

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Análise Numérica da Ação do Vento sobre Pontes com Sistemas
de Controle de Vibrações**

Lúcia Armiliato Sangalli

Porto Alegre
2019

LÚCIA ARMILIATO SANGALLI

**ANÁLISE NUMÉRICA DA AÇÃO DO VENTO SOBRE
PONTES COM SISTEMAS DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

Porto Alegre
2019

CIP - Catalogação na Publicação

Sangalli, Lúcia Armiliato
Análise Numérica da Ação do Vento sobre Pontes com
Sistemas de Controle de Vibrações / Lúcia Armiliato
Sangalli. -- 2019.
165 f.
Orientador: Alexandre Luis Braun.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre,
BR-RS, 2019.

1. Interação fluido-estrutura. 2. Método dos
Elementos Finitos. 3. Controle de vibrações. 4.
Aeroelasticidade. 5. Pontes suspensas de grandes vãos.
I. Braun, Alexandre Luis, orient. II. Título.

LÚCIA ARMILIATO SANGALLI

**ANÁLISE NUMÉRICA DA AÇÃO DO VENTO SOBRE
PONTES COM SISTEMAS DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 30 de maio de 2019

Prof. Alexandre Luis Braun
D. Sc. pelo PPGEC/UFRGS
Orientador

Prof. Nilo Cesar Consoli
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Acir Mércio Loredou-Souza (LAC/UFRGS)
Ph.D. pela University of Western Ontario, Canadá

Prof. Álvaro Luiz de Bortoli (PPGMAp/UFRGS)
D.Sc. pelo POSMEC/UFSC

Prof. Marcelo Maia Rocha(LAC/UFRGS)
Dr. Techn., pela Universität Innsbruck, Áustria

Aos meus amados pais,
Alvares e Salete.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Alexandre Braun, orientador desta dissertação, pela disponibilidade e paciência em transmitir seu conhecimento e pela inestimável contribuição no desenvolvimento desse trabalho.

Aos meus pais e à minha irmãzinha Laura que, apesar da distância, nunca estiveram tão próximos, pelos conselhos e pelo apoio incondicional, comemorando à cada pequena vitória e sempre buscando mostrar o lado positivo das coisas.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo financiamento que viabilizou a minha integral dedicação para a realização desta pesquisa.

Ao Centro Nacional de Supercomputação (CESUP/UFRGS), ao Centro Nacional de Supercomputação de Alto Desempenho em São Paulo (CENAPAD-SP) e ao Núcleo Avançado de Computação de Alto Desempenho (NACAD) da COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), pelo suporte e pela disponibilização de suas estruturas computacionais, sem as quais seria inviável a realização deste trabalho.

Aos colegas do CEMACOM, sempre dispostos em oferecer auxílio, pelos animados almoços no RU e por tornar a rotina mais leve. Em especial ao Marcelo, pela parceria no desenvolvimento do código em Fortran.

Aos novos amigos, de todos os cantos desse país, que o PPGEC me apresentou. Aos companheiros de viagens de baixo custo, Monique, Samuel e Quevedo, pelos perrengues e pelas risadas. Aos velhos amigos, sobretudo os membros do “Patati”, com quem sempre posso contar.

À Camila, pela amizade construída ao longo dessa jornada, tendo acompanhado de perto todo o processo, com direito a muitos “risos de nervoso” quando nada parecia dar certo, mas também comemorando a cada pequeno progresso.

À Bruna e a Naiara, por estes dois anos de boa convivência. Foi um prazer dividir essa caminhada com vocês, desde as noites de estudo, a rotina diária e os bons momentos vividos no apartamento 23.

Por fim, à Deus, por guiar meus passos e me permitir concluir esta etapa tão desafiadora.

Isso de querer
ser exatamente aquilo
que a gente é
ainda vai
nos levar além

Paulo Leminski

RESUMO

SANGALLI, L. A. **Análise Numérica da Ação do Vento sobre Pontes com Sistemas de Controle de Vibrações**. 2019. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Neste trabalho, propõe-se uma formulação numérica de interação fluido estrutura, baseada no Método dos Elementos Finitos, para análise da ação do vento sobre estruturas ativamente controladas, em especial pontes suspensas de grande vão. Neste contexto, apêndices aerodinâmicos são acoplados à estrutura, e se movimentam de forma livre, em função do escoamento, ou controlada usando princípios da teoria de controle linear algébrico de Riccati, a fim de reduzir ou até mesmo eliminar instabilidades dinâmicas de origem aeroelástica. Propõe-se uma formulação numérica explícita baseada no esquema Taylor-Galerkin de dois passos, usando elementos finitos hexaédricos trilineares com integração reduzida. O sistema de equações fundamentais do escoamento é formado pelas equações de Navier-Stokes e pela equação de balanço de massa, assumindo-se a hipótese de pseudo-compressibilidade, onde a turbulência é tratada empregando-se a Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*) em conjunto com o modelo sub-malha clássico de Smagorinsky. No que diz respeito à interação fluido-estrutura emprega-se um modelo de acoplamento particionado, onde a estrutura é considerada a partir da abordagem de corpo rígido, e para descrição cinemática na região próxima à estrutura adota-se uma formulação Arbitrária Langrangiana-Euleriana (ALE). Para a solução da equação matricial de Riccati e obtenção da matriz de ganho, propõe-se um modelo iterativo usando o método de Newton-Raphson. A verificação e a validação do modelo numérico proposto, são realizadas a partir da análise dos problemas de *lock-in* em cilindro, divergência torcional em prisma de seção retangular e análise de *flutter* na ponte Great Belt East, nesse último diferentes seções transversais e frequências de apêndices são investigados, a fim de estudar a influência dos apêndices na redução de deslocamentos e supressão de fenômenos de instabilidade aeroelástica.

Palavras-chave: *interação fluido-estrutura; Método dos Elementos Finitos; pontes suspensas de grandes vãos; controle de flutter; apêndices aerodinâmicos.*

ABSTRACT

SANGALLI, L. A. **Análise Numérica da Ação do Vento sobre Pontes com Sistemas de Controle de Vibrações.** 2019. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

In the present work, a finite element formulation for fluid structure interaction is proposed and applied to actively controlled structures subject to wind action, especially large-span bridges. In this context, aerodynamic appendices are attached to the structure in order to reduce or even eliminate dynamic instabilities of aeroelastic origin, which are free to move as function of flow incidence or actively controlled using principles of linear control theory. A numerical formulation based on the explicit two-step Taylor-Galerkin scheme is adopted using trilinear finite elements with reduced integration. The system of flow fundamental equations is constituted by the Navier-Stokes equations and the mass balance equation, where the pseudo-compressibility hypothesis and arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) formulation are considered. Turbulence is analyzed using Large Scale Simulation (LES - Large Eddy Simulation) in conjunction with the Smagorinsky's sub-grid scale model. For fluid-structure interactions, a partitioned coupling model is utilized, where the rigid body approach is considered for kinematic description of the structure. For the solution of the matrix Riccati's equation to obtain the gain matrix, an iterative scheme based on the Newton-Raphson method is proposed. Verification and validation of the proposed numerical model are performed by analyzing the lock-in problem in a circular cylinder, torsional divergence in a rectangular prism and flutter analysis in the Great Belt East bridge. Appendices with different cross-sections and frequencies are employed in order to evaluate its influence on displacement reduction and suppression of aeroelastic instability phenomena.

Key-words: *fluid-structure interaction; Finite Element Method; long-span suspended bridges; flutter control; aerodynamic appendages.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL.....	23
1.1.1 Engenharia do Vento Computacional	24
1.2 PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA	25
1.3 TEORIA DE CONTROLE	26
1.4 MOTIVAÇÃO	27
1.5 OBJETIVO E METODOLOGIA.....	28
1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	29
2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	31
2.1 EQUACÕES FUNDAMENTAIS DA DINÂMICA DOS FLUIDOS	31
2.1.1 Equações de Navier-Stokes.....	31
2.1.2 Conservação de Massa	32
2.1.3 Análise de Escoamentos Turbulentos	33
2.1.4 Descrição Arbitrária Lagrangiana-Euleriana.....	34
2.1.5 Condições iniciais e de Contorno.....	36
2.2 DINÂMICA DOS CORPOS RÍGIDOS	36
3 MODELO NUMÉRICO	42
3.1 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL	42
3.2 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL	44
3.3 ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA.....	49
3.3.1 Compatibilidade Cinemática	50
3.3.2 Condição de Equilíbrio	52
3.3.3 Formulação do Acoplamento	53
3.3.4 Método de Newmark.....	57
3.3.5 Esquema de Movimento de Malha.....	58
4 TEORIA DE CONTROLE.....	61
4.1 EQUACÕES DE ESTADO DO SISTEMA	62

4.2 CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE.....	63
4.3 CONTROLE LINEAR ÓTIMO.....	64
4.3.1 Equação Diferencial de Riccati.....	66
4.3.2 Algoritmo para obtenção da Matriz de Riccati.....	67
4.4 CONTROLE ÓTIMO INSTANTÂNEO.....	69
4.5 CONTROLE POR ALOCAÇÃO DE POLOS.....	69
4.6 TEMPO DE RETARDO.....	70
4.7 ALGORITMO PARA A ANÁLISE DE INTERAÇÃO FLUIDO- ESTRUTURA COM CONTROLE.....	71
5 APLICAÇÕES.....	74
5.1 ESCOAMENTO SOBRE UM CILINDRO.....	76
5.2 ESCOAMENTO SOBRE UM PRISMA DE SEÇÃO RETANGULAR.....	85
5.3 TESTES PRELIMINARES DA ROTINA DE CONTROLE.....	93
5.4 CONTROLE DE VIBRAÇÕES DE CILINDRO SOB EFEITO DE LOCKIN.....	100
5.5 CONTROLE DE VIBRAÇÕES DE PRISMA RETANGULAR DOTADO DE APÊNDICES ATIVAMENTE CONTROLADOS.....	105
5.5.1 Resposta do prisma dotado de apêndices sem aplicação de controle.....	107
5.5.2 Influência dos parâmetros Q e R do controle linear algébrico de Riccati.....	109
5.5.3 Influência da geometria da seção transversal dos apêndices.....	115
5.6 CONTROLE DE VIBRAÇÕES DA PONTE GREAT BELT EAST.....	121
5.6.1 Resposta aeroelástica da GBEB isolada.....	123
5.6.2 Resposta aeroelástica da GBEB com apêndices não controlados.....	125
5.6.3 Resposta aeroelástica da GBEB com apêndices ativamente controlados.....	139
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	149
REFERÊNCIAS.....	153
APÊNDICE A – MATRIZES DO MÉTODO LINEAR DE RICCATI.....	161
APÊNDICE B – REGISTROS DE DESLOCAMENTOS DA GBEB.....	163

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: resposta dinâmica típica em estrutura esbeltas (adaptado de Strommen, 2010)....	17
Figura 1.2: a) seções de pontes suspensas com tabuleiros separados por vão b) arranjos de cabos adicionais de suspensão c) pontes suspensas com abas e perfis móveis (Adaptado de Li et al., 2015a).....	19
Figura 1.3: a) Seção transversal do modelo; b) resposta dos deslocamentos angulares do tabuleiro (adaptado de Kobayashi e Nagaoka, 1992).	21
Figura 1.4: demonstração da relação entre o movimento dos apêndices e do tabuleiro (Adaptado de Li et al., 2015a).	23
Figura 2.1: modelo da estrutura composta por oito GDL, sendo três de translação, três de rotação e dois referentes aos apêndices (adaptado de Li et al., 2017a).	39
Figura 3.1: elemento isoparamétrico hexaédrico nos sistemas de referência físico e computacional (BRAUN, 2007).	45
Figura 3.2: algoritmo para análise de problemas de interação fluido-estrutura através de um modelo particionado convencional (BRAUN, 2007).	49
Figura 3.3: desenho esquemático do modelo de movimento de malha.....	59
Figura 4.1: diagrama esquemático de sistemas de controle ativo.....	61
Figura 4.2: diagrama esquemático do algoritmo para a solução de problemas de IFE com aplicação de controle linear algébrico.	72
Figura 5.1: características geométricas, malha de elementos finitos, limites da região ALE e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre cilindro de seção circular 2D.	77
Figura 5.2: detalhes do refinamento da malha de elementos finitos nas regiões: a) ALE b) próxima à interface entre o cilindro e o fluido.....	78
Figura 5.3: históricos de C_D e C_L para $Re = 150$	80
Figura 5.4: campos de pressões no instante $t = 120s$ da análise aerodinâmica, para $Re = 150$, $V_{red} = 4$ e $M_{red} = 2$	81
Figura 5.5: deslocamento máximo do cilindro na direção X_2 em função da V_{red} para Reynolds 150 e $M_{red} = 2$, obtidos neste trabalho e nos trabalhos de Borazjani et al. (2008) e Anh e Kallinderis (2006).	81
Figura 5.6: histórico de deslocamento do cilindro na direção X_2 , com detalhe na amplitude máxima obtida, para $Re = 150$, $V_{red} = 4$ e $M_{red} = 2$	82
Figura 5.7: detalhe da malha a) antes do início da análise de IFE b) instante $t = 57,5s$ c) instante $t = 60s$ para as condições de $Re = 150$, $V_{red} = 4$ e $M_{red} = 2$	83

Figura 5.8: campos de pressões e linhas de corrente para os instantes: a) 57,5 s; b) 60 s, para $Re = 150$, $V_{red} = 4$ e $M_{red} = 2$	83
Figura 5.9: espectros de potências para as seis velocidades reduzidas.	84
Figura 5.10: a) Frequência de desprendimento de vórtices em função da velocidade reduzida. b) Evolução da frequência de desprendimento de vórtices sobre uma estrutura elástica (SIMIU; SCANLAN, 1996).	85
Figura 5.11: características geométricas, malha de elementos finitos e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre prisma de seção retangular 2D.	86
Figura 5.12: detalhes do refinamento da malha de elementos finitos nas regiões: a) ALE b) próxima à interface entre o prisma e o fluido.	87
Figura 5.13: históricos de deslocamento, velocidade e aceleração nas direções de rotação em torno do eixo x_3 e translação no eixo x_2	88
Figura 5.14: históricos de deslocamento, velocidade e aceleração angulares e transversais obtidas por Sarrate et al. (2001).	89
Figura 5.15: históricos de deslocamento angular em torno do eixo x_3 , para valores de parâmetro de compressibilidade artificial igual $c = 5$ m/s; 10 m/s; 16,67 m/s e 20 m/s.....	90
Figura 5.16: configuração da malha nos instantes a) 636.6 s b) 645.4s.	91
Figura 5.17: campos de pressão e linhas de corrente para os instantes 636.6 s e 645.4 s obtidos no presente trabalho e campos obtidos nos instantes finais por de Sarrate et al. (2001) Braun (2002).	92
Figura 5.18: intervalo de registros dos deslocamentos angulares do prisma para o caso não controlado, de 90s à 243s.	93
Figura 5.19: intervalo de registros dos deslocamentos angulares e respectivas forças de controle, referentes ao prisma, para os casos controlados, com $R = 1$ e valores de Q igual a 1, 10, 100 e 1.000.	94
Figura 5.20: intervalo de registros dos deslocamentos angulares e respectivas forças de controle, referentes ao prisma, para os casos controlados, com $R = 1$ e valores de Q igual a 104, 105, 106 e 107.	95
Figura 5.21: força de controle em função do fator de ponderação Q	96
Figura 5.22: deslocamento angular em função do fator de ponderação Q	96
Figura 5.23: deslocamento angular em função do fator de ponderação R	97
Figura 5.24: deslocamento angular em função do fator de ponderação Q	98
Figura 5.25: deslocamento angular em função do fator de ponderação Q	98
Figura 5.26: deslocamento angular do prisma, para Q e R iguais a 1, em função do tempo de retardo: a) 2,29 s b) 3,06 s c) 3,67 s d) 4,59 s e) 6,11 s f) 9,17 s	99

Figura 5.27: deslocamento do cilindro na direção transversal ao escoamento, para cada velocidade reduzida, para o caso não controlado e com controle algébrico de Riccati, com relação Q:R de 10:1	101
Figura 5.28: forças de controle e forças induzidas pela interação fluido estrutura, na direção transversal ao escoamento, para cada velocidade reduzida, para o caso com controle algébrico de Riccati, com relação Q:R de 10:1	102
Figura 5.29: a) deslocamentos máximos para os casos da atuação e ausência de controle, b) frequência de desprendimento de vórtices na presença de controle.	104
Figura 5.30: Campos de pressão registrados nos picos do último período de vibração da V_{red} 4, para o cilindro sob a ação de controle.....	104
Figura 5.31: geometria do prisma e dos apêndices.....	105
Figura 5.32: malha de elementos finitos e condições de contorno do prisma de seção retangular, dotado de apêndices de seção retangular.	106
Figura 5.33: a) delimitação da região ALE, b) detalhe da malha próxima à interface com a estrutura.	106
Figura 5.34: registros de deslocamento angular do prisma, livre apenas no GDL de rotação em torno do eixo x3, para os casos isolado e na presença de apêndices, rigidamente fixados e articulados.....	108
Figura 5.35: registros de deslocamento angular dos apêndices, para os 50 s iniciais, a partir do início da IFE.....	108
Figura 5.36: valores máximos observados nos 50 s iniciais de a) deslocamento angular dos apêndices, b) momento de controle aplicado nos apêndices, em função do valor de Q para o GDL θ_3 , com $R = 1$, e relação Q:R dos apêndices de 1:1000.....	110
Figura 5.37: deslocamentos angulares máximos do prisma observados nos 50 s iniciais, e em detalhe valores após 1.1 s da aplicação de controle, em função do valor de Q para o GDL θ_3 , com $R = 1$, e relação Q:R dos apêndices de 1:1000.....	110
Figura 5.38: valores máximos observados nos 50 s iniciais de a) deslocamento angular dos apêndices, b) momento de controle aplicado nos apêndices, em função do valor de Q para os GDL β_1 e β_2 , com $R = 1000$, e relação Q:R para o prisma de $10^6:1$	111
Figura 5.39: deslocamentos angulares máximos do prisma observados nos 50 s iniciais, em função do valor de Q para os GDL β_1 e β_2 , com $R = 1000$, e relação Q:R para o prisma de $10^6:1$	111
Figura 5.40: valores máximos observados nos 50 s iniciais de a) deslocamento angular dos apêndices, b) momento de controle aplicado nos apêndices, em função do valor de R para os GDL β_1 e β_2 , com $Q = 100$, e relação Q:R para o prisma de $10^6:1$	112
Figura 5.41: deslocamentos angulares máximos do prisma observados nos 50 s iniciais, em função do valor de R para os GDL β_1 e β_2 , com $Q = 100$, e relação Q:R para o prisma de $10^6:1$	112

Figura 5.42: registros de deslocamento angular do prisma, para os casos isolado e na presença de apêndices, livres e com aplicação de controle.	113
Figura 5.43: registros de deslocamento angular do prisma e dos apêndices, sob a ação de controle linear.	114
Figura 5.44: detalhe da malha na região próxima ao corpo, para os instantes a) 297 s, b) 306 s, c) 315 s, d) 324 s.	114
Figura 5.45: a) registros observados em 400 s de análise, do momento atuante no prisma isolado sem a aplicação de controle e do momento estabilizado no caso de inserção de apêndices controlados, além dos momentos de controle, dados na forma adimensional, b) detalhe dos 45 s finais da simulação.	115
Figura 5.46: detalhe do refinamento da malha na região próxima à interface do aerofólio.	116
Figura 5.47: registros de deslocamento angular para o caso sem aplicação de controle: a) prisma; b) aerofólios.	117
Figura 5.48: registros de deslocamento angular para o caso com aplicação de controle, com sincronização dos deslocamentos do prisma e aerofólios.	118
Figura 5.49: a) detalhe do deslocamento do prisma em comparação ao caso não controlado; b) comparativo de registros de momentos de controle para os casos de apêndices de seção retangular e NACA 0012.	119
Figura 5.50: campos de pressão instantâneos para apêndices: a) e b) retangular sem controle; c) e d) NACA 0012 sem controle; e) e f) retangular com controle; g) e h) NACA 0012 com controle.	120
Figura 5.51: características geométricas da ponte <i>Great Belt East</i> : a) seção transversal, b) elevação, (adaptado de Larsen, 1993).	122
Figura 5.52: características geométricas, malha de elementos finitos e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre modelo seccional da GBEB.	123
Figura 5.53: registro dos deslocamentos angulares do modelo seccional da GBEB, para as velocidades 33,73 m/s e 73,6 m/s.	124
Figura 5.54: características geométricas do modelo seccional da GBEB provida de apêndices do tipo: a) NACA 0021 biconvexo; b) NACA 0012 biconvexo.	125
Figura 5.55: malha de elementos finitos e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre modelo seccional da GBEB provida de apêndices do tipo NACA 0021 biconvexo.	126
Figura 5.56: malha de elementos finitos e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre modelo seccional da GBEB provida de apêndices do tipo NACA 0012 biconvexo.	127
Figura 5.57: detalhe do esmagamento dos elementos da malha.	129

Figura 5.58: pressão normalizada (C_p) instantâneos para: a) GBEB com NACA 0012; b) GBEB com NACA 0021, obtidos no presente trabalho; c) campo de C_p médio obtido por Li et al. (2017a), para GBEB com vão teórico de 5.000 m.	130
Figura 5.59: coeficientes aerodinâmicos obtidos no presente trabalho para: a) GBEB com NACA 0012; b) GBEB com NACA 0021.....	131
Figura 5.60: coeficientes aerodinâmicos obtidos no presente trabalho para a GBEB isolada.	132
Figura 5.61: registros de deslocamento angular para os casos 1 e 5: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.....	133
Figura 5.62: registros de deslocamento angular para os casos 2 e 6: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.....	134
Figura 5.63: registros de deslocamento angular para os casos 3 e 7: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.....	135
Figura 5.64: registros de deslocamento angular para os casos 4 e 8: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.....	136
Figura 5.65: pressão normalizada (C_p) para o caso 1 aos 2.15 s.....	137
Figura 5.66: pressão normalizada (C_p) para o caso 5 aos 2.15 s.....	138
Figura 5.67: taxa de amortecimento crítico do tabuleiro em função da frequência e do formato dos aerofólios.....	138
Figura 5.68: registros de deslocamento angular do tabuleiro e aerofólios sob atuação de controle linear a partir do instante 2.75 s, para os casos de $\omega\beta/\omega\theta^3=14$, com seção transversal dos aerofólios do tipo a) NACA 0012; b) NACA 0021.	140
Figura 5.69: registros de deslocamento angular para $\omega\beta/\omega\theta^3 = 14$ sob a ação de controle linear de Riccati, casos 11 e 15, em comparação com os casos não controlados 3 e 7, do: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.....	141
Figura 5.70: espectros dos deslocamento angulares para $\omega\beta/\omega\theta^3 = 14$ dos pares de casos não controlados e sob a ação de controle linear de Riccati, sendo: a) caso 3; b) caso 11; c) caso 7; d) caso 15.....	142
Figura 5.71: taxa de amortecimento crítico do tabuleiro em função da frequência e do formato dos aerofólios, com e sem aplicação de controle.....	143
Figura 5.72: registros dos momentos de controle para: a) caso 11;b) caso 15.....	144
Figura 5.73: a) momentos de controle máximos; b) momentos de controle médio.	145
Figura 5.74: espectros referentes à $\omega\beta/\omega\theta^3 = 14$ de: a) momentos não controlados no tabuleiro; b) momentos de controle dos aerofólios; c) momentos estabilizados do tabuleiro.	146

Figura 5.75: pressão normalizada (C_p) aos 27.3 s para a) caso 11; b) caso 15.	147
Figura 5.76: registros de deslocamento angular para o caso 3 com velocidade de 80 m/s: a) tabuleiro; b) aerofólios.	148
Figura 5.77: registros de deslocamento angular para o caso 15 com velocidade de 80 m/s. .	148
Figura B-1: registros de deslocamento angular do tabuleiro e aerofólios sob atuação de controle linear a partir do instante 2.75 s, para os casos 9, 10 e 12.	163
Figura B-2: registros de deslocamento angular do tabuleiro e aerofólios sob atuação de controle linear a partir do instante 2.75 s, para os casos 13, 14 e 16.	164

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: propriedades físicas do escoamento e da estrutura.....	78
Tabela 5.2: propriedades físicas variáveis do escoamento.....	79
Tabela 5.3: frequências de desprendimento de vórtices e número de Strouhal para cada V_{red} .	84
Tabela 5.4: propriedades físicas do escoamento e da estrutura.....	87
Tabela 5.5: taxa de redução das amplitudes de vibração para cada V_{red} , com relação Q:R de 10:1.....	103
Tabela 5.6: forças máximas de controle, taxa de redução das forças transversais ao escoamento e frequência de desprendimento de vórtices, para cada V_{red} com relação Q:R de 10:1.....	103
Tabela 5.7: propriedades físicas adimensionais dos apêndices.....	107
Tabela 5.8: testes realizados para o prisma de seção retangular.....	107
Tabela 5.9: matrizes para cálculo da equação algébrica de Riccati.....	109
Tabela 5.10: matrizes para cálculo da equação algébrica de Riccati.....	113
Tabela 5.11: propriedades físicas adimensionais dos aerofólios.....	116
Tabela 5.12: propriedades físicas do escoamento e da estrutura.....	122
Tabela 5.13: propriedades físicas variáveis do escoamento.....	124
Tabela 5.14: testes realizados para o modelo seccional da ponte Great Belt East.....	128
Tabela 5.15: propriedades físicas constantes e variáveis dos aerofólios.....	128
Tabela 5.16: comparativo dos coeficientes aerodinâmicos da GBEB isolada das publicações de outros autores e obtidos no presente trabalho para a GBEB original e com a inclusão de aerofólios.....	132
Tabela 5.17: matrizes de ganho para os casos 9 a 16.....	139

1 INTRODUÇÃO

O aumento da demanda do tráfego, estimulado pelo desenvolvimento econômico, foi o fator determinante para a construção de pontes com vãos extremamente longos nas últimas décadas, encontrando-se o recorde atual em 1.991 m de vão livre, pertencente à Akashi Kaikyo Bridge, localizada no Japão (LI et al., 2017a). A viabilização destas estruturas possibilita-se graças ao rápido avanço de tecnologias empregadas na engenharia de pontes, sendo as pontes pênses o tipo mais adequado para transpor grandes vãos. Embora seu sistema construtivo, baseado na suspensão do tabuleiro por cabos secundários ligados a um cabo principal, seja o mais indicado para esse fim, a alta flexibilidade e o baixo amortecimento estrutural deste tipo de estrutura tornam-na suscetível a instabilidades aeroelásticas (GOUDER et al., 2016).

De acordo com Simiu e Scanlan (1996), o fenômeno aeroelástico caracteriza-se quando, dada uma deflexão inicial sofrida por um corpo imerso em um fluido em escoamento, é desencadeada uma série de deflexões subsequentes de caráter oscilatório estável ou divergente, e identifica-se a presença de forças aerodinâmicas denominadas “auto excitadas”, que atuam no corpo como consequência do seu movimento. São exemplos de instabilidades aeroelásticas os fenômenos de *Lock-in*, *Buffeting*, *Flutter*, *Divergência Torcional* e *Galloping*, diretamente relacionadas à velocidade do vento, conforme ilustra a Figura 1.1. Uma descrição detalhada à respeito destes fenômenos pode ser obtida em Simiu e Scanlan (1996) e Blevins (1990).

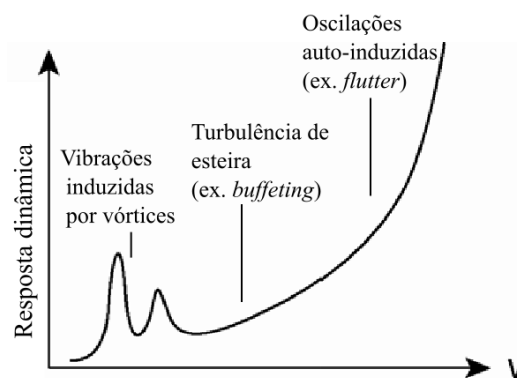


Figura 1.1: resposta dinâmica típica em estrutura esbeltas (adaptado de Strommen, 2010)

Os aspectos da ocorrência destes fenômenos em pontes suspensas passaram a ser melhor compreendidos e ganhar maior importância, somente após uma ampla investigação sobre o assunto, motivada pelo icônico acidente da ponte *Tacoma Narrows* (1940). Seu colapso foi atribuído à sua seção transversal tipo H, aerodinamicamente inadequada, a qual desencadeou uma instabilidade do tipo *torsional flutter* (MIYATA, 2003).

A instabilidade torcional ocorre quando a velocidade do escoamento ultrapassa o limite da velocidade crítica. Nestes casos, o incremento de momento aerodinâmico negativo, devido a qualquer rotação adicional, supera o incremento de rigidez torcional elástica restitutiva da estrutura. Dessa forma, o amortecimento estrutural somado ao amortecimento aerodinâmico torna-se negativo e a amplitude das vibrações cresce indefinidamente (BISPLINGHOFF et al., 1996). No caso da ponte Tacoma, as oscilações iniciais alteraram o ângulo de ataque do vento e, como consequência, desencadearam o desprendimento de vórtices na aba a barlavento da seção H. Estes vórtices, de frequência diferente à de Strouhal, se moviam ao longo da seção transversal e eram lançados na esteira. No entanto, o colapso ocorreu somente quando um dos modos fundamentais de vibração à torção se tornou instável, apresentando amortecimento efetivo negativo (BILLAH e SCANLAN, 1991).

A partir desta época, segundo Miyata (2003), as pontes suspensas passaram a ser projetadas com tabuleiros sustentados por vigas altas treliçadas, aumentando assim, a rigidez torcional e melhorando a performance aerodinâmica. Um exemplo deste tipo de solução estrutural é a já mencionada Akashi Kaikyo Bridge. Em 1966, é empregada pela primeira vez a seção em formato trapezoidal (*flat box girder*), de altura reduzida, mais leve que a estrutura treliçada e de forma mais aerodinâmica (ARCO; APARICIO, 1999). Devido ao seu formato, podem ser calculadas com boa aproximação, como placas finas, de acordo com a teoria para aerofólios finos de Theodorsen (1935), para verificação de instabilidade por *flutter* (BAKIS et al., 2016a). O maior vão já atingido por este tipo de seção pertence à Xihoumen Bridge, na China, com 1.650 m (LI et al., 2017a).

Atualmente, pontes de vãos extremamente longos estão em fase de projeto, como é o caso da Ponte Messina na Itália, com vão livre central de 3.300 m (DIANA et al., 1995; 2013). Sua elevada esbeltez tem como consequência baixa velocidade crítica de *flutter* (V_{CR}), que assume valores próximos à velocidade de projeto (LI et al., 2017b). Para que tais projetos sejam viabilizados, alternativas são avaliadas podendo ser divididas em três categorias:

A primeira solução eleva a rigidez global da estrutura ao alterar a forma da sua seção transversal, dividindo-se a seção em dois ou mais tabuleiros separados por um vão, conforme Figura 1.2-a. A largura mínima necessária, para que esta alternativa seja eficaz, é proporcional ao comprimento da ponte. Dessa forma, esta solução torna-se economicamente inviável no caso de pontes de vãos muito longos (ARCO; APARICIO,1999; BAKIS et al., 2017; LI et al., 2015a).

A segunda alternativa consiste na alteração do sistema estrutural, inserindo cabos de sustentação ou alterando seus pontos de apoio, conforme ilustra a Figura 1.2-b. A consequência desse novo arranjo é um aumento da sua rigidez torcional (ARCO; APARICIO, 1999; KORKMAZ, 2011). Contudo, a quantidade extra de cabos aumenta significativamente o peso da estrutura e seus custos financeiros, o que limita sua aplicação (LI et al., 2015a).

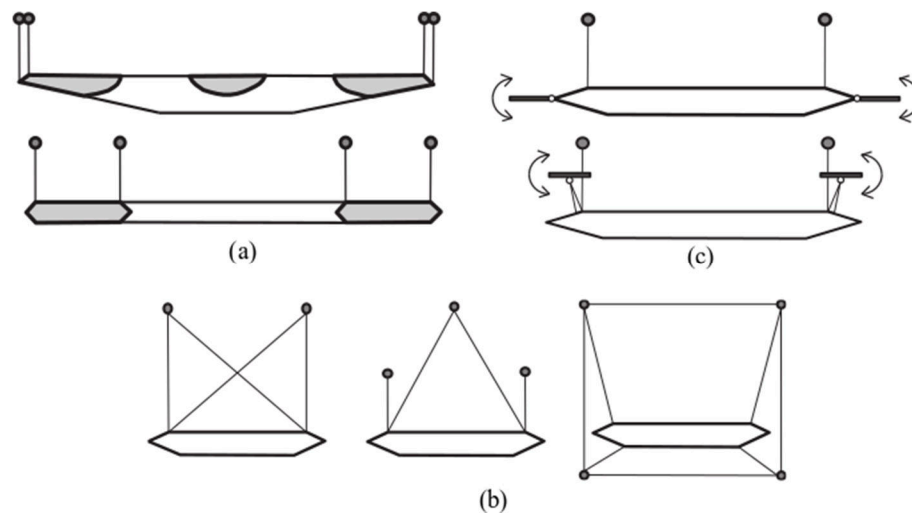


Figura 1.2: a) seções de pontes suspensas com tabuleiros separados por vão b) arranjos de cabos adicionais de suspensão c) pontes suspensas com abas e perfis móveis (Adaptado de Li et al., 2015a).

Na terceira categoria enquadra-se a inclusão de dispositivos que podem ser classificados como mecânicos ou aerodinâmicos. Os amortecedores ativos de massa sintonizada (*Tuned Mass Dumpers* – TMD) e sua versão ativamente controlada (*Active Tuned Mass Dumpers* – ATMD) são exemplos de dispositivos mecânicos, amplamente estudados e de eficácia comprovada, capazes de controlar os efeitos de *flutter*, conforme pode-se verificar no trabalho de revisão de Korkmaz (2011). Neste contexto, destaca-se o emprego de um sistema de TMD's para redução de vibrações induzidas por vórtices na ponte Rio-Niterói (BATTISTA; PFEIL, 2000).

Contudo, para acomodar esse tipo de sistema requer-se um espaço físico considerável, o que para grandes vãos pode se tornar inviável (LI et al., 2015a). Por outro lado, os dispositivos aerodinâmicos são apêndices adicionados à seção da ponte, em formato de abas móveis (*flap*) fixadas nas bordas laterais do tabuleiro ou de perfis (*winglets*) fixados acima ou abaixo da seção da ponte, conforme Figura 1.2-c. Esses apêndices podem ser passivos, com os movimentos governados pela oscilação da ponte (WILDE et al., 1999; OMENZETTER et al., 2002; BAKIS et al., 2016a, 2017), ou ativos, quando controlados por computadores e movidos mecanicamente (KOBAYASHI; NAGAKOA, 1992; WILDE, et al. 2001; NISSEN et al., 2004; BAKIS et al., 2016b; LI et al., 2015a, 2017a, 2017b).

Larsen e Ostfeld (1992) foram os primeiros a propor a instalação de abas e *winglets* em pontes suspensas de vãos longos com o objetivo de evitar a instabilidade por *flutter*. Os autores idealizaram dois modelos de apêndices móveis, sendo um com perfis anexos na parte inferior e outro no qual as bordas da ponte eram capazes de rotacionar. O princípio do sistema proposto se baseava no monitoramento constante das movimentações da ponte através de sensores que, ao detectarem alguma movimentação, enviavam um sinal a um computador. Em seguida, era acionado um servomotor responsável por alterar a posição dos apêndices, neutralizando a movimentação inicial causada pelo vento. Este estudo teórico previu um aumento de 50% da V_{CR} .

Kobayashi e Nagaoka (1992) realizaram ensaios em túnel de vento de um modelo de ponte suspensa dotado de duas *winglets* controláveis, fixas a um suporte por dobradiças (ver Figura 1.3-a). Os resultados obtidos pelos autores, ilustrados na Figura 1.3-b, mostram que a V_{CR} de *flutter* do modelo, que no caso não controlado era de 2,2 passa a 5,1, quando inclusos apêndices controlados. Conforme o estudo, o sistema seria capaz de estabilizar velocidades superiores à esse valor, porém devido ao elevado ângulo de ataque do vento, causado pelo crescente ângulo médio do tabuleiro, oferece limitação para a realização dos ensaios a partir dessa velocidade.

Wilde e Fujino (1998) simularam numericamente apêndices semelhantes aos estudados por Larsen e Ostfeld (1992) e concluíram que eles eram capazes de estabilizar a ponte para qualquer velocidade do vento. Uma vantagem apontada pelos autores para o uso dos dispositivos de controle aerodinâmicos em relação aos mecânicos é que a força estabilizadora dos aerodinâmicos é gerada pelo escoamento do vento. Por fim, os autores ressaltam a complexidade de implementação e manutenção do sistema, contudo acreditam que no futuro

este tipo de sistema possa tornar-se exequível e veem nele uma boa alternativa para solucionar o problema de *flutter* em pontes suspensas de longo vão.

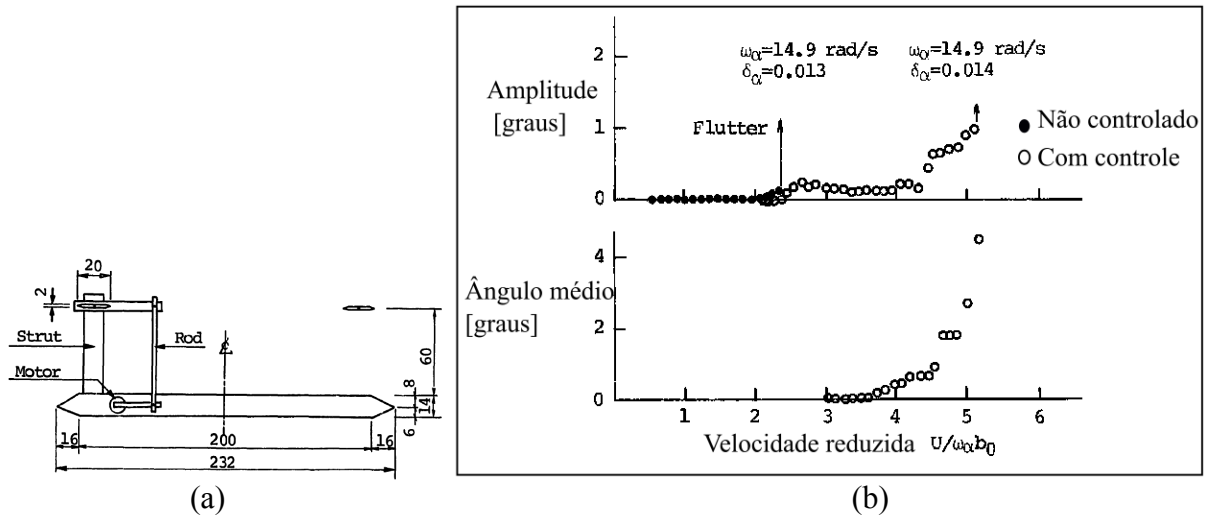


Figura 1.3: a) Seção transversal do modelo; b) resposta dos deslocamentos angulares do tabuleiro (adaptado de Kobayashi e Nagaoka, 1992).

Buscando uma alternativa de menor complexidade executiva Wilde et al. (1999) realizaram um estudo analítico e experimental de um modelo de *winglets* passivas, controladas por um pêndulo ligado ao centro de gravidade da ponte, e obtiveram aumento da V_{CR} em até 57%.

Arco e Aparicio (1999) investigaram quatro diferentes possibilidades de posicionamento de *winglets* passivas: instaladas fixas sobre a ponte em ambas as bordas, na parte inferior da ponte e fixas em ambas as bordas, apenas na borda a sotavento e manualmente ajustável e com um apêndice fixo a sotavento e um ativo a barlavento. Os autores notaram que a terceira configuração foi mais efetiva no controle de *flutter* que as duas primeiras.

Bakis et al. (2016a) simularam numericamente a contribuição de abas passivamente controladas durante a etapa de construção de uma ponte suspensa. Para o caso mais crítico de instabilidade, em torno de 10 a 15% da ponte concluída, a V_{CR} foi incrementada em 50%.

Estudos analíticos, numéricos e experimentais sobre o efeito causado pelo modelo de apêndice em forma de abas móveis ativamente controladas, posicionadas nas bordas de pontes de seção trapezoidal, foram realizados por Kwon e Chang (2000), Hanson e Christensen (2001), Wilde et al. (2001), Borglund e Kuttentkeuler (2002), Omenzetter et al. (2002), Nissen et al. (2004) e,

mais recentemente, por Phan e Nguyen (2013) e Zhao et al. (2014). Baseado nos resultados desses autores, essa alternativa apresenta desempenho superior em comparação aos sistemas passivamente controlados, na tentativa de aumentar a V_{CR} de pontes suspensas de grande vão.

Estudos experimentais em túnel de vento foram realizados para abas ativas por Zhao et al. (2016) e, para abas passivamente controladas, por Gouder (2016). Ambos apontaram as vantagens e limitações de cada sistema, tendo as abas ativamente controladas um melhor desempenho. Porém, apesar do menor ganho de estabilidade das abas passivas, estas reduzem a dificuldade de instalação e manutenção e eliminam a necessidade de um *software* de controle.

Bakis et al. (2016b), através de simulação numérica tridimensional de abas ativamente controladas, concluíram que o sistema perde a efetividade em velocidades acima da velocidade de divergência torcional, delimitando aí sua aplicabilidade.

Boberg et al. (2015a e 2015b) apresentaram um estudo teórico e experimental de uma sequência de quatro abas móveis instaladas em cada uma das bordas de uma seção trapezoidal de ponte pênsil. Estas abas eram controladas ativamente e eram capazes de se mover individualmente. Inicialmente, realizou-se um ensaio com todas as abas se movendo em conjunto para validar seus resultados com os obtidos por outros autores e, em seguida, foram estudados o efeito dos apêndices se movendo individualmente em três situações: abas apenas na borda a barlavento, apenas na borda a sotavento, e em ambas as bordas. A partir dos resultados encontrados, concluíram que em todos os casos houve supressão dos efeitos de *flutter* e que a situação mais favorável foi observada para abas em ambas as bordas.

Li et al. (2015b) desenvolveram um modelo teórico descrevendo o comportamento de uma seção de ponte dotada de duas *winglets* simetricamente instaladas na parte superior da ponte, as quais têm seus movimentos ativamente controlados e independentes. A efetividade deste modelo teórico foi simulada numericamente e posteriormente validada por Li et al. (2017a) em uma série de ensaios em túnel de vento sob a incidência de escoamento laminar e turbulento, obtendo acréscimos da V_{CR} de 133% e 125%, respectivamente.

A relação entre os movimentos controlados dos apêndices e do tabuleiro, obtido por Li et al. (2015a) para o caso de maior eficiência no controle de vibrações, pressupõe uma sincronização entre suas frequências com uma defasagem de meio período entre a oscilação do tabuleiro e os apêndices, estando o apêndice à barlavento adiantado e o à barlavento atrasado, conforme observa-se na Figura 1.4.

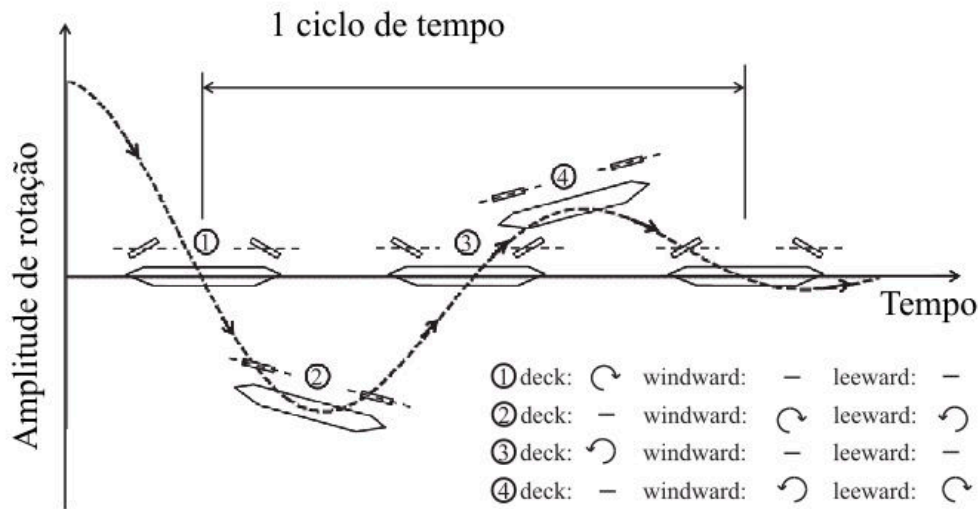


Figura 1.4: demonstração da relação entre o movimento dos apêndices e do tabuleiro (Adaptado de Li et al., 2015a).

Baseado na formulação desenvolvida em seus estudos anteriores, Li et al. (2017b) simularam os efeitos da instalação destes apêndices na seção da *Great Belt Bridge* e uma ponte suspensa hipotética com 5.000 m de vão, utilizando a metodologia RANS. Novamente, o sistema se mostrou eficiente no controle de *flutter*.

No mesmo trabalho de Li et al. (2017b) realizaram um estudo da influência da distância entre os apêndices e o tabuleiro, verificando-se que a hipótese de não-interferência assumida em algumas formulações teóricas deixa de ser válida quando este espaçamento é menor que uma distância equivalente à altura do tabuleiro. Essa influência no campo de pressões também é evidenciada pelo trabalho de Graham et al. (2011).

1.1 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

Determinados problemas da Mecânica dos Fluidos, que envolvem escoamentos e processos de transferência de calor e massa, não possuem solução analítica definida. Para resolver problemas desta natureza de forma aproximada, empregam-se métodos numéricos, os quais compõem a Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC), que se baseia na discretização espacial do domínio físico e temporal, na qual as equações fundamentais do escoamento são resolvidas.

De acordo com Murakami (1998), os métodos existentes da DFC, para análise de escoamentos turbulentos, pertencem à três grupos: Simulação Numérica Direta (*Direct Numerical Simulation* – DNS), Simulação de Grandes Escalas (*Large-Eddy Simulation* – LES) e aplicação da média do número de Reynolds às equações de Navier-Stokes (*Reynolds Averaged Navier-Stokes* – RANS).

O método DNS é capaz de reproduzir todos os efeitos da turbulência através da resolução direta das Equações de Navier-Stokes, inclusive nas menores escalas, sendo esse o mais preciso dentre os métodos. Contudo, de acordo Zienkiewicz et al. (2014), devido ao alto nível de refinamento da malha necessário para que as menores escalas da turbulência sejam captadas, considerando a atual capacidade de processamento dos computadores, seu emprego viabiliza-se apenas para escoamentos com baixo número de Reynolds.

No método LES apenas os grandes vórtices são resolvidos, enquanto os menores são modelados, assumindo-se comportamento similar e previsível independente da turbulência. Com isso, reduzem-se significativamente os recursos computacionais necessários, trabalhando-se apenas com a modelagem das escalas de turbulência inferiores à resolução da malha. Ainda assim, demanda-se uma quantidade elevada de horas de processamento e tratamento dos resultados em comparação com outras metodologias existentes (BRAUN, 2007).

O método RANS, que aplica a decomposição de Reynolds às equações de Navier-Stokes, atualmente é o mais utilizado (BLOCKEN, 2014). Nesse método, todos os vórtices são modelados através de modelos matemáticos de turbulência, que acrescentam um termo de viscosidade turbulenta ao sistema de equações de Navier-Stokes. Os modelos mais utilizados são κ - ϵ e κ - ω . Segundo Murakami (1998), a desvantagem deste método é justamente sua incapacidade de captar os vórtices menores e reproduzir adequadamente escoamentos com separação, perdendo precisão dos resultados em problemas da Engenharia do Vento por essa razão.

1.1.1 Engenharia do Vento Computacional

A Engenharia do Vento trata de problemas envolvendo estruturas sujeitas à ação do vento com a determinação de forças induzidas pelo escoamento na estrutura por meio da obtenção de coeficientes aerodinâmicos e a avaliação da resposta dinâmica através dos efeitos de interação fluido-estrutura (FARHAT et al., 1998; BRAUN; AWRUCH, 2009). Outras áreas importantes encontram-se também nos estudos de escoamentos de vento sobre terrenos com diferentes

topografias (WOOD, 2000; BITSUAMLAK et al., 2004), dispersão de poluentes em zonas urbanas (BLOCKEN et al., 2008; GOUSSEAU et al., 2011, TOMINAGA; STATHOPOULOS, 2011 e 2017; MADALOZZO et al., 2014), determinação de condições ambientais (ventilação) e conforto térmico no interior de edificações (LI; NIELSEN, 2011; RAMPONI; BLOCKEN, 2012), além de avaliações de conforto de pedestres no entorno de prédios em grandes centros urbanos (BLOCKEN et al., 2016; XU et al., 2017).

De acordo com Blocken (2014), o marco inicial da Engenharia do Vento Computacional (EVC), que utiliza técnicas da DFC para resolução de problemas de Engenharia do Vento, deu-se com a publicação de um modelo de turbulência para a metodologia LES por Smagorinsky (1963), a partir do qual pesquisadores passaram a obter resultados promissores ao investigar o uso de modelos numéricos para simular escoamentos de vento sobre corpos não aerodinâmicos. Dentre os primeiros trabalhos publicados, destacam-se Hanson et al. (1986), Apelt e Paterson (1989), Murakami et al. (1987), Murakami e Mochida (1988).

Em 1990, o volume 35 do *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* foi inteiramente dedicado ao tema EVC, no qual foram publicados 14 trabalhos apresentando o estado da arte até aquele momento. Em 1992, foi realizado em Tóquio, Japão, o I Simpósio Internacional sobre a Engenharia do Vento Computacional, sendo um marco no avanço dos estudos da EVC, ao reunir os principais pesquisadores da área, e propiciar a troca de informações. O simpósio, atualmente em sua sétima edição, é reconhecido com o principal evento da área, no qual relevantes discussões são realizadas e importantes resultados apresentados, podendo-se destacar os trabalhos de Murakami (1997) e Stathopoulos (1997) e Blocken (2014).

1.2 PROBLEMAS DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Um corpo imerso em um fluido em movimento está sujeito a tensões superficiais, as quais podem causar seu deslocamento ou sua deformação. Conforme Simiu e Scanlan (1996), em decorrência da mudança de posição ou forma da superfície do corpo, o escoamento tem suas condições de contorno alteradas, afetando as forças induzidas pelo fluido, que por sua vez, deslocam ou deformam o corpo de maneira diferente. Este acoplamento de efeitos é denominado interação fluido-estrutura (IFE).

Situações envolvendo a IFE são enfrentadas em diversas áreas de pesquisa da engenharia, tais como aeronáutica, civil, mecânica, naval e ambiental, e, mais recentemente, da biomecânica. Neste contexto, destaca-se a aeroelasticidade, disciplina que estuda os efeitos de interação entre as forças aerodinâmicas e o movimento de estruturas, sendo um o exemplo o caso de pontes suspensas (ZIENKIEWICZ et al., 2014).

Os problemas de IFE são classificados ainda quanto ao procedimento de solução empregado. De acordo com Teixeira e Awruch (2005), os diversos métodos existentes são divididos em duas categorias: esquemas monolíticos e esquemas particionados. Na abordagem monolítica, os meios fluido e sólido são tratados como uma única entidade e resolvidos de forma simultânea, em um único sistema de equações. A aplicação de modelos monolíticos é encontrada nos trabalhos de Blom (1998) e Gee et al. (2011).

Na abordagem particionada os subdomínios fluido e estrutura são tratados como entidades distintas acopladas por meio da interface, sendo suas equações governantes integradas no tempo de forma sequencial (TEIXEIRA; AWRUCH, 2005). O esquema particionado é bastante utilizado, visto que possibilita o emprego de rotinas de cálculo disponíveis e já validadas, que tratam o fluido e a estrutura de forma individual. Os trabalhos de Nomura e Hughes (1992), Bhate e Zhang (2004), Teixeira e Awruch (2005) e Braun e Awruch (2009) são exemplos de aplicação do modelo particionado.

De acordo com a forma de compatibilidade e equilíbrio imposta na interface, o acoplamento é considerado na forma forte ou fraco. Considera-se acoplamento forte quando as condições de contorno sobre a interface são impostas em pontos no espaço, comuns ao fluido e ao sólido, no mesmo instante de tempo. Dessa maneira, os esquemas particionados possuem acoplamento fraco, uma vez que a imposição das condições de contorno sobre a interface é realizada de forma sequencial e, portanto, apenas de forma aproximada (BRAUN, 2007).

1.3 TEORIA DE CONTROLE

Estruturas civis como pontes e edifícios têm sido projetadas usualmente como estruturas passivas, as quais são incapazes de se adaptar a fim de resistir de uma forma mais eficiente às cargas externas atuantes. No entanto, estruturas inteligentes podem ser projetadas baseadas na teoria de Sistemas de Controle, que visam adaptar a estrutura frente às cargas atuantes e, assim, reduzir as vibrações e eliminar instabilidades (SOONG, 1990).

O controle de vibrações se dá geralmente através de sistemas de controle ativo ou passivo. Quando apenas informações relativas à resposta da estrutura são utilizadas para determinação das forças de controle, o sistema de controle é classificado como sendo de ciclo (ou malha) fechado. Por outro lado, quando as forças de controle são reguladas apenas pela excitação da estrutura, o sistema é dito de ciclo aberto. Ao empregarem-se simultaneamente informações sobre a resposta e a excitação, o sistema é chamado de ciclo fechado-aberto. Do ponto de vista teórico, pode-se verificar que a influência do controle sobre a estrutura é percebida na modificação das propriedades mecânicas associadas a rigidez e ao amortecimento, de tal forma que a estrutura passa a responder de forma mais adequada à excitação externa. Um algoritmo de controle é expresso por matrizes de ganho definidas conforme as técnicas de controle empregadas, as quais se baseiam em teorias de controle ótimo algébrico, instantâneo ou por alocação de polos. A análise dinâmica de sistemas de controle estrutural é usualmente feita através de equações de movimento descritas no espaço de estados (ver Soong, 1990).

Como exemplos de sistemas de controle passivos pode-se citar os amortecedores de massa sintonizada (TMD), amplamente estudados e com casos de aplicação em estruturas com sucesso, e além desses os sistemas de controle aerodinâmicos por apêndices passivos (LI et al., 2015a). Já na categoria de sistemas ativos encontram-se, entre outros, os amortecedores ativos de massa sintonizada (ATMD) e os sistemas de controle aerodinâmicos por apêndices ativamente controlados, como pode ser encontrado em detalhes no trabalho de revisão de Korkmaz (2011).

Neste contexto, análises realizadas por Wilde e Fujino (1998), Hansen e Christensen (2001), Li et al. (2015a) e Bakis et al. (2016b), demonstraram que apêndices aerodinâmicos ativamente controlados apresentam maior eficiência no controle de *flutter* em comparação aos apêndices passivos.

1.4 MOTIVAÇÃO

Dada a crescente tendência por projetos de pontes suspensas com vãos acima de 2000 m apontada por vários autores, tais como Miyata (2003), Diana et al. (2013), Zhao et al. (2014), Gouder et al. (2016) e Li et al. (2017b), e tendo visto que é incontestável que instabilidades aeroelásticas, tais como *flutter* e divergência torcional, impõem limites aos vãos de pontes suspensas, como destacam Larsen e Ostfeld et al. (1992), Fujino (2002) e Bakis et al. (2016b), alternativas para viabilizar tais projetos vêm sendo estudadas ao longo das últimas décadas.

Uma vez que, para vãos dessa magnitude, soluções baseadas no aumento da rigidez da estrutura alterando suas dimensões tornam-se inviáveis economicamente, conforme Arco e Aparicio (1999) e Bakis et al. (2017), e o uso de sistemas de TMD ou ATMD, de acordo com Li et al. (2015a), requerem um espaço físico que nestes casos não se dispõe, os dispositivos de controle aerodinâmico são apresentados por diversos autores já citados anteriormente, como uma alternativa para possibilitar estes projetos.

Entretanto, Korkmaz (2011) e Bakis et al. (2016b) destacam que os sistemas aerodinâmicos ativos de controle de vibrações não foram empregados em estruturas reais devido à falta da sua completa caracterização e, por esta razão, este trabalho se propõe a contribuir na construção do conhecimento sobre estes sistemas.

Para tal, opta-se pelo uso da Dinâmica dos Fluidos Computacional, dado que esta metodologia se traduz tanto em uma alternativa menos onerosa temporal e financeiramente para a caracterização preliminar de problemas, graças a facilidade de variação dos parâmetros, como também em uma poderosa ferramenta para visualização dos campos de pressões e velocidades, essenciais para o entendimento dos mecanismos de interação entre fluido e estrutura (GE; XIANG, 2008).

1.5 OBJETIVO E METODOLOGIA

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo numérico tridimensional baseado no Método dos Elementos Finitos para investigar o desempenho de apêndices aerodinâmicos, passivos ou ativamente controlados, na redução de instabilidades dinâmicas de origem aeroelástica em pontes suspensas de grande vão.

Com este propósito, o código numérico empregado neste trabalho baseia-se em um esquema de acoplamento particionado do tipo fraco, no qual fluido e estrutura são resolvidos separadamente e de forma sequencial, sendo as condições de equilíbrio e compatibilidade cinemática impostas na interface.

No que se refere à formulação matemática, o escoamento, constituído de fluido Newtoniano em processo isotérmico e sem transferência de massa, é descrito pelas equações de Navier-Stokes e pela equação de balanço de massa, assumindo-se a hipótese de pseudo-compressibilidade. A descrição cinemática na região próxima à estrutura é dada por uma formulação Arbitrária

Langrangiana-Euleriana (ALE) e no restante do domínio fluido é efetuada na forma puramente Euleriana. A turbulência é tratada empregando-se a Simulação de Grandes Escalas (LES – *Large Eddy Simulation*) em conjunto com o modelo sub-malha clássico de Smagorinsky.

A formulação numérica para análise do escoamento fundamenta-se no esquema Taylor-Galerkin explícito de dois passos, no qual a discretização espacial do domínio de análise é realizada através do Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando-se o elemento isoparamétrico hexaédrico trilinear de oito nós com integração reduzida.

A estrutura é tratada como um corpo rígido tridimensional, podendo a mesma estar livre ou restringida a vínculos elásticos e amortecedores viscosos, apresentando seis graus de liberdade, sendo três translações e três rotações. Além desses, acrescenta-se um grau de liberdade de rotação relativo a cada apêndice aerodinâmico vinculado à estrutura. A equação de equilíbrio dinâmico da estrutura é obtida a partir do Princípio Variacional de Hamilton, incluindo-se as contribuições dos apêndices aerodinâmicos às matrizes de massa, rigidez e amortecimento, além da adição das forças de controle no vetor de cargas.

Após a aplicação das condições de compatibilidade cinemática e equilíbrio inerentes ao esquema de acoplamento, recorre-se ao método de Newmark para a resolução da equação de equilíbrio dinâmico da estrutura com os termos adicionais de interação. A atualização das coordenadas dos nós na região ALE, devido aos deslocamentos sofridos pela estrutura, são feitas por meio de um esquema de movimento de malha.

Para a estabilização das vibrações, emprega-se um sistema ativo de controle do tipo *closed loop*, onde os deslocamentos sofridos pela estrutura são tomados como variáveis de estado. Adota-se um controle linear baseado na equação matricial de Riccati, na sua forma algébrica, partir da qual se determina a matriz de ganho do sistema. Por fim, pela lei de controle, aplica-se a matriz de ganho aos deslocamentos da estrutura, registrados a cada passo de tempo, a fim de obter as forças estabilizadoras, que minimizam as oscilações.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Nesta seção é apresentada uma visão geral sobre os assuntos envolvidos no trabalho, além do atual estado da arte de cada assunto e o objetivo e metodologia adotada.

