tensão equivalente de Gaier-Dannbauer.
$\sigma_{GD,a}$	Amplitude da tensão equivalente de Gaier-Dannbauer.
$\sigma_{VM,a}$	Amplitude da tensão de Von Mises.
ΔK	Varição do fator de intensidade de tensão K .
da/dN	Taxa de propagação subcrítica de uma trinca já nucleada segundo Paris.
α_1, α_2	Constantes dependentes do material.
β_1, β_2	Constantes dependentes do material.
A_1, A_2	Constantes dependentes do material.
I_1	Primeiro invariante do tensor.
J_2	Segundo invariante do tensor.
σ_{eq}^{np}	Tensão de plastificação sob carregamento não-proporcional.
σ_{eq}^p	Tensão de plastificação sob carregamento proporcional.
α	Grau de encruamento devido a carregamento não-proporcional.
σ_n	Tensão normal, onde $n = x, y, z$.

τ_n	Tensão cisalhante, onde $n = xy, xz, yz$.
σ'_n	Tensão normal no novo sistema de coordenadas, onde $n = x, y, z$.
τ'_n	Tensão cisalhante no novo sistema de coordenadas, onde $n = xy, xz, yz$.
τ'_1, τ'_2	Semi lados do envelope circunscrito ao carregamento.
a, b	Parâmetros intermediários para o cálculo das tensões em um determinado plano.

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Critérios de fadiga clássicos, (a) Curvas Wöhler, (b) Curvas ϵ -N (c) Critério proposto por Paris. (Ximenez, 2014)	2
Figura 2.2 – Imagem da microscopia de um grão onde, (a) apresenta trincas bem orientadas, e (b) direita mostra estas com orientações aleatórias. (Skibicki, 2014).....	4
Figura 2.3 – Três possíveis direções de trincas típicas em metais. (Radaj et al., 2006)	4
Figura 2.4 - Material susceptível a fadiga não proporcional, submetido (a) um carregamento não proporcional, (b) submetido a um carregamento proporcional. (Skibicki, 2014).....	5
Figura 2.5 - Gráficos de deformação normal por cisalhante demonstrando o princípio de não proporcionalidade (Ximenez, 2014)	6
Figura 2.6 - Figura demonstrando o campo de tensões na região próximo a uma solda. ...	7
Figura 4.1 – Fotos ilustrando (a) uma máquina de pré limpeza produzida pela TMSA e (b) o componente trincado após um determinado número de ciclos em operação.	10
Figura 4.2 – Figuras ilustrando (a) a carga aplicada pelo volante de contra-peso e (b) o modelo da máquina de pré-limpeza em elementos finitos.	11
Figura 4.3 – Imagens do modelo de elementos finitos onde (a) o corte no plano de topo indica onde atua a força pelo círculo amarelo e (b) a malha local em estudo do componente que falhou onde sua posição está indicada pelo círculo em vermelho na figura a esquerda. A seta azul indica a orientação do observador apresentado na Fig. 4.5 b.	11
Figura 4.4 - Convergência de malha no ponto crítico.....	11
Figura 4.5 – Figuras demonstrando o a) carregamento em função do ângulo de fase e a b) máxima tensão principal na região crítica do componente. Seta azul indica orientação segundo Fig. 4.5.b.....	12
Figura 4.6- Gráfico da vida em função de a) Phi (para Theta = 120°) e b) Theta (Phi=155°)	13
Figura C.1 – Figuras onde (a) um componente sob carregamento multiaxial onde (b) um plano de corte Δ , cujo (c) caminho descrito pelo histórico de tensões. E a sua (d) projeção do tensor-tensão num plano Δ para um período de um ciclo de carregamento gerando uma curva fechada. Fonte: Ximenes, 2014.	17
Figura C.2 – Carregamento em um plano Δ onde (a) os semi-lados $a_1(\varphi)$ e $a_2(\varphi)$ de um envelope retangular com orientação definida pelo ângulo φ que tangencia o caminho das	

tensões de corte sobre o plano material Δ . onde (b) representa a transformação das coordenadas em função de φ 17

Figura F.1 - Imagem Tridimensional da Vida em Função de Phi e Theta 19

Figura G.1 - Path utilizado para extrapolação das tensões máximas hotspot e nominal. A tensão hotspot, visto pela linha tracejada preta, é extrapolada em relação ao carregamento original em azul.20

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 - Resultados dos Critérios Aplicados no Modelo do Componente	13
Tabela A.1 - Dados referente a Curva S-N para Critério Hotspot.....	16
Tabela B.1 - Dados das Curva S-N locais	16
Tabela D.1 - Carregamento no Ponto Crítico	18
Tabela E.1 - Primeiras Frequências Naturais	18

1 Introdução

Stephens et al., 2001, cita que entre 50 e 90% de todas falhas mecânicas são induzidas pelo efeito da fadiga. Este fenômeno pode ser observado em estruturas de diferentes tamanhos, materiais e complexidades. Os metais, no geral, são materiais muito susceptíveis ao fenômeno de fadiga, pois são constituídos por arranjos cristalinos com planos de debilidade, que oferecem menor resistência ao deslizamento. Defeitos, em ditos arranjos, podem ativar o deslizamento relativo entre os planos, possibilitando a nucleação de uma trinca. A fadiga pode ser definida por três períodos: o primeiro, chamado de *Processo de Nucleação (N)*, no qual o material sem defeitos prévios, se deteriora até definir-se uma descontinuidade; posteriormente, esta descontinuidade cresce, influenciada pela microestrutura do material, chamada *Propagação em Regime A (PI)*. Tanto em *(N)* como em *(PI)*, o processo que provoca dano à microestrutura é governado principalmente pela ação das tensões cisalhantes para metais dúcteis. O defeito cresce sob *(PI)* até adquirir um tamanho pelo qual a microestrutura deixa de ser relevante, neste caso, o defeito é considerado uma fissura e seu comportamento é governado pela mecânica da fratura, também chamada *Propagação no Regime B (PII)*. Neste último regime, é dominante o efeito das forças na direção perpendicular à fissura para a propagação do defeito. Torna-se a influência da microestrutura mínima em respeito a propagação do defeito, e a descontinuidade se propaga subcriticamente até o colapso da estrutura, que é acarretada pela propagação instável da fissura ou pelo esgotamento plástico da seção resistente restante. A classificação dos regimes de fadiga aqui apresentados pode ser encontrada em Suresh, 1998.

Tópicos relacionados a fadiga multiaxial serão o tema a ser desenvolvido no presente trabalho. Podem ser definidos os **objetivos** do trabalho onde: o **objetivo geral** é: aplicar critérios de fadiga multiaxial em um problema de interesse tecnológico; como **objetivos específicos** serão abordados: calcular três critérios de fadiga multiaxial e compará-los ao critério *hotspot*; aplicar os métodos implementados em um equipamento de separação de grãos; e finalmente, discutir os resultados obtidos comparando-os com a evidência experimental e literatura atual.

2 Fundamentação Teórica

Em fadiga, existem três formas clássicas de abordar o problema: a primeira, denominada curvas Wöhler (também chamadas S-N), que consiste em relacionar a tensão alternada com o número de ciclos o qual o componente resiste; o modelo de Coffin-Manson (Método ϵ -N), que relaciona a flutuação das deformações plásticas com o

número de ciclos que o componente suporta. Este modelo representa melhor a região de fadiga de baixo ciclo (até 10^4 ciclos), onde existe uma maior amplitude das tensões atuantes. Os dois métodos citados anteriormente são adequados para prever a nucleação (N) e a propagação governada pelas tensões de corte (PI). O terceiro método proposto por Paris, relaciona a taxa de propagação subcrítica de uma trinca já nucleada (da/dN) com o incremento do fator de intensidade de tensão ΔK (defeito propagando no *Regime B* (PII)). Os modelos supracitados podem ser modificados, levando em conta a influência de fatores diversos que afetam a vida sob fadiga, entre outros citamos: a influência da tensão média, tratamentos superficiais, comportamento de trincas curtas, contagem de ciclos no caso de oscilações randômicas, e as particularidades existentes no caso de tensões cíclicas na região afetada pela solda. A Figura 2.1 abaixo ilustra as três metodologias citadas acima, detalhes sobre estes tópicos podem ser encontrados em livros clássicos de fadiga como Shigley & Mishke, 2005, Moura Branco, 1986, Anderson et al., 2004, Suresh, 1998.

