

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ADILSON MELCHEQUE TAVARES**

**ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL  
SOBRE A FRENAGEM REGENERATIVA  
DA MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR**

Porto Alegre

2012

**ADILSON MELCHEQUE TAVARES**

**ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL  
SOBRE A FRENAGEM REGENERATIVA  
DA MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Energia – Dispositivos Eletromagnéticos

ORIENTADOR: Ály Ferreira Flores Filho

Porto Alegre

2012

ADILSON MELCHEQUE TAVARES

**ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL  
SOBRE A FRENAGEM REGENERATIVA  
DA MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho, UFRGS

Doutor pela University of Wales College of Cardiff – Cardiff,  
País de Gales

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Richard Magdalena Stephan, UFRJ

Doutor pela Ruhr Universität Bochum – Bochum, Alemanha

Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho, UNICAMP

Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Prof. Dr. Yeddo Braga Blauth, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Roberto Petry Homrich, UFRGS

Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Prof. Dr. Valner Brusamarello, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Junior, UFRGS

Porto Alegre, dezembro de 2012.

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho à minha família: meus filhos, Manuella, Rodrigo e Bruno; minha esposa, Samoa; meus pais, Admar e Eva. O amor, a paciência e o incentivo destas pessoas foi o que me fez chegar ao fim desta jornada, tão longa e desgastante quanto gratificante, que foi o Doutorado em Engenharia Elétrica.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor Ály Ferreira Flores Filho, pela excelente orientação e por coordenar o LMEAE com dedicação, mantendo-o bem organizado e equipado, o que possibilitou o desenvolvimento de minha tese.

Aos professores do LMEAE, pelos conhecimentos transmitidos e contribuições ao desenvolvimento da tese.

Aos colegas de pós-graduação, pela amizade e companheirismo.

Ao técnico Júlio Moreira, cujo trabalho competente e dedicado foi fundamental para a construção dos protótipos.

Aos bolsistas envolvidos no projeto, que foram muito importantes para a realização dos trabalhos.

À Miriam Rosek e demais secretárias do Departamento de Engenharia Elétrica, pelo atendimento gentil e competente.

Aos colegas professores do curso de Eletrotécnica do Instituto Federal Sul-riograndense, pelo incentivo à realização do doutorado.

À empresa VOGES, pela doação das chapas magnéticas para a construção da máquina de indução linear, demonstrando assim a sua preocupação com o desenvolvimento científico e tecnológico do nosso país.

Ao CNPq, pelo financiamento do projeto de pesquisa.

A Deus, por iluminar o meu caminho.

## RESUMO

A grande maioria das pesquisas sobre máquinas de indução lineares foca apenas a sua operação como motor. Diferentemente, a presente tese aborda a aplicação de tal máquina como um gerador para sistemas de frenagem regenerativa que operam diretamente com movimento linear. O presente trabalho mostra detalhadamente o projeto, a construção e os testes de duas máquinas de indução trifásicas para fins de pesquisa: uma máquina setorial e uma máquina linear. Ambas as máquinas apresentam efeitos de extremidade, que causam desequilíbrios entre as fases e afetam suas características de desempenho. Contudo, as pesquisas normalmente não abordam estes desequilíbrios. Assim, esta tese apresenta e analisa as correntes e potências por fase, bem como os seus efeitos sobre o rendimento e a força eletromagnética. Isto foi feito mediante o desenvolvimento de um modelo de circuito equivalente trifásico para a máquina linear alimentada em tensão, de modo a levar em consideração os desequilíbrios de correntes e potências nas três fases. O modelo é validado a partir de testes sob diversas frequências e velocidades de operação, que produziram os resultados teóricos e os experimentais para comparação. Apresenta-se também um estudo teórico sobre a utilização da máquina de indução linear para frenagem regenerativa de um trem diesel elétrico. O modelo do trem inclui inclinação e curvatura da via, inércia, atritos e efeitos aerodinâmicos. O comportamento de diversas grandezas elétricas e mecânicas é apresentado e analisado. Os resultados indicam que o sistema apresenta boas características para a aplicação desejada. A frenagem regenerativa reduz a necessidade do freio mecânico, o que leva a um menor desgaste dos componentes do freio mecânico. O baixo rendimento da máquina de indução linear é principal fator que limita a recuperação de energia. As máquinas sob estudo apresentaram rendimentos entre 22% e 55%.

**Palavras-chaves:** Conversão de energia cinética em energia elétrica. Frenagem regenerativa. Máquina de indução linear. Máquina de indução setorial.

## **ABSTRACT**

Most of the research on linear induction machines has focussed on their operation as motors. Differently, this thesis deals with the operation of such machine as a generator for application in regenerative braking systems that operate directly with linear motion. The present work shows in detail the design, construction and tests of two three-phase induction machines for research purposes: a sector machine and a linear machine. Both of them present end effects which cause imbalances between the phases and affect their performance characteristics. However, researches usually do not address these imbalances. Hence, this thesis presents and analyses the current and power per phase, as well as their effects on the efficiency and on the electromagnetic force. That was done by means of the development of a three-phase equivalent circuit model for the linear machine with voltage feed, in order to take into account the imbalanced currents and powers for the three phases. The model is validated from tests performed under various excitation frequencies and operation speeds, which provide experimental and theoretical results for comparison. This work also presents a theoretical study on the application of the linear induction machine for regenerative braking of a diesel electric train. The train model includes railroad grade and curvature, inertia, friction and aerodynamic effects. The behaviour of several electrical and mechanical quantities is presented and analysed. Results indicate that the system has good features for the intended application. The regenerative braking reduces the need of the mechanical brake, leading to less wear on braking mechanical components. The low efficiency of the linear induction machine is the main factor that limits the energy recovery. The machines under study produced efficiencies between 22% and 55%.

**Keywords: Kinetic to electric energy conversion. Regenerative braking. Linear induction machine. Sector induction machine.**

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
1.1	MOTIVAÇÃO	19
1.2	OBJETIVOS	20
1.3	METODOLOGIA E ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS	21
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA</b>	<b>23</b>
2.1	BREVE HISTÓRICO	23
2.2	PRINCÍPIOS BÁSICOS	24
2.3	OPERAÇÃO COMO GERADOR E FRENAGEM	25
2.4	CARACTERÍSTICAS CONSTRUTIVAS	28
2.5	ESTADO DA ARTE	30
<b>3</b>	<b>EFEITOS ELETROMAGNÉTICOS</b>	<b>34</b>
3.1	INTRODUÇÃO	34
3.2	VELOCIDADE LINEAR SÍNCRONA	34
3.3	LÂMINA DE CORRENTE EQUIVALENTE	41
3.4	EFEITO LONGITUDINAL DE EXTREMIDADE	44
3.4.1	DESCRIÇÃO FÍSICA	45
3.4.2	MODELAGEM MATEMÁTICA	46
3.5	NÚMERO DE REYNOLDS MAGNÉTICO	57
3.6	EFEITO TRANSVERSAL DE BORDA	57
<b>4</b>	<b>A MÁQUINA DE INDUÇÃO SETORIAL</b>	<b>60</b>
4.1	INTRODUÇÃO	60
4.2	CARACTERÍSTICAS BÁSICAS	60
4.3	CONSTRUÇÃO	62
4.4	TIPOS DE ENROLAMENTOS	63
4.5	DIMENSIONAMENTO	69
4.6	A VELOCIDADE SÍNCRONA	74
4.7	RELAÇÕES MECÂNICAS DE CONJUGADO, FORÇA, POTÊNCIA E VELOCIDADE	76
4.8	BANCADA DE ENSAIOS	77
4.9	ENSAIO A VAZIO	79
4.10	ENSAIO SOB TENSÃO E FREQUÊNCIA CONSTANTES E VELOCIDADE VARIÁVEL	83
4.11	CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS	90
<b>5</b>	<b>A MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR</b>	<b>92</b>
5.1	INTRODUÇÃO	92
5.2	ROTEIRO DE PROJETO	93
5.3	DIMENSIONAMENTO DO PRIMÁRIO	94
5.4	CONSTRUÇÃO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR	98
5.5	RELAÇÕES DE CONJUGADO, FORÇA E VELOCIDADE	102
5.6	CIRCUITO EQUIVALENTE ADOPTADO PARA O PROJETO	105
5.7	RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS	112
5.8	MODELO PROPOSTO	116
5.9	RESULTADOS OBTIDOS COM O MODELO PROPOSTO	120
5.10	RESULTADOS OBTIDOS PARA OPERAÇÃO SOB FREQUÊNCIA VARIÁVEL	123
5.11	CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS	130

<b>6</b>	<b>FRENAGEM REGENERATIVA APLICADA AO TREM DIESEL ELÉTRICO</b>	<b>134</b>
6.1	INTRODUÇÃO .....	134
6.2	FRENAGEM DO TREM DIESEL ELÉTRICO .....	134
6.3	PROPOSTA DE FRENAGEM UTILIZANDO A MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR .....	137
6.4	MODELO MATEMÁTICO DO TREM .....	140
6.5	MODELO MATEMÁTICO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR.....	145
6.6	SIMULAÇÕES DE FRENAGEM.....	147
6.6.1	PROGRAMA DE SIMULAÇÃO.....	147
6.6.2	SIMULAÇÃO DE OPERAÇÃO .....	149
6.7	CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO ESTUDADA.....	154
7	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	156
	REFERÊNCIAS.....	160
	APÊNDICE A: MODELO DE DUNCAN .....	165
	INTRODUÇÃO.....	166
	INDUTÂNCIA DE MAGNETIZAÇÃO E EFEITO DE EXTREMIDADE DE SAÍDA.....	167
	EFEITO DE EXTREMIDADE DE SAÍDA E PERDAS DEVIDO AOS EFEITOS DE EXTREMIDADE..	175
	ANEXO I: EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NOS TESTES .....	179
	ANEXO II: DESENHOS DE CONSTRUÇÃO DA MÁQUINA LINEAR.....	181

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Visualização inicial e didática da máquina de indução linear.....	24
Figura 2 Curva força-velocidade da máquina de indução linear. ....	26
Figura 3 Frenagem regenerativa sob frequência controlada.....	27
Figura 4 Máquinas de indução lineares com lâminas condutoras no secundário .....	28
Figura 5 Máquina de indução linear tubular.....	29
Figura 6 Máquina de indução linear de fluxo transversal. ....	29
Figura 7 Tipos de secundários investigados em LEE, KOO e CHO (2009). ....	31
Figura 8 Forças atuantes na máquina de indução linear.....	32
Figura 9 MIL plana com enrolamento concentrado para a fase A. ....	35
Figura 10 MIL plana com enrolamento concentrados para as fases A, B e C.....	38
Figura 11 Máquinas de 4 e 8 pólos com o mesmo passo polar. ....	40
Figura 12 Distribuição espacial de correntes e FMM no núcleo primário. ....	41
Figura 13 Lâmina de corrente equivalente (a), distribuições espaciais de densidade linear de corrente (b) e FMM (c). ....	43
Figura 14 Máquina de indução linear: (a) vista lateral; (b) vista superior; (c) densidade de fluxo máxima no entreferro. ....	45
Figura 15 Máquina de indução linear com lâmina de corrente no primário.....	47
Figura 16 Efeito transversal de borda.....	58
Figura 17 Máquinas de indução: (a) convencional; (b) setorial. ....	61
Figura 18 Motor de indução monofásico original: (a) rotor; (b) estator. ....	62
Figura 19 Máquina de eletroerosão a fio.....	62
Figura 20 Núcleo magnético do estator: (a) antes; (b) depois.....	63
Figura 21 Estator da máquina setorial com o novo enrolamento. ....	63
Figura 22 Enrolamento imbricado (a) e enrolamento concêntrico (b) .....	65
Figura 23 Enrolamento de camada dupla, distribuído e de passo pleno para um máquina trifásica de 24 ranhuras e 4 pólos. ....	66
Figura 24 Enrolamento de camada dupla, distribuído e de passo pleno para um máquina linear trifásica de 30 ranhuras e 4 pólos. ....	66
Figura 25 Enrolamento de camada dupla, concentrado e de passo pleno para uma máquina linear trifásica de 14 ranhuras e 4 pólos com bobinas de compensação.....	67
Figura 26 Enrolamentos de camada única para 24 ranhuras e 4 pólos.....	68
Figura 27 Relação entre velocidade angular e velocidade linear. ....	75
Figura 28 Bancada de ensaios da máquina setorial. ....	77
Figura 29 Diagrama de ligações do circuito da máquina setorial.....	78
Figura 30 Correntes a vazio, com sequência ABC e à frequência de 60 Hz.....	79
Figura 31 Sequência ABC: (a) enrolamento da máquina setorial; (b) representação simplificada do primário e do movimento do secundário; (c) densidade de fluxo magnético máxima no entreferro em função das extremidades de entrada e saída. ....	81
Figura 32 Correntes a vazio e com sequência ACB.....	81
Figura 33 Sequência ACB: (a) representação simplificada do primário e do movimento do secundário; (b) densidade de fluxo magnético máxima no entreferro em função das extremidades de entrada e saída. ....	82
Figura 34 Curvas de potências ativas por fase <i>versus</i> velocidade linear.....	84

Figura 35 Curva de força <i>versus</i> velocidade linear. ....	85
Figura 36 Potência mecânica e potência ativa total <i>versus</i> velocidade linear. ....	86
Figura 37 Curva de correntes <i>versus</i> velocidade linear. ....	87
Figura 38 Curva de rendimento <i>versus</i> velocidade linear. ....	88
Figura 39 Curva de fator de potência do primário <i>versus</i> velocidade linear. ....	89
Figura 40 Representação simplificada da máquina de indução linear. ....	94
Figura 41 Detalhamento de dimensões de ranhuras e dentes. ....	97
Figura 42 Formato original das chapas magnéticas. ....	98
Figura 43 Corte das chapas na máquina de eletroerosão a fio. ....	99
Figura 44 (a) Detalhe de ranhuras e dentes; (b) Processo de bobinagem. ....	100
Figura 45 Primário da máquina de indução linear. ....	101
Figura 46 Montagem do primário e do secundário da máquina de indução linear. ....	101
Figura 47 Bancada de ensaios da máquina de indução linear. ....	102
Figura 48 Representação do primário e do disco no plano <i>xz</i> . ....	103
Figura 49 Modelo de circuito equivalente de Duncan (por fase). ....	105
Figura 50 Variação de $(1 - e^{-Q})/Q$ em função de $Q$ . ....	107
Figura 51 Força eletromagnética: cálculo e medição. ....	112
Figura 52 Correntes do primário: cálculo e medição. ....	113
Figura 53 Potências ativas por fase: cálculo e medição. ....	114
Figura 54 Potências ativas totais: cálculo e medição. ....	115
Figura 55 Modelo de circuito equivalente trifásico proposto. ....	116
Figura 56 Variações de $R_{ma}$ , $R_{mb}$ e $R_{mc}$ com a velocidade de escorregamento. ....	119
Figura 57 Variações de $L_{ma}$ , $L_{mb}$ e $L_{mc}$ com a velocidade de escorregamento. ....	119
Figura 58 Força eletromagnética: calculada, com modelo proposto e modelo de Duncan, e medida. ....	120
Figura 59 Correntes no primário: calculadas, com modelo proposto e modelo de Duncan, e medidas. ....	121
Figura 60 Potências ativas: calculadas, com modelo proposto e modelo de Duncan, e medidas. ....	122
Figura 61 Rendimentos calculados: com as medições, com o modelo proposto e com o modelo de Duncan. ....	123
Figura 62 (a) Inversor de frequência CFW07; (b) Fonte HP-6834B. ....	124
Figura 63 Forças eletromagnéticas: medidas e calculadas sob frequência variável. ....	126
Figura 64 Correntes na fase A: medidas e calculadas sob frequência variável. ....	126
Figura 65 Correntes na fase B: medidas e calculadas sob frequência variável. ....	127
Figura 66 Correntes na fase C: medidas e calculadas sob frequência variável. ....	127
Figura 67 Potências ativas na fase A: medidas e calculadas sob frequência variável. ....	128
Figura 68 Potências ativas na fase B: medidas e calculadas sob frequência variável. ....	128
Figura 69 Potências ativas na fase C: medidas e calculadas sob frequência variável. ....	129
Figura 70 Rendimentos medidos e calculados sob frequência variável. ....	130
Figura 71 Freio eletromagnético de trilho. ....	136
Figura 72 Freio por correntes de Foucault. ....	136
Figura 73 Sistema de recuperação de energia cinética para trens com o uso da máquina de indução linear. ....	138
Figura 74 Exemplo de sistema com máquina de indução linear de primário duplo. ....	139
Figura 75 Resistência ao rolamento de mancais e rodas. ....	142
Figura 76 Componentes do peso do trem em uma rampa. ....	144
Figura 77 Artificio utilizado para compensar o desequilíbrio de correntes devido aos efeitos de extremidade. ....	145
Figura 78 Curvas de força eletromagnética <i>versus</i> velocidade. ....	147

Figura 79 Estrutura do programa de simulação.....	149
Figura 80 Região linear da curva força-velocidade.....	150
Figura 81 Controle da frequência.....	151
Figura 82 Velocidade do trem e velocidade síncrona.....	151
Figura 83 Potência mecânica, potência ativa e rendimento.....	152
Figura 84 Posição e aceleração do trem.....	153
Figura 85 Energia cinética e energia recuperada.....	154
Figura 86 Visão inicial do circuito equivalente de Duncan.....	166
Figura 87 Distribuição espacial da corrente de magnetização.....	168
Figura 88 Influência do comprimento do primário na corrente de magnetização efetiva.....	171
Figura 89 Influência da velocidade do secundário na corrente de magnetização efetiva.....	172
Figura 90 Corrente de magnetização efetiva média e corrente de magnetização ideal.....	173
Figura 91 Indutância de magnetização e Indutância de magnetização efetiva.....	175
Figura 92 Corrente parasita no secundário devido aos efeitos de extremidade.....	175
Figura 93 Ramo de magnetização.....	178
Figura 94 Dimensões do núcleo primário (mm).....	182
Figura 95 Vista em perspectiva: (a) antes e (b) depois do corte. Dimensões em mm.....	183
Figura 96 Dimensões e furação do disco de aço (mm).....	184
Figura 97 Vista em perspectiva (a) e vista frontal (b) da montagem do primário e do disco.....	185

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Número de ranhuras de máquinas convencionais em função do número de ranhuras por pólo e fase e do número de pólos para máquinas trifásicas.....	64
Tabela 2 Características construtivas do primário.....	74
Tabela 3 Parâmetros estimados para o circuito equivalente.....	98
Tabela 4 Dados da máquina de indução linear.....	109
Tabela 5 Fatores de correção da massa.....	140
Tabela 6 Coeficientes da fórmula de Davis.....	143
Tabela 7 Dados da máquina de indução linear utilizada nas simulações.....	146
Tabela 8 Dados do trem para a simulação.....	150

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

FMM: Força magnetomotriz

INPI: Instituto Nacional da Propriedade Industrial

KERS: Kinetic Energy Recovery Systems

LMEAE: Laboratório de Máquinas Elétricas, Acionamentos e Energia

MIL: Máquina de indução linear

PPGEE: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

UFRGS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Aceleração do trem
$a_{my}$	Densidade linear de corrente do primário
$a_{my2}$	Densidade linear de corrente do secundário
$\mathbf{a}_x$	Vetor unitário na direção $x$
$\mathbf{a}_y$	Vetor unitário na direção $y$
$\mathbf{a}_z$	Vetor unitário na direção $z$
$A$	Coefficiente da fórmula de Davis
$A_{my}$	Valor máximo da densidade linear de corrente do primário
$A_1$	Coefficiente definido como $A_1 = -B_s g_l \pi / (\mu_0 \tau)$
$A_2$	Coefficiente definido como $A_2 = B_s (v_s - v) / \rho_s$
$b$	Densidade de fluxo magnético no entreferro como função de posição e tempo
$b_h$	Solução homogênea para a densidade de fluxo magnético no entreferro
$b_p$	Solução particular para a densidade de fluxo magnético no entreferro
$b_v$	Bitola da via
$b_{11}$	Menor largura da ranhura do primário na máquina de indução setorial
$b_{11}$	Largura da ranhura do primário na máquina de indução linear
$b_{12}$	Base maior da ranhura do primário na máquina setorial
$B$	Coefficiente da fórmula de Davis
$\mathbf{B}$	Vetor densidade de fluxo magnético
$B_{\max}$	Valor máximo da densidade de fluxo magnético no entreferro
$B_{mj}$	Densidade de fluxo magnético máxima no jugo primário
$B_{mt}$	Densidade de fluxo magnético máxima no dente do primário
$B_s$	Valor de pico da solução particular onda de densidade de fluxo magnético no entreferro
$B(x)$	Parcela da densidade de fluxo dependente apenas da posição $x$
$c_1$	Largura do dente do primário
$C$	Coefficiente da fórmula de Davis
$d$	Espessura da lâmina condutora do secundário
$d\mathbf{l}$	Vetor tangente ao percurso em cada ponto na aplicação da lei de Ampère
$D$	Diâmetro interno do rotor da máquina setorial
$e_2$	Campo elétrico no secundário
$\mathbf{E}$	Vetor intensidade de campo elétrico
$E_c$	Energia cinética do trem

$E_m$	Vetor intensidade de campo elétrico de movimento
$E_{rec}$	Energia cinética recuperada sob a forma elétrica
$E_1$	Força eletromotriz por fase no primário
$f$	Frequência de excitação do primário
$f_e$	Fator de preenchimento da ranhura
$f_{ine}$	Força de resistência inerente para cada veículo que compõe o trem
$fP_1$	Fator de potência do primário
$\mathfrak{S}_{ag}$	FMM de entreferro produzida pela fase A
$\mathfrak{S}_{ag1}$	Primeira harmônica da FMM de entreferro produzida pela fase A
$\mathfrak{S}_{bg1}$	Primeira harmônica da FMM de entreferro produzida pela fase B
$\mathfrak{S}_{cg1}$	Primeira harmônica da FMM de entreferro produzida pela fase C
$\mathfrak{S}_{g1}$	Primeira harmônica da FMM de entreferro resultante entre as fases A, B e C
$\mathfrak{S}_{g1max}$	FMM máxima produzida pela densidade linear de corrente no entreferro
$\mathfrak{S}_{1max}$	FMM máxima produzida pela densidade linear de corrente
$F$	Valor médio da força eletromagnética em função de $a_{my}$ e $b$
$\mathbf{F}$	Vetor força atuando num conjunto de cargas elétricas
$F_{ag}$	Amplitude da distribuição retangular FMM de entreferro devido à fase A
$F_c$	Força resistente devido à curvatura da via
$F_g$	Força resistente devido à inclinação da via
$F_{g1}$	Valor de pico da primeira harmônica de FMM de entreferro resultante
$F_{ine}$	Força resistente inerente ao movimento do trem
$F_{max}$	Amplitude máxima da componente fundamental da FMM no entreferro produzida por uma fase
$F_{mec}$	Força eletromagnética produzida pela máquina de indução linear
$F_t$	Força total de resistência ao movimento no trem
$g$	Aceleração da gravidade
$g_t$	Comprimento do entreferro magnético
$h_{1y}$	Altura do jugo primário
$h_{11}$	Altura da ranhura do primário
$h_{2y}$	Espessura do núcleo de aço do secundário
$H$	Intensidade de campo magnético
$\mathbf{H}$	Vetor intensidade de campo magnético
$i$	Elevação da via para 1000 m de comprimento horizontal
$i_a$	Corrente instantânea na fase A
$i_b$	Corrente instantânea na fase B
$i_c$	Corrente instantânea na fase C
$i_T$	Corrente total envolvida pelo caminho de integração na aplicação da lei de Ampère
$I_1$	Corrente eficaz por fase primário
$\mathbf{I}_1$	Fasor corrente no primário
$I_2$	Corrente do secundário referida ao primário