O capítulo 2 traz as formulações matemáticas necessárias para a análise do escoamento e da estrutura.

No capítulo 3 descreve-se o modelo numérico de Taylor-Galerkin de dois passos aplicado no contexto do Método dos Elementos Finitos. Também nesse capítulo define-se o modelo de acoplamento, sua formulação e o esquema de movimento de malha.

No capítulo 4 trata-se dos aspectos gerais da teoria de controle e é apresentada a formulação de controle linear através da equação de Riccati.

O capítulo 5 é dedicado às aplicações. O modelo numérico proposto é verificado através da comparação de resultados obtidos para problemas clássicos e comparados com resultados numéricos e experimentais obtidos por outros autores.

Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões finais do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

2.1 EQUACÕES FUNDAMENTAIS DA DINÂMICA DOS FLUIDOS

Para a análise dos fenômenos que envolvem o escoamento de um fluido viscoso, emprega-se um conjunto de equações diferenciais parciais acopladas e não-lineares, as quais governam a dinâmica dos fluidos. Fazem parte deste sistema as equações de balanço da quantidade total de massa, momentum e energia, em conjunto com a equação de estado e relações constitutivas (SCHLICHTING, 1979).

Limitando a análise a fluidos Newtonianos, categoria a qual pertence o ar, em processo isotérmico e sem transferência de massa, o problema se reduz a um sistema de equações formado pela equação de balanço de massa e pela equação de balanço de momentum (Equações de Navier-Stokes).

2.1.1 Equações de Navier-Stokes

As equações que descrevem o movimento são derivadas da segunda lei de Newton, a qual postula que a soma das forças externas atuantes é igual a sua variação temporal da quantidade de movimento. No caso de um fluido, as forças atuantes se dividem em forças de corpo, por exemplo forças gravitacionais, e as forças que agem sobre a superfície, estas últimas se dividem ainda em componentes de pressão normal e cisalhantes (SCHLICHTING, 1979; WHITE, 2015).

Considerando uma descrição cinemática Euleriana tridimensional em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, a Equação de Navier-Stokes é dada por:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = X_i - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.1)$$

onde, v_i , ρ , p e X_i são, respectivamente, as componentes de velocidade do escoamento, de massa específica do fluido, de pressão termodinâmica e de força de campo, dadas em função do vetor posição, x_j , segundo a direção dos eixos de coordenadas cartesianas, e do tempo, t . Tem-se ainda, τ_{ij} , que representa as componentes do tensor de tensões viscosas.

As relações constitutivas para um fluido Newtoniano são dadas por:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.2)$$

onde σ_{ij} são as componentes do tensor de tensões totais e δ_{ij} as componentes do delta de Kronecker, sendo $\delta_{ij}=1$, para $i = j$ e $\delta_{ij}=0$, para $i \neq j$.

As tensões viscosas são obtidas por:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.3)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica e λ a viscosidade volumétrica, equivalente a $-2\mu/3$, de acordo com a Hipótese de Stokes (SCHLICHTING, 1979; WHITE, 2015).

Substituindo a Equação 2.3 na Equação 2.1 obtém-se:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = X_i - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (2.4)$$

2.1.2 Conservação de Massa

O balanço da quantidade de massa, para um dado volume de fluido, é expresso pela equação de conservação de massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2.5)$$

Definem-se como incompressíveis, escoamentos de fluidos cujo número de Mach (calculado por meio da relação $M_{ach} = V_0/c$, onde V_0 representa a velocidade não perturbada do escoamento e c a velocidade do som), se limita a 0,3 (SCHLICHTING, 1979; WHITE, 2015).

No caso de escoamentos incompressíveis de fluidos viscosos, para a solução da Equação 2.5 assume-se que o valor da massa específica permanece aproximadamente constante e, por conseguinte, o termo envolvendo a derivada temporal desaparece, restando apenas o divergente

nulo do campo de velocidades, levando a dificuldades numéricas para a obtenção do campo de pressão.

Para contornar este inconveniente, a hipótese de pseudo-compressibilidade foi apresentada por Chorin (1967), onde um parâmetro de compressibilidade artificial, c , é introduzido na expressão através de uma relação entre pressão e massa específica, o que se justifica pelo fato de que a velocidade do som no ar se propaga com um valor finito. Introduzindo este termo na equação de conservação de massa, torna-se possível a obtenção do campo de pressão de forma explícita. Isto posto, assume-se a equação da conservação de massa na forma apresentada a seguir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1,2,3) \quad (2.6)$$

Para maiores detalhes sobre esquemas de compressibilidade artificial consultar Nithiarasu (2003) e Braun (2007).

2.1.3 Análise de Escoamentos Turbulentos

Escoamentos de vento em torno de corpos não aerodinâmicos são altamente turbulentos devido ao elevado número de Reynolds observado nestes casos, o que leva naturalmente à instabilização do escoamento a partir de qualquer perturbação aplicada ou obstáculo encontrado no percurso das partículas de fluido. Conforme destaca Murakami (1997), fenômenos tais como descolamento e recolamento junto a paredes, além de desprendimento e recirculação de vórtices são usuais nesse contexto.

Na presença de turbulência o escoamento é formado por uma ampla faixa de escalas de vórtices, sendo os menores pertencentes à denominada micro-escala de Kolmogorov. Por este motivo, a solução das equações fundamentais para todas as escalas requer um nível de refinamento da malha até dimensões bastante pequenas e intervalos de tempo reduzidos. Dessa forma, a simulação direta de escoamento turbulento ainda é inviável para a atual capacidade computacional dos computadores mais comuns (ZIENKIEWICZ et al., 2014).

Para superar esta limitação recorre-se ao método LES, que resolve diretamente os vórtices maiores, enquanto os vórtices de dimensão inferior à resolução da malha de elementos finitos são simulados utilizando modelos de turbulência. Nesse modelo, as variáveis de campo (velocidade e pressão) são decompostas em uma parcela correspondente às grandes escalas, \bar{v}_i e \bar{p} e uma parcela referente às escalas inferiores à resolução da malha, v'_i e p' .

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad (2.7)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (2.8)$$

Neste trabalho utiliza-se a função filtro tipo “*box*”, proposta por Findikakis e Street (1982). No contexto do Método dos Elementos Finitos, o próprio elemento da malha pode ser considerado como filtro, sendo a dimensão característica dada pela raiz cúbica do seu volume.

$$\bar{\Delta} = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3} \quad (2.9)$$

Ao empregar-se um filtro uniforme, o processo de filtragem reduz-se a uma operação de média espacial das variáveis envolvidas.

Substituindo os termos decompostos das Equações 2.7 e 2.8 na equação de balanço de *momentum* (Equação 2.4), aplicando um operador de média e fazendo as operações de simplificação obtém-se:

$$\frac{\partial(\rho\bar{v}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{v}_i\bar{v}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{p}}{\partial x_j} = \bar{X}_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial\bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{v}_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial\bar{v}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \rho L_{ij} - \overline{\rho v'_i v'_j} \right] \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.10)$$

O termo $-\overline{\rho v'_i v'_j}$ representa o movimento dos vórtices nas escalas menores do que a resolução da malha. Esta parcela pode ser representada pelo modelo clássico de Smagorinsky (1963), que aproxima os efeitos das tensões sub-malha nas grandes escalas por:

$$-\overline{\rho v'_i v'_j} = 2\mu_t \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = 2\mu_t \bar{S}_{ij} \quad (2.11)$$

onde μ_t representa a viscosidade dinâmica turbulenta, dada pela equação abaixo.

$$\mu_t = \rho (C_s \bar{\Delta})^2 (2S_{ij} S_{ij})^{1/2} \quad (2.12)$$

sendo C_s a constante de Smagorinsky, com valores usuais entre 0,1 a 0,25 (MURAKAMI, 1997).

2.1.4 Descrição Arbitrária Lagrangiana-Euleriana

Formulações cinemáticas baseadas na abordagem Euleriana, onde considera-se um domínio de referência fixo no espaço e a matéria movendo-se através dele, têm sido tradicionalmente

empregadas para a descrição cinemática de escoamentos de fluidos. Entretanto, esta descrição torna difícil a identificação de contornos móveis e de movimentos de estruturas imersas no escoamento. No caso de corpos sólidos, a descrição cinemática mais adequada é a Lagrangiana, a qual expressa os movimentos da matéria em função de suas coordenadas materiais e do tempo e, assim, pode-se identificar com precisão contornos e interfaces do objeto (DONEA et al., 1982).

Para contornar estas limitações em problemas de IFE, Hirt et al. (1974) propôs a chamada descrição Arbitrária Lagrangiana Euleriana (ALE), originalmente baseada no Método das Diferenças Finitas e mais tarde estendida para o MEF, por Hughes et al. (1981). O método consiste na delimitação de uma região no entorno da estrutura, sendo o movimento nessa região da malha arbitrário e independente das coordenadas materiais e espaciais. Já o fluido localizado fora da região ALE, é resolvido na forma puramente Euleriana.

Considerando uma descrição ALE, as componentes de aceleração são obtidas por meio de uma derivada material no tempo, conforme equação abaixo:

$$a_i = \frac{Dv_i}{Dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} (v_j - w_j) \quad (i, j = 1,2,3) \quad (2.13)$$

sendo w_j as componentes do vetor velocidade de malha em cada uma das direções.

Considerando o modelo clássico de Smagorinsky para escoamentos turbulentos e uma descrição Arbitrária Lagrangiana-Euleriana (ALE), as Equações 2.4 e 2.6 podem ser reescritas usando a forma não conservativa a seguir (BRAUN, 2007):

(i) Balanço de Massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1,2,3) \quad (2.14)$$

(ii) Balanço de *Momentum*:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + (v_j - w_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{X_i}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + v_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (i, j, k = 1,2,3) \quad (2.15)$$

onde, $\nu = \mu/\rho$ é a viscosidade cinemática e $\nu_t = \mu_t/\rho$, a viscosidade cinemática turbulenta.

2.1.5 Condições iniciais e de Contorno

São impostas ao domínio de análise Ω no instante inicial do escoamento $t = t_0$, condições iniciais de velocidade v_{i0} e pressão p .

$$v_i(\mathbf{x}, t = t_0) = v_{i0} \quad \text{em } \Omega \quad (i = 1,2,3) \quad (2.16)$$

$$p(\mathbf{x}, t = t_0) = p_0 \quad \text{em } \Omega \quad (i = 1,2,3) \quad (2.17)$$

A fronteira do domínio de análise é formada pelos contornos, $\Gamma = \Gamma_v + \Gamma_p + \Gamma_\sigma$. Aos contornos Γ_v e Γ_p são impostas condições de contorno essenciais, ou de Dirichlet, com valores prescritos de velocidade e pressão, \tilde{v}_i e \tilde{p} :

$$v_i(\mathbf{x}) = \tilde{v}_i \quad \text{em } \Gamma_v \quad (i = 1,2,3) \quad (2.18)$$

$$p(\mathbf{x}) = \tilde{p} \quad \text{em } \Gamma_p \quad (i = 1,2,3) \quad (2.19)$$

Ao contorno Γ_σ são impostas condições de contorno naturais, ou de Neumann, das componentes do vetor de tensões \tilde{t}_i (a condição de contorno natural do problema deve satisfazer o equilíbrio entre as forças do vetor \tilde{t}_i e as componentes do tensor de tensões da Equação 2.2):

$$S_i = \frac{\tilde{t}_i}{\rho} = \left[-p\delta_{ij} + (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] n_j \quad \text{em } \Gamma_\sigma \quad (i,j,k = 1,2,3) \quad (2.20)$$

onde n_j são as componentes do vetor unitário normal em um ponto qualquer de Γ_σ em relação ao eixo x_j .

2.2 DINÂMICA DOS CORPOS RÍGIDOS

Para as análises de interação fluido-estrutura realizadas neste trabalho, a estrutura é idealizada como um corpo rígido (ou indeformável). Esta hipótese é justificável em casos onde as deformações sofridas pela estrutura imersa no fluido, são muito inferiores aos deslocamentos e rotações a que essa é submetida (ver, por exemplo, NOMURA; HUGHES, (1992); SARRATE et al., 2001).

As equações de movimento de um sistema de múltiplos graus de liberdade (GDL), podem ser derivadas diretamente a partir do Princípio de Hamilton Estendido, que é dado por:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta[T(t) - V(t)] + \delta W_{nc}(t)) dt = 0 \quad (2.21)$$

onde a variação da energia cinética total (δT), a variação da energia potencial total (δV) e a variação do trabalho virtual total das forças não conservativas (δW_{nc}), são expressões escalares dadas em termos de coordenadas generalizadas (q_i). O Princípio de Hamilton Estendido, é obtido através da variação da trajetória de equilíbrio no espaço $\delta r_j(t)$, para $j=1,2,\dots,n$, considerando que as j -ésimas trajetórias $r_j(t)$, satisfazem nos dois instantes de tempo t_1 e t_2 a condição $\delta r_j(t_1) = \delta r_j(t_2) = 0$ (ver, por exemplo, CLOUGH e PENZIEN, 2003).

Todavia, ao aplicar o princípio variacional à Equação 2.21, obtêm-se as chamadas Equações de Lagrange (Equação 2.22), a partir das quais as equações de movimento também podem ser derivadas, contudo, de forma mais rápida, uma vez que operações, como as de integrações por partes, são evitadas (MEIROVITCH, 2001).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.22)$$

A energia cinética total do sistema é dada pela soma das parcelas de rotação e translação, sendo obtida pela integral de volume, avaliada no volume do sólido (V_s) e dada por:

$$T = \frac{1}{2} \int_{V_s} \rho_s \dot{q}_i \dot{q}_i d\Omega + \frac{1}{2} \int_{V_s} \rho_s (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q})^2 d\Omega \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.23)$$

sendo \dot{q}_i as n velocidades generalizadas, ρ_s a massa específica da estrutura $\boldsymbol{\omega}$ é o rotacional e \mathbf{q} o vetor posição. A energia potencial total é dada por:

$$V = \frac{1}{2} \int_{V_s} q_i K_{ij} q_j d\Omega \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.24)$$

onde q_i e q_j são as n coordenadas generalizadas e K_{ij} são os termos de rigidez elástica linear.

O trabalho realizado pelas forças não conservativas pode ter contribuições de três origens: das forças de dissipação ou amortecimento (Q_i^A), das forças externas aplicadas ao sistema estrutural (Q_i^D), e das forças de controle (F_{c_i}). Dessa forma, o trabalho realizado pelas forças não conservativas pode ser escrito conforme a seguir:

$$W_{nc} = \sum_{i=1}^n (Q_i^A + Q_i^D + F_{c_i}) q_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.25)$$

As forças de amortecimento podem ser obtidas, de acordo com Meirovitch (2001), através da função de dissipação de Rayleigh, dada por:

$$Q_i^A = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.26)$$

onde \mathcal{F} é a função de dissipação de Rayleigh dada em função de velocidades generalizadas e dos coeficientes de amortecimento viscoso (c_{ij}):

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.27)$$

Dessa forma, considerando-se as relações dadas pelas Equações 2.25 e 2.26, a Equação de Lagrange pode ser reescrita na forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}_i} = Q_i^D + F_{c_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.28)$$

No presente trabalho, considera-se uma estrutura tridimensional, com seis GDL, sendo três de translação e três de rotação, restringidos por molas e amortecedores, à qual são acrescentados graus de liberdade de rotação, relativos à quantidade de apêndices inclusos na seção transversal (Figura 2.1). Admitindo-se a inclusão de dois apêndices, os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração da estrutura relacionados ao seu centro de massa, \mathbf{U}_E^c , $\dot{\mathbf{U}}_E^c$ e $\ddot{\mathbf{U}}_E^c$, são compostos pelos termos:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_E^c &= \{x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \beta_1 \quad \beta_2\}^T \\ \dot{\mathbf{U}}_E^c &= \{\dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad \dot{x}_3 \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\beta}_1 \quad \dot{\beta}_2\}^T \\ \ddot{\mathbf{U}}_E^c &= \{\ddot{x}_1 \quad \ddot{x}_2 \quad \ddot{x}_3 \quad \ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \ddot{\theta}_3 \quad \ddot{\beta}_1 \quad \ddot{\beta}_2\}^T \end{aligned} \quad (2.29)$$

onde x_1, x_2, x_3 são as translações e $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ as rotações no centro de massa da estrutura, e β_1, β_2 são as rotações no caso de dois apêndices anexados à estrutura. A primeira derivada temporal de cada termo representa as respectivas velocidades de cada GDL, e a segunda derivada temporal representa suas acelerações.

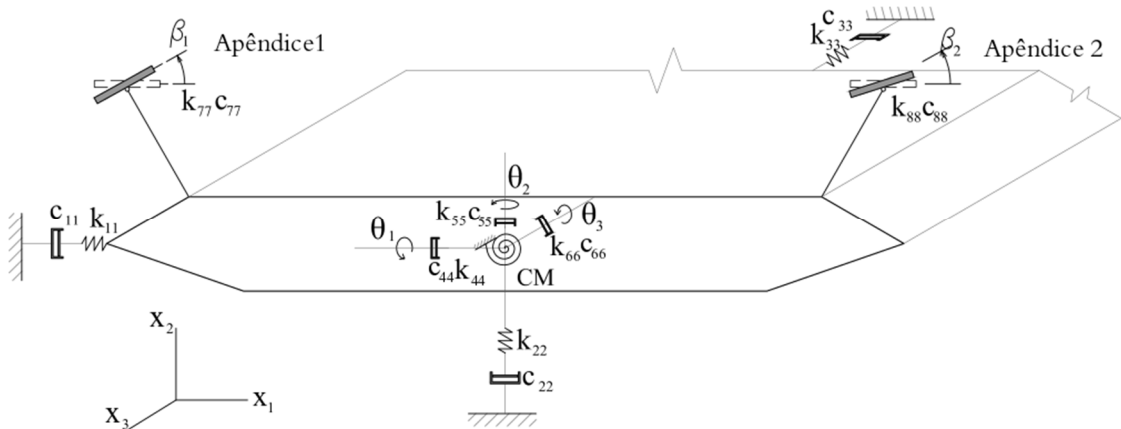


Figura 2.1: modelo da estrutura composta por oito GDL, sendo três de translação, três de rotação e dois referentes aos apêndices (adaptado de Li et al., 2017a).

Contudo, o modelo seccional, que considera apenas os GDL de translação vertical e rotação em torno de x_3 do tabuleiro, é bastante utilizado para representar fenômenos aeroelásticos no caso de pontes (LI et al., 2015a). Neste caso, tem-se a energia cinética total dada pela soma das energias cinéticas do tabuleiro e dos apêndices, respectivamente:

$$T_d = \frac{1}{2} \int_{V_d} \rho_d (\dot{x}_2 + r\dot{\theta}_3)^2 d\Omega \quad (2.30)$$

$$T_{Ap_1} = \int_{V_{A_1}} \rho_{Ap_1} (\dot{x}_2 + r\dot{\theta}_3 - \dot{\beta}_1(r - r_{\beta_1}))^2 d\Omega \quad (2.31)$$

$$T_{Ap_2} = \int_{V_{A_2}} \rho_{Ap_2} (\dot{x}_2 + r\dot{\theta}_3 - \dot{\beta}_2(r - r_{\beta_2}))^2 d\Omega \quad (2.32)$$

A energia potencial total é dada por:

$$V = \frac{1}{2} (k_{22}x_2^2 + k_{66}\theta_3^2 + k_{77}\beta_1^2 + k_{88}\beta_2^2) \quad (2.33)$$

As forças de amortecimento:

$$D = \frac{1}{2} (c_{22}\dot{x}_2^2 + c_{66}\dot{\theta}_3^2 + c_{77}\dot{\beta}_1^2 + c_{88}\dot{\beta}_2^2) \quad (2.34)$$

Derivando parcialmente as Equações 2.30 a 2.34 conforme dado pela Equação de Lagrange (2.32), obtém-se as seguintes equações:

$$\begin{cases} m_{22}\ddot{x}_2 + S_{\theta_3}\ddot{\theta}_3 - S_{\beta_1}\ddot{\beta}_1 + S_{\beta_2}\ddot{\beta}_2 + c_{22}\dot{x}_2 + k_{22}x_2 = Q_{x_2}^c + Q_{C,x_2}^c \\ S_{\theta_3}\ddot{x}_2 + I_{\theta_3}\ddot{\theta}_3 - (I_{\beta_1} - r_{\beta_1}S_{\beta_1})\ddot{\beta}_1 + (I_{\beta_2} + r_{\beta_2}S_{\beta_2})\ddot{\beta}_2 + c_{66}\dot{\theta}_3 + k_{66}\theta_3 = M_{\theta_3}^c + M_{C,\theta_3}^c \\ S_{\beta_1}\ddot{x}_2 - (I_{\beta_1} - r_{\beta_1}S_{\beta_1})\ddot{\theta}_3 + I_{\beta_1}\ddot{\beta}_1 + c_{77}\dot{\beta}_1 + k_{77}\beta_1 = M_{\beta_1}^{vinculo_1} + M_{C,\beta_1}^{vinculo_1} \\ S_{\beta_2}\ddot{x}_2 - (I_{\beta_2} - r_{\beta_2}S_{\beta_2})\ddot{\theta}_3 + I_{\beta_2}\ddot{\beta}_2 + c_{88}\dot{\beta}_2 + k_{88}\beta_2 = M_{\beta_2}^{vinculo_2} + M_{C,\beta_2}^{vinculo_2} \end{cases} \quad (2.35)$$

onde m_{22} é o somatório das massas da estrutura e dos apêndices; I_{θ_3} é o segundo momento de inércia de massa (inércia rotacional) da estrutura, relativa ao GDL de rotação em torno do eixo x_3 ; I_{β_1} e I_{β_2} são os segundos momentos de inércia dos apêndices, em relação ao vínculo do apêndice com a estrutura, dados por:

$$I_{\theta_3} = \rho_E \int_V r^2 d\Omega \quad (2.36)$$

$$I_{\beta_1} = \rho_{A_1} \int_{V_{A_1}} (r - r_{\beta_1})^2 d\Omega \quad (2.37)$$

$$I_{\beta_2} = \rho_{A_2} \int_{V_{A_2}} (r - r_{\beta_2})^2 d\Omega \quad (2.38)$$

r_{β_1} e r_{β_2} são as distâncias do centro de massa da estrutura ao vínculo de cada apêndice, enquanto S_{θ_3} , S_{β_1} e S_{β_2} são os momentos de inércia de massa de primeira ordem, dados por:

$$S_{\theta_3} = \rho_E \int_V r d\Omega \quad (2.39)$$

$$S_{\beta_1} = \rho_{A_1} \int_{V_{A_1}} (r - r_{\beta_1}) d\Omega \quad (2.40)$$

$$S_{\beta_2} = \rho_{A_2} \int_{V_{A_2}} (r - r_{\beta_2}) d\Omega \quad (2.41)$$

Dessa forma, ao considerar-se o modelo seccional incluindo o efeito dos apêndices, a matriz de massa da estrutura fica conforme apresentado a seguir:

$$\mathbf{M}_E = \begin{bmatrix} m & S_{\theta_3} & S_{\beta_1} & S_{\beta_2} \\ & I_{\theta_3} & (r_{\beta_1} S_{\beta_1} - I_{\beta_1}) & (r_{\beta_2} S_{\beta_2} - I_{\beta_2}) \\ & & I_{\beta_1} & 0 \\ \text{sim} & & & I_{\beta_2} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Em conformidade com a formulação utilizada por Wilde e Fujino (1998) e Kwon e Chang (2000), acrescenta-se à matriz de rigidez os termos referentes aos apêndices, que é dada na forma diagonal por:

$$\mathbf{K}_E = \text{diag} \left[m\omega_{x_2}^2 \quad I_{\theta_3}\omega_{\theta_3}^2 \quad I_{\beta_1}\omega_{\beta_1}^2 \quad I_{\beta_2}\omega_{\beta_2}^2 \right] \quad (2.43)$$

onde os termos k_{ii} , conforme pode ser verificado em Clough e Penzien (2003), são obtidos em função da massa (ou inércia rotacional) e da frequência natural de cada GDL (ω_n):

$$k = m\omega_n^2 \quad (2.44)$$

De maneira análoga, inclui-se na matriz de amortecimento os termos referentes aos apêndices, que é dada na forma diagonal:

$$\mathbf{C}_E = \text{diag} \left[2m\omega_{x_2}\zeta_{u_2} \quad 2I_{\theta_3}\omega_{\theta_3}\zeta_{\theta_3} \quad 2I_{\beta_1}\omega_{\beta_1}\zeta_{\beta_1} \quad 2I_{\beta_2}\omega_{\beta_2}\zeta_{\beta_2} \right] \quad (2.45)$$

onde os termos c_{ii} são calculados em função da massa (ou inércia rotacional), das correspondentes frequências naturais e das razões de amortecimento crítico (ζ):

$$c = 2\zeta\omega_n m \quad (2.46)$$

Obtém-se assim a equação do equilíbrio dinâmico da estrutura, dada pela expressão matricial:

$$\mathbf{M}_E \ddot{\mathbf{U}}_E^c + \mathbf{C}_E \dot{\mathbf{U}}_E^c + \mathbf{K}_E \mathbf{U}_E^c = \mathbf{Q}_E + \mathbf{F}_C \quad (2.47)$$

onde vetor \mathbf{Q}_E é composto por termos de forças externas nos GDL de translação e termos de momentos nos GDL de rotação, avaliados no centro de massa da estrutura e, no caso dos apêndices, no vínculo com a estrutura e \mathbf{F}_C é o vetor de forças de controle, dados por:

$$\mathbf{Q}_E = \left[Q_{x_2}^c \quad M_{\theta_3}^c \quad M_{\beta_1}^{\text{vinculo}_1} \quad M_{\beta_2}^{\text{vinculo}_2} \right] \quad (2.48)$$

$$\mathbf{F}_C = \left[0 \quad 0 \quad M_{C,\beta_1}^{\text{vinculo}_1} \quad M_{C,\beta_2}^{\text{vinculo}_2} \right] \quad (2.49)$$

3 MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico empregado neste trabalho é baseado no método explícito de dois passos de Taylor-Galerkin, o qual consiste em uma discretização temporal prévia das equações fundamentais do escoamento usando expansões em séries de Taylor truncadas no termo de segunda ordem, seguida da discretização espacial do domínio de análise através da aplicação do método de Bubnov-Galerkin (Galerkin Clássico) no contexto do MEF. Este modelo foi proposto originalmente por Kawahara e Hirano (1983) e tem demonstrado bom desempenho em diversos trabalhos produzidos no PPGEC/UFRGS e no PROMEC/UFRGS, como por exemplo, os trabalhos de Teixeira (2001), Petry (2002), Braun (2002, 2007), Madalozzo (2012) e, mais recentemente, por Tonon (2016) e Tonin (2017).

3.1 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

Uma variável genérica $\theta(\mathbf{x}, t)$, dada em função da sua posição $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ no domínio espacial Ω no instante de tempo t , pode ser aproximada por expansão em série de Taylor, truncada no termo de segunda ordem, conforme abaixo:

$$\theta^{n+1} = \theta^n + \Delta\theta = \theta^n + \Delta t \frac{\partial \theta^n}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{\partial^2 \theta^n}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

onde Δt é o incremento de tempo adotado e os superíndices n e $n+1$ indicam, respectivamente, os instantes de tempo t e $t + \Delta t$, nos quais a variável é avaliada (BRAUN, 2007).

No método explícito de dois passos de Taylor-Galerkin, a cada incremento de tempo, as equações são resolvidas em duas etapas: primeiramente são avaliadas as projeções dos campos de variáveis no instante de tempo $n+1/2$ (Equação 3.2), seguida do cálculo dos incrementos no final do passo, em $n+1$. Em $n+1/2$, as variáveis são aproximadas por:

$$\theta^{n+1/2} = \theta^n + \frac{\Delta\theta}{2} = \theta^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial \theta^n}{\partial t} + \frac{(\Delta t / 2)^2}{2!} \frac{\partial^2 \theta^n}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

As variáveis das equações fundamentais do escoamento a serem discretizadas temporalmente neste trabalho são a velocidade e a pressão. Isolando-se os termos de derivada temporal de v_i^n e p^n nas equações de balanço de massa e momentum, Equações. 2.14 e 2.15, respectivamente, obtêm-se as Equações 3.3 e 3.4 para o instante de tempo n :

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = \left\{ \frac{1}{\rho} X_i - (v_j - w_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + v_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \right\}^n \quad (i,j,k=1,2,3) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \left(-\rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right)^n \quad (j=1,2,3) \quad (3.4)$$

Empregando-se o procedimento de discretização temporal às Equações 3.3 e 3.4, obtêm-se, conforme pode-se verificar de forma detalhada em Braun (2007), o esquema de avanço no tempo abaixo:

$$v_i^{n+1} = v_i^n + \Delta v_i^{n+1/2} \quad (i=1,2,3) \quad (3.5)$$

$$p^{n+1} = p^n + \Delta p^{n+1/2} \quad (3.6)$$

com incrementos $\Delta v_i^{n+1/2}$ e $\Delta p^{n+1/2}$ calculados com todas as variáveis avaliadas no passo $n+1/2$:

$$\Delta v_i^{n+1/2} = \Delta t \left\{ \frac{1}{\rho} X_i - (v_j - w_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + v_t) \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \right\}^{n+1/2} \quad (i,j,k=1,2,3) \quad (3.7)$$

$$\Delta p^{n+1/2} = \Delta t \left(-\rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right)^{n+1/2} \quad (j=1,2,3) \quad (3.8)$$

O procedimento de solução inicia-se com o cálculo de $\tilde{v}_i^{n+1/2}$, onde exclui-se o termo de incremento de pressão:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_i^{n+1/2} = v_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{1}{\rho} X_i - (v_j - w_j) \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\Delta t}{4} \frac{\partial X_i}{\partial x_j} \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + v_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right]^n + \right. \\ \left. \left(\frac{\Delta t}{4} (v_j - w_j) (v_k - w_k) \right) \frac{\partial^2 v_i^n}{\partial x_j \partial x_k} \right\} \end{aligned} \quad (i,j,k=1,2,3) \quad (3.9)$$

Em seguida, calcula-se a pressão no passo $n+1/2$, a partir da qual obtêm-se o incremento de pressão (Equação 3.11):

$$p^{n+1/2} = p^n - \frac{\Delta t}{2} \left[\rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} - \frac{\Delta t}{4} (v_j - w_j)(v_k - w_k) \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial x_k} \right]^n \quad (i,j,k=1,2,3) \quad (3.10)$$

$$\Delta p^{n+1/2} = p^{n+1/2} - p^n \quad (3.11)$$

Na sequência corrige-se o termo de velocidade, obtido na Equação 3.9, e inclui-se o termo de incremento de pressão:

$$v_i^{n+1/2} = \tilde{v}_i^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{4} \frac{\partial \Delta p^{n+1/2}}{\partial x_j} \quad (j=1,2,3) \quad (3.12)$$

Por fim, substitui-se os valores de incrementos obtidos em (3.11) e (3.12) nas Equações 3.5 e 3.6 e obtêm-se os campos de velocidade e pressão no passo n+1.

É importante salientar que esquemas explícitos, como o adotado neste trabalho, são condicionalmente estáveis. Em decorrência disso, o incremento de tempo (Δt) adotado, deve respeitar a condição de Courant (Equação 3.13), relacionada à dimensão característica (Δx_i) e à velocidade característica do escoamento (v_i) do elemento, à velocidade de propagação do som no meio (c) e a um coeficiente de segurança α , entre 0 e 1,0.

$$\Delta t_i < \alpha \frac{\Delta x_i}{c + v_i} \quad (i=1, \dots, \text{NTE}) \quad (3.13)$$

Sendo NTE o número total de elementos, nota-se que podem ser definidos Δt específicos para cada elemento. Contudo, em geral adota-se o incremento de tempo obtido para a menor dimensão da malha.

3.2 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

O Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste em subdividir o domínio de análise em elementos e, em cada nó destes elementos, avaliar as variáveis de interesse do problema. A distribuição aproximada dos valores das variáveis no interior de cada elemento, por sua vez, é obtida a partir dos valores dos nós. Este cálculo é feito utilizando polinômios de interpolação, característicos para cada tipo de elemento. Maiores detalhes sobre o MEF podem ser obtidos em Zienkiewicz et al. (2014).

O espaço computacional é obtido a partir da parametrização do domínio de análise e possui um sistema de referência cartesiano local, onde os eixos coordenados (ξ_1 , ξ_2 e ξ_3) assumem valores contidos no intervalo $[-1, 1]$ (quadratura de Gauss). Neste trabalho, emprega-se o elemento isoparamétrico hexaédrico trilinear de oito nós, onde as coordenadas naturais dos nós locais do elemento (Figura 3.1) assumem os seguintes valores:

$$\begin{aligned}\{\xi_1\}^T &= \{-1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1\} \\ \{\xi_2\}^T &= \{-1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1\} \\ \{\xi_3\}^T &= \{-1 \ -1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1\}\end{aligned}\quad (3.14)$$

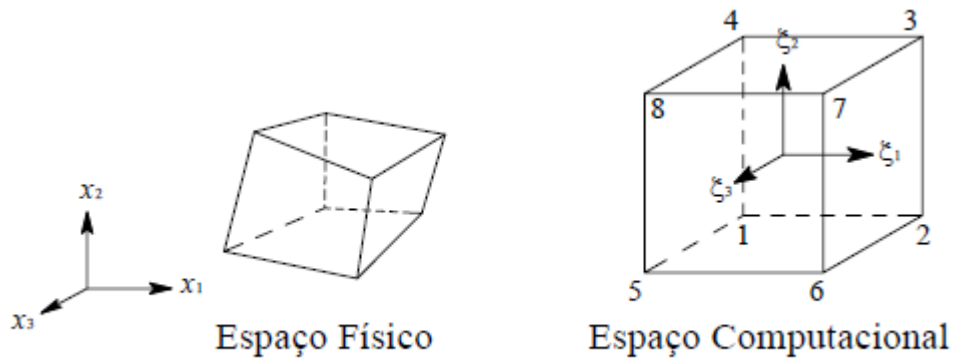


Figura 3.1: elemento isoparamétrico hexaédrico nos sistemas de referência físico e computacional (BRAUN, 2007).

As coordenadas e componentes de velocidade e pressão de um ponto qualquer no interior do elemento são obtidas pelas equações abaixo:

$$x_i = [\Phi] \mathbf{x}_i \quad (i=1,2,3) \quad (3.15)$$

$$v_i(\mathbf{x}, t) = [\Phi] \mathbf{v}_i(\mathbf{x}, t) \quad (i=1,2,3) \quad (3.16)$$

$$p(\mathbf{x}, t) = [\Phi] \mathbf{p}(\mathbf{x}, t) \quad (3.17)$$

sendo \mathbf{x}_i , \mathbf{v}_i e \mathbf{p} vetores que contêm, respectivamente, as componentes das coordenadas cartesianas, as componentes de velocidade e a pressão referente a cada nó do elemento e $[\Phi]$ uma matriz linha, composta pelas N funções de interpolação do elemento. Para o caso do elemento adotado, N é igual a oito.

Por tratar-se de um elemento isoparamétrico, as mesmas funções de interpolação (Φ_N) são usadas para interpolar os valores tanto das coordenadas quanto das variáveis, sendo dadas por:

$$[\Phi] = [\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \Phi_3 \quad \Phi_4 \quad \Phi_5 \quad \Phi_6 \quad \Phi_7 \quad \Phi_8] \quad (3.18)$$

$$\Phi_N = \frac{1}{8}(1 + \xi_{1N}\xi_1)(1 + \xi_{2N}\xi_2)(1 + \xi_{3N}\xi_3) \quad (N=1, \dots, 8) \quad (3.19)$$

onde ξ_1 , ξ_2 e ξ_3 são as coordenadas naturais, definidas no espaço computacional, de um ponto qualquer no interior do elemento e ξ_{1N} , ξ_{2N} e ξ_{3N} são as coordenadas naturais do nó local N do elemento (ZIENKIEWICZ et al., 2014).

No presente trabalho emprega-se o método de Bubnov-Galerkin, a partir do qual, em conjunto com a discretização temporal descrita na seção 3.1 e a aplicação do MEF, são obtidas as equações matriciais em nível de elemento, compondo o Modelo Explícito de dois passos Taylor-Galerkin (ver, por exemplo, ZIENKIEWICZ et al., 2014). Aproximando as equações discretizadas temporalmente (3.9) e (3.10) pelas expressões (3.16) e (3.17) e aplicando o Método de Bubnov-Galerkin, obtém-se as equações de balanço para obtenção das componentes de velocidade e da pressão no passo $n+1/2$, conforme as equações abaixo:

$$[\mathbf{M}] \mathbf{v}_i^{n+1/2} = [\mathbf{M}] \mathbf{v}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{1}{\rho} \{ \hat{X}_i \} - ([\mathbf{AD}] + [\mathbf{BD}]) \mathbf{v}_i + \frac{1}{\rho} [\mathbf{G}]_j \delta_{ij} \mathbf{p} - [\mathbf{D}]_{ij}^{2p} \mathbf{v}_j + \{ \tilde{t}_i \} + \{ \tilde{b}_{dv} \}_i \right\}^n \quad (3.20)$$

$$[\mathbf{M}] \mathbf{p}^{n+1/2} = [\mathbf{M}] \mathbf{p}^n - \frac{\Delta t}{2} \left\{ ([\mathbf{AD}] + [\mathbf{BD}]) \mathbf{p} + \rho c^2 [\mathbf{G}]_j^T \mathbf{v}_j - \{ \tilde{b}_{dp} \} \right\}^n \quad (3.21)$$

A correção da velocidade obtida na Equação 3.12 é dada na forma:

$$\int_{\Omega_e} [\Phi]^T [\Phi] d\Omega \mathbf{v}_i^{n+1/2} = \int_{\Omega_e} [\Phi]^T [\Phi] d\Omega \tilde{\mathbf{v}}_i^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_e} [\Phi]^T \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} \delta_{ij} d\Omega (\mathbf{p}^{n+1/2} - \mathbf{p}^n) \quad (3.22)$$

De maneira similar, as equações de balanço para obtenção dos incrementos das componentes de velocidade Δv_i (3.7) e da pressão Δp (3.8), no passo $n+1/2$, são transformadas nas equações matriciais em nível de elemento, (3.23) e (3.24), para em seguida somar aos respectivos valores no passo n conforme (3.5) e (3.6), e assim obter os valores das variáveis em $n+1$, ou seja:

$$[\mathbf{M}] \mathbf{v}_i^{n+1/2} = [\mathbf{M}] \mathbf{v}_i^n + \Delta t \left\{ \frac{1}{\rho} \{ \hat{X}_i \} - [\mathbf{AD}] \mathbf{v}_i + \frac{1}{\rho} [\mathbf{G}]_j \delta_{ij} \mathbf{p} - [\mathbf{D}]_{ij}^{2p} \mathbf{v}_j + \{ \tilde{t}_i \} \right\}^{n+1/2} \quad (3.23)$$

$$[\mathbf{M}]\mathbf{p}^{n+1/2} = [\mathbf{M}]\mathbf{p}^n - \Delta t \left\{ ([\mathbf{AD}])\mathbf{p} + \rho c^2 [\mathbf{G}]_j^T \mathbf{v}_j \right\}^{n+1/2} \quad (3.24)$$

Sendo as matrizes e vetores que aparecem nas Equações 3.20 a 3.24 definidas como a seguir:

$\{\mathbf{v}_i\}^{n+1/2}$ e $\{\mathbf{p}\}^{n+1/2}$ são os vetores correspondentes a componentes de velocidade e pressão, avaliados no passo $n+1/2$.

$\{\mathbf{v}_i\}^n$ e $\{\mathbf{p}\}^n$ são os vetores correspondentes a componentes de velocidade e pressão, avaliados no passo n .

$[\mathbf{M}]$ é a matriz de massa consistente do elemento, dada por:

$$[\mathbf{M}] = \int_{\Omega_e} [\Phi]^T [\Phi] d\Omega \quad (3.25)$$

$[\mathbf{AD}]$ é a matriz advectiva, dada por:

$$[\mathbf{AD}] = \int_{\Omega_e} [\Phi] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n) [\Phi]^T \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} d\Omega \quad (3.26)$$

$[\mathbf{BD}]$ é a matriz do balanço difusivo, resultante da integração por partes do Tensor Balanço Difusivo, dada por:

$$[\mathbf{BD}] = \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_e} ([\Phi] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n)) ([\Phi] (\mathbf{v}_k^n - \mathbf{w}_k^n)) \frac{\partial [\Phi]^T}{\partial x_j} \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_k} d\Omega \quad (3.27)$$

$[\mathbf{D}]_{ij}^{2p}$ são as matrizes difusivas, resultantes da integração por partes dos termos difusivos de segunda ordem, dadas por:

$$[\mathbf{D}]_{ij}^{2p} = \begin{cases} \int_{\Omega_e} \left(\left[2(v + v_t) + \frac{\lambda}{\rho} \right] \frac{\partial [\Phi]^T}{\partial x_i} \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} + (v + v_t) \frac{\partial [\Phi]^T}{\partial x_k} \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_k} \right) d\Omega & \text{se } i = j \text{ (demais : } k \text{):} \\ \int_{\Omega_e} \left((v + v_t) \frac{\partial [\Phi]^T}{\partial x_i} \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial [\Phi]^T}{\partial x_j} \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_i} \right) d\Omega & \text{se } i \neq j: \end{cases} \quad (3.28)$$

$[\mathbf{G}]_j$ é a matriz para o cálculo do gradiente de pressão e $[\mathbf{G}]_j^T$ sua transposta, dadas por:

$$[\mathbf{G}]_j = \int_{\Omega_e} \frac{\partial [\Phi]^T}{\partial x_j} [\Phi] d\Omega \quad [\mathbf{G}]_j^T = \int_{\Omega_e} [\Phi]^T \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} d\Omega \quad (3.29)$$

$\{X_i\}$ e $\{\hat{X}_i\}$ são vetores utilizados no cálculo da parcela de forças de campo, sendo \mathbf{X}_i^n vetor que contém os valores nodais das componentes de força, segundo o eixo x_i , dado por:

$$\{X_i\} = \int_{\Omega_e} [\Phi]^T ([\Phi] \mathbf{X}_i^n) d\Omega \quad ; \quad \{\hat{X}_i\} = \{X_i\} - \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_e} [\Phi] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n) [\Phi]^T \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} \mathbf{X}_i^n d\Omega \quad (3.30)$$

$\{\tilde{b}_{dv}\}_i$, $\{\tilde{b}_{dp}\}$ e $\{\tilde{t}_i\}$ são vetores que contém os termos de contorno, resultantes da integração por partes do Tensor Balanço Difusivo e do termo de segunda ordem de difusão, dados por:

$$\{\tilde{b}_{dv}\}_i = \frac{\Delta t}{4} \int_{\Gamma_e} [\Phi^*]^T ([\Phi] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n)) ([\Phi] (\mathbf{v}_k^n - \mathbf{w}_k^n)) \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_k} \mathbf{v}_i^n n_j d\Gamma \quad (3.31)$$

$$\{\tilde{b}_{dp}\} = \frac{\Delta t}{4} \int_{\Gamma_e} [\Phi^*]^T ([\Phi] (\mathbf{v}_j^n - \mathbf{w}_j^n)) ([\Phi] (\mathbf{v}_k^n - \mathbf{w}_k^n)) \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_k} \mathbf{p}^n n_j d\Gamma \quad (3.32)$$

$$\{\tilde{t}_i\} = \int_{\Gamma_e} [\Phi^*]^T \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} \mathbf{v}_i^n + \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_i} \mathbf{v}_j^n \right) + \frac{\lambda}{\rho} \left(\frac{\partial [\Phi]}{\partial x_k} \mathbf{v}_k^n \right) \delta_{ij} - \frac{1}{\rho} [\Phi] \mathbf{p}^n \right] n_j d\Gamma \quad (3.33)$$

onde, n_j são os co-senos diretores da normal ao contorno Γ_e , de acordo com a direção x_j e $[\Phi^*]$ uma matriz contendo funções de interpolação avaliadas sobre o contorno Γ_e .

A integração das matrizes das Equações 3.25 a 3.33 é realizada numericamente empregando-se o método de Gauss-Legendre. Neste trabalho, utiliza-se integração reduzida, onde as matrizes são integradas analiticamente utilizando apenas um ponto de integração no centro do elemento ($\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$). Informações detalhadas sobre a obtenção analítica das matrizes de elemento podem ser obtidas em Burbridge (1999).

A fim de se obter um sistema de equações totalmente explícito e desacoplado, substitui-se a matriz de massa consistente $[\mathbf{M}]$, por uma matriz de massa diagonal (ou discreta) $[\mathbf{M}_D]$, determinada por:

$$[\mathbf{M}_D] = [m]_{ij} = \frac{\Omega_e}{8} \delta_{ij} \quad (i, j = 1, \dots, 8) \quad (3.34)$$

onde, Ω_e é o volume do elemento.

Além disso, com o objetivo de aumentar a estabilidade do processo, emprega-se o parâmetro de diagonalização seletiva e , proposto por Kawahara e Hirano (1983), obtendo-se a matriz de massa modificada, dada por:

$$[\tilde{\mathbf{M}}] = e[\mathbf{M}_D] + (1-e)[\mathbf{M}] \quad (3.35)$$

O parâmetro e pode assumir valores entre 0 e 1. No presente trabalho foram adotados valores entre 0,7 e 0,9, conforme recomendam os autores acima mencionados.

3.3 ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA

Neste trabalho emprega-se um modelo de acoplamento particionado convencional, sendo a análises do fluido e da estrutura realizadas separadamente e de forma sequencial, conforme ilustrado na Figura 3.2.

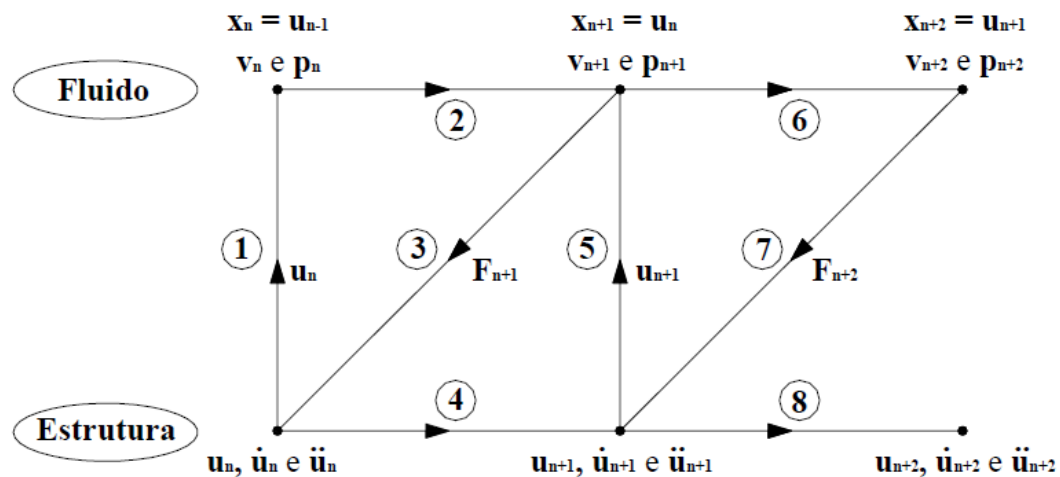


Figura 3.2: algoritmo para análise de problemas de interação fluido-estrutura através de um modelo particionado convencional (BRAUN, 2007).

O algoritmo tem seu início a partir das condições de deslocamento, velocidade e aceleração da estrutura na interface, no passo de tempo n , representadas pelos vetores \mathbf{U} , $\dot{\mathbf{U}}$ e $\ddot{\mathbf{U}}$ avança através das seguintes etapas: (1) os deslocamentos sofridos pela estrutura são transferidos ao

sistema de equações do escoamento; (2) a configuração da malha do fluido é atualizada; (3) a análise do fluido avança para o passo $n+1$, calculam-se os campos p de pressão e de velocidade e a carga na interface da estrutura devido à ação do fluido é computada; (4) a análise da estrutura segue para o passo $n+1$, os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração da estrutura são atualizados e o processo se repete (BRAUN, 2007).

Devido a esta defasagem no passo de tempo entre a solução da estrutura e do fluido, caracteriza-se como um acoplamento fraco, onde as condições de compatibilidade cinemática e de equilíbrio sobre a interface são impostas de forma aproximada.

3.3.1 Compatibilidade Cinemática

Para a realização da análise de IFE a condição de compatibilidade deve ser satisfeita na interface, ou seja, em nós comuns à estrutura e ao fluido os valores de velocidade e aceleração devem ser iguais, o que pode ser representado por:

$$\dot{\mathbf{U}}_E^I = \mathbf{V}_F^I \quad (3.36)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_E^I = \dot{\mathbf{V}}_F^I \quad (3.37)$$

onde os subíndices E e F referem-se, respectivamente, à estrutura e ao fluido e o superíndice I indica que tratam-se de nós da interface. Cabe ressaltar que, para o caso de análise tridimensional, os vetores de velocidade (\mathbf{V}_F^I) e aceleração ($\dot{\mathbf{V}}_F^I$) do fluido possuem três componentes, enquanto os vetores de velocidade ($\dot{\mathbf{U}}_E^I$) e aceleração ($\ddot{\mathbf{U}}_E^I$) da estrutura possuem (no caso da estrutura adotada neste trabalho, representada na Figura 2.1), oito componentes, uma para cada GDL.

Os valores de $\dot{\mathbf{U}}_E^I$ e $\ddot{\mathbf{U}}_E^I$ são obtidos a partir dos valores correspondentes avaliados no centro de massa da estrutura $\dot{\mathbf{U}}_E^C$ e $\ddot{\mathbf{U}}_E^C$ empregando conceitos da cinemática de corpos rígidos (NOMURA; HUGHES, 1992; BRAUN; AWRUCH, 2002). As expressões utilizadas são apresentadas a seguir:

$$\dot{\mathbf{U}}_E^I = \dot{\mathbf{U}}_E^C + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{CI} \quad (3.38)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_E^I = \ddot{\mathbf{U}}_E^C + (\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{CI}) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{CI}) \quad (3.39)$$

onde $\boldsymbol{\omega}$ e $\boldsymbol{\alpha}$ são os vetores de velocidade e aceleração angular da estrutura, dados por:

$$\boldsymbol{\omega} = \{\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\beta}_1 \quad \dot{\beta}_2\}^T \quad (3.40)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \{\ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \ddot{\theta}_3 \quad \ddot{\beta}_1 \quad \ddot{\beta}_2\}^T \quad (3.41)$$

e \mathbf{r}_{CI} é o vetor posição relativa, dado por:

$$\mathbf{r}_{CI} = \{r_1 \quad r_2 \quad r_3 \quad r_{A_1} \quad r_{A_2}\}^T \quad (3.42)$$

onde os três primeiros termos são as distâncias entre um ponto I qualquer da interface e o centro de massa da estrutura, nas direções x_1 , x_2 e x_3 . O termo r_{A_1} possui valor diferente de zero apenas nos nós de interface do apêndice 1 e representa a distância entre um ponto qualquer da interface deste apêndice e seu ponto de vínculo com a estrutura. De maneira análoga, o termo r_{A_2} representa esta distância para o apêndice 2. A mesma ideia pode ser estendida para apêndices adicionais.

Representando a Equação 3.38 na forma matricial, tem-se para cada nó dos elementos da interface:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{1,E}^I \\ \dot{x}_{2,E}^I \\ \dot{x}_{3,E}^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_3 & -r_2 & -r_{2A_1} & -r_{2A_2} \\ 0 & 1 & 0 & -r_3 & 0 & r_1 & r_{1A_1} & r_{1A_2} \\ 0 & 0 & 1 & r_2 & -r_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{x}_{1,E}^C \\ \dot{x}_{2,E}^C \\ \dot{x}_{3,E}^C \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

onde define-se a matriz $[\mathbf{L}]$ que descreve os movimentos de corpo rígido de cada nó, dada por:

$$[\mathbf{L}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_3 & -r_2 & -r_{2A_1} & -r_{2A_2} \\ 0 & 1 & 0 & -r_3 & 0 & r_1 & r_{1A_1} & r_{1A_2} \\ 0 & 0 & 1 & r_2 & -r_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

e sua derivada temporal, a matriz $[\mathbf{L}']$ dada por:

$$[\mathbf{L}'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (\dot{\theta}_2 r_2 + \dot{\theta}_3 r_3) & -\dot{\theta}_2 r_1 & -\dot{\theta}_3 r_1 & -r_{2A_1} & -r_{2A_2} \\ 0 & 0 & 0 & -\dot{\theta}_1 r_2 & (\dot{\theta}_1 r_1 + \dot{\theta}_3 r_3) & -\dot{\theta}_3 r_3 & r_{1A_1} & r_{1A_2} \\ 0 & 0 & 0 & -\dot{\theta}_1 r_3 & -\dot{\theta}_2 r_3 & (\dot{\theta}_1 r_1 + \dot{\theta}_2 r_2) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

é definida ao escrever a Equação 3.39 na forma matricial, conforme apresentado a seguir:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}'_{1,E} \\ \ddot{x}'_{2,E} \\ \ddot{x}'_{3,E} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_3 & -r_2 & -r_{2A_1} & -r_{2A_2} \\ 0 & 1 & 0 & -r_3 & 0 & r_1 & r_{1A_1} & r_{1A_2} \\ 0 & 0 & 1 & r_2 & -r_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}^C_{1,E} \\ \ddot{x}^C_{2,E} \\ \ddot{x}^C_{3,E} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\beta}_1 \\ \ddot{\beta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (\dot{\theta}_2 r_2 + \dot{\theta}_3 r_3) & -\dot{\theta}_2 r_1 & -\dot{\theta}_3 r_1 & -r_{2A_1} & -r_{2A_2} \\ 0 & 0 & 0 & -\dot{\theta}_1 r_2 & (\dot{\theta}_1 r_1 + \dot{\theta}_3 r_3) & -\dot{\theta}_3 r_3 & r_{1A_1} & r_{1A_2} \\ 0 & 0 & 0 & -\dot{\theta}_1 r_3 & -\dot{\theta}_2 r_3 & (\dot{\theta}_1 r_1 + \dot{\theta}_2 r_2) & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}^C_{1,E} \\ \ddot{x}^C_{2,E} \\ \ddot{x}^C_{3,E} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

Neste trabalho considera-se apenas o modelo seccional. Desse modo, as matrizes acima são simplificadas envolvendo apenas os GDL x_2 , θ_3 , β_1 e β_2 .

3.3.2 Condição de Equilíbrio

Na interface fluido-estrutura deve ser satisfeita a condição de equilíbrio entre as forças exercidas pelo fluido e os carregamentos da estrutura (BRAUN; AWRUCH, 2002). As cargas do fluido são dadas pelo vetor de tração S_i , que contém os termos de contorno das equações de Navier-Stokes avaliados sobre toda a interface fluido-estrutura (Γ_{int}), obtido pela Equação 2.20. Por outro lado, as cargas da estrutura são obtidas no seu centro de massa e transladadas para a interface por:

$$(\mathbf{Q}'_E)_p = \mathbf{L}(\mathbf{Q}^C_E)_p \quad (3.47)$$

onde $(\mathbf{Q}_E^I)_p$ é o vetor de forças avaliadas em um determinado ponto p da interface, composto de três componentes nas direções dos eixos x_1, x_2, x_3 e $(\mathbf{Q}_E^C)_p$ é o vetor forças referente ao mesmo ponto p porém calculado no centro de massa da estrutura, o qual para caso da estrutura adotada neste trabalho possui cinco componentes, conforme Equação 2.40.

Para o equilíbrio de forças iguala-se os carregamentos na interface da estrutura aos vetores de tração avaliados ao longo de toda a superfície, conforme dado a seguir:

$$(\mathbf{Q}_E^I)_{total} = - \int_{\Gamma_{int}} (S_i)_p d\Gamma \quad (3.48)$$

onde S_i deve ser considerado com sinal invertido, de acordo com a terceira lei de Newton.

Substituindo-se a Equação 3.47 na Equação 3.48 obtém-se a Equação 3.49, com a qual as forças e momentos gerados pelo fluido em um ponto p qualquer, são calculados diretamente sobre o centro de massa do corpo.

$$(\mathbf{Q}_E^C)_p = - \int_{\Gamma_{int}} [\mathbf{L}]_p^T (S_i)_p d\Gamma \quad (3.49)$$

onde $[\mathbf{L}]_p^T$ é a matriz $[\mathbf{L}]$ transposta.

3.3.3 Formulação do Acoplamento

No contexto do MEF, as equações de Navier-Stokes discretizadas espacialmente podem ser representadas na forma matricial a seguir:

$$[\mathbf{M}]^e \dot{\mathbf{V}}_F + [\mathbf{A}]^e \mathbf{V}_F + [\mathbf{D}]^e \mathbf{V}_F - \frac{1}{\rho} [\mathbf{G}]^e \mathbf{P}_F = \frac{1}{\rho} \mathbf{S}_F \quad (3.50)$$

onde $[\mathbf{M}]^e$, $[\mathbf{A}]^e$, $[\mathbf{D}]^e$ e $[\mathbf{G}]^e$ são as matrizes em nível de elemento de massa, advecção, difusão e gradiente de pressão, respectivamente, dadas por:

$$[\mathbf{M}]^e = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix}_{(3NX3N)} \quad (3.51)$$

$$[\mathbf{A}]^e = \begin{bmatrix} \mathbf{AD} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{AD} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{AD} \end{bmatrix}_{(3NX3N)} \quad (3.52)$$

$$[\mathbf{D}]^e = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} & \mathbf{D}_{13} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} & \mathbf{D}_{23} \\ \mathbf{D}_{31} & \mathbf{D}_{32} & \mathbf{D}_{33} \end{bmatrix}_{(3NX3N)} \quad (3.53)$$

$$[\mathbf{G}]^e = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{G}_3 \end{bmatrix}_{(3NXN)} \quad (3.54)$$

sendo $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{AD}]$, $[\mathbf{BD}]$ e $[\mathbf{D}]$ as matrizes definidas pelas Equações 3.25, 3.26, 3.27 e 3.28, respectivamente, e N o número de nós do elemento.