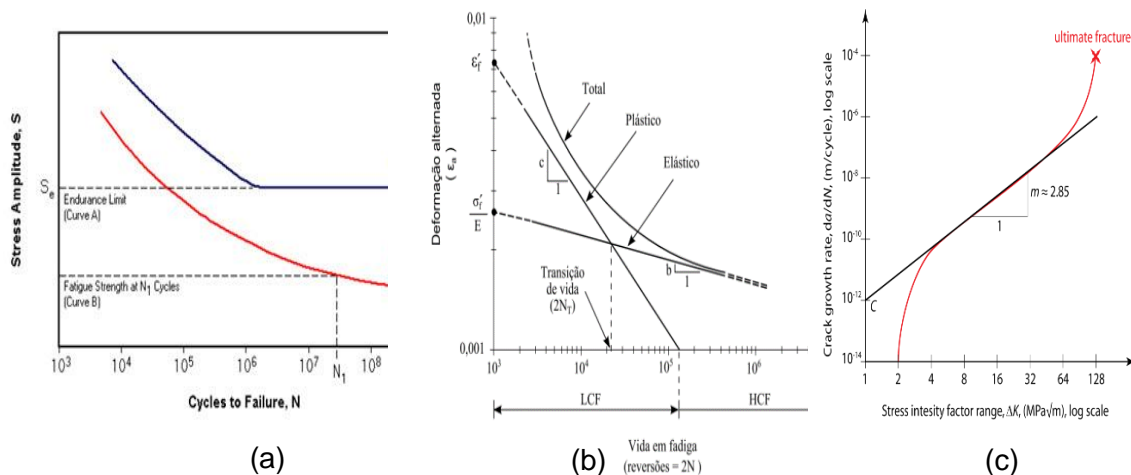


Figura 2.1 – Figuras ilustrativas referente aos critérios de fadiga clássicos: (a) Curvas Wöhler, (b) Curvas ε - N (Ximenez, 2014) (c) Critério proposto por Paris.

Outro efeito que deve ser considerado em uma análise de fadiga, está relacionado ao tipo de tensão flutuante que afeta a estrutura estudada, se só uma componente do tensor-tensão varia no tempo, diz-se que o carregamento é uniaxial, existindo ampla informação na literatura sobre o cálculo da vida sob fadiga para esta situação. Porém, no caso de mais de uma componente do tensor variar no tempo, é dito que o carregamento é multiaxial, e para medir a vida em fadiga dos componentes, os critérios utilizados até agora citados devem ser modificados.

2.1 Solicitações Multiaxiais

Um carregamento cíclico pode produzir um estado de tensões multiaxiais, nesse caso, as curvas S-N de fadiga até agora citadas devem ter seus critérios modificados. Ao trabalhar-se com tensões equivalentes, tais como Von Mises ou Tresca, é perdida a informação da orientação do plano mais solicitado. Isto é de suma importância para a eficácia dos critérios de fadiga multiaxial, devido ao dano se acumular mais em certas direções que outras. Isto leva a definição de critérios de fadiga multiaxial, classificamos estes critérios em dois tipos:

-Critérios que trabalham com invariantes das tensões ou deformações, estes critérios consistem em resolver uma equação como a demonstrada pela equação:

$$\alpha_1 \cdot \sqrt{J_2} + \beta_1 \cdot I_1 = A_1 \quad (2.1)$$

onde, J_2 representa o segundo invariante do tensor tensão e I_1 o primeiro invariante do tensor tensão. α_1 , β_1 e A_1 são constantes que dependem do material. Como exemplos deste tipo de critério se pode citar o critério de Dang Van e o critério de Crossland.

-Critérios baseados na definição de um plano crítico, neste caso o critério consiste em medir uma tensão sobre um determinado plano, que em forma genérica se pode expressar como apresentado na equação:

$$\alpha_2 \cdot \Delta\tau + \beta_2 \cdot \sigma_{n,m\acute{a}x} = A_2 \quad (2.2)$$

neste caso, $\Delta\tau$ é a variação da tensão cortante, e $\sigma_{n,m\acute{a}x}$, a tensão normal ambos em relação ao plano considerado como crítico (plano onde se localiza o dano máximo); α_2 , β_2 e A_2 são constantes do material obtidas através de ensaios de fadiga. A orientação do plano crítico pode ser definido por inspeção, ou seja, procurando onde a parte esquerda da expressão acima tem seu valor máximo. Alguns critérios, utilizam orientações pré-estabelecidas para definir o plano crítico. Critérios como o de Findley e McDiarmid também são exemplos de critérios baseados na definição de um plano crítico. Uma descrição dos critérios supracitados pode ser encontrada em Socie & Marquis, 2001.

2.2 Tensões Proporcionais e não Proporcionais:

Um aspecto importante a ser levado em conta no caso da fadiga multiaxial, consiste em determinar se o carregamento é proporcional (as tensões/deformações máximas e mínimas ocorrem no mesmo instante) ou não proporcionais, ou seja, quando as componentes das tensões e deformações diferem por uma defasagem de até 90°. Se consideramos o sólido como contínuo isotrópico, quando a fadiga é proporcional, o dano se concentra sempre em um determinado plano. Porém, nos materiais em geral a

condição mais severa geralmente será no caso de ter um histórico de fadiga não-proporcional, no qual o dano é distribuído em vários planos, isto é evidenciado pela Figura 2.2, onde as trincas crescem sob orientação variável e fragilizam a microestrutura. Os critérios de fadiga multiaxial aqui apresentados não levam em conta o fato de que alguns materiais apresentarem uma vida em fadiga menor quando o carregamento é não-proporcional. Informações sobre como a não proporcionalidade afeta a vida do componente podem ser encontradas em Skibicki, 2014.

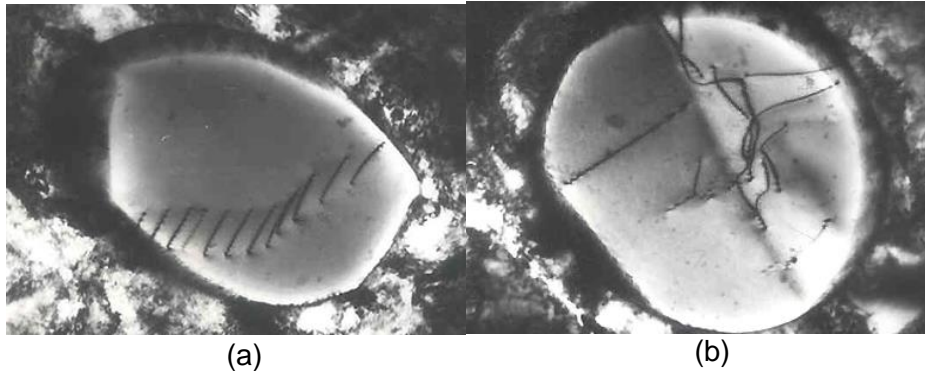


Figura 2.2 – Imagem da microscopia de um grão onde, (a) apresenta trincas bem orientadas, e (b) direita mostra estas com orientações aleatórias. (Skibicki, 2014)

Para entender este fenômeno como é destacado por Skibicki, 2014, é necessário considerar a microestrutura do material que está sendo avaliado e o grau de não-proporcionalidade do histórico de tensões. Em metais a principal razão da susceptibilidade a fadiga não-proporcional está relacionada a uma característica da microestrutura chamada de densidade de energia de empilhamento (*stack failure energy*). Esta propriedade restringe as direções possíveis em que os planos cristalinos do material podem deslizar uns sobre os outros, na Figura 2.3 se apresentam três tipos de deslizamentos típicos em metais.

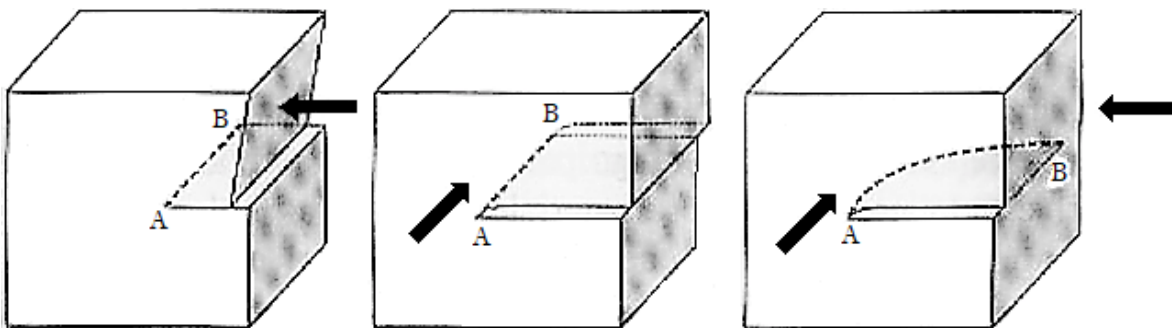


Figura 2.3 – Três possíveis direções de trincas típicas em metais. (Radaj et al., 2006)

Caso o material possua alta densidade de energia de empilhamento, diz-se que este material **não** é susceptível a fadiga não proporcional, pois este parâmetro limita as orientações possíveis de deslizamento dos planos cristalinos. Ou seja,

independentemente se o histórico de tensões seja proporcional ou não-proporcional, as orientações dos deslizamentos serão restritas. Porém, caso o material possua baixa densidade de energia de empilhamento, quando o mesmo é submetido a tensões não-proporcionais, o dano se acumulará em mais de um plano. Se os deslizamentos têm orientações aleatórias, isto acabará se traduzindo em um dano maior à microestrutura, quando comparado ao caso onde o mesmo material sofre um carregamento proporcional. Na Figura 2.4 é ilustrado este mecanismo de acúmulo de dano, onde as linhas pretas indicam a orientação dos planos de deslizamento.