$I_2$	Fasor corrente no secundário referido ao primário
$I_m$	Corrente de magnetização
$I_m$	Fasor corrente de magnetização
$J$	Vetor densidade superficial de corrente
$J_{c1}$	Densidade de corrente do primário
$k_c$	Fator de Carter efetivo
$k_{c1}$	Fator de Carter do primário
$k_{d1}$	Fator de distribuição do enrolamento primário
$k_{e1}$	Fator de enrolamento do primário
$k_{p1}$	Fator de passo do enrolamento primário
$l_{ce}$	Comprimento médio estimado para a cabeceira de bobina
$L_{1d}$	Indutância de dispersão diferencial
$L_{1e}$	Indutância de dispersão na cabeceira
$L_{1s}$	Indutância de dispersão na ranhura
$L_1$	Indutância de dispersão do primário
$L_2$	Indutância de dispersão do secundário referida ao primário
$L_\tau$	Comprimento do núcleo primário
$L_i$	Largura do núcleo magnético primário
$L_m$	Indutância de magnetização
$M_t$	Massa total do trem
$m_1$	Número de fases do primário
$m_e$	Massa por eixo
$n$	Número de veículos que compõem o trem
$n_e$	Número de eixos
$n_s$	Velocidade síncrona em rotações por minuto
$N_b$	Número de espiras por bobina
$N_f$	Número de bobinas em série por fase
$N_1$	Número de espiras em série por fase
$p$	Número de pares de pólos
$P_e$	Perda devido ao efeito de extremidade dinâmico
$P_g$	Potência de entreferro
$P_{j1}$	Perda por efeito Joule no primário
$P_{j2}$	Perda por efeito Joule no secundário
$P_{mec}$	Potência mecânica de origem eletromagnética
$P_1$	Potência ativa que flui entre o primário e a fonte de alimentação
$q_1$	Número de ranhuras por pólo e fase do primário
$Q$	fator definido por Duncan para determinar parâmetros do ramo de magnetização
$r$	Variável da equação característica de uma equação diferencial de 2ª ordem
$r_1, r_2$	Raízes da equação característica de uma equação diferencial de 2ª ordem
$R$	Raio externo do rotor

$R_c$	Raio de curvatura da via
$R_m$	Resistência elétrica do ramo de magnetização
$R_\mu$	Número de Reynolds magnético
$R_1$	Resistência elétrica do primário
$R_2$	Resistência elétrica do secundário referida ao primário
$s$	Escorregamento
$S$	Área da seção transversal do veículo
$S_{cm}$	Área máxima ocupada pelos condutores na ranhura
$S_{c1}$	Área da seção transversal nominal do condutor
$S_{sl}$	Área da ranhura
$S_u$	Área útil da ranhura
$t$	Tempo
$t_1$	Passo de ranhura
$T_{mec}$	Conjugado eletromagnético
$T(t)$	Parcela da densidade de fluxo magnético dependente apenas do tempo
$v$	Velocidade do secundário
$\mathbf{v}$	Vetor velocidade do secundário
$v_s$	Velocidade linear síncrona
$v_{sl}$	Velocidade de escorregamento
$V_1$	Tensão de fase do primário
$\mathbf{V}_1$	Fasor tensão de fase do primário
$w_c$	Passo de bobina
$x$	Posição linear
$\mathbf{Z}_{eq1}$	Impedância equivalente complexa vista dos terminais do primário
$\mathbf{Z}_{eq2}$	Impedância equivalente complexa do ramo secundário
$\mathbf{Z}_m$	Impedância complexa do ramo de magnetização
$z_0$	Número de ranhuras original do estator da máquina setorial
$z_1$	Número de ranhuras do primário
$z_1'$	Número de ranhuras do primário para enrolamento de camada mista
$\mathbf{Z}_1$	Impedância de dispersão complexa do primário
$\mathbf{Z}_2$	Impedância de dispersão complexa do secundário
$\alpha_1$	Passo de ranhura do primário, em graus elétricos
$1/\alpha_1$	Constante de atenuação da onda de extremidade de entrada
$1/\alpha_2$	Constante de atenuação da onda de extremidade de saída
$\gamma$	Ângulo de rampa
$\delta_s$	Ângulo de fase da solução particular da onda de densidade de fluxo magnético no entreferro
$\eta$	Rendimento
$\theta_{ae}$	Ângulo elétrico medido em relação ao eixo magnético da fase A
$\lambda$	Frequência angular da densidade de fluxo num dado ponto em estado estacionário

$\lambda_{1d}$	Coefficiente de permeância diferencial
$\lambda_{1e}$	Coefficiente de permeância de cabeceira
$\lambda_{1s}$	Coefficiente de permeância de ranhura
$\mu_0$	Permeabilidade magnética absoluta do vácuo
$\rho_1$	Resistividade elétrica do cobre
$\rho_2$	Resistividade elétrica da lâmina condutora do secundário
$\rho_s$	Relação entre a resistividade elétrica e a espessura da lâmina secundária
$\tau$	Passo polar
$\tau_e$	Metade do comprimento de onda para as ondas de extremidade
$\varphi_m$	Ângulo do fasor corrente de magnetização
$\varphi_1$	Ângulo do fasor corrente do primário
$\varphi_2$	Ângulo do fasor corrente do secundário
$\Phi$	Fluxo magnético por polo
$\omega$	Frequência angular da fonte de excitação do primário
$\omega_m$	Velocidade angular
$\omega_s$	Velocidade angular síncrona

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

As fontes alternativas de energia são atualmente e cada vez mais objetos de pesquisa em todo o mundo, quer para suprir a crescente demanda, quer para atenuar os problemas ambientais decorrentes principalmente do uso de energia de origem fóssil. Não somente fontes alternativas são consideradas, mas também um melhor ou inovador aproveitamento de recursos energéticos ainda pouco explorados.

O presente trabalho de doutorado insere-se no contexto de produção de energia elétrica, porém baseando-se em um processo alternativo. O ponto abordado é o aproveitamento da energia cinética de corpos que apresentam movimento linear, tais como veículos de transporte de carga e de passageiros, entre outros, para produção de energia elétrica durante o processo de frenagem. Modernamente, é uma das formas de reaproveitamento de energia utilizadas nos chamados Sistemas de Recuperação de Energia Cinética, do inglês *KERS – Kinetic Energy Recovery Systems*. Também se utiliza a expressão frenagem regenerativa (EHSANI et al., 2005).

A frenagem regenerativa evita o desperdício de energia cinética na forma apenas de calor em freios dissipativos e reduz o desgaste do sistema mecânico de frenagem. Já é utilizada em alguns processos industriais e em alguns sistemas de transporte, porém, basicamente, com motores elétricos rotativos convencionais durante os breves intervalos de tempo em que funcionam no modo gerador, ou seja, como freio. Também é utilizada em veículos automotores elétricos e híbridos como forma de aumento de eficiência global e de autonomia.

O diferencial do presente trabalho é a proposta de uso e o decorrente estudo da máquina de indução linear operando como gerador, formando uma base para a aplicação da

frenagem regenerativa em novas aplicações que envolvem quantidades não desprezíveis de energia. Pode-se, ainda, considerar o uso dessa máquina como reforçador de impulso (*thrust booster*) em trens, por exemplo, para que possa auxiliar no arranque e em acives, economizando combustível nos dois casos. Há ainda a possibilidade de frenagem controlada e recuperação de energia na forma elétrica em declives.

As máquinas de indução rotativas são amplamente utilizadas há muito tempo, e suas características, operando como motor e como gerador, são bem conhecidas. Por outro lado, as máquinas de indução lineares, embora também tenham sido inventadas há mais de um século (GIERAS, 1994; NASAR e BOLDEA, 1987), ainda não apresentam aplicações de forma mais ampla, quando comparadas às máquinas de indução rotativas, mesmo que possam trabalhar com movimento linear diretamente. Mas aplicações industriais e em transportes podem mudar este quadro, particularmente aquelas que podem usar máquinas de indução lineares tanto no modo motor quanto no modo gerador em sistemas associados a movimento linear.

## **1.2 OBJETIVOS**

Como foco principal, esta tese apresenta um estudo teórico e experimental sobre a máquina de indução linear operando como gerador. De forma específica, os objetivos são as seguintes:

- Projetar, construir e analisar uma máquina de indução setorial, que emule as características de operação da máquina de indução linear.
- Projetar e construir uma máquina de indução linear para testes de laboratório e analisar sua operação como gerador.
- Desenvolver um modelo de circuito equivalente trifásico para a máquina de indução linear alimentada em tensão e sob frequência variável, de modo a levar em consideração os desequilíbrios entre as fases.

- Apresentar estruturas físicas para utilização de sistemas regenerativos de frenagem, incluindo as características construtivas da máquina de indução linear e seu acionamento.
- Analisar modelos e simulações envolvendo a frenagem regenerativa aplicada ao trem diesel elétrico, como forma de ilustrar uma aplicação prática do sistema proposto.

### **1.3 METODOLOGIA E ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS**

A ideia de se usar a máquina de indução linear baseia-se nas suas características análogas as da máquina de indução rotativa do tipo gaiola de esquilo: robustez, baixo custo, apenas um circuito elétrico a alimentar, ausência de enrolamentos de campo e de ímãs para excitação.

O atual capítulo está organizado de forma a permitir uma visão geral do trabalho. Na sequência, o capítulo 2 apresenta uma revisão de literatura em máquinas de indução lineares.

A máquina de indução linear apresenta efeitos eletromagnéticos que não existem na máquina de indução convencional e rotativa. Estes efeitos prejudicam o desempenho e dificultam a modelagem da máquina. O capítulo 3 apresenta uma descrição destes efeitos.

O capítulo 4 contém o dimensionamento, o processo de construção e a análise da máquina de indução setorial. Esta máquina rotativa apresenta características que permitem que ela emule uma máquina de indução linear. Em função disto, tem-se uma estrutura simples e de baixo custo, não só para pesquisa, mas também para o ensino em cursos de graduação.

O capítulo 5 trata especificamente da máquina de indução linear. Apresenta-se detalhadamente o projeto, o processo de construção e os resultados obtidos. A maioria dos trabalhos foca na operação como motor linear, analisando a relação entre a corrente, que é considerada igual nas três fases, e a força mecânica produzida. Diferentemente, o presente

trabalho analisa a operação como gerador e os desequilíbrios de correntes e potências nas fases, que são assuntos muito pouco explorados.

No capítulo 6 é proposto e analisado um sistema de frenagem regenerativa para o trem diesel elétrico utilizando a máquina de indução linear. Efetua-se um estudo sobre a modelagem das forças existentes e são desenvolvidas simulações para estimar o potencial de recuperação de energia cinética. Durante a pesquisa bibliográfica não se encontrou nenhum trabalho com este tipo de análise.

O capítulo 7 finaliza o trabalho e apresenta as conclusões obtidas e as sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo contém inicialmente um breve histórico das máquinas de indução lineares. A seguir, são apresentados os princípios básicos e características construtivas, que são bem diversificadas. Com isto forma-se uma base para, na sequência, descrever as pesquisas que vêm sendo desenvolvidas na área.

### 2.1 BREVE HISTÓRICO

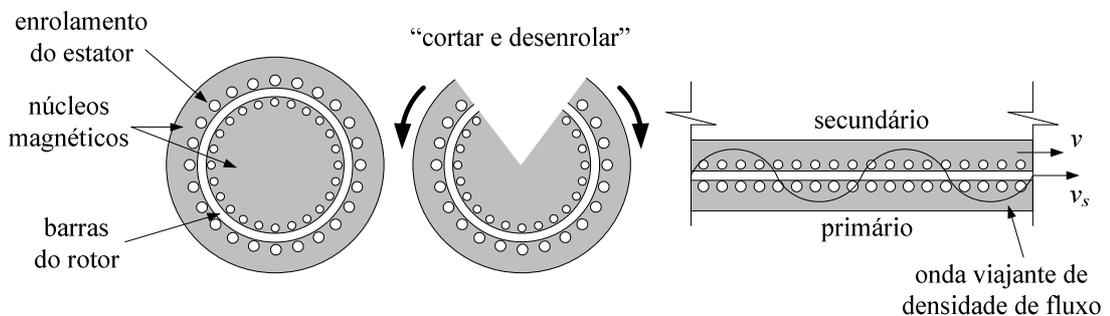
A bibliografia registra aplicações de motores de indução lineares desde o ano de 1890 quando a primeira patente foi registrada em Pittsburg, EUA, para utilização na área ferroviária (LAITHWAITE, 1975). Entre os anos de 1890 e 1940 foram desenvolvidos vários modelos para utilização na indústria têxtil. Em 1923 um pavimento móvel para deslocamento de pedestres foi desenvolvido em Nova Iorque. Durante a segunda guerra mundial o Prof. Eric Laithwaite, cientista inglês, desenvolveu duas catapultas eletromecânicas, de 8.000 HP e 10.000 HP, para lançamento de aeronaves de porta-aviões.

Com o passar dos anos muitas outras patentes foram registradas. Na década de 1950, foram desenvolvidas bombas de indução lineares para metal líquido, utilizadas em reatores nucleares. Já na década de 1960, foram desenvolvidos vários sistemas para simulação de colisões de automóveis, com carros sendo acelerados até atingir a velocidade de 100 km/h. Na década de 1970, cresceu o interesse por sistemas de transporte de passageiros com altas velocidades e levitação magnética. Foram desenvolvidos estudos com motores de indução lineares e síncronos.

Com o avanço da eletrônica de potência e dos estudos sobre máquinas lineares o interesse por estas últimas vem crescendo bastante nas últimas décadas. Hoje em dia elas já são usadas em máquinas ferramentas de alto desempenho (CASAT et al., 2003), por exemplo, e em sistemas de transporte (STEPHAN et al., 2011).

## 2.2 PRINCÍPIOS BÁSICOS

Os princípios básicos da máquina de indução linear são os mesmos da versão rotativa convencional. A figura 1 apresenta uma visualização inicial da máquina de indução linear a partir da máquina rotativa com gaiola de esquilo. Pode-se imaginar a máquina convencional sendo “cortada” ao longo da direção radial e a seguir “desenrolada”, obtendo-se assim uma máquina de indução linear (NASAR e BOLDEA, 1987).



**Figura 1 Visualização inicial e didática da máquina de indução linear.**

A parte da máquina que contém o enrolamento a ser excitado é denominada de primário. Ele é análogo ao estator da máquina rotativa. Contudo, o termo estator não é mais adequado, pois na máquina linear o primário também pode ser móvel. O rotor passa a ser denominado de secundário e, assim como o primário, ele pode ser fixo ou móvel. Na máquina tomada como exemplo, a gaiola de esquilo, após ser linearizada, fica com o aspecto de uma escada de mão. Por esta razão, tem-se uma máquina de indução linear tipo *ladder*.

As correntes que percorrem o enrolamento do primário, normalmente trifásico, produzem uma onda de densidade de fluxo que se desloca linearmente. A velocidade deste campo magnético é denominada de velocidade linear síncrona,  $v_s$ . Ela é diretamente proporcional ao passo polar,  $\tau$ , e à frequência de excitação do primário,  $f$ :

$$v_s = 2\tau f \quad (2.1)$$

A onda viajante de densidade de fluxo induz correntes elétricas no secundário. A interação entre estas correntes e o campo viajante produz a força mecânica de origem eletromagnética da máquina linear.

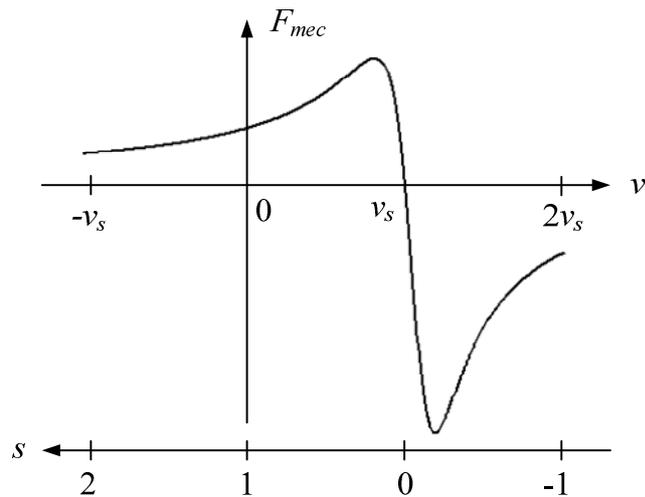
Como a máquina de indução linear é uma máquina assíncrona, a velocidade da parte móvel,  $v$ , é diferente da velocidade síncrona. Esta diferença é expressa pelo escorregamento,  $s$ , da seguinte forma:

$$s = \frac{v_s - v}{v_s} \quad (2.2)$$

### 2.3 OPERAÇÃO COMO GERADOR E FRENAGEM

A frenagem de uma máquina pode ser realizada com o objetivo de bloquear rapidamente o movimento, reduzir a velocidade lentamente ou mesmo impedir um crescimento descontrolado de velocidade. A frenagem pode ser elétrica ou mecânica. Há três tipos de frenagem elétrica com utilização da máquina de indução (EL-SHARKAWI, 2000): frenagem regenerativa, frenagem por inversão de sequência de fases e frenagem por imposição de corrente contínua. Estes três tipos são válidos tanto para a máquina rotativa como para a máquina linear (GIERAS, 1994).

Esta seção apresenta uma descrição geral e qualitativa da frenagem. A seção 5.6 apresenta o detalhamento matemático, com o equacionamento de forças e potências durante a frenagem. A figura 2 apresenta de forma aproximada a variação da força eletromagnética  $F_{mec}$  em função da velocidade, ou do escorregamento, para uma máquina de indução linear. A operação como motor ocorre quando a força e a velocidade possuem o mesmo sentido, como acontece para  $0 \leq v < v_s$  ( $0 < s \leq 1$ ). A frenagem é produzida quando a força e a velocidade possuem sentidos contrários. Tal fato ocorre em duas situações:  $s < 0$  e  $s > 1$ .



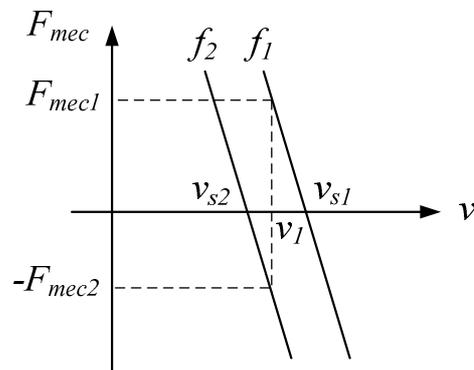
**Figura 2** Curva força-velocidade da máquina de indução linear.

A frenagem regenerativa acontece para  $s < 0$ , ou seja, quando a velocidade é maior do que a velocidade síncrona, devido à ação de forças inerciais ou forças de origem gravitacional. Neste caso a máquina funciona como gerador de indução e converte a energia cinética em energia elétrica.

Como a velocidade linear síncrona depende da frequência de excitação do primário, normalmente a frenagem regenerativa é controlada por meio da frequência com um conversor eletrônico. É importante observar que o conversor deve ser capaz de manipular a energia recuperada, dissipando-a em um resistor de frenagem ou enviando-a para a rede de alimentação. Os inversores de frequência regenerativos são aqueles que podem transferir a energia recuperada para a rede de alimentação.

A figura 2 mostra que com escorregamentos próximos de zero, positivos ou negativos, a máquina opera na região linear da característica força-velocidade. A figura 3 representa um detalhe desta situação, onde também há variação de frequência. Inicialmente a máquina está sendo alimentada com uma frequência  $f_1$  e operando com uma velocidade  $v_1$ , menor do que a velocidade linear síncrona  $v_{s1}$ . Portanto, a máquina opera como motor, desenvolvendo uma

força positiva,  $F_{mec1} > 0$ . Quando a frequência do primário é subitamente reduzida para  $f_2$ , a velocidade linear síncrona  $v_{s2}$  torna-se instantaneamente menor do que a velocidade  $v_1$ . A velocidade não varia instantaneamente devido à inércia do sistema mecânico. Isto ocorre para a situação onde a dinâmica do sistema mecânico é bem mais lenta do que a dinâmica do sistema elétrico, que é uma situação comum. Para a velocidade  $v_1$  a força assume um valor negativo,  $-F_{mec2}$ , que produz queda de velocidade. Reduzindo-se de forma progressiva a frequência, e mantendo-se um escorregamento negativo, consegue-se produzir uma frenagem regenerativa controlada.



**Figura 3 Frenagem regenerativa sob frequência controlada.**

A frenagem por inversão de sequência de fases acontece para  $s > 1$ , ou seja, quando a velocidade está em sentido contrário à velocidade síncrona. Isto normalmente é obtido com a inversão da sequência de fases do primário e decorrente inversão da velocidade síncrona, com a máquina em movimento. As correntes atingem altos valores, e a energia cinética é totalmente convertida em calor, por efeito Joule e por atrito.

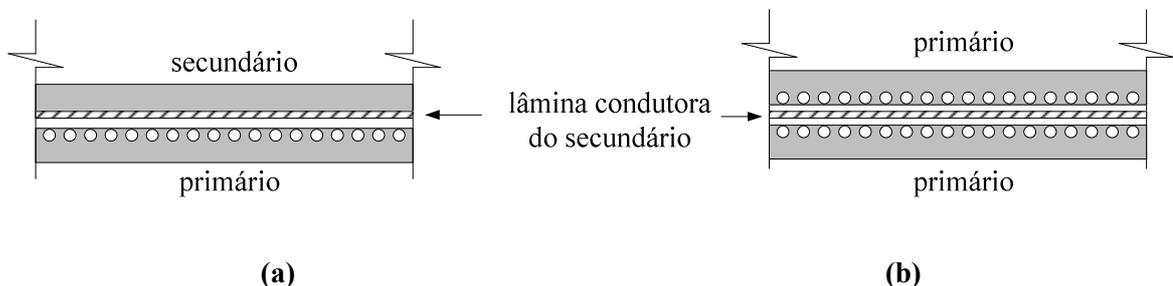
A frenagem por imposição de corrente contínua é feita quando a alimentação trifásica do primário é interrompida e em seu lugar é feita uma alimentação em corrente contínua. O campo magnético do primário torna-se estacionário, porém, devido ao movimento do secundário, há indução de correntes que geram força em sentido contrário à velocidade. Pode-

se fazer uma analogia com a máquina de corrente contínua tendo a sua armadura girante colocada em curto circuito enquanto o enrolamento de campo é mantido excitado.

## 2.4 CARACTERÍSTICAS CONSTRUTIVAS

Eric R. Laithwaite foi um pesquisador que trabalhou fortemente com máquina lineares nas décadas de 1960 e 1970. Entre os vários trabalhos publicados, pode-se destacar LAITHWAITE (1975), onde são apresentadas diversas características de máquinas de indução lineares. Uma configuração bastante comum é mostrada na figura 4(a). Em lugar do um secundário tipo *ladder*, há uma lâmina de material condutor acoplada em um núcleo magnético. A vantagem da utilização da lâmina condutora no secundário é a redução no custo de fabricação da máquina. Porém, as características de desempenho ficam piores do que utilizando um secundário tipo *ladder*. Há um aumento do entreferro efetivo, que faz aumentar a corrente de magnetização e leva a um menor fator de potência e a um aumento das perdas por efeito Joule na resistência do enrolamento primário (GIERAS, 1994).

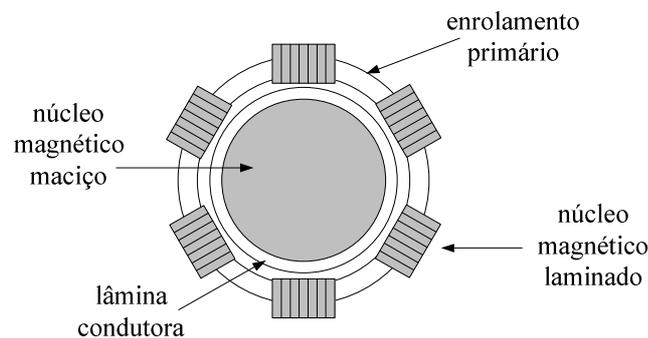
Também é comum a configuração da figura 4(b). Neste o caso o secundário é composto apenas pela lâmina condutora, sem a existência do núcleo ferromagnético. Ela está localizada entre dois núcleos primários.