Os vetores $\dot{\mathbf{V}}_F$, \mathbf{V}_F , \mathbf{P}_F e \mathbf{S}_F na Equação 3.50 são os vetores em nível de elemento de aceleração, velocidade, pressão e forças, dados por:

$$\dot{\mathbf{V}}_F^T = \{\dot{\mathbf{V}}_1 \quad \dot{\mathbf{V}}_2 \quad \dot{\mathbf{V}}_3\}_{(1X3N)} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{V}_F^T = \{\mathbf{V}_1 \quad \mathbf{V}_2 \quad \mathbf{V}_3\}_{(1X3N)} \quad (3.56)$$

$$\mathbf{P}_F^T = \{P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_N\}_{(1XN)} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{S}_F^T = \{\mathbf{S}_1 \quad \mathbf{S}_2 \quad \mathbf{S}_3\}_{(1X3N)} \quad (3.58)$$

onde $\dot{\mathbf{V}}_i$, \mathbf{V}_i , \mathbf{P} e \mathbf{S}_i são aproximações dadas por:

$$\dot{\mathbf{V}}_i = [\mathbf{\Phi}] \dot{v}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.59)$$

$$\mathbf{V}_i = [\mathbf{\Phi}] v_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.60)$$

$$\mathbf{P}_F = [\mathbf{\Phi}] p \quad (3.61)$$

$$\mathbf{S}_F = [\mathbf{\Phi}] S_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.62)$$

Particionando-se a Equação 3.50 em termos referentes aos nós do elemento de fluido que pertencem à interface (superíndice I), dos nós que estão em contato apenas com o fluido, (superíndice F), obtém-se a expressão matricial dada a seguir:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} (\mathbf{M}^e)^{II} & (\mathbf{M}^e)^{IF} \\ (\mathbf{M}^e)^{FI} & (\mathbf{M}^e)^{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{V}}_F^I \\ \dot{\mathbf{V}}_F^F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (\mathbf{A}^e)^{II} + (\mathbf{D}^e)^{II} & (\mathbf{A}^e)^{IF} + (\mathbf{D}^e)^{IF} \\ (\mathbf{A}^e)^{FI} + (\mathbf{D}^e)^{FI} & (\mathbf{A}^e)^{FF} + (\mathbf{D}^e)^{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{V}_F^I \\ \mathbf{V}_F^F \end{Bmatrix} = \\ & \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} (\mathbf{G}^e)^I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\mathbf{G}^e)^F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_F^I \\ \mathbf{P}_F^F \end{Bmatrix} = \frac{1}{\rho} \begin{Bmatrix} \mathbf{S}_F^I \\ \mathbf{S}_F^F \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.63)$$

Do sistema acima, apenas a primeira expressão matricial é relevante para a análise do corpo imerso, restando a Equação 3.64, conforme pode ser verificado em Braun e Awruch (2002).

$$(\mathbf{M}^e)^{II} \dot{\mathbf{V}}_F^I + (\mathbf{M}^e)^{IF} \dot{\mathbf{V}}_F^F + [(\mathbf{A}^e)^{II} + (\mathbf{D}^e)^{II}] \mathbf{V}_F^I + [(\mathbf{A}^e)^{IF} + (\mathbf{D}^e)^{IF}] \mathbf{V}_F^F - \frac{1}{\rho} (\mathbf{G}^e)^I \mathbf{P}_F^I = \frac{1}{\rho} \mathbf{S}_F^I \quad (3.64)$$

A equação de equilíbrio dinâmico da estrutura, incluindo as forças de controle, é dada no contexto do MEF por:

$$\mathbf{M}_E \ddot{\mathbf{U}}_E^c + \mathbf{C}_E \dot{\mathbf{U}}_E^c + \mathbf{K}_E \mathbf{U}_E^c = \mathbf{Q}_E^c + \mathbf{F}_C \quad (3.65)$$

Pela condição de compatibilidade cinemática e de equilíbrio na interface (Equação 3.49) tem-se que:

$$\mathbf{Q}_E^c = -\mathbf{T}^{eT} \int_{\Gamma_{\text{int}}} [\mathbf{\Phi}]^T (\boldsymbol{\sigma}_F(\tilde{\boldsymbol{\xi}}) \boldsymbol{\eta}(\tilde{\boldsymbol{\xi}})) d\Gamma \quad (3.66)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}_F(\tilde{\boldsymbol{\xi}})$ é o tensor de tensões geradas pelo fluido e $\boldsymbol{\eta}(\tilde{\boldsymbol{\xi}})$ é o vetor normal à superfície, ambos avaliados em função das coordenadas naturais referentes aos pontos da quadratura de Gauss ($\tilde{\boldsymbol{\xi}}$) definido sobre a superfície de interface Γ_{int} de um elemento qualquer de contato com a estrutura (e). Assim, \mathbf{Q}_E^c pode ser obtido por:

$$\mathbf{Q}_E^c = -\rho \mathbf{T}^{eT} \mathbf{S}_F^I \quad (3.67)$$

o que permite reescrever a Equação 3.64 na forma a seguir:

$$\mathbf{Q}_E^c = -\rho \left\{ \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{M}^e)^{II} \dot{\mathbf{V}}_F^I + \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{M}^e)^{IF} \dot{\mathbf{V}}_F^F + \mathbf{T}^{eT} \left[(\mathbf{A}^e)^{II} + (\mathbf{D}^e)^{II} \right] \mathbf{V}_F^I + \mathbf{T}^{eT} \left[(\mathbf{A}^e)^{IF} + (\mathbf{D}^e)^{IF} \right] \mathbf{V}_F^F - \frac{1}{\rho} \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{G}^e)^I \mathbf{P}_F^I \right\} \quad (3.68)$$

Em seguida, impõe-se as condições de compatibilidade cinemática sobre a Equação 3.68, considerando-se as relações dadas pelas Equações 3.36 e 3.37 em nível de elemento, isto é:

$$\mathbf{V}_F^I = \dot{\mathbf{U}}_E^I = \mathbf{T}^e \dot{\mathbf{U}}_E^C \quad (3.69)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_F^I = \ddot{\mathbf{U}}_E^I = \mathbf{T}^e \ddot{\mathbf{U}}_E^C + \mathbf{T}'^e \dot{\mathbf{U}}_E^C \quad (3.70)$$

onde \mathbf{T}^e é a matriz de translação de um elemento e do fluido em contato com a estrutura imersa, que contém as N sub-matrizes \mathbf{L}_i translação definidas na Equação 3.44, e \mathbf{T}'^e é sua derivada temporal, que contém as N sub-matrizes \mathbf{L}'_i dadas por:

$$\mathbf{T}^{eT} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & \mathbf{L}_2 & \cdots & \mathbf{L}_i \end{bmatrix}_{(8 \times 3N)} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (3.71)$$

$$\mathbf{T}'^{eT} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}'_1 & \mathbf{L}'_2 & \cdots & \mathbf{L}'_i \end{bmatrix}_{(8 \times 3N)} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (3.72)$$

sendo N o número total de nós do elemento. Cabe ressaltar que para os nós que não pertencem à interface, todos os termos das sub-matrizes \mathbf{L}_i e \mathbf{L}'_i associadas a estes nós são nulos.

Impondo-se as condições de compatibilidade na interface obtém-se a expressão:

$$\mathbf{Q}_E^c = -\rho \left\{ \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{M}^e)^{II} \mathbf{T}^e \ddot{\mathbf{U}}_E^C + \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{M}^e)^{IF} \dot{\mathbf{V}}_F^F + \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{M}^e)^{II} \mathbf{T}^e \dot{\mathbf{U}}_E^C + \left[\mathbf{T}^{eT} (\mathbf{A}^e)^{II} \mathbf{T}^e + \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{D}^e)^{II} \mathbf{T}^e \right] \dot{\mathbf{U}}_E^C + \mathbf{T}^{eT} \left[(\mathbf{A}^e)^{IF} + (\mathbf{D}^e)^{IF} \right] \mathbf{V}_F^F - \frac{1}{\rho} \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{G}^e)^I \mathbf{P}_F^I \right\} \quad (3.73)$$

Por fim, somando-se a contribuição de todos os elementos do fluido em contato com o corpo imerso, obtém-se a equação de equilíbrio dinâmico da estrutura que inclui o efeito de acoplamento com o fluido, dada por:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \mathbf{M}_E + \rho \sum_{e=1}^{NELI} \left(\mathbf{T}^{eT} (\mathbf{M}^e)^{II} \mathbf{T}^e \right) \right\} \ddot{\mathbf{U}}_E^c + \\
& \left\{ \mathbf{C}_E + \rho \sum_{e=1}^{NELI} \left(\mathbf{T}^{eT} \left[(\mathbf{A}^e)^{II} + (\mathbf{D}^e)^{II} \right] \mathbf{T}^e + \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{M}^e)^{II} \mathbf{T}^e \right) \right\} \dot{\mathbf{U}}_E^c + \mathbf{K}_E \mathbf{U}_E^c = \\
& -\rho \sum_{e=1}^{NELI} \left\{ \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{M}^e)^{IF} \dot{\mathbf{V}}_F^e + \mathbf{T}^{eT} \left[(\mathbf{A}^e)^{IF} + (\mathbf{D}^e)^{IF} \right] \mathbf{V}_F^e - \frac{1}{\rho} \mathbf{T}^{eT} (\mathbf{G}^e)^I \mathbf{P}_F^I \right\} + \mathbf{F}_C
\end{aligned} \tag{3.74}$$

que pode ser apresentada na forma compacta:

$$\overline{\mathbf{M}}_E \ddot{\mathbf{U}}_E^c + \overline{\mathbf{C}}_E \dot{\mathbf{U}}_E^c + \mathbf{K}_E \mathbf{U}_E^c = \overline{\mathbf{Q}}_E^c + \mathbf{F}_C \tag{3.75}$$

3.3.4 Método de Newmark

Observando-se o algoritmo de análise particionado (Figura 3.1) nota-se que a etapa (4) da solução problema que requer a integração no tempo das variáveis \mathbf{U} , $\dot{\mathbf{U}}$ e $\ddot{\mathbf{U}}$ levando-as do passo de tempo n ao $n+1$. Esta operação é realizada utilizando-se o método Newmark, o qual de acordo com Bathe (1996), trata-se de um esquema implícito incondicionalmente estável para problemas lineares.

O intervalo de tempo Δt adotado para a análise da estrutura é o mesmo que o utilizado na análise do fluido, portanto, menor do que o intervalo de tempo mínimo necessário, o que permite considerar o problema como linear, ao custo de um aumento do tempo de processamento não significativo em comparação ao tempo total de análise (BRAUN, 2002).

Partindo-se das expressões para o cálculo da velocidade e deslocamento da estrutura em $n+1$ que equivale a $t + \Delta t$:

$$\dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1} = \dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} + \left[(1-\delta) \ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} + \delta \ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1} \right] \Delta t \tag{3.76}$$

$$\mathbf{U}_E^{c\ n+1} = \mathbf{U}_E^{c\ n} + \dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} + \alpha \ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1} \right] \Delta t \tag{3.77}$$

onde δ e α são coeficientes do método, com valores usuais de $\delta = 0,5$ e $\alpha = 0,25$. Isolando os termos $\ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1}$ e $\dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1}$ obtêm-se as expressões:

$$\ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1} = a_0 \left(\mathbf{U}_E^{c\ n+1} - \mathbf{U}_E^{c\ n} \right) - a_2 \dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} - a_3 \ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} \tag{3.78}$$

$$\dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1} = \dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} + a_6 \ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} + a_7 \ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1} \quad (3.79)$$

sendo,

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \ ; \ a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \ ; \ a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t} \ ; \ a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \ ; \ a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1 \quad (3.80)$$

$$a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \ ; \ a_6 = \Delta t (1 - \delta) \ ; \ a_7 = \delta \Delta t$$

Substituindo-se os termos de aceleração e velocidade na equação de equilíbrio dinâmico da estrutura (Equação 3.75) pelas expressões (3.78) e (3.79), obtém-se a expressão a seguir:

$$\left(a_0 \bar{\mathbf{M}}_E + a_1 \bar{\mathbf{C}}_E + \mathbf{K}_E \right) \mathbf{U}_E^{c\ n+1} = \bar{\mathbf{Q}}_E^c + \mathbf{F}_C + \bar{\mathbf{M}}_E \left(a_0 \mathbf{U}_E^{c\ n} + a_2 \dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} + a_3 \ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} \right) + \bar{\mathbf{C}}_E \left(a_1 \mathbf{U}_E^{c\ n} + a_4 \dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} + a_5 \ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n} \right) \quad (3.81)$$

que compõe um sistema de equações do tipo $\mathbf{Ax} = \mathbf{B}$, cuja solução pode ser obtida por métodos como o de Eliminação de Gauss. Dispondo-se do valor de $\mathbf{U}_E^{c\ n+1}$ é possível obter os valores de $\ddot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1}$ e $\dot{\mathbf{U}}_E^{c\ n+1}$ por meio das Equações 3.78 e 3.79.

3.3.5 Esquema de Movimento de Malha

Em problemas de interação fluido-estrutura a representação das movimentações sofridos pela estrutura, na região da malha próxima ao corpo, requer o emprego de um esquema de movimento de malha, tendo-se adotado para o presente trabalho uma abordagem de descrição ALE. Assim, o campo de velocidades de malha nesta área é estabelecido de maneira que as distorções dos elementos sejam minimizadas, respeitando as condições de contorno dadas por:

$$\mathbf{w} |_{\Gamma_b} = \mathbf{w}_b \quad (3.82)$$

$$\mathbf{w} |_{\Gamma_e} = \mathbf{w}_e = 0 \quad (3.83)$$

onde \mathbf{w}_b é o vetor com valores prescritos de velocidade de malha, referentes aos nós dos elementos do fluido que pertencem à superfície em contato com a estrutura deslocável Γ_b ,

enquanto que w_e é o vetor de velocidade de malha dos nós que pertencem à fronteira entre as regiões ALE e Euleriana da malha do fluido Γ_e e que possuem valores prescritos nulos.

Emprega-se neste trabalho o esquema de movimento de malha adotado por Teixeira (2001), posteriormente por Braun (2007) e Tonin (2017), apresentado esquematicamente na Figura 3.3. Neste modelo a velocidade de cada nó da região ALE é ponderada com base na distância entre o nó em questão e os nós das interfaces Γ_b e Γ_e segundo a equação abaixo:

$$w_k^i = \frac{\sum_{j=1}^{NS} a_{ij} w_k^j}{\sum_{j=1}^{NS} a_{ij}} \quad (i = 1, \dots, NALE; j = 1, \dots, NS; k = 1, 2, 3) \quad (3.84)$$

onde NS o número total de nós pertencentes à superfícies de fronteira e NALE o número total de nós internos, ambos relativos ao domínio ALE. Os fatores a_{ij} são os coeficientes de ponderação entre os i nós do interior da região e os j nós de fronteira, dados pela seguinte expressão:

$$a_{ij} = (d_{ij})^{-n} \quad (3.85)$$

sendo d_{ij} a distância Euclidiana entre os nós i, j e n valores arbitrário definido pelo usuário.

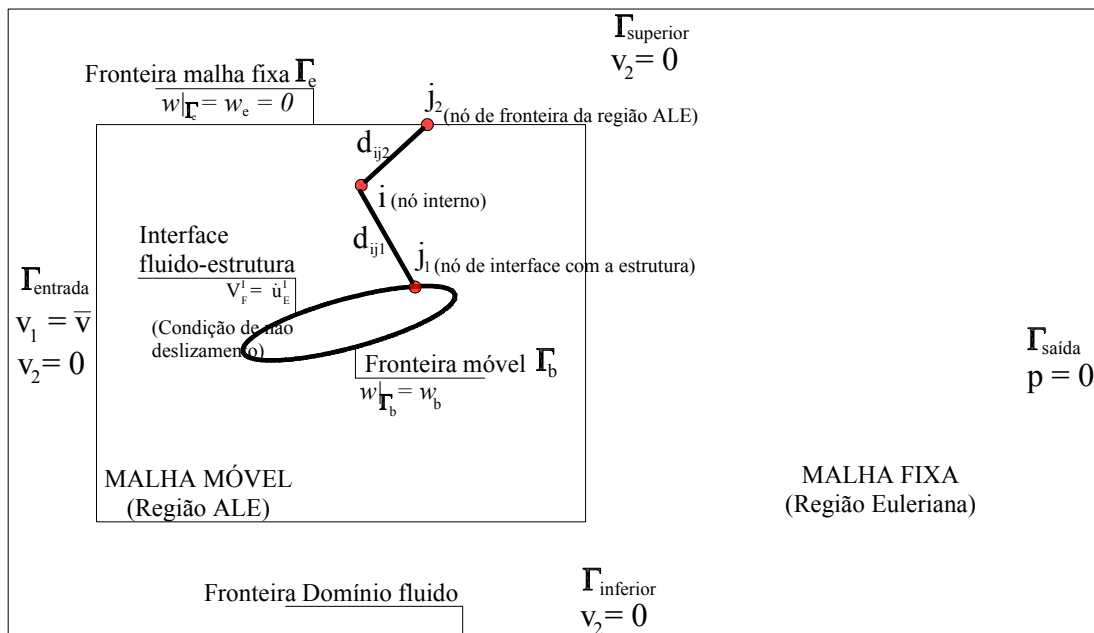


Figura 3.3: desenho esquemático do modelo de movimento de malha (Adaptado de Teixeira, 2001).

Nota-se pela Equação 3.85, que a_{ij} representa um fator peso no cálculo dos valores das velocidades de malha, que define a influência exercida pelos nós de fronteira sobre os nós internos. Sendo assim, a distância d_{ij} é inversamente proporcional à influência da velocidade do nó de fronteira sobre a velocidade do nó interno. Esta ponderação é atenuada pelo expoente n , que usualmente é adotado com valor igual a 4, a exemplo dos trabalhos Braun (2002 e 2007). Ressalta-se que a delimitação da área/volume da região ALE é arbitrada pelo usuário, baseada em trabalhos semelhantes existentes, experiências anteriores ou de suposições sobre o campo de deslocamentos esperado que a estrutura apresente.

4 TEORIA DE CONTROLE

Os sistemas de controle são classificados como: passivos, nos casos onde as forças dissipativas, que dependem diretamente das amplitudes da resposta estrutural, são introduzidas por meio de sistemas auxiliares previamente calibrados, alterando as propriedades de massa, amortecimento ou rigidez do sistema estrutural; ativos, nos casos onde as forças de controle são introduzidas no sistema por meio de atuadores, podendo ser hidráulicos, elétricos, entre outros. Estas forças são calculadas com base nas informações coletadas por sensores, conforme diagrama esquemático apresentado na Figura 4.1 (BARBOSA, 1996).

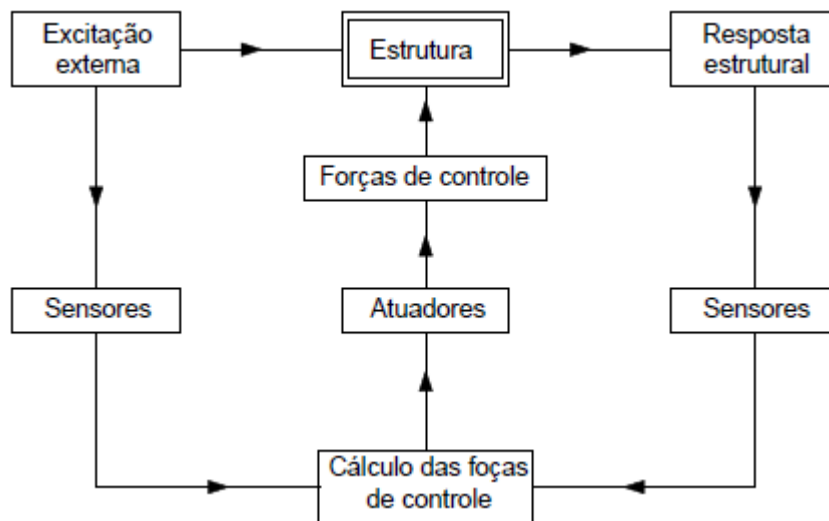


Figura 4.1: diagrama esquemático de sistemas de controle ativo (Adaptado de Soong, 1990).

Os sistemas de controle ativos (SCA) podem ser de controle de ciclo aberto (em inglês *open-loop control*) ou de controle de ciclo fechado (em inglês *closed-loop control*). Na primeira categoria, a força de controle é determinada previamente em função das características dinâmicas da estrutura, da força de excitação prevista e do estado inicial do sistema, ao passo que independe da amplitude de resposta, sendo função apenas do tempo.

As forças de controle dos SCA de ciclo fechado, por sua vez, são reguladas a cada instante de tempo em função da diferença entre as amplitudes da reposta desejada e da resposta real da estrutura captada por meio de sensores. Os sensores cumprem também a função de reanálise para determinação do erro a cada ciclo, compensando incertezas inerentes às propriedades dinâmicas da estrutura (BARBOSA, 1996). Encontra-se ainda na literatura, de acordo com Soong (1990), o termo controle de ciclo aberto-fechado (em inglês *open-closed-loop control*), que representa os casos onde tanto a estimativa da força de excitação quanto a resposta da estrutura são consideradas.

4.1 EQUAÇÕES DE ESTADO DO SISTEMA

Considerando-se a equação de equilíbrio dinâmico de uma estrutura com N graus de liberdade:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{f}(t) \quad (4.1)$$

onde, \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são, respectivamente, as matrizes $n \times n$, de massa, amortecimento e rigidez da estrutura $\mathbf{x}(t)$ é o vetor de deslocamentos de dimensão n , $\mathbf{f}(t)$ é o vetor que contém as r forças externas aplicadas na estrutura, as matrizes \mathbf{D} ($n \times m$) e \mathbf{E} ($n \times r$) fornecem as localizações das forças de controle e excitação, respectivamente, e $\mathbf{u}(t)$ é o vetor de entradas, que contém forças externas aplicadas e perturbações, de dimensão m .

Para o caso da adoção de um sistema de controle *open-closed-loop*, em função linear de $\mathbf{x}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t)$ e $\mathbf{f}(t)$, o vetor de controle $\mathbf{u}(t)$ é dado por:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_1\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_1\mathbf{x}(t) + \mathbf{E}_1\mathbf{f}(t) \quad (4.2)$$

onde \mathbf{C}_1 , \mathbf{K}_1 e \mathbf{E}_1 são as respectivas matrizes de ganho. Substituindo a Equação 4.2 na Equação 4.1, obtém-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{C} - \mathbf{D}\mathbf{C}_1)\dot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_1\mathbf{D})\mathbf{x}(t) = (\mathbf{E} + \mathbf{D}\mathbf{E}_1)\mathbf{f}(t) \quad (4.3)$$

onde ficam evidenciados os efeitos da parcela de controle de ciclo fechado, alterando os parâmetros de rigidez e amortecimento da estrutura, e os efeitos de controle de ciclo aberto, atuando na redução ou eliminação das forças de excitação.

No que diz respeito à obtenção da formulação e solução de problemas de controle, Soong (1990) destaca o emprego da equação de espaço de estados para a descrição dos sistemas físicos. Sistemas lineares, com parâmetros invariantes no tempo podem ser escritos segundo a forma de espaço de estados, pela expressão matricial a seguir:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t) \quad (\mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0) \quad (4.4)$$

Onde $\mathbf{z}(t)$ é o vetor que descreve o estado do sistema, dado por:

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix}_{(2n \times 1)} \quad (4.5)$$

e as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{H} são formadas pelas constantes do sistema:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}_{(2n \times 2n)} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}_{(2n \times m)} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix}_{(2n \times r)} \quad (4.8)$$

sendo \mathbf{I} a matriz identidade e $\mathbf{0}$ a matriz nula, ambas de dimensões $n \times n$.

4.2 CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE

Controlabilidade e observabilidade são dois conceitos importantes na teoria de sistemas de controle, os quais foram introduzidos por Kalman na década de 1960. Diz-se que o sistema é controlável se sob a ação de uma força de controle for possível, dentro de um intervalo finito de tempo, transferir o sistema de qualquer estado inicial $\mathbf{z}(t_0)$ para outro estado qualquer $\mathbf{z}(t)$ (OGATA, 2010; SOONG,1990). Um sistema linear, descrito pela Equação 4.4, é dito completamente controlável se, sob a ação de uma entrada $\mathbf{u}(t)$ contínua por partes (*piecewise*),

o estado inicial \mathbf{z}_0 , no instante inicial t_0 , é modificado para outro determinado estado \mathbf{z}_1 no instante final t_1 .

Por outro lado, um sistema será dito observável no instante t_0 se for possível determinar o estado $\mathbf{z}(t_0)$ a partir da observação da saída durante um intervalo de tempo finito. Diz-se que um sistema é completamente observável se o seu estado $\mathbf{z}(t_1)$ pode ser totalmente determinado, para qualquer t_1 , a partir de uma entrada de controle $\mathbf{u}(t)$ e de um vetor de saída $\mathbf{y}(t)$ dentro de um intervalo de tempo $t_0 < t \leq t_1$. Sendo $\mathbf{y}(t)$ dado por:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (4.9)$$

Sendo as dimensões dos vetores $\mathbf{z}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$ dadas por n e m , respectivamente. Um sistema descrito pela Equação 4.4 é completamente controlável se e somente se a matriz de controlabilidade \mathbf{p} , de dimensões $n \times nm$, tiver posto n . A matriz de controlabilidade é dada por:

$$\mathbf{p} = [\mathbf{B} \mid \mathbf{A}\mathbf{B} \mid \dots \mid \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (4.10)$$

Sendo as dimensões dos vetores $\mathbf{z}(t)$ e $\mathbf{y}(t)$ dadas por n e r , respectivamente. Um sistema descrito pela Equação 4.4 é completamente observável se e somente se a matriz de observabilidade \mathbf{q} , de dimensões $rn \times n$, tiver posto n . A matriz de observabilidade é dada por:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

4.3 CONTROLE LINEAR ÓTIMO

Empregando a Teoria Linear para a otimização do sistema de controle, o vetor $\mathbf{u}(t)$ deve ser escolhido de tal forma que o índice de performance J seja minimizado, estando sujeito à equação de movimento. Portanto, o índice J é um funcional escalar composto por dois termos:

$$J = J_1[\mathbf{z}(t_0), \mathbf{z}(t_f), t_0, t_f] + \int_{t_0}^{t_f} J_2(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, t) dt \quad (4.12)$$

onde o primeiro termo J_1 é uma função de penalidade associada apenas com os instantes inicial t_0 e final t_f do intervalo de controle e com os respectivos estados $\mathbf{z}(t)$ avaliados nestes instantes. O segundo termo J_2 é uma integral avaliada sobre o intervalo $[t_0, t_f]$ (SOONG, 1990).

A minimização do funcional deve ser feita em relação ao vetor $\mathbf{u}(t)$ ao mesmo tempo em que as restrições impostas pela equação de movimento descrita na forma de espaço de estados sejam satisfeitas. Outras restrições podem também ser utilizadas como, por exemplo, a introdução de limites sobre a posição da estrutura (amplitude de vibrações) e sua velocidade:

$$|\mathbf{z}| \leq \mathbf{b} \quad (4.13)$$

A forma usual do funcional J para estudos em controle estrutural é dada em função dos termos quadráticos de $\mathbf{z}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$. Considerando $t_0 = 0$, pode-se escrever:

$$J = \int_0^{t_f} [\mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt \quad (4.14)$$

onde o intervalo $[0, t_f]$ é escolhido de forma que seja mais longo que o intervalo de tempo da excitação externa, sendo que \mathbf{Q} é uma matriz positivo semi-definida ($2n \times 2n$) e \mathbf{R} é uma matriz positivo definida ($m \times m$). Ambas são matrizes peso, cujos valores são escolhidos de acordo com a importância atribuída às variáveis de estados e às forças de controle no processo de otimização, de modo que valores altos nos elementos de \mathbf{Q} indicam prioridade no controle da resposta da estrutura em relação às forças de controle requeridas. Assim, variando a magnitude dos elementos de \mathbf{Q} e \mathbf{R} se obtém a solução ótima no que diz respeito à efetividade do controle e redução do consumo de energia (SOONG, 1990).

Ainda segundo o mesmo autor, para resolver o problema de otimização do controle emprega-se uma função Lagrangiana em conjunto com o método dos multiplicadores de Lagrange $\lambda(t)$:

$$L = \int_0^{t_f} \left[(\mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t)) (\mathbf{A} \mathbf{z}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) + \mathbf{H} \mathbf{f}(t) - \dot{\mathbf{z}}(t)) \right] dt \quad (4.15)$$

Fazendo-se a primeira variação de L em relação a $\mathbf{z}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$, tem-se:

$$\delta L = -\boldsymbol{\lambda}^T(t_f)\delta\mathbf{z}(t_f) + \boldsymbol{\lambda}^T(0)\delta\mathbf{z}(0) + \int_0^{t_f} \left(\boldsymbol{\lambda}^T + \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{z}}\delta\mathbf{z} + \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{u}}\delta\mathbf{u} \right) dt \quad (4.16)$$

onde \mathcal{H} é a função Hamiltoniana, definida pelo integrando da Equação 4.15. Sendo $\delta L = 0$ e $\delta\mathbf{z}(0) = 0$, considerando a condição inicial $\mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0$, uma constante dada, a Equação 4.16 reduz-se a:

$$\begin{cases} \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{u}} = 0, & 0 \leq t \leq t_f \\ \boldsymbol{\lambda}^T + \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{z}} = 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

com condição de contorno:

$$\boldsymbol{\lambda}^T(t_f) = 0 \quad (4.18)$$

Substituindo \mathcal{H} nas derivadas parciais da Equação 4.17 pelos termos do integrando da Equação 4.15, obtém-se um sistema de equações para a obtenção da solução do problema de controle otimizado:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t), & (\mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0) \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) = -\mathbf{A}^T\boldsymbol{\lambda}(t) - \mathbf{z}(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t), & (\boldsymbol{\lambda}(t_f) = 0) \\ \mathbf{u}(t) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\boldsymbol{\lambda}(t) \end{cases} \quad (4.19)$$

o qual define um problema de valor de contorno em dois pontos, já que $\mathbf{z}(t)$ é especificado em $t = 0$ e $\boldsymbol{\lambda}(t)$ é especificado em $t = t_f$. A determinação das funções do sistema de Equações 4.19 é realizada utilizando modelos matemáticos descritos por Riccati.

4.3.1 Equação Diferencial de Riccati

Nos casos de sistemas de controle *closed-loop*, o vetor $\boldsymbol{\lambda}(t)$ é regulado pelo vetor de estado do sistema:

$$\boldsymbol{\lambda}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{z}(t) \quad (4.20)$$

onde $\mathbf{P}(t)$ é conhecida como Matriz de Riccati, determinada substituindo-se a expressão acima no sistema de Equações 4.19:

$$\left[\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) + \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) + 2\mathbf{Q} \right] \mathbf{z}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{H}\mathbf{f}(t) = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{P}(t_f) = 0 \quad (4.21)$$

Nos casos onde $\mathbf{f}(t) = 0$, a equação se reduz à equação diferencial matricial de Riccati:

$$\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t) + \mathbf{A}^T\mathbf{P}(t) + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{P}(t_f) = 0 \quad (4.22)$$

Para aplicações em problemas estruturais a matriz $\mathbf{P}(t)$ mantém-se constante ao longo do intervalo de tempo de controle e converge rapidamente para zero próximo ao final do intervalo (SOONG, 1990). Dessa forma, para $t_f \rightarrow \infty$ tem-se $\dot{\mathbf{P}}(t) \rightarrow 0$, podendo-se tomar \mathbf{P} constante, o que reduz a Equação 4.22 à forma algébrica da Equação Matricial de Riccati:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{P}(t_f) = 0 \quad (4.23)$$

Das Equações 4.19, 4.20 e 4.23 obtém-se a equação que representa a Lei de Controle Ótimo Linear, dada a seguir:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}\mathbf{z}(t) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{z}(t) \quad (4.24)$$

A matriz \mathbf{G} é a matriz de ganho do sistema de controle. Sendo assim, quando é possível obter $\mathbf{z}(t)$ por meio de medições, $\mathbf{u}(t)$ pode ser calculado a partir da Equação 4.23, levando a um sistema estável de controle. É importante destacar que a matriz de Riccati obtida pela formulação acima produz uma solução de controle ótima apenas se a excitação $\mathbf{f}(t)$ desaparece dentro do intervalo de controle $[0, t_f]$ ou quando trata-se de um processo estocástico de ruído branco (SOONG, 1990).

4.3.2 Algoritmo para obtenção da Matriz de Riccati

Para a solução da Equação Matricial de Riccati na sua forma algébrica (Eq. 4.22), utiliza-se neste trabalho o método de Newton-Raphson, que lineariza a equação em relação aos valores das incógnitas, que são os elementos da matriz de Riccati \mathbf{P} . Maiores detalhes sobre o método

podem ser obtidos em Barbosa (1996) e Bathe (1996). O algoritmo segue as etapas descritas a seguir:

1. Montagem das matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{R} e \mathbf{Q} conforme as Equações 4.6 e 4.7, atribuindo os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento do sistema (ver no apêndice A as matrizes apresentadas de forma detalhada);
2. Inicialização dos termos da matriz P_{ij} prescrevendo um valor arbitrário:

$$P_{ij}^{n-1} = \bar{P}_{ij} \quad (4.25)$$

3. Em seguida os termos da matriz P_{ij}^{n-1} são armazenados em forma de vetor, iniciando com o elemento P_{11}^{n-1} , seguido pelos elementos da primeira linha até P_{12n}^{n-1} , prosseguindo pelas linhas subsequentes até o elemento P_{2n2n}^{n-1} ;
4. Montagem da matriz Ψ_{ij} , de dimensão $2n \times 2n$, cujos termos são os valores obtidos na Equação 4.23, calculado com os valores de P_{ij}^{n-1} . Da mesma maneira descrita no item 3, dá-se o seu armazenamento em forma de vetor Ψ_i ;
5. Montagem da matriz jacobiana \mathbf{J} , avaliada em \mathbf{P}^{n-1} :

$$\mathbf{J}_{ij}^n = \frac{\partial \Psi_i(P_{ij}^{n-1})}{\partial P_j} \quad (4.26)$$

6. Solução do sistema linear do método de Newton-Raphson:

$$\mathbf{J}_{ij}^n * \Delta P_j^{n-1} = -\Psi_i(P_{ij}^{n-1}) \quad (4.27)$$

onde,

$$P_j^n = \Delta P_j^{n-1} + P_j^{n-1} \quad (4.28)$$

As etapas descritas nos itens 3 a 6 se repetem até que o processo iterativo atinja um resíduo inferior à tolerância dada por:

$$\frac{\|\Delta P_j^{n-1}\|}{\|P_j^n\|} < tol \quad (4.29)$$

onde utiliza-se $\text{tol} = 10^{-3}$. Apesar da simetria da matriz P_{ij} opta-se por efetuar as operações utilizando a matriz cheia, uma vez que os casos estudados neste trabalho possuem números de graus de liberdade inferiores a 10, tornando as operações indiciais para a montagem da matriz Jacobiana mais simples e com um custo de processamento e armazenamento irrelevante.

4.4 CONTROLE ÓTIMO INSTANTÂNEO

Verifica-se que a teoria de controle ótimo clássica (forma algébrica) não conduz efetivamente a uma condição ótima, pois ignora o termo referente à excitação externa na obtenção da matriz de Riccati. Em casos onde é possível determinar a força externa de excitação a cada passo de tempo, pode-se optar pelo método de controle instantâneo dispensando-se, dessa forma, a obtenção da solução da equação de Riccati (SOONG, 1990). Neste caso, adota-se um índice de performance $J(t)$ dependente do tempo, dado por:

$$J(t) = \mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t) \quad (4.30)$$

Empregando-se um procedimento de minimização semelhante ao empregado anteriormente, obtém-se uma matriz de ganho sem a necessidade da obtenção da matriz de Riccati, levando à seguinte lei de controle:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_i(t)\mathbf{z}(t) = -\frac{\Delta t}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) \quad (4.31)$$

onde, a matriz $\mathbf{G}_i(t)$ é a matriz de ganho para Controle Instantâneo e Δt é o intervalo de tempo adotado na integração do tempo.

4.5 CONTROLE POR ALOCAÇÃO DE POLOS

Substituindo-se a força de controle $\mathbf{u}(t)$ expressa por uma lei de controle linear (Eq. 4.31) na Equação 4.4, obtém-se a seguinte equação de estados:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G})\mathbf{z}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t) \quad (\mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0) \quad (4.32)$$

Observa-se que a matriz de características dinâmicas originais do sistema \mathbf{A} torna-se agora $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G}$ cujos autovalores η_i são, em geral, diferentes dos autovalores de \mathbf{A} . Para sistemas

estruturais, isso implica na modificação das taxas de amortecimento e frequência modais da estrutura, uma vez que estes autovalores estão relacionados em pares de complexos conjugados dados por:

$$\eta_i = \zeta_i \omega_i \pm \sqrt{1 - \zeta_i^2} \, , \quad j = \sqrt{-1} \quad (4.33)$$

Uma vez que os autovalores definem o comportamento do sistema, uma estratégia viável é escolher uma matriz de ganho de maneira que estes assumam valores prescritos. Algoritmos de controle baseados nesta premissa definem o chamado Controle por Alocação de Polos (SOONG, 1990).

Em casos nos quais o sistema considerado for de estado completamente controlável, é possível forçar o sistema a ter polos de malha fechada nas posições predefinidas empregando-se uma matriz de ganho apropriada. Esta alocação, por sua vez, requer que todas as variáveis de estado possam ser mensuradas (OGATA, 2010). Sua aplicação ao controle de estruturas se mostra vantajosa em casos onde apenas alguns modos de vibração contribuem significativamente na resposta.

A determinação da matriz de ganho pelo método de alocação de polos pode ser obtida por meio da fórmula de Ackermann (OGATA, 2010):

$$\mathbf{G} = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] [\mathbf{B} \mid \mathbf{A}\mathbf{B} \mid \dots \mid \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]^{-1} \phi(\mathbf{A}) \quad (4.34)$$

sendo,

$$\phi(\mathbf{A}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G})^n + \alpha_1 (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G})^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G}) + \alpha_n \mathbf{I} = 0 \quad (4.35)$$

onde as constantes α_1 e α_n são obtidos por:

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G}| = (s - \eta_1)(s - \eta_2) \dots (s - \eta_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n = 0 \quad (4.36)$$

4.6 TEMPO DE RETARDO

Em um sistema ideal, a determinação do estado do sistema e a aplicação da força de controle se dariam de maneira instantânea. Contudo, em situações reais decorre um intervalo de tempo

entre a leitura dos deslocamentos, o processamento do cálculo, o envio do sinal e a aplicação da força. Por essa razão, para que a simulação numérica represente a situação real com maior fidelidade é preciso considerar o tempo de retardo na atuação da força de controle (BARBOSA, 1996).

Partindo da premissa que o movimento da estrutura pode ser descrito por sua velocidade e que portanto, a força de controle em um sistema de controle ativo ideal, deve atuar em oposição de fase à velocidade da estrutura (MEIROVITCH, 1990), Barbosa (1996) apresenta um estudo da influência do tempo de retardo para um exemplo de um sistema ideal, onde um atuador impõe forças de controle no sentido contrário aos deslocamentos da estrutura.

Em seu trabalho, Barbosa (1996) demonstra para um exemplo de movimento harmônico cossenoidal, onde a velocidade assume a forma senoidal, que mesmo pequenas defasagens oferecem perturbações ao deslocamento, comprometendo a eficiência do controle. Para os casos de retardo a partir de $\pi/2$, a estrutura passa apresentar batimentos de amplitudes crescentes e deixa de responder de forma estável e periódica, sendo o caso mais crítico quando o controle atua em fase com a velocidade da estrutura, ampliando seus deslocamentos levando à instabilidade do sistema estrutural.

4.7 ALGORITMO PARA A ANÁLISE DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA COM CONTROLE

No presente trabalho são implementadas à ferramenta numérica para análise de escoamento tridimensional, desenvolvido por Braun (2007), rotinas de IFE e de controle linear algébrico de Riccati. Conforme demonstrado esquematicamente na Figura 4.2, o algoritmo é composto de uma etapa preliminar de leitura e armazenamento de dados e determinação da matriz de ganho, seguida da fase de análise e impressão dos resultados.

Inicia-se pela leitura dos dados físicos do escoamento e da estrutura, dos parâmetros relacionados à análise e dos arquivos de entrada que contêm as coordenadas, conectividades, condições iniciais e de contorno e delimitação da região ALE do domínio de análise. Nos casos em que houver inclusão de controle, a matriz de ganho é determinada, a partir das propriedades físicas da estrutura e dos parâmetros arbitrários, relativos ao controle.

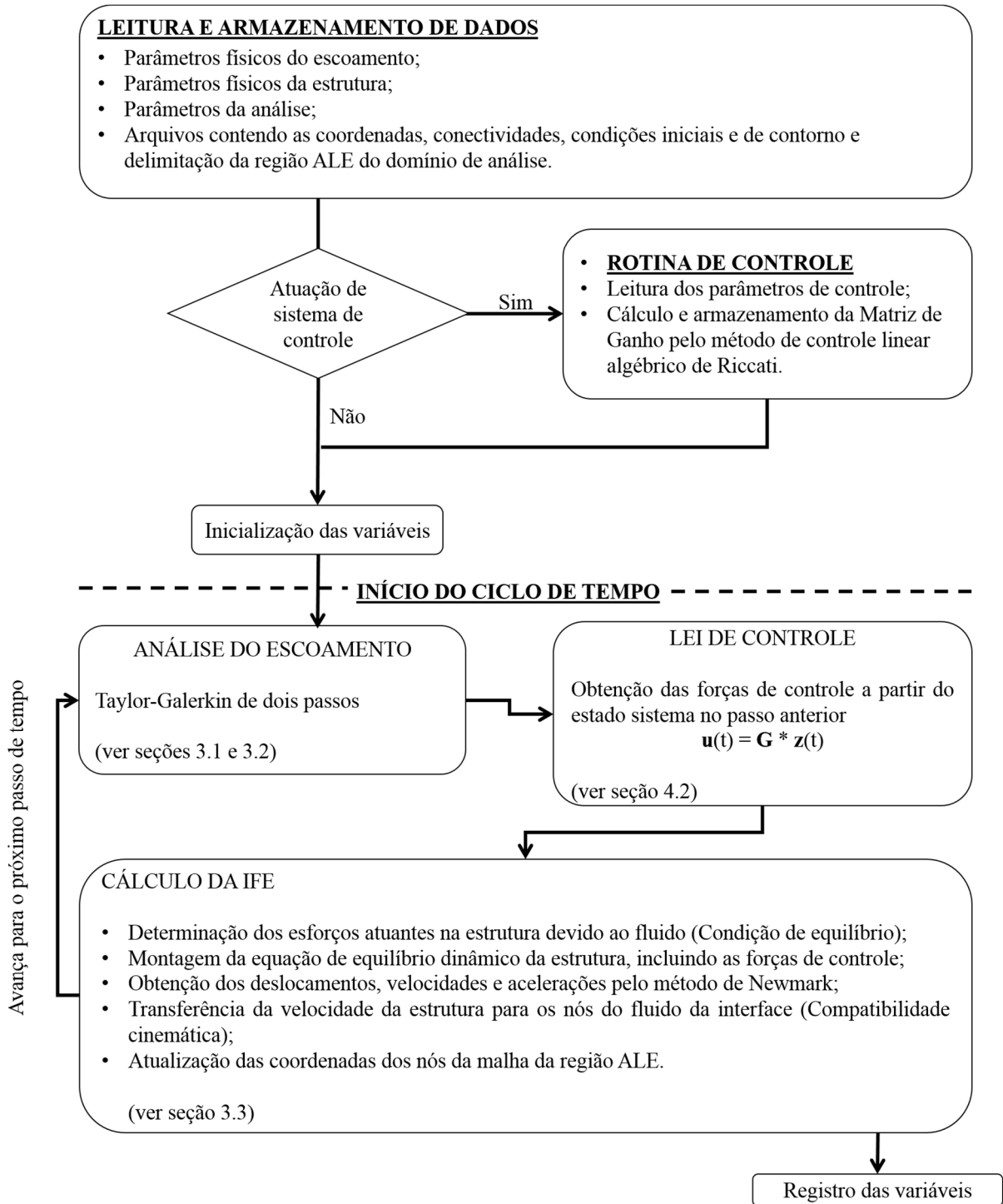


Figura 4.2: diagrama esquemático do algoritmo para a solução de problemas de IFE com aplicação de controle linear algébrico.

Na fase de análise estão envolvidas, para cada passo de tempo, três etapas: resolução do escoamento, cálculo da movimentação da estrutura através das rotinas de IFE e determinação da lei de controle.

Na etapa de cálculo do escoamento obtêm-se os campos de velocidade e pressão, por meio do método de Taylor-Galerkin de dois passos, descrito nas seções 3.1 e 3.2 deste trabalho, com base nas condições cinemáticas impostas na interface pelo movimento da estrutura no passo de tempo anterior, conforme esquema de acoplamento particionado descrito na seção 3.3 do presente trabalho.

Em seguida, pelas rotinas de IFE as forças devidas à ação do escoamento nas superfícies da estrutura são obtidas através da imposição das condições de equilíbrio na interface, e transmitidas ao centro de massa da estrutura. À estas forças somam-se as eventuais forças externas de outra natureza aplicadas à estrutura e as forças de controle. Estas últimas, são calculadas a partir da Lei de Controle, aplicando a matriz de ganho armazenada ao estado do sistema estrutural no passo anterior.

Os deslocamentos no centro de massa da estrutura são calculados através da solução do sistema de equações de equilíbrio dinâmico pelo Método de Newmark, os quais representam o estado do sistema no passo i . Pela condição de compatibilidade cinemática a velocidade da estrutura é transmitida aos nós de interface com o fluido, seguida da atualização da malha na região ALE, de acordo com o esquema de movimento de malha descrito na seção 3.3.5, e então análise avança para o próximo passo de tempo. Os registros dos esforços atuantes, deslocamentos, velocidades e acelerações da estrutura e dos campos de velocidade e pressão do escoamento são efetuados de acordo com um intervalo de passos de tempo previamente arbitrado.

5 APLICAÇÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados das aplicações numéricas, realizada em duas etapas. Na primeira delas, a ferramenta numérica é verificada reproduzindo-se problemas clássicos de IFE como o fenômeno de *lock-in*, observado no escoamento em torno de um cilindro e da resposta aeroelástica de um prisma de seção retangular, além de averiguar a efetividade do algoritmo de controle proposto, aplicado a estes dois casos. Na segunda etapa, estuda-se o controle de vibrações com o emprego de apêndices aerodinâmicos ativamente controlados, aplicado à um caso teórico utilizando a seção de um prisma e à seção ponte *Great Belt East*. No primeiro exemplo avalia-se a influência dos fatores de ponderação Q e R no desempenho do controle, enquanto que no segundo, busca-se avaliar a influência do formato da seção transversal e da frequência dos apêndices na eficiência da redução das vibrações da ponte.

Para que seja válida a comparação entre os resultados obtidos neste trabalho com os publicados por outros autores, é necessário que haja similaridade entre os escoamentos em questão. Conforme Schlichting (1979), esta condição é garantida caso ambos apresentem o mesmo Número de Reynolds (R_e), que representa uma grandeza adimensional dada por:

$$R_e = \frac{\rho V_\infty D}{\mu} = \frac{V_\infty D}{\nu} \quad (5.1)$$

sendo V_∞ a velocidade na região não perturbada do escoamento e D uma dimensão de referência, que nos casos onde há um corpo imerso é a dimensão na direção transversal ao escoamento. Além disso, o número R_e é um dos parâmetros que caracterizam o regime de escoamento como laminar, turbulento ou de transição, como é apresentado de forma detalhada em Schlichting (1979).

Para fins de comparação entre trabalhos semelhantes, os coeficientes aerodinâmicos são de grande utilidade, visto que descrevem as forças geradas pelo escoamento de forma adimensional (SCHLICHTING, 1979). São classificados em: coeficiente de arrasto (C_D), que se refere às forças que atuam na direção do escoamento, coeficiente de sustentação (C_L , C_Z), relacionado às forças nas direções transversais ao escoamento e coeficientes de momento

aerodinâmico (C_{M_1}), (C_{M_2}), e (C_{M_3}), que representam as cargas de momento geradas em torno dos eixos globais, os quais são calculados numericamente pelas Equações 5.2 a 5.4.

$$C_D = \frac{\sum_{i=1}^{NNI} (F_{x_j})^i}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 A_i} \quad (5.2)$$

onde NNI é o número total de nós em contato com o corpo, F_{x_j} é a força na direção do escoamento em cada nó, obtida através de integração numérica da Equação 2.24 e A é a área de influência de cada nó, na direção perpendicular ao escoamento.

$$C_L = \frac{\sum_{i=1}^{NNI} (F_{x_j})^i}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 A_i} \quad (5.3)$$

onde F_{x_j} é a força em cada uma das direções transversais ao escoamento em cada nó, obtida através de integração numérica da Equação 2.24.

$$C_{M_k} = \frac{\sum_{i=1}^{NNI} (F_{x_m} \Delta_{x_n} - F_{x_n} \Delta_{x_m})^i}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 A_i L_i} \quad (k = 1, 2, 3) \quad (5.4)$$

onde para cada nó define-se F_{x_m} e F_{x_n} sendo as forças nas direções m e n , perpendiculares ao eixo k , onde se deseja calcular o coeficiente C_{M_k} ; têm-se ainda Δ_{x_m} e Δ_{x_n} representando as distâncias entre o nó e o centro de massa do corpo referentes às coordenadas m e n , respectivamente, e L_i sendo o braço de alavanca na direção do escoamento. Para maiores detalhes para a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos ver Braun (2007).

Em escoamentos onde existam corpos imersos o número de Strouhal (S_t) é um parâmetro adimensional de interesse, visto que está relacionado à determinação da frequência de desprendimento de vórtices (f_s) através da Equação 5.5. Sua caracterização detalhada pode ser obtida em Blevins (1990).

$$f_s = \frac{S_t V}{D} \quad (5.5)$$

No presente trabalho adota-se para a construção de malhas e definição de condições de contorno, a ferramenta de pré-processamento MSC PATRAN (2014). Na fase de

processamento, as equações que descrevem o problema em análise são solucionadas por meio de rotinas de cálculo, baseadas no modelo numérico previamente definido. Para tal, utiliza-se a linguagem de programação FORTRAN F90, com paralelização OPENMP. Nesta etapa, emprega-se as estruturas computacionais do Centro de Mecânica Aplicada Computacional (CEMACOM/PPGEC/UFRGS), do Centro Nacional de Supercomputação (CESUP/UFRGS), do Centro Nacional de Supercomputação de Alto Desempenho em São Paulo (CENAPAD-SP) e do Supercomputador Lobo Carneiro do Núcleo Avançado em Computação de Alto Desempenho (NACAD/COOPE-UFRJ). Por fim, os resultados obtidos são visualizados no *software* de pós-processamento TECPLOT 9.0 (2001) da AMTEC ENGINEERING INC.

5.1 ESCOAMENTO SOBRE UM CILINDRO

O problema de análise de escoamento de um fluido viscoso no entorno de um cilindro de seção circular tem sido sistematicamente estudado por diversos autores, como pode ser observado no trabalho de revisão realizado por Williamson e Govardhan (2004).

Uma particularidade deste problema é a dependência entre o número de Reynolds e a configuração do escoamento à jusante do corpo, região conhecida como esteira. De acordo com Schlichting (1979), com exceção de valores de Reynolds inferiores a 5, onde o escoamento em torno do corpo adere à sua superfície, escoamentos de Reynolds até em torno de 40, apresentam separação das linhas de fluxo e a formação de um par de vórtices na região de recirculação, na face posterior do cilindro. À medida que o número de Reynolds ultrapassa essa faixa, a esteira torna-se instável e vórtices desprendem-se de forma alternada e cadenciada, formando assim, a denominada esteira de Von Kármán.

Escoamentos com Reynolds menores que 150 encontram-se inteiramente no regime laminar, condição esta que se altera, para valores entre $150 \leq R_e < 300$. Neste intervalo, segundo Blevins (1990), encontram-se no estágio de transição entre os regimes laminar e turbulento, uma vez que apresentam desprendimento de vórtices alternados com características turbulentas, enquanto a camada limite em torno do cilindro permanece laminar. A partir de Reynolds igual a 300 o escoamento torna-se turbulento, passando pelos estágios subcrítico ($300 \leq R_e \lesssim 3 \times 10^5$), transicional ($3 \times 10^5 \lesssim R_e < 3 \times 10^6$) e supercrítico ($R_e \geq 3 \times 10^6$), que se diferenciam de acordo com o ponto de descolamento do fluxo na parede do cilindro, além do nível de organização da esteira, que podem ser vistos com maiores detalhes em Blevins (1990).

O padrão alternado com que os vórtices se desprendem implica no aparecimento de forças no sentido transversal ao escoamento, que atuam sobre a superfície do cilindro e variam de sentido a cada vórtice gerado (BLEVINS, 1990). Considerando um cilindro indeformável com movimentos livres na direção transversal ao escoamento, estas forças são as responsáveis pelas Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV). Em casos onde a frequência de desprendimento dos vórtices está próxima à frequência natural de vibração (f_n), segundo Simiu e Scanlan (1996), o cilindro sofre deslocamentos de grande amplitude na direção transversal e a frequência de vibração do corpo passa a determinar o intervalo de desprendimento de vórtices. Este fenômeno é comumente conhecido por *lock-in*. Todavia, Borajzani et al. (2008) ressalta que a frequência de sincronização não é necessariamente a frequência natural da estrutura, tendo sido observado em alguns trabalhos que esta excede f_n significativamente.

O fenômeno de *lock-in* é estudado neste trabalho visando verificar as rotinas de IFE implementadas no código. O problema abordado consiste em um cilindro de superfície indeformável imerso em um fluido viscoso em escoamento, cujas características geométricas, malha de elementos finitos empregada e condições de contorno são apresentadas na Figura 5.1.

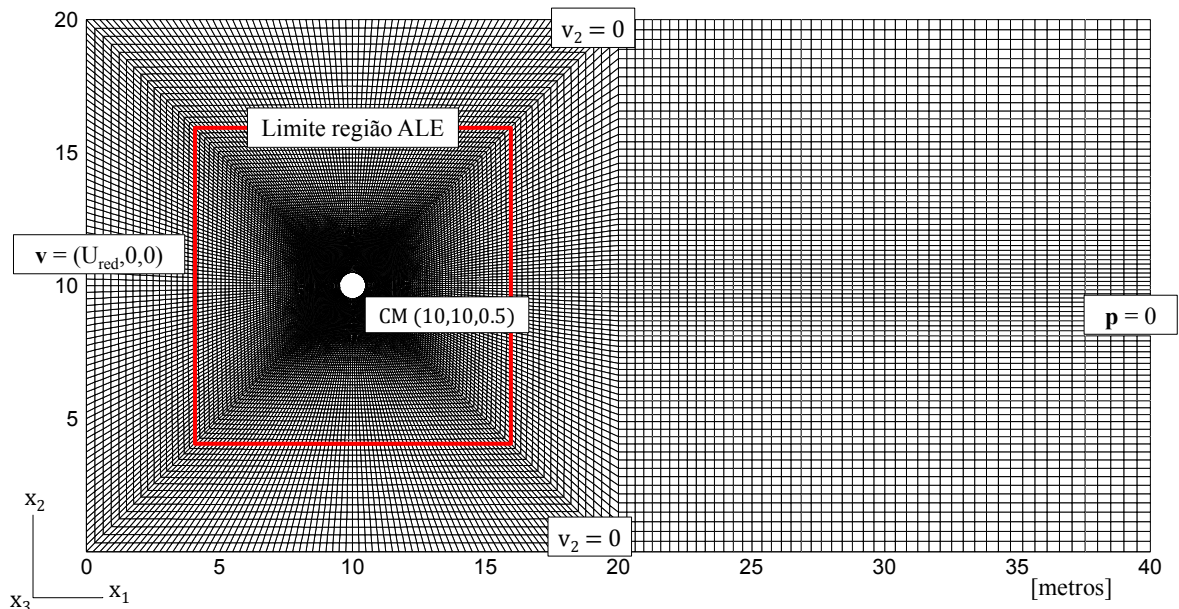


Figura 5.1: características geométricas, malha de elementos finitos, limites da região ALE e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre cilindro de seção circular 2D.

A malha adotada é composta por 36.000 elementos isoparamétricos hexaédricos trilineares de oito nós, totalizando 72.740 nós. Para que o escoamento assuma um comportamento

bidimensional, atribui-se à terceira componente da velocidade valor nulo em todo o domínio de análise.

Com o intuito de captar com maior precisão os altos gradientes de velocidade e pressão na região da camada limite, a malha apresenta um maior refinamento na região próxima à interface entre o cilindro e o fluido, como é possível notar no detalhe da Figura 5.2, sendo a menor dimensão igual a $1,355 \times 10^{-2}$ m, equivalente a uma razão inferior a $0,02D$, onde D é o diâmetro do cilindro.

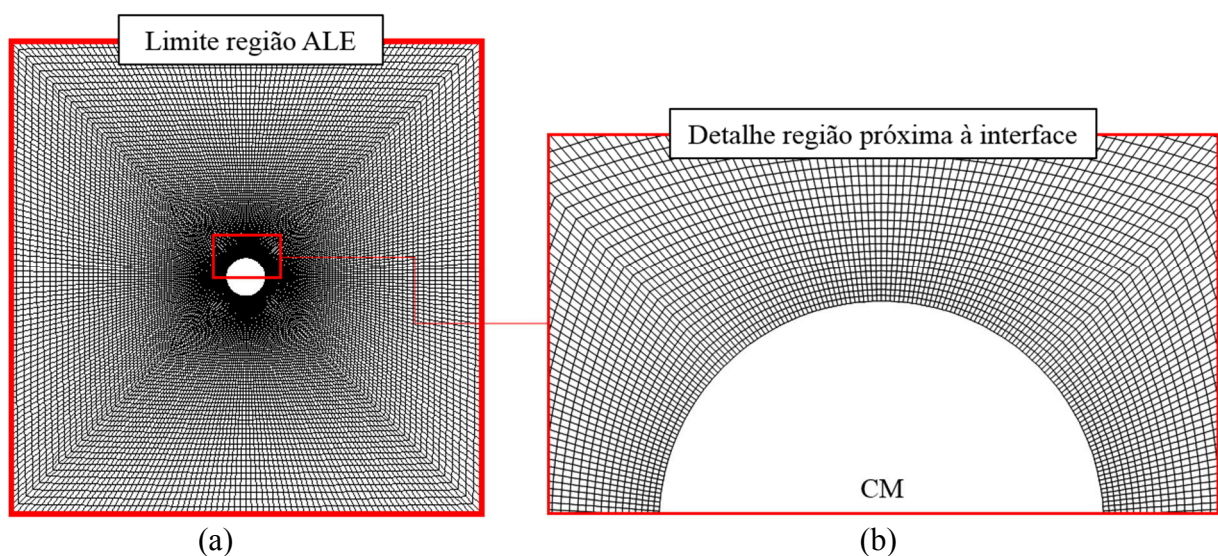


Figura 5.2: detalhes do refinamento da malha de elementos finitos nas regiões: a) ALE b) próxima à interface entre o cilindro e o fluido.

As propriedades físicas referentes ao escoamento e à estrutura são relacionadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: propriedades físicas do escoamento e da estrutura

Dados do escoamento	Número de Reynolds (R_e)	150
	Massa específica do fluido (ρ)	$1,0 \text{ kg/m}^3$
	Viscosidade volumétrica do fluido (λ)	0
	Dimensão característica (diâmetro do cilindro) (D)	1,0 m
Dados da estrutura	Massa do cilindro (m)	2,0 kg
	Rigidez vertical do cilindro (k_{22})	4,9348 N/m
	Amortecimento vertical do cilindro (c_{22})	0,0
	Frequência natural do cilindro (f_n)	0,25 H

Para investigar o fenômeno de *lock-in* simulou-se o escoamento para seis diferentes velocidades de entrada. Para que se garantisse a semelhança entre as análises do presente trabalho e dos

trabalhos de Borazjani et al. (2008) e de Anh e Kallinderis (2006), a velocidade foi empregada na forma adimensional dada pela Equação 5.6.

$$V_{Red} = \frac{V_{\infty}}{f_n D} \quad (5.6)$$

Os valores de velocidade de entrada relativos a cada V_{Red} são apresentados na Tabela 5.2. Considerando a variação da velocidade entre as simulações, para manter-se fixo o número de Reynolds em 150, a viscosidade dinâmica do fluido assumiu diferentes valores (ver Tabela 5.2), calculados a partir da Equação 5.1. Para a determinação do parâmetro de compressibilidade artificial respectivo de cada V_{Red} , adota-se número de Mach igual a 0,2, dado que este adimensional representa a razão entre a velocidade do fluido e o parâmetro de compressibilidade artificial é calculado por:

$$c = \frac{V_{Red}}{M_{ach}} \quad (5.7)$$

Um último parâmetro adimensional é utilizado para garantir a semelhança entre características físicas da estrutura adotada neste trabalho com os da bibliografia. A partir das propriedades da Tabela 5.1, a massa M_{red} dada pela Equação 5.8, assume valor igual a 2.

$$M_{Red} = \frac{m}{\rho D^2} \quad (5.8)$$

Os incrementos de tempo para cada simulação (Tabela 5.2), são obtidos a partir a condição de Courant (Equação 3.13), para $\alpha = 0,7$. Adota-se parâmetros para o método de Newmark com valores $\delta = 0,5$ e $\alpha = 0,25$, exponencial de malha (Equação 3.89), $n = 4$ e parâmetro de diagonalização seletiva $e = 0,9$.