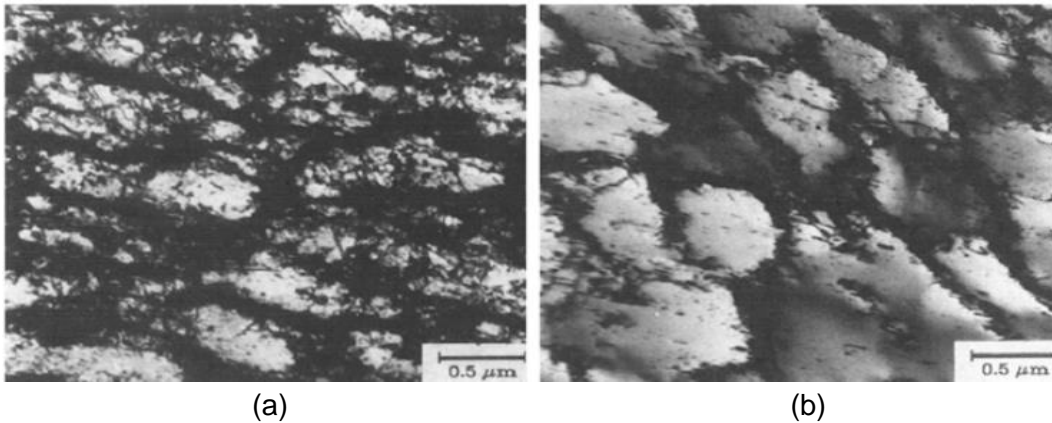


Figura 2.4 - Material susceptível a fadiga não proporcional, submetido (a) um carregamento não proporcional, (b) submetido a um carregamento proporcional. (Skibicki, 2014)

Devido à dificuldade de medir a densidade de energia de empilhamento diretamente, podemos estimar a susceptibilidade a fadiga não-proporcional em forma indireta através de parâmetros globais que se citam a seguir:

- a) Através da razão entre o limite a fadiga sob tensões cisalhantes e o limite a fadiga sob tensões normais, ambas medidas em testes uniaxiais onde:

Se $\frac{S_{\tau}}{S_{e,R=-1}} > 0,57$, é dito que o material **não** é susceptível a fadiga não proporcional.

Se $\frac{S_{\tau}}{S_{e,R=-1}} < 0,57$, é dito que o material é susceptível a fadiga não proporcional.

- b) Através de um parâmetro α , onde se mede o grau de encruamento que acontece quando o material é submetido a um carregamento não-proporcional. Para definir este parâmetro, se submete um espécime a um carregamento de tração e torsão harmônico em fase e totalmente fora de fase. Este parâmetro é calculado por:

$$\alpha = \frac{\sigma_{eq}^{np} - \sigma_{eq}^p}{\sigma_{eq}^p} = \frac{\sigma_{eq}^{np}}{\sigma_{eq}^p} - 1 \quad (2.3)$$

onde σ_{eq}^{np} é a tensão de plastificação quando aplicamos uma separação na fase das tensões atuantes de 90°. E, σ_{eq}^p quando as componentes multiaxiais estão em

fase. Valor de α próximo a zero implica que o material é pouco susceptível a fadiga não-proporcional. Já valores de α próximos à unidade indicam que o material é muito sensível a fadiga não-proporcional.

Além da susceptibilidade do material a não-proporcionalidade, é importante definir o quão não-proporcional é o carregamento aplicado. Existe um método que define um gráfico polar de tensão por cisalhamento, onde a elipse circunscrita a este carregamento define um fator (f_{np}), que varia de 0 a 1. Onde 0 é um carregamento proporcional e 1 sendo não-proporcional. Este método é ilustrado na Figura 2.5 abaixo. Existem outras formas de medir o grau de não-proporcionalidade que podem ser vistas em Lee, 2011.

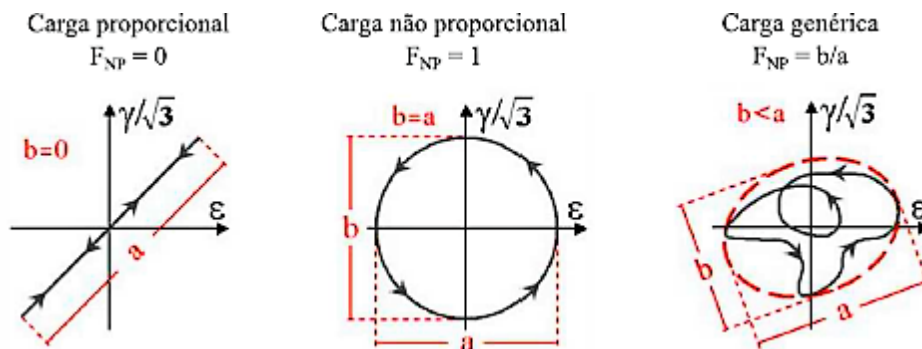


Figura 2.5 - Gráficos de deformação normal por cisalhante demonstrando o princípio de não proporcionalidade (Ximenez, 2014)

2.3 Tratamento Da Fadiga Em Regiões Soldadas

No geral existem quatro metodologias baseadas em tensão para estimar a vida de um componente ou junta soldada: A baseada em tensão nominal ou de engenharia, que é a tensão longe o suficiente do detalhe a ponto de não ser influenciada pela geometria local; a baseada em tensão *notch*, que é a tensão no entalhe em si, incluído os fatores de concentração de tensão, onde existe um raio de concordância para simular o efeito do entalhe; a baseada em tensão *hotspot* que é a tensão extrapolada no pé da solda, a fim de se remover o acréscimo não-linear de tensão próximo ao pé da solda; e o baseado em tensão geométrica ou linear-elástica local, que estima a vida baseado nos resultados obtidos diretamente de uma simulação linear elástica em elementos finitos. Os três primeiros métodos podem ser vistos extensivamente em Hobbacher, 2008, e o último, recomenda-se FKM, 2003, para obtenção das curvas S-N locais do componente. Detalhes sobre problemas de juntas soldadas podem ser encontrados, em Radaj, 2006, e Shijve, 2008. Existem várias expressões para realizar a extrapolação da tensão *hotspot* segundo Hobbacher, 2008, é apresentado neste trabalho apenas o caso de malha fina e juntas soldadas que não transmitem carga, representada segundo a equação abaixo:

(2.4)

$$\sigma_{HS} = 1.67 \cdot \sigma_{0.4t} - 0.67 \cdot \sigma_{1t}$$

onde, a tensão *hotspot* é calculada a partir do valor da tensão principal, tomada a uma distância $0.4t$ e $1t$ do pé da solda, onde t é a espessura do material. Dados para as curvas S-N respectivas podem ser encontradas no Anexo A e Hobbacher, 2008. Na Fig. 2.6 é exemplificado a tensão *hotspot* em um campo de tensões genérico próximo ao pé da solda.

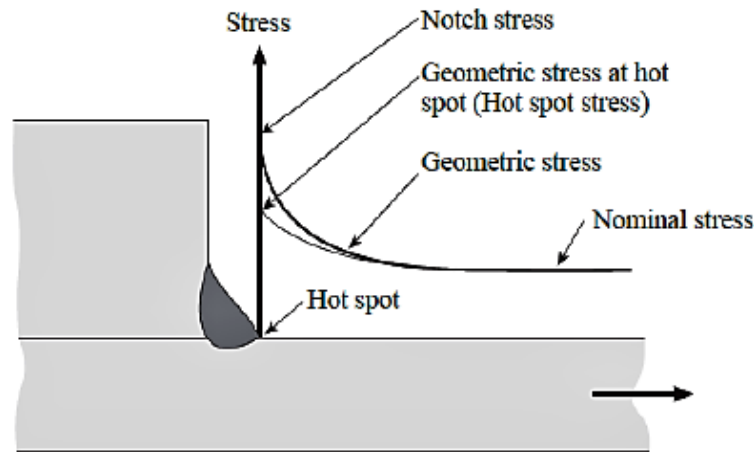


Figura 2.6 - Figura demonstrando o campo de tensões na região próximo a uma solda.