**Figura 4 Máquinas de indução lineares com lâminas condutoras no secundário.**

Todos os exemplos apresentados até o momento são de máquinas planas. Porém, há também modelos com formato cilíndrico. Para efeito de visualização, pode-se dizer que a

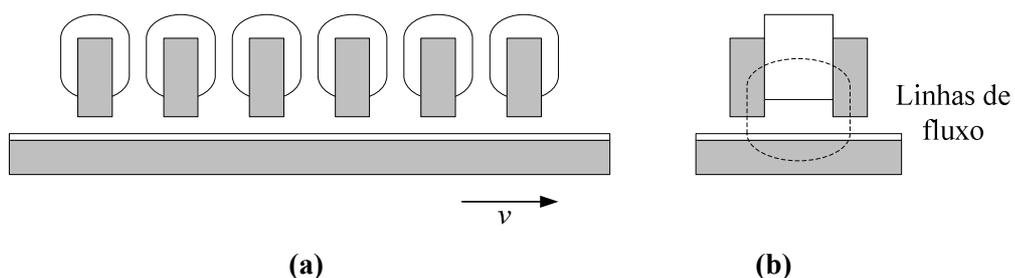
máquina de indução linear tubular é obtida simplesmente enrolando-se a máquina plana em torno do seu eixo longitudinal. A figura 5 apresenta um exemplo de constituição física. O enrolamento primário é composto de uma série de bobinas co-axiais alojadas em núcleos magnéticos laminados. O secundário pode ser simplesmente um tubo de aço maciço ou o mesmo pode conter uma camada condutora externa (McLEAN, 1988).



**Figura 5 Máquina de indução linear tubular.**

Outra classificação é quanto ao comprimento das partes da máquina. Dependendo da necessidade, a máquina pode ser de primário curto e secundário longo ou vive-versa.

As máquinas até aqui apresentadas são classificadas como sendo de fluxo longitudinal, pois as linhas de fluxo se fecham na direção longitudinal, ou seja, na direção de movimento. Há também as máquinas de fluxo transversal, onde as linhas de fluxo se fecham na direção transversal, conforme ilustra a figura 6. A figura 6(a) apresenta uma vista frontal e a figura 6(b), uma vista lateral.



**Figura 6 Máquina de indução linear de fluxo transversal.**

## 2.5 ESTADO DA ARTE

A máquina de indução linear possui duas descontinuidades inerentes ao seu circuito magnético, que são as duas extremidades longitudinais da máquina. Ela também possui assimetrias na localização de seus enrolamentos em relação ao núcleo magnético, em função do formato linear. Estas duas características dão origem a fenômenos denominados efeitos de extremidade (*end effects*). O capítulo 3 apresenta um estudo destes efeitos.

Uma grande parte das pesquisas com máquinas de indução lineares é dedicada à modelagem destes fenômenos. É conveniente destacar alguns pesquisadores que são bastante reconhecidos, pois seus trabalhos são citados em muitos artigos científicos.

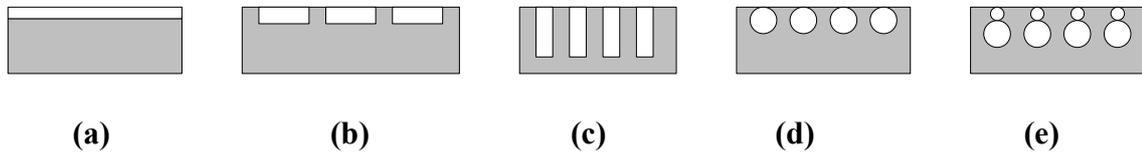
YAMAMURA (1972) desenvolveu modelos matemáticos de parâmetros distribuídos, aplicados a máquinas de primário duplo, que permitiram compreender de forma bastante aprofundada os efeitos de extremidade. O seu livro possui um apanhado de diversos artigos científicos que foram publicados com os resultados de seus trabalhos.

DUNCAN (1983) desenvolveu um circuito equivalente onde os parâmetros do ramo de excitação são variáveis com a velocidade. Este modelo está descrito no capítulo 5.

GIERAS, DAWSON e EASTHAM (1987) desenvolveram um circuito equivalente com uma impedância conectada em paralelo com o ramo de excitação da máquina. Esta impedância é determinada em função das outras impedâncias internas da máquina e de um fator que varia com a velocidade de operação. Para a determinação deste fator é necessário conhecer os dados construtivos da máquina.

Muitos trabalhos são dedicados à proposição e à análise de topologias de máquinas. Pode-se destacar LEE, KOO e CHO (2009), onde se apresenta uma investigação sobre as características de motores de indução lineares de primário simples com diferentes tipos de secundários. Conforme mostra a figura 7, são estudados os secundários com lâmina condutora

(a), com 2 tipos de barras condutoras retangulares (b e c), com barras circulares simples (d) e com barras circulares duplas (e).

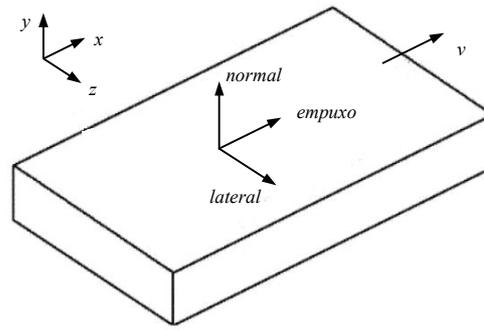


**Figura 7 Tipos de secundários investigados em LEE, KOO e CHO (2009)**

Também são desenvolvidas muitas pesquisas sobre acionamentos de motores de indução lineares. Em NETO e PONTES (2007), por exemplo, é desenvolvido um inversor de frequência para aplicação em um elevador. Em JARDIM e RODRIGUES (2003) apresenta-se um robô movido por dois motores de indução lineares, usado para inspeção de cascos de navios.

É importante destacar o veículo Maglev-Cobra que está sendo desenvolvido no Brasil (STEPHAN et al., 2011). Este veículo opera com levitação magnética supercondutora e é acionado por motores de indução lineares. A ausência de rodas e trilhos deixa o veículo silencioso, que é uma característica importante para aplicação em transporte urbano. O veículo é composto de múltiplas unidades de pequeno comprimento, como uma cobra, o que é conveniente para a realização de curvas.

A força eletromagnética que atua na direção longitudinal, direção de movimento da máquina, é chamada por muitos autores de impulso ou empuxo (*thrust*). Porém, além desta, há outras duas forças, que na maioria das vezes são indesejáveis. São elas, a força normal e a força lateral, denominadas de forças transversais (BHAMIDI, 2005), representadas na figura 8.



**Figura 8 Forças atuantes na máquina de indução linear.**

A força de empuxo é produzida pelo campo magnético viajante translacional que é responsável pela propulsão do motor e pela frenagem do gerador.

A força normal é composta de duas partes: uma força magnética de atração entre núcleos magnéticos, que predomina em baixas velocidades, e uma força de repulsão, que se torna mais significativa em altas velocidades (altas frequências). Em uma máquina de indução linear de primário duplo, a lâmina condutora do secundário está localizada de forma centralizada entre os dois núcleos primários, de modo que a força normal é nula. O mesmo ocorre no modelo tubular.

A força lateral ocorre quando há um posicionamento assimétrico do primário em relação ao secundário e também devido à distribuição não uniforme de correntes induzidas no secundário.

Muitas pesquisas são dedicadas à modelagem de forças de impulso e forças transversais, tanto analítica como numericamente. Podem-se destacar alguns trabalhos sobre o assunto: GANG et al. (2008); YANG, ZHAO e ZHENG (2008); SHI, ZHANG e WANG (2008).

As pesquisas envolvendo a máquina de indução linear estão focadas principalmente na operação como motor. A utilização específica como gerador ainda é incipiente. Os geradores lineares mais usados são os síncronos, em função da maior facilidade de operação

(CAWTHORNE, 1999; GHITA et al., 2008). Durante a pesquisa bibliográfica, somente duas referências de trabalhos com o gerador de indução linear foram encontradas (GHAEMPANAH, MIRSALIM e MIRZAYEE, 2006; FRANÇOIS et al., 2007).

Um estudo sobre o gerador linear de indução, auto-excitado com capacitores, é apresentado em GHAEMPANAH, MIRSALIM e MIRZAYEE (2006). A proposição é utilizá-lo em veículos híbridos, conectado diretamente a um motor de combustão interna. Deste modo não há necessidade de utilização de qualquer dispositivo para converter o movimento oscilatório do cilindro em movimento rotativo. O estudo não apresenta resultado experimental. Inicialmente, é feita uma descrição da sequência de projeto do gerador. No final são mostrados resultados de simulação por elementos finitos.

O desenvolvimento de um modelo analítico 3D para um gerador de indução linear tubular é apresentado em FRANÇOIS et al. (2007). Os resultados do modelo analítico são comparados com resultados de simulação por elementos finitos.

Nenhum trabalho tratando especificamente da frenagem regenerativa utilizando a máquina de indução linear foi encontrado, justificando assim o estudo desenvolvido nesta tese.

### 3 EFEITOS ELETROMAGNÉTICOS

#### 3.1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo é dedicado à análise dos efeitos eletromagnéticos presentes na máquina de indução linear (MIL). Embora o princípio de operação da máquina linear seja semelhante ao da máquina rotativa, o efeito longitudinal de extremidade é um fenômeno que só existe na máquina linear. Outro fenômeno, que é mais acentuado na máquina linear, é o efeito transversal de borda.

No universo dos livros de máquinas elétricas, o número de textos que tratam de máquinas lineares é muito reduzido em relação ao das máquinas rotativas. No Brasil, por exemplo, SIMONE (2000) foi o único livro encontrado que trata mais detalhadamente da máquina de indução linear. Isto é natural, em função da utilização ainda relativamente pequena das máquinas lineares. Portanto, este capítulo também tem o objetivo de apresentar uma contribuição didática ao estudo da máquina de indução linear, mostrando desenvolvimentos matemáticos que não aparecem comumente em livros, nem em artigos científicos.

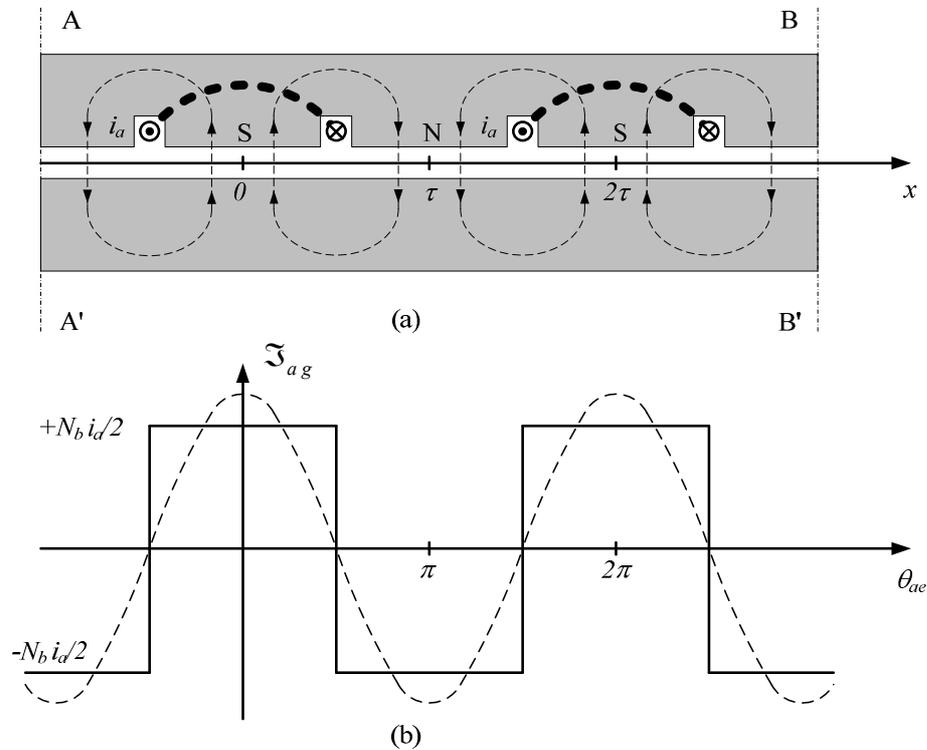
#### 3.2 VELOCIDADE LINEAR SÍNCRONA

A figura 9(a) apresenta uma região, delimitada pelas linhas de corte AA' e BB', de uma MIL. No trecho considerado está representado apenas o enrolamento da fase A, onde aparecem duas bobinas alojadas nas ranhuras do núcleo ferromagnético do primário. Supõe-se que as duas bobinas estão ligadas em série e são percorridas pela corrente  $i_a$ . Cada bobina possui  $N_b$  espiras. Os pontos e cruzes, no interior dos condutores das ranhuras da figura 9(a), indicam os sentidos arbitrados como positivos para as correntes nas bobinas. As linhas tracejadas representam algumas linhas do campo magnético produzido, bem como a localização dos pólos magnéticos norte (N) e sul (S) no instante considerado.

Para efeito de análise inicial do campo magnético produzido pelo enrolamento primário, são feitas as seguintes suposições:

- a máquina possui comprimento muito grande, de tal forma que a existência de extremidades pode ser desconsiderada;

- a permeabilidade magnética do ferro é infinita, ou seja, a intensidade de campo magnético no ferro é nula, o mesmo ocorrendo para a força magnetomotriz (FMM);
- o entreferro é constante.



**Figura 9 MIL plana com enrolamento concentrado para a fase A.**

Devido ao enrolamento concentrado, e supondo que a largura de cada ranhura seja muito pequena, a FMM do entreferro  $\mathfrak{F}_{ag}$  tem uma distribuição espacial retangular, conforme mostra a figura 9(b). O eixo horizontal pode representar a posição linear  $x$  ou o ângulo elétrico  $\theta_{ae}$ , medidos em relação ao eixo magnético da primeira bobina à esquerda. Cada linha de campo atravessa duas vezes o entreferro, portanto, a amplitude da distribuição de FMM no entreferro é

$$F_{ag} = \frac{N_b i_a}{2} \quad (3.1)$$

O índice  $a$  é relativo à fase e o índice  $g$  é relativo ao entreferro (*air gap*). Como a corrente é variável no tempo, a amplitude da FMM também acompanha essa variação.

A distribuição espacial retangular de FMM pode ser decomposta em harmônicas espaciais mediante o uso da série de Fourier. Conforme NAHVI e EDMINISTER (2003), em função da simetria par, tem-se:

$$\mathfrak{F}_{ag} = \frac{4}{\pi} F_{ag} \left( \cos \theta_{ae} - \frac{1}{3} \cos 3\theta_{ae} + \frac{1}{5} \cos 5\theta_{ae} - \frac{1}{7} \cos 7\theta_{ae} + \dots \right) \quad (3.2)$$

Tomando-se apenas a 1ª. harmônica espacial, representada na figura 9(b), obtém-se:

$$\mathfrak{F}_{ag1} = \frac{4}{\pi} F_{ag} \cos \theta_{ae} = \frac{4}{\pi} \frac{N_b i_a}{2} \cos \theta_{ae} \quad (3.3)$$

onde  $\theta_{ae}$  é o ângulo elétrico em relação à fase A. O índice 1 está associado à 1ª. harmônica.

A cada ângulo elétrico  $\theta_{ae}$  corresponde uma posição linear  $x$  ao longo do entreferro. Sabendo-se que um passo polar  $\tau$  abrange 180° elétricos (ou  $\pi$  rad elétricos), tem-se, genericamente:

$$\frac{\theta_{ae}}{\pi} = \frac{x}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \theta_{ae} = \frac{\pi}{\tau} x \quad (3.4)$$

Substituindo-se (3.4) em (3.3) obtém-se a distribuição espacial de FMM em função da posição linear:

$$\mathfrak{F}_{ag1} = \frac{4}{\pi} \frac{N_b i_a}{2} \cos \left( \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (3.5)$$

Na região de estudo apresentada na figura 9 há duas bobinas em série por fase, totalizando  $2N_b$  espiras em série por fase, e são formados quatro pólos (dois pares de pólos). O número de espiras em série por fase  $N_1$  para um número de pares de pólos  $p$  genérico é:

$$N_1 = pN_b \quad (3.6)$$

Se o enrolamento de camada única da figura 9 for substituído por um enrolamento de camada dupla com o mesmo passo polar, a equação (3.6) continuará verdadeira. Isso ocorrerá porque o número de bobinas irá dobrar, porém, o número de espiras por bobina cairá à metade.

Isolando-se  $N_b$  na equação (3.6), substituindo-a na equação (3.5) e fazendo-se as simplificações, obtém-se:

$$\mathfrak{F}_{ag1} = \frac{2}{\pi} \frac{N_1 i_a}{p} \cos \left( \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (3.7)$$

A maioria das máquinas elétricas usa enrolamentos distribuídos (PYRHÖNEN, JOKINEN e HRABOVCOVÁ; 2008), em vez do enrolamento concentrado da figura 9. Isso faz com que haja mais bobinas deslocadas espacialmente entre si. A vantagem é que a FMM deixa de ter uma distribuição espacial retangular e passa a ter uma distribuição escalonada, em forma de degraus, com menor conteúdo harmônico. Contudo, devido à defasagem espacial entre as FMM das bobinas, ocorre uma redução da amplitude FMM resultante. A utilização de

um enrolamento distribuído produz um efeito equivalente à redução do número de espiras em série por fase. Se o passo de bobina é encurtado em relação ao passo polar, também há uma redução da amplitude da FMM. Para levar estes fatos em consideração, multiplica-se o número de espiras em série por fase por um fator de enrolamento  $k_{el}$ , onde  $k_{el} < 1$  para enrolamentos distribuídos e/ou de passo encurtado.

A equação da FMM incluindo o fator de enrolamento é:

$$\mathfrak{F}_{ag1} = \frac{2}{\pi} \frac{N_1 k_{el}}{p} i_a \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \quad (3.8)$$

Esta equação mostra que para certo valor de corrente, num dado instante de tempo, a primeira harmônica da onda de FMM tem distribuição espacial cossenoidal.

Considera-se que a corrente na fase A seja:

$$i_a = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t) \quad (3.9)$$

onde  $I_1$  é a corrente eficaz no enrolamento primário e  $\omega$  é a frequência angular da fonte de excitação do primário.

Substituindo-se (3.9) em (3.8) obtém-se:

$$\mathfrak{F}_{ag1} = \frac{2\sqrt{2} N_1 k_{el} I_1}{\pi p} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \cos(\omega t) \quad (3.10)$$

A equação (3.10) mostra que a primeira harmônica da onda de FMM tem distribuição cossenoidal do espaço, na direção  $x$ , devido ao termo  $\cos(\pi x / \tau)$ , e a sua amplitude varia com o tempo, devido ao termo  $\cos(\omega t)$ . Em outras palavras, é uma onda cossenoidal estacionária de amplitude variável no tempo.

A equação (3.10) também pode ser expressa por:

$$\mathfrak{F}_{ag1} = F_{\max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \cos(\omega t) \quad (3.11)$$

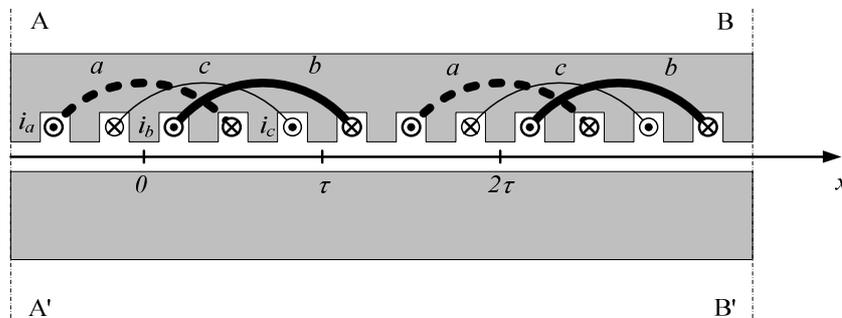
O termo constante, que representa a amplitude máxima, é dado por:

$$F_{\max} = \frac{2\sqrt{2} N_1 k_{el} I_1}{\pi p} \quad (3.12)$$

Considere-se agora que há mais dois enrolamentos no primário, referentes às fases B e C, instalados de acordo com a figura 10. Os mesmos produzem ondas de FMM que são semelhantes à onda produzida pela fase A apresentada na equação (3.8), porém com defasagem de  $120^\circ$  elétricos no espaço, podendo ser expressas por:

$$\mathfrak{F}_{bg1} = \frac{2}{\pi} \frac{N_1 k_{el}}{p} i_b \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - 120^\circ\right) \quad (3.13)$$

$$\mathfrak{F}_{cg1} = \frac{2}{\pi} \frac{N_1 k_{el}}{p} i_c \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x + 120^\circ\right) \quad (3.14)$$



**Figura 10 MIL plana com enrolamento concentrados para as fases A, B e C.**

As correntes nas fases B e C estão defasadas de  $120^\circ$  elétricos da corrente na fase A, apresentada na equação (3.9). Para uma sequência de fases ABC, as correntes são:

$$i_b = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t - 120^\circ) \quad (3.15)$$

$$i_c = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + 120^\circ) \quad (3.16)$$

Substituindo-se as equações (3.15) e (3.16) nas equações (3.13) e (3.14), e utilizando-se a equação (3.12), obtém-se:

$$\mathfrak{F}_{bg1} = F_{\max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - 120^\circ\right) \cos(\omega t - 120^\circ) \quad (3.17)$$

$$\mathfrak{F}_{cg1} = F_{\max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x + 120^\circ\right) \cos(\omega t + 120^\circ) \quad (3.18)$$

As equações (3.17) e (3.18) representam as primeiras harmônicas de duas ondas estacionárias de FMM com amplitudes variáveis com o tempo. Elas têm o mesmo comportamento da FMM da fase A, porém com defasagens de  $120^\circ$ .

A primeira harmônica da FMM resultante dos três enrolamentos é obtida mediante a soma das equações (3.11), (3.17) e (3.18):

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_{g1} = & F_{\max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \cos(\omega t) + F_{\max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - 120^\circ\right) \cos(\omega t - 120^\circ) + \\ & F_{\max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x + 120^\circ\right) \cos(\omega t + 120^\circ) \end{aligned} \quad (3.19)$$

É conveniente, lembrar a seguinte identidade matemática (SPIEGEL e LIU, 1999):

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) \quad (3.20)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são ângulos quaisquer.

Com base na identidade da equação (3.20), a equação (3.19) pode ser desenvolvida até a seguinte forma:

$$\mathfrak{F}_{g1} = \frac{3}{2} F_{\max} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \omega t\right) = \frac{3}{2} F_{\max} \cos(\theta_{ae} - \omega t) \quad (3.21)$$

Portanto, a primeira harmônica da FMM resultante das três fases tem amplitude constante  $3F_{\max}/2$  e se desloca no entreferro na direção  $x$ . Ou seja, a amplitude da FMM de cada fase do enrolamento é variável com o tempo, sendo o valor máximo expresso por  $F_{\max}$ , porém, a amplitude da FMM total é constante e igual  $(3/2)$  vezes a amplitude máxima da FMM de cada fase do enrolamento.

O deslocamento da onda é justificado pela variação no tempo do ângulo espacial de fase  $\omega t$ . No instante  $t = 0$  o ângulo espacial de fase é nulo ( $\omega t = 0$ ) e a onda é igual à onda cossenoidal padrão com valor máximo positivo em  $\theta_{ae} = 0$ . À medida que o tempo vai transcorrendo, o ângulo de fase vai aumentado negativamente. Isto equivale a um deslocamento da onda à direita, ou seja, no sentido positivo de  $\theta_{ae}$  (ou de  $x$ ). Devido à relação  $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$ , o ângulo  $(\pi x/\tau - \omega t)$  também é apresentado por alguns autores como  $(\omega t - \pi x/\tau)$ .

A equação (3.21) também é apresentada tradicionalmente de outra forma. Substituindo-se (3.12) em (3.21), obtém-se:

$$\mathfrak{F}_{g1} = \frac{3\sqrt{2}N_1k_{e1}I_1}{\pi p} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \omega t\right) = F_{g1} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \omega t\right) \quad (3.22)$$

Onde  $F_{g1}$  é o valor de pico da distribuição espacial de FMM de entreferro, dado por:

$$F_{g1} = \frac{3\sqrt{2}N_1k_{e1}I_1}{\pi p} \quad (3.23)$$

Se a sequência de fases for invertida em relação a aquela que foi considerado ao longo do presente texto, haverá inversão do sentido de deslocamento da onda de FMM.