Tabela 5.2: propriedades físicas variáveis do escoamento

Velocidade reduzida (V_{Red})	Velocidade de entrada (V_{∞}) [m/s]	Parâmetro de compressibilidade artificial (c) [m/s]	Viscosidade cinemática ($\nu = \mu/\rho$) [m ² /s]	Incremento de tempo (Δt) [s]
3	0,75	3,75	$5,00 \times 10^{-3}$	$2,0 \times 10^{-3}$
4	1,00	5,00	$6,67 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-3}$
5	1,25	6,25	$8,33 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-3}$
6	1,50	7,50	$1,00 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-3}$
7	1,75	8,75	$1,17 \times 10^{-2}$	$9,0 \times 10^{-4}$
8	2,00	10,00	$1,33 \times 10^{-2}$	$8,0 \times 10^{-4}$

Durante os primeiros 120 s da simulação o movimento de todos os graus de liberdade do cilindro permanecem restringidos (análise aerodinâmica), de modo a garantir-se que o escoamento se desenvolva completamente e se dê início ao desprendimento de vórtices. Só então o grau de liberdade de translação na direção transversal ao escoamento é liberado para vibrar e a análise aeroelástica prossegue por 60 s.

As forças nas direções dos eixos x_1 e x_2 são dadas na forma adimensional ao dividi-las pela pressão dinâmica, conforme Equações 5.2 e 5.3. Os históricos dos coeficientes aerodinâmicos C_D e C_L para $V_{Re_d} = 4$, aparecem na Figura 5.3.

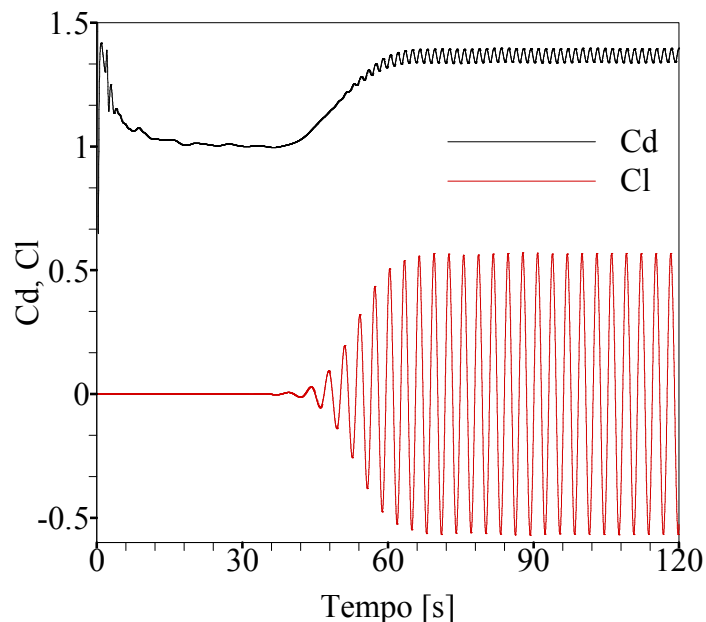


Figura 5.3: históricos de C_D e C_L para $Re = 150$.

O valor médio do C_D é de 1,37, sendo o valor obtido em análise aerodinâmica por Henderson (1997) em torno de 1,40. Quanto ao valor de C_L , nota-se que ele oscila em torno de zero, mudando de fase a cada vórtice desprendido.

A Figura 5.4 apresenta o campo de pressões no instante $t = 120$ s, referente à simulação com $V_{Re_d} = 4$, onde se evidenciam altos gradientes de pressão na região próxima ao corpo, o surgimento de uma região de recirculação à jusante do cilindro e a formação da esteira de vórtices de *Von Kármán*.

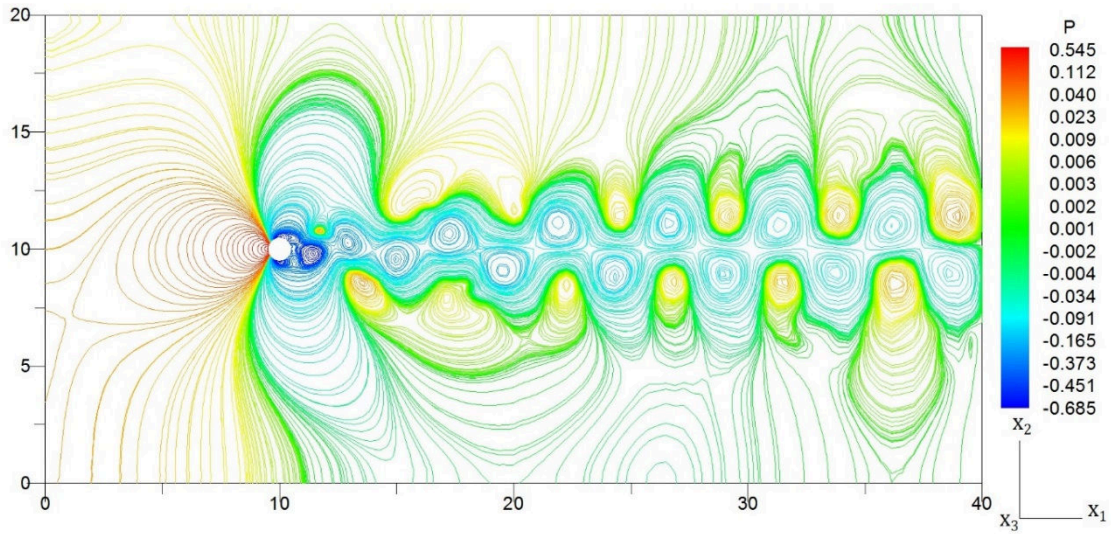


Figura 5.4: campos de pressões no instante $t = 120s$ da análise aerodinâmica, para $Re = 150$, $V_{red} = 4$ e $M_{red} = 2$.

Os deslocamentos máximos apresentados pelo cilindro na direção transversal ao escoamento (x_2) para cada uma das velocidades simuladas estão plotados no gráfico da Figura 5.5. Os valores são dados na forma adimensional, sendo as velocidades na forma V_{Red} e os deslocamentos divididos pela dimensão característica de valor 1,0 m.

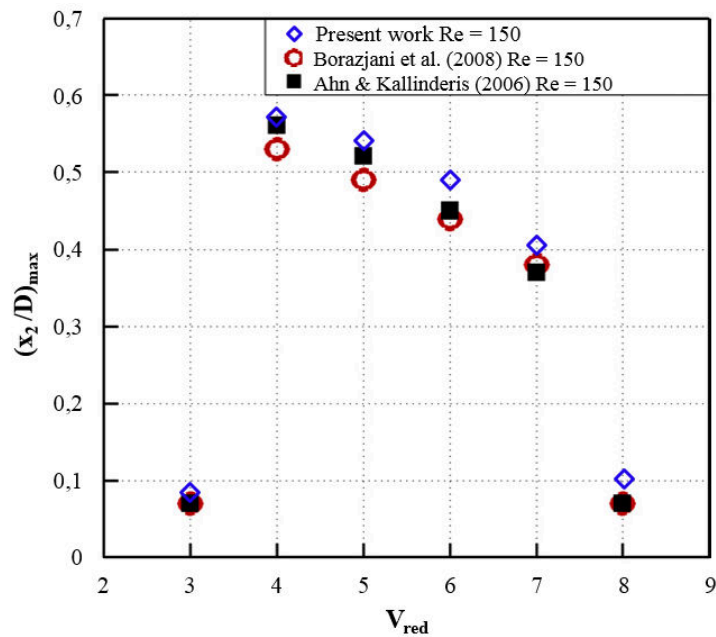


Figura 5.5: deslocamento máximo do cilindro na direção X_2 em função da V_{red} para Reynolds 150 e $M_{red} = 2$, obtidos neste trabalho e nos trabalhos de Borazjani et al. (2008) e Anh e Kallinderis (2006).

Com base no gráfico da Figura 5.5 pode-se afirmar que o fenômeno de *lock-in* ocorre para V_{Red} pertencentes ao intervalo entre 4 e 7, onde vibrações transversais de grande amplitude são observadas, assumindo-se que deslocamentos que excedam 10% do diâmetro do cilindro possam ser consideradas de grande amplitude (BORAZJANI et al., 2008). Nota-se ainda que o deslocamento transversal máximo ocorre para $V_{Red} = 4$, onde as oscilações atingem amplitudes pouco maiores que 0,5D.

Com o intuito de comparar os resultados do presente trabalho com os resultados de Borazjani et al. (2008) e Anh e Kallinderis (2006), incluiu-se os valores obtidos por estes autores no gráfico da Figura 5.5, e conforme pode-se observar, apresentam um bom nível de aproximação.

Do histórico de deslocamento na direção X_2 para $V_{Red} = 4$ (Figura 5.6), obtém-se a oscilação de maior amplitude à que o cilindro é submetido, que ocorre aproximadamente no instante 57,57s e atinge 0,572722 m, o que representa 57% do seu diâmetro. Para esta mesma U_{red} Borazjani et al. (2008) obteve 0,534 m.

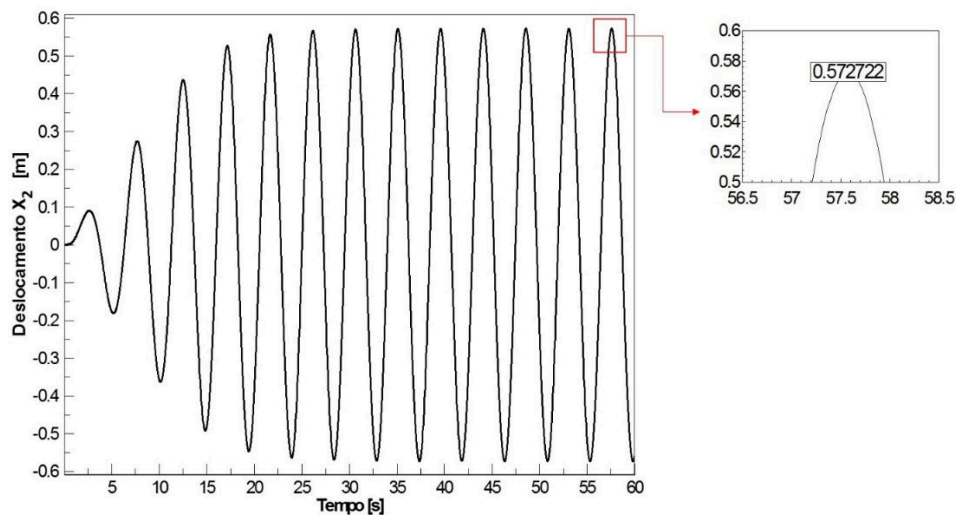


Figura 5.6: histórico de deslocamento do cilindro na direção X_2 , com detalhe na amplitude máxima obtida, para $Re = 150$, $V_{red} = 4$ e $M_{red} = 2$.

Graças à descrição ALE, a malha acompanha os deslocamentos do corpo imerso. Na Figura 5.7-a está representada a malha próxima à posição original do cilindro, com centro de massa nas coordenadas (10,10,0), antes do início da análise de IFE. Já as Figuras 5.7-b e 5.7-c, mostram a malha deslocada na direção do eixo vertical, nos instantes 57,5 s e 60 s após o início da IFE, respectivamente, ambas referentes a $V_{Red} = 4$.

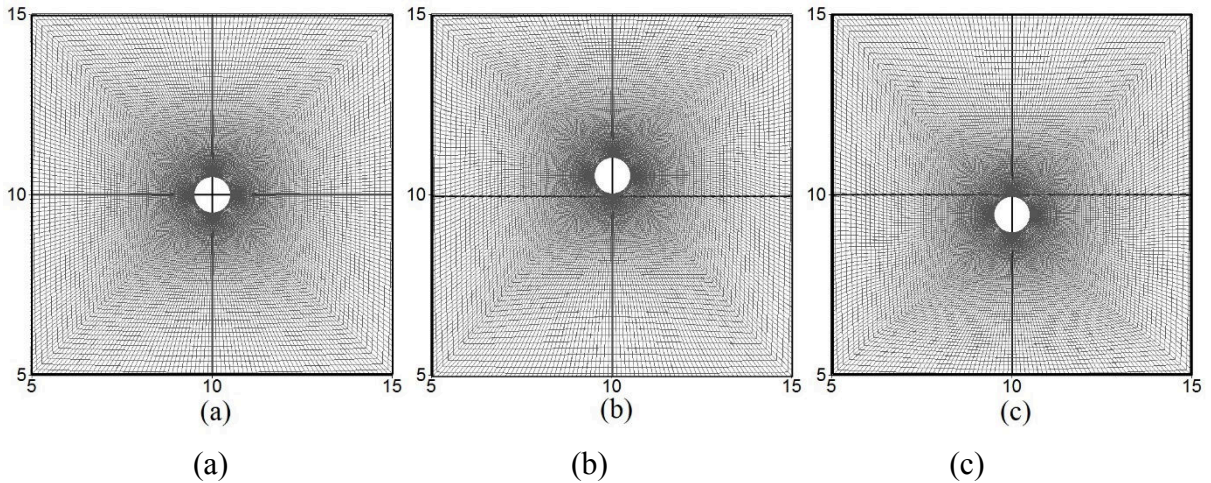


Figura 5.7: detalhe da malha a) antes do início da análise de IFE b) instante $t = 57,5s$ c) instante $t = 60s$ para as condições de $Re = 150$, $V_{red} = 4$ e $M_{red} = 2$.

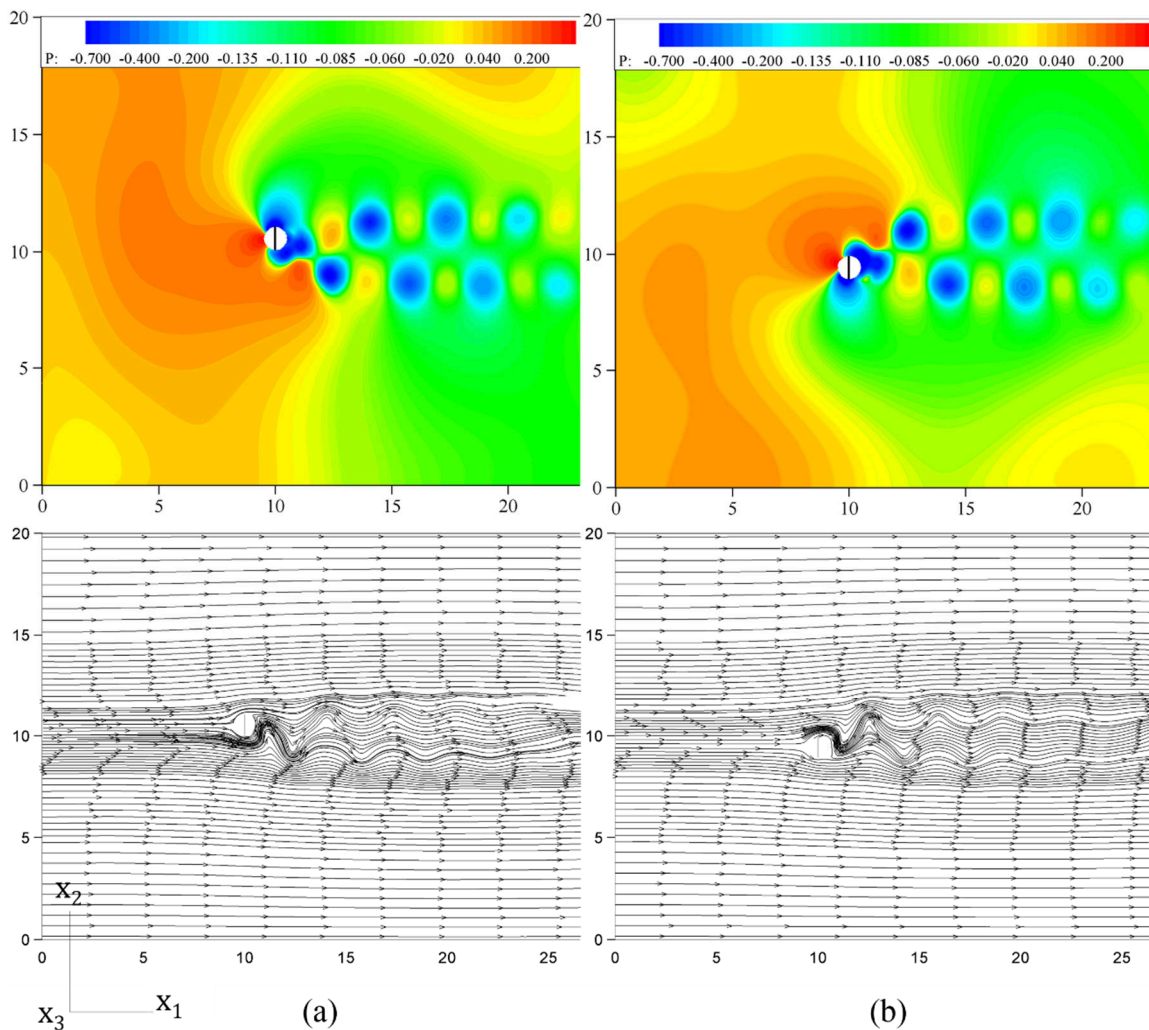


Figura 5.8: campos de pressões e linhas de corrente para os instantes: a) $57,5 s$; b) $60 s$, para $Re = 150$, $V_{red} = 4$ e $M_{red} = 2$.

As diferenças entre os campos de pressões e linhas de corrente ao longo do período de análise pode ser observada na Figura 5.8-a e 5.8-b, onde são apresentados estes registros referentes aos instantes $t = 57.5$ s e $t = 60$ s, ambos para $V_{red} = 4$. Notam-se grandes concentrações de tensão sobre o cilindro na direção transversal ao escoamento, que possuem sentidos alternados entre um instante de tempo e outro e, que ao serem integradas ao longo da superfície, dão origem às forças responsáveis pelas VIV.

A frequência de desprendimento de vórtices pode ser obtida por meio do espectro de potências do histórico do C_L (Figura 5.9) e assim, conhecendo a f_s , pode-se calcular o número de Strouhal a partir da Equação 5.5.

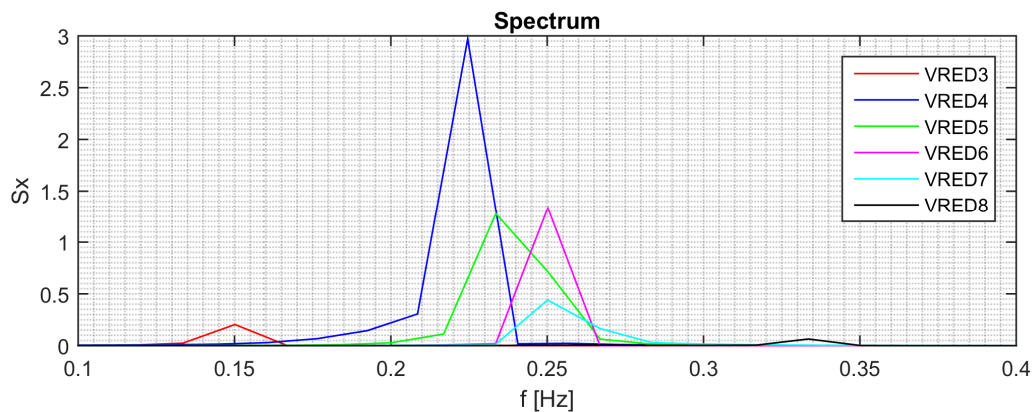


Figura 5.9: espectros de potências para as seis velocidades reduzidas.

Na Tabela 5.3 são relacionadas as respectivas frequências de desprendimento de vórtices e os valores do número Strouhal calculados para cada V_{red} . Destaca-se que os valores obtidos neste trabalho se aproximam dos encontrados para Reynolds 150 por Henderson (1997) e Norberg (2001), em torno de 0,185, para ambos os autores.

Tabela 5.3: frequências de desprendimento de vórtices e número de Strouhal para cada V_{red} .

Velocidade reduzida (V_{red})	Velocidade de entrada (V_{∞}) [m/s]	f_s [Hz]	S_t
3	0,75	0,1501	0,20
4	1,00	0,2246	0,22
5	1,30	0,2336	0,19
6	1,50	0,2502	0,17
7	1,75	0,2501	0,14
8	2,00	0,3335	0,17

Na curva das frequências de desprendimento de vórtices em função da velocidade reduzida, representada na Figura 5.10-a, verifica-se que há pouca variação entre as frequências para as velocidades reduzidas 4 a 7, e que estas se aproximam da frequência natural da estrutura. Este comportamento indica que nesta faixa de velocidades a estrutura encontra-se na região de *lock-in*, conforme indicam Simiu e Scanlan (1996) no gráfico de evolução da frequência de desprendimento de vórtices reproduzido na Figura 5.10-b.

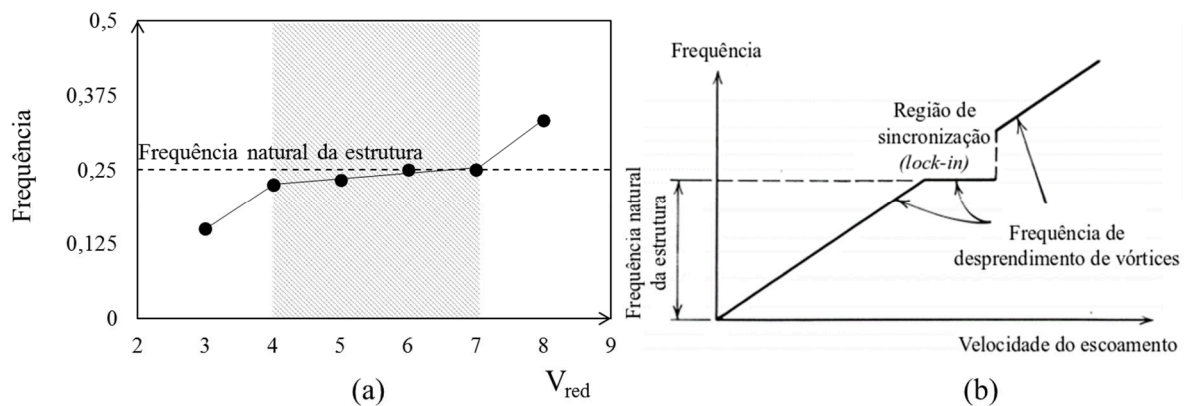


Figura 5.10: a) Frequência de desprendimento de vórtices em função da velocidade reduzida. b) Evolução da frequência de desprendimento de vórtices sobre uma estrutura elástica (SIMIU; SCANLAN, 1996).

Um outro aspecto apontado por Simiu e Scanlan (1994), refere-se aos deslocamentos. Afirmam que, de acordo com observações experimentais, em casos onde se configura o fenômeno de *lock-in* a estrutura sofre oscilações na direção transversal ao escoamento, que atingem amplitudes em torno da metade da dimensão característica. Esta condição também se verifica para as velocidades contidas na região de *lock-in*, uma vez que os deslocamentos obtidos neste trabalho para estas velocidades estão entre 0,57 e 0,41 (ver Figura 5.5), valores próximos à metade da dimensão característica do cilindro, igual a 0,50.

5.2 ESCOAMENTO SOBRE UM PRISMA DE SEÇÃO RETANGULAR

Nesta seção é apresentada a análise aeroelástica para um prisma de seção retangular imerso em escoamento de um fluido viscoso, permitindo-se vibrações nos graus de liberdade de translação no eixo x_2 e rotação em torno do eixo x_3 , baseado no exemplo estudado por Sarrate

et al. (2001). Busca-se com este exemplo de aplicação analisar o desempenho das rotinas de IFE na presença de grandes deslocamentos ocorrendo de forma acoplada em duas direções.

Outra particularidade deste problema é a forma do corpo, tipicamente rombudo, que acarreta no aparecimento de grandes gradientes de pressão nas regiões próximas à superfície, além do descolamento do escoamento junto às arestas.

O corpo possui seção retangular de dimensões 2,5 m, 0,5 m e 1,0 m, nas direções x_1 , x_2 e x_3 , respectivamente, e seu centro está localizado nas coordenadas (6,5,0.5). As demais características geométricas, malha de elementos finitos empregada e condições de contorno são apresentadas na Figura 5.11.

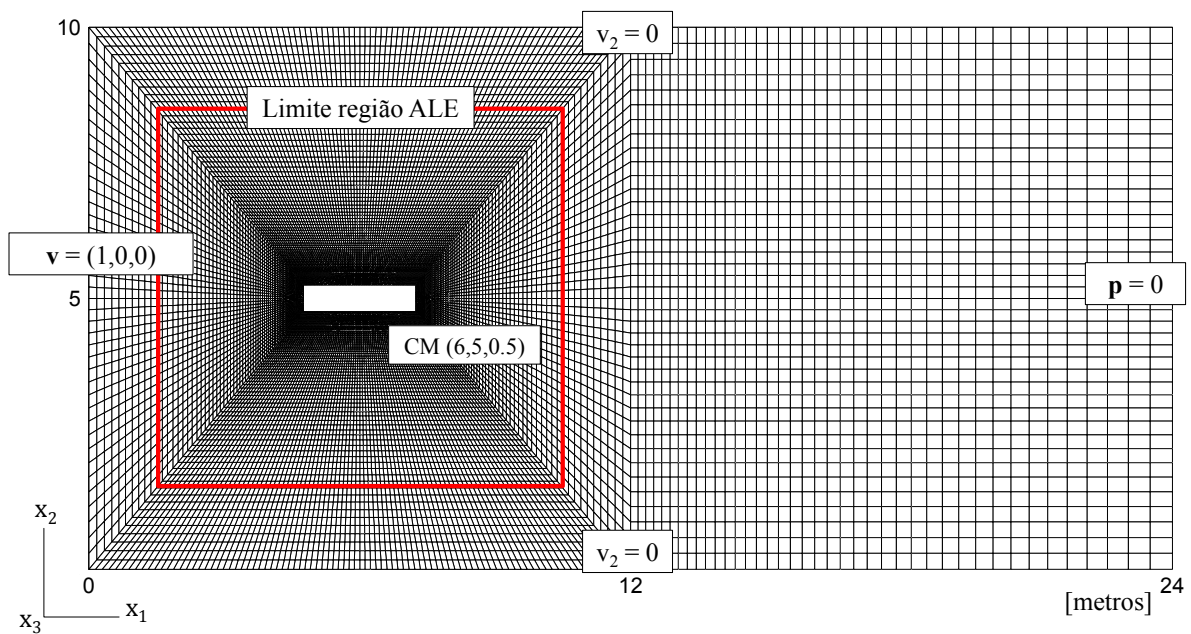


Figura 5.11: características geométricas, malha de elementos finitos e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre prisma de seção retangular 2D.

A malha adotada é composta por 22.660 elementos isoparamétricos hexaédricos trilineares de oito nós, totalizando 45.920 nós, possuindo maior refinamento na região próxima à superfície do corpo, conforme mostra a Figura 5.12, sendo a menor dimensão de aproximadamente 0,00518 m. Considera-se a velocidade de entrada de 1,0 m/s e condição de contorno de pressão nula na saída. Para que o problema se caracterize como bidimensional, prescreve-se velocidade igual a zero na direção do eixo x_3 para toda malha.

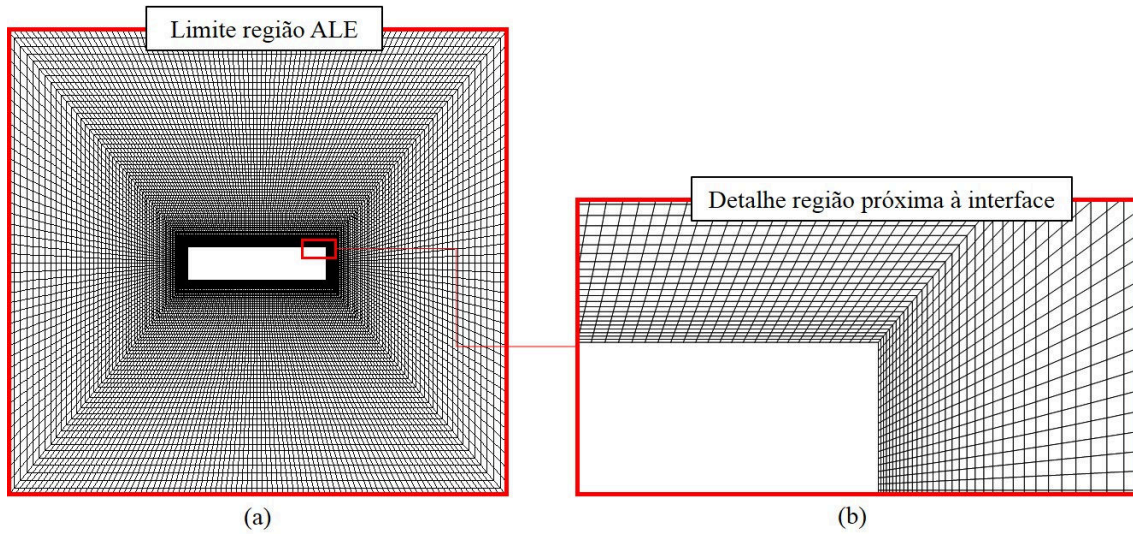


Figura 5.12: detalhes do refinamento da malha de elementos finitos nas regiões: a) ALE b) próxima à interface entre o prisma e o fluido.

As propriedades físicas referentes ao escoamento e à estrutura estão relacionadas na Tabela 5.4, onde os parâmetros da estrutura dados na forma adimensional, são obtidos a partir da altura do prisma e a velocidade de entrada, mantendo assim a semelhança com a análise de Sarrate et al. (2001).

Tabela 5.4: propriedades físicas do escoamento e da estrutura

Dados do escoamento	Número de Reynolds (R_e)	1000
	Massa específica do fluido (ρ) [kg/m^3]	1,0
	Viscosidade volumétrica do fluido (λ)	0,0
	Dimensão característica (D) [m]	1,0
	Viscosidade cinemática do fluido (ν) [m^2/s]	$1,0 \times 10^{-3}$
	Velocidade de entrada (V_0) [m/s]	1,0
	Parâmetro de compressibilidade artificial (c) [m/s]	5,0
Dados da estrutura (adimensionais)	Massa de translação ($m_{11} = m_{22} = m_{33}$)	195,57
	Inércia de rotação ($I_{44} = I_{55} = I_{66}$)	105,94
	Rigidez a translação (k_{22})	0,7864
	Rigidez torcional ($k_{44} = k_{55} = k_{66}$)	17,05
	Amortecimento eixo x_2 (c_{22})	$3,25 \times 10^{-2}$
	Amortecimento ($c_{44} = c_{55} = c_{66}$)	0,0

Tendo em vista que grandes deslocamentos do corpo podem levar a distorções importantes dos elementos da malha, a determinação do incremento de tempo pela condição de Courant

(Equação 3.13) previne uma instabilização prematura da análise. Diante disso, adota-se coeficiente de Courant de 0,5, que resulta em um incremento de tempo de 4×10^{-4} s. Cabe ressaltar que o corpo foi liberado para vibrar apenas após 90 s de análise, dessa maneira garantindo-se um campo de escoamento plenamente desenvolvido. Adota-se parâmetros para o método de Newmark com valores $\delta = 0,5$ e $\alpha = 0,25$, exponencial de malha $n = 4$ e parâmetro de diagonalização seletiva $e = 0,9$.

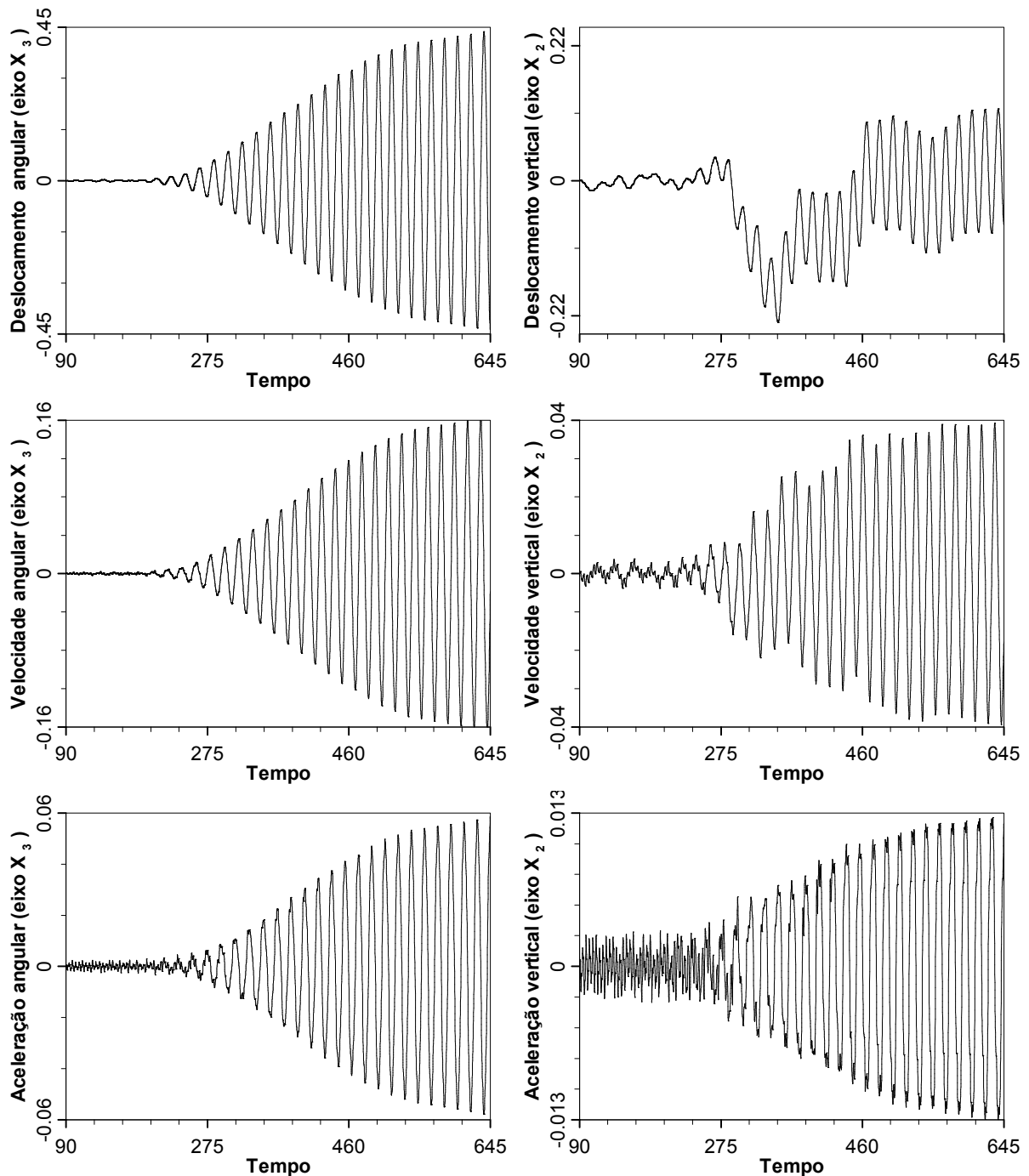


Figura 5.13: históricos de deslocamento, velocidade e aceleração nas direções de rotação em torno do eixo x_3 e translação no eixo x_2 .

Na Figura 5.13 são apresentados os históricos de deslocamentos, velocidades e acelerações, relativos aos movimentos de translação em relação ao eixo x_2 e rotação em torno do eixo x_3 , obtidos no presente trabalho. A fim de realizar a comparação entre os resultados obtidos neste trabalho com os de Sarrate et al. (2001), na Figura 5.14, estão reproduzidos os históricos de deslocamentos obtidos pelos autores.

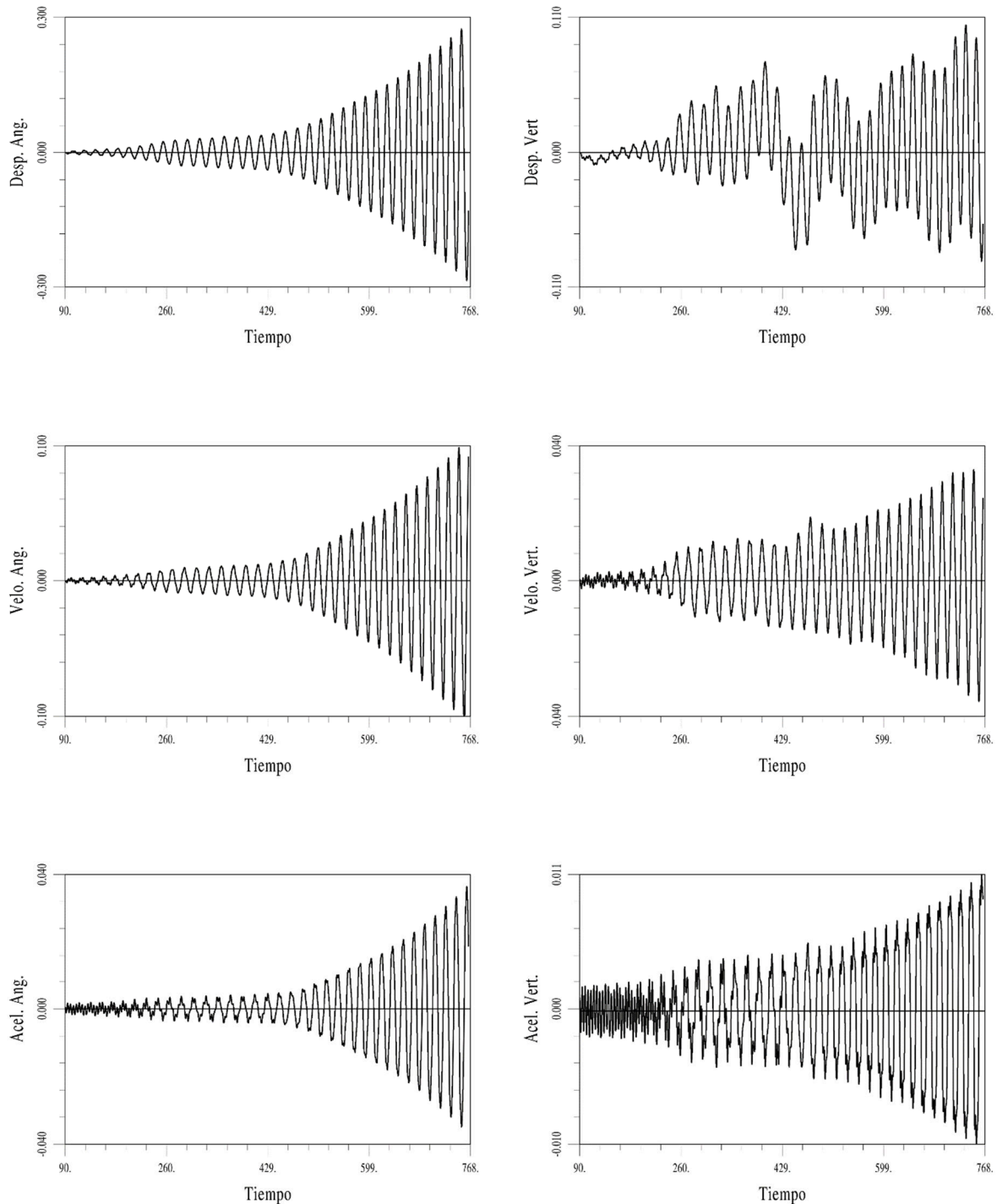


Figura 5.14: históricos de deslocamento, velocidade e aceleração angulares e transversais obtidas por Sarrate et al. (2001).

Nas Figuras 5.13 e 5.14, nota-se o acoplamento entre as oscilações nos graus de liberdade de translação e rotação, que assumem frequências próximas, e um amortecimento negativo que amplifica as amplitudes até o nível máximo no qual a malha é capaz de adaptar-se, que no caso deste trabalho ocorre aos 645 s, para um deslocamento angular de 0,437 rad/s, enquanto que Sarrate et al. (2001) atinge 0,3 rad/s aos 768 s.

Com o intuito de esclarecer esta divergência entre o tempo decorrido para alcançar um mesmo valor de deslocamento, a seguir apresenta-se uma análise da influência do valor do parâmetro de compressibilidade artificial, incluso na equação do balanço de massa (Equação 2.6) pela hipótese de pseudo-compressibilidade de Chorin (1967), uma vez que este tem caráter arbitrário. São testadas, ainda para o exemplo do prisma, quatro valores de compressibilidade artificial, 5,0 m/s, 10 m/s, 16,67 m/s e 20 m/s, obtendo-se as respostas de deslocamento angular da Figura 5.15.

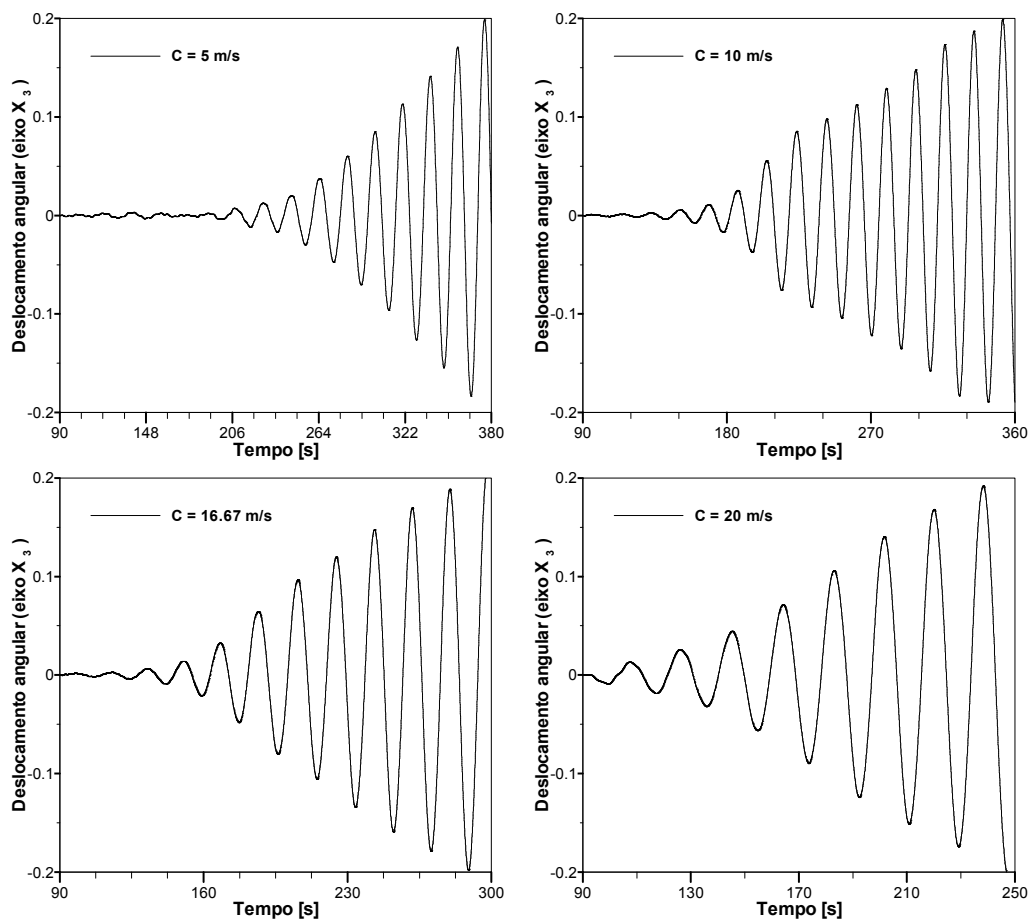


Figura 5.15: históricos de deslocamento angular em torno do eixo x_3 , para valores de parâmetro de compressibilidade artificial igual $c = 5$ m/s; 10 m/s; 16,67 m/s e 20 m/s

Os registros da Figura 5.15 mostram que escoamentos com parâmetro c igual a 5,0 m/s, 10 m/s, 16,67 m/s e 20 m/s atingem uma amplitude de deslocamento angular igual a 0,2 rad/s nos instantes 380 s, 360 s, 300 s e 250 s, respectivamente. Nota-se ainda que oscilações com amplitudes proeminentes surgem mais rapidamente em escoamentos com compressibilidade artificial de valores mais altos. Isso se justifica pelo fato do termo ρc^2 multiplicar o divergente de velocidades na equação do balanço de massa, fazendo com que a velocidade da onda de pressão seja diretamente proporcional ao valor de c , além disso, o divergente de velocidade se aproxima do valor nulo proporcionalmente ao aumento do valor de c . Tonin (2017) realizou um estudo similar, no contexto da isogeometria, onde também constata-se esta relação.

Com base na comparação entre os registros obtidos com os de Sarrate et al. (2001), e com outros trabalhos como Braun (2002) e Tonin (2017), é possível afirmar que o algoritmo desenvolvido neste trabalho é capaz de representar o acoplamento de dois deslocamentos, uma vez que o comportamento das oscilações obtidos são similares.

Na Figura 5.16 é mostrada em detalhe a movimentação da malha na região próxima ao corpo para os instantes 636.6s, 645.0s, que representam os últimos picos de vibração angular do corpo positivo e negativo, respectivamente, antes da instabilização da análise.

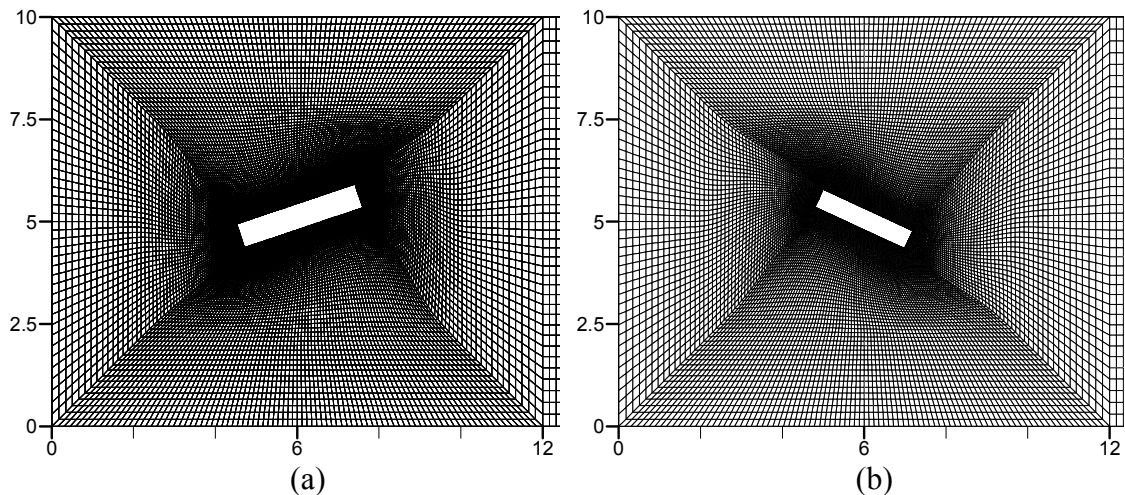


Figura 5.16: configuração da malha nos instantes a) 636.6 s b) 645.4s.

Na presença de grandes deslocamentos e rotações a malha sofre distorções, onde os elementos são comprimidos, reduzindo suas dimensões, o que por sua vez, tem influência direta na condição de Courant dada pela Equação 3.13. Isto reforça a premissa de que incrementos de tempo maiores levam à instabilização precoce da análise.

Os campos de pressão para os instantes de tempo 636.6 s e 645.4 s estão representados na Figura 5.17, juntamente com os campos obtidos nos instantes finais nos trabalhos de Sarrate et al. (2001) e Braun (2002).

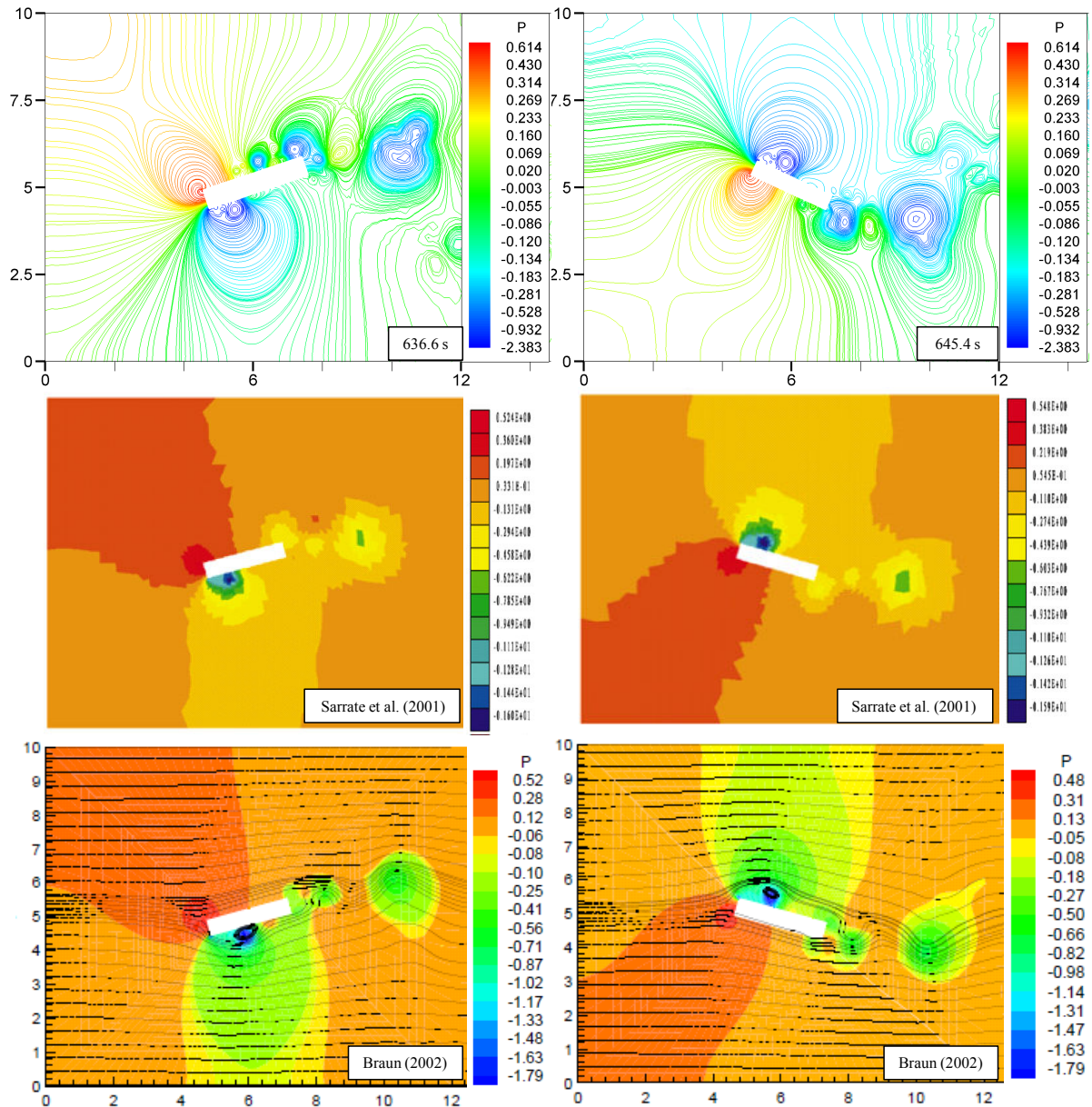


Figura 5.17: campos de pressão e linhas de corrente para os instantes 636.6 s e 645.4 s obtidos no presente trabalho e campos obtidos nos instantes finais por de Sarrate et al. (2001) Braun (2002).

Em conformidade com os trabalhos de Sarrate et al. (2001) e Braun (2002) nota-se a formação de grandes gradientes de pressão próximo à interface, formando bolsões que alteram-se na face superior e inferior do corpo, dependendo de sua inclinação.

5.3 TESTES PRELIMINARES DA ROTINA DE CONTROLE

Nesta seção são apresentados os testes iniciais empregando-se a rotina de controle linear algébrico de Riccati. O exemplo inicial de verificação utiliza-se do prisma de seção retangular descrito na seção anterior, cujas características geométricas são dadas na Figura 5.11, diferenciando-se apenas no número de graus de liberdade restringidos, sendo neste caso permitido apenas que a rotação em torno do eixo x_3 esteja livre para vibrar. Da mesma maneira, são mantidos os parâmetros do fluido e da estrutura, os quais são dados pela Tabela 5.4. A Figura 5.18 traz o intervalo de análise dos registros de deslocamento angular, entre o início da IFE, aos 90s e o instante 243s, para o caso onde não há aplicação de controle.

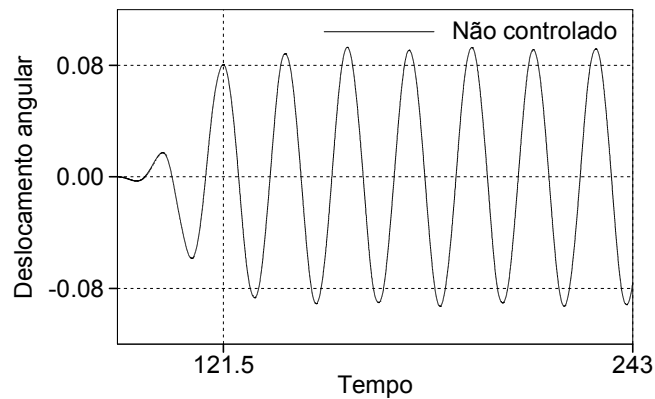


Figura 5.18: intervalo de registros dos deslocamentos angulares do prisma para o caso não controlado, de 90s à 243s.

Tendo este exemplo o intuito de evidenciar o efeitos do controle e a influência dos valores do par Q e R , arbitra-se um instante de tempo para o início da aplicação da força de controle, onde a vibração apresente uma amplitude suficiente para facilitar a visualização da resposta do sistema, para diferentes fatores de ponderação. Por esta razão, adota-se o instante 121,5s, onde a amplitude de deslocamento angular é de 0,0805.

No que se refere aos parâmetros de controle, avalia-se sua influência na eficiência do controle. Em uma primeira análise fixa-se o valor de R , enquanto o valor de Q varia entre 1 e 10^7 , observando-se o efeito causado na amplitude dos deslocamentos e na magnitude da força de controle necessária. Os registros de deslocamentos angulares obtidos e das respectivas forças de controle são apresentados nas Figuras 5.19 e 5.20. Deve-se atentar às escalas dos gráficos, adequadas individualmente para uma melhor visualização de cada registro.

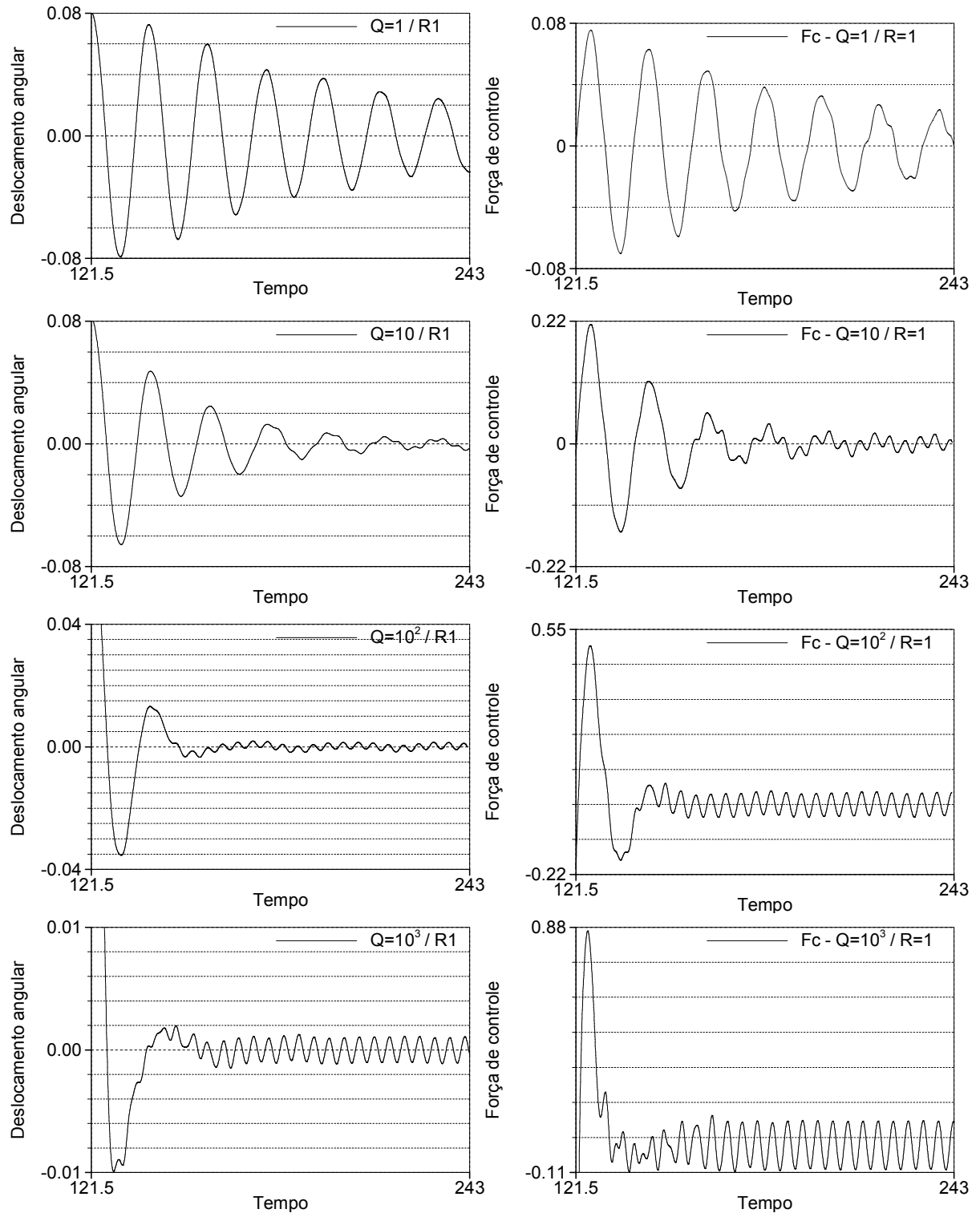


Figura 5.19: intervalo de registros dos deslocamentos angulares e respectivas forças de controle, referentes ao prisma, para os casos controlados, com $R = 1$ e valores de Q igual a 1, 10, 100 e 1.000.