2.4 Curva S-N Local

Para obtenção da curva S-N modificada, existem diversas metodologias, a apresentada neste trabalho é a proposta por FKM, 2003, para juntas soldadas. Esta curva foi desenvolvida para tensões estruturais baseados em uma análise linear elástica sob carregamento de amplitude constante completamente reverso. Levando em conta diversos fatores modificadores, FKM, 2003, propõem que os limites de fadiga são calculados através das equações abaixo:

$$S_{e,R=-1} = \frac{\sigma_w}{225} \cdot \sigma_{FAT} \cdot f_t \cdot K_V \quad (2.5)$$

$$S_\tau = \frac{\tau_w}{145} \cdot \sigma_{FAT} \cdot f_t \cdot K_V \quad (2.6)$$

onde, $S_{e,R=-1}$ é o limite de fadiga a tensão normal para carregamento de amplitude constante completamente reverso, S_τ é o limite de fadiga a tensão cisalhante para este mesmo carregamento, σ_w e τ_w são as tensões de referência para soldas dadas por FKM, 2003, σ_{FAT} é o valor de tensão referente a 2E6 ciclos, encontrado para diversos tipos de juntas soldadas em Hobbacher, 2008, f_t é um fator de correção da espessura do componente, e K_V é um fator de correção a tratamentos superficiais. Dados encontrados para as curvas referentes ao presente trabalho se encontram no Anexo B.

3 Metodologia

3.1 Método dos Elementos Finitos Implementado em Software ANSYS:

Para realizar a simulação da operação da máquina em estudo se utilizou o software comercial de elementos finitos ANSYS. Detalhes sobre o modelo de elementos finitos criado serão apresentadas diretamente na seção 4 na descrição da aplicação.

3.2 Critérios de Fadiga Multiaxial Utilizados

Critério de Findley: O critério de Findley propõem que quando a amplitude da tensão cisalhante no plano crítico somado a uma contribuição da máxima tensão normal, que depende do material excede um valor crítico, uma trinca é nucleada. A tensão de Findley pode ser definida na equação abaixo:

$$\tau_{findley}(\theta, \phi) = \tau_a + k_f \cdot \sigma_{n,máx} \quad (3.1)$$

onde, τ_a representa a tensão flutuante de corte, e $\sigma_{n,máx}$, a tensão normal máxima; os dois valores atuando sobre um plano de orientação θ e ϕ . No Anexo C se apresentam as expressões que permitem determinar a máxima tensão normal e determinar as amplitudes da tensão cisalhante em um plano de orientação definido por θ e ϕ . k_f é um coeficiente que depende do material, para aços tem um valor no intervalo [0,2; 0,3]. A vida segundo o critério de Findley, de acordo com Ximenez, 2014, é dada segundo a equação:

$$\left(\tau_{findley}(\theta, \phi)\right)_{máx} = S_\tau \cdot \sqrt{1 + k_f^2} \cdot \left(\frac{N_{ref}}{N}\right)^m \quad (3.2)$$

onde S_τ é o limite de resistência a fadiga do material à tensão cisalhante, calculado segundo FKM, 2003, m a inclinação da curva, N_{ref} e N são, respectivamente o número de ciclos referente ao limite S_τ e o número de ciclos o qual o componente resiste.

Gaier & Dannbauer: Estes autores propuseram que, uma trinca por fadiga irá provavelmente nuclear no plano onde a amplitude da tensão equivalente de Gaier-Dannbauer (σ_{GD}) é máxima, esta tensão é calculada segundo a equação (Ximenez, 2014):

$$\sigma_{GD}(\theta, \varphi) = [1 + (1 - k) \cdot V] \cdot \sigma_{n,máx} \quad (3.3)$$

onde, k é uma constante, onde para metais dúcteis têm seu valor igual a 2,0 e 1,0 para metais frágeis. O coeficiente V depende do carregamento, sendo a maior razão entre as tensões principais máxima e mínima, e $\sigma_{n,máx}$ é a tensão normal que atua no plano $\Delta(\theta, \varphi)$. Este coeficiente V está descrito pela equação abaixo:

$$\begin{cases} V = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}; \text{ para } |\sigma_1| > |\sigma_3| \\ V = \frac{\sigma_1}{\sigma_3}; \text{ para } |\sigma_3| > |\sigma_1| \end{cases} \quad (3.4)$$

A fim de obter a vida do componente, utilizando as Eqs. 3.3 e 3.4, calcula-se o máximo e mínimo do carregamento, e a sua amplitude calculada a seguir. A vida de um espécime pode ser obtida, de acordo com Ximenez, 2014, segundo a máxima amplitude da tensão de Gaier-Dannbauer calculada, apresentada a seguir no lado direito da equação:

$$\sigma_{GD,a} = \frac{\text{máx}(\sigma_{GD}) - \text{mín}(\sigma_{GD})}{2} = S_{e,R=-1} \cdot \left(\frac{N_{ref}}{N}\right)^m \quad (3.5)$$

onde $\sigma_{GD,a}$ é a amplitude da tensão de Gaier-Dannbauer, $S_{e,R=-1}$ o limite da tensão normal para um carregamento completamente reverso, e m a inclinação da curva S-N.

Critério de Von Mises: O critério de Von Mises, como apresentado em Ximenez, 2014, propõe que a vida de um componente é dada pela equação abaixo:

$$\sigma_{VM,a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_{1,a} - \sigma_{2,a})^2 + (\sigma_{3,a} - \sigma_{2,a})^2 + (\sigma_{1,a} - \sigma_{3,a})^2} = S_{e,R=-1} \cdot \left(\frac{N_{ref}}{N}\right)^m \quad (3.6)$$

onde $\sigma_{123,a}$ são as amplitudes das tensões principais, e $\sigma_{VM,a}$ é a amplitude da tensão de Von Mises. Vale notar que, este critério não leva em conta a orientação do carregamento (em fadiga multiaxial o dano máximo se concentra em um plano), já que o seu valor não depende de uma orientação definida como os dois anteriores.

4 Aplicação: Fadiga num separador de grãos

4.1 Descrição do Equipamento e da Falha Acontecida.

A máquina de pré limpeza de grãos em estudo, chamada HE-500, fabricada pela empresa TMSA, têm capacidade nominal de separação de 500 ton/h de soja, uma máquina similar, pode ser vista montada na Figura 4.1.a. Ela funciona através do movimento de um volante de contrapeso acoplado a uma carcaça suspensa.

Foi observado que 5 componentes apresentaram fissuras por fadiga na mesma junta soldada (Figura 4.1.b). Os equipamentos foram testados em condições normais de trabalho durante 100.000 ciclos, sem se produzir nenhum problema nos componentes. Posteriormente o equipamento só foi inspecionado após um histórico de 3 a 10E6 ciclos de funcionamento normal e no máximo 400 acionamentos. Nesta segunda inspeção, a fissura no componente foi observada. Para avaliar a quantidade de ciclos de trabalho do equipamento, sabe-se que o carregamento tem uma frequência de 250 rpm (4,17 Hz), e que o equipamento trabalha durante 10 h/dia, trabalhando entre 22 e 66 dias úteis.

Do anterior, se conclui que a evidência experimental em 5 componentes mostra que a vida do componente sob operação regular se situa no intervalo entre 1E5 e 3 a 10E6

ciclos. Lamentavelmente, não se possui informações adicionais que possam ser inferidas das evidências experimentais disponíveis.