Para a análise ficar completa deve-se determinar a velocidade de deslocamento da onda. Como já foi mencionado, o deslocamento da onda de FMM é devido à variação do ângulo de fase  $\omega t$ . Tome-se, como exemplo, o pico da onda de FMM no espaço, que ocorre

em uma diferente posição  $x$  para cada instante de tempo  $t$ . O pico ocorre quando o termo  $\omega t - \pi x / \tau$  é igual a zero, ou seja, quando o cosseno é máximo. Assim, tem-se:

$$\frac{\pi}{\tau} x = \omega t \quad (3.24)$$

Derivando-se (3.24) em relação ao tempo, tem-se:

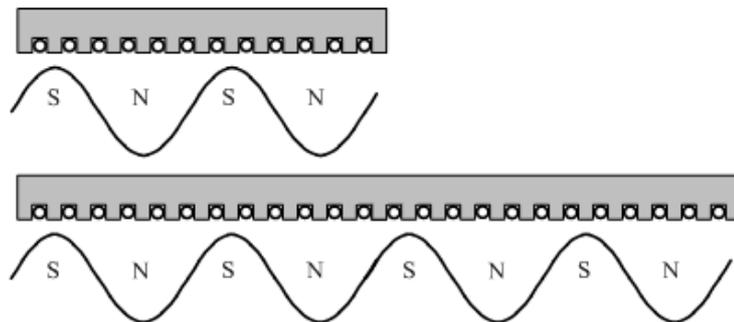
$$\frac{\pi}{\tau} \frac{dx}{dt} = \omega \frac{dt}{dt} \quad (3.25)$$

O termo  $dx/dt$  é a velocidade de deslocamento da onda de FMM, ou seja, a velocidade linear síncrona, expressa por (GIERAS, 1994):

$$v_s = \frac{\tau}{\pi} \omega = \frac{\tau}{\pi} (2\pi f) = 2\tau f \quad (3.26)$$

onde  $f$  é a frequência de excitação do enrolamento primário (Hz),  $\tau$  é o passo polar (m) e  $v_s$  é a velocidade linear síncrona (m/s). O termo  $2\tau$  é o comprimento de onda.

De forma semelhante ao que ocorre com a máquina de indução rotativa, a velocidade linear síncrona é diretamente proporcional à frequência das correntes no primário (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS; 2002). Por outro lado, a velocidade linear síncrona não depende do número de pólos, e sim do passo polar. Se, por exemplo, o número de pólos for aumentado, mantendo-se o mesmo passo polar, a velocidade linear síncrona permanecerá a mesma, o que mudará será o comprimento do núcleo magnético primário. As duas máquinas de mesmo passo polar da figura 11 apresentam a mesma velocidade linear síncrona, apesar de possuírem diferentes quantidades de pólos.

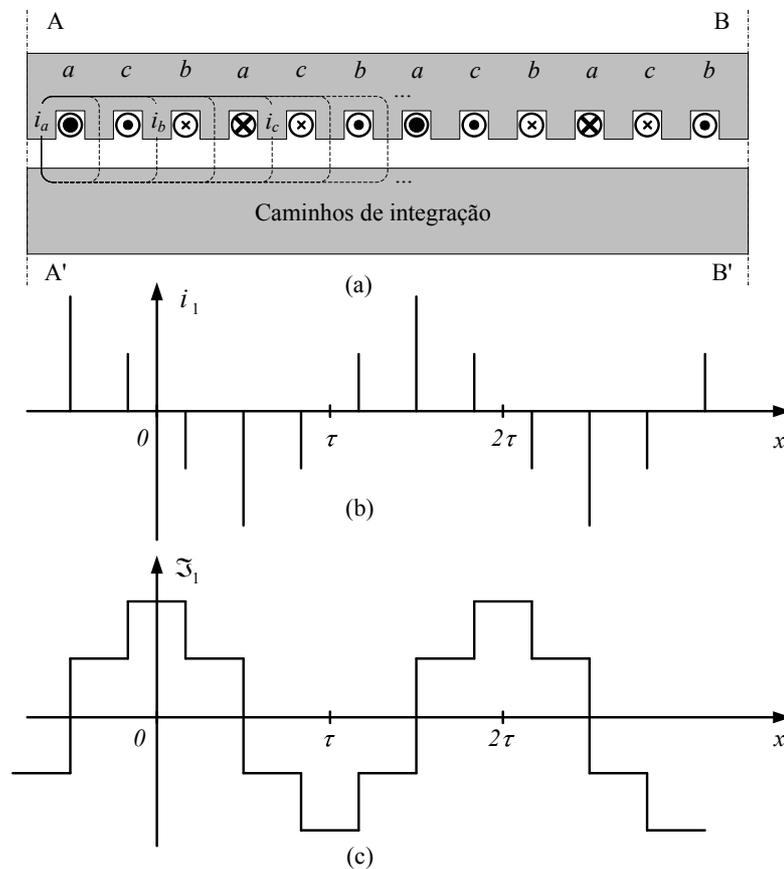


**Figura 11 Máquinas de 4 e 8 pólos com o mesmo passo polar.**

Por outro lado, se o número de pólos for aumentado, mantendo-se o mesmo comprimento do núcleo, o passo polar será reduzido, o que fará diminuir a velocidade linear síncrona, de forma similar ao que ocorre em máquinas rotativas.

### 3.3 LÂMINA DE CORRENTE EQUIVALENTE

A figura 12(a), que é uma nova representação para a figura 10, mostra que os condutores que formam o enrolamento primário da máquina de indução linear estão alojados em ranhuras e, por consequência, constituem uma distribuição discreta de correntes ao longo do núcleo. Tomando-se para análise um instante  $t=0$ , as correntes representadas pelas equações (3.9), (3.15) e (3.16) apresentam os seguintes valores instantâneos:  $i_a = \sqrt{2}I_1$ ,  $i_b = -\sqrt{2}I_1/2$  e  $i_c = -\sqrt{2}I_1/2$ . A distribuição espacial destas correntes ( $i_1$ ) está representada na figura 12(b).



**Figura 12 Distribuição espacial de correntes e FMM no núcleo primário.**

A distribuição espacial de FMM pode ser determinada mediante a utilização da Lei de Ampère (DEL TORO, 1999). Parte-se do trecho à esquerda do núcleo e traçam-se vários percursos fechados, ou caminhos de integração representados por linhas tracejadas na figura 12(a), envolvendo sequencialmente os condutores das ranhuras. Obtém-se assim, para cada percurso fechado, a corrente total envolvida pelo mesmo, que corresponde a FMM no ponto mais à direita do percurso.

Desprezando-se o efeito das ranhuras, a FMM resultante ( $\mathfrak{F}_1$ ) tem o aspecto apresentado na figura 12(c). Ela apresenta uma distribuição escalonada, com dois degraus de amplitude iguais em cada semiciclo. Esta distribuição de FMM raramente é encontrada nas máquinas reais. Para se obter uma distribuição espacial mais próxima da sinusoidal o enrolamento é distribuído em uma maior quantidade de ranhuras ao longo do núcleo. Porém, nunca se obtém uma distribuição perfeitamente sinusoidal. Utilizando-se a equação (3.22) obtém-se a primeira harmônica da FMM de entreferro no instante  $t=0$  sob análise:

$$\mathfrak{F}_{g1} = F_{g1} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \quad (3.27)$$

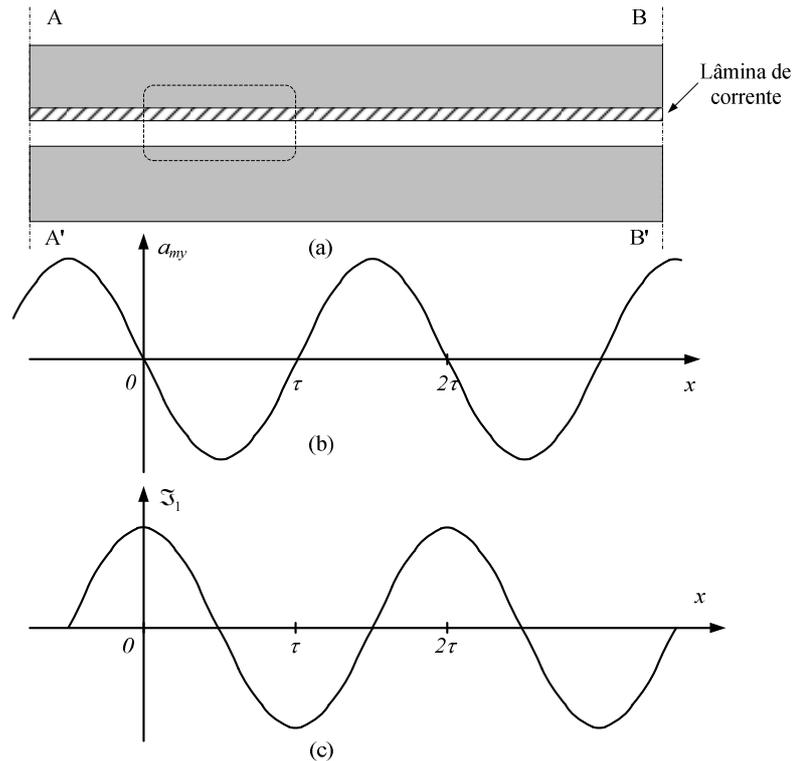
Para efeito de estudo analítico da distribuição de campos magnéticos na máquina, é comum substituir-se hipoteticamente a distribuição discreta de correntes por uma distribuição contínua, na forma de lâmina equivalente de corrente de espessura infinitesimal (YAMAMURA, 1972; NASAR e BOLDEA, 1987). A lâmina de corrente é composta de infinitos condutores filamentosos localizados lado a lado e paralelos aos condutores das ranhuras.

A figura 13(a) apresenta uma lâmina de corrente em substituição à estrutura ranhurada da figura 12(a). A grandeza associada à lâmina de corrente é a densidade linear de corrente,  $a_{my}$ , expressa em Ampère/metro (A/m). Para que a densidade linear de corrente seja equivalente às densidades de correntes nos condutores, as forças magnetomotrizes produzidas por ambas devem ser iguais. As figuras 13(b) e 13(c) mostram, respectivamente, a densidade linear de corrente do primário e a FMM do primário.

A densidade linear de corrente está adiantada espacialmente de  $90^\circ$  elétricos em relação à FMM, da mesma forma que ocorre para a distribuição espacial das correntes nos condutores. A onda de densidade linear de corrente também se desloca com velocidade linear síncrona. No instante  $t=0$  a onda de densidade linear de corrente é representada da seguinte forma:

$$a_{my} = -A_{my} \text{sen}\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \quad (3.28)$$

onde  $A_{my}$  é o valor máximo da onda.



**Figura 13** Lâmina de corrente equivalente (a), distribuições espaciais de densidade linear de corrente (b) e FMM (c).

A determinação da expressão para o valor máximo da densidade linear de corrente pode ser feita na forma descrita a seguir. Entre as posições  $x = 0$  e  $x = \tau$  a densidade linear de corrente mantém-se sempre com o mesmo sentido, que é negativo, com intensidade variando entre zero, um valor máximo e zero novamente. Portanto, a corrente total envolvida pelo percurso fechado representado pela a linha tracejada indicada na figura 13(a) é igual à FMM máxima da distribuição. Esta FMM é obtida por integração da densidade linear de corrente entre os  $x = 0$  e  $x = \tau$  (DEL TORO, 1999):

$$\mathfrak{S}_{1\max} = \int_{x=0}^{x=\tau} a_{my} dx = \int_{x=0}^{x=\tau} \left[ -A_{my} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\tau} x\right) \right] dx \quad (3.29)$$

A solução da integral é:

$$\mathfrak{S}_{1\max} = -2 \frac{\tau}{\pi} A_{my} \quad (3.30)$$

Porém, esta FMM está dividida entre dois entreferros, de modo que a FMM máxima no entreferro é:

$$\mathfrak{S}_{g1\max} = \frac{\mathfrak{S}_{1\max}}{2} = -\frac{\tau}{\pi} A_{my} \quad (3.31)$$

Obtém-se da equação (3.23) a FMM máxima de entreferro:

$$\mathfrak{S}_{g1\max} = -F_{g1} = -\frac{3\sqrt{2}N_1k_{e1}I_1}{\pi p} \quad (3.32)$$

onde o sinal negativo é devido ao sentido negativo da densidade linear de corrente no intervalo.

Igualando-se (3.32) e (3.31), obtém-se o valor máximo da onda de densidade linear de corrente:

$$A_{my} = \frac{3\sqrt{2}N_1k_{e1}I_1}{\tau p} \quad (3.33)$$

Resumindo-se, as ondas de FMM no entreferro e de densidade linear de corrente estão defasadas de 90° e deslocam-se com velocidade linear síncrona, podendo ser expressas, respectivamente, por:

$$a_{my} = -\frac{3\sqrt{2}N_1k_{e1}I_1}{\tau p} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\tau}x - \omega t\right) = -A_{my} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{\tau}x - \omega t\right) \quad (3.34)$$

$$\mathfrak{S}_{g1} = \frac{3\sqrt{2}N_1k_{e1}I_1}{\pi p} \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x - \omega t\right) = F_{g1} \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x - \omega t\right) \quad (3.35)$$

A equação (3.35) é igual à equação (3.22), que é repetida aqui de forma a permitir uma comparação direta entre FMM e densidade linear de corrente.

### 3.4 EFEITO LONGITUDINAL DE EXTREMIDADE

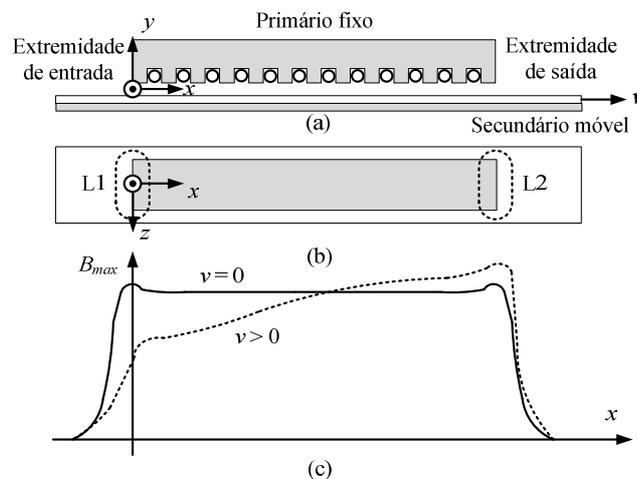
A principal diferença operacional entre a máquina de indução linear e a máquina de indução convencional, rotativa, é que a primeira possui o chamado efeito longitudinal de extremidade (GIERAS, 1994). Nesta seção, o efeito longitudinal de extremidade é inicialmente descrito qualitativamente e, a seguir, quantitativamente, pela modelagem matemática de campos eletromagnéticos.

NASAR e BOLDEA (1987) dividem o efeito de extremidade em dois tipos: estático e dinâmico. O efeito de extremidade estático é devido à assimetria na localização dos enrolamentos em relação às extremidades do núcleo magnético primário. Diferentemente do que ocorre na máquina rotativa, as indutâncias próprias dos enrolamentos não são iguais. O mesmo ocorre com as indutâncias mútuas. Porém, estas assimetrias não são significativas e normalmente podem ser desprezadas (NASAR e BOLDEA, 1987). Por outro lado, o efeito de extremidade dinâmico é bem significativo. A análise do mesmo é desenvolvida a seguir.

### 3.4.1 Descrição Física

O efeito longitudinal de extremidade (dinâmico) é devido à existência de duas descontinuidades no circuito magnético, associadas ao início e ao fim do núcleo magnético na direção longitudinal, ou seja, na direção do movimento da onda de força magnetomotriz viajante. Nas máquinas rotativas não existe esta descontinuidade no circuito magnético, o que facilita a sua análise.

A figura 14 (a) e (b) apresenta, respectivamente, as vistas lateral e superior de uma máquina de indução linear. O primário é estacionário e possui um comprimento menor do que o secundário. Normalmente, o secundário é construído mais longo e mais largo do que o primário. A figura 14(c) mostra o comportamento da densidade máxima de fluxo no entreferro para duas situações: secundário parado ( $v=0$ ) e secundário em movimento ( $v>0$ ). Quando o secundário desloca-se com velocidade constante na direção  $x$ , a componente normal da densidade de fluxo no entreferro na extremidade de entrada é enfraquecida em relação à extremidade de saída. Quanto maior é a velocidade, maior é a diferença entre as densidades de fluxo nas duas extremidades. Com velocidade nula as densidades de fluxo são aproximadamente iguais nas duas extremidades.



**Figura 14. Máquina de indução linear: (a) vista lateral; (b) vista superior; (c) densidade de fluxo máxima no entreferro.**

Conforme WANG et al. (2009) e SIMONE (2000), o efeito longitudinal de extremidade pode ser justificado qualitativamente da seguinte forma. Traça-se sobre o secundário dois laços fechados, L1 e L2, nas extremidades do primário, conforme apresentados na figura 14(b).

O movimento relativo do campo magnético induz forças eletromotrizes nos dois laços. Porém, deve-se observar que o laço L1 está entrando sob a ação do campo magnético e o laço L2 está saindo da ação do campo magnético. De acordo com a lei de Lenz, as forças eletromotrizes induzidas em L1 produzirão infinitos laços de corrente que irão gerar um fluxo no sentido de opor-se ao crescimento do fluxo concatenado por L1. Na outra extremidade, as forças eletromotrizes induzidas em L2 também produzirão infinitos laços de corrente que gerarão um fluxo no sentido de opor-se ao decrescimento do fluxo concatenado por L2. Em função destes efeitos, ocorre o enfraquecimento da densidade de fluxo no entreferro extremidade de entrada em relação à extremidade de saída.

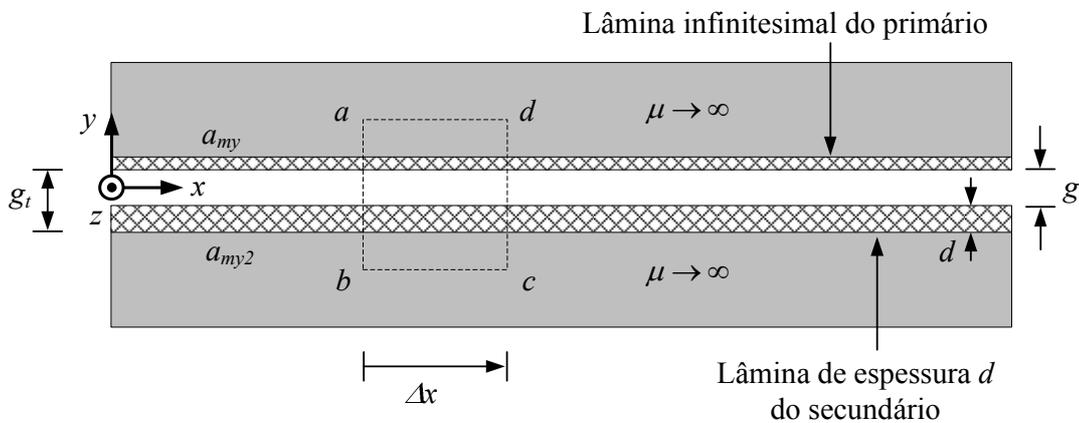
Segundo GIERAS (1994) as principais manifestações do efeito longitudinal de extremidade são as seguintes:

- ✓ Distribuição de densidade de fluxo no entreferro variável com a velocidade.
- ✓ Correntes de fase desequilibradas.
- ✓ Perda adicional de potência.
- ✓ Distribuição não uniforme das correntes no secundário.

### 3.4.2 Modelagem Matemática

A figura 15 apresenta uma máquina de indução linear onde o enrolamento primário está substituído por uma lâmina de corrente com espessura infinitesimal e densidade linear  $a_{my}$ . A lâmina condutora secundária possui espessura  $d$ , o seu comprimento é suposto infinito e a densidade linear de corrente está representada por  $a_{my2}$ . O entreferro geométrico

possui um comprimento  $g$ , que adicionado à espessura  $d$  da lâmina não magnética produz um entreferro magnético total de comprimento  $g_t$ .



**Figura 15 Máquina de indução linear com lâmina de corrente no primário.**

A lei de Ampère na forma diferencial, para baixas frequências (IDA e BASTOS, 1997), é dada por:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.36)$$

onde  $\mathbf{H}$  é vetor intensidade de campo magnético,  $\mathbf{J}$  é o vetor densidade superficial de corrente e  $\nabla \times$  representa o operador rotacional.

Já na forma integral, a lei de Ampère estabelece que a integral de linha do vetor intensidade de campo magnético  $\mathbf{H}$  é igual à corrente  $i_T$  envolvida pelo percurso, ou seja:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i_T \quad (3.37)$$

sendo  $d\mathbf{l}$  um vetor tangente ao percurso em cada ponto.

Conforme YAMAMURA (1972), para análise do efeito longitudinal de extremidade pode-se adotar a análise unidimensional de campo magnético. Esta análise é baseada nas seguintes simplificações:

- os enrolamentos produzem uma distribuição espacial sinusoidal de densidade linear de corrente;
- a permeabilidade do núcleo é suposta infinita, ou seja, a intensidade de campo magnético no seu material ferromagnético é nula;
- o núcleo magnético possui condutividade elétrica nula;
- a lâmina secundária é não magnética;

- a intensidade de campo magnético no entreferro é função apenas da posição  $x$  e do tempo  $t$ , ou seja, não varia nas direções  $y$  e  $z$ ;
- o vetor intensidade de campo magnético possui somente componente na direção  $y$ ;
- as densidades lineares de corrente possuem componentes apenas na direção  $z$ .

Aplicando-se a lei de Ampère ao percurso  $abcd$  indicado na figura 15, tem-se:

$$-Hg_t + H'g_t = (a_{my} + a_{my2})\Delta x \quad (3.38)$$

onde  $H$  e  $H'$  são os módulos das intensidades de campo magnético no entreferro, nos trechos  $ab$  e  $cd$ , respectivamente. Os sentidos destes campos são variáveis ao longo da direção  $x$ ; toma-se como sentido positivo para os mesmos o sentido do eixo  $y$ . O comprimento do percurso na direção  $x$  é  $\Delta x$ .

Expandindo-se a intensidade de campo magnético por série de Taylor (SPIEGEL e LIU, 1999) e truncando-se no segundo termo, tem-se:

$$H' = H + \frac{\partial H}{\partial x} \Delta x \quad (3.39)$$

Substituindo-se (3.39) em (3.38) e ordenando-se a equação, obtém-se:

$$g_t \frac{\partial H}{\partial x} = a_{my} + a_{my2} \quad (3.40)$$

A intensidade de campo magnético,  $H$ , e a densidade de fluxo magnético no entreferro,  $b$ , no entreferro estão relacionadas através da permeabilidade do vácuo,  $\mu_0$ , da seguinte forma:

$$H = \frac{b}{\mu_0} \quad (3.41)$$

Substituindo-se (3.41) em (3.40) e ordenando-se a equação, obtém-se:

$$\frac{\partial b}{\partial x} = \frac{\mu_0}{g_t} (a_{my} + a_{my2}) \quad (3.42)$$

Conforme a lei de Faraday (IDA e BASTOS, 1997), a variação da densidade de fluxo magnético no tempo produz um campo elétrico. Na forma diferencial, tem-se:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.43)$$

onde  $\mathbf{B}$  é o vetor densidade de fluxo e  $\mathbf{E}$  é o vetor intensidade de campo elétrico. O rotacional do campo elétrico ( $\nabla \times \mathbf{E}$ ) representa a força eletromotriz gerada pela variação da densidade de fluxo magnético no tempo, sendo denominada de força eletromotriz variacional.