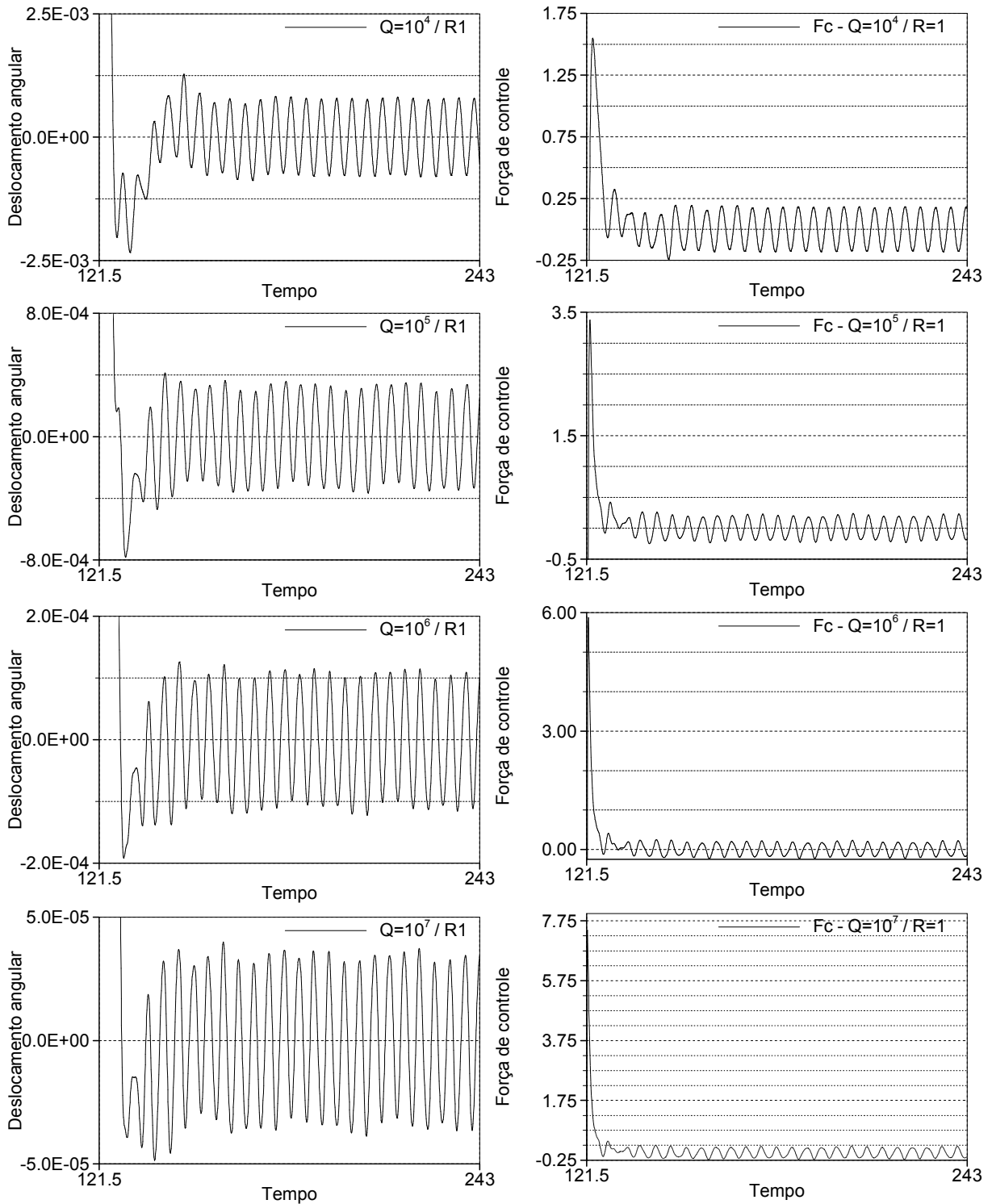


Figura 5.20: intervalo de registros dos deslocamentos angulares e respectivas forças de controle, referentes ao prisma, para os casos controlados, com $R = 1$ e valores de Q igual a 10^4 , 10^5 , 10^6 e 10^7 .

Após alguns períodos de oscilação nota-se a redução gradativa da amplitude do deslocamento angular, que atinge valores menores para maiores valores de Q . Além disso, o intervalo de tempo necessário para que a vibração adquira uma forma estável, dentro de uma faixa de

amplitudes, é inferior no caso de valores maiores de Q , uma vez que a força de controle aplicada possui magnitude suficiente para equilibrar o sistema em poucos passos. Traçando-se uma curva do maior valor de força de controle em função do valor de Q , Figura 5.21, percebe-se que a partir de Q da ordem 10^3 o valor da força cresce rapidamente.

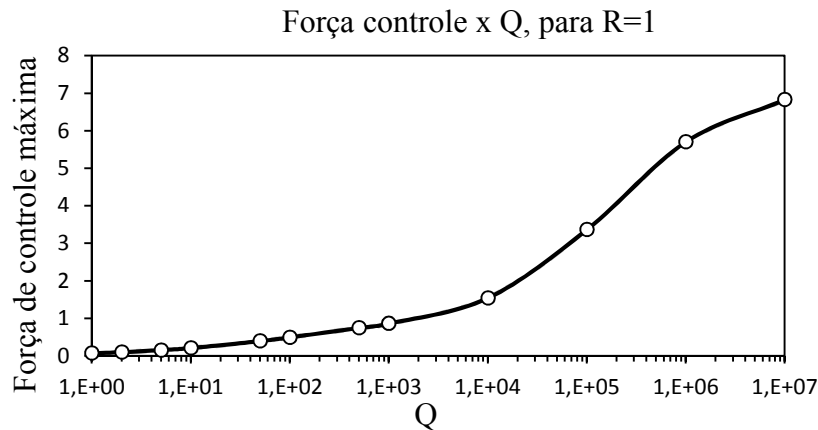


Figura 5.21: força de controle em função do fator de ponderação Q

Por outro lado, ao traçar uma curva dos valores de deslocamento obtidos para cada valor de Q , dada pela Figura 5.22, nota-se que a adoção de parâmetros Q com valores entre 10 e 10^3 , produzem uma variação significativa no desempenho do sistema, quanto à redução da amplitude vibração.

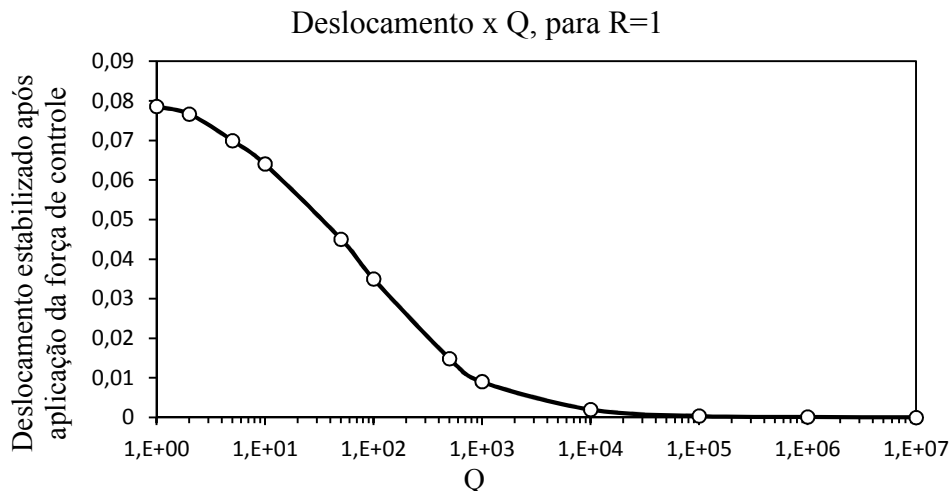


Figura 5.22: deslocamento angular em função do fator de ponderação Q .

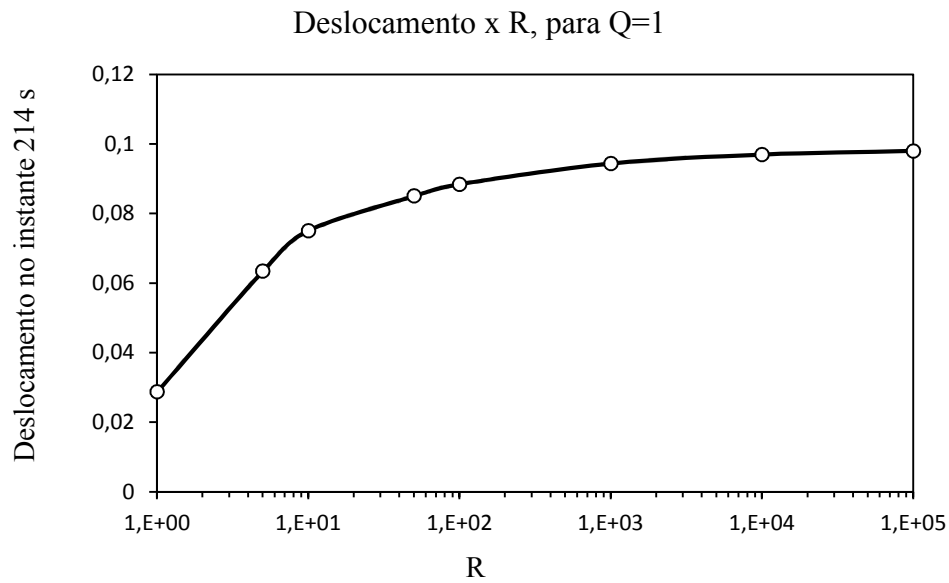


Figura 5.24: deslocamento angular em função do fator de ponderação Q.

A força de controle máxima por sua vez, apresenta magnitude inversamente proporcional ao valor de R, sendo a economia de energia mais expressiva na redução da força de controle para valores de R contidos no intervalo de 1 a 10, conforme pode ser verificado na Figura 5.25.

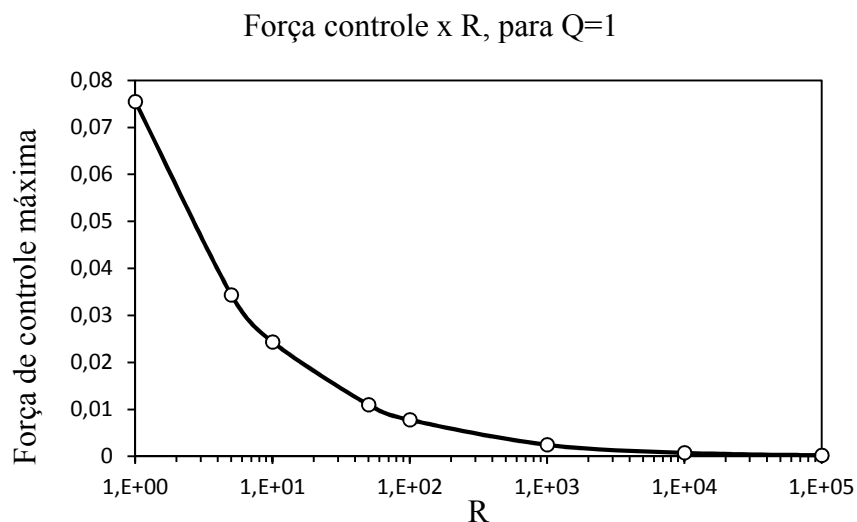


Figura 5.25: deslocamento angular em função do fator de ponderação Q.

Para ilustrar a relevância do tempo de retardo, a Figura 5.26 traz alguns testes de controle algébrico com defasagem na aplicação da força, variando entre $1/2$ e $1/8$ do período de oscilação, T , do caso sem retardo. Adota-se para ambos os fatores peso, Q e R , valor igual a 1, o qual possui período de oscilação igual a 18,34 s.

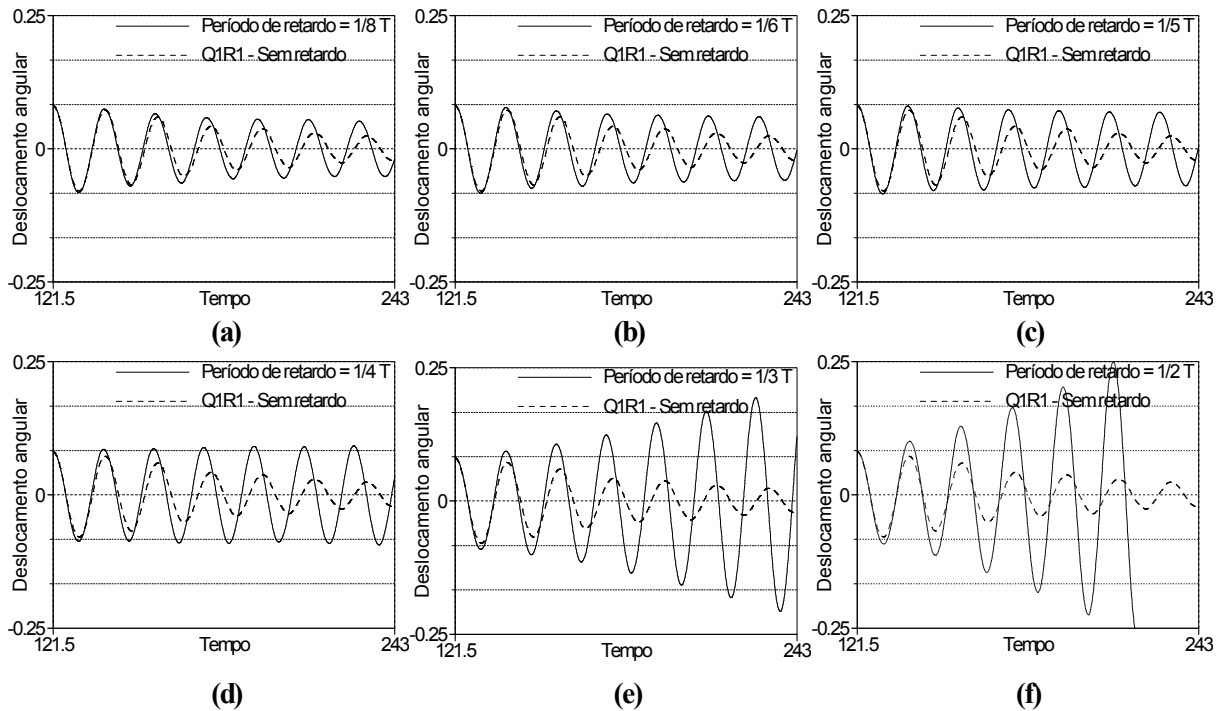


Figura 5.26: deslocamento angular do prisma, para Q e R iguais a 1, em função do tempo de retardo: a) 2,29 s b) 3,06 s c) 3,67 s d) 4,59 s e) 6,11 s f) 9,17 s

Percebe-se, que para os casos de retardo igual a $1/8$, $1/6$ e $1/5$ do período de oscilação houve perda de eficiência da atenuação dos deslocamentos angulares. Ainda assim, os três casos tendem para a estabilização do sistema. Em contrapartida, os casos de retardo em $1/4$, $1/3$ e $1/2$ do período apresentam perda de eficiência do controle, perdendo a capacidade de amortecer as vibrações. Ressalta-se que os casos mais críticos, de retardo igual a $1/3$ e $1/2$ do período, acarretam em amplificação das vibrações em comparação ao caso não controlado, uma vez que nesta situação a força está atuando em fase com o deslocamento da estrutura.

É importante destacar que o comportamento observado quanto à influência tanto dos parâmetros Q e R quanto do tempo de retardo, está em conformidade com o estudo realizado por Barbosa (1996), ao utilizar um algoritmo com a mesma base teórica, no controle de vibrações de uma viga submetida a um carregamento harmônico.

Além disso, com o intuito de garantir a acurácia da rotina de controle, as matrizes de ganho calculadas para cada caso são comparadas à matriz \mathbf{K} , obtida pela função $lqr(A,B,Q,R)$ do software MATLAB, equivalente à $-\mathbf{G}$. Para todos os casos simulados, as duas ferramentas levam à matrizes de ganho idênticas

5.4 CONTROLE DE VIBRAÇÕES DE CILINDRO SOB EFEITO DE LOCKIN

Nesta seção verifica-se a eficiência da aplicação de controle linear algébrico de Riccati no controle de vibrações, aplicado ao cilindro apresentado na seção 5.1. As propriedades do escoamento e da estrutura são mantidas e aplica-se uma força de controle no GDL de translação no sentido transversal ao escoamento, para cada velocidade reduzida.

Os fatores de ponderação Q e R foram adotados com valor igual a 10 e 1, respectivamente. As matrizes A e B calculadas a partir dos parâmetros da estrutura, possuem os valores:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\omega^2 m}{m} & -\frac{2\zeta\omega m}{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2,4674 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,5 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Que levam à matriz de ganho comum à todas as velocidades reduzidas:

$$\mathbf{G} = [-0,92628 \quad -3,70204] \quad (5.11)$$

a qual é verificada pela função $lqr(A,B,Q,R)$ do *software* MATLAB.

Inicia-se a aplicação do controle após a amplitude das oscilações atingir valores relativamente estáveis, o que ocorre próximo aos 20 s. As vibrações são amortecidas logo nos primeiros instantes, como mostram os registros de deslocamento da Figura 5.27, e permanecem com amplitudes aproximadamente constantes até o fim da simulação. As forças de controle, por sua vez, apresentam um pico inicial e em seguida se mantém dentro de uma faixa de magnitudes, conforme se verifica na Figura 5.28. Percebe-se ainda que para esse arranjo de fatores Q e R , as forças de controle possuem a mesma ordem de grandezas que as forças induzidas pela interação fluido estrutura e estão em oposição de fase com estas.

Na Tabela 5.5 estão relacionadas as amplitudes imediatamente anterior ao início do controle, do valor de pico após 1 período de vibração sob a ação do controle e do último pico de deslocamentos registrado, para cada velocidade testada. Nota-se que o sistema de controle reduz consideravelmente as oscilações já nos primeiros instantes de sua atuação. Têm-se ainda que as maiores taxas de redução dos deslocamentos ocorrem nos casos localizados na zona de *lock-in*, e que em nenhum dos casos as amplitudes ultrapassam 0,1055.

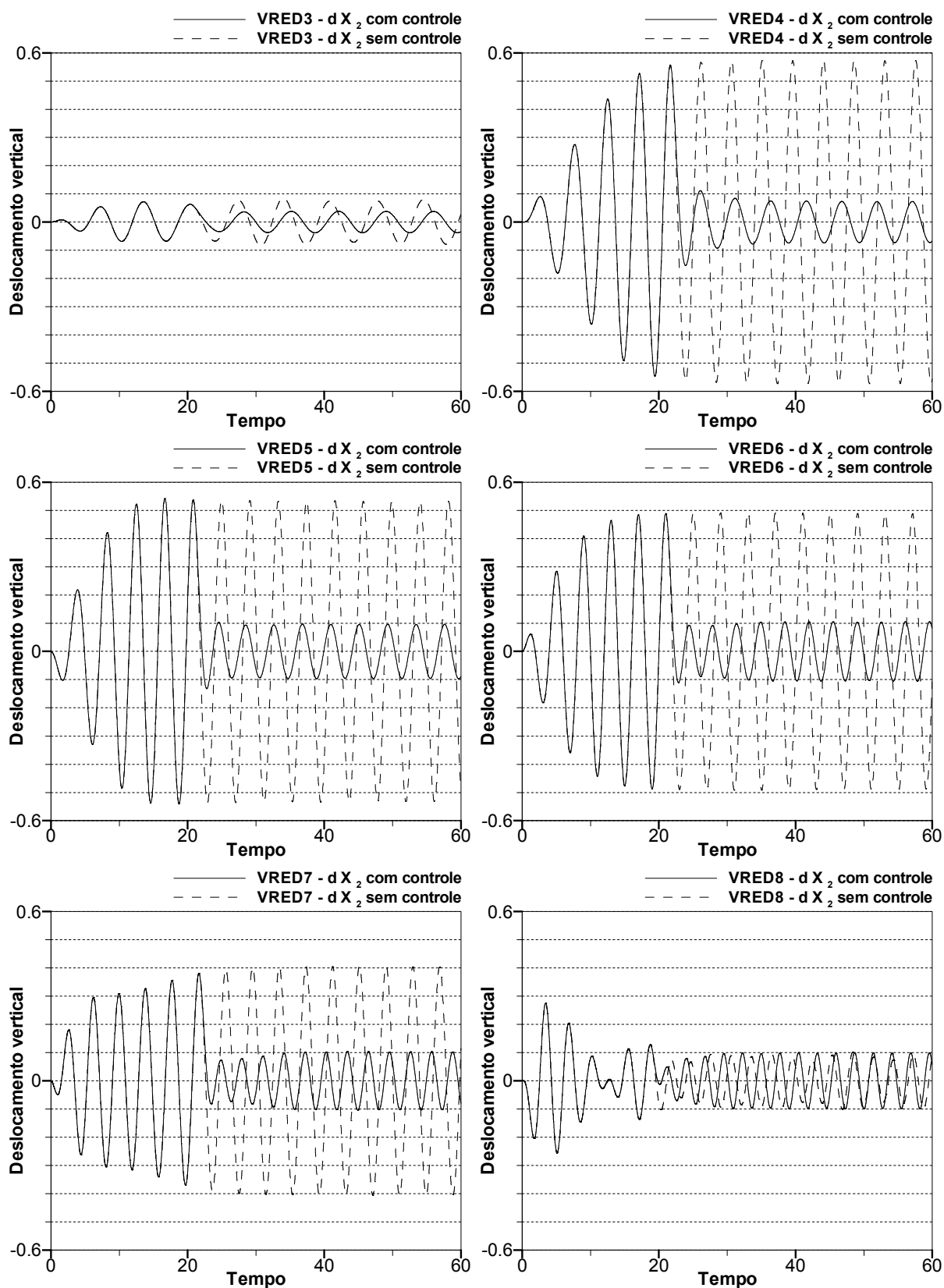


Figura 5.27: deslocamento do cilindro na direção transversal ao escoamento, para cada velocidade reduzida, para o caso não controlado e com controle algébrico de Riccati, com relação Q:R de 10:1

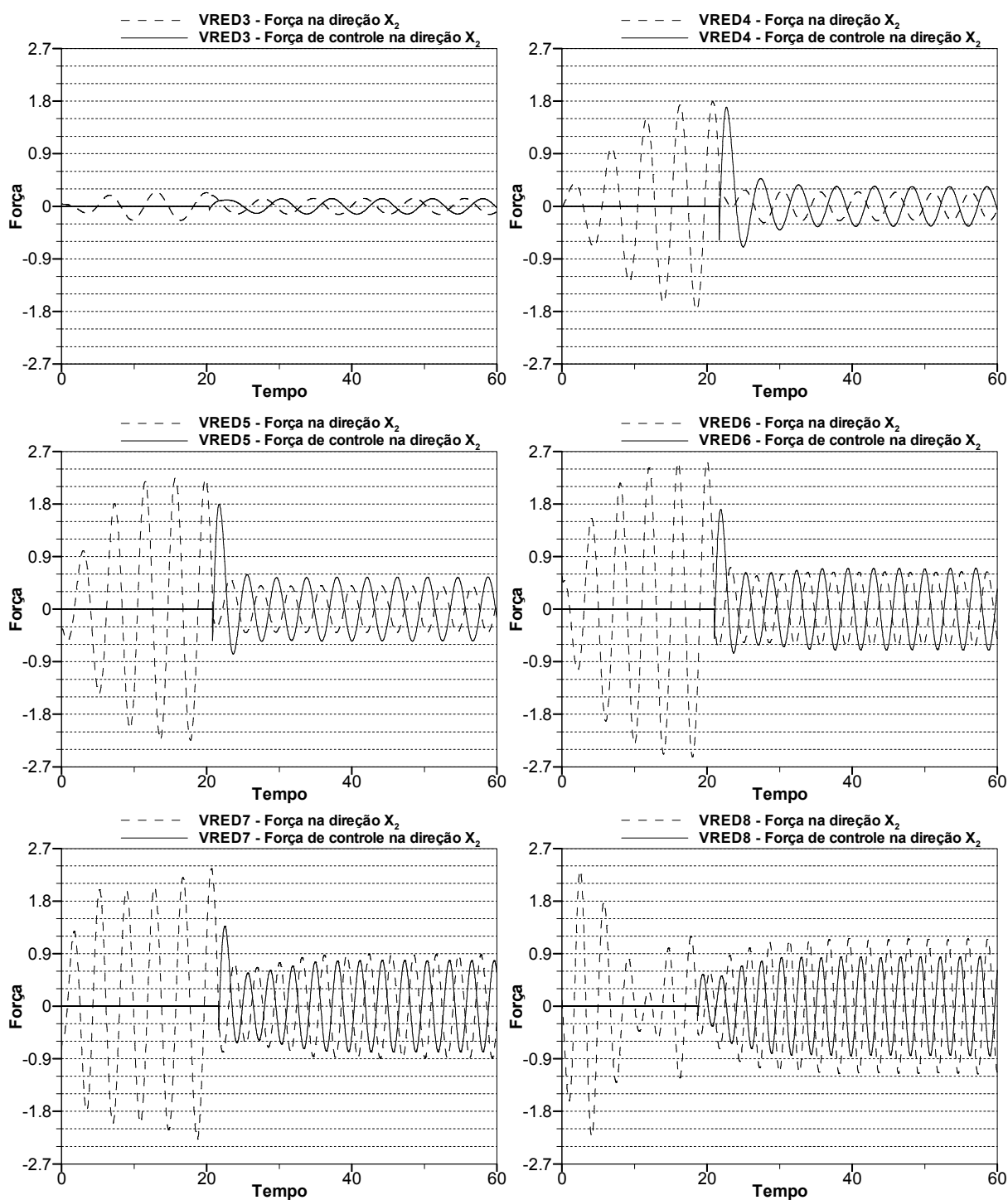


Figura 5.28: forças de controle e forças induzidas pela interação fluido estrutura, na direção transversal ao escoamento, para cada velocidade reduzida, para o caso com controle algébrico de Riccati, com relação Q:R de 10:1

Tabela 5.5: taxa de redução das amplitudes de vibração para cada V_{red} , com relação Q:R de 10:1.

Velocidade reduzida (U_{red})	Amplitude imediatamente anterior ao controle	Amplitude máxima, após 1 período de vibração	Redução inicial da amplitude de deslocamento	Último valor de pico registrado, caso não controlado	Último valor de pico registrado, com controle	Redução da amplitude de deslocamento
3	0,0633	0,0362	42,81%	0,0807	0,0377	53,28%
4	0,5568	0,1110	80,06%	0,5727	0,0729	87,27%
5	0,5378	0,1031	80,83%	0,5324	0,0962	81,93%
6	0,4893	0,0929	81,01%	0,4878	0,1055	78,37%
7	0,3810	0,0732	80,79%	0,4029	0,1024	74,58%
8	0,1277	0,050	60,85%	0,0600	0,0993	-65,50%

A Tabela 5.6 traz o valor máximo inicial da força de controle e os valores máximos obtidos na última oscilação registrada das forças de controle, transversal ao escoamento sem a aplicação de controle e transversal ao escoamento com a atuação do controle, para cada velocidade testada.

Tabela 5.6: forças máximas de controle, taxa de redução das forças transversais ao escoamento e frequência de despreendimento de vórtices, para cada V_{red} com relação Q:R de 10:1.

Velocidade reduzida (U_{red})	Valor máximo Força de controle	Valor máximo Força de controle, no último período	Máxima força transversal, sem aplicação de controle, no último período	Máxima força transversal controlada, no último período	Taxa de redução da força transversal	Frequência (Hz)
3	0,1068	0,1319	0,2851	0,1356	52,44%	0,1355
4	1,6958	0,3380	1,8243	0,2406	86,81%	0,2002
5	1,7972	0,5512	2,2050	0,40196	81,77%	0,2505
6	1,7038	0,7025	2,5214	0,6358	74,78%	0,2835
7	1,3687	0,7790	2,5033	0,8821	64,76%	0,3168
8	0,5427	0,8486	0,9743	1,1557	-18,62%	0,3669

Verifica-se que a força transversal induzida pela interação entre o fluido e a estrutura é reduzida pela atuação do controle algébrico já nos primeiros instantes. A maior taxa de redução da força transversal ocorre para a V_{red} 4, caso que apresenta também maior redução da amplitude dos deslocamentos. É importante destacar, que no caso da V_{red} 8 houve amplificação tanto dos deslocamentos, quanto da força atuante.

Ao comparar-se na Figura 5.29-a, os deslocamentos máximos na presença de controle algébrico com os deslocamentos observados no caso não controlado, constata-se que a amplitudes das vibrações são diretamente proporcionais à velocidade reduzida, e não ocorre amplificação das oscilações na região de *lock-in*.

As novas frequências de desprendimento de vórtices, relacionadas na Tabela 5.6, são obtidas por meio de transformada de *Fourier*, e apresentam crescimento linear, onde não é identificável um patamar de sincronização com a frequência natural da estrutura, conforme se verifica no gráfico da Figura 5.29-b.

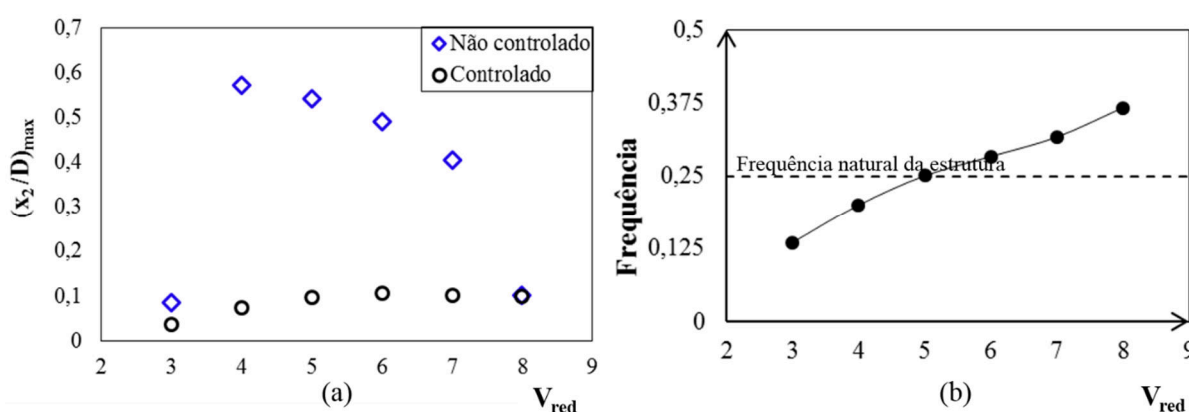


Figura 5.29: a) deslocamentos máximos para os casos da atuação e ausência de controle, b) frequência de desprendimento de vórtices na presença de controle.

Ao comparar-se os registros dos campos de pressão do último período de vibração da $V_{\text{red}} 4$, sob a atuação do controle, apresentados na Figura 5.30, aos campos obtidos sem a atuação de controle, na seção 5.1 do presente trabalho, nota-se a redução tanto da amplitude dos deslocamentos, quanto da frequência de desprendimento de vórtices.

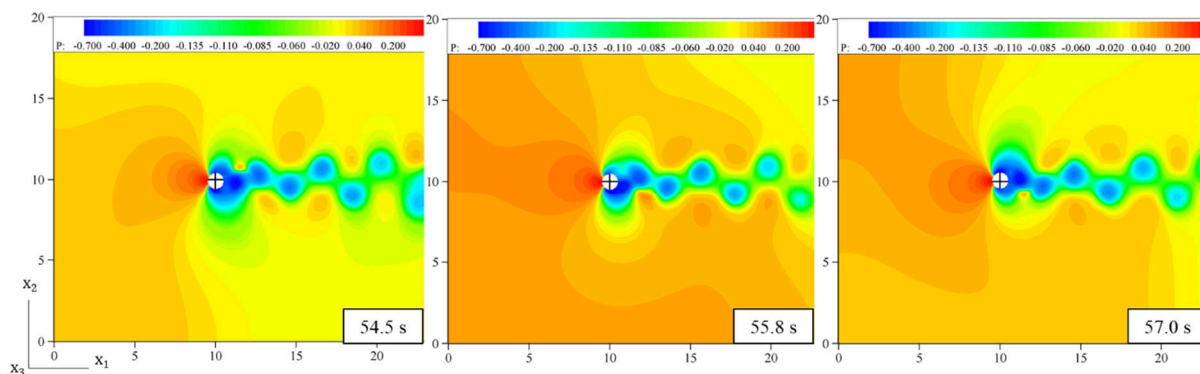


Figura 5.30: Campos de pressão registrados nos picos do último período de vibração da $V_{\text{red}} 4$, para o cilindro sob a ação de controle.

5.5 CONTROLE DE VIBRAÇÕES DE PRISMA RETANGULAR DOTADO DE APÊNDICES ATIVAMENTE CONTROLADOS

Nesta seção, verifica-se a influência da inclusão de apêndices aerodinâmicos no controle de vibrações, aplicado ao prisma de seção retangular apresentado na seção 5.2. São mantidas as propriedades físicas da estrutura e do escoamento e acrescentam-se dois apêndices idênticos, simetricamente posicionados, afastados em 2,50 m entre eixos e com face inferior à uma distância de 0,238 m em relação à face superior do prisma, conforme representa a Figura 5.31.

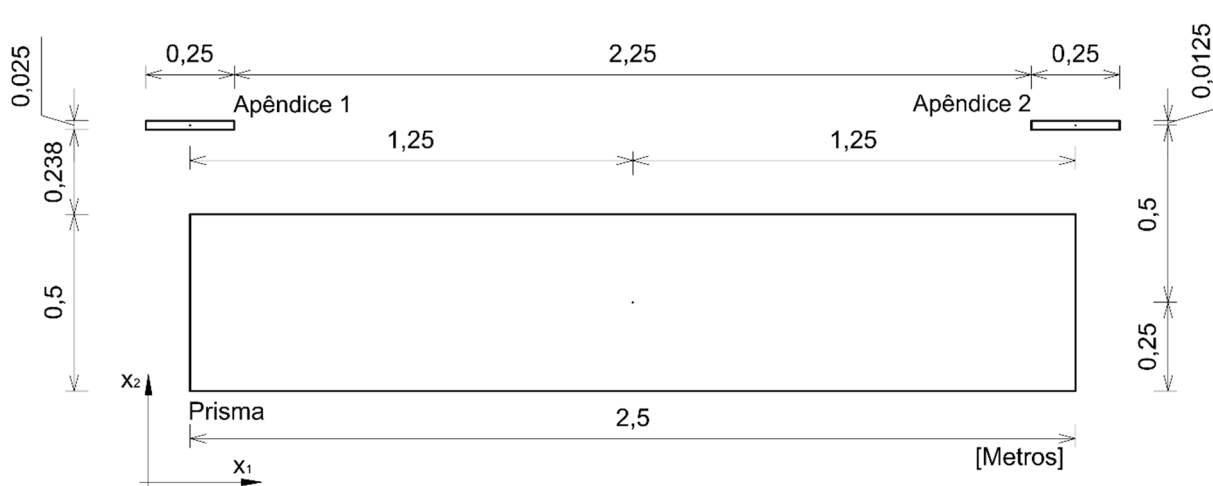


Figura 5.31: geometria do prisma e dos apêndices

As dimensões dos apêndices são arbitradas com largura igual a 10% da largura do prisma, e relação altura/largura de 0,1. Da mesma maneira que o prisma, os apêndices se estendem por 1 m na direção x_3 , e o problema é tratado como bidimensional.

O domínio de análise é discretizado em uma malha composta por 29.855 elementos isoparamétricos hexaédricos trilineares de oito nós, totalizando 60.524 nós, ilustrada pela Figura 5.32.

Os limites da região de descrição ALE são apresentados na Figura 5.33, juntamente com o detalhe dos elementos próximos à interface. Os elementos possuem espessura de $5,5 \times 10^{-3}$ m na interface dos apêndices e de $2,48 \times 10^{-2}$ m na interface do prisma.

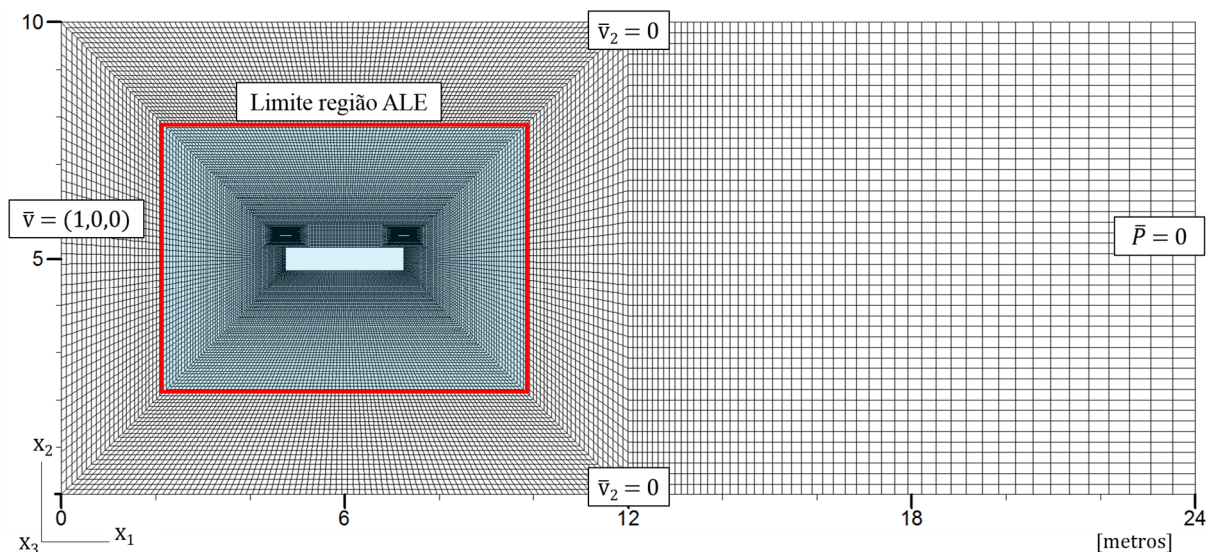


Figura 5.32: malha de elementos finitos e condições de contorno do prisma de seção retangular, dotado de apêndices de seção retangular.

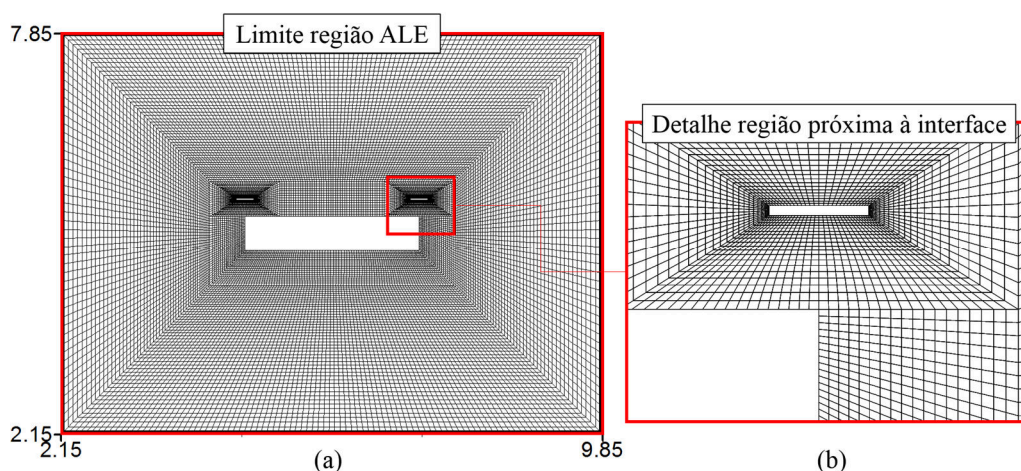


Figura 5.33: a) delimitação da região ALE, b) detalhe da malha próxima à interface com a estrutura.

Em conformidade com a formulação apresentada na seção 2.2 do presente trabalho (Figura 2.1), prisma e apêndices são tratados como um único corpo imersível indeformável, para o qual admite-se a rotação relativa no ponto de ligação de cada apêndice, como dois graus de liberdade de rotação, denominados β_1 e β_2 , e que ocupam, respectivamente, as posições 7 e 8 do vetor de deslocamentos da estrutura.

Considera-se que os pontos de vínculo dos apêndices encontram-se em seus respectivos centros de massa, e os termos de carga gerada pelo fluido sobre a superfície dos apêndices são transferidos ao centro de massa do prisma.

As propriedades físicas dos apêndices são dadas pela Tabela 5.7.

Tabela 5.7: propriedades físicas adimensionais dos apêndices

Inércia de rotação dos apêndices ($I_{\beta_1} = I_{\beta_2}$)	$5,14 \times 10^{-3}$
Primeiro momento de inércia de massa do tabuleiro (S_{θ_3})	145,70
Primeiro momento de inércia de massa dos apêndices ($S_{\beta_1} = S_{\beta_2}$)	$6,72 \times 10^{-2}$
Rigidez torcional ($k_{\beta_1} = k_{\beta_2}$)	0,1264
Amortecimento ($c_{\beta_1} = c_{\beta_2}$)	0,0

Dado que a menor dimensão de elemento da malha é de 0,0017 m, obtém-se Δt de $1,5 \times 10^{-4}$, para Courant de 0,53. Adota-se parâmetros para o método de Newmark com valores $\delta = 0,5$ e $\alpha = 0,25$, exponencial de malha $n = 4$ e parâmetro de diagonalização seletiva $e = 0,9$.

São realizados testes variando-se os graus de liberdade restringidos, o formato dos apêndices e a inclusão de aplicação do controle, conforme relacionado na Tabela 5.8.

Tabela 5.8: testes realizados para o prisma de seção retangular

GDL não restringido	Formato da seção transversal dos apêndices	Controle
Rotação em X_3	Retangular	Sem aplicação de controle
Rotação em X_3, β_1, β_2		
Rotação em X_3, β_1, β_2	NACA 0012 biconvexo	
Rotação em X_3, β_1, β_2	Retangular	Controle linear algébrico de Riccati
	NACA 0012 biconvexo	

5.5.1 Resposta do prisma dotado de apêndices sem aplicação de controle

Tomando-se o caso onde o prisma possui todos os movimentos restringidos, exceto a rotação em torno do eixo x_3 , investiga-se os efeitos causados pela presença de apêndices, sem aplicação de controle. Duas situações são simuladas, na primeira delas os apêndices são rigidamente ligados ao prisma, de maneira que sua rotação é resultado apenas da rotação em torno do centro de massa do prisma. Em um segundo cenário, permite-se que haja rotação nas ligações entre os apêndices e o prisma, assumindo-se a rigidez apresentada na Tabela 5.7. Os registros dos deslocamentos angulares manifestados pelo prisma para estas duas configurações, aparecem na Figura 5.34, juntamente com o registro de deslocamento angular referente ao prisma isolado, livre apenas no GDL de rotação em torno do eixo x_3 .

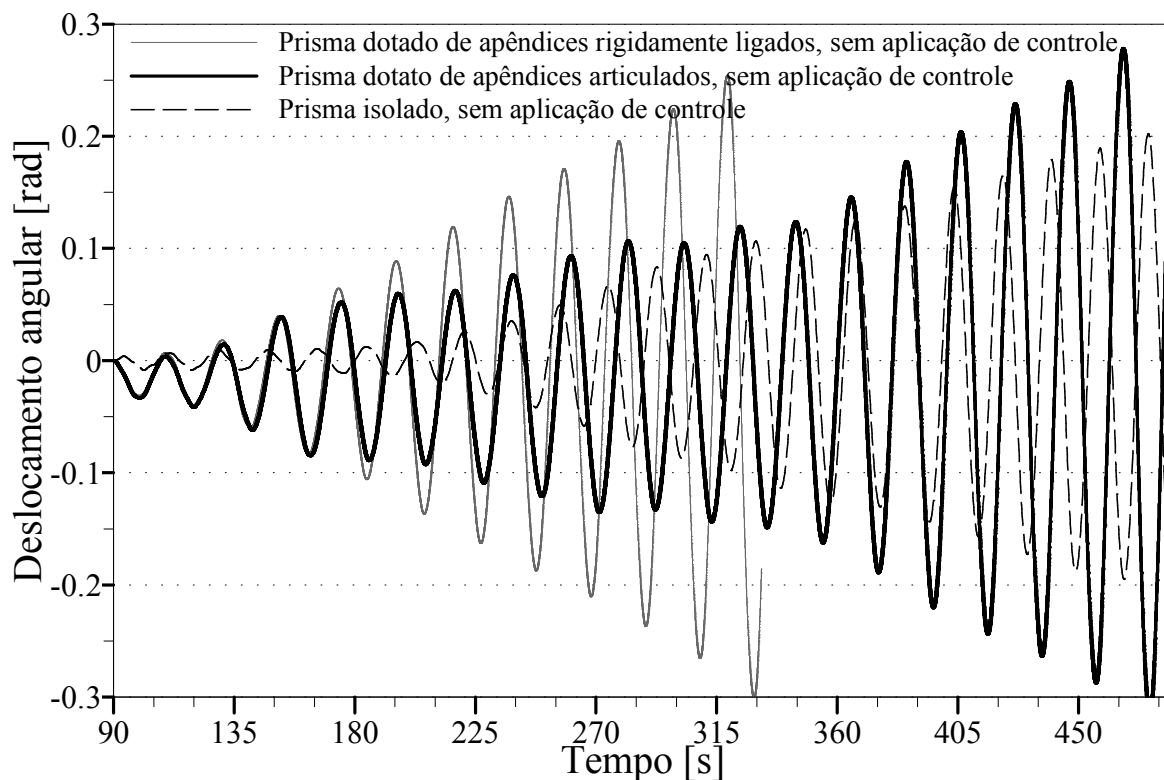


Figura 5.34: registros de deslocamento angular do prisma, livre apenas no GDL de rotação em torno do eixo x_3 , para os casos isolado e na presença de apêndices, rigidamente fixados e articulados.

Nota-se que, para o presente exemplo, a presença dos apêndices amplifica o deslocamento angular do prisma, o que leva à instabilização da estrutura mais rapidamente, sendo a situação mais desfavorável, o caso em que os apêndices são fixados de forma rígida.

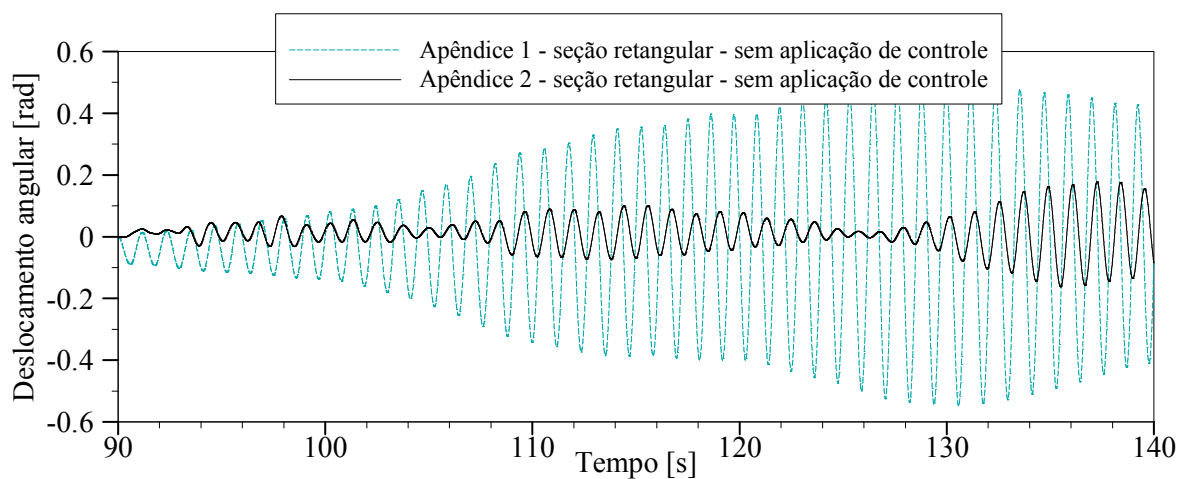


Figura 5.35: registros de deslocamento angular dos apêndices, para os 50 s iniciais, a partir do início da IFE.

A Figura 5.35 apresenta os registros de deslocamentos angulares dos apêndices nos 50 s iniciais, para o caso em que se permite a rotação dos apêndices 1 e 2 em torno de seus pontos de vínculo. Estes apresentam frequências de vibração de 0,877 Hz e 0,855 Hz, respectivamente, o que representa aproximadamente 18 vezes a frequência do prisma, de valor 0,048 Hz, com amplitudes que ultrapassam 30°, para o caso do apêndice 1.

5.5.2 Influência dos parâmetros Q e R do controle linear algébrico de Riccati

O próximo teste, proposto neste estudo, consiste no emprego o controle linear algébrico de Riccati, com o intuito de reduzir a amplitude de vibração prisma, por meio de momentos de controle aplicados nos vínculos dos apêndices.

Têm-se neste caso três GDL envolvidos no sistema de controle, sendo estes as rotações do prisma e dos dois apêndices, θ_3 , β_1 e β_2 , respectivamente. Todavia, os momentos de controle são aplicados apenas nos vínculos dos apêndices. Por essa razão o vetor **D** de localização dos atuadores possui sua primeira componente nula, conforme indicado na Tabela 5.9, juntamente com as demais matrizes envolvidas do cálculo da equação algébrica de Riccati, calculadas conforme as Equações 4.6 e 4.7.

Tabela 5.9: matrizes para cálculo da equação algébrica de Riccati

$\mathbf{A} =$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0,1283 & -0,0213 & 0,0213 & 0 & 0 & 0 \\ -2,2255 & -32,0810 & 0,3690 & 0 & 0 & 0 \\ 2,2255 & 0,3690 & -32,0810 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{B} =$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,0075 & 0,1305 & -0,1305 \\ 0,1305 & 196,8162 & -2,2636 \\ -0,1305 & -2,2636 & 196,8162 \end{bmatrix}$
	$\mathbf{R} = \text{diag}[1 \quad 1000 \quad 1000]$		$\mathbf{Q} = \text{diag}[Q \quad 1 \quad 1 \quad Q \quad 1 \quad 1]$
	$\mathbf{D}^T = \{0 \quad 1 \quad 1\}$		$\mathbf{E}^T = \{1 \quad 1 \quad 1\}$

Com o intuito de definir uma combinação dos fatores peso Q e R que levem a uma matriz de ganho capaz de reduzir as vibrações do prisma, através de forças de controle de magnitudes aceitáveis, inicia-se fixando valores de Q e R em todos os GDL, exceto Q para o GDL θ_3 , para o qual são testados valores de Q de 10^3 a 10^7 , observando ao longo dos 50 s de escoamento qual o efeito causado nos deslocamentos e nas forças de controle produzidas. Destaca-se que para este exemplo, o processo iterativo de Newton-Raphson não é capaz de convergir para a obtenção da matriz de Riccati. Em virtude disso, emprega-se a matriz calculada pela função $lqr(A,B,Q,R)$ do *software* MATLAB.

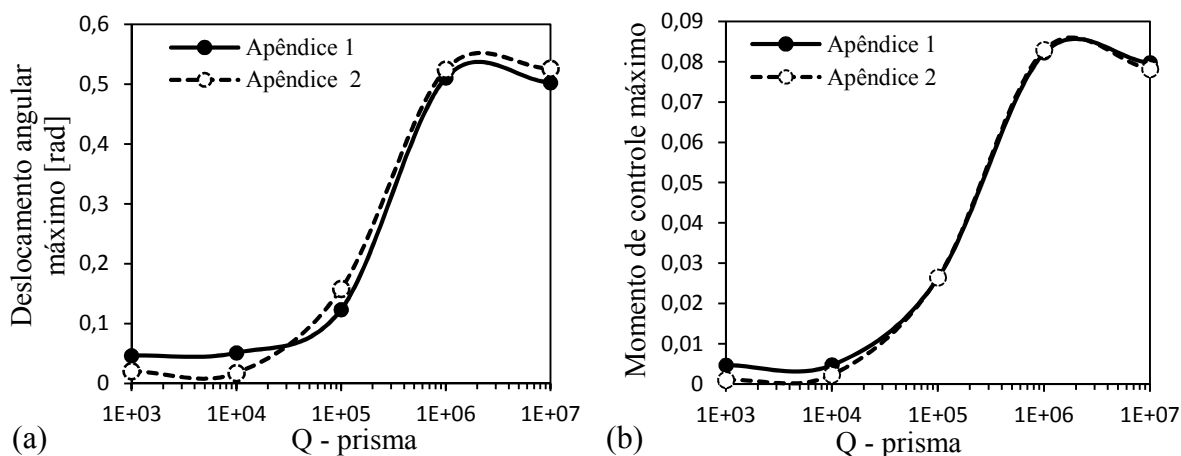


Figura 5.36: valores máximos observados nos 50 s iniciais de a) deslocamento angular dos apêndices, b) momento de controle aplicado nos apêndices, em função do valor de Q para o GDL θ_3 , com $R = 1$, e relação Q:R dos apêndices de 1:1000.

Verifica-se na Figura 5.36, que ao priorizar-se a minimização dos deslocamentos do prisma os momentos de controle causam deslocamentos nos apêndices, que ultrapassam 30° , levando à instabilização da simulação já nos primeiros segundos. Por outro lado, pelos registros de deslocamentos obtidos nos primeiros segundos da análise, percebe-se a redução mais significativa da amplitude de vibração do prisma, que ocorre para valores de Q a partir de 10^6 , conforme Figura 5.37.

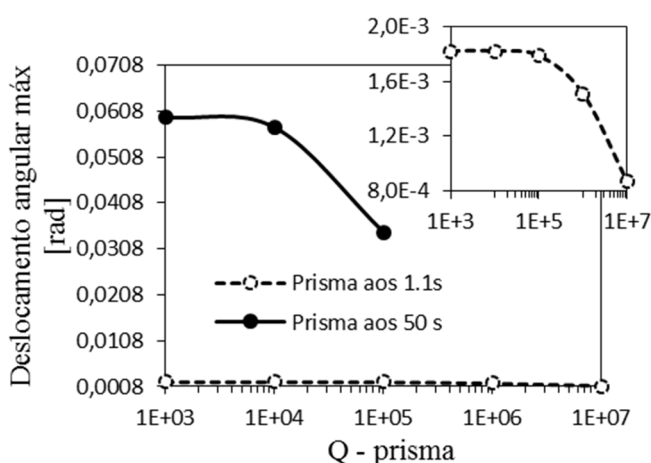


Figura 5.37: deslocamentos angulares máximos do prisma observados nos 50 s iniciais, e em detalhe valores após 1.1 s da aplicação de controle, em função do valor de Q para o GDL θ_3 , com $R = 1$, e relação Q:R dos apêndices de 1:1000.

Por esta razão, fixa-se o valor de Q para o GDL θ_3 em 10^6 , e varia-se os valores de Q dos apêndices. Na Figura 5.38-a nota-se que à medida que o valor de Q dos apêndices cresce, prioriza-se a redução dos seus deslocamentos e, conseqüentemente, a força aplicada.

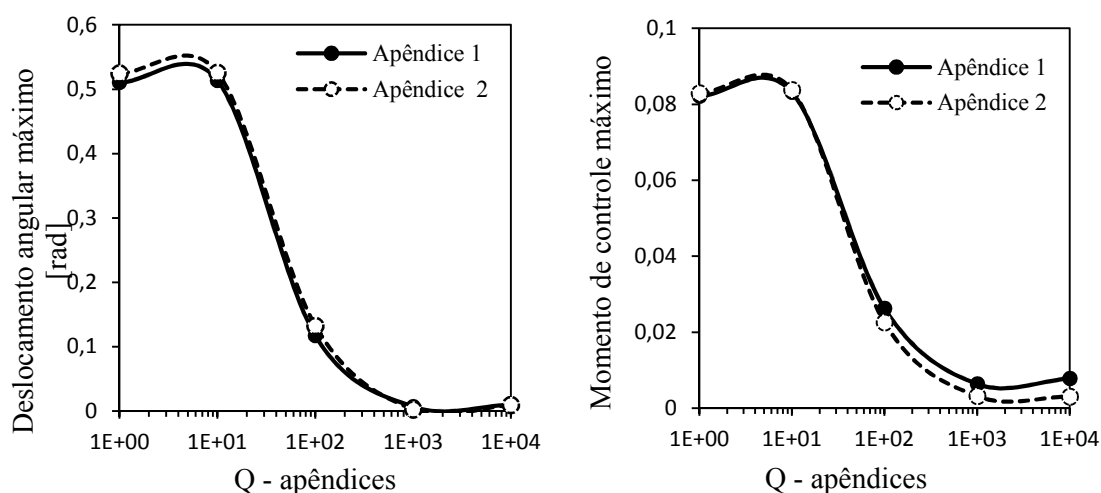


Figura 5.38: valores máximos observados nos 50 s iniciais de a) deslocamento angular dos apêndices, b) momento de controle aplicado nos apêndices, em função do valor de Q para os GDL β_1 e β_2 , com $R = 1000$, e relação $Q:R$ para o prisma de $10^6:1$.

No que se refere aos deslocamentos do prisma, seu amortecimento reduz com o aumento do controle local dos apêndices, conforme mostra a Figura 5.39.

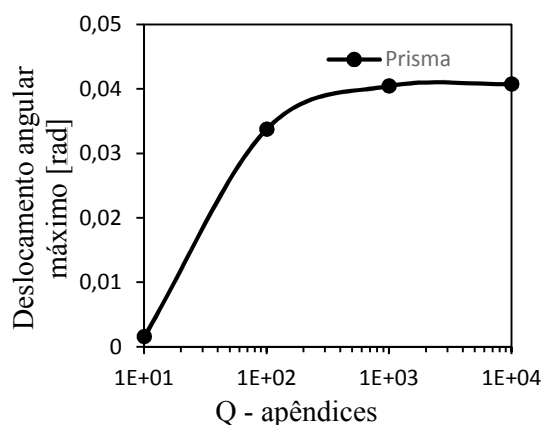


Figura 5.39: deslocamentos angulares máximos do prisma observados nos 50 s iniciais, em função do valor de Q para os GDL β_1 e β_2 , com $R = 1000$, e relação $Q:R$ para o prisma de $10^6:1$.

Por fim, verifica-se em que grau a priorização pela economia de energia do sistema de controle, ao variar-se o parâmetro R para os GDL β_1 e β_2 , influencia na sua eficiência. Mantendo-se a

relação Q:R para o GDL θ_3 em $10^6:1$, e fixando-se Q dos apêndices em 10^2 , são simulados cinco diferentes valores de R para os apêndices. Os maiores valores de deslocamentos e momentos de estabilização observados até os 50 s, são apresentados na Figura 5.40.

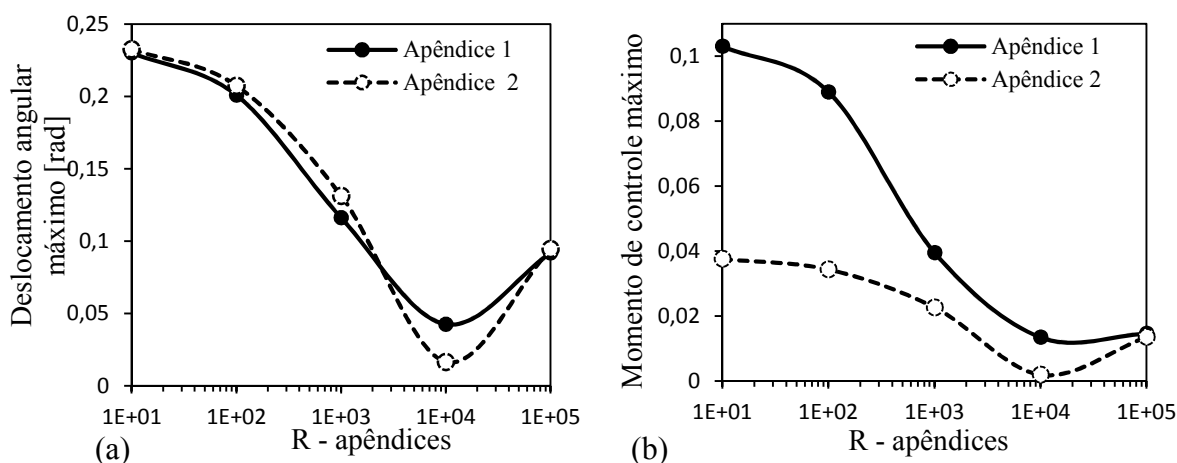


Figura 5.40: valores máximos observados nos 50 s iniciais de a) deslocamento angular dos apêndices, b) momento de controle aplicado nos apêndices, em função do valor de R para os GDL β_1 e β_2 , com $Q = 100$, e relação Q:R para o prisma de $10^6:1$.

Verifica-se que há redução da força de controle, como era previsto. Em contrapartida, a redução dos deslocamentos dos apêndices, em oposição ao que se esperava, pode ter sua origem ligada ao aumento das vibrações do prisma, conforme dado na Figura 5.41.