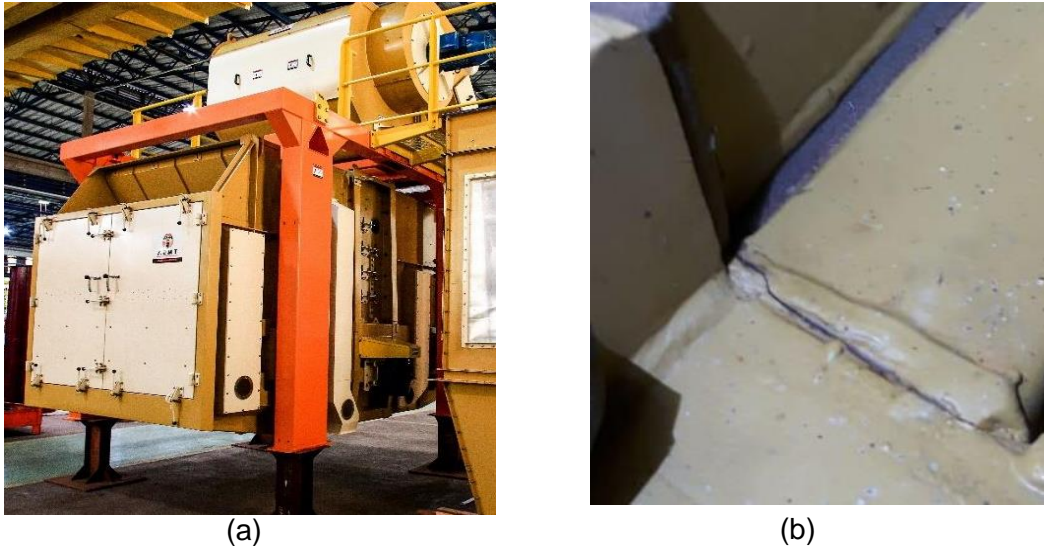


Figura 4.1 – Fotos ilustrando (a) uma máquina de pré limpeza produzida pela TMSA e (b) o componente trincado após um determinado número de ciclos em operação.

4.2 Modelo em Elementos Finitos:

O modelo numérico foi elaborado conforme demonstrado na Figura 4.2.b, a partir dos desenhos CAD do projeto, sobre dito projeto foram retirados componentes não estruturais, e foram utilizados elementos de casca para representar os componentes. A rigidez adicional que o cordão de solda pode adicionar no modelo não foi considerada. As uniões parafusadas foram representadas com elementos de viga rígidos. Raios de concordância do desenho foram desconsiderados a fim de melhorar a malha longe do detalhe em estudo. Devido à complexidade de estimar o carregamento apenas no componente, é necessário realizar uma análise no equipamento em estudo inteiro.

O material dos componentes é considerado como aço SAE 1020 ($E = 210 \text{ GPa}$, $\rho = 7.850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\nu = 0,30$). A excitação consiste numa carga rotativa, representada por uma força harmônica equivalente (Figura 4.2.a), com amplitude de 127 kN com uma frequência de 250 rpm no plano de topo da máquina, sendo aplicada nos mancais do volante rotativo nas direções x e z conforme Figura 4.3.a. O modelo em elementos finitos criado é composto por 177.279 nós e 185.854 elementos de casca de 8 nós com 6 graus de liberdade e 1.059 elementos de viga rígidos de 2 nós. A máquina é fixa por 4 cabos de aço, representado por 4 elementos de mola de 2 nós com rigidez igual a $55 \frac{\text{kN}}{\text{mm}}$, onde a rigidez foi calibrada através da comparação entre a amplitude de oscilação medida em campo e a da simulação. Para maiores informações referentes a formulação dos

elementos, recomenda-se ANSYS, 1999. A discretização do componente na região em estudo pode ser vista na Figura 4.3.b.

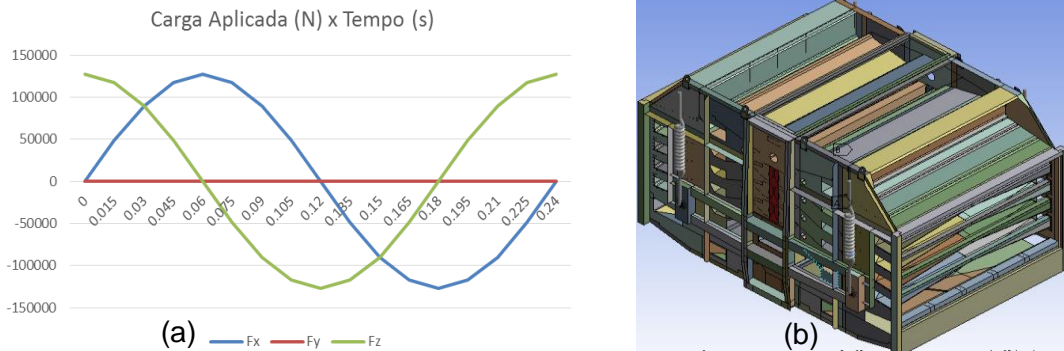


Figura 4.2 – Figuras ilustrando (a) a carga aplicada pelo volante de contra-peso e (b) o modelo da máquina de pré-limpeza em elementos finitos.

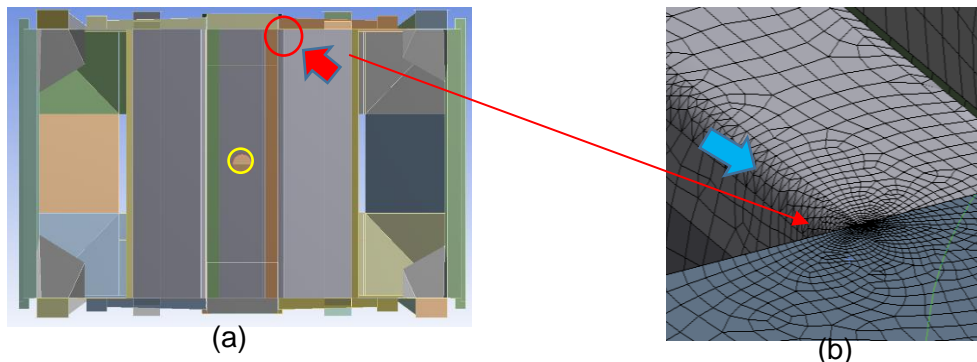


Figura 4.3 – Imagens do modelo de elementos finitos onde (a) o corte no plano de topo indica onde atua a força pelo círculo amarelo e (b) a malha local em estudo do componente que falhou onde sua posição está indicada pelo círculo em vermelho na figura a esquerda. A seta azul indica a orientação do observador apresentado na Fig. 4.5 b.

Com base na análise de convergência, realizada no ponto crítico do modelo em elementos finitos, foi escolhido uma densidade de malha local (definido neste trabalho como número de elementos na aresta que contém a região crítica) igual a 32 apresentado na Figura 4.4 abaixo. Mostra-se que para as densidades avaliadas, a malha converge.

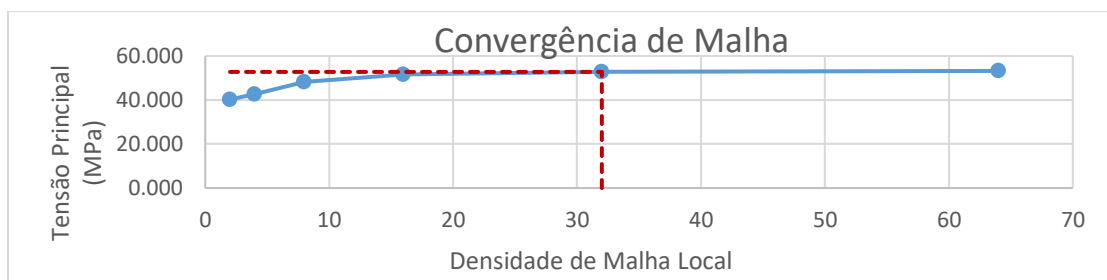


Figura 4.4 - Convergência de malha no ponto crítico.

4.3 Resultados

Primeiramente foi realizada uma análise modal, a fim de confirmar que nenhuma das frequências naturais da máquina está próxima a frequência de operação (4,17 Hz), os

resultados são apresentados no Apêndice E, e demonstram que a menor frequência fundamental de vibração do componente foi de $7,877 \text{ Hz}$. A variação dos componentes do tensor-tensão no ponto crítico é apresentada na Figura 4.5.a. A Figura 4.5.b apresenta o mapa da tensão principal na região crítica do componente que apresentou a falha. A hipótese de carregamento de amplitude constante é somente válida para o período da máquina em funcionamento regular, e não durante seu acionamento e/ou desligamento. A diferença de fase entre a máxima normal e as suas respectivas cortantes no ponto crítico é de 35° e 40° , o qual justificaria estudar caso este problema seria influenciado pela não-proporcionalidade do carregamento. Os valores que definem as tensões no ponto crítico podem ser vistos no Apêndice D. O valor do fator de não proporcionalidade (f_{np}), calculado como visto na Figura 2.5, é de 0,038 para o carregamento em estudo. Para o cálculo do critério *hotspot* apresentado no presente trabalho, se utilizou o *path* descrito pela linha preta da Figura 4.5.b, onde os valores de extrapolação se encontram no Apêndice G. Foi obtido o carregamento para todos os nós da região crítica diretamente da análise linear elástica feita pelo ANSYS, a fim de obter o nó (ou ponto) crítico dos 225 pontos testados, onde o respectivo carregamento no ponto crítico é apresentado na Figura 4.5.a e seus valores tabelados no Apêndice D.