A lâmina secundária desloca-se com certa velocidade, expressa pelo vetor  $\mathbf{v}$ , e o mesmo ocorre para as cargas elétricas que a compõem. De acordo com a lei de Lorentz

(HAYT JR., 1983), a força  $\mathbf{F}$  que age num conjunto de cargas  $Q$  que se deslocam sob a ação de campo magnético é expressa por:

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.44)$$

A força por unidade de carga é denominada de intensidade de campo elétrico de movimento (HAYT JR., 1983), sendo dada por:

$$\mathbf{E}_m = \frac{\mathbf{F}}{Q} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (3.45)$$

O campo elétrico de movimento dá origem a uma força eletromotriz, denominada força eletromotriz de movimento (ou mocional).

Levando-se em consideração os campos elétricos devido à variação da densidade de fluxo magnético e ao movimento mecânico do secundário, a lei de Faraday passa a ser expressa da seguinte forma:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E}_m = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.46)$$

Os vetores são definidos das seguintes formas:

$$\mathbf{v} = v\mathbf{a}_x \quad (3.47)$$

$$\mathbf{B} = b\mathbf{a}_y \quad (3.48)$$

$$\mathbf{E} = e_2\mathbf{a}_z \quad (3.49)$$

onde  $\mathbf{a}_x$ ,  $\mathbf{a}_y$  e  $\mathbf{a}_z$  são os vetores unitários nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.

Com estas definições, sabendo-se que a velocidade é constante, que a densidade de fluxo magnético varia somente na direção  $x$  e desprezando-se o efeito pelicular, obtém-se:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\partial b}{\partial t} \mathbf{a}_y \quad (3.50)$$

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = -v \frac{\partial b}{\partial x} \mathbf{a}_y \quad (3.51)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial e_2}{\partial x} \mathbf{a}_y \quad (3.52)$$

Substituindo-se (3.50), (3.51) e (3.52) em (3.46), tem-se:

$$-\frac{\partial e_2}{\partial x} \mathbf{a}_y = -\left(\frac{\partial b}{\partial t} + v \frac{\partial b}{\partial x}\right) \mathbf{a}_y \quad (3.53)$$

Pode-se trabalhar apenas com os módulos dos vetores, ou seja:

$$\frac{\partial e_2}{\partial x} = \frac{\partial b}{\partial t} + v \frac{\partial b}{\partial x} \quad (3.54)$$

A densidade de fluxo magnético possui somente componente na direção  $y$ , portanto, não há fluxo magnético disperso. Assim, o campo elétrico no secundário é equilibrado apenas pelo efeito resistivo, ou seja:

$$e_2 = a_{my} 2\rho_s \quad (3.55)$$

A grandeza  $\rho_s$  é a relação entre a resistividade elétrica  $\rho_2$  da lâmina secundária e a espessura  $d$  da mesma:

$$\rho_s = \frac{\rho_2}{d} \quad (3.56)$$

Isolando-se  $a_{my}$  em (3.55) e substituindo-a em (3.42), obtém-se:

$$\frac{\partial b}{\partial x} = \frac{\mu_0}{g_t} \left( a_{my} + \frac{e_2}{\rho_s} \right) \quad (3.57)$$

Derivando-se (3.57) em relação à variável  $x$ , tem-se:

$$\frac{\partial^2 b}{\partial x^2} = \frac{\mu_0}{g_t} \left( \frac{\partial a_{my}}{\partial x} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial e_2}{\partial x} \right) \quad (3.58)$$

Substituindo-se (3.54) em (3.58), obtém-se:

$$\frac{g_t}{\mu_0} \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - \frac{v}{\rho_s} \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial b}{\partial t} = \frac{\partial a_{my}}{\partial x} \quad (3.59)$$

A solução desta equação diferencial fornece a distribuição de densidade de fluxo magnético no entreferro da máquina de indução linear. A resposta é composta da solução particular e da solução homogênea.

A solução particular é função da excitação, ou seja, do termo localizado à direita do sinal de igualdade. A densidade linear de corrente  $a_{my}$  é considerada uma onda sinusoidal que se desloca com velocidade linear síncrona  $v_s$  e com amplitude constante  $A_{my}$ . Considere-se que a mesma é expressa por:

$$a_{my} = -A_{my} \text{sen} \left( \omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (3.60)$$

sendo  $\tau$  o passo polar e  $\omega$  a frequência angular da fonte de excitação.

A derivada parcial da densidade linear de corrente em relação à posição é:

$$\frac{\partial a_{my}}{\partial x} = \frac{\pi}{\tau} A_{my} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (3.61)$$

A substituição de (3.61) em (3.59) produz o seguinte resultado:

$$\frac{g_t}{\mu_0} \frac{\partial^2 b_p}{\partial x^2} - \frac{v}{\rho_s} \frac{\partial b_p}{\partial x} - \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial b_p}{\partial t} = \frac{\pi}{\tau} A_{my} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \quad (3.62)$$

onde  $b_p$  é uma solução particular para a densidade de fluxo magnético no entreferro.

Como a excitação (entrada) é considerada sinusoidal, a saída também o será. Portanto, a solução particular para a equação diferencial também é uma onda sinusoidal, da seguinte forma:

$$b_p = B_s \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \delta_s\right) = B_s \cos\left(\frac{\pi}{\tau} v_s t - \frac{\pi}{\tau} x + \delta_s\right) \quad (3.63)$$

onde  $B_s$  é o valor de pico da onda,  $\delta_s$  é o seu ângulo de fase e  $v_s$  é a velocidade linear síncrona da onda.

As derivadas parciais da densidade de fluxo são:

$$\frac{\partial b_p}{\partial x} = \frac{\pi}{\tau} B_s \text{sen}\left(\frac{\pi}{\tau} v_s t - \frac{\pi}{\tau} x + \delta_s\right) = \frac{\pi}{\tau} B_s \text{sen}\theta \quad (3.64)$$

$$\frac{\partial^2 b_p}{\partial x^2} = -\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 B_s \cos\left(\frac{\pi}{\tau} v_s t - \frac{\pi}{\tau} x + \delta_s\right) = -\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 B_s \cos\theta \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial b_p}{\partial t} = -\frac{\pi}{\tau} v_s B_s \text{sen}\left(\frac{\pi}{\tau} v_s t - \frac{\pi}{\tau} x + \delta_s\right) = -\frac{\pi}{\tau} v_s B_s \text{sen}\theta \quad (3.66)$$

O ângulo  $\theta$  é definido como:

$$\theta = \frac{\pi}{\tau} v_s t - \frac{\pi}{\tau} x + \delta_s \quad (3.67)$$

Aplicando as derivadas, dadas por (3.64), (3.65) e (3.66), em (3.62) obtém-se, com algumas manipulações algébricas:

$$A_1 \cos\theta + A_2 \text{sen}\theta = -A_{my} \text{sen}\delta_s \cos\theta + A_{my} \cos\delta_s \text{sen}\theta \quad (3.68)$$

Os termos  $A_1$  e  $A_2$  são dadas por:

$$A_1 = -\frac{g_t}{\mu_0} \frac{\pi}{\tau} B_s \quad (3.69)$$

$$A_2 = \frac{v_s - v}{\rho_s} B_s \quad (3.70)$$

Comparando-se os dois lados de (3.68), conclui-se que:

$$A_1 = -A_{my} \text{sen}\delta_s \quad (3.71)$$

$$A_2 = A_{my} \cos\delta_s \quad (3.72)$$

Elevando-se os termos  $A_1$  e  $A_2$  ao quadrado e, a seguir, somando-os, tem-se:

$$A_1^2 + A_2^2 = A_{my}^2 (\text{sen}^2 \delta_s + \text{cos}^2 \delta_s) = A_{my}^2 \quad (3.73)$$

Substituindo-se (3.69) e (3.70) em (3.73) e isolando-se  $B_s$ , chega-se ao seguinte resultado:

$$B_s = \frac{A_{my}}{\sqrt{\left(\frac{g_t \pi}{\mu_0 \tau}\right)^2 + \left(\frac{v_s - v}{\rho_s}\right)^2}} \quad (3.74)$$

Esta equação mostra que o valor de pico da densidade de fluxo magnético, associada à solução particular, depende do valor de pico da densidade linear de corrente e da diferença entre a velocidade linear síncrona e a velocidade do secundário. As características construtivas da máquina ( $g_t, \tau, \rho_s$ ) também influenciam no pico de densidade de fluxo magnético.

Dividindo-se  $A_1$  por  $A_2$  obtém-se:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{-A_{my} \text{sen} \delta_s}{A_{my} \text{cos} \delta_s} = -\tan \delta_s \quad (3.75)$$

Substituindo-se (3.69) e (3.70) em (3.75), obtém-se:

$$\delta_s = \tan^{-1} \frac{\pi \rho_s g_t}{\mu_0 \tau (v_s - v)} \quad (3.76)$$

A solução homogênea é obtida a partir da equação diferencial homogênea, ou seja, anulando-se o termo à direita da igualdade em (3.59). Assim, a equação diferencial homogênea é expressa por:

$$\frac{g_t}{\mu_0} \frac{\partial^2 b_h}{\partial x^2} - \frac{v}{\rho_s} \frac{\partial b_h}{\partial x} - \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial b_h}{\partial t} = 0 \quad (3.77)$$

onde  $b_h$  é a solução homogênea para a densidade de fluxo magnético, que é função de  $x$  e de  $t$ .

Esta equação diferencial é resolvida pelo método de separação de variáveis. Para isto, a densidade de fluxo magnético é considerada composta do produto de dois termos, um deles sendo função somente de  $x$  e o outro sendo função somente de  $t$ . Assim, tem-se:

$$b_h(x, t) = T(t)B(x) \quad (3.78)$$

As derivadas parciais da densidade de fluxo magnético são:

$$\frac{\partial b_h}{\partial x} = T \frac{dB}{dx} \quad (3.79)$$

$$(3.80)$$

$$\frac{\partial^2 b_h}{\partial x^2} = T \frac{d^2 B}{dx^2} \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial b_h}{\partial t} = B \frac{dT}{dt}$$

Substituindo-se (3.79), (3.80) e (3.81) em (3.77), e separando os termos, obtém-se:

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = \frac{1}{B} \rho_s \left( \frac{g_t}{\mu_0} \frac{d^2 B}{dx^2} - \frac{v}{\rho_s} \frac{dB}{dx} \right) \quad (3.82)$$

O termo à esquerda da igualdade é função somente do tempo  $t$  e o termo à direita é função somente da posição  $x$ . Para que a igualdade seja verdadeira, ambos os termos devem ser iguais a uma constante independente de  $t$  e de  $x$ . Representando-se esta constante por  $\lambda$ , tem-se:

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = \lambda \quad (3.83)$$

$$\frac{1}{B} \rho_s \left( \frac{g_t}{\mu_0} \frac{d^2 B}{dx^2} - \frac{v}{\rho_s} \frac{dB}{dx} \right) = \lambda \quad (3.84)$$

Desta forma, a equação diferencial parcial homogênea expressa por (3.77) passa a ser substituída por duas equações diferenciais ordinárias, de primeira e de segunda ordem, expressas por (3.83) e (3.84), respectivamente.

A solução da equação diferencial envolvendo o tempo tem a seguinte solução (BOYCE e DIPRIMA, 2001):

$$T = C_1 e^{\lambda t} \quad (3.85)$$

onde  $C_1$  é uma constante resultante do processo de integração da equação diferencial e  $e = 2,718$ .

A equação diferencial envolvendo a posição  $x$  dada por (3.84) pode ser reescrita na seguinte forma tradicional de equação homogênea:

$$\frac{d^2 B}{dx^2} - \frac{v\mu_0}{\rho_s g_t} \frac{dB}{dx} - \frac{\lambda\mu_0}{\rho_s g} B = 0 \quad (3.86)$$

A equação característica (BOYCE e DIPRIMA, 2001) associada a esta equação diferencial é:

$$r^2 - \frac{v\mu_0}{\rho_s g_t} r - \frac{\lambda\mu_0}{\rho_s g} = 0 \quad (3.87)$$

As raízes desta equação do 2º grau são:

$$r_1, r_2 = \frac{v\mu_0}{2\rho_s g_t} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{v\mu_0}{\rho_s g_t}\right)^2 + \frac{4\mu_0\lambda}{\rho_s g_t}} \quad (3.88)$$

A solução da equação diferencial é função dessas raízes (BOYCE e DIPRIMA, 2001):

$$B = C_2 e^{r_1 x} + C_3 e^{r_2 x} \quad (3.89)$$

onde  $C_2$  e  $C_3$  são constantes.

A solução da equação diferencial homogênea dada por (3.77) é obtida substituindo-se (3.85) e (3.89) em (3.78):

$$b_h(x, t) = e^{\lambda t} (B_{n1} e^{r_1 x} + B_{n2} e^{r_2 x}) \quad (3.90)$$

onde  $B_{n1} = C_1 C_2$  e  $B_{n2} = C_1 C_3$ .

A solução completa da equação diferencial para a densidade de fluxo magnético no entreferro dada por (3.59) é obtida mediante a adição da solução particular, expressa por (3.63), e da solução homogênea, expressa por (3.90). Assim, na forma complexa (YAMAMURA, 1972), tem-se o seguinte resultado:

$$b(x, t) = B_s e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \delta_s\right)} + e^{\lambda t} (B_{n1} e^{r_1 x} + B_{n2} e^{r_2 x}) \quad (3.91)$$

A solução apresentada por (3.91) é válida tanto para transitório quanto para estado estacionário. Para o caso específico de estado estacionário, a densidade de fluxo magnético em cada ponto do entreferro apresenta variação harmônica no tempo na mesma frequência da fonte de excitação (BINNS, LAWRENSON e TROWBRIDGE, 1992). Desta forma, tem-se que:

$$\lambda = j\omega \quad (3.92)$$

As raízes da equação característica apresentadas em (3.88) passam a ser expressas por:

$$r_1, r_2 = \frac{v\mu_0}{2\rho_s g_t} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{v\mu_0}{\rho_s g_t}\right)^2 + j \frac{4\omega\mu_0}{\rho_s g_t}} \quad (3.93)$$

A equação (3.93) assume uma forma mais simples se for adotada a seguinte relação (YAMAMURA, 1972):

$$X + jY = \sqrt{\left(\frac{v\mu_0}{\rho_s g_t}\right)^2 + j \frac{4\omega\mu_0}{\rho_s g_t}} \quad (3.94)$$

onde  $X$  e  $Y$  são números reais.

Elevando-se (3.94) ao quadrado e analisando-se a equação resultante, chega-se ao seguinte sistema de equações:

$$X^2 - Y^2 = \left( \frac{\nu\mu_0}{\rho_s g_t} \right)^2 \quad (3.95)$$

$$XY = \frac{2\omega\mu_0}{\rho_s g_t} \quad (3.96)$$

A solução desse sistema de equações fornece os valores numéricos de  $X$  e  $Y$  e as raízes da equação característica (3.93) passam a ser expressas por:

$$r_1 = \frac{\mu_0\nu - \rho_s g_t X}{2\rho_s g_t} - j\frac{Y}{2} = -\frac{1}{\alpha_1} - j\frac{\pi}{\tau_e} \quad (3.97)$$

$$r_2 = \frac{\mu_0\nu + \rho_s g_t X}{2\rho_s g_t} + j\frac{Y}{2} = \frac{1}{\alpha_2} + j\frac{\pi}{\tau_e} \quad (3.98)$$

As grandezas  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\tau_e$ , todas positivas, são definidos da seguinte forma:

$$\alpha_1 = \frac{2\rho_s g_t}{\rho_s g_t X - \mu_0\nu} \quad (3.99)$$

$$\alpha_2 = \frac{2\rho_s g_t}{\rho_s g_t X + \mu_0\nu} \quad (3.100)$$

$$\tau_e = \frac{2\pi}{Y} \quad (3.101)$$

A solução de estado estacionário para a distribuição de densidade de fluxo magnético no entreferro é obtida substituindo-se (3.97) a (3.101) em (3.91). As expressões finais na forma complexa e no domínio tempo são, respectivamente, as seguintes:

$$b = \text{Re} \left[ B_s e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \delta_s\right)} + B_1 e^{-\frac{x}{\alpha_1}} e^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau_e} x\right)} + B_2 e^{\frac{x}{\alpha_2}} e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{\tau_e} x\right)} \right] \quad (3.102)$$

$$b(x,t) = B_s \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x + \delta_s\right) + B_1 e^{-\frac{x}{\alpha_1}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau_e} x\right) + B_2 e^{\frac{x}{\alpha_2}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{\tau_e} x\right) \quad (3.103)$$

O símbolo  $\text{Re}$  apresentado em (3.102) representa a parte real do número complexo, que determina a variação da densidade de fluxo magnético no tempo e no espaço. Estas equações mostram o comportamento da distribuição de campo magnético no entreferro da máquina de indução linear, que é diferente da versão rotativa. A densidade de fluxo magnético é formada pelas três componentes que aparecem no lado direito do sinal de igualdade.

A primeira componente é uma onda sinusoidal que viaja com velocidade síncrona no sentido positivo de  $x$  (para a sequência de fases considerada). Ela é semelhante à onda de

densidade de fluxo existente na máquina rotativa onde não há os efeitos de extremidade. A amplitude máxima  $B_s$  é dada por (3.74) e o ângulo  $\delta_s$  é dado por (3.76).

A segunda componente é uma onda sinusoidal exponencialmente amortecida, com constante de atenuação  $1/\alpha_1$ , que também se desloca no sentido positivo de  $x$ , porém com velocidade proporcional ao meio comprimento de onda  $\tau_e$ . Esta componente é causada pela descontinuidade do circuito magnético na extremidade de entrada. Por esta razão, ela é denominada de onda de extremidade de entrada.

A terceira componente também é uma onda sinusoidal exponencialmente amortecida, porém, com constante de atenuação  $1/\alpha_2$ , e que se desloca no sentido negativo de  $x$ , e com velocidade proporcional ao meio comprimento de onda  $\tau_e$ . Esta componente é causada pela descontinuidade do circuito magnético na extremidade de saída. Por esta razão, ela é denominada de onda de extremidade de saída.

As grandezas  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são as distâncias de penetração na direção  $x$  para as ondas de extremidade. Elas fornecem as distâncias em relação às extremidades de entrada e de saída onde as amplitudes ficam praticamente nulas. YAMAMURA (1972) aplicou o modelo de distribuição de campo dado por (3.103) a várias máquinas lineares de indução e validou os resultados experimentalmente. Foi observado que normalmente  $\alpha_1 \gg \alpha_2$ , ou seja, que a distância de penetração, na direção  $x$ , da onda de extremidade de entrada ao longo do entreferro, em relação à extremidade de entrada, é muito maior do que a distância de penetração da onda de extremidade de saída. Assim, em muitos casos, pode-se desconsiderar a componente referente à onda de extremidade de saída sem que se gere erro considerável na avaliação da distribuição de campo e do desempenho da máquina.

A força eletromagnética desenvolvida pela máquina depende das distribuições de densidade linear de corrente ( $a_{my}$ ) e de densidade de fluxo magnético ( $b$ ). O valor médio da força eletromagnética é expresso por:

$$F_{mec} = L_i \int_0^{L_\tau} \text{Re}[a_{my} b^*] dx \quad (3.104)$$

onde  $L_i$  é a largura do núcleo magnético primário e  $L_\tau$  é o seu comprimento. O símbolo Re representa a parte real resultante do produto da densidade linear de corrente  $a_{my}$ , na forma complexa, e do conjugado complexo da densidade de fluxo magnético, expresso por  $b^*$ .

A velocidade das ondas de extremidade ( $v_e$ ) pode ser determinada pelo mesmo processo demonstrado para a velocidade linear síncrona na seção 3.2. Conforme YAMAMURA (1972), tem-se:

$$v_e = \frac{\tau_e}{\pi} \omega = \frac{\tau_e}{\pi} (2\pi f) = 2\tau_e f \quad (3.105)$$

Esta velocidade depende do passo polar para as ondas de extremidade,  $\tau_e$ , e é diferente da velocidade do secundário,  $v$ , e da velocidade linear síncrona,  $v_s$ . O valor de  $\tau_e$  é determinado pela equação (3.101).

### 3.5 NÚMERO DE REYNOLDS MAGNÉTICO

O número de Reynolds é utilizado na mecânica dos fluidos para avaliar um escoamento, classificando-o como laminar ou turbulento (NEWMAN, 1977). No estudo da máquina de indução linear alguns autores utilizam o número de Reynolds magnético para classificá-la como máquina de baixa velocidade ou máquina de alta velocidade (GIERAS, 1994; SIMONE, 2000). Esta classificação é importante porque o efeito de extremidade afeta de forma diferente as máquinas de alta e de baixa velocidade. O número de Reynolds magnético é expresso por:

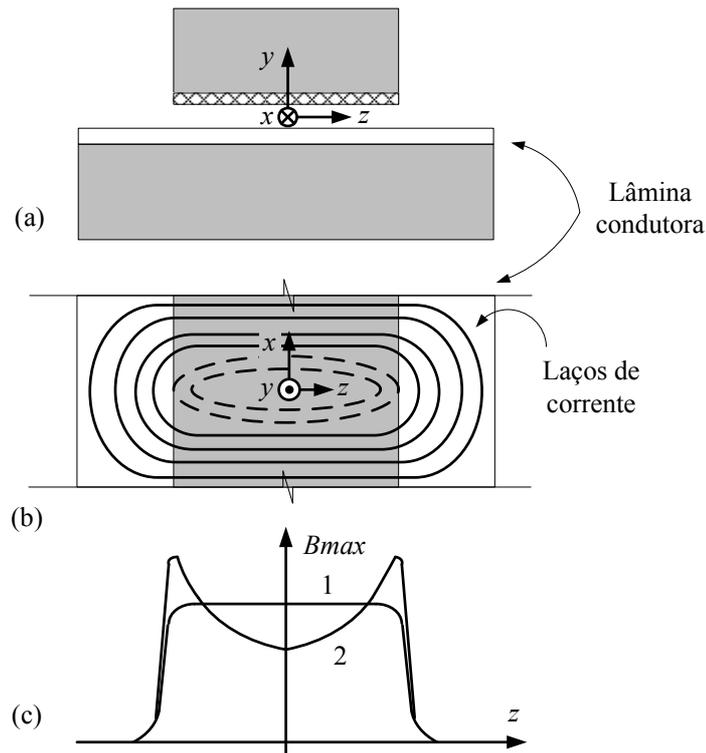
$$R_\mu = \frac{\mu_0 v^2}{4\omega \rho_s g_t} \quad (3.106)$$

Apesar da existência de uma zona intermediária, considera-se que para  $R_\mu \gg 1$  a máquina é de alta velocidade e para  $R_\mu < 1$  a máquina é de baixa velocidade.

A onda de extremidade de entrada prejudica o desempenho dos motores de alta velocidade. Há redução de força eletromagnética, fator de potência e rendimento na operação em regime permanente (GIERAS, 1994; YAMAMURA, 1972).

### 3.6 EFEITO TRANSVERSAL DE BORDA

A figura 16(a) apresenta uma vista da seção transversal de uma máquina de indução linear, enquanto que a figura 16(b) mostra uma vista superior de um pequeno trecho da mesma. Ainda na figura 16(b) é possível visualizar-se alguns laços de corrente induzida na lâmina condutora do secundário.



**Figura 16 Efeito transversal de borda.**

Na análise unidimensional, apresentada na seção 3.4, considera-se que a densidade linear de corrente no secundário possui apenas componente na direção  $z$ . Esta componente é responsável pela produção da força eletromagnética na direção do movimento da máquina (direção  $x$ ). Porém, os laços de corrente que se fecham no secundário obrigam que também exista uma componente de densidade linear de corrente na direção  $x$ . Esta componente incrementa a resistência efetiva da lâmina condutora do secundário.

Um artifício de projeto, para reduzir a componente na direção  $x$  da densidade linear de corrente, é fazer a largura da lâmina condutora secundária maior do que a largura do núcleo ferromagnético (GIERAS, 1994).

O chamado Efeito Transversal de Borda está associado a não uniformidade da distribuição de corrente no secundário, à largura finita do secundário e à distribuição da densidade de fluxo na direção transversal ao movimento da máquina.