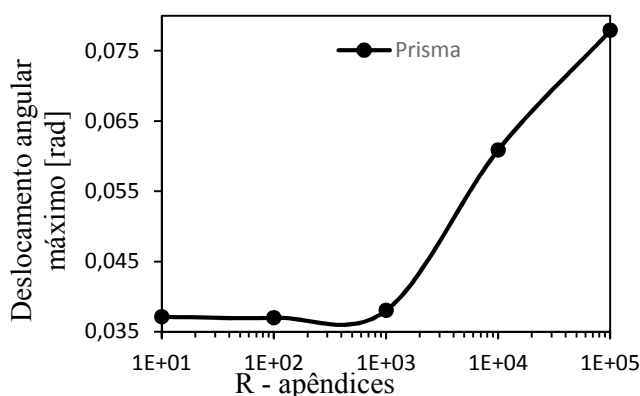


Figura 5.41: deslocamentos angulares máximos do prisma observados nos 50 s iniciais, em função do valor de R para os GDL β_1 e β_2 , com $Q = 100$, e relação Q:R para o prisma de $10^6:1$.

Com base na análise acima apresentada, adota-se os fatores peso Q e R dados pela Tabela 5.10, juntamente com a respectiva matriz de ganho.

Tabela 5.10: matrizes para cálculo da equação algébrica de Riccati

$\mathbf{R} = \text{diag}[1 \quad 1000 \quad 1000]$	$\mathbf{Q} = \text{diag}[10^6 \quad 100 \quad 100 \quad 10^6 \quad 100 \quad 100]$
$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -981,4961 & 04497 & -0,4497 & -1124,075 & 0,4825 & -0,4825 \\ -1,2642 & -0,1925 & -0,0003 & -1,2015 & -0,3191 & -0,0002 \\ 1,2642 & -0,0003 & -0,1925 & 1,2015 & -0,0002 & -0,3191 \end{bmatrix}$	

A resposta de deslocamento angular do prisma, submetido ao controle descrito acima, em comparação ao prisma isolado e ao prisma dotado de apêndices sem aplicação de controle, aparece na Figura 5.42

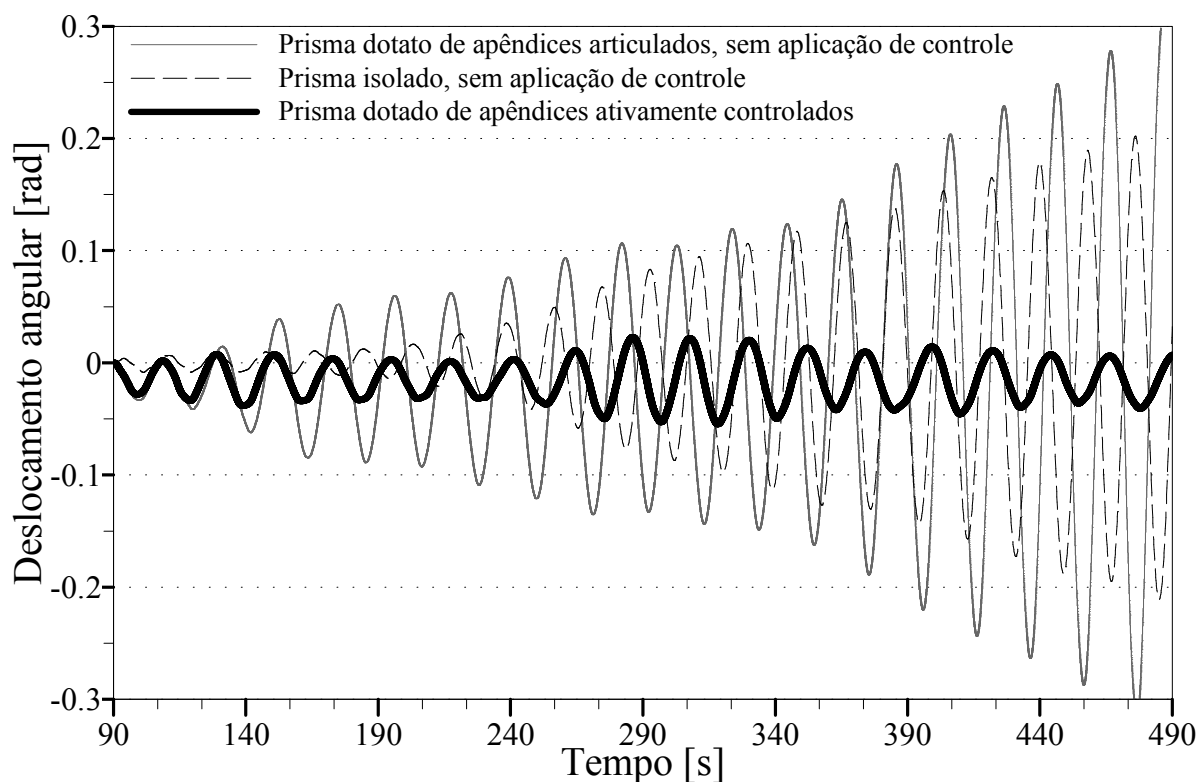


Figura 5.42: registros de deslocamento angular do prisma, para os casos isolado e na presença de apêndices, livres e com aplicação de controle.

Nota-se que, ao introduzir-se a aplicação do controle, a vibração do prisma deixa de apresentar um caráter oscilatório divergente e se mantém em uma faixa de amplitudes, que não ultrapassam 0,053 radianos.

Outro ponto a destacar, é quanto à sincronização entre as frequências dos apêndices e do prisma. Observa-se, na Figura 5.43, que os apêndices vibram em amplitudes próximas, em oposição de fase entre si e na mesma frequência do prisma.

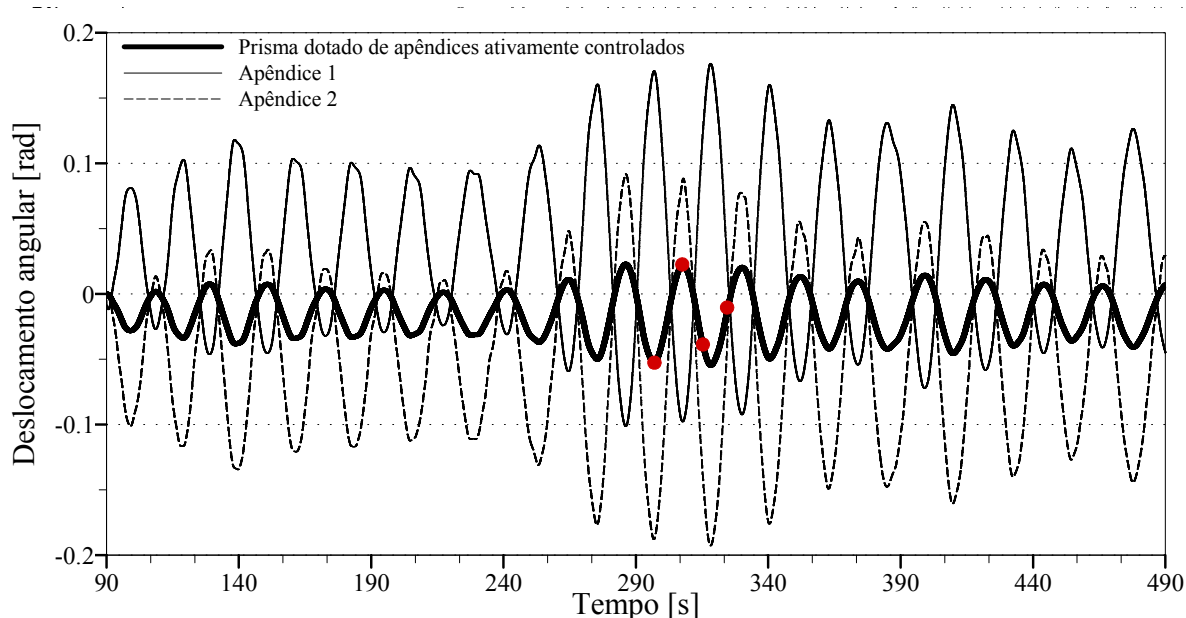


Figura 5.43: registros de deslocamento angular do prisma e dos apêndices, sob a ação de controle linear.

A Figura 5.44 mostra os detalhes da malha nos instantes 297 s, 306 s, 315 s e 324 s ao longo de um período de vibração. Estes instantes estão destacados na curva da Figura 5.43.

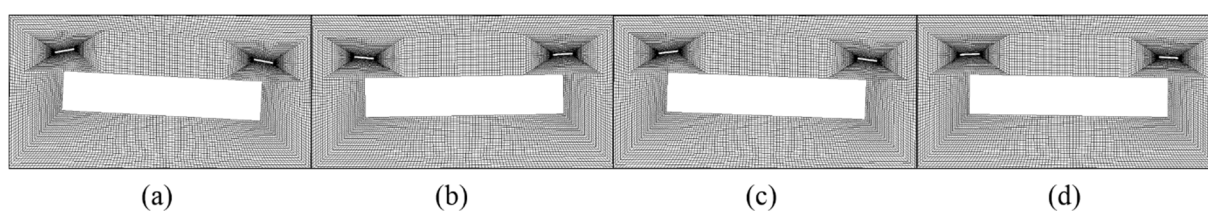


Figura 5.44: detalhe da malha na região próxima ao corpo, para os instantes a) 297 s, b) 306 s, c) 315 s, d) 324 s.

No intervalo de análise de 400 s, os momentos controlados apresentam amplitudes máximas de 0,028, enquanto que os momentos originalmente atuantes no prisma atingem amplitudes máximas de 1,06, conforme pode ser confirmado na Figura 5.45. Têm-se ainda, que em determinados pontos as oscilações foram amortecidas em 99%. Por outro lado, os momentos de estabilização aplicados aos apêndices, apresentam magnitudes máximas de 0,036, o que demonstra a eficiência do sistema de controle empregado.

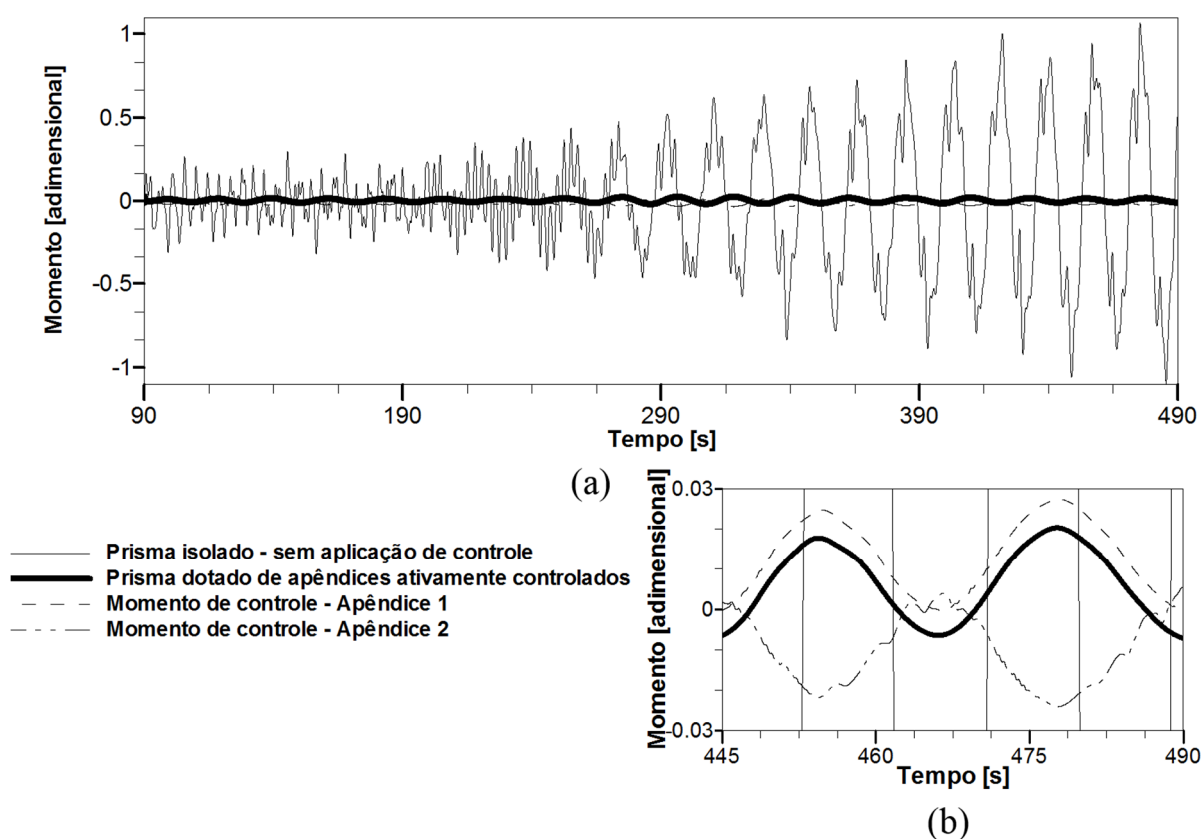


Figura 5.45: a) registros observados em 400 s de análise, do momento atuante no prisma isolado sem a aplicação de controle e do momento estabilizado no caso de inserção de apêndices controlados, além dos momentos de controle, dados na forma adimensional, b) detalhe dos 45 s finais da simulação.

5.5.3 Influência da geometria da seção transversal dos apêndices

Dada a dificuldade em obter-se parâmetros Q e R capazes de estabilizar as oscilações do prisma e que, em contrapartida, não instabilizem os apêndices, é proposto um estudo do emprego de apêndices com formato aerodinâmico, com o intuito de avaliar a influência deste aspecto no desempenho do sistema de controle.

Adota-se, para ambos os apêndices, seção transversal do tipo aerofólio simétrico, biconvexo, com razão altura/largura de 0,1224 em seu ponto médio, equivalente à do perfil padronizado NACA 0012. Mantem-se tanto sua largura de 0,25 m, quanto seu posicionamento em relação ao prisma.

Emprega-se malha composta por 47.220 elementos isoparamétricos hexaédricos trilineares de oito nós, totalizando 95.426 nós, sendo 91.506 destes, pertencentes à região ALE. Nas proximidades da interface dos aerofólios encontram-se os elementos de menor dimensão,

conforme pode ser observado na Figura 5.46, com aproximadamente 0,001 m. Adota-se Courant de 0,6 e Δt de $1,0 \times 10^{-4}$.

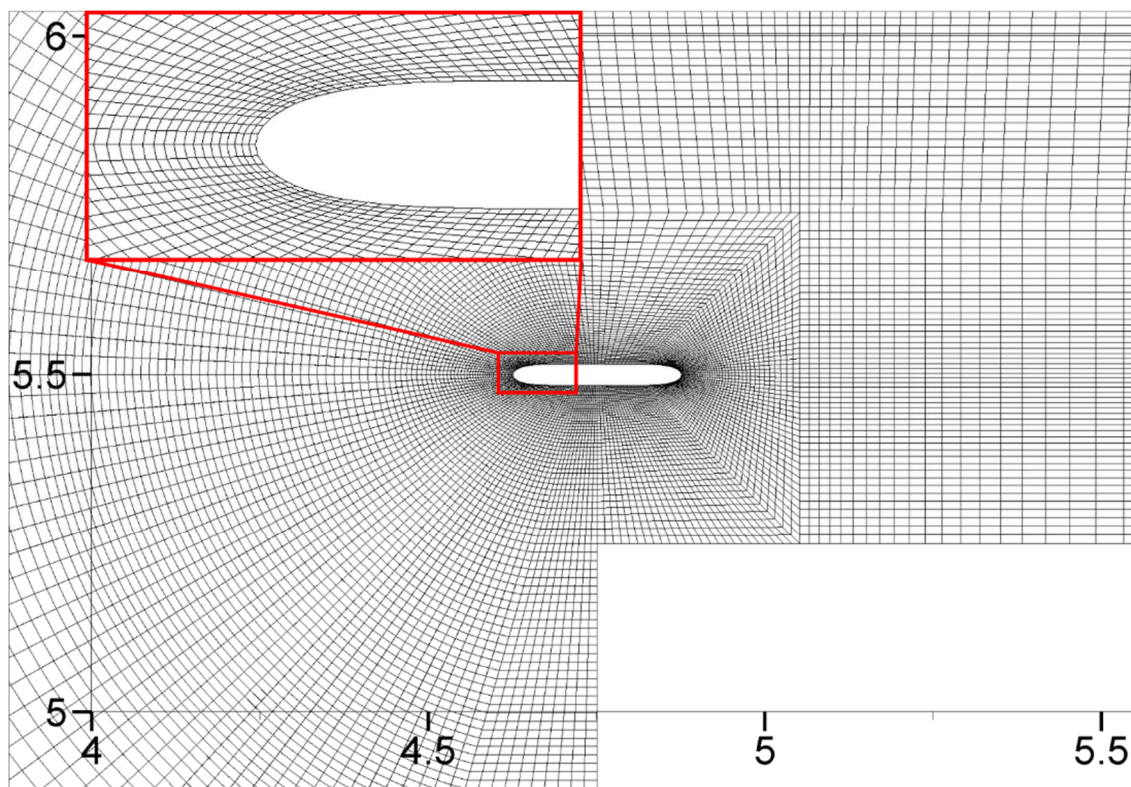


Figura 5.46: detalhe do refinamento da malha na região próxima à interface do aerofólio.

Os parâmetros de massa e rigidez dos aerofólios são calculados considerando-se que estes são constituídos do mesmo material que os apêndices de seção retangular e possuem a mesma frequência natural que estes, resultando nos valores apresentados na Tabela 5.11.

Tabela 5.11: propriedades físicas adimensionais dos aerofólios

Inércia de rotação dos apêndices ($I_{\beta_1} = I_{\beta_2}$)	$3,71 \times 10^{-3}$
Primeiro momento de inércia de massa do tabuleiro (S_{θ_3})	146,43
Primeiro momento de inércia de massa dos apêndices ($S_{\beta_1} = S_{\beta_2}$)	$3,29 \times 10^{-2}$
Rigidez torcional ($k_{\beta_1} = k_{\beta_2}$)	0,0931
Amortecimento ($c_{\beta_1} = c_{\beta_2}$)	0,0

Para o caso do escoamento sem a aplicação de controle, a simulação diverge aos 300 s, em decorrência da malha assumir uma configuração, que apesar do ângulo de rotação do prisma não ser elevado, leva ao esmagamento de elementos. De todo modo, no intervalo simulado nota-se pelo registro de deslocamento da angular do prisma, dado pela Figura 5.47-a, que a simples presença dos apêndices não são capazes de suprimir o caráter instável do prisma, apresentando inclusive amplitudes superiores ao caso com apêndices de seção retangular.

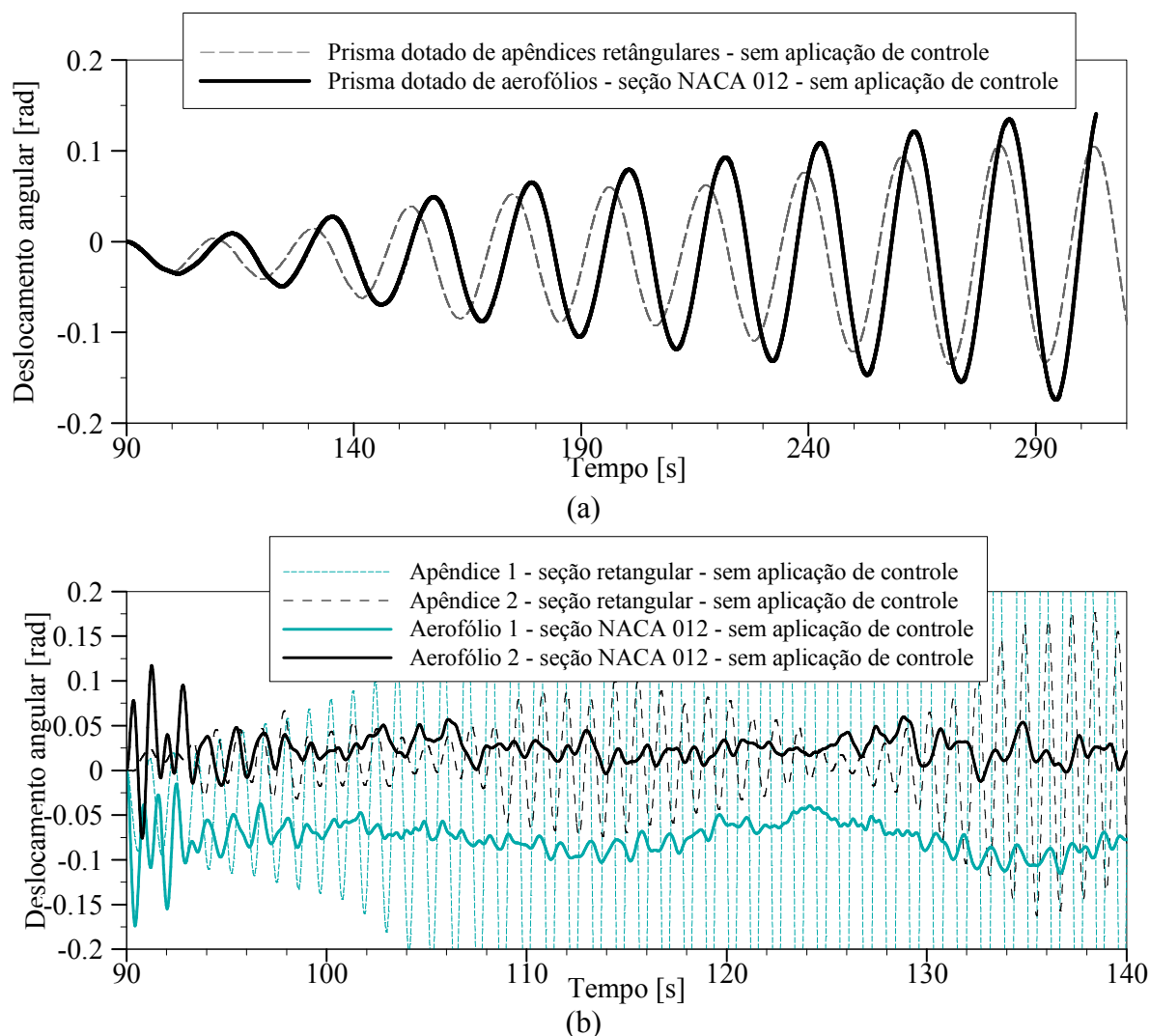


Figura 5.47: registros de deslocamento angular para o caso sem aplicação de controle: a) prisma; b) aerofólios.

No que se refere aos deslocamentos dos aerofólios (Figura 5.47-b), estes apresentam amplitudes de vibração máximas dentro de uma faixa de 0,1 rad, significativamente inferior às amplitudes observadas no caso dos apêndices de seção retangular, que chegam próximo à 0,5 rad, o que indica que o emprego de apêndices com formatos aerodinâmicos tendem a ser mais favoráveis, uma vez que a sua própria estabilidade é garantida mais facilmente.

Em seguida é realizada a simulação incluindo a aplicação de controle linear de Riccati. São atribuídos os mesmos parâmetros de controle adotados no caso de apêndices de seção retangular. Os registros de deslocamento angular do prisma e dos aerofólios são dados na Figura 5.48.

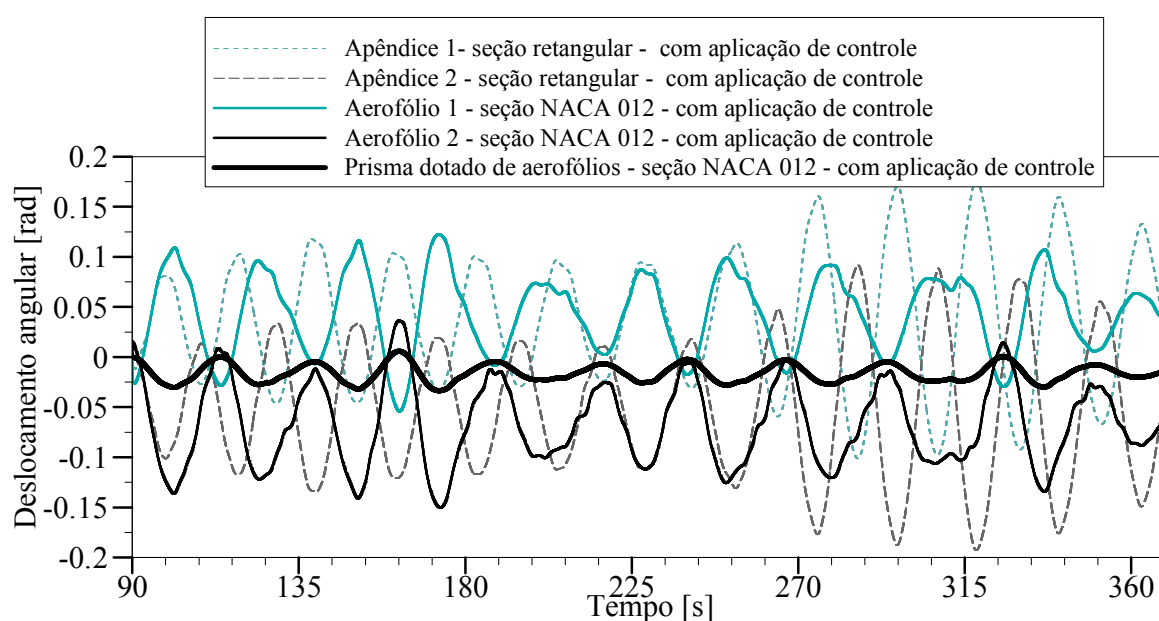


Figura 5.48: registros de deslocamento angular para o caso com aplicação de controle, com sincronização dos deslocamentos do prisma e aerofólios.

Verifica-se a sincronização das frequências dos aerofólios e do prisma. Além disso, em comparação aos registros do caso de apêndices de seção retangular, observa-se no detalhe da Figura 5.49-a, que os deslocamentos máximos do prisma se mantém em uma faixa de amplitudes menores, sob a ação de momentos de controle de magnitudes inferiores, conforme mostra a Figura 5.49-b.

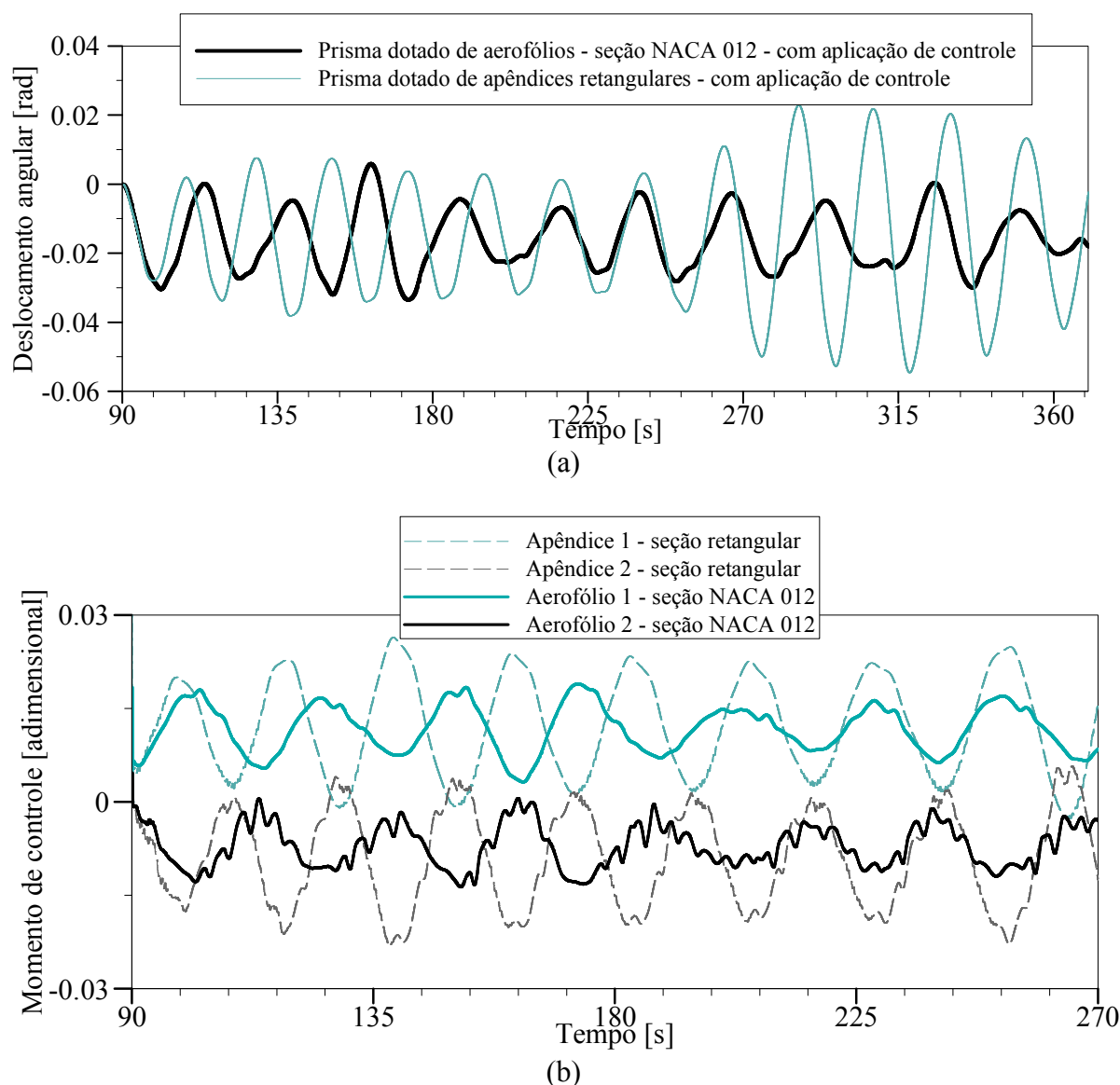


Figura 5.49: a) detalhe do deslocamento do prisma em comparação ao caso não controlado; b) comparativo de registros de momentos de controle para os casos de apêndices de seção retangular e NACA 0012.

Nota-se nos campos de pressões da Figura 5.50, que a presença dos apêndices causam perturbações no escoamento em seu entorno, quebrando os grandes bolsões de pressão negativa presentes na face superior do prisma, em vórtices menores, o que ajuda a explicar o fato do prisma apresentar uma resultante média de rotação no sentido horário, tanto para os casos em que os apêndices vibram livremente, quanto nos casos em que estes são controlados.

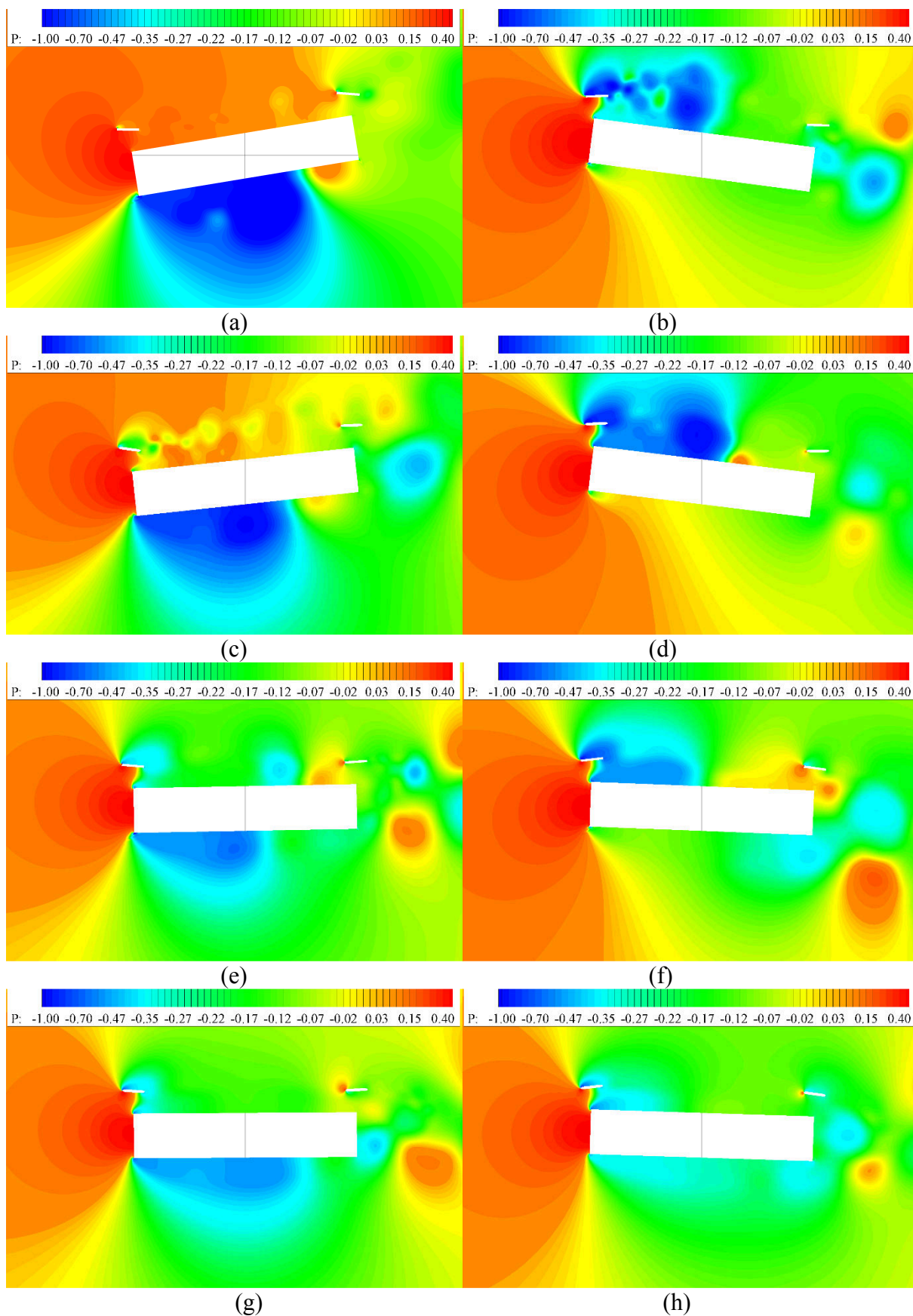


Figura 5.50: campos de pressão instantâneos para apêndices: a) e b) retangular sem controle; c) e d) NACA 0012 sem controle; e) e f) retangular com controle; g) e h) NACA 0012 com controle.

As Figuras 5.50-a e 5.50-b mostram dois campos instantâneos para o caso do emprego de apêndices em formato retangular, nos quais o prisma se encontra rotacionado nos sentidos anti-horário e horário, respectivamente. Nas Figuras 5.50-c e 5.50-d, por sua vez apresentam os campos para o caso de apêndices de formato NACA 0012. Nota-se que o uso de apêndices não controlados, independente do formato da seção transversal, produz uma esteira de vórtices no apêndice à barlavento, o que não se percebe quando os apêndices são controlados. Conseqüentemente a resposta do prisma para os casos não controlados, apresenta maior amplitude com uma superposição de frequências maiores decorrentes dos vórtices desprendidos nos apêndices.

Em relação aos respectivos casos sob a ação de controle, apresentados nas Figuras 5.50-e a 5.50-h, percebe-se a redução significativa dos campos de pressão no entorno da estrutura.

5.6 CONTROLE DE VIBRAÇÕES DA PONTE GREAT BELT EAST

Nesta seção utiliza-se o modelo seccional da ponte *Great Belt East* (GBEB), localizada na Dinamarca, como aplicação numérica para o estudo da eficiência da inclusão de apêndices aerodinâmicos ativamente controlados, na redução de vibrações de origem aeroelástica.

Inicialmente é realizada a simulação da GBEB isolada para duas velocidades, sendo uma a velocidade crítica de *flutter* e outra inferior à esta, visando demonstrar a capacidade do algoritmo em representar o fenômeno.

Na segunda fase são inclusos apêndices aerodinâmicos e estuda-se o efeito acarretado nas vibrações de origem aeroelástica. Investiga-se a influência do formato e frequência natural de vibração destes apêndices no seu desempenho, quando atuando na ausência de um sistema de controle e na presença deste.

A ponte em questão, possui seção transversal do tipo trapezoidal suspensa por cabos, com dois vãos de aproximação de 535 m e um vão central de 1.624 m, como se observa na Figura 5.51, na qual são apresentadas as características gerais do projeto.

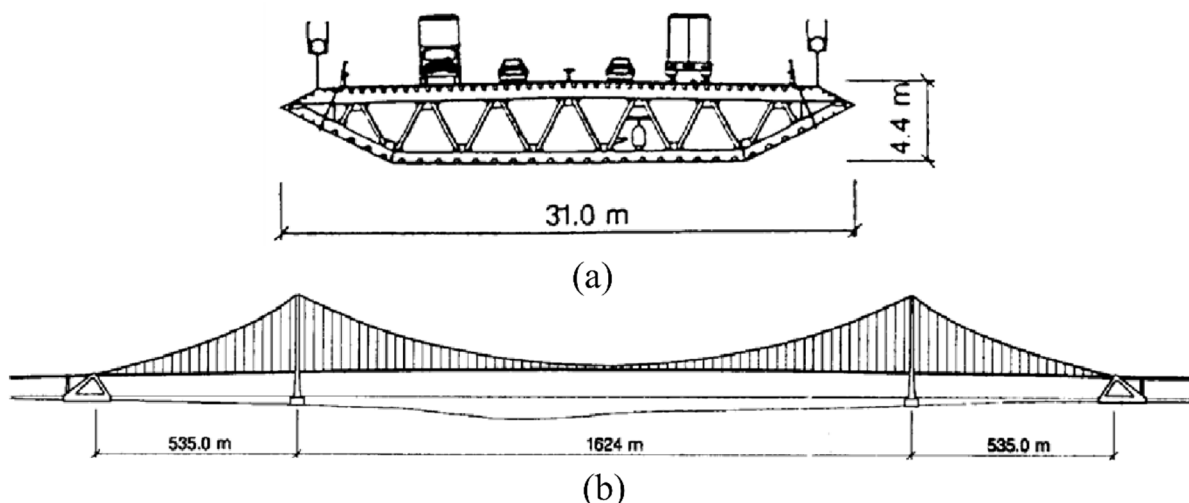


Figura 5.51: características geométricas da ponte *Great Belt East*: a) seção transversal, b) elevação, (adaptado de Larsen, 1993).

Os dados físicos do escoamento e da estrutura, comuns à todas as simulações, são dados pela Tabela 5.12.

Tabela 5.12: propriedades físicas do escoamento e da estrutura

Dados do escoamento	Número de Reynolds (R_e)	$1,0 \times 10^5$
	Massa específica do fluido (ρ) [kg/m^3]	1,23
	Viscosidade volumétrica do fluido (λ) [m^2/s]	0,0
	Dimensão característica (D) [m]	31,0
	Constante de Smagorinsky (C_s)	0,2
Dados da estrutura	Massa do tabuleiro (m_{22}) [kg/m]	$2,27 \times 10^3$
	Inércia de rotação (I_{66}) [$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{m}$]	$2,47 \times 10^6$
	Frequência natural de translação (ω_2) [rad/s]	0,628
	Frequência natural de rotação (ω_6) [rad/s]	1,747
	Taxa de amortecimento crítico de translação (ζ_2)	0,2%
	Taxa de amortecimento crítico de rotação (ζ_6)	0,2%
	Rigidez translacional (k_{22})	$8,9525 \times 10^3$
	Rigidez torcional (k_{66})	$7,5385 \times 10^6$
	Amortecimento translacional (c_{22})	57,0224
	Amortecimento rotacional (c_{66})	$1,726 \times 10^4$

Para todas as análises realizadas nesta seção, atribuem-se os parâmetros para o método de Newmark $\delta = 0,5$ e $\alpha = 0,25$, exponencial de malha $n = 4$ e parâmetro de diagonalização seletiva $e = 0,9$.

5.6.1 Resposta aeroelástica da GBEB isolada

Considera-se nas análises o modelo seccional, sujeito à movimentos de translação vertical e rotação em torno do centro de massa. A malha adotada é composta por 48.820 elementos isoparamétricos hexaédricos trilineares de oito nós, totalizando 98.628 nós.

Por trata-se de um problema bidimensional, a malha é construída com uma única camada de elementos na direção x_3 , de comprimento unitário, aos quais impõe-se condição de contorno de velocidade nula na terceira componente. Salienta-se que ao tornar o problema bidimensional, a terceira componente da turbulência é desprezada, e admite-se o emprego de uma formulação aproximativa LES 2D.

As dimensões do domínio de análise, condições de contorno e configuração da malha são apresentados na Figura 5.52, onde podem ser observados ainda, os limites da região de descrição ALE e um detalhe dos elementos próximos à interface. Na região de maior refinamento, a dimensão mínima é de $3,4 \times 10^{-2}$ m, que equivale a $0,007H$, sendo H a altura do tabuleiro de 4,4 m. Adota-se este alto nível de refinamento, com o intuito de viabilizar a captação dos altos gradientes de pressão, presentes nas arestas vivas do tabuleiro.

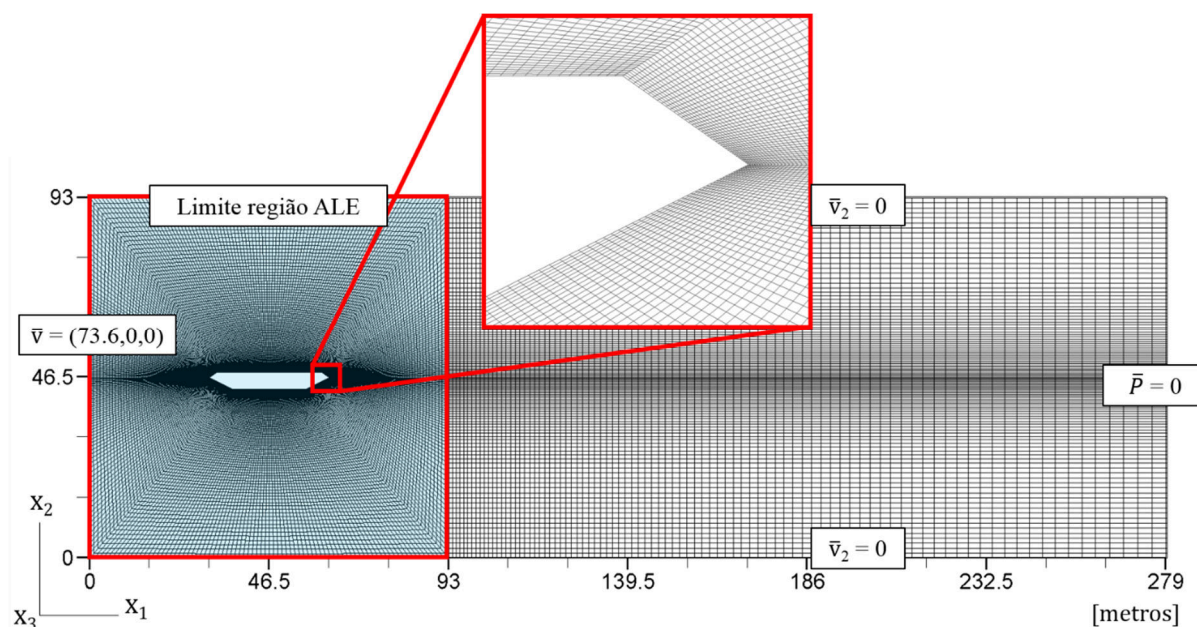


Figura 5.52: características geométricas, malha de elementos finitos e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre modelo seccional da GBEB.

Além disso, prevendo-se os grandes deslocamento à que a estrutura é submetida e, em consequência disso, a maior dificuldade dos elementos da malha em se acomodar sem que ocorra distorção dos mesmos, emprega-se coeficiente de Courant de 0,195.

São realizadas simulações para duas velocidades de entrada, 33,73 m/s e 73,6 m/s, sendo a última a velocidade crítica de *flutter*, obtida através de simulação numérica por Li et al. (2017b). A demais propriedades físicas variáveis do escoamento são dadas pela Tabela 5.13.

Tabela 5.13: propriedades físicas variáveis do escoamento

Velocidade de entrada (V_{∞}) [m/s]	Parâmetro de compressibilidade artificial (c) [m/s]	Viscosidade cinemática ($\nu = \mu/\rho$) [m ² /s]	Incremento de tempo (Δt) [s]
33,73	168,65	$1,046 \times 10^{-2}$	$3,5 \times 10^{-5}$
73,60	368,00	$2,282 \times 10^{-2}$	$1,5 \times 10^{-5}$

Com o intuito de reduzir o tempo computacional das análises, prescreve-se à seção uma rotação estática inicial de 1.8° para o caso da velocidade 33,73 m/s e, uma vez que o escoamento esteja plenamente desenvolvido, a estrutura é liberada para vibrar. Os registros de deslocamento angular e vertical, referentes às duas velocidades de entrada, são apresentados na Figura 5.53.

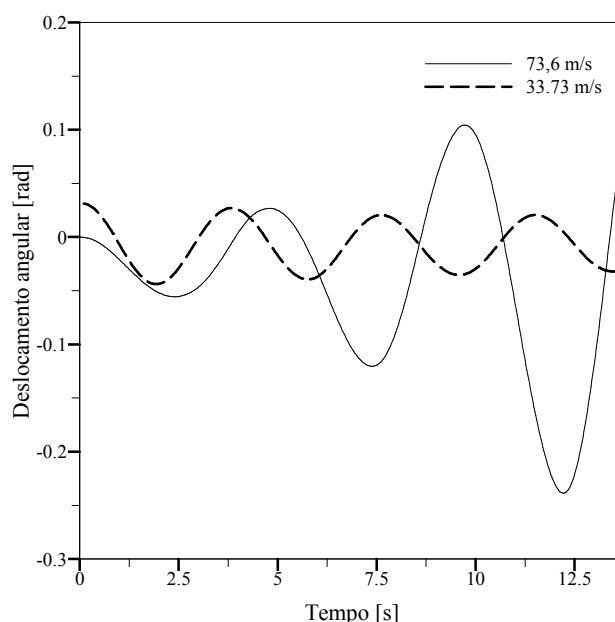


Figura 5.53: registro dos deslocamentos angulares do modelo seccional da GBEB, para as velocidades 33,73 m/s e 73,6 m/s.

Nota-se para o caso de velocidade de entrada 33,73 m/s o amortecimento da oscilação, ao passo que para a velocidade 73,6 m/s as amplitudes crescem indefinidamente, até o limite da capacidade de adaptação da malha. O comportamento do segundo caso demonstra que a soma dos amortecimentos estrutural e aerodinâmico resulta em um valor negativo, o que configura a condição de *flutter*.

5.6.2 Resposta aeroelástica da GBEB com apêndices não controlados

As características geométricas do modelo seccional da GBEB equipada com dois apêndices aparecem nas Figura 5.54. Propõem-se duas versões de seção transversal para os apêndices, do tipo aerofólio simétrico, ambas com formato biconvexo, para que assim seu desempenho aerodinâmico independa do sentido do escoamento. Estes, estão simetricamente posicionados, com um espaçamento entre eixos igual a 31 m, e tem seus baricentros distantes em 4,40 m da borda superior do tabuleiro, medidas estas equivalentes à largura e altura da seção transversal, respectivamente.

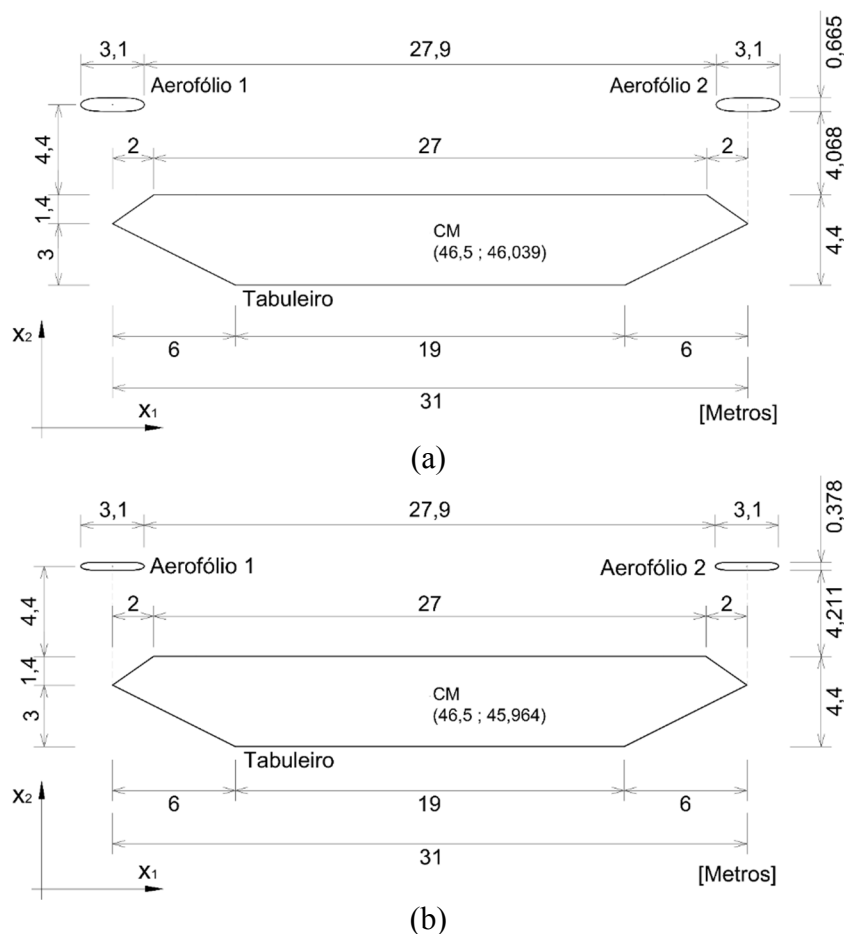


Figura 5.54: características geométricas do modelo seccional da GBEB provida de apêndices do tipo: a) NACA 0021 biconvexo; b) NACA 0012 biconvexo.

Os dois modelos de aerofólios possuem a mesma largura, equivalente à 10% da largura do tabuleiro, e diferem entre si na altura, sendo que a opção apresentada na Figura 5.54-a possui relação altura/largura próxima à do perfil padronizado NACA 0021 e a apresentada na Figura 5.54-b, por sua vez, possui relação equivalente à do perfil padronizado NACA 0012. Por razões práticas, os dois modelos são identificados por estas denominações.

A malha adotada para o caso NACA 0021 é composta por 60.400 elementos isoparamétricos hexaédricos trilineares de oito nós, totalizando 122.130 nós. As dimensões do domínio de análise, condições de contorno e configuração da malha são apresentados na Figura 5.55, onde também se destaca os limites da região de descrição ALE e, em detalhe, a região da malha próxima à interface, de dimensão mínima 0,023 m.

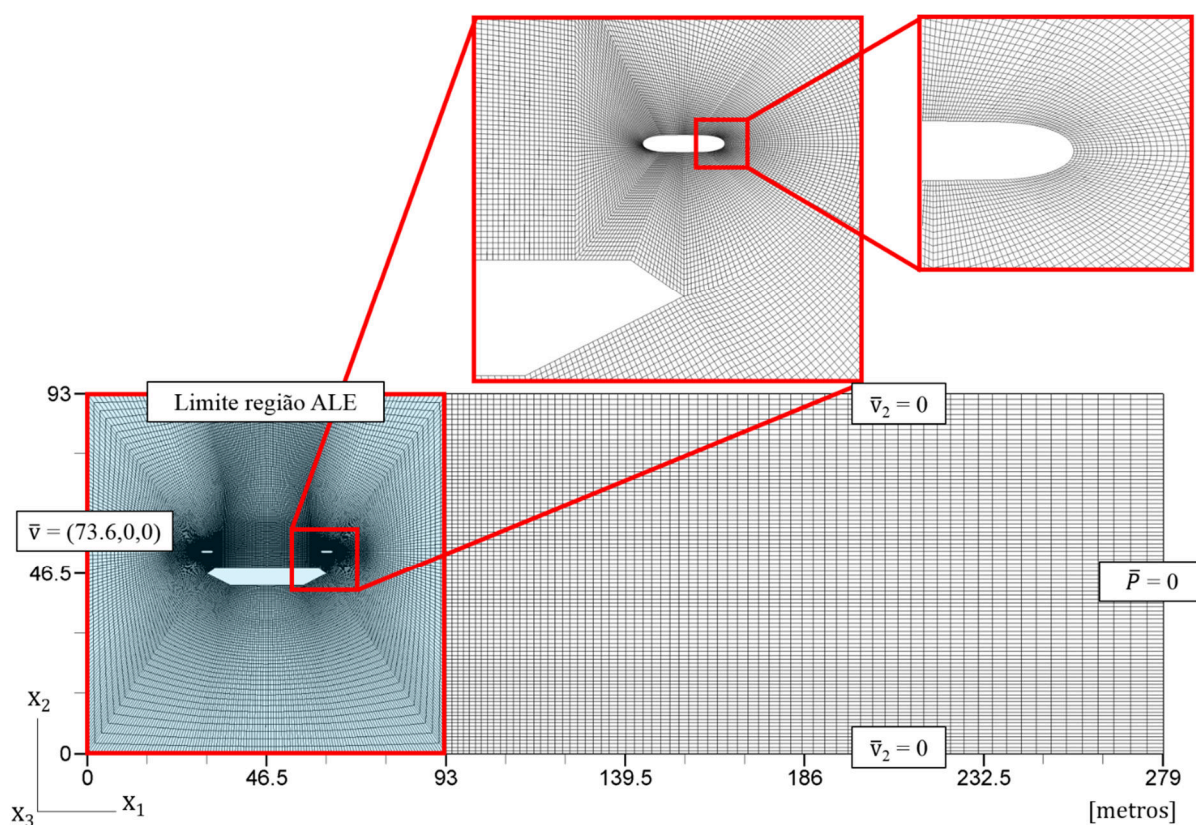


Figura 5.55: malha de elementos finitos e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre modelo seccional da GBEB provida de apêndices do tipo NACA 0021 biconvexo.

A malha referente ao modelo de apêndice NACA 0012 é ilustrada pela Figura 5.56, composta por 54.030 elementos, de dimensão mínima 0,0185 m, e 109.282 nós. As dimensões do

domínio, condições iniciais e de contorno são mantidas, e de maneira análoga ao caso da ponte isolada, em ambos os casos o problema é tratado como bidimensional.

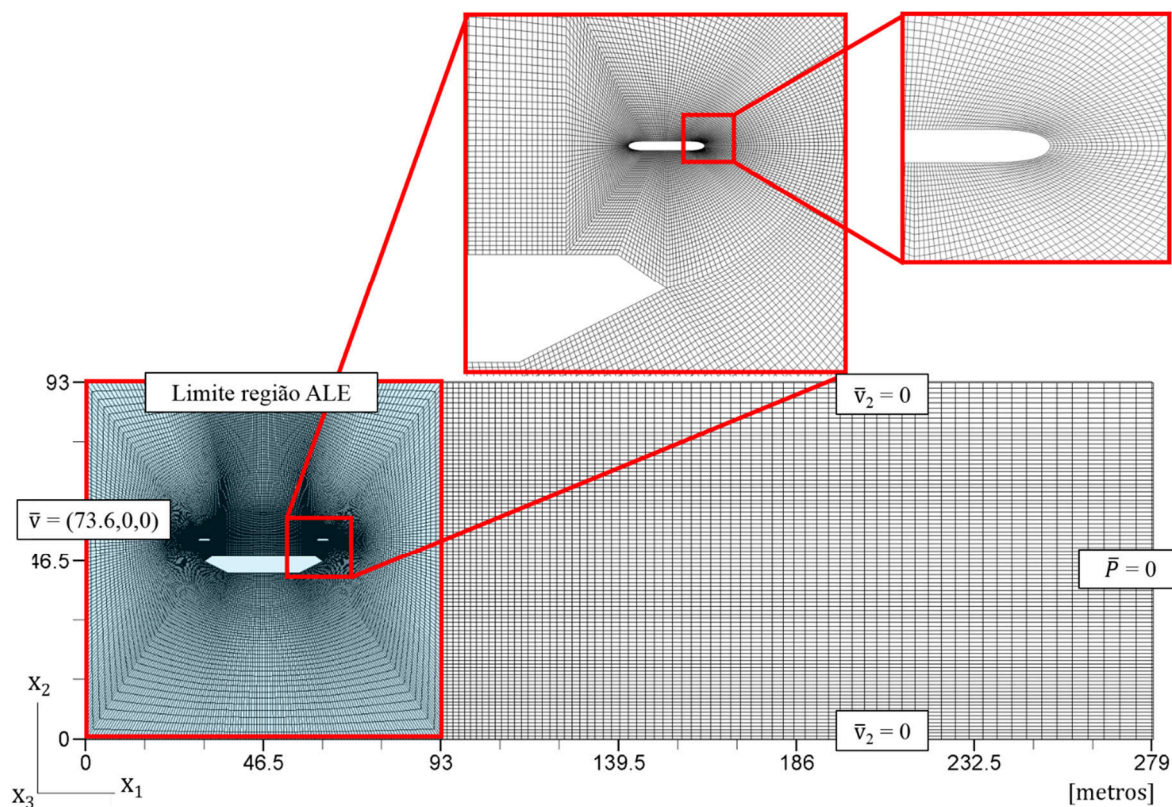


Figura 5.56: malha de elementos finitos e condições de contorno adotadas para análise do escoamento sobre modelo seccional da GBEB provida de apêndices do tipo NACA 0012 biconvexo.

Para cada formato de seção transversal dos aerofólios, são realizadas quatro simulações para diferentes frequências naturais de vibração destes, variando-se os módulos de rigidez de sua vinculação. A menor frequência testada é de 5 vezes a frequência do tabuleiro, e este valor é adotado com base em testes preliminares, nos quais nota-se que frequências mais baixas levam a deslocamentos dos apêndices demasiadamente altos, devido à baixa rigidez da vinculação, o que leva à instabilização da análise.

Todas as combinações são testadas inicialmente sem aplicação de controle, verificando a influência meramente da sua presença na resposta da estrutura. Em seguida, todos os casos são simulados com a aplicação de controle linear algébrico de Riccati. As combinações das simulações realizadas são relacionadas na Tabela 5.14.

Tabela 5.14: testes realizados para o modelo seccional da ponte Great Belt East

Caso	Formato da seção transversal dos apêndices	Razão $\omega_\beta/\omega_{\theta_3}$	Controle
1	NACA 0012 biconvexo	5	Sem aplicação de controle
2		10	
3		14	
4		20	
5	NACA 0021 biconvexo	5	
6		10	
7		14	
8		20	
9	NACA 0012 biconvexo	5	Controle linear algébrico de Riccati
10		10	
11		14	
12		20	
13	NACA 0021 biconvexo	5	
14		10	
15		14	
16		20	

As propriedades físicas constantes e variáveis dos aerofólios são detalhadas na Tabela 5.15. Os valores de inércia c do escoamento e da ponte são mantidas.

Tabela 5.15: propriedades físicas constantes e variáveis dos aerofólios

		NACA 0021	NACA 0012		
Propriedades constantes	Massa do tabuleiro (m) [kg/m]	$2,3954 \times 10^3$	$2,391 \times 10^3$		
	Inércia de rotação (I_{θ_3}) [kg.m ² /m]	$2,5223 \times 10^6$	$2,5209 \times 10^6$		
	Inércia de rotação dos apêndices ($I_{\beta_1} = I_{\beta_2}$)	481,510	378,738		
	Primeiro momento de inércia de massa do tabuleiro (S_{θ_3})	$3,092 \times 10^5$	$3,0776 \times 10^5$		
	Primeiro momento de inércia de massa dos apêndices ($S_{\beta_1} = S_{\beta_2}$)	331,58	260,85		
Amortecimento ($c_{\beta_1} = c_{\beta_2}$)		0,0	0,0		
Propriedades variáveis	Rigidez torcional ($k_{\beta_1} = k_{\beta_2}$)	Caso	Razão $\omega_\beta/\omega_{\theta_3}$		
		1	5	$3,6739 \times 10^4$	$2,8898 \times 10^4$
		2	10	$1,4696 \times 10^5$	$1,1559 \times 10^5$
		3	14	$2,8804 \times 10^5$	$2,2666 \times 10^5$
		4	20	$5,8783 \times 10^5$	$4,6237 \times 10^5$

No que diz respeito ao movimento de malha, o esquema utilizado neste trabalho apresenta dificuldades de adaptação para este exemplo. Haja vista que, a velocidade de malha dos nós

internos à região ALE é calculada ponderando-se a distância entre o nó em questão e todos os demais nós das interfaces Γ_b e Γ_e , e que a interface dos apêndices possuem um número de nós superior à quantidade de nós da face adjacente do tabuleiro, implica que os nós internos próximos ao tabuleiro tenham influência significativa dos nós do apêndice. Como pode-se observar na Figura 5.57, quando o tabuleiro se move em direções oposta ao aerofólio, o movimento dos nós deste prevalecem no movimento dos nós vizinhos, levando ao esmagamento dos elementos na região próxima à interface do tabuleiro.