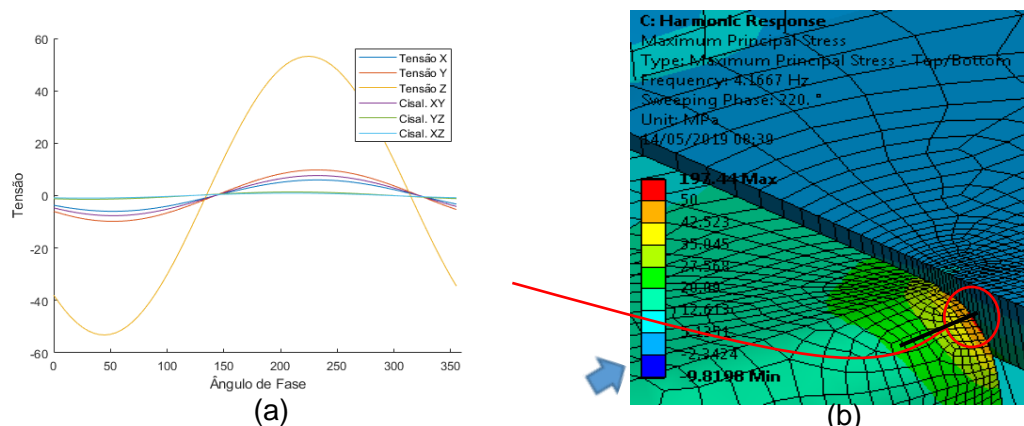


Figura 4.5 – Figuras demonstrando o a) carregamento em função do ângulo de fase e a b) máxima tensão principal na região crítica do componente. Seta azul indica orientação segundo Fig. 4.5.b.

Critérios Baseados em Plano Crítico

Conforme visto anteriormente, na região crítica encontram-se as maiores tensões. Para esta região foi examinado o carregamento linear elástico local para cada nó, a fim de encontrar o nó com a maior tensão conforme os critérios vistos na seção 3. Para cada nó, é verificada as tensões de Findley e Gaier-Dannbauer em cada plano definido por ϕ e θ , variando de 0° a 180° . Como podemos gerar um mapa tridimensional para cada critério baseado em plano crítico, na Figura 4.6 abaixo, podemos observar como o ângulo ϕ varia

para $\theta = 155^\circ$, e θ varia para $\phi = 120^\circ$ segundo o critério de Findley para o ponto que obteve menor vida. Gráficos similares podem ser obtidos para o critério de Gaier-Dannbauer. A figura tridimensional completa é fornecida no Apêndice F.

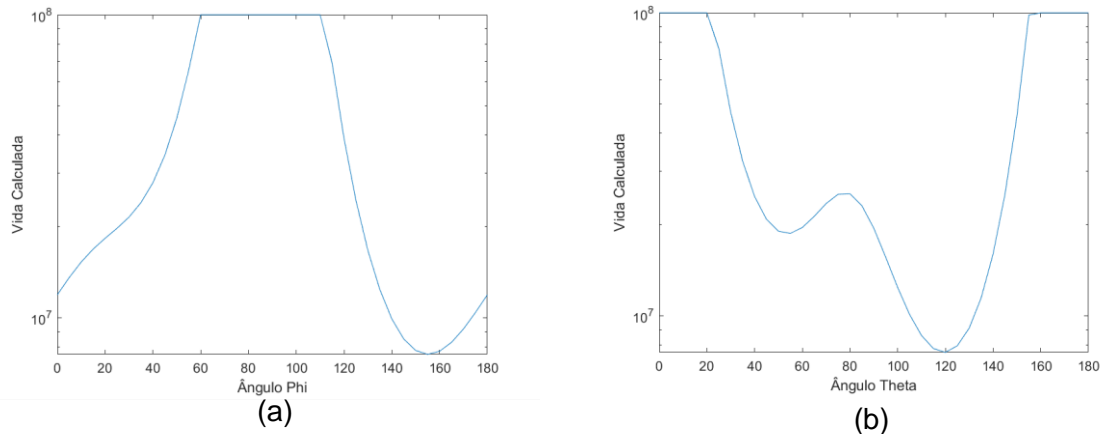


Figura 4.6- Gráfico da vida em função de a) Phi (para Theta = 120°) e b) Theta (Phi=155°)
Cálculo da Vida do Componente

Como podemos ver na Tabela 4.1 abaixo, a vida é calculada para o critério *hotspot* segundo o Anexo A, e os critérios multiaxiais utilizando os valores obtidos apresentados no Anexo B segundo a metodologia para modificação das curvas S-N locais segundo FKM, 2003, e limites de fadiga multiaxial apresentados na metodologia.

Tabela 4.1 - Resultados dos Critérios Aplicados no Modelo do Componente

Critério	Tensão	N
Varição da Tensão Hotspot	$\sigma_{HS,a} = 50,14 \text{ MPa}$	1.983.293
Tensão de Findley	$\tau_{findley} = 35,32 \text{ MPa}$	8.794.185
Amplitude da Tensão de Gaier-Dannbauer	$\sigma_{GD,a} = 54,58 \text{ MPa}$	1.076.244
Amplitude da tensão de Von Mises	$\sigma_{VM,a} = 22,45 \text{ MPa}$	15.465.451

5 Discussão dos Resultados

Ao levar em consideração os acionamentos e desligamentos, onde existem picos de tensão até 50% superiores aos quando a máquina opera normalmente, é observado que o dano adicional é desprezível. Devido ao baixo número destas operações por dia (2 a 6 em média), o dano adicional destas operações incrementa o dano em 0,01%. O que confirma a hipótese de que, apenas trabalhar com o carregamento de amplitude constante representa uma hipótese de trabalho correta.

Os valores encontrados para as curvas S-N do material (Anexo B) demonstram que a relação dada pela Eq. 2.1 vista na fundamentação teórica é igual a 0,624, ou seja, o material não é suscetível a não-proporcionalidade. No entanto, o carregamento na região

crítica do componente varia de proporcional até altamente não-proporcional, sendo o seu fator de não-proporcionalidade (f_{np}) igual a 0,038 no ponto crítico em estudo. O baixo fator de não-proporcionalidade, apesar de uma alta defasagem (35°), se dá devido à baixa amplitude das tensões cisalhantes.

O critério de Von Mises apresentou os piores resultados, o que era esperado por ser o único critério que não leva em conta a direcionalidade do carregamento na fadiga multiaxial. Os dois critérios baseados em plano crítico preveem corretamente a vida em fadiga do material, porém deve se distinguir o critério de Findley do critério de Gaier-Dannbauer devido ao mecanismo de falha previsto. Findley prevê que o carregamento que irá nuclear uma trinca em (N) ocorrerá sob ação principal da tensão cortante no plano crítico, já Gaier-Dannbauer prevê que a ação da tensão normal no plano crítico será a responsável pela nucleação da trinca. No geral, espera-se que Findley para aços encontre resultados mais conservadores, devido ao mecanismo ser o previsto para metais dúcteis (nucleamento por cisalhamento), no entanto a vida calculada é maior que a do critério de Gaier-Dannbauer. Isto pode ser explicado devido a relativamente baixa amplitude das tensões cisalhantes (inferiores a 15% da tensão máxima) e baixa não-proporcionalidade do carregamento, além de, o material não ser susceptível a fadiga não-proporcional.

Fontes de incerteza se apresentam: o modelo em elementos finitos referente a junta soldada, tendo sido considerada como uma união perfeita sem rigidez no presente trabalho, podendo apresentar incertezas locais no modelo em elementos finitos que afetaria diretamente a vida obtida; o modelo em elementos finitos em si, que foi apenas validado pela amplitude de deslocamento; as aproximações referentes as curvas S-N e valores aproximados para os critérios multiaxiais baseados na literatura disponível.

6 Conclusões

No presente trabalho se realizou o estudo de um separador de grãos, verificando sua vida em fadiga empregando critérios de fadiga multiaxial. Três critérios de fadiga multiaxial e um critério uniaxial são avaliados, e cuidado especial na forma na qual as tensões são avaliadas na proximidade da solda são utilizados referente a cada método. Os resultados obtidos são comparados com o intervalo de vida verificada nos equipamentos que apresentaram falha em campo. No decorrer do trabalho foi possível concluir que:

- O material não é susceptível à fadiga não-proporcional ($S_t/S_{e,R=-1} = 0,624$).
- O carregamento apresenta leve ou baixa não-proporcionalidade ($f_{np} = 0,038$) no ponto crítico, apesar de uma defasagem considerável (35°) entre a tensão máxima e suas cortantes, devido à baixa amplitude das respectivas tensões cisalhantes.