A figura 16(c) apresenta a distribuição de densidade de fluxo magnético no entreferro na direção  $z$  (GIERAS, 1994). A curva 1 representa a densidade de fluxo com o efeito transversal de borda desprezado. Observa-se que a amplitude permanece praticamente constante ao longo do entreferro. A curva 2 representa a densidade de fluxo com o efeito transversal de borda levado em consideração. Nas bordas do núcleo primário há uma elevação

da densidade de fluxo em relação à região central do mesmo. Uma demonstração matemática deste efeito é encontrada em YAMAMURA (1972).

Por outro lado, nas máquinas lineares de indução tubulares não há efeito transversal de borda. Em função do formato, não há descontinuidade transversal no circuito magnético (GIERAS, 1994). Já nas máquinas com secundário tipo *ladder*, o efeito transversal de borda é pequeno. Isto ocorre porque as barras condutoras estão alojadas em ranhuras e, em conjunto com as barras de curto-circuito, fornecem um caminho bem definido para a circulação das correntes induzidas (CREPPE, 1997). Neste caso, o efeito é semelhante ao que ocorre nas máquinas rotativas com gaiola de esquilo.

## **4 A MÁQUINA DE INDUÇÃO SETORIAL**

### **4.1 INTRODUÇÃO**

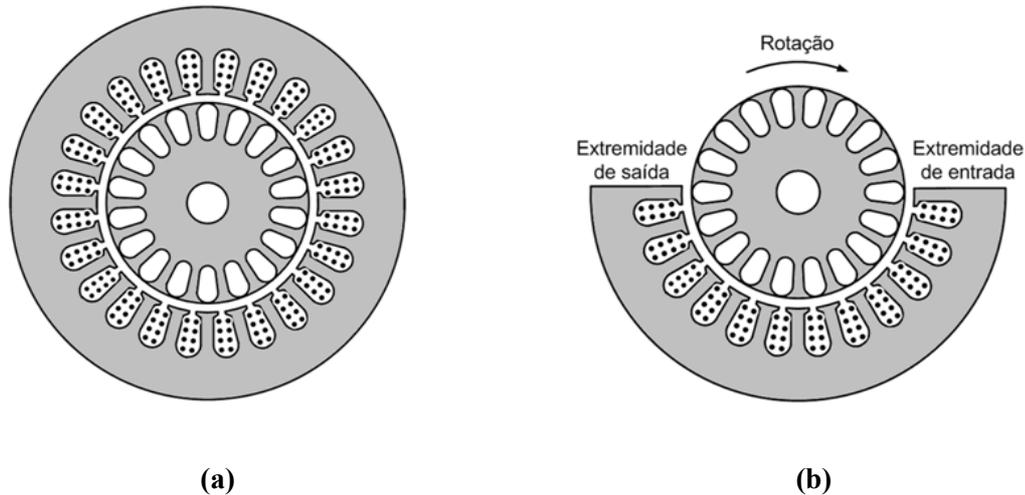
O presente capítulo contém uma descrição da máquina de indução setorial que é utilizada para emular uma máquina de indução linear (TAVARES, FLORES FILHO e BLAUTH, 2011). Esta máquina foi construída com o propósito de se fazer uma análise prévia dos efeitos de extremidade, servindo como base para a posterior construção e análise da máquina de indução linear.

Inicialmente, é feita uma descrição das características básicas da máquina de indução setorial. A seguir, apresenta-se uma descrição do processo de construção, o dimensionamento e os resultados dos ensaios realizados.

### **4.2 CARACTERÍSTICAS BÁSICAS**

A figura 17(a) apresenta a estrutura básica de uma máquina de indução convencional, ou seja, girante, com rotor de gaiola de esquilo. As correntes que percorrem o enrolamento do estator, geralmente trifásico, produzem um campo magnético girante que se desloca com velocidade síncrona ao longo de toda a extensão do entreferro e, por consequência, enlaça todos os condutores do rotor. Assim, o campo girante induz correntes elétricas na gaiola de esquilo e a interação entre estas correntes e o campo girante origina o conjugado da máquina.

Cortando-se um setor do núcleo magnético do estator, e mantendo-se um enrolamento ativo nas ranhuras restantes, tem-se uma máquina de indução setorial de primário curto (WILDI, 2002; SIMONE, 2000), conforme mostra a figura 17(b). O enrolamento do estator da máquina setorial também produz um campo magnético girante. Porém, em vez de abranger toda a periferia do rotor, o campo magnético desloca-se apenas de uma extremidade à outra do estator.



**Figura 17 Máquinas de indução: (a) convencional; (b) setorial de primário curto.**

Na figura 17(b) estão destacadas a extremidade onde os condutores do rotor entram na região de ação do campo do estator (extremidade de entrada) e a extremidade onde os condutores saem desta região (extremidade de saída). Em função da existência destas duas extremidades a máquina setorial também apresenta os efeitos de extremidade presentes na máquina linear.

GIERAS (1994), NASAR e BOLDEA (1987) e POLOUJADOFF (1980) apresentam diversos sistemas para testes de máquinas de indução lineares. Os sistemas que operam diretamente com movimento linear são de difícil implementação, pois requerem estruturas relativamente caras e de grande porte, com trilhos longos para permitir o movimento necessário. Em função disto, sistemas simples e confiáveis utilizando máquinas setoriais para emular máquinas lineares vêm sendo desenvolvidos. XU, SUN e LI (2007), por exemplo, utiliza uma máquina com núcleo primário setorial e o secundário é composto de um núcleo magnético rotativo envolvido por um anel de cobre.

Outros pesquisadores utilizaram máquinas setoriais com rotor de gaiola de esquilo em seus trabalhos (CREPPE, 1997; LEITE, 2003), emulando máquinas de indução lineares do tipo *ladder*.

### 4.3 CONSTRUÇÃO

A máquina de indução setorial utilizada neste trabalho foi construída a partir de um motor de indução monofásico de 3 cv, 60 Hz e 4 pólos com rotor em gaiola de esquilo, figura 18.



**(a)** **(b)**  
**Figura 18** Motor de indução monofásico original: (a) rotor; (b) estator.

O enrolamento do estator foi totalmente removido e uma parte do núcleo magnético do estator foi cortada com a máquina de eletroerosão a fio, figura 19, do Laboratório de Máquinas Elétricas, Acionamentos e Energia (LMEAE) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).



**Figura 19** Máquina de eletroerosão a fio.

A figura 20 mostra o núcleo magnético do estator antes (a) e depois (b) do processo de corte.



(a) (b)  
**Figura 20 Núcleo magnético do estator: (a) antes; (b) depois.**

A máquina possuía originalmente 36 ranhuras e o corte do núcleo magnético foi executado de forma a manter 24 ranhuras. A carcaça não foi modificada, de modo a conservar a estrutura de fixação das tampas laterais. A figura 21 mostra a forma final do estator da máquina setorial com o novo enrolamento já inserido. A próxima seção apresenta uma descrição dos enrolamentos utilizados em máquinas lineares e setoriais.



**Figura 21 Estator da máquina setorial com o novo enrolamento.**

#### 4.4 TIPOS DE ENROLAMENTOS

Os enrolamentos das máquinas de indução lineares, também usados nas máquinas setoriais, são semelhantes aos enrolamentos utilizados nas máquinas convencionais. Porém, a existência de duas discontinuidades na sequência das bobinas, nas extremidades no núcleo, impõe algumas modificações. Os seguintes tipos de enrolamentos são utilizados (GIERAS,

1994; WEG, 2000): camada simples (única) ou camada mista; distribuído ou concentrado; imbricado ou concêntrico; passo pleno ou passo encurtado.

Os enrolamentos de camada simples são aqueles em que cada ranhura é ocupada por apenas um lado de bobina, enquanto que na camada mista, algumas ranhuras possuem apenas um lado ativo, outras ranhuras possuem dois lados ativos (camada dupla) e outras possuem três lados ativos.

O número de ranhuras por pólos e fase do primário ( $q_1$ ) é expresso por:

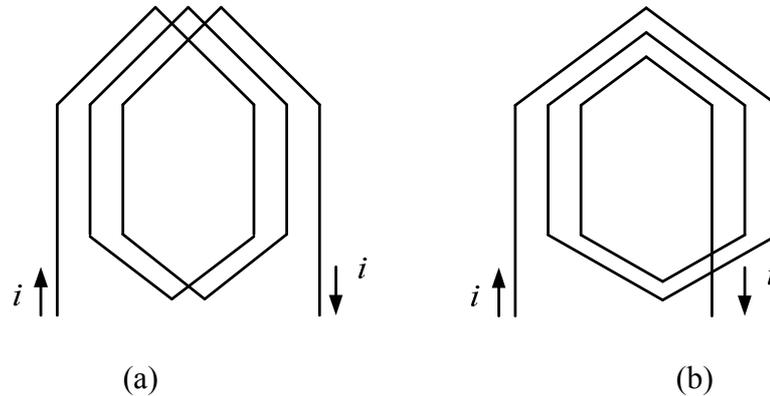
$$q_1 = \frac{z_1}{2pm_1} \quad (4.1)$$

sendo  $z_1$  o número de ranhuras,  $m_1$  o número de fases e  $2p$  o número de polos. Quanto maior o número de ranhuras por polo e fase, mais próxima de sinusoidal é a distribuição espacial de densidade de fluxo magnético no entreferro. Quando  $q_1 = 1$  o enrolamento é concentrado e quando  $q_1 > 1$  o enrolamento é distribuído. A tabela 1 apresenta exemplos de número de ranhuras usados em máquinas convencionais, em função do número de ranhuras por pólos e fase, para máquinas trifásicas de 2, 4, 6 e 8 polos. Estes valores são usados como referência inicial para a análise dos enrolamentos de máquinas lineares.

**Tabela 1 Número de ranhuras de máquinas convencionais  $z_1$  em função do número de ranhuras por polo e fase e do número de polos para máquinas trifásicas.**

	$z_1$			
	$2p = 2$	$2p = 4$	$2p = 6$	$2p = 8$
$q_1 = 1$	6	12	18	24
$q_1 = 2$	12	24	36	48
$q_1 = 3$	18	36	54	72

Nos enrolamentos distribuídos ( $q_l > 1$ ) o enrolamento de cada fase é formado por grupos de bobinas, que são ligados em série ou em paralelo. Cada grupo é composto por bobinas adjacentes ligadas em série, onde a corrente circula no mesmo sentido em todas as bobinas do grupo. O enrolamento imbricado é aquele em que todas as bobinas são do mesmo tamanho e se superpõem parcialmente, figura 22(a). No enrolamento concêntrico, figura 22(b), as bobinas de cada grupo têm tamanhos diferentes e o mesmo eixo magnético.



**Figura 22 Enrolamento imbricado (a) e enrolamento concêntrico (b).**

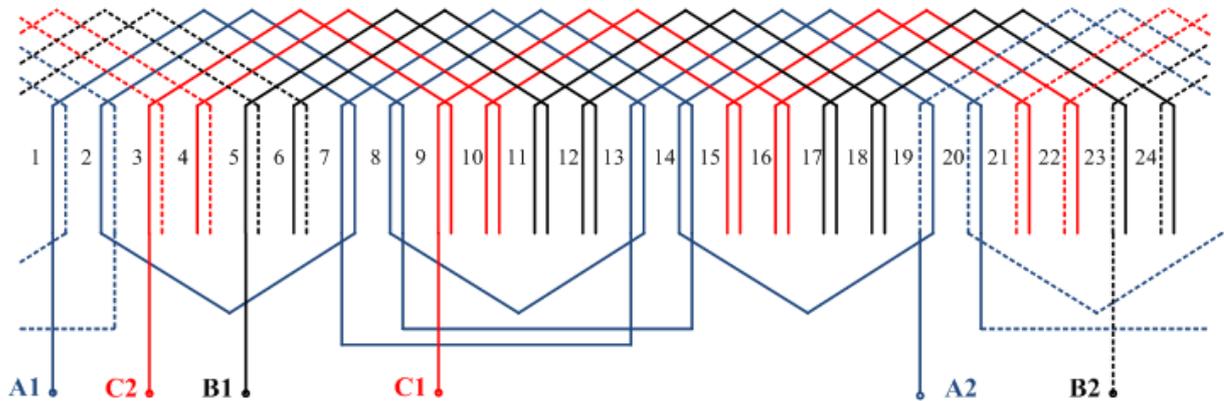
O passo polar em ranhuras é expresso por:

$$\tau = \frac{z_1}{2p} \quad (4.2)$$

Quando o passo de bobina  $w_c$  é igual ao passo polar o enrolamento é classificado como sendo de passo pleno ( $w_c = \tau$ ). Por outro lado, quando o passo de bobina é menor do que o passo polar o enrolamento é classificado com sendo de passo encurtado ( $w_c < \tau$ ).

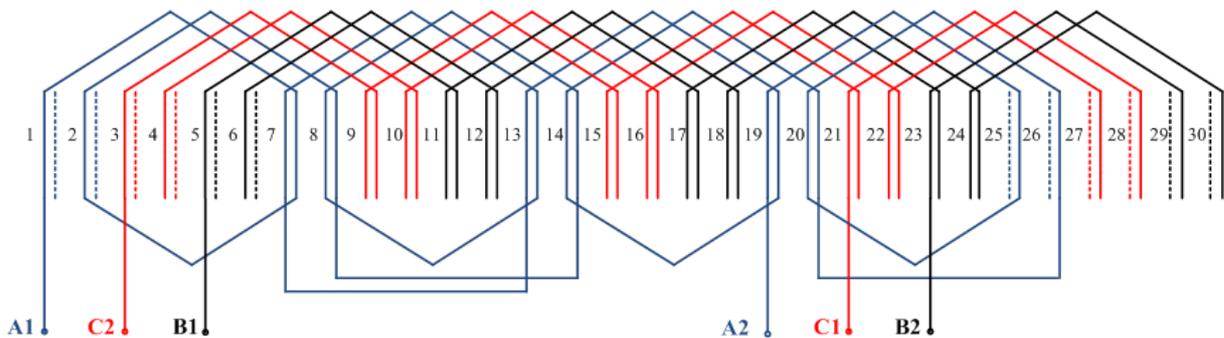
A figura 23 apresenta um enrolamento de camada dupla, distribuído ( $q_1 = 2$ ) e de passo pleno ( $w_c = \tau = 6$  ranhuras) para uma máquina trifásica convencional de 24 ranhuras e 4 pólos. Os terminais (início-fim) das fases A, B e C são representados, respectivamente, por A1-A2, B1-B2 e C1-C2. Todas as ligações estão representadas para a fase A, porém, para as fases B e C são apresentados apenas os terminais de início e fim de enrolamento. No caso de uma máquina linear, as bobinas indicadas por linhas tracejadas na figura 23 não podem ser

colocadas, devido à descontinuidade do núcleo. Se estas bobinas não forem colocadas haverá apenas 6 bobinas por fase, e não as 8 bobinas inicialmente previstas.



**Figura 23 Enrolamento de camada dupla, distribuído e de passo pleno para um máquina trifásica de 24 ranhuras e 4 polos.**

Uma solução é utilizar 6 ranhuras a mais, totalizando 30 ranhuras, para acomodar as 2 bobinas que faltam em cada fase, conforme mostra a figura 24. Desta forma, as primeiras 6 ranhuras, à esquerda, e as últimas 6 ranhuras, à direita, acomodam apenas um lado de bobina, e as demais 2 lados de bobina. O número de camadas é, portanto, misto.



**Figura 24 Enrolamento de camada dupla, distribuído e de passo pleno para um máquina linear trifásica de 30 ranhuras e 4 polos.**

Se o enrolamento de passo pleno da figura 24 fosse substituído por um enrolamento com passo encurtado em uma ranhura, ou seja, com passo de bobina  $w_c = 5$  ranhuras, o número de ranhuras necessário seria 29 em vez de 30. Genericamente, o número de ranhuras

de uma máquina linear, ou setorial, trifásica de camada mista é expresso, conforme GIERAS (1994), por

$$z_1' = \left( 2p + \frac{w_c}{\tau} \right) m_1 q_1 \quad (4.3)$$

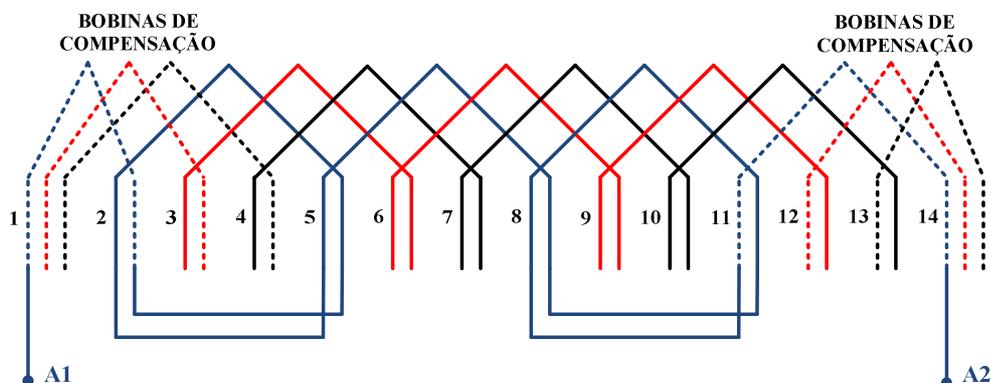
Portanto, à medida que o passo é encurtado ocorre uma redução do número de ranhuras necessário.

O comprimento do núcleo primário, para enrolamentos de passo encurtado, é calculado por

$$L_\tau = 2p\tau + w_c + c_1 \quad (4.4)$$

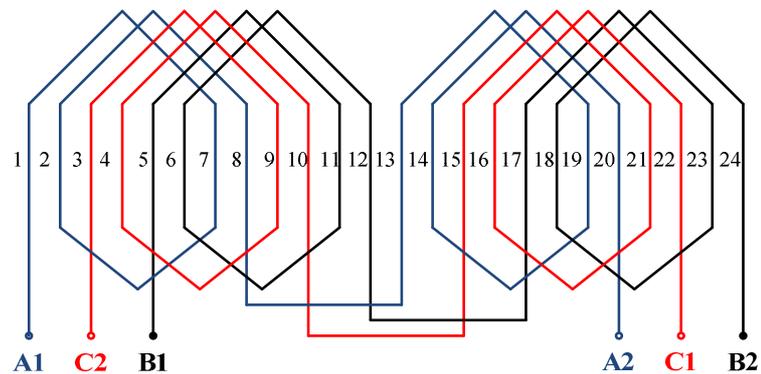
onde  $\tau$  é o passo polar expresso em unidade de comprimento, diferentemente do valor em ranhuras dado pela equação (4.2) e  $c_1$  é a largura do dente.

As configurações das figuras 23 e 24 apresentam um enfraquecimento de densidade de fluxo nas extremidades, devido às ranhuras das extremidades acomodarem apenas um lado ativo de bobina. Para reduzir este efeito, algumas máquinas utilizam bobinas de compensação, conforme o esquema apresentado na figura 25. As ranhuras das extremidades possuem 3 camadas. Estas bobinas somente são usadas em máquinas com baixo número de ranhuras, pois neste caso o número de ranhuras parcialmente preenchidas é considerável em relação ao número de ranhuras totalmente ocupadas.

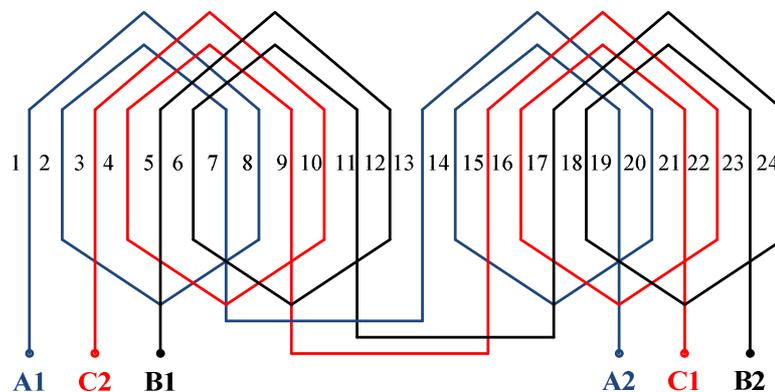


**Figura 25 Enrolamento de camada dupla, concentrado e de passo pleno para uma máquina linear trifásica de 14 ranhuras e 4 polos com bobinas de compensação.**

As máquinas lineares de baixa potência normalmente possuem enrolamento de camada única, de fácil confecção. Nestes casos o número de ranhuras é semelhante ao da máquina convencional, sendo que a diferença básica é a forma de distribuição das cabeceiras de bobina. A figura 26(a) apresenta um enrolamento imbricado de camada única e 24 ranhuras. Na figura 26(b) o enrolamento é concêntrico. Ambos os enrolamentos são de pólos consequentes. Esta denominação é devida à forma de distribuição das cabeceiras e dos grupos de bobinas. Há dois grupos de bobina por fase, porém são formados quatro polos. Na região onde está localizado um grupo de bobinas forma-se um polo, mas na região entre dois grupos de bobinas também há formação de um polo como consequência da corrente elétrica nos outros grupos de bobinas. Portanto, nos enrolamentos de pólos consequentes o número de grupos por fase é igual à metade do número de polos (WEG, 2000).



(a)



(b)

**Figura 26 Enrolamentos de camada única para 24 ranhuras e 4 polos:**

**(a) imbricado; (b) concêntrico.**

O comprimento do núcleo primário, para enrolamentos de camada única, é calculado por

$$L_{\tau} = 2p\tau + c_1 \quad (4.5)$$

Optou-se por utilizar um enrolamento de camada única na máquina setorial, pois assim todas as ranhuras são ocupadas, aproveitando-se bem o espaço disponível, sem haver necessidade de usar bobinas de compensação. Os enrolamentos das figuras 26(a) e 26(b) são eletricamente equivalentes, pois em ambos os casos as ranhuras são ocupadas da mesma forma. A diferença entre os formatos das cabeceiras de bobina não altera significativamente o fluxo magnético disperso nas mesmas. Em função da disponibilidade na oficina de um molde para bobinas concêntricas adotou-se o enrolamento da figura 26(b). Resumindo-se, o enrolamento utilizado na máquina setorial, de 24 ranhuras ( $z_1 = 24$ ), é trifásico ( $m_1 = 3$ ), tetrapolar ( $2p = 4$ ), concêntrico e de camada única, com duas bobinas por grupo (distribuído,  $q_1 = 2$ ). A bobina menor possui passo de 5 ranhuras e a bobina maior, 7 ranhuras. Assim, o passo de bobina médio é de 6 ranhuras ( $w_c = 6$  ranhuras).

#### 4.5 DIMENSIONAMENTO

O motor de indução monofásico original possui as seguintes características:

- Núcleo do estator com largura  $L_i = 116$  mm .
- Rotor com diâmetro externo  $D = 97,5$  mm .
- Número de ranhuras  $z_0 = 36$  ranhuras .

Cada ranhura tem um formato aproximadamente trapezoidal, com as seguintes dimensões:

- $b_{11} = 4$  mm, para a base menor;

- $b_{12} = 6$  mm, para a base maior;
- $h_{11} = 16$  mm, para a profundidade.

Cada fase do enrolamento foi dimensionada para uma tensão  $V_1 = 220$  V e uma frequência  $f = 60$  Hz. Os enrolamentos podem ser ligados em estrela ou triângulo, permitindo tensões nominais de linha de 380 V e 220 V, respectivamente.

O dimensionamento do enrolamento estatórico é uma combinação das metodologias apresentadas em GIERAS (1994) e em WEG (2000).

O passo de ranhura, em graus elétricos, é expresso por

$$\alpha_1 = \frac{180^\circ E}{m_1 q_1} \quad (4.6)$$

Para  $m_1 = 3$  e  $q_1 = 2$ , tem-se  $\alpha_1 = 30^\circ E$ .

O fator de distribuição do enrolamento primário é calculado por

$$k_{d1} = \frac{\text{sen}\left(q_1 \frac{\alpha_1}{2}\right)}{q_1 \text{sen}\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)} \quad (4.7)$$

Para  $\alpha_1 = 30^\circ E$  e  $q_1 = 2$ , obtém-se  $k_{d1} = 0,966$ .