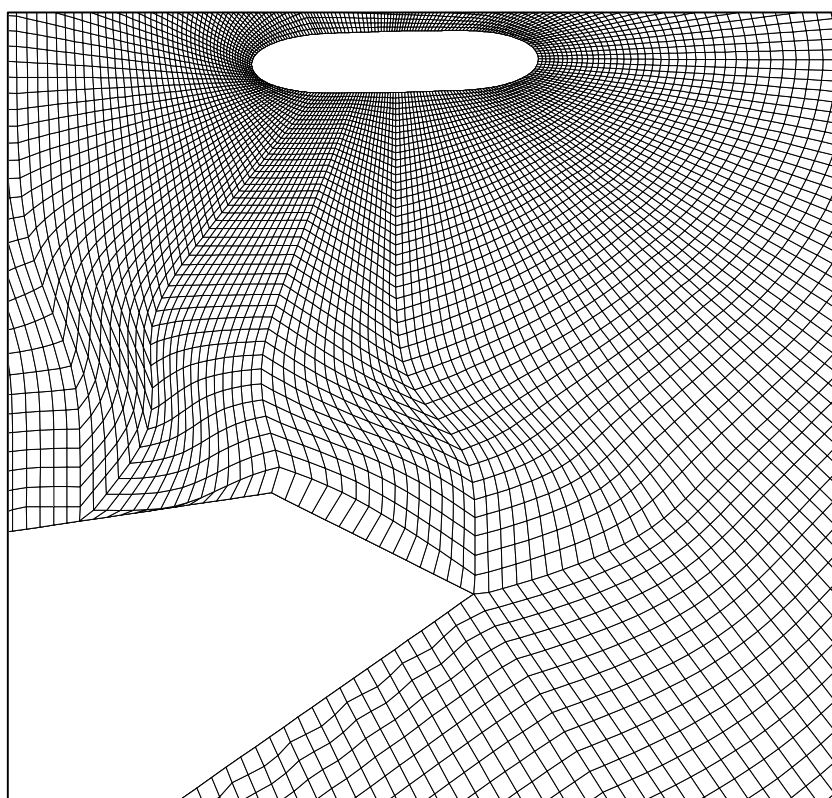


Figura 5.57: detalhe do esmagamento dos elementos da malha.

Nos casos em que o movimento de translação vertical da ponte não é restringido, este problema ocorre já nos primeiros segundos da simulação. Por esta razão, neste estudo considera-se livre apenas os movimentos de rotação do tabuleiro e dos aerofólios.

Os campos de pressões instantâneas normalizados por $C_p = P / (0,5 * \rho v^2)$, da análise aerodinâmica para as duas versões de aerofólios, obtidos no presente trabalho (Figuras 5.58-a e 5.58-b), mostram um bom nível de aproximação ao campo médio obtido por Li et al. (2015a), para a seção da GBEB com aerofólios posicionados à 1,0H em relação ao tabuleiro, apresentado na Figura 5.58-c.

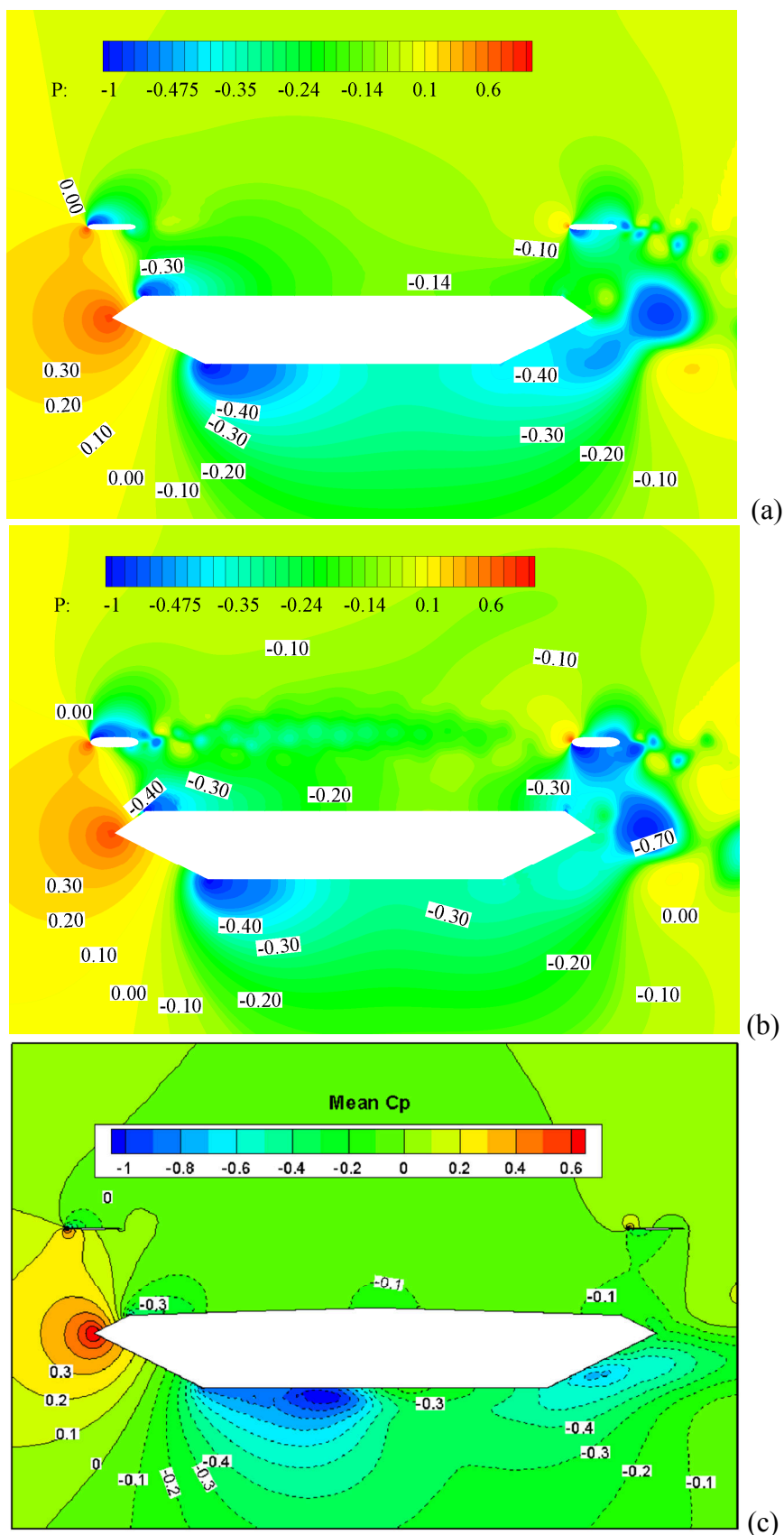


Figura 5.58: pressão normalizada (C_p) instantâneos para: a) GBEB com NACA 0012; b) GBEB com NACA 0021, obtidos no presente trabalho; c) campo de C_p médio obtido por Li et al. (2017a), para GBEB com vão teórico de 5.000 m.

Destacam-se nos campos, as concentrações de pressão sobre os apêndices, que variam em função da espessura destes, e que se traduzem em aumento da carga aerodinâmica atuante, como se observa nos registros de coeficientes aerodinâmicos (Figura 5.59) em comparação aos da ponte isolada, apresentados na Figura 5.60.

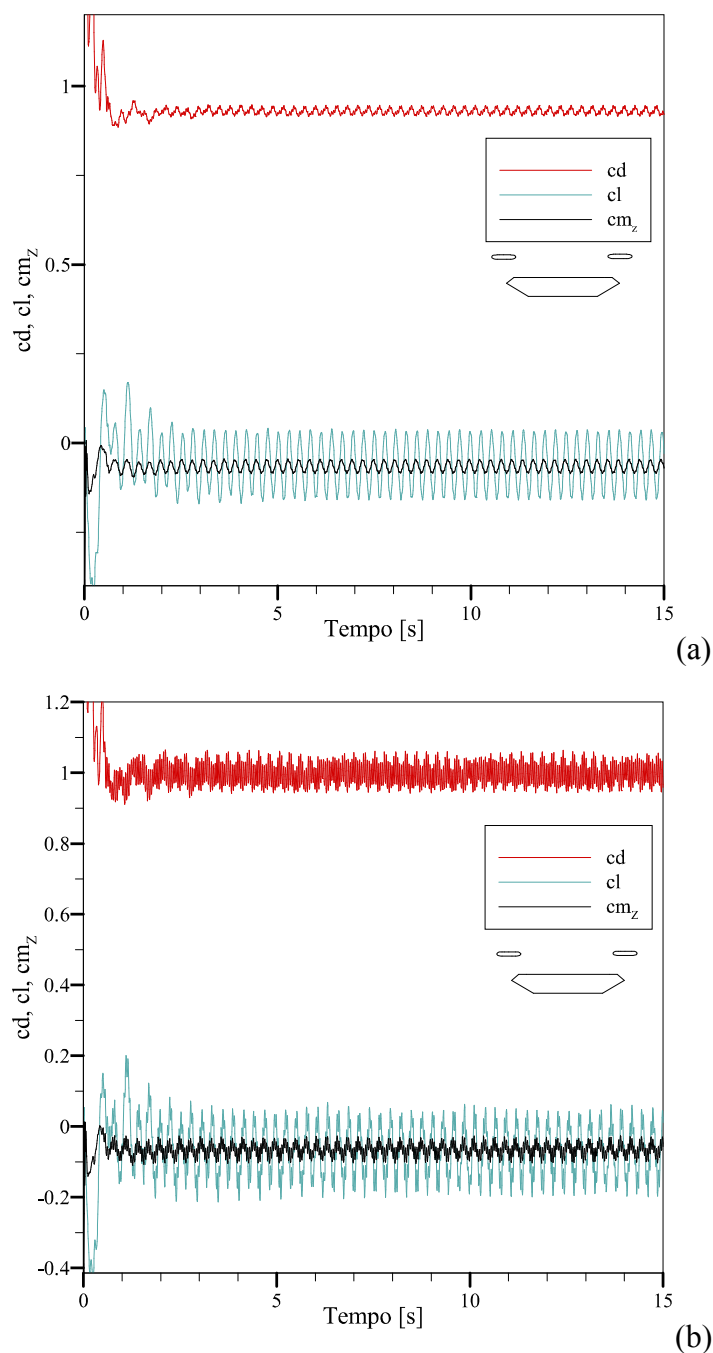


Figura 5.59: coeficientes aerodinâmicos obtidos no presente trabalho para: a) GBEB com NACA 0012; b) GBEB com NACA 0021.

Percebe-se que a presença dos apêndices implica no aumento do arrasto para quase o dobro do valor observado na ponte isolada, na inversão da resultante da sustentação e acréscimo superior a 50% no valor de C_m .

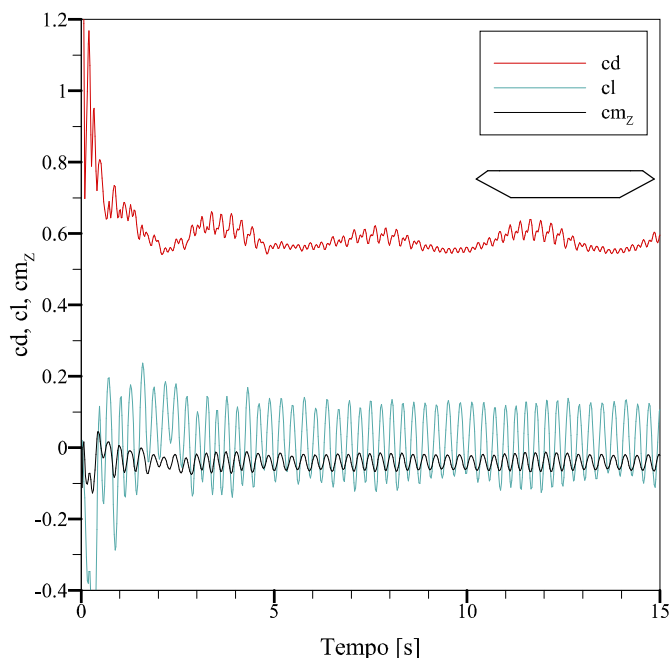


Figura 5.60: coeficientes aerodinâmicos obtidos no presente trabalho para a GBEB isolada.

Na Tabela 5.16, são apresentados os valores médios de C_d , C_m e C_l para os casos de inclusão de aerofólios, em comparação aos valores para a ponte isolada obtidos no presente trabalho e por outros autores. Ressalta-se que a convenção de sinais do momento de Kuroda é contrária à adotada neste trabalho.

Tabela 5.16: comparativo dos coeficientes aerodinâmicos da GBEB isolada das publicações de outros autores e obtidos no presente trabalho para a GBEB original e com a inclusão de aerofólios.

Caso	Re	Cd	Cl	Cm
Presente trabalho, sem apêndices	1×10^5	0,59	0,02	-0,042
Braun (2002) Numérico	3×10^5	0,62	0,06	-0,045
Kuroda (1997) Numérico	3×10^5	0,49	-0,18	0,047
Experimental em túnel de vento	3×10^5	0,58	0,035	0,03
Presente trabalho, com aerofólios NACA 0012	1×10^5	0,931	-0,062	-0,066
Presente trabalho, com aerofólios NACA 0012	1×10^5	0,996	-0,077	-0,067

Os registros de deslocamento para cada frequência, podem ser observados nas Figuras 5.61 a 5.64, onde estão sobrepostas as respostas para as duas versões de seção transversal dos aerofólios.

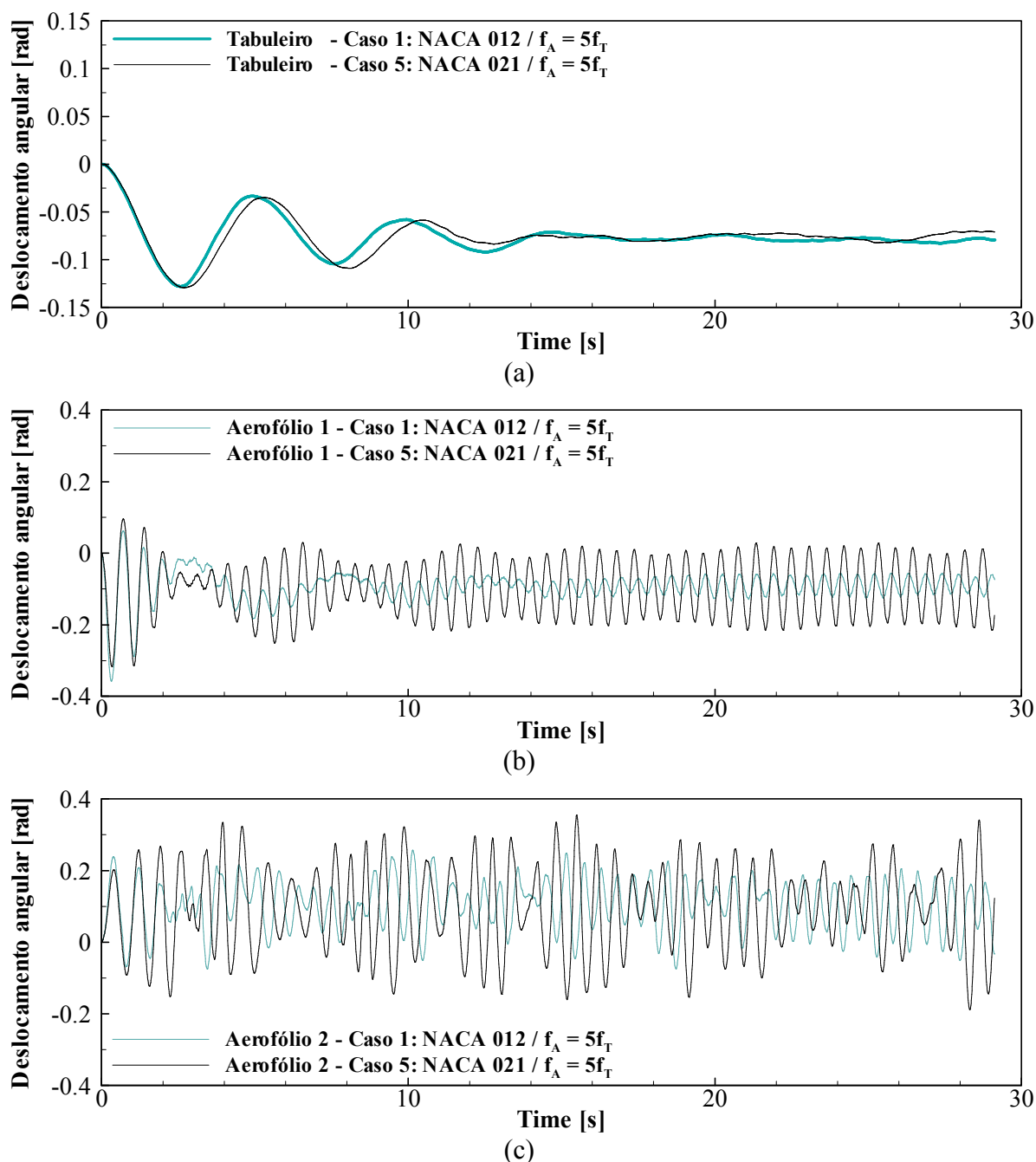


Figura 5.61: registros de deslocamento angular para os casos 1 e 5: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.

Para os casos 1 e 5, onde a razão entre as frequências $\omega_\beta/\omega_{\theta_3}$ é igual a 5, percebe-se na Figura 5.61-a, que o tipo do perfil acarreta em pequena variação na resposta do tabuleiro. Já a amplitude de vibração dos aerofólios, é significativamente afetada em função de sua forma,

conforme mostram as Figura 5.61-a e 5.61-b, sendo mais altas quando utilizado o perfil NACA 0021. Nota-se ainda, que o aerofólio 1 oscila apenas no sentido anti-horário, enquanto o aerofólio 2 oscila no sentido horário.

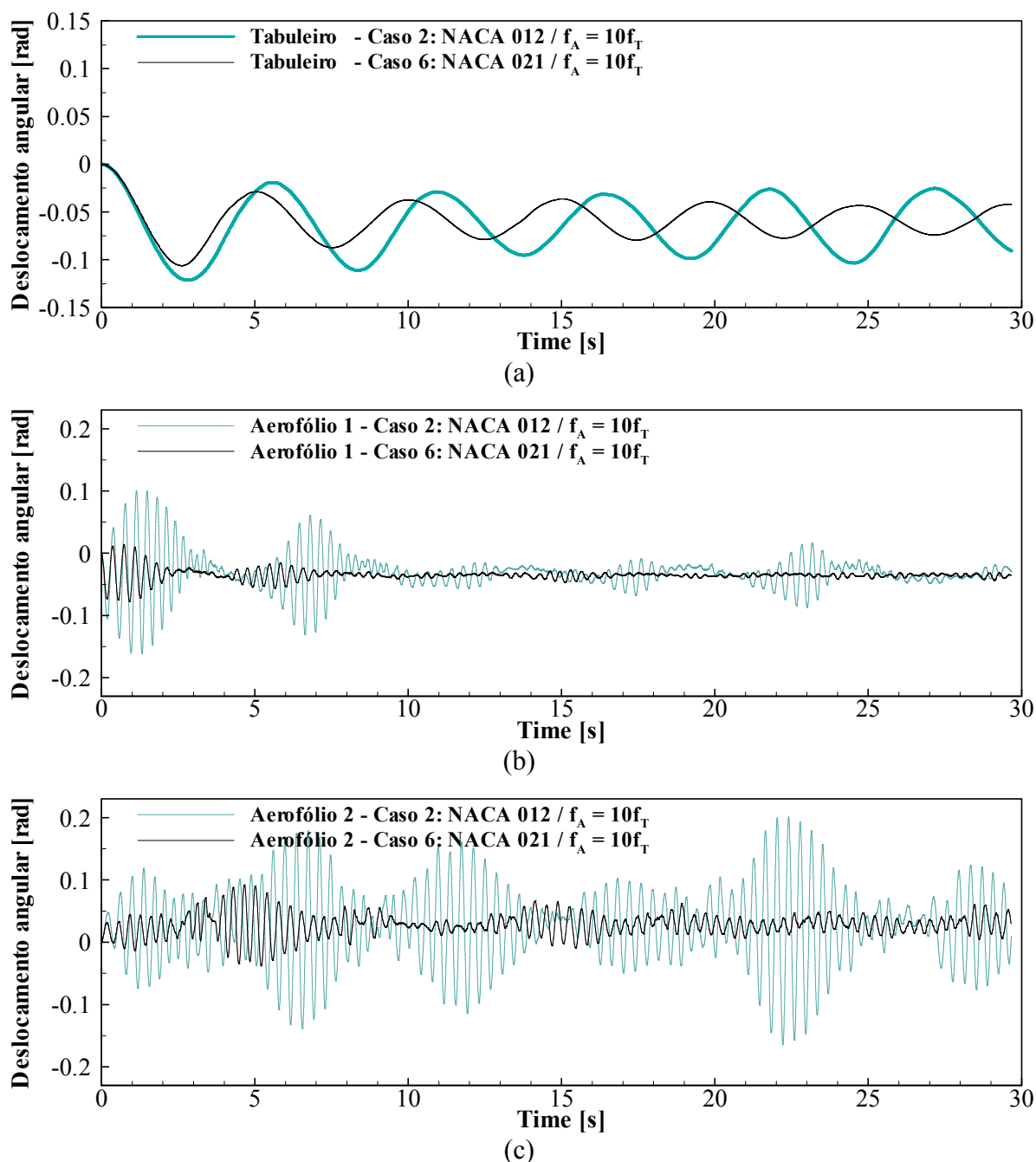


Figura 5.62: registros de deslocamento angular para os casos 2 e 6: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.

Quando se utiliza aerofólios com o dobro da frequência dos casos anteriores, nota-se amplitudes maiores na resposta do tabuleiro, na Figura 5.62-a. Por outro lado, as oscilações dos apêndices são menores, conforme se observa na Figura 5.62-b o aerofólio à barlavento fica próximo da

posição de repouso com o passar do tempo, enquanto que o aerofólio à sotavento oscila no sentido horário no caso 6 e em alternância de fase no caso 2, conforme registros da Figura 5.62-c.

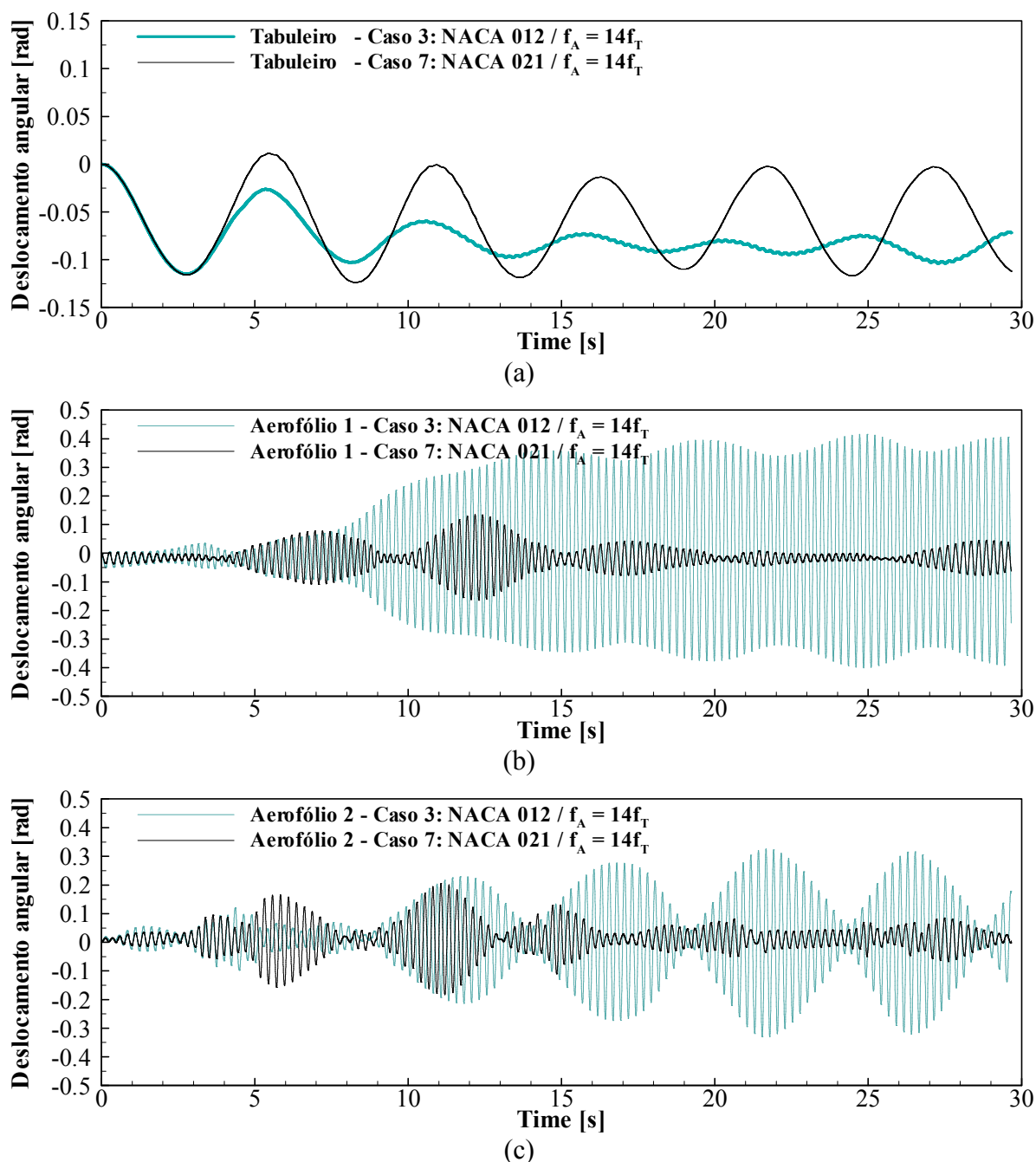


Figura 5.63: registros de deslocamento angular para os casos 3 e 7: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.

Para os casos 3 e 7, onde a razão entre as frequências $\omega_\beta/\omega_{\theta_3}$ é igual a 14, percebe-se nas Figuras 5.63-b e 5.63-c um aumento significativo da amplitude de vibração dos apêndices, principalmente no caso 3, onde as amplitudes chegam a 0,41 rad no aerofólio à barlavento. No

que se refere à vibração do tabuleiro, nota-se uma relevância maior entre a escolha da seção do aerofólio, em relação às outras frequências, tendo o perfil de altura menor (caso 3) alterado o escoamento de maneira mais favorável à redução das vibrações, conforme Figura 5.63-a.

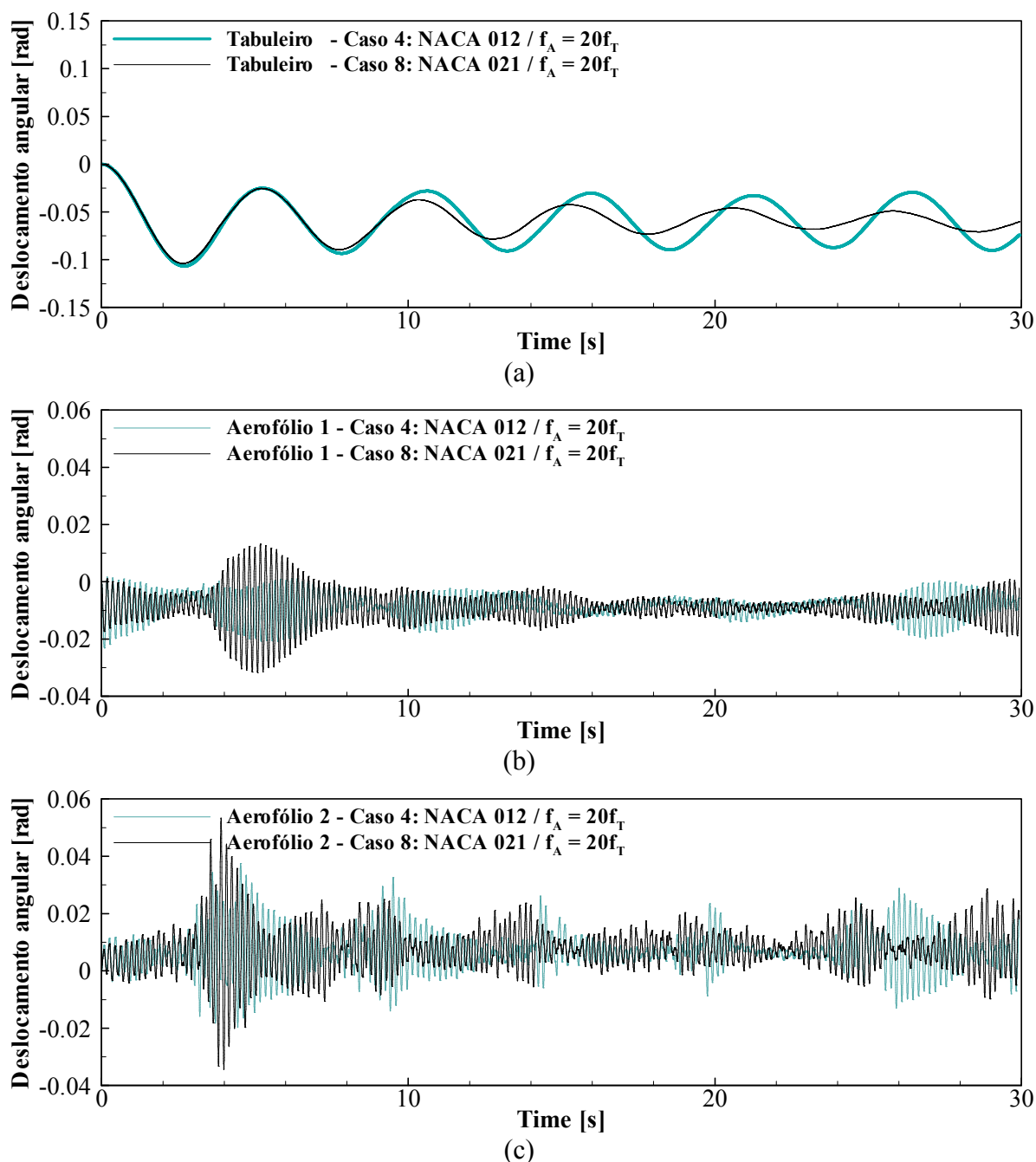


Figura 5.64: registros de deslocamento angular para os casos 4 e 8: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.

Por fim, a rigidez torcional atribuída aos apêndices para que a razão entre as frequência $\omega_\beta/\omega_{\theta_3}$ seja igual a 20, nos casos 4 e 8, torna seus vínculos próximos à de uma ligação rígida, limitando suas vibrações à amplitudes pequenas e similares para ambos os casos, conforme mostram as

Figuras 5.64-b e 5.64-c. Da mesma maneira, o comportamento do tabuleiro se mostra muito próximo para os dois tipos de perfil, conforme Figura 5.64-a, porém com baixo nível de redução das amplitudes.

Destaca-se ainda, que a resposta angular do tabuleiro em todos os casos apresenta uma média abaixo de zero. Este comportamento também é observado no trabalho de Li et al. (2015a), o que sugere que a alteração do escoamento ocasionado pela presença dos apêndices, implica em alterações nos valores de C_p do tabuleiro.

Em seu estudo, Li et al. (2015a) propõe uma análise aerodinâmica do nível de influência no coeficiente de pressão (C_p) da ponte, em função do afastamento entre o tabuleiro e os apêndices, para distâncias $0,25H$, $0,5H$, $0,75H$ e $1,0H$, sendo H a altura do tabuleiro.

Constata que nos quatro casos a presença dos apêndices pouco altera o C_p na face inferior do tabuleiro, contudo, na região entre os apêndices e o tabuleiro o valor médio de C_p varia significativamente, em concordância com a afirmação de Graham et al. (2011), de que a hipótese de não-interferência entre o tabuleiro e os aerofólios, assumida em formulações teóricas, deixa de ser válida quando a distância entre estes é inferior à um valor mínimo.

Nos casos simulados no presente trabalho, após o início da análise de IFE notam-se bulbos de pressão negativa na região entre os apêndices e o tabuleiro, os quais atingem valores superiores à $-1,0$, como se observa nas Figuras 5.65 e 5.66, que ilustram os campos de pressão normalizado aos 2.15 s, para os casos 1 e 5, respectivamente.

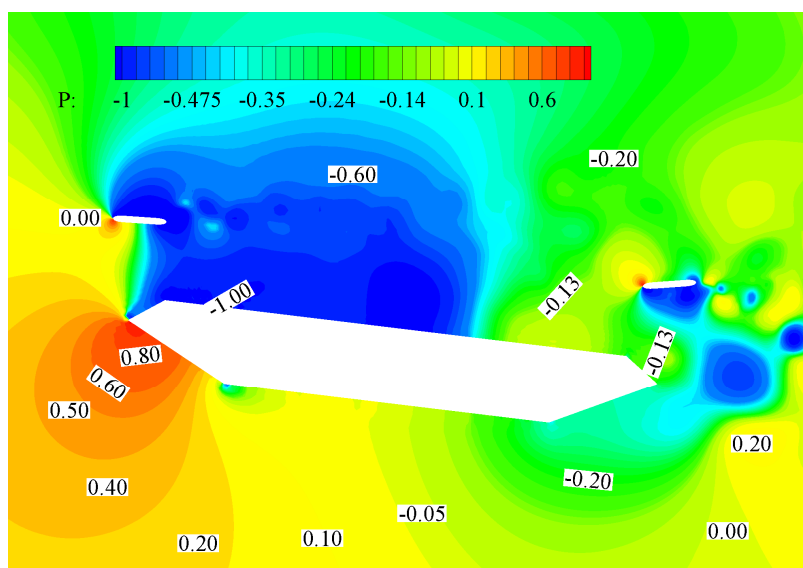


Figura 5.65: pressão normalizada (C_p) para o caso 1 aos 2.15 s

Estas concentrações de pressão acarretam um movimento de rotação estática do tabuleiro, no sentido horário e, em consequência disto, uma alteração no ângulo de ataque do vento.

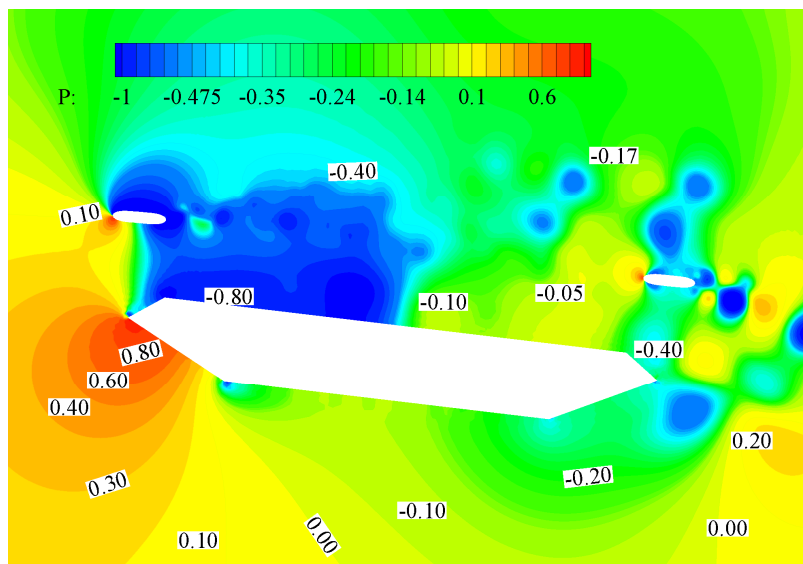


Figura 5.66: pressão normalizada (C_p) para o caso 5 aos 2.15 s

Com base nos registros de deslocamentos do tabuleiro, obtém-se o decremento logarítmico médio (δ) e, a partir deste, calcula-se a taxa de amortecimento crítico (ζ), pela expressão:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (5.12)$$

As taxas de amortecimento crítico calculadas são apresentadas, em função da do tipo de seção transversal e da frequência dos aerofólios, na Figura 5.67.

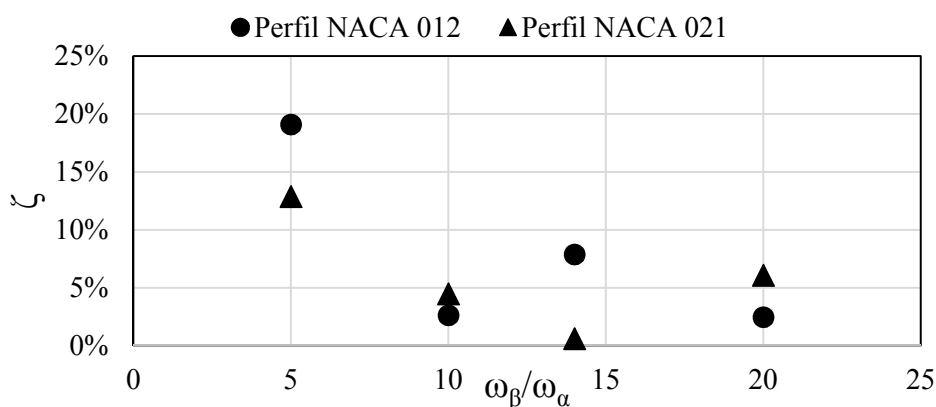


Figura 5.67: taxa de amortecimento crítico do tabuleiro em função da frequência e do formato dos aerofólios.

Nos casos de razão $\omega_\beta / \omega_{\theta_3}$ igual a 5, as oscilações do tabuleiro sofrem um maior amortecimento, atingindo um valor de ζ em torno de 27%, quando utilizado o perfil tipo NACA 0021, se aproximado de uma posição estável com ângulo de $4,7^\circ$ no sentido horário. Para $\omega_\beta / \omega_{\theta_3}$ igual a 10 e 20, observam-se níveis de amortecimento similares, com pouca dependência da seção transversal. Em contrapartida, para $\omega_\beta / \omega_{\theta_3}$ igual a 14 nota-se a influência do formato do aerofólio, sendo o único caso onde o perfil NACA 0021 apresenta menor eficiência.

5.6.3 Resposta aeroelástica da GBEB com apêndices ativamente controlados

Em seguida é aplicado controle linear algébrico de Riccati, tendo como variáveis de estado os deslocamentos e velocidades angulares do tabuleiro e dos apêndices. De maneira análoga ao procedimento realizado no caso do prisma com apêndices, apresentados no item 5.5.2 do presente trabalho, uma série de testes é realizada para determinar-se os parâmetros \mathbf{Q} e \mathbf{R} , que apresentem um bom ajuste ao caso em estudo, chegando-se a valores de $\mathbf{R} = \text{diag}(1, 10, 10)$ e $\mathbf{Q} = \text{diag}(10^{14}, 10^9, 10^9, 10^{14}, 10^9, 10^9)$. Estes valores são utilizados para o cálculo das matrizes de ganho dos oito casos estudados, apresentadas na Tabela 5.17.

Tabela 5.17: matrizes de ganho para os casos 9 a 16

Caso	Matriz de Ganho
9	$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -3,7721\text{E}+06 & 2,9352\text{E}+04 & -2,9352\text{E}+04 & -1,0214\text{E}+07 & 1,6483\text{E}+04 & -1,6483\text{E}+04 \\ -1,2021\text{E}+06 & -2,0092\text{E}+02 & -1,4804\text{E}+03 & -8,4019\text{E}+05 & -9,9463\text{E}+03 & -1,1717\text{E}+02 \\ 1,2021\text{E}+06 & -1,4804\text{E}+03 & -2,0092\text{E}+02 & 8,4019\text{E}+05 & -1,1717\text{E}+02 & -9,9463\text{E}+03 \end{bmatrix}$
10	$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -4,6978\text{E}+06 & 5,5206\text{E}+04 & -5,5206\text{E}+04 & -1,0958\text{E}+07 & 1,8430\text{E}+04 & -1,8430\text{E}+04 \\ -5,9587\text{E}+05 & 8,9685\text{E}+02 & -1,3286\text{E}+03 & -3,9501\text{E}+05 & -1,0666\text{E}+04 & 6,4926\text{E}+02 \\ 5,9587\text{E}+05 & -1,3286\text{E}+03 & 8,9685\text{E}+02 & 3,9501\text{E}+05 & 6,4926\text{E}+02 & -1,0666\text{E}+04 \end{bmatrix}$
11	$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -4,8833\text{E}+06 & 6,4374\text{E}+04 & -6,4374\text{E}+04 & -1,1095\text{E}+07 & 1,8904\text{E}+04 & -1,8904\text{E}+04 \\ -3,5549\text{E}+05 & 6,9680\text{E}+02 & -9,1739\text{E}+02 & -2,3239\text{E}+05 & -1,0945\text{E}+04 & 9,3651\text{E}+02 \\ 3,5549\text{E}+05 & -9,1739\text{E}+02 & 6,9680\text{E}+02 & 2,3239\text{E}+05 & 9,3651\text{E}+02 & -1,0945\text{E}+04 \end{bmatrix}$
12	$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -4,9556\text{E}+06 & 7,0422\text{E}+04 & -7,0422\text{E}+04 & -1,1147\text{E}+07 & 1,9153\text{E}+04 & -1,9153\text{E}+04 \\ -1,9069\text{E}+05 & 4,2866\text{E}+02 & -5,3678\text{E}+02 & -1,2361\text{E}+05 & -1,1135\text{E}+04 & 1,1311\text{E}+03 \\ 1,9069\text{E}+05 & -5,3678\text{E}+02 & 4,2866\text{E}+02 & 1,2361\text{E}+05 & 1,1311\text{E}+03 & -1,1135\text{E}+04 \end{bmatrix}$
13	$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -3,5418\text{E}+06 & 3,9676\text{E}+04 & -3,9676\text{E}+04 & -1,0041\text{E}+07 & 2,0421\text{E}+04 & -2,0421\text{E}+04 \\ -1,3049\text{E}+06 & 8,5687\text{E}+02 & -2,1935\text{E}+03 & -9,0578\text{E}+05 & -1,0103\text{E}+04 & 3,9082\text{E}+01 \\ 1,3049\text{E}+06 & -2,1935\text{E}+03 & 8,5687\text{E}+02 & 9,0578\text{E}+05 & 3,9082\text{E}+01 & -1,0103\text{E}+04 \end{bmatrix}$
14	$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 4,6780\text{E}+06 & -7,2441\text{E}+04 & 7,2441\text{E}+04 & 1,0944\text{E}+07 & -2,3339\text{E}+04 & 2,3339\text{E}+04 \\ 6,1589\text{E}+05 & -1,4636\text{E}+03 & 1,8034\text{E}+03 & 4,0682\text{E}+05 & 1,1148\text{E}+04 & -1,1317\text{E}+03 \\ -6,1589\text{E}+05 & 1,8034\text{E}+03 & -1,4636\text{E}+03 & -4,0682\text{E}+05 & -1,1317\text{E}+03 & 1,1148\text{E}+04 \end{bmatrix}$
15	$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -4,8797\text{E}+06 & 8,3273\text{E}+04 & -8,3273\text{E}+04 & -1,1092\text{E}+07 & 2,3978\text{E}+04 & -2,3978\text{E}+04 \\ -3,6183\text{E}+05 & 1,0345\text{E}+03 & -1,2081\text{E}+03 & -2,3602\text{E}+05 & -1,1525\text{E}+04 & 1,5166\text{E}+03 \\ 3,6183\text{E}+05 & -1,2081\text{E}+03 & 1,0345\text{E}+03 & 2,3602\text{E}+05 & 1,5166\text{E}+03 & -1,1525\text{E}+04 \end{bmatrix}$
16	$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 4,9551\text{E}+06 & -9,0237\text{E}+04 & 9,0237\text{E}+04 & 1,1147\text{E}+07 & -2,4302\text{E}+04 & 2,4302\text{E}+04 \\ 1,9221\text{E}+05 & -6,0827\text{E}+02 & 6,9332\text{E}+02 & 1,2444\text{E}+05 & 1,1775\text{E}+04 & -1,7714\text{E}+03 \\ -1,9221\text{E}+05 & 6,9332\text{E}+02 & -6,0827\text{E}+02 & -1,2444\text{E}+05 & -1,7714\text{E}+03 & 1,1775\text{E}+04 \end{bmatrix}$

Ressalta-se que as matrizes de ganho calculadas apresentam valores iguais aos obtidos pelo comando $lqr(A,B,Q,R)$ do *software* MATLAB. A aplicação do controle inicia-se aos 2.75 s de escoamento, no ponto onde o tabuleiro atinge o pico de deslocamento angular, com ângulo de -0,11 rad. A partir deste instante, em todos os casos, os aerofólios passam a oscilar com frequência próxima à do tabuleiro, com defasagem de 180° entre si, independentemente da sua frequência natural. Na Figura 5.68-a e 5.68-b, observa-se este efeito para os casos de aerofólios com frequência natural de vibração igual a 14 vezes a frequência do tabuleiro, para os dois tipos de seção transversal, NACA 0012 e NACA 0021, respectivamente.

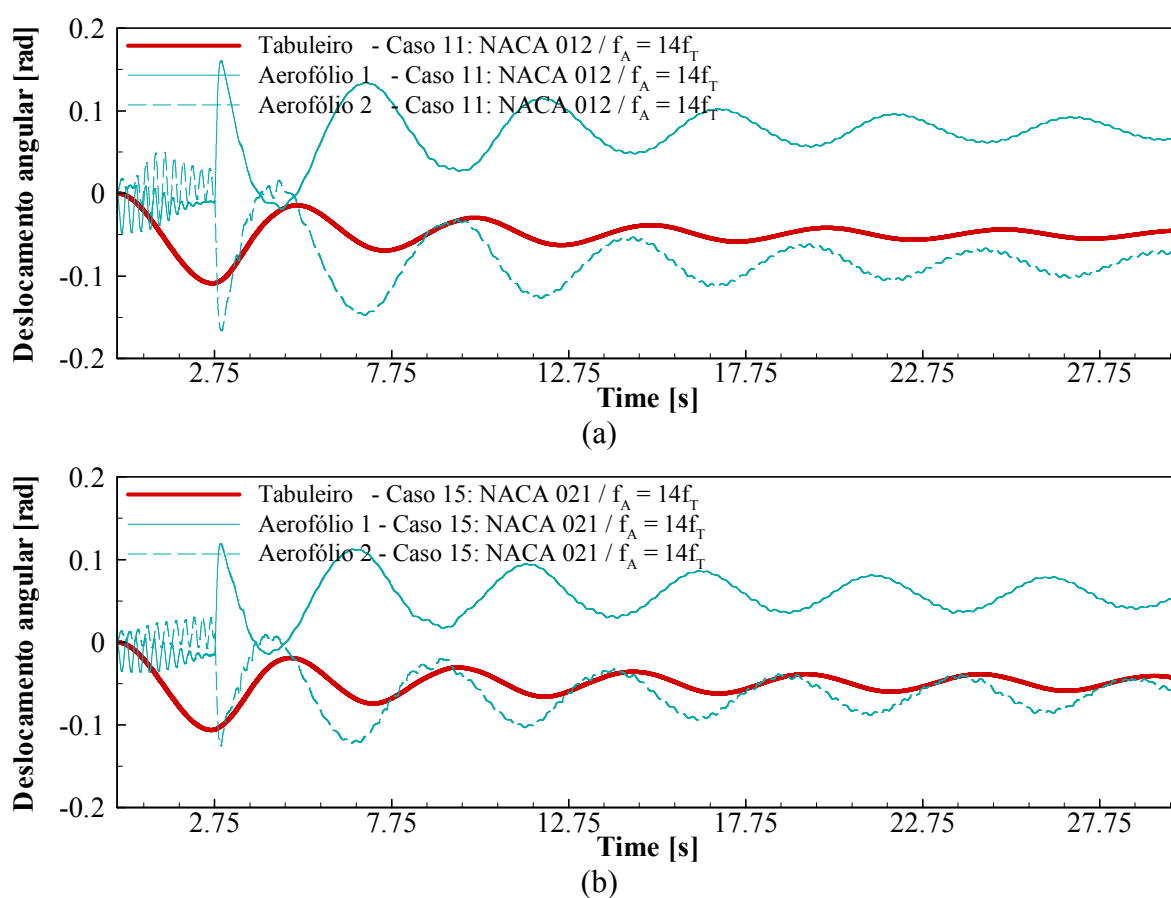


Figura 5.68: registros de deslocamento angular do tabuleiro e aerofólios sob atuação de controle linear a partir do instante 2.75 s, para os casos de $\omega_\beta/\omega_{\theta_3}=14$, com seção transversal dos aerofólios do tipo a) NACA 0012; b) NACA 0021.

Esta resposta está de acordo Wilde e Fujino (1998), que afirma que a obtenção efetiva de forças aerodinâmicas estabilizadoras ocorre quando o apêndice à barlavento oscila na direção contrária e o apêndice à sotavento na mesma direção, em relação à movimentação do tabuleiro.

Sobrepondo-se os registros de deslocamentos obtidos para estes dois casos sob efeito do controle linear aos casos não controlados, observa-se na Figura 5.69-a que a resposta do tabuleiro passa a se comportar de maneira similar para os dois casos, de forma distinta ao caso não controlado.

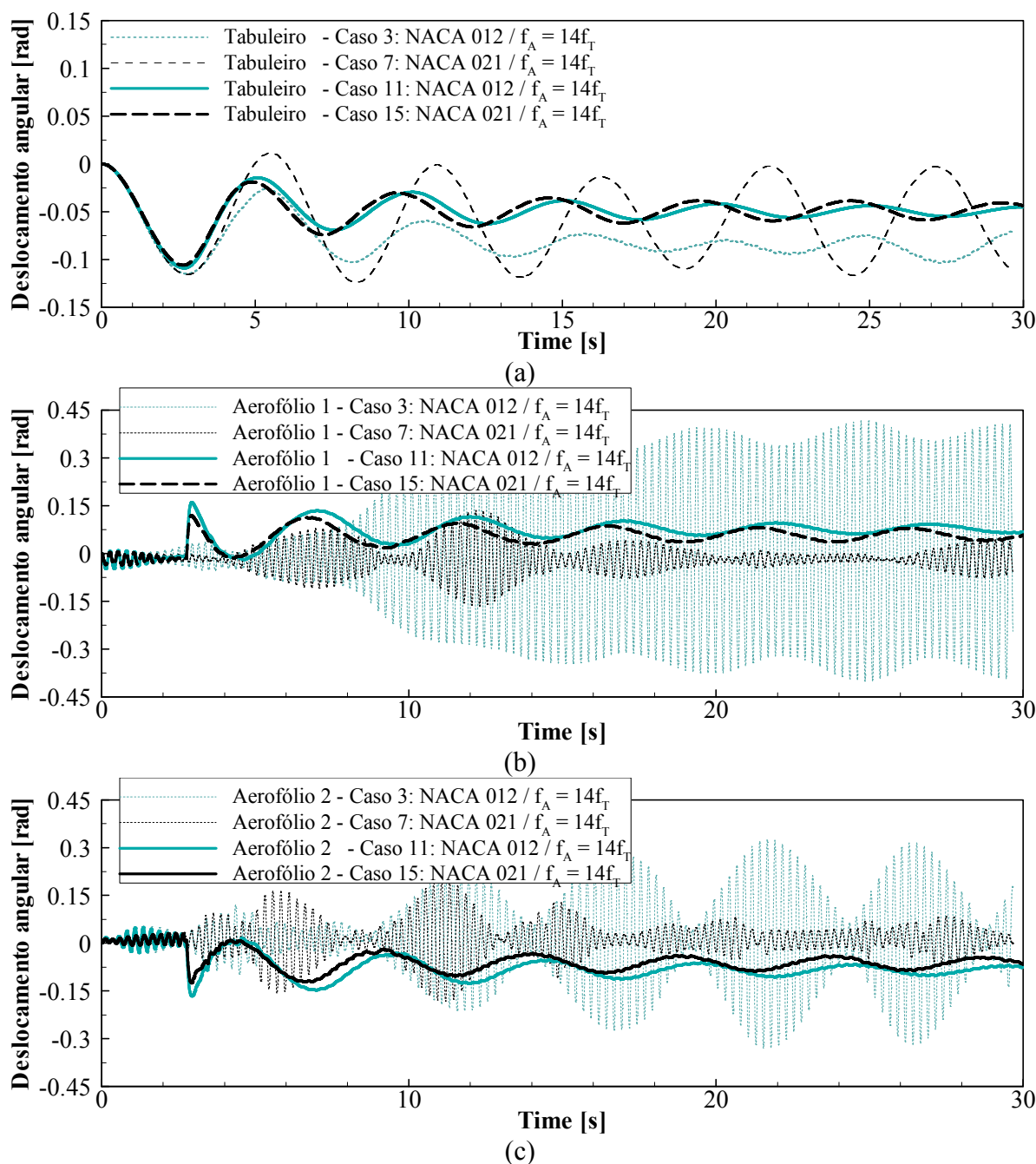


Figura 5.69: registros de deslocamento angular para $\omega_\beta/\omega_{\theta_3} = 14$ sob a ação de controle linear de Riccati, casos 11 e 15, em comparação com os casos não controlados 3 e 7, do: a) tabuleiro; b) aerofólio 1; c) aerofólio 2.

Nas Figuras 5.69-b e 5.69-c alteração da frequência dos apêndices a partir do início da aplicação do controle, fica evidenciada. Percebe-se ainda, que as amplitudes de vibração para os dois tipos de seção transversal, que no caso não controlado são significativamente maiores para formato NACA 0021, no caso controlado são bastante semelhantes.

Aplicando-se a transformada de *Fourier* aos registros da Figura 5.70, obtém-se os deslocamentos no domínio da frequência.

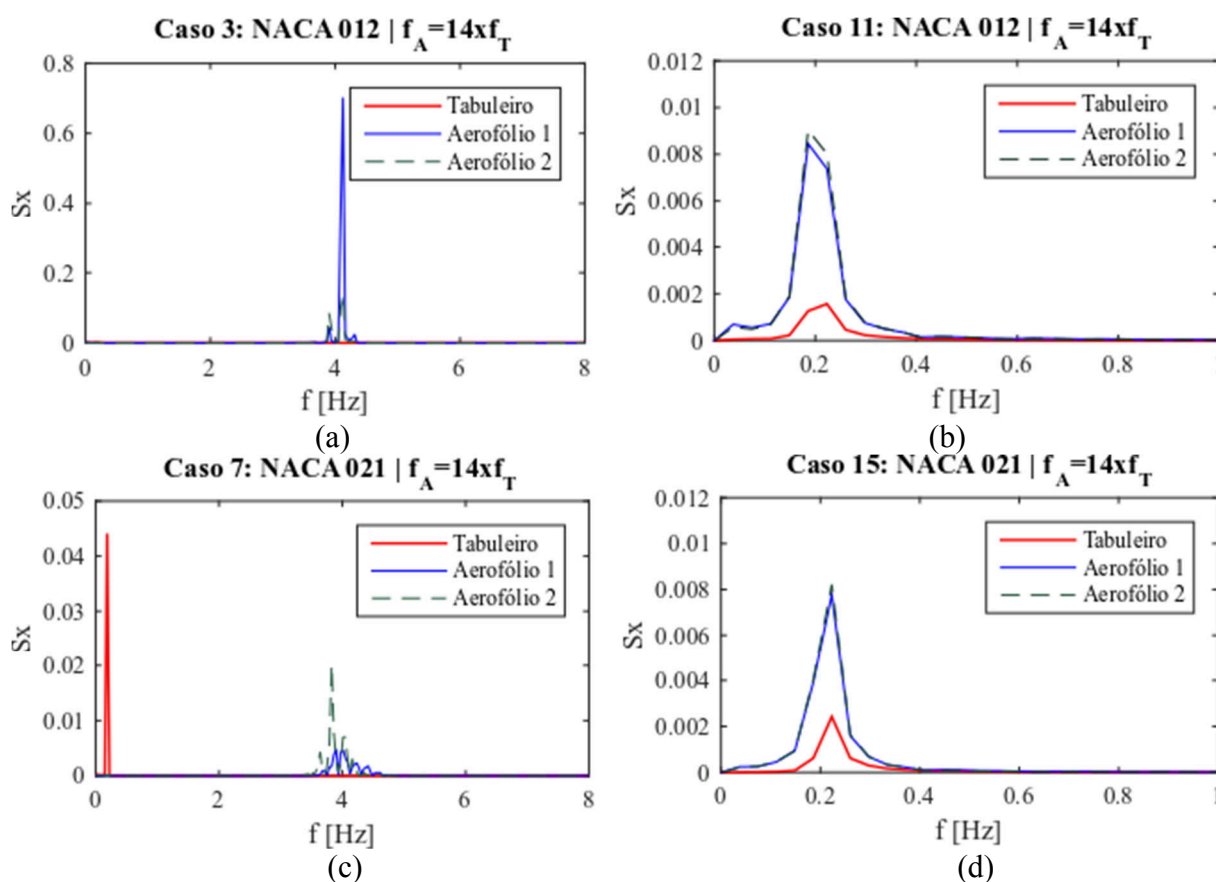


Figura 5.70: espectros dos deslocamento angulares para $\omega_\beta/\omega_{\theta_3} = 14$ dos pares de casos não controlados e sob a ação de controle linear de Riccati, sendo: a) caso 3; b) caso 11; c) caso 7; d) caso 15.

Na Figura 5.70-a tem-se o espectro dos deslocamentos dos aerofólios e do tabuleiro para o caso 3, que considera perfil NACA 0012 com $\omega_\beta/\omega_{\theta_3} = 14$, sem aplicação de controle. Nota-se que os dois aerofólios vibram em uma frequência em torno de 4 Hz, e com energia muito maior que a do tabuleiro. Todavia, quando o controle é aplicado à este sistema, os aerofólios passam a oscilar na frequência do tabuleiro e com energia similar entre si, conforme mostra o espectro da Figura 5.70-b. O mesmo ocorre nos casos 7 e 15, que se diferenciam dos casos anteriores

pelo tipo de perfil. Nas Figuras 5.70-c e 5.70-d identifica-se além da sincronização das frequências, a redução no valor de pico do espectro do tabuleiro.

A partir dos registros de deslocamentos com aplicação de controle para os 8 casos estudados, que podem ser consultados no Anexo A-2, calcula-se a taxa de amortecimento crítico do tabuleiro, apresentados no gráfico da Figura 5.71.