- O carregamento estudado pode ser aproximado como amplitude constante.
- O critério de Von Mises obteve os piores resultados, isto é explicado pelo fato de o critério não levar em conta a direcionalidade do carregamento.
- O critério de Gaier-Dannbauer obteve resultado similar ao método *hotspot*, devido à baixa não-proporcionalidade do carregamento, e relativamente baixas tensões normais nas direções perpendiculares a principal e respectivas cisalhantes.
- O critério de Findley obteve resultados superiores ao de Gaier-Dannbauer, apesar de se esperar que seja mais conservador a ele, devido a baixa amplitude das tensões cisalhantes comparadas as tensões normais.
- Os critérios *hotspot*, Findley e Gaier-Dannbauer preveem corretamente a vida do componente dentro do intervalo observado pela máquina em funcionamento.

7 Referências Bibliográficas

Anderson, T.L., **“Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications”**, *Taylor & Francis*, 3rd Ed., 2005.

ANSYS, **“ANSYS Theory Reference”**, *ANSYS Inc.*, 11th Ed., 1999.

Hobbacher, A, **“IIW-Welded Design Recommendations for Fatigue”**, *IIW*, 2008.

FKM, **“Analytical Strength Assessment”**, *VDMA-Verlag*, 2003.

Lee, Y., **“Metal Fatigue Analysis Handbook”**, *Elsevier*, 1st Ed., 2011.

Moura Branco, C., et al. **“Fadiga de Estruturas Soldadas”**, *Gulbenkian*, 1986.

Radaj, D., Sonsino, C.M., Fricke, W., **“Fatigue Assessment of Welded Joints by Local Approaches”**, *Woodhead*, 2006.

Shigley, J.E; Mishke, C.R.; **“Projeto de Engenharia Mecânica”**, *Bookman*, 7^a edição, 2005.

Shijve, J, **“Fatigue of Structures and Materials”**, *Springer*, 2008.

Skibicki, D., **“Phenomena and Computational Models of Non-Proportional Fatigue of Materials”**, *Springer*, 2014.

Socie, D. & Marquis, G., **“Multiaxial Fatigue”**, *SAE*, 2001.

Stephens, R., et al., **“Metal Fatigue in Engineering”**, *John Wiley Inc.*, 2nd Ed., 2001.

Suresh, S., **“Fatigue of Materials”**, *Cambridge University Press*, 2nd Ed., 1998.

Ximenez, B., **“Metodologia Moderna para Análise de Fadiga Baseada em Elementos Finitos de Componentes Sujeitos a Fadiga Uni e Multiaxial”**, *USP*, dissertação de mestrado, 2014.

Anexo A – Dados Referente ao Critério Hotspot

Tabela A.1 - Dados referente a Curva S-N para Critério Hotspot

Propriedade	Valor	Referência
Amplitude da Tensão Hotspot	$S_{e,R=-1} = 50$	Hobbacher, 2008
	$m = 3$	
	$N_{ref} = 2E6$	

Onde a vida N é dada segundo critério *hotspot* através da Eq. A.1 abaixo.

$$N = N_{ref} \cdot \left(\frac{S_{e,R=-1}}{\sigma_{HS,a}} \right)^m \quad (A.1)$$

Anexo B – Dados de Curva S-N

Tabela B.1 - Dados das Curva S-N locais

Propriedade	Valor	Referência
Parâmetros para Cálculo segundo metodologia FKM	$\sigma_{FAT} = 80 \text{ MPa}$	Hobbacher, 2008
	$f_t = 1$	FKM, 2003
	$K_V = 1$	
	$\sigma_w = 92 \text{ MPa}$	
	$\tau_w = 37 \text{ MPa}$	
Limite a Fadiga sob Tensão Normal	$S_{e,R=-1} = 32,71$	FKM, 2003
	$m = 3$	
	$N_{ref} = 5E6$	
Limite a Fadiga sob Tensão Cisalhante	$S_\tau = 20,41$	FKM, 2003
	$m = 5$	
	$N_{ref} = 1E8$	
k_f	0,258	Ximenez, 2014

Anexo C – Método do Máximo Envelope Retangular Circunscrito

O método do máximo envelope retangular define a máxima amplitude da tensão cisalhante em um plano Δ com orientação ϕ e θ . Na figura C.1 abaixo podemos observar um carregamento em um determinado plano Δ . E na figura C.2 observamos uma ilustração dos semi-lados do retângulo circunscrito ao carregamento.

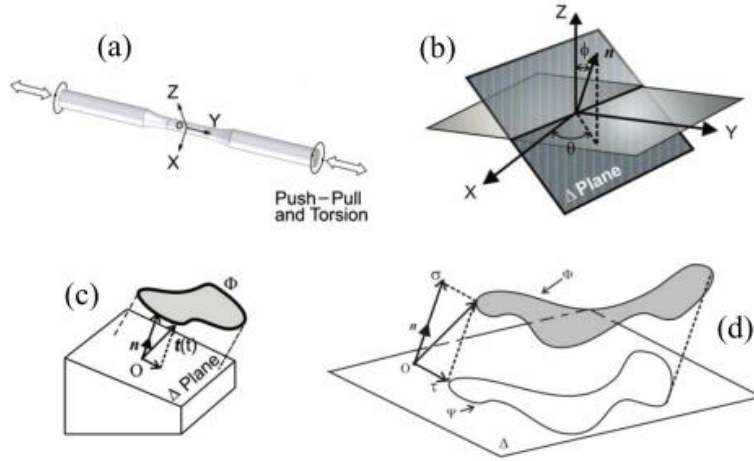


Figura C.1 – Figuras onde (a) um componente sob carregamento multiaxial onde (b) um plano de corte Δ , cujo (c) caminho descrito pelo histórico de tensões. E a sua (d) projeção do tensor-tensão num plano Δ para um período de um ciclo de carregamento gerando uma curva fechada. Fonte: Ximenes, 2014.

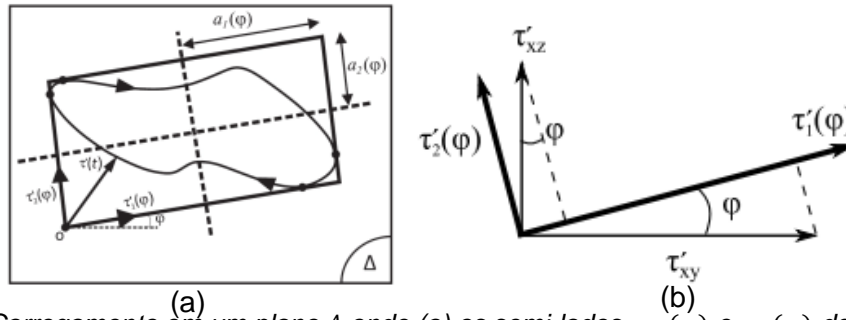


Figura C.2 – Carregamento em um plano Δ onde (a) os semi-lados $a_1(\varphi)$ e $a_2(\varphi)$ de um envelope retangular com orientação definida pelo ângulo φ que tangencia o caminho das tensões de corte sobre o plano material Δ . onde (b) representa a transformação das coordenadas em função de φ .

Os semi-lados do envelope com orientação φ no plano $\Delta(\varphi, \theta)$, são calculados pelo sistema de equações descrito pela Eq. C.1 utilizando os parâmetros intermediários descritos pelo sistema de equações descrito em C.2.

$$\begin{cases} \tau'_1(t, \varphi) = \tau'_{xy}(t) \cdot \cos(\varphi) + \tau'_{xz}(t) \cdot \sin(\varphi) \\ \tau'_2(t, \varphi) = \tau'_{xz}(t) \cdot \cos(\varphi) - \tau'_{xy}(t) \cdot \sin(\varphi) \end{cases} \quad (C.1)$$

$$\begin{cases} a(\varphi) = \frac{1}{2} \{ \max_t(\tau'_1(\varphi, t)) - \min_t(\tau'_1(\varphi, t)) \} \\ b(\varphi) = \frac{1}{2} \{ \max_t(\tau'_2(\varphi, t)) - \min_t(\tau'_2(\varphi, t)) \} \end{cases} \quad (C.2)$$

Onde τ'_1 e τ'_2 são os semi-lados do envelope, φ é o ângulo descrito entre os semi-lados do envelope retangular e as componentes τ'_{xy} e τ'_{xz} , que são as tensões cisalhantes referentes à respectivamente, aos planos XY' e XZ' do tensor-tensão, rotacionado referente ao tensor original por φ e θ . a e b são parâmetros intermediários que serão utilizados a seguir.