O fator de passo do enrolamento primário é calculado por

$$k_{p1} = \text{sen}\left(90^\circ \frac{w_c}{\tau}\right) \quad (4.8)$$

Para o enrolamento adotado, tem-se um passo de bobina médio  $w_c = 6$  ranhuras e um passo polar  $\tau = 6$  ranhuras, o que conduz a um fator de passo  $k_{p1} = 1$ .

O fator de enrolamento agrupa o fator de distribuição e o fator de passo em um único fator, sendo expresso por

$$k_{e1} = k_{d1} k_{p1} \quad (4.9)$$

Portanto, o fator de enrolamento é  $k_{e1} = 0,966$ . Conforme a descrição feita na seção 3.2, a primeira harmônica de força magnetomotriz fica reduzida para 96,6% da força magnetomotriz produzida por um enrolamento concentrado com o mesmo número de espiras em série por fase.

Obviamente, o comprimento final do núcleo magnético primário após o corte é menor do que o comprimento da circunferência original do estator. O cálculo pode ser feito da seguinte forma:

$$L_r = \pi D \frac{z_1}{z_0} + c_1 \quad (4.10)$$

onde  $L_r$  é o comprimento final do núcleo,  $D$  é o diâmetro interno do estator, que é aproximadamente igual ao diâmetro externo do rotor,  $z_0$  é o número de ranhuras original do estator,  $z_1$  o número de ranhuras final e  $c_1$  é a largura do dente do estator. Para  $D = 97,5$  mm,  $z_1 = 24$ ,  $z_0 = 36$  e  $c_1 = 5$  mm, obtém-se  $L_r = 209,1$  mm.

Isolando-se  $\tau$  em (4.5) obtém-se o passo polar:

$$\tau = \frac{L_r - c_1}{2p} \quad (4.11)$$

Portanto, o passo polar é  $\tau = 51$  mm.

A máquina de indução linear geralmente possui entreferro grande em relação à máquina rotativa convencional. Isto faz com que o circuito magnético da máquina linear apresente uma característica magnética linear, ou seja, com efeito de saturação desprezível. Por esta razão, alguns pesquisadores constroem a máquina setorial com um entreferro aumentado (CREPPE, 1997; LEITE, 2003). Entretanto, ao diminuir o diâmetro do rotor é necessário cuidado para não produzir curto-circuito no núcleo magnético do rotor.

De forma diferente, optou-se neste trabalho por manter o mesmo entreferro original da máquina. Para compensar, projetou-se a máquina setorial para operar com baixa densidade de

fluxo magnético no entreferro, operando assim no trecho linear da curva de magnetização do aço. Nas máquinas rotativas convencionais tem-se normalmente uma densidade de fluxo magnético máxima de 0,8 T (WEG, 2000). No caso da máquina setorial, estimou-se uma densidade de fluxo magnético máxima de 0,17 T.

Uma vez estabelecido o valor máximo da densidade de fluxo no entreferro ( $B_m$ ), pode-se calcular o seu valor médio, que é usado para calcular o fluxo magnético por pólo. Considerando-se uma distribuição espacial sinusoidal, tem-se o seguinte fluxo magnético por pólo:

$$\Phi = \frac{2}{\pi} B_m \tau L_i \quad (4.12)$$

onde  $L_i$  é a largura do núcleo magnético, de forma que o produto  $\tau L_i$  é a área por pólo. Para  $B_m = 0,17$  T,  $\tau = 51$  mm e  $L_i = 116$  mm, obtém-se  $\Phi = 0,64$  mWb.

O número de espiras em série por fase é dado por:

$$N_1 = \frac{E_1}{4,44 f \Phi k_{e1}} \quad (4.13)$$

onde  $E_1$  é a força eletromotriz por fase, que é menor do que a tensão nominal por fase, devido à queda de tensão na impedância do estator. Conforme GIERAS (1994), tem-se tipicamente  $E_1 \cong 0,5V_1$  em máquinas de pequena potência. Assim, para  $E_1 = 110$  V e  $f = 60$  Hz, obtém-se  $N_1 = 680$  espiras em série por fase.

Finalmente, o número de espiras por bobina pode ser obtido da seguinte forma:

$$N_b = \frac{N_1}{N_f} \quad (4.14)$$

sendo  $N_f$  o número de bobinas em série por fase. De acordo com a figura 26,  $N_f = 4$  bobinas em série por fase, o que conduz a  $N_b = 170$  espiras por bobina.

A área da ranhura pode ser calculada da seguinte forma:

$$S_{sl} = \frac{(b_{11} + b_{12})h_{11}}{2} \quad (4.15)$$

Para  $b_{11} = 4$  mm,  $b_{12} = 6$  mm e  $h_{11} = 16$  mm, obtém-se  $S_{sl} = 80$  mm<sup>2</sup>.

A área disponível para o cobre dos condutores, ou seja, a área útil ( $S_u$ ), é dada pela seguinte expressão:

$$S_u = f_e S_{sl} \quad (4.16)$$

sendo  $f_e$  o fator de preenchimento.

Em função da área útil e do número de condutores por ranhura, que no caso é igual ao número espiras por bobina, obtém-se a seção máxima que pode utilizada para os condutores:

$$S_{cm} = \frac{S_u}{N_b} \quad (4.17)$$

A corrente nominal por fase ( $I_1$ ) depende da área da seção transversal nominal do condutor ( $S_{c1}$ ) e da densidade de corrente suportável pelo mesmo ( $J_{c1}$ ):

$$I_1 = J_{c1} S_{c1} \quad (4.18)$$

onde  $S_{c1} \leq S_{cm}$ .

Utilizando-se um condutor de 24 AWG ( $S_{c1} = 0,205$  mm<sup>2</sup>) obtém-se um fator de preenchimento  $f_e = 0,45$ , que é um valor que permite a execução do enrolamento.

Admitindo-se uma densidade de corrente  $J_{c1} = 7$  A/mm<sup>2</sup>, que é um valor utilizado em máquinas rotativas (WEG, 2000), obtém-se uma corrente nominal  $I_1 = 1,44$  A.

A tabela 2 apresenta um resumo das características da máquina de indução setorial.

**Tabela 2 Dados da máquina de indução setorial**

Tensão nominal (por fase)	$V_1=220$ V
Corrente nominal (por fase)	$I_1=1,44$ A
Frequência nominal	$f=60$ Hz
Largura do estator	$L_i=116$ mm
Diâmetro externo do rotor	$D=97,5$ mm
Número de pólos	$2p=4$
Passo polar	$\tau=51$ mm
Número de espiras por bobina	$N_b=170$
Condutor	24 AWG

#### 4.6 A VELOCIDADE SÍNCRONA

De acordo com FITZGERALD, KINGSLEY JR e UMANS (2002), a velocidade do campo magnético girante da máquina de indução convencional é expressa, em rotações por minuto (RPM), por:

$$n_s = \frac{120f}{2p} \quad (4.19)$$

A velocidade síncrona também pode ser expressa em radianos por segundo (rad/s), da seguinte forma:

$$\omega_s = 2\pi \frac{n_s}{60} = \frac{2\pi f}{p} \quad (4.20)$$

A velocidade angular e a velocidade linear de uma partícula em movimento circular uniforme estão relacionadas através do raio do movimento (GREENWOOD, 1988). Assim, a velocidade de translação da onda de campo magnético no entreferro, a velocidade periférica, é calculada por

$$v_s = \omega_s \left( \frac{D}{2} \right) = \omega_s R \quad (4.21)$$

onde as grandezas estão expressas no Sistema Internacional de Unidades, sendo  $R = D/2$  o raio no ponto médio do entreferro, que é aproximadamente igual ao raio externo do rotor.

Substituindo-se (4.20) em (4.21) obtém-se o seguinte resultado:

$$v_s = 2 \left( \frac{\pi D}{2p} \right) f \quad (4.22)$$

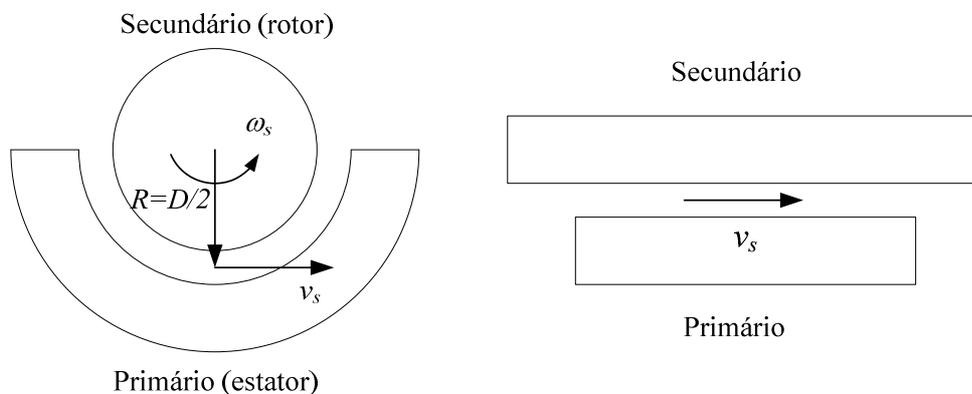
O termo entre parênteses representa o passo polar ( $\tau$ ), pois é a relação entre o comprimento total da circunferência do entreferro e o número de pólos:

$$\tau = \frac{\pi D}{2p} \quad (4.23)$$

Portanto, a velocidade linear síncrona referida ao entreferro é dada por

$$v_s = 2\tau f \quad (4.24)$$

A velocidade de translação da onda de campo magnético no entreferro da máquina girante é igual à velocidade da onda de campo magnético da máquina de indução linear, conforme a ilustração da figura 27.



**Figura 27 Relação entre velocidade angular e velocidade linear.**

Aplicando-se os dados de passo polar e frequência, apresentados na tabela 2, em (4.24) obtém-se

$$v_s = 2\tau f = 2 \times 0,051 \text{ m} \times 60 \text{ Hz} = 6,12 \text{ m/s}$$

De (4.21), obtém-se

$$\omega_s = \frac{v_s}{R} = \frac{6,12 \text{ m/s}}{(0,0975/2) \text{ m}} = 125,5 \text{ rad/s}$$

A velocidade síncrona da máquina setorial é obtida isolando-se  $n_s$  em (4.20):

$$n_s = \frac{60\omega_s}{2\pi} = \frac{60 \times 125,5}{2\pi} = 1200 \text{ RPM}$$

Assim, apesar de possuir 4 pólos, a velocidade síncrona da máquina setorial é 1200 RPM. A equação (4.19) mostra que uma máquina convencional de 4 pólos, operando com frequência de 60 Hz, apresenta uma velocidade síncrona de 1800 RPM. Na verdade, se fosse colocada a parte da máquina original que foi cortada, mantendo-se o mesmo enrolamento, se formariam mais 2 pólos no estator, resultando em 6 pólos. Com isto, a velocidade síncrona também seria de 1200 RPM. Portanto, a velocidade síncrona da máquina setorial depende do passo polar e da frequência, e não depende do número de pólos, assim como ocorre na máquina linear.

#### 4.7 RELAÇÕES MECÂNICAS DE CONJUGADO, FORÇA, POTÊNCIA E VELOCIDADE

O conjugado mecânico e a velocidade de rotação da máquina setorial podem ser convertidos, respectivamente, para força mecânica ( $F_{mec}$ ) e velocidade ( $v$ ) de uma máquina linear equivalente. Tendo-se a velocidade linear síncrona referida ao entreferro, é necessário fazer o mesmo para a força e a velocidade. De acordo com GREENWOOD (1988) as equações de transformação são:

$$F_{mec} = \frac{T_{mec}}{R} \quad (4.25)$$

$$(4.26)$$

$$v = \omega_m R = \left( 2\pi \frac{n}{60} \right) R$$

onde  $n$  é a velocidade do rotor em RPM e  $\omega_m = 2\pi n / 60$  é a velocidade do rotor em rad/s.

A potência mecânica da máquina setorial, que é igual à potência mecânica da máquina linear equivalente, pode ser calculada por:

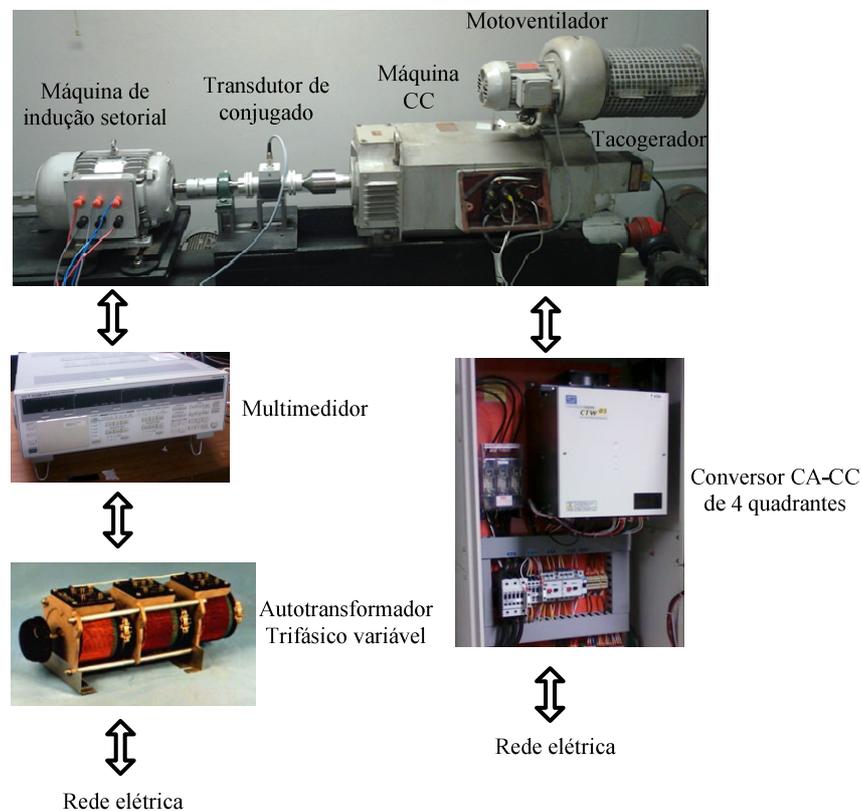
$$P_{mec} = T_{mec}\omega_m = F_{mec}v \quad (4.27)$$

O escorregamento pode ser calculado por:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} = \frac{v_s - v}{v_s} \quad (4.28)$$

#### 4.8 BANCADA DE ENSAIOS

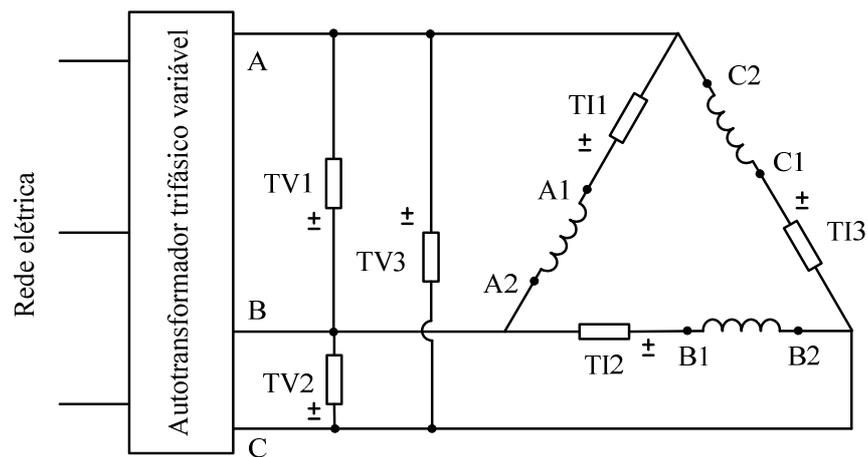
A figura 28 apresenta o sistema montado para a execução de ensaios. O eixo da máquina de indução setorial está acoplado ao eixo de uma máquina de corrente contínua (CC) através de um transdutor de conjugado. O tacogerador da máquina CC possibilita a medição da velocidade de rotação do grupo. Um multimetror está conectado entre a máquina setorial e um autotransformador trifásico variável, para medição de tensões, correntes e potências. A máquina de corrente contínua está conectada a um conversor CA-CC de 4 quadrantes. O Anexo I apresenta uma descrição dos equipamentos utilizados.



**Figura 28 Bancada de ensaios da máquina setorial.**

O sistema permite fluxo de potência bidirecional para as duas máquinas elétricas. Quando a máquina setorial opera como motor, a máquina CC opera como gerador e fornece energia para a rede elétrica. A máquina setorial também pode operar como gerador. Neste caso, a máquina CC opera como motor.

A figura 29 apresenta o diagrama de ligações da máquina setorial e dos demais equipamentos. A ligação utilizada é triângulo, pois desta forma garante-se que as tensões de fase sejam iguais às tensões de linha, o que permite a análise da máquina com tensões equilibradas. A ligação em estrela e sem neutro não garante a operação com tensões de fase equilibradas: a impedância por fase é diferente entre as fases da máquina setorial, assim como na linear de indução, devido aos efeitos de extremidade. Adota-se a seguinte simbologia: TV1, TV2 e TV3 são os transdutores de tensão; TI1, TI2 e TI3 são os transdutores de corrente; A1-A2, B1-B2 e C1-C2 são os terminais da máquina setorial. Os transdutores estão conectados de modo a permitir medições de tensões, correntes e potências por fase.

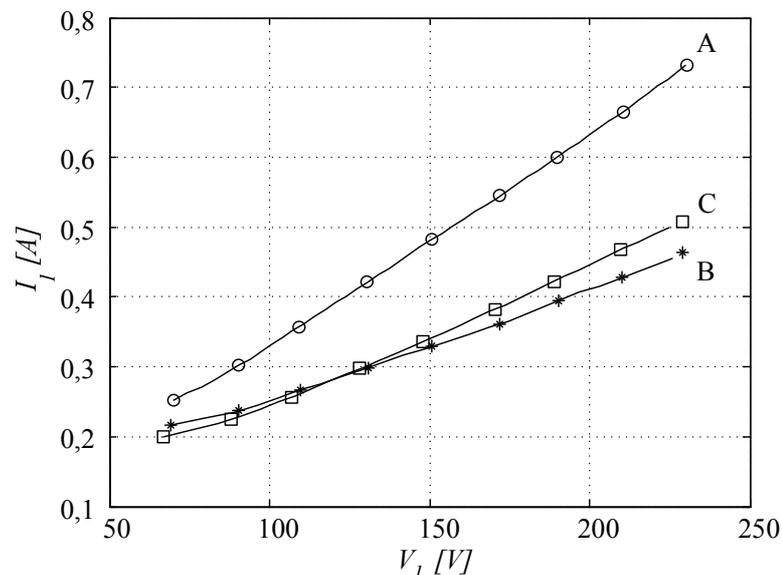


**Figura 29 Diagrama de ligações do circuito da máquina setorial.**

#### 4.9 ENSAIO A VAZIO

O ensaio a vazio é realizado com a máquina setorial operando como motor, sem nenhuma carga mecânica aplicada ao seu eixo, ou seja, desacoplada da máquina CC. Comparativamente, este tipo de ensaio é de difícil execução em uma máquina linear, pois requer um longo espaço para permitir a aceleração e o deslocamento da máquina durante as medições. A máquina setorial não requer este longo espaço, e esta é uma das vantagens de seu uso no estudo. Assim, os procedimentos para o ensaio a vazio da máquina setorial são os mesmos adotados para a máquina de indução convencional. O ensaio permite uma avaliação inicial do efeito de extremidade dinâmico.

Para conseguir uma melhor visualização dos efeitos de extremidade é conveniente fazer medições para as sequências de fases ABC e ACB, ou seja, nos dois sentidos de rotação. A figura 30 apresenta a relação entre a tensão aplicada e as correntes por fase, para a sequência ABC. Os marcadores indicam as leituras efetuadas para cada fase. A função *spline* do Matlab (MATSUMOTO, 2001) é usada para interligar os marcadores, de forma a salientar a evolução das correntes. Observa-se um forte desequilíbrio das correntes, sendo a corrente na fase A significativamente maior do que as correntes nas fases B e C.

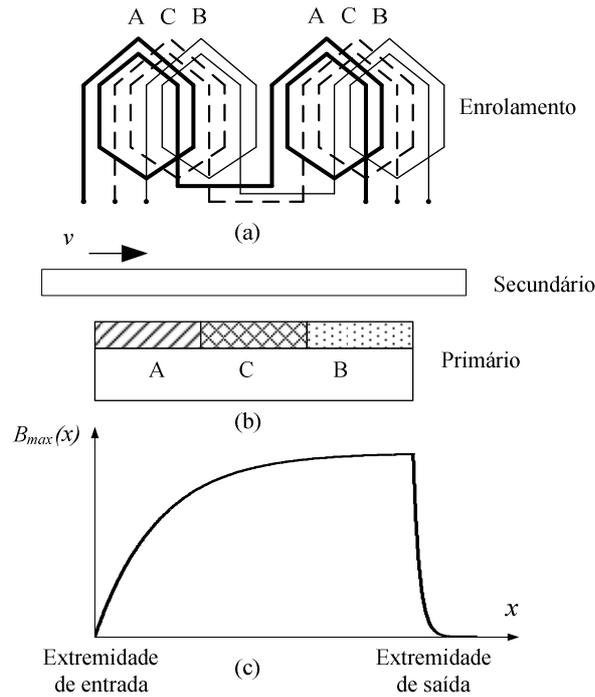


**Figura 30** Correntes a vazio, com sequência ABC e à frequência de 60 Hz.

O desequilíbrio de correntes é devido ao efeito de extremidade dinâmico e pode ser explicado com o auxílio da figura 31. A figura 31(a) mostra o enrolamento utilizado na máquina setorial. Observa-se que os enrolamentos das fases A, B e C estão distribuídos de forma assimétrica em relação às extremidades do núcleo magnético. A fase A está localizada mais próxima da extremidade esquerda do núcleo; a fase B está localizada mais próxima da extremidade direita do núcleo; a fase C está equidistante das duas extremidades. A figura 31(b) representa, numa forma simplificada, esta distribuição das fases em relação às extremidades do núcleo.

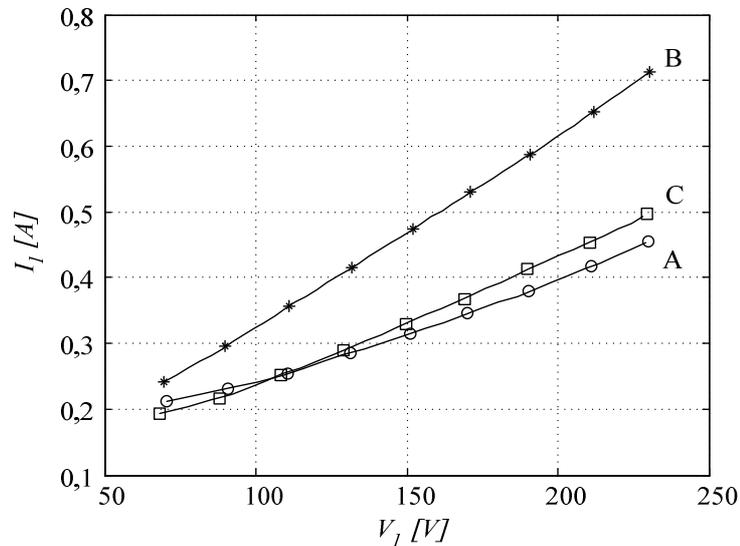
Para a sequência ABC, os sentidos de deslocamento do campo magnético primário e, por consequência, do núcleo secundário são da esquerda para a direita na figura 31(a) e (b). Conforme a análise apresentada no capítulo 3, o efeito de extremidade dinâmico produz um enfraquecimento da densidade de fluxo máxima ( $B_{max}$ ) na extremidade esquerda, ou seja, na extremidade por onde o secundário entra na região de ação do campo magnético primário (extremidade de entrada), conforme está representado de forma simplificada na figura 31(c).