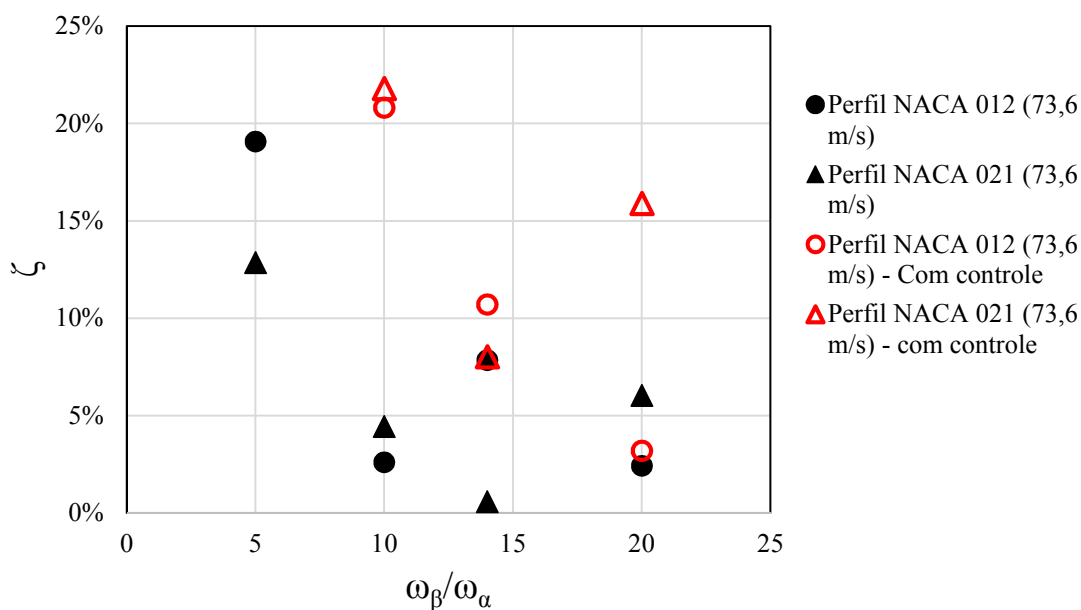


Figura 5.71: taxa de amortecimento crítico do tabuleiro em função da frequência e do formato dos aerofólios, com e sem aplicação de controle.

Todos os casos apresentam uma taxa de amortecimento superior ao respectivo caso não controlado, sendo os casos mais eficientes os de razão com $\omega_\beta/\omega_{\theta_3} = 10$.

Para $\omega_\beta/\omega_{\theta_3} = 5$, os deslocamentos impostos pelas forças de controle atingem valores elevados já nos primeiros segundos de análise, levando à sua instabilização, e por esta razão estes dados não aparecem no gráfico. Tendo em vista que esta frequência dos apêndices é a de melhor desempenho para o caso não controlado, eleva-se o fator de ponderação Q dos apêndices para 10^{11} , para os dois casos de perfil. A nova matriz de ganho, leva a deslocamentos dos apêndices de amplitudes razoáveis, em contrapartida sua eficiência reduz para 4,26 % e 4,05 %, para seção NACA 0012 e NACA 0021, respectivamente.

No que se refere aos momentos de controle, observa-se nos registros para os casos 11 e 15 das Figuras 5.72-a e 5.72-b, um salto inicial no valor do momento estabilizador nos instantes

iniciais de aplicação de controle, aos 2.75 s, o qual é responsável pela inversão do sentido de vibração do aerofólio, observadas nos respectivos registros de deslocamento angular. Após esse pico inicial, a magnitude do momento de controle tende a um valor médio.

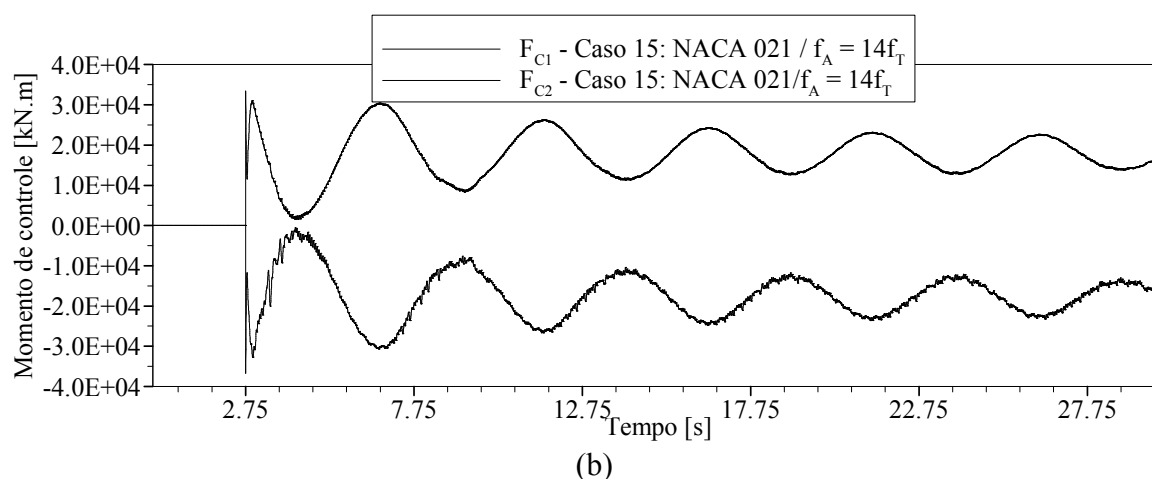
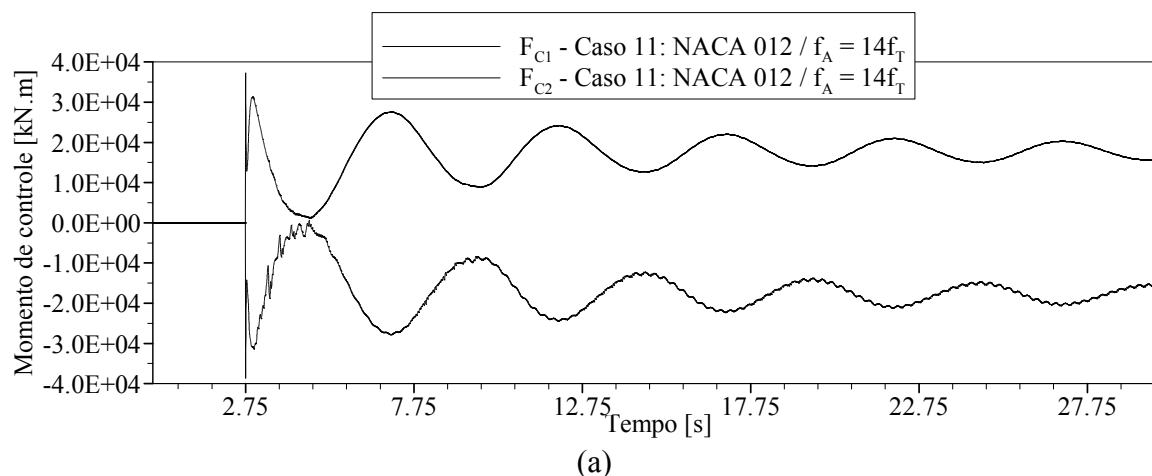


Figura 5.72: registros dos momentos de controle para: a) caso 11;b) caso 15.

Este comportamento é observado em todos os outros casos estudados, conforme se observa nos gráficos das Figuras 5.73-a e 5.73-b, que mostram os momentos de controle máximos médios observados.

Dado que uma maior razão $\omega_\beta/\omega_{\theta_3}$ representa uma maior rigidez de ligação entre os apêndices e a estrutura, era de se esperar que a força de controle fosse diretamente proporcional à este fator. No entanto, observa-se uma relação inversamente proporcional, tanto para o momento máximo, quanto para o momento médio.

Por outro lado, é importante lembrar que os parâmetros Q e R adotados para a obtenção da matriz de ganho de todos os casos possuem igual valor, o que demonstra a relação direta desses parâmetros na magnitude do momento de controle.

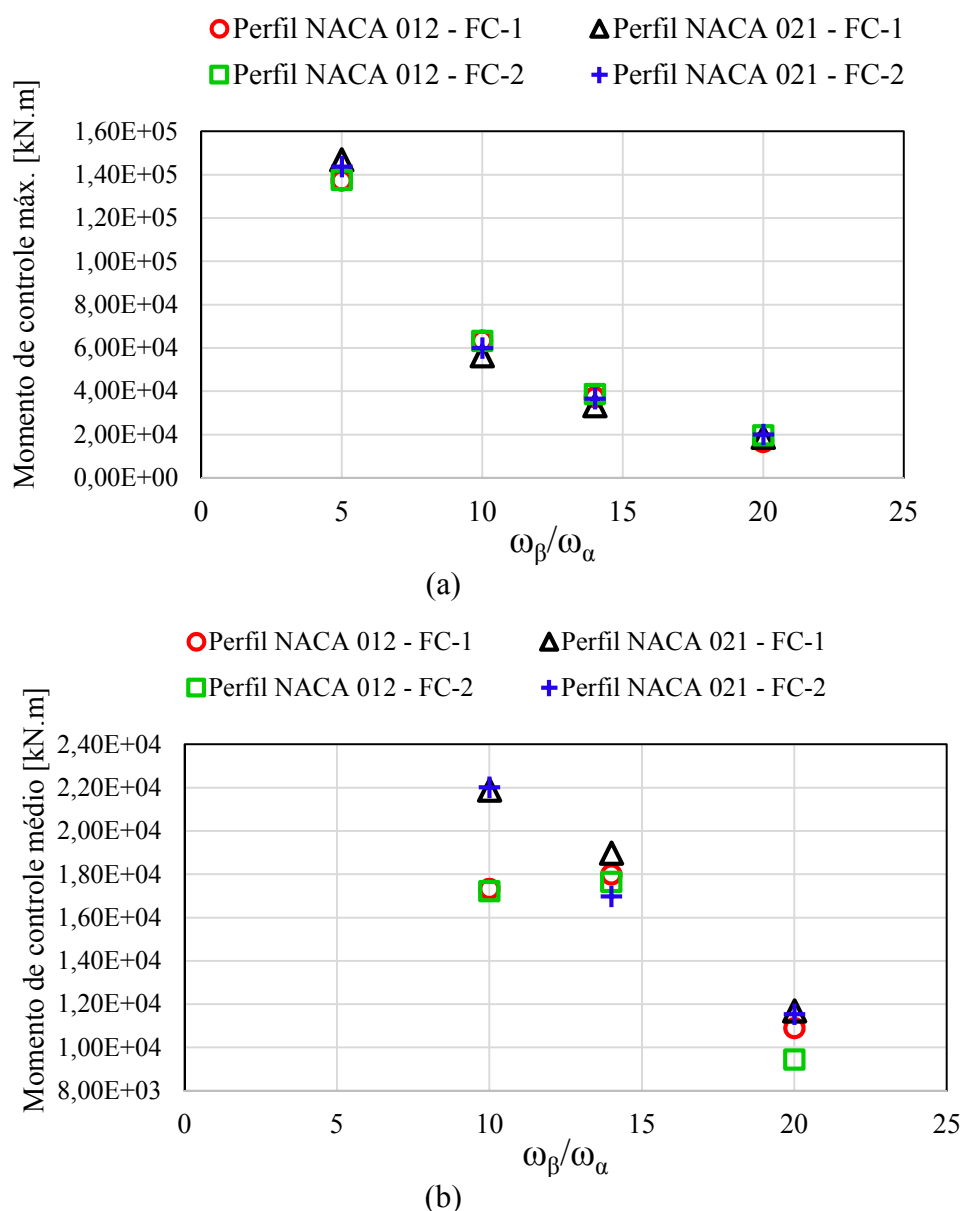


Figura 5.73: a) momentos de controle máximos; b) momentos de controle médio.

Ao comparar os espectros dos momentos originalmente atuantes no tabuleiro devido à interação fluido-estrutura (Figura 5.74-a), com os momentos resultantes após a aplicação do controle (Figura 5.74-c), para os casos 11 e 15, percebe-se uma considerável redução da energia total, na estrutura estabilizada. Por outro lado, a energia empregada pelos atuadores na forma de

momentos de estabilização, é significativamente inferior se comparada à ordem de grandeza dos esforços atuantes na estrutura.

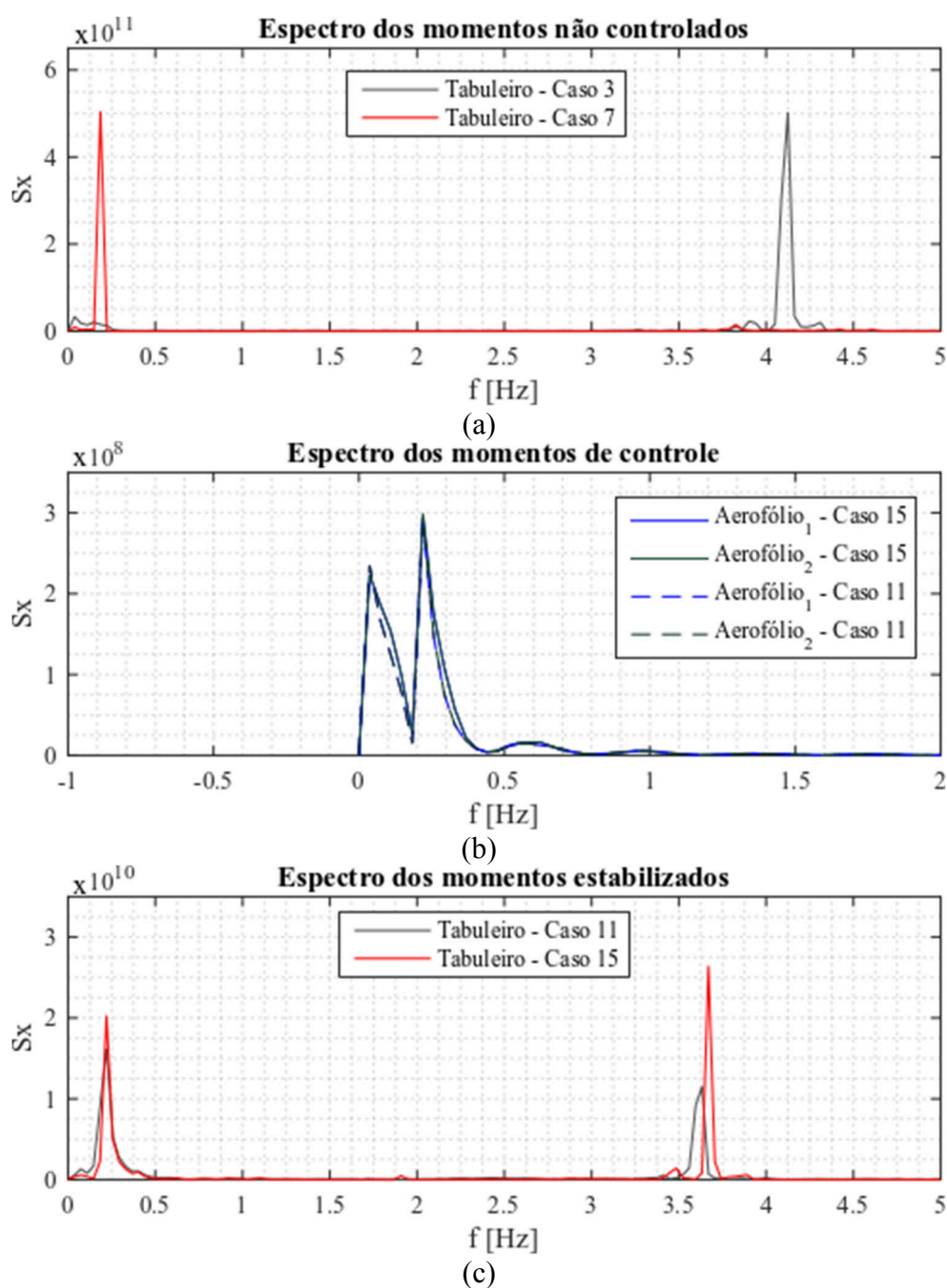


Figura 5.74: espectros referentes à $\omega_\beta/\omega_{\theta_3} = 14$ de: a) momentos não controlados no tabuleiro; b) momentos de controle dos aerofólios; c) momentos estabilizados do tabuleiro.

Nas Figuras 5.75-a e 5.75-b são apresentados os campos de pressão para os casos de $\omega_\beta/\omega_{\theta_3} = 14$, após aplicação de controle nos instante 27.3 s, para as seções NACA 0012 e NACA 0021, respectivamente.

Da mesma maneira que ocorre no caso não controlado, no caso do perfil de altura maior há maior perturbação da esteira do apêndice à barlavento, devido ao desprendimento de vórtices. Ao comparar os campos obtidos no caso não controlado, nota-se redução nos níveis de sucção na face superior do tabuleiro.

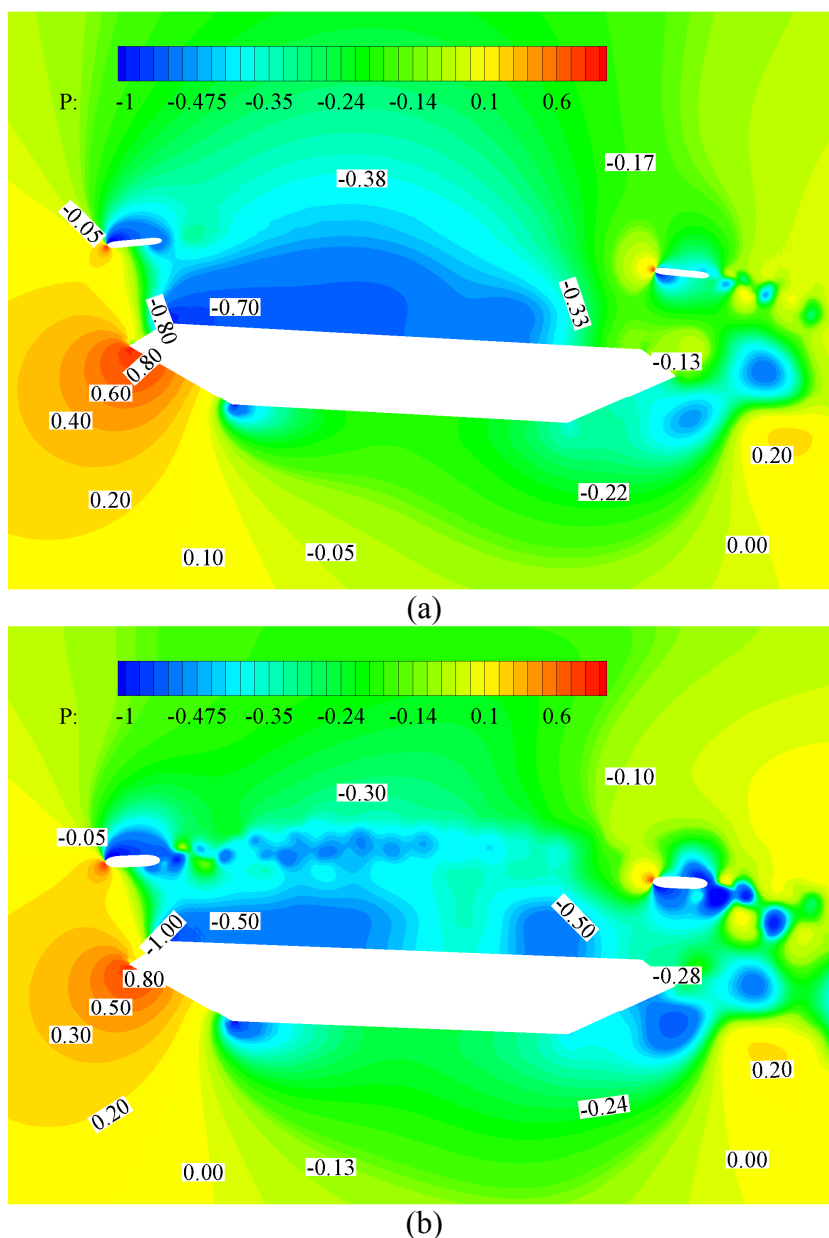


Figura 5.75: pressão normalizada (C_p) aos 27.3 s para a) caso 11; b) caso 15.

Nestes dois casos, após a aplicação do controle as oscilações do tabuleiro tendem para um valor médio de 2,9 graus no sentido horário. Um último teste foi realizado, considerando-se velocidade do escoamento de 80 m/s, portanto acima da velocidade crítica. Para os casos não

controlados observou-se que os apêndices não foram capazes de suprimir as oscilações do tabuleiro, além dos próprios apêndices vibrarem com amplitudes acima de 20 graus, levando à instabilização da análise, conforme se observa por exemplo nos registros do caso 3 nas Figuras 5.76-a e 5.76-b. Todavia, quando se aplica controle à este caso, suas oscilações são estabilizadas em torno de uma média de 3,7 graus no sentido horário (Figura 5.77)

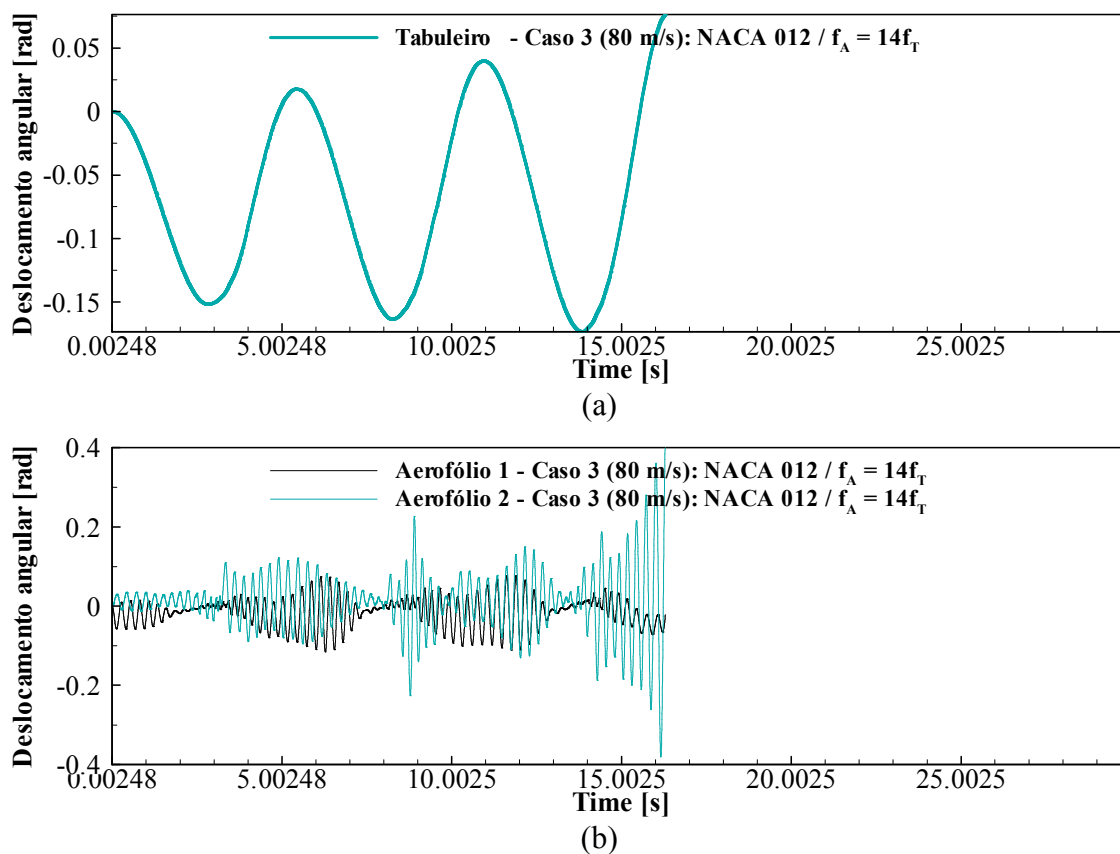


Figura 5.76: registros de deslocamento angular para o caso 3 com velocidade de 80 m/s: a) tabuleiro; b) aerofólios.

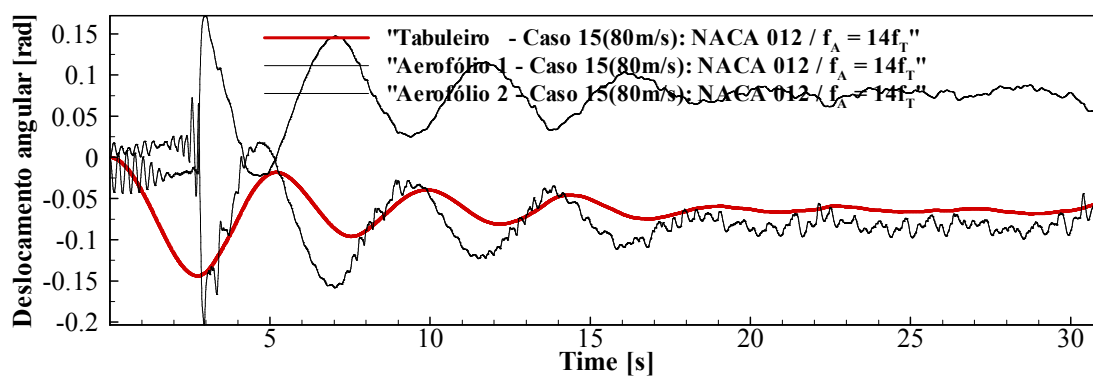


Figura 5.77: registros de deslocamento angular para o caso 15 com velocidade de 80 m/s.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foi desenvolvida uma extensão da ferramenta numérica apresentada por Braun (2007), baseada no Método dos Elementos Finitos, para a solução de problemas de interação fluido-estrutura em aplicações envolvendo corpos rígidos imersos em escoamentos tridimensionais e incompressíveis de fluidos Newtonianos. Com o emprego desse código investigou-se o desempenho de apêndices aerodinâmicos, passivos e ativamente controlados, na redução de instabilidades dinâmicas de origem aeroelástica em pontes suspensas de grande vão. Destacam-se as conclusões obtidas:

- a) Para os exemplos envolvendo *lock-in* em cilindro e divergência torcional em prisma retangular, utilizados na verificação de rotinas IFE, obtiveram-se resultados coerentes com os fenômenos estudados e boas aproximações aos valores obtidos por outros autores;
- b) Os testes preliminares da rotina de controle, aplicados ao exemplo do prisma, demonstraram sua verificação ao captar a influência do tempo de retardo e dos fatores peso Q e R. Ressalta-se que, ao suprimir da formulação matemática da equação de Riccati o termo variante no tempo, assume-se que a força de excitação desaparece ao longo do intervalo de tempo, o que não representa a com fidelidade o caso de problemas de IFE, uma vez que nestas condições, a estabilização se aproxima da controle ótimo mas não o atinge. A ferramenta mostrou-se capaz ainda de estabilizar as oscilações do cilindro, reduzindo a amplitude das vibrações em até 87,27% e de suprimir a instabilidade aeroelástica de *lock-in*, ao utilizar-se relação Q:R de 10:1.
- c) A partir do exemplo teórico do prisma com apêndices acoplados, identificou-se que o prisma e os apêndices tem sua resposta mutuamente influenciada pelos fatores de ponderação Q e R, de maneira que uma elevada priorização do amortecimento na resposta angular do prisma, em detrimento aos deslocamentos dos apêndices, resultam em forças de controle elevadas e, conseqüentemente, rotações consideráveis nos apêndices, que para os casos superiores à 30°, instabilizam a análise devido à dificuldade da malha se adaptar

ao movimento da estrutura. Por outro lado, ao priorizar excessivamente a redução da vibração dos apêndices, perde-se eficiência do controle, dado que se aproxima do caso de apêndices rigidamente ligados, o qual mostrou-se desfavorável, no teste realizado sem controle. Tendo isso em vista, conclui-se que para se determinar o arranjo mais otimizado, é necessária a realização de testes em quantidade suficiente para a construção de um esboço das curvas de desempenho em função de Q e R, e dessa maneira identificar os valores mais favoráveis. Verificou-se que a matriz de ganho adotada após este estudo inicial, alterou a frequência de vibração dos apêndices, que passaram a oscilar de forma sincronizada ao prisma, em oposição de fase entre si, e foram capazes de manter as vibrações do prisma em amplitudes inferiores à $3,04^\circ$, eliminando o caráter instável da estrutura, com momentos de controle de magnitude equivalente à 3,4% do valor dos momentos originalmente atuantes no prisma.

- d) No exemplo aplicado à GBEB notou-se que a presença de apêndices aumentou consideravelmente as cargas aerodinâmicas em comparação à ponte original, adquirindo o coeficiente de arrasto próximo ao dobro e acréscimo no coeficiente de momento superior a 50%, além de inverter a resultante da sustentação.
- e) Nos casos estudados sem a atuação do controle, a presença dos aerofólios foi capaz de estabilizar as oscilações do tabuleiro para velocidade próxima da crítica de *flutter*. Para velocidade acima da crítica, no entanto, apresentou amortecimento crítico negativo. Notou-se uma influência da frequência de vibração dos apêndices no fator de amortecimento crítico, sendo o caso mais favorável, o de 5 vezes a frequência do tabuleiro. Quanto ao formato da seção transversal, percebeu-se uma influência significativa nos casos de razão $\omega_\beta/\omega_{\theta_3}$ igual a 5 e 14. Observou-se ainda, que o perfil de maior altura causou maior perturbação na sua esteira, por desprendimento de vórtices.
- f) Quando sob o efeito de forças de controle, ocorreu em todos os casos a sincronização da frequência dos apêndices com a do tabuleiro, independente da frequência natural dos primeiros. Observou-se que a força de controle apresentou um pico nos primeiros instantes, que adequou o sentido de vibração dos apêndices, em seguida essa se manteve em um nível suficiente para controlar os apêndices obedecendo à frequência adquirida. No caso de $\omega_\beta/\omega_{\theta_3}$ igual a 5 essa força inicial imprimiu um deslocamento superior à

capacidade da adaptação da malha, instabilizando a análise. Em todos os demais casos o controle foi capaz de estabilizar as oscilações do tabuleiro, inclusive para velocidade de 80 m/s, tendo como resultante um ângulo no sentido horário.

- g) Uma vez que não foi realizado um estudo dos parâmetros Q e R do controle para cada caso, notou-se que as matrizes de ganho resultantes para as frequências menores priorizaram mais a redução dos deslocamentos, o que mostra a influência dos parâmetros físicos da estrutura no dimensionamento do controle.
- h) O esquema de movimento de malha empregado mostrou-se eficiente, ajustando adequadamente a posição dos nós da malha do escoamento de acordo com os movimentos da estrutura nos casos de apenas um corpo imerso. Todavia, nos exemplos estudados que incluíam apêndices, com rotações relativas em relação à estrutura principal, o esquema demonstrou dificuldades em se adaptar. Isso, se deve à forma de cálculo empregada para a determinação dos nós internos da malha, onde é realizada uma média entre as velocidades de todos os nós das interfaces da estrutura, apêndices e da fronteira fixa, ponderadas pelas respectivas distâncias.
- i) Embora o algoritmo de obtenção da matriz de Riccati tenha sido capaz de calcular os valores corretamente, com exceção do exemplo do prisma com apêndices, a necessidade de uma aproximação inicial para o método de Newton Raphson, mostrou-se um fator limitante do método, podendo levar a matriz de com valores equivocados, caso a aproximação inicial seja de valor muito diferente do valor esperado.

A partir das avaliações realizadas com o código desenvolvido neste trabalho, surgem algumas sugestões para trabalhos futuros.

- a) Propõe-se uma formulação de controle que leve em conta a formulação de acoplamento da IFE, e assim possibilitar a avaliação da matriz de ganho variável em função da influência do escoamento sobre a estrutura;
- b) Propõe-se um novo esquema de movimento de malha, que seja capaz de adaptar a malha em regiões onde haja movimento relativo de partes da estrutura;

- c) Aprimorar o algoritmo para a obtenção da matriz de Riccati, buscando condições mais adequadas para o processo de linearização por Newton-Raphson;
- d) Testar o controle para o movimento acoplado de translação mais rotação;
- e) Estudar e aplicar o algoritmo de controle em pontes com apêndices sujeitas a instabilidades por martelamento (*buffeting*). Neste caso implementar também um algoritmo de geração artificial de turbulência na entrada do domínio computacional;
- f) Testar outras formas de controle, por exemplo instantâneo e por alocação de pólos;
- g) Aplicar a formulação de controle em outros tipos de estruturas sujeitas a instabilidades aeroelásticas, como por exemplo edifícios altos.

REFERÊNCIAS

- AHN, H. T.; KALLINDERIS, Y. Strongly coupled flow/structure interactions with a geometrically conservative ALE scheme on general hybrid meshes. **Journal of Computational Physics**, vol. 219, p. 671-696, 2006.
- APELT, C.J.; PATERSON, D. A. Simulation of wind flow around three-dimensional buildings. **Building and Environment**, v. 24, n.1, p 39-50, 1989.
- ARCO, D.C. del; APARICIO, C.A. Improving suspension bridge wind stability with aerodynamic appendages. **Journal of Structural Engineering**, v. 125, nº 12, p. 1367-1375, 1999.
- BAKIS, K.N.; LIMEBEER, D.J.N; WILLIAMS, M.S.; GRAHAM, J.M.R. Passive aeroelastic control of a suspension bridge during erection. **Journal of Fluids and Structures**, v. 66, p. 543-570, 2016a.
- BAKIS, K.N.; MASSARO, M.; LIMEBEER, D.J.N; WILLIAMS, M.S. Aeroelastic control of long-span suspension bridges with controllable winglets. **Journal of Structural Control and Health Monitoring**. v. 23, p. 1417–1441, 2016b.
- BAKIS, K.N.; LIMEBEER, D.J.N; WILLIAMS, M.S.; GRAHAM, J.M.R. Passive control of bridge wind-induced instabilities by tuned mass dampers and movable flaps. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 143(9): 04017078, 2017.
- BARBOSA, F.S. **Controle ativo modal de vibrações estruturais**. Dissertação (Mestrado), COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1996.
- BATHE, K. J. Finite element procedures. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- BATHE, K.J.; ZHANG, H. Finite element developments for general fluid flows with structural interactions. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.60, p. 213-232, 2004.
- BATTIST, R. C.; PFEIL, M. S. Reduction of vortex-induced oscillations of Rio-Niterói bridge by dynamic control devices. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 84, p. 273-288, 2000.
- BILLAH, K.Y.; SCANLAN, R.H. Resonance, Tacoma Narrows Bridge failure, and undergraduate physics textbooks. **American Journal of Physics**, v. 59, p. 118-124, 1991.
- BISPLINGHOFF, R.L., ASHLEY, H., HALFMAN, R.L. **Aeroelasticity**. New York: Dover Publications, 1996.

BITSUAMLAK, G.T.; STATHOPOULOS, F.; BÉDARD, C. Numerical evaluation of flow over complex terrain: review. **Journal of Aerospace Engineering**, v. 17, p. 135-145, 2004.

BLEVINS, R. **Flow-induced vibration**. 2^a ed, New York: Krieger Publishing Company, 1990.

BLOCKEN, B.; STATHOPOULOS, T.; SAATHOFF, P.; WANG, X. Numerical evaluation of pollutant dispersion in the built environment: comparisons between models and experiments. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 96, p. 1817-1831, 2008.

BLOCKEN, B. 50 years of Computational Wind Engineering: past, present and future. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 129, p. 69-102, 2014.

BLOCKEN, B.; STATHOPOULOS, T.; van BEECK, J.P.A.J. Pedestrian-level wind conditions around buildings: Review of wind-tunnel and CFD techniques and their accuracy for wind comfort assessment. **Building and Environment**, v. 100, p. 50-81, 2016.

BLOM, F. A monolithical fluid-structure interaction algorithm applied to the piston problem. **Computer Method in Applied Mechanics and Engineering**, v.167, p. 369-391, 1998.

BOBERG, M.; FELTRIN, G.; MOARTINOLI, A.L. Experimental validation of the wing-aileron-tab combination applied to an actively controlled bridge section model. In: 14TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND ENGINEERING, 2015, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: ICWE14, 2015a. p. 1-14.

BOBERG, M.; FELTRIN, G.; MOARTINOLI, A.L. Flutter suppression of a bridge section model endowed with actively controlled flap arrays. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT ROBOTS AND SYSTEMS, 2015, Hamburgo. **Anais...** Hamburgo: IEEE/RSJ, 2015b. p. 5936-5941.

BORAZJANI, I.; GE, L.; SOTIROPOULOS, F. Curvilinear immersed boundary method for simulating fluid structure interaction with complex 3D rigid bodies. **Journal of Computational Physics**, vol. 227, p. 7587-7620, 2008.

BORGLUND, D.; KUTTENKEULER, J. Active wing flutter suppression using a trailing edge flap. **Journal of Fluids and Structures**, v. 16, p. 271-294, 2002.

BRAUN, A.L. **Um modelo para a simulação numérica da ação do vento sobre seções de ponte**. Dissertação (Mestrado), PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2002.

BRAUN, A. L. **Simulação numérica na engenharia do vento incluindo efeitos de interação fluido-estrutura**. Tese (Doutorado), PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2007.

BRAUN, A.L.; AWRUCH, A.M. Simulação numérica da ação do vento sobre seções de pontes suspensas. In: FIRST SOUTH AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL MECHANICS, 2002, Santa Fe. **Anais...** Santa Fe: MECOM, 2002. v. XXI, p.163-182.

BRAUN, A.L.; AWRUCH, A.M. A partitioned model for fluid–structure interaction problems using hexahedral finite elements with one-point quadrature **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 79, pp. 505-549, 2009.

BURBRIDGE, H.P. **O esquema explícito de Taylor-Galerkin na simulação numérica de escoamentos compressíveis tridimensionais utilizando elementos finitos hexaédricos de oito nós**. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 1999.

CHORIN, A.J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. **Journal of Computational Physics**, vol. 2, p. 12-26, 1967.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. 3ª ed. Berkeley: Computers & Structures, Inc. 2003.

DIANA, G.; FALCO, M.; BRUNI, S.; CIGADA, A.; LAROSE, G.L.; DAMSGAARD, A.; COLLINA, A. Comparisons between wind tunnel tests on a full aeroelastic model of the proposed bridge over Stretto di Messina and numerical results. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 54-55, p. 101-113, 1995.

DIANA, G.; FIAMMENGHI, G.; BELLOLI, M.; ROCCHI, D. Wind tunnel tests and numerical approach for long span bridges: The Messina bridge. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 122, p. 38-49, 2013.

DONEA, J.; GIULIANI, S. HALLEUX, J.P. An Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v.33, p. 689-723, 1982.

FARHAT, C.; LESOINNE, M.; LeTALLEC, P. Load and motion transfer algorithms for fluid/ structure interaction problems with non-matching discrete interfaces: momentum and energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v.157, p. 95-114, 1998.

FINDIKAKIS, A.N.; STREET, R.L. Mathematical description of turbulent flows. **Journal of the Hydraulics Division**, v.108, p.887-903, 1982.

FUJINO, Y. Vibration, control and monitoring of long-span bridges: recent research, developments and practice in Japan. **Journal of Construction Steel Research**, v.58, p. 71-97, 2002.

GE, Y.J.; XIANG, H.F. Recent development of bridge aerodynamics in China. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 96, p. 736-786, 2008.

GEE, M.W.; KÜTTLER, U.; WALL, W.A. Truly monolithic algebraic multigrid for fluid–structure interaction. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.85, p. 987-1016, 2011.

GOUDER, K.; ZHAO, X.; LIMEBEER, D.J.N.; GRAHAM, J.M.R. Experimental aerodynamic control of a long-span suspension bridge section using leading- and trailing-edge control surfaces. **Transactions on Control Systems Technology**, v. 24, n° 4, p. 1441-1453, 2016.

GOUSSEAU, P.; BLOCKEN, B.; van HEIJZT, G.J.F. CFD Simulation of pollutant dispersion around isolated buildings: on the role of convective and turbulent mass fluxes in the prediction accuracy. **Journal of Hazardous Materials**, v.194, p. 422-434, 2011.

GRAHAM, J.M.; LIMEBEER, D.J.N.; ZHAO, X. Aeroelastic Control of Long-Span Suspension Bridges. **Journal of Applied Mechanics**, v.78, p. 041018-1-12, 2011.

HANSEN, H.I.; CHRISTENSEN, P.T. Active flap control of long suspension bridges. **Journal of Structural Control**, v. 8, p. 33-82, 2001.

HANSON, T., SUMMERS D.M., WILSON, C.B. Validation of a computer simulation of wind flow over a building model. **Building and Environment**, v. 21, n. 2, p. 97–111, 1986.

HENDERSON, B.D. Nonlinear dynamics and pattern formation in turbulent wake transition. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 352, p. 65-112, 1997.

HIRT, C.W.; AMSDEN, A.A.; COOK, J.L. An Arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. **Journal of Computational Physics**, v. 14, p. 227-253, 1974.

HUGHES, T.J.R.; LIU, W.K.; ZIMMERMANN, T.K. Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows. **Computer Method in Applied Mechanics and Engineering**, v. 29, p. 329-349, 1981.

JOURNAL OF WIND ENGINEERING AND INDUSTRIAL AERODYNAMICS, Amsterdam, v. 35, 318 p., 1990

KAWAHARA, M.; HIRANO, H. A finite element method for high Reynolds number viscous fluid flow using two step explicit scheme. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 3, p. 137-163, 1983.

KOBAYASHI, H.; NAGAOKA, H. Active control of flutter of a suspension bridge. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 41-44, p. 143-151, 1992.

KORKMAZ, S. A review of active structural control: challenges for engineering informatics. **Computers and Structures**, v.89, p.2113-2132, 2011.

KURODA, S. Numerical simulation of flow around a box girder of a long span suspension bridge. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 67&68, p. 239-252, 1997.

KWON, S.D. CHANG, S.P. Suppression of flutter and gust response of bridges using actively controlled edge surfaces. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 88, p. 263-281, 2000.

LARSEN, A. Aerodynamic aspects of the final design of the 1624 m suspension bridge across the Great Belt. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 48, p. 261-285, 1993.

LARSEN, A.; OSTENFELD, K.H. Bridge engineering and aerodynamics. **Proceedings of Aerodynamics of Large Bridges**: A.A Balkema. 1992. Disponível em: < <https://books.google.com.br/books?id=iLs6DwAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR#v=onepage&q&f=true> >. Acesso em: dez. 2017.

LI, Y.; NIELSEN, P.V. CFD and ventilation research. **Indoor Air**, v. 21, p.442-453, 2011.

LI, K.; ZHAO, L.; GE, Y.J.; GUO, Z.W. CFD Simulation of the Feedback Controlled Twin-Winglet System for Flutter Suppression of Long-Span Suspension Bridges. In: 14TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND ENGINEERING, 2015, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: ICWE14, 2015a. p. 1-16.

LI, K.; ZHAO, L.; GE, Y.J.; ZHA, L. Theoretical framework of feedback aerodynamic control of flutter oscillation for long-span suspension bridges by the twin-winglet system. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 145, p. 166–177, 2015b.

LI, K.; ZHAO, L.; GE, Y.J.; GUO, Z.W. Flutter suppression of a suspension bridge sectional model by the feedback controlled twin-winglet system. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 168, p. 101–109, 2017a.

LI, K.; ZHAO, L.; GE, Y.J.; GUO, Z.W. Numerical simulation of feedback flutter control for a single-box-girder suspension bridge by twin-winglet system. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 169, p. 77-93, 2017b.

MADALOZZO, D.M.S. **Simulação numérica da dispersão de poluentes em zonas urbanas considerando efeitos térmicos**. Dissertação (Mestrado), PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2012.

MADALOZZO, D.M.S.; BRAUN, A.L; AWRUCH, A.M.; MORSCH, L.B. Numerical simulation of pollutant dispersion in street canyons: geometric and thermal effects. **Applied Mathematical Modelling**, v. 38, p. 5883-5909, 2014.

MATLAB. The MathWorks, Inc., 2015.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and Control of Structures**. New York: John Wiley & Sons, 1990.

MEIROVITCH, L. **Fundamentals of vibrations**. New York: McGraw-Hill, 2001.

MIYATA, T. Historical view of long-span bridge aerodynamics. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 91, p. 1393–1410, 2003.

MSC PATRAN. **User Guide**. MSC Software Corporation, Santa Ana, CA, 2014.

MURAKAMI, S., MOCHIDA, A. E HIBI, K. Numerical prediction of velocity and pressure field around building models. In: 7TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND ENGINEERING, Aachen, 1987. **Proceedings...** Aachen, 1987, pp. 31-40

MURAKAMI, S. MOCHIDA, A. **3-D Numerical simulation of airflow around a cubic model by means of the κ - ϵ model**. In: *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Amsterdam: Elsevier, v. 31, p 283-303, 1988. *Journal*. Amsterdam, 1988.

MURAKAMI, S. Current status and future trends in Computational Wind Engineering. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 67-68, p. 3-34, 1997.

MURAKAMI, S. Overview of turbulence models applied in CWE-1997. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 74-76, p. 1-24, 1998.

NISSEN, A.D.; SORENSEN, P.H.; JANNERUP, O. Active aerodynamic stabilization of long suspension bridges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 92, p. 829-847, 2004.

NITHIARASU, P. An efficient artificial compressibility (AC) scheme based on the characteristic based split (CBS) method for incompressible flows. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 56, p. 1815-1845, 2003.

NOMURA, T.; HUGHES, T.J.R. An Arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid body. **Computer Method in Applied Mechanics and Engineering**, v. 95, p. 115-138, 1992.

NORBERG, C. Flow around a circular cylinder: aspects of fluctuating lift. **Journal of Fluids and Structures**, v. 15, p. 459-469, 2001.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5^a ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

OMENZETTER, P.; WILDE, K.; FUJINO, Y. Study of passive deck-flaps flutter control system on full bridge model. I: Theory. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 128, p. 264-279, 2002.

PETRY, A. P. **Análise numérica de escoamentos turbulentos tridimensionais empregando o método dos elementos finitos e simulação de grandes escalas**. Tese (Doutorado), PROMEC/UFRGS, Porto Alegre, 2002.

PHAN, D.H.; NGUYEN, N.T. Flutter and buffeting control of long-span suspension bridge by passive flaps: experiment and numerical simulation. **International Journal of Aeronautical and Space Sciences**, v. 14, p. 46-57, 2013.

RAMPONI, R.; BLOCKEN, B. CFD Simulation of cross-ventilation for a generic isolated building: impact of computational parameters. **Building and Environment**, v. 53, p. 34-48, 2012.

SARRATE, J.; HUERTA, A; DONÉA, J. Arbitrary Lagrangian-eulerian formulation for fluid-rigid body interaction. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Mechanics Division**, v. 190, p. 3171-3188, 2001.

SCHLICHTING, H. **Boundary-layer Theory**. 7^a ed. New York: McGraw-Hill, 1979.

SIMIU, E; SCANLAN, R.H. **Wind effects on structures: fundamentals and applications to design**. 3^a ed. New York: John Wiley and Sons, 1996.

SMAGORINSKY, J. **General circulation experiments with the primitive equations: the basic experiment**. Monthly Weather Review, v. 91, p. 99-135, 1963.

SOONG, T.T. **Control: theory and practice**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1990.

STATHOPOULOS, T. Computational Wind engineering past achievements and future challenges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 67-68, p.509–532, 1997.

STROMMEN, E.N. **Theory of Bridge Aerodynamics**. 2^a ed. Netherlands: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2010.

TECPLOT 9.0. **User's manual**. Amtec Engineering Inc., Houston, TX, 2001.

TEIXEIRA, P.R.F. **Simulação numérica da interação de escoamentos tridimensionais de fluidos compressíveis e incompressíveis e estruturas deformáveis usando o Método dos Elementos Finitos**. Tese (Doutorado), PPGEC/UFRGS, Porto Alegre, 2001.

TEIXEIRA, P.R.F; AWRUCH, A.M. Numerical simulation of fluid–structure interaction using the finite element method. **Computers & Fluids**, v.34, p.249-273, 2005.

THEODORSEN, T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. **National Advisory Committee for Aeronautics (NACA)**. Report n° 496. p. 291-311. 1935.

TOMINAGA, Y.; STATHOPOULOS, T. CFD Modeling of pollution dispersion in a street canyon: comparison between LES and RANS. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 99, p.340-348, 2011.

TOMINAGA, Y.; STATHOPOULOS, T. CFD Steady and unsteady RANS simulations of pollutant dispersion around isolated cubical buildings: effect of large-scale fluctuations on the concentration field. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 165, p.23-33, 2017.

TONIN, M.G. **Análise isogeométrica aplicada a problemas de interação fluido-estrutura e superfície livre**. Dissertação (Mestrado), PPGE/UFRGS, Porto Alegre, 2017.

TONON, P. **Simulação numérica de escoamentos incompressíveis usando a análise isogeométrica**. Dissertação (Mestrado), PPGE/UFRGS, Porto Alegre, 2016.

WILDE, K.; FUJINO, Y. Aerodynamic control of bridge deck flutter by active surfaces. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, p. 718-727, 1998.

WILDE, K.; FUJINO, Y.; KAWAKAMI, T. Analytical and experimental study on passive aerodynamic control of flutter of a bridge deck. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 80, p. 105–119, 1999.

WILDE, K.; OMENZETTER, P.; FUJINO, Y. Suppression of bridge flutter by active deck-flaps control system. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 127, p. 80-89, 2001.

WILLIAMSON, C.; GOVARDHAN, R. Vortex-induced vibrations. **Annual Review of Journal of Fluid Mechanics**, v. 36, p. 413-455, 2004.

WHITE, F. M. **Fluid mechanics**, 8th edition. New York: McGraw Hill, 2015.

WOOD, N. Wind flow over complex terrain: a historical perspective and the prospect for large-eddy modelling. **Boundary-Layer Meteorology**, v.96, p.11-32, 2000.

XU, X.; YANG, Q.; YOSHIDA, A.; TAMURA, Y. Characteristics of pedestrian-level wind around super-tall buildings with various configurations. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 166, p. 61-73, 2017.

ZHAO, X.; LIMEBEER, D.J.N.; GRAHAM, J.M.R. Modelling and control of a suspended-span bridge section. 19TH WORLD CONGRESS: THE INTERNATIONAL FEDERATION OF AUTOMATIC CONTROL, 2014, Cape Town. **Proceedings...** Cape Town: IFAC, 2014. p. 5211-5216.

ZHAO, X.; GOUDER, K.; GRAHAM, J.M.R.; LIMEBEER, D.J.N. Buffet loading dynamic response and aerodynamic control of a suspension bridge in a turbulent wind. **Journal of Fluids and Structures**, v. 62, p. 384-412, 2016.

ZIENKIEWICZ, O; TAYLOR, R.L.; NITHIARASU, P. **The finite element method for fluid dynamics**. 7^a ed. Waltham: Elsevier, 2014.

APÊNDICE A – MATRIZES DO MÉTODO LINEAR DE RICCATI

Nesta seção apresenta-se de maneira detalhada as matrizes envolvidas na obtenção da matriz de ganho do sistema.

Retomando-se a equação algébrica matricial de Riccati para a obtenção do controle ativo de um sistema:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{P}(t_f) = 0 \quad (\text{A.1})$$

As matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são determinadas a partir dos parâmetros de massa, rigidez e amortecimento do sistema, conforme dado pelas Equações 4.6 e 4.7, e possuem dimensões em função dos n graus de liberdade observados na equação de estado do sistema.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \\ A_{k1} & \dots & A_{kn} & A_{kk} & \dots & A_{k2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{2n1} & \dots & A_{2nn} & A_{2nk} & \dots & A_{2n2n} \end{bmatrix}_{(2n \times 2n)} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \\ B_{k1} & \dots & B_{kn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{2n1} & \dots & B_{2nn} \end{bmatrix}_{(2n \times n)} \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & R_{nn} \end{bmatrix}_{(n \times m)} \quad (\text{A.4})$$

Fazendo

$$\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \quad (\text{A.5})$$

Tem-se:

$$\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \bar{B}_{k1} & \dots & \bar{B}_{kn} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \bar{B}_{2n1} & \dots & \bar{B}_{2nn} \end{bmatrix}_{(2n \times 2n)} \quad (\text{A.6})$$

E por fim,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{1n} & Q_{1k} & \dots & Q_{12n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{n1} & \dots & Q_{nn} & Q_{nk} & \dots & Q_{n2n} \\ Q_{k1} & \dots & Q_{kn} & Q_{kk} & \dots & Q_{k2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{2n1} & \dots & Q_{2nn} & Q_{2nk} & \dots & Q_{2n2n} \end{bmatrix}_{(2n \times 2n)} \quad (\text{A.7})$$

APÊNDICE B – REGISTROS DE DESLOCAMENTOS DA GBEB

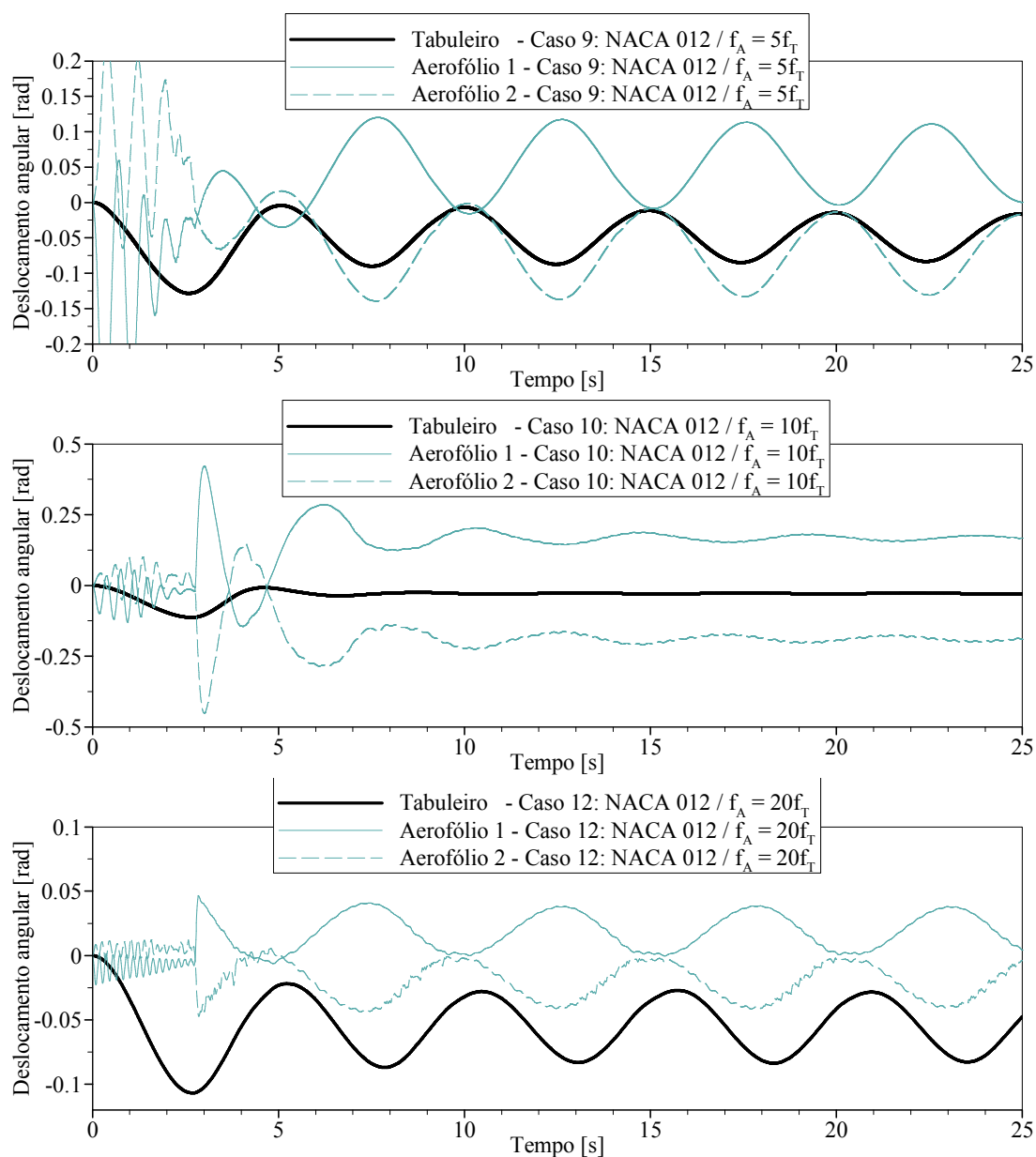


Figura B-1: registros de deslocamento angular do tabuleiro e aerofólios sob atuação de controle linear a partir do instante 2.75 s, para os casos 9, 10 e 12.

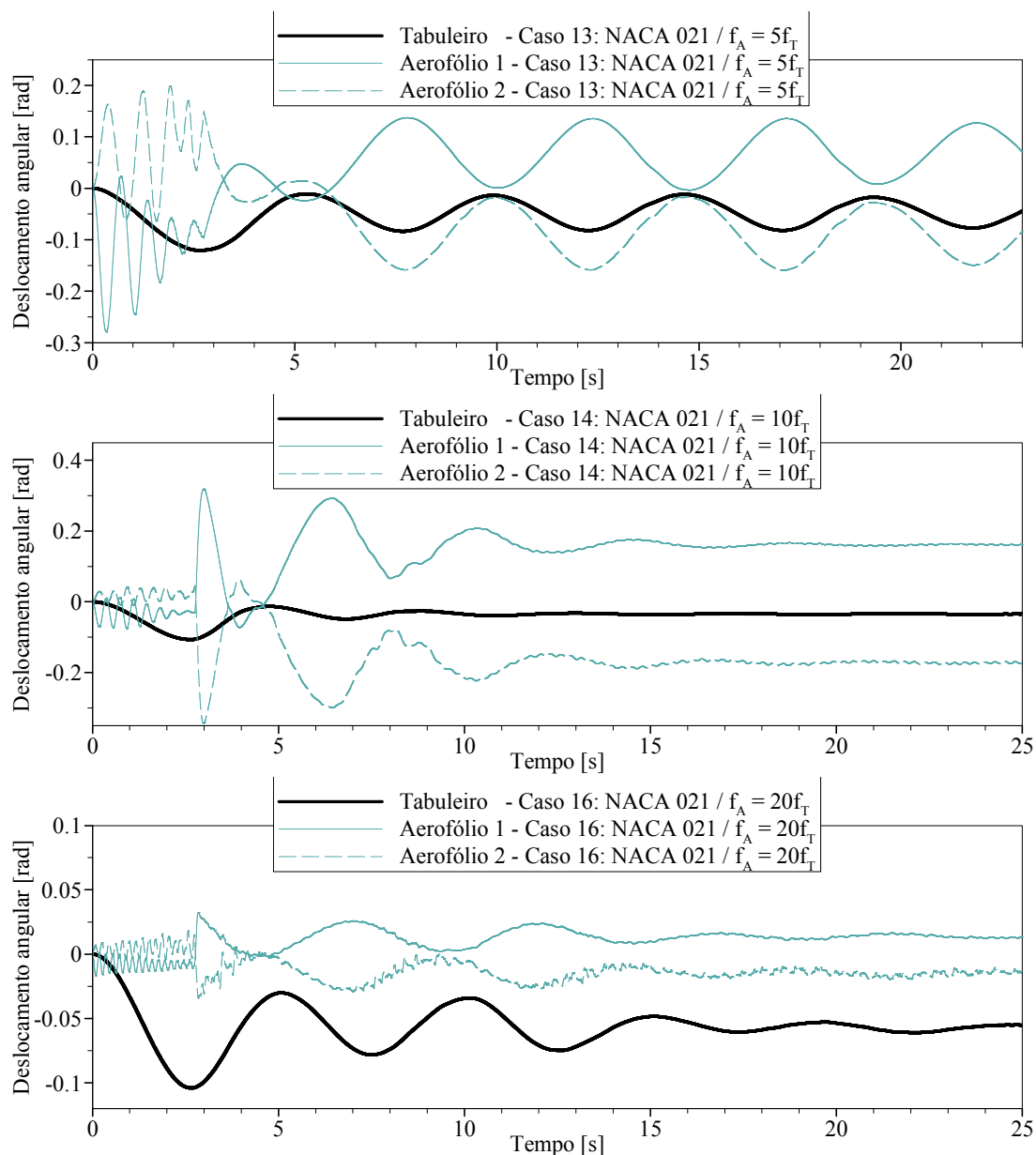


Figura B-2: registros de deslocamento angular do tabuleiro e aerofólios sob atuação de controle linear a partir do instante 2.75 s, para os casos 13, 14 e 16.