Para se obter a máxima amplitude da tensão cisalhante no plano em estudo utilizando o

método do envelope retangular, é utilizado a Eq. C.3 e a máxima tensão normal a este plano é descrita pela Eq. C.4. Através de um algoritmo é possível buscar os valores de θ e ϕ que maximizam o dano gerado pelas tensões calculadas abaixo, este plano de maior dano é chamado de plano crítico.

$$\tau_a = \{\sqrt{a^2(\varphi) + b^2(\varphi)}\} \quad (C.3)$$

$$\sigma_{n,máx} = \{\sigma'_x(t)\} \quad (C.4)$$

Apêndice D – Carregamento Tensorial de Amplitude Constante

Tabela D.1 - Carregamento no Ponto Crítico

Tensão	Tensão Média	Amplitude da Tensão	Pico
σ_x	0 MPa	6,9098 MPa	235°
σ_y	0 MPa	9,2805 MPa	235°
σ_z	0 MPa	54,5824 MPa	230°
τ_{xy}	0 MPa	7,9988 MPa	235°
τ_{yz}	0 MPa	1,9364 MPa	200°
τ_{xz}	0 MPa	1,5275 MPa	195°

Apêndice E – Primeiras Frequências Naturais

Tabela E.1 - Primeiras Frequências Naturais

Modo	Freq. (Hz)	Modo	Freq. (Hz)
1	7,877	4	7,9042
2	7,8836	5	7,922
3	7,8901	6	7,9466

Apêndice F – Imagem Tridimensional da Vida baseada no Critério de Findley em Função de Phi e Theta

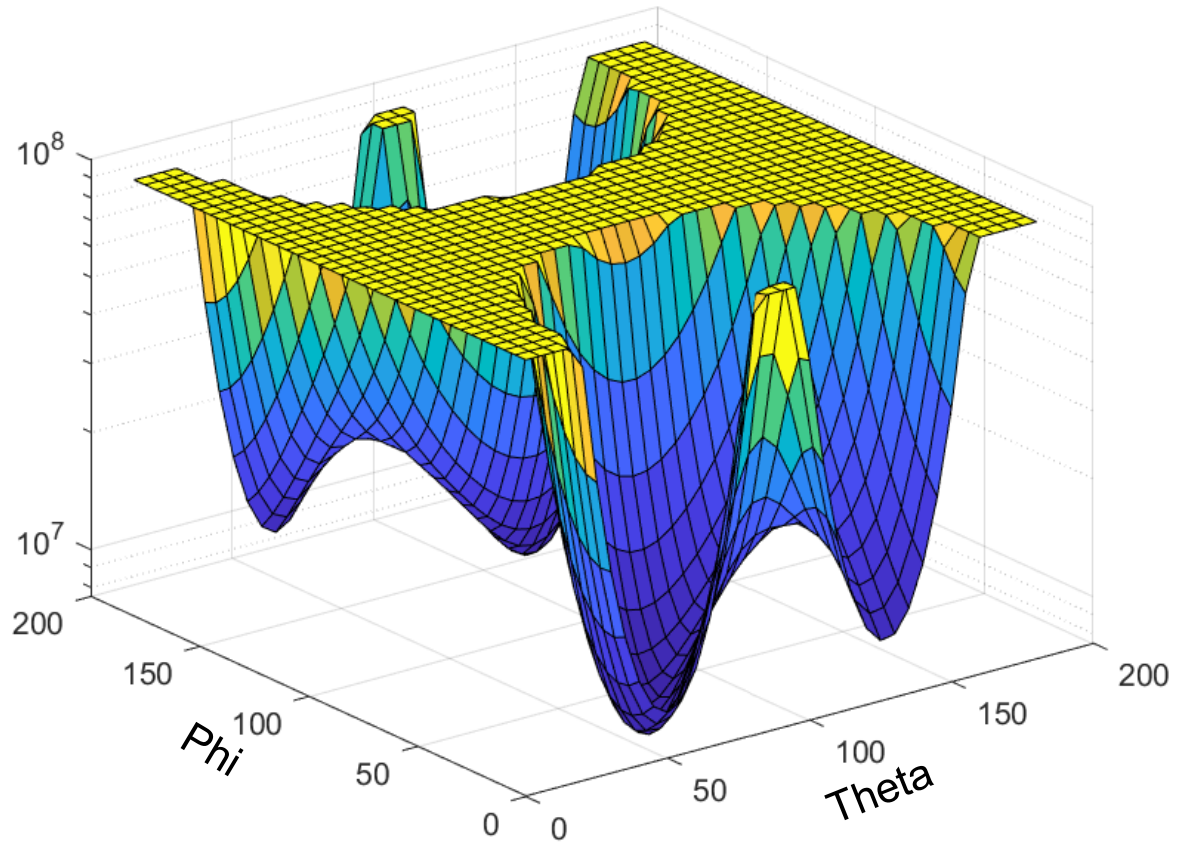


Figura F.1 - Imagem Tridimensional da Vida em Função de Phi e Theta

Apêndice G – Path Utilizado para Obtenção da Tensão Hotspot

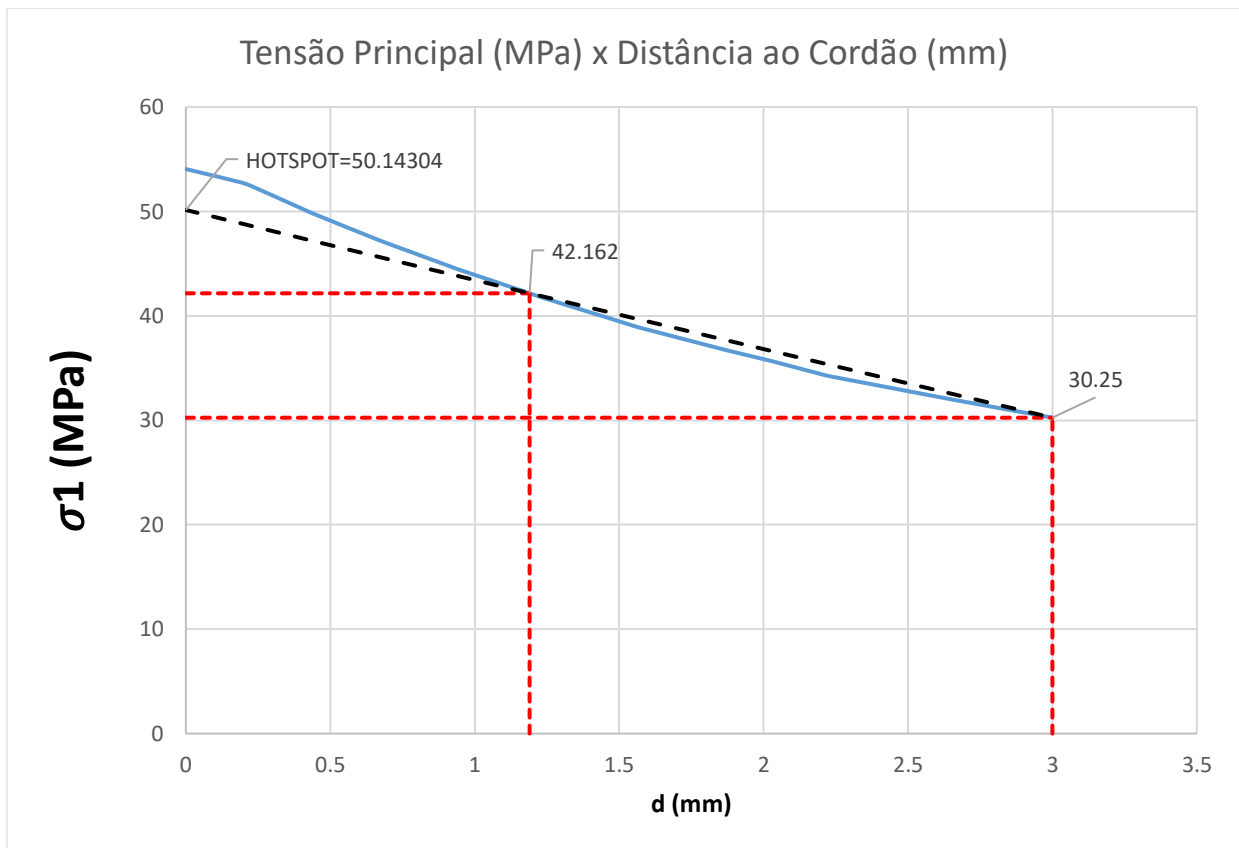


Figura G.1 - Path utilizado para extrapolação das tensões máximas hotspot e nominal. A tensão hotspot, visto pela linha tracejada preta, é extrapolada em relação ao carregamento original em azul.