Em função da distribuição de densidade de fluxo apresentada na figura 31(c), o fluxo magnético concatenado com a fase A é pequeno em relação às demais fases. Portanto, a força eletromotriz induzida na fase A é baixa, o que faz com que a corrente na mesma seja alta. Por outro lado, a fase B apresenta menor corrente porque ela está localizada mais à direita, ou seja, mais próxima da extremidade de saída, onde a densidade de fluxo magnético é maior. A fase C apresenta uma corrente um pouco maior do que a corrente da fase B, pois ela está localizada numa posição central, onde o fluxo concatenado é um pouco menor do que o fluxo magnético concatenado com a fase B.



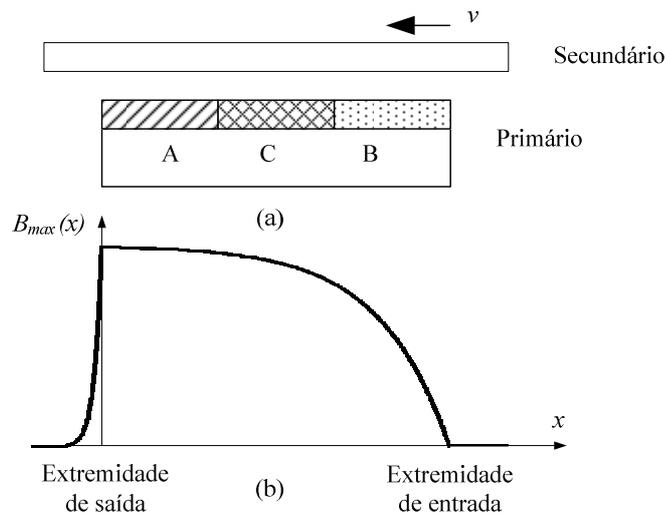
**Figura 31 Sequência ABC: (a) enrolamento da máquina setorial; (b) representação simplificada do primário e do movimento do secundário; (c) densidade de fluxo magnético máxima no entreferro em função das extremidades de entrada e saída.**

A figura 32 apresenta as correntes medidas para a sequência ACB. Observa-se que a corrente na fase C mantém o mesmo comportamento apresentado na sequência ABC. Porém, as correntes nas fases A e B invertem seus comportamentos. A fase B apresenta maior corrente e a fase A, menor corrente.



**Figura 32 Correntes a vazio e com sequência ACB.**

Para a sequência ACB, os sentidos de deslocamento do campo magnético primário e do núcleo secundário são da direita para a esquerda, conforme mostra a figura 33(a). Conseqüentemente, a fase B fica localizada na extremidade de entrada, onde há o enfraquecimento da densidade de fluxo, apresentado na figura 33(b), e a fase A fica localizada na extremidade de saída. Isto explica o comportamento das correntes nas fases.



**Figura 33 Sequência ACB: (a) representação simplificada do primário e do movimento do secundário; (b) densidade de fluxo magnético máxima no entreferro em função das extremidades de entrada e saída.**

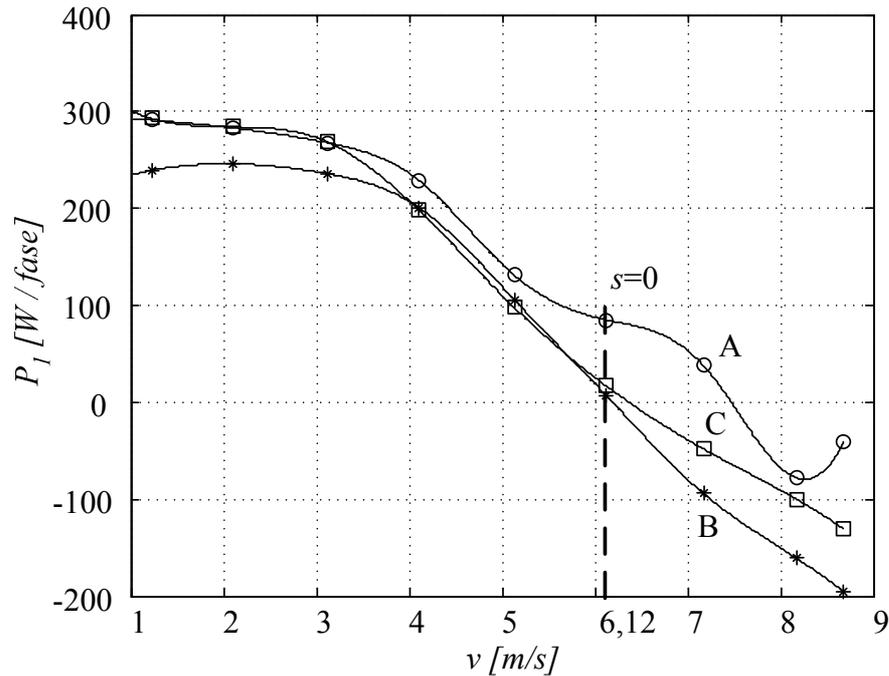
As figuras 30 e 32 também mostram que a relação entre a tensão aplicada e a corrente é praticamente linear. Isto ocorre porque o enrolamento foi dimensionado de forma a se obter uma densidade de fluxo magnético relativamente baixa no núcleo magnético, operando longe da região saturada da curva de magnetização. Este comportamento também está presente na máquina de indução linear devido ao entreferro relativamente grande necessário para muitas aplicações. Nas máquinas lineares normalmente há forte predominância da relutância do entreferro em relação à relutância dos núcleos magnéticos.

#### 4.10 ENSAIO SOB TENSÃO E FREQUÊNCIA CONSTANTES E VELOCIDADE VARIÁVEL

Para o ensaio com frequência constante, a velocidade é variada pelo conversor CA-CC, mediante ajuste da tensão aplicada à armadura da máquina CC. A tensão aplicada à máquina setorial é mantida constante em 220 V e a 60 Hz. Mede-se conjugado, correntes e potências ativas da máquina setorial para cada velocidade. O conjugado e a velocidade de rotação são convertidos, respectivamente, para força e velocidade de translação da máquina linear equivalente, de acordo com as equações (4.25) e (4.26).

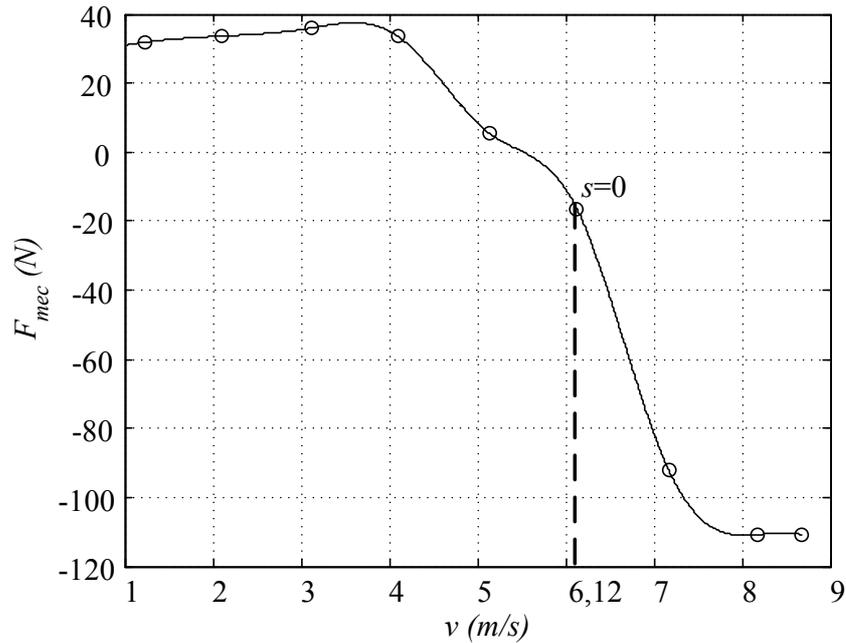
A figura 34 apresenta as curvas de potências ativas por fase *versus* velocidade linear. Para velocidades menores do que a velocidade síncrona (6,12 m/s ou 1200 RPM), a máquina setorial absorve potência da fonte de alimentação e, portanto, opera como motor. É fácil visualizar a diferença entre as potências ativas absorvidas pelas fases A e B. A fase A está localizada na extremidade de entrada e, por esta razão, absorve maior potência ativa do que a fase B. A fase C está localizada numa posição central do núcleo, de forma que a sua potência ativa apresenta valor intermediário.

Para velocidades imediatamente superiores à velocidade síncrona, as potências ativas das fases B e C tornam-se negativas, enquanto que a potência ativa da fase A continua positiva. Isto significa que as fases B e C passam a fornecer potência ativa, ou seja, o comportamento de gerador de indução já se manifesta para as mesmas. Porém, devido principalmente ao efeito de extremidade dinâmico, a fase A continua absorvendo potência ativa. A partir da velocidade de 7,5 m/s a fase A começa a fornecer potência ativa, porém, numa quantidade bem menor do que a fase B. Resumindo-se, a fase A, localizada na extremidade de entrada, absorve alta potência ativa na região de operação como motor e fornece baixa potência ativa, ou mesmo não fornece, na região de operação como gerador.



**Figura 34** Curvas de potências ativas por fase *versus* velocidade linear.

A figura 35 apresenta a curva de força em função da velocidade linear. Para velocidades menores do que 5,6 m/s a máquina setorial opera como motor, pois produz força positiva, ou seja, no mesmo sentido da velocidade. A máquina CC funciona como gerador, emulando uma carga mecânica para o motor setorial. Na velocidade síncrona a força produzida pela máquina linear é negativa, ou seja, de frenagem. Isto ocorre porque a máquina de indução não atinge a velocidade síncrona por seus próprios meios, de modo que a máquina CC opera como motor para levar a máquina setorial até a velocidade síncrona. A potência mecânica fornecida pelo motor CC é consumida pelas perdas da máquina setorial, pois esta permanece absorvendo potência ativa da rede elétrica. À medida que a velocidade cresce em relação à velocidade síncrona, aumenta a força de frenagem produzida pela máquina setorial, ou seja, aumenta a potência mecânica fornecida pelo motor CC. Esta potência mecânica é convertida em potência elétrica e fornecida à rede elétrica, principalmente pelas fases B e C que são menos afetadas pelo efeito de extremidade dinâmico.



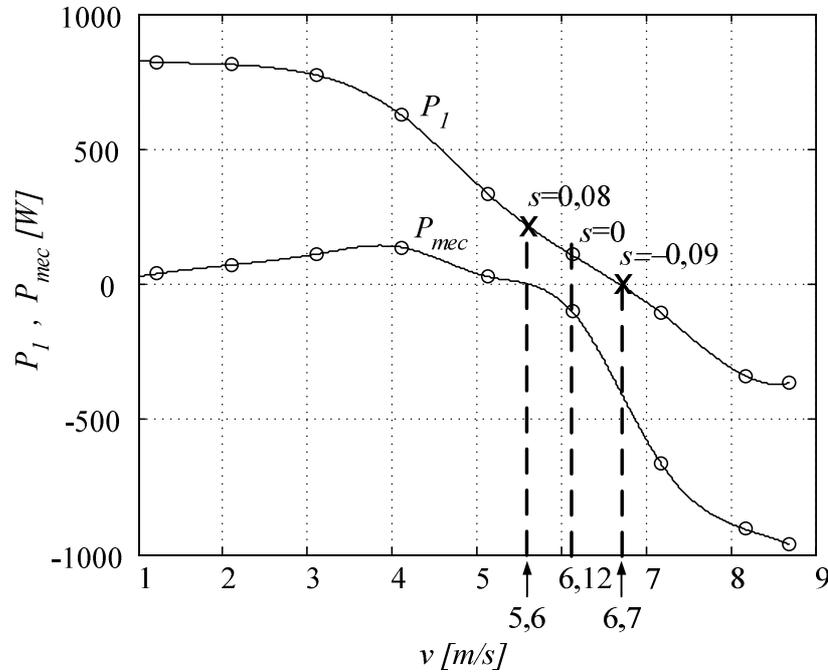
**Figura 35** Curva de força *versus* velocidade linear.

A potência mecânica ( $P_{mec}$ ) é determinada pela força mecânica ( $F_{mec}$ ) e pela velocidade linear ( $v$ ), de acordo com a equação (4.27). A potência ativa total do primário ( $P_1$ ) é a soma das potências ativas das fases A, B e C:

$$P_1 = P_{1a} + P_{1b} + P_{1c} \quad (4.29)$$

A potência ativa total e a potência mecânica estão representadas na figura 36. Para velocidades menores do que 5,6 m/s, onde  $s = 0,08$ , tem-se  $P_1 > 0$  e  $P_{mec} > 0$ , ou seja, a máquina absorve potência ativa e fornece potência mecânica, caracterizando a sua operação como motor. Observa-se que entre 5,6 m/s ( $s = 0,08$ ) e 6,7 m/s ( $s = -0,09$ ) tem-se  $P_1 > 0$  e  $P_{mec} < 0$ . Portanto, nesta faixa de velocidade a máquina absorve potência ativa da rede e também absorve potência mecânica do motor CC. Estas potências estão sendo consumidas pelas perdas internas da máquina setorial. A máquina funciona efetivamente como gerador a partir da velocidade de 6,7 m/s, onde  $s = -0,09$ , quando a potência ativa total torna-se negativa, ou seja, quando a máquina começa a fornecer potência ativa para a rede. Isto ocorre

porque a potência ativa da fase A permanece positiva até a velocidade de 7,5 m/s, conforme figura 34, devido principalmente ao efeito de extremidade, o que reduz o fornecimento líquido de potência ativa.



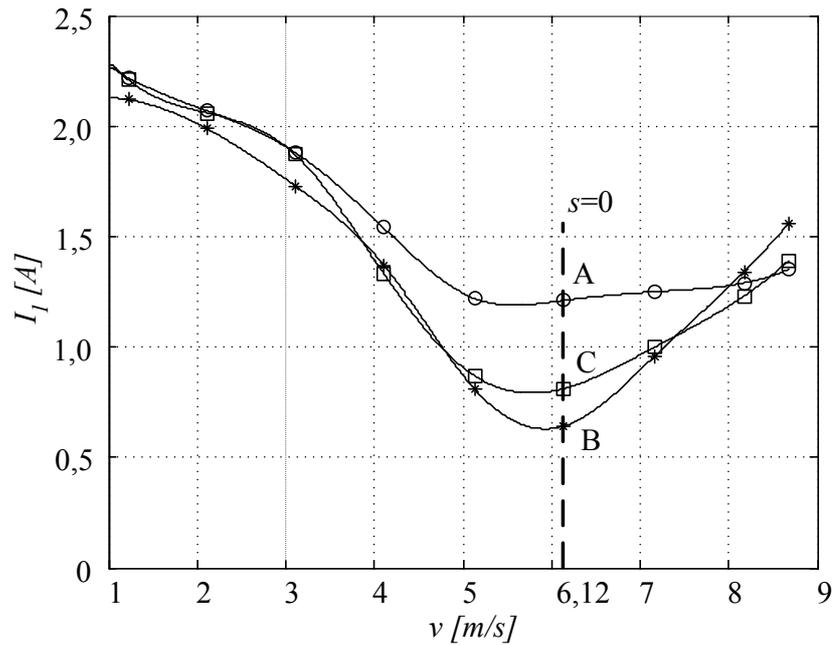
**Figura 36 Potência mecânica e potência ativa total versus velocidade linear.**

A figura 37 apresenta as curvas de correntes por fase em função da velocidade. As correntes atingem valores mínimos para velocidades próximas à velocidade síncrona. Para a velocidade de 8,68 m/s, que representa a última medição efetuada, as correntes por fase são:  $I_{1a} = 1,35$  A;  $I_{1b} = 1,56$  A;  $I_{1c} = 1,39$  A. O condutor de 24 AWG utilizado no enrolamento, Tabela 2, possui área da seção transversal  $S_{c1} = 0,205$  mm<sup>2</sup>. Assim, as densidades de corrente por fase são:

$$J_{c1a} = \frac{I_{1a}}{S_{c1}} = 6,6 \text{ A/mm}^2; J_{c1b} = \frac{I_{1b}}{S_{c1}} = 7,6 \text{ A/mm}^2; J_{c1c} = \frac{I_{1c}}{S_{c1}} = 6,8 \text{ A/mm}^2.$$

Estes valores são praticamente iguais à densidade de corrente estimada na seção 4.5 (7,0 A/mm<sup>2</sup>) e estão de acordo com os valores utilizados em máquinas de indução lineares da

faixa de potência da máquina de indução setorial (GIERAS, 1994). Portanto, por este critério, pode-se considerar a velocidade nominal do gerador como sendo 8,68 m/s. O módulo do escorregamento nominal correspondente é alto em relação às máquinas rotativas convencionais e pode ser calculado com a equação (4.28), resultando em  $s = -0,42$ .



**Figura 37** Curva de correntes *versus* velocidade linear.

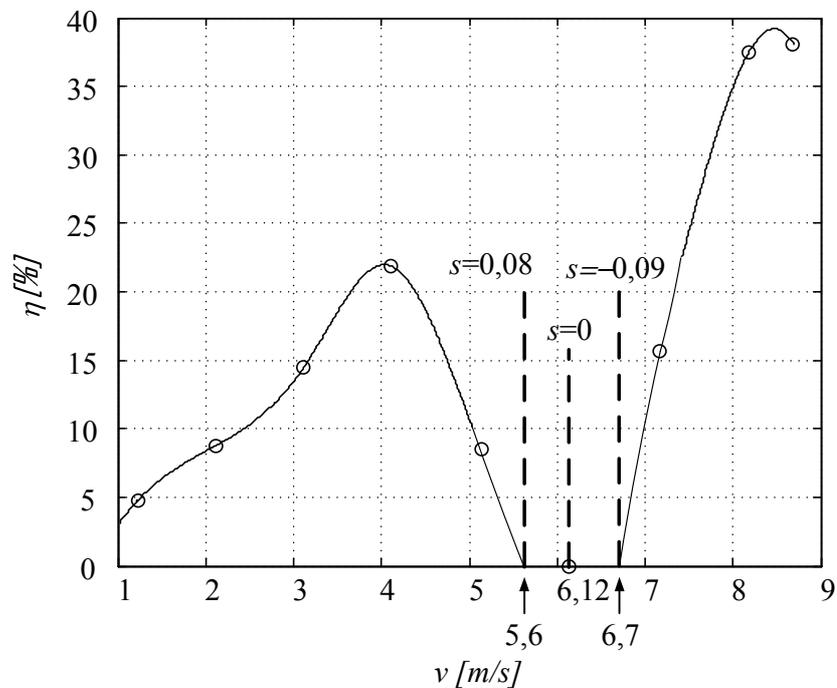
O rendimento é definido como a relação entre a potência de saída e a potência de entrada. Na operação como motor, a potência de entrada é a potência ativa e a potência de saída é a potência mecânica. Neste caso, o rendimento é expresso por

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_1} 100\% \quad (4.30)$$

Na operação como gerador, a potência de entrada é a potência mecânica e a potência de saída é a potência ativa total. Assim, o rendimento é calculado por

$$\eta = \frac{P_1}{P_{mec}} 100\% \quad (4.31)$$

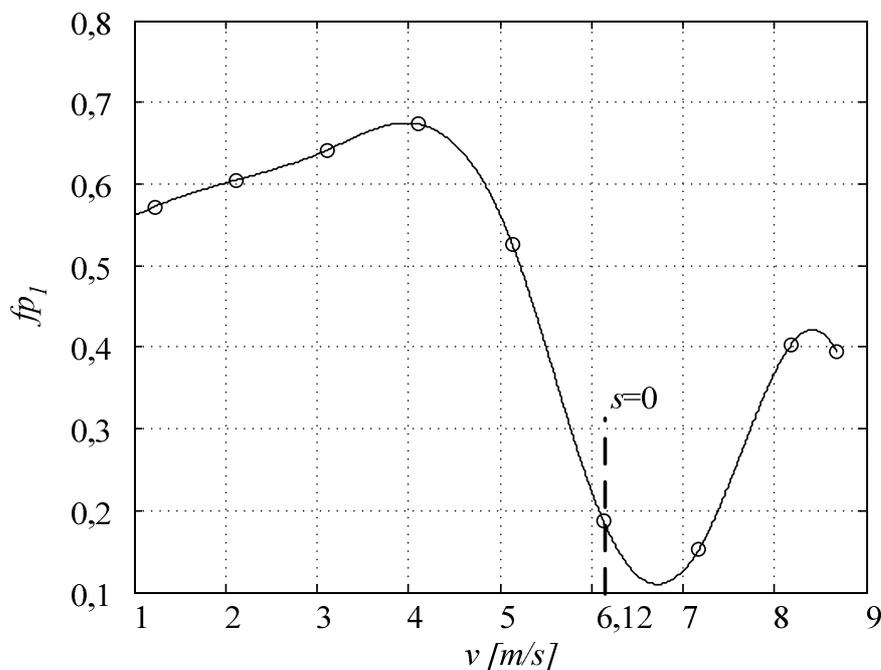
A figura 38 apresenta a variação do rendimento em função da velocidade linear. O rendimento varia com a velocidade de operação, ou seja, depende da potência desenvolvida pela máquina. Conforme a descrição feita para a figura 36, para velocidades menores que 5,6 m/s a máquina opera como motor, com o rendimento sendo determinado pela equação (4.30). Para velocidades entre 5,6 m/s ( $s=0,08$ ) e 6,7 m/s ( $s=-0,09$ ) tem-se  $P_1 > 0$  e  $P_{mec} < 0$ . Portanto, a máquina está absorvendo potência ativa da rede e absorvendo potência mecânica do motor CC. Como há entrada de potência, nas formas elétrica e mecânica, e nenhuma saída de potência, o rendimento na faixa entre 5,6 m/s e 6,7 m/s é considerado nulo, pois as potências de entrada são totalmente consumidas pelas perdas internas. Para velocidades maiores do que 6,7 m/s a operação é como gerador, com o rendimento sendo calculado pela equação (4.31). As figuras 36 e 38 mostram que  $P_1 = -366$  W e  $P_{mec} = -961,3$  W, para  $v = 8,68$  m/s, o que conduz a um rendimento nominal de 38% na operação como gerador.



**Figura 38** Curva de rendimento *versus* velocidade linear.

O baixo rendimento é uma característica normal das máquinas de indução lineares em geral. O modelo comercial SL-5-270, por exemplo, apresentado em GIERAS (1994) apresenta um rendimento menor do que 35%. A causa principal do baixo rendimento é o efeito de extremidade dinâmico. Ele produz perda adicional de potência por efeito Joule, principalmente na fase A localizada na extremidade de entrada, o que reduz o fornecimento total de potência ativa para a rede. O efeito de extremidade também causa desequilíbrio entre as correntes de fase, o que prejudica a distribuição de densidade de fluxo magnético, gerando harmônicas espaciais que também contribuem para o baixo rendimento da máquina.

A figura 39 apresenta a variação do fator de potência do primário,  $fp_1$ , em função da velocidade linear. De modo geral, o fator de potência é baixo em relação às máquinas rotativas convencionais. Na operação sob velocidade nominal,  $v = 8,68 \text{ m/s}$ , o fator de potência é 0,4. Assim como o rendimento, este valor está na faixa indicada em GIERAS (1994).



**Figura 39** Curva de fator de potência do primário *versus* velocidade linear.

#### 4.11 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS

O presente capítulo apresentou o projeto, a construção e a análise de uma máquina de indução setorial, com o objetivo de emular uma máquina de indução linear.

Inicialmente, mostrou-se que a velocidade síncrona depende da frequência e do passo polar. Portanto, diferentemente da máquina rotativa convencional, a velocidade síncrona não depende do número de pólos. Esta é uma característica também apresentada pela máquina de indução linear.

O ensaio a vazio mostrou que há desequilíbrio entre as correntes de magnetização das três fases, causado principalmente pelo efeito de extremidade dinâmico. A corrente da fase localizada na extremidade de entrada é maior do que as correntes nas outras duas fases. Verificou-se também que há uma relação linear entre a corrente e a tensão, devido à operação com baixa densidade de fluxo magnético no núcleo, longe da região saturada da curva de magnetização.

A máquina de indução setorial operando como gerador, sob tensão, frequência e velocidade nominais, apresenta as potências ativas de -41 W, -195 W e -130 W para as fases A, B e C, respectivamente. A fase A, localizada na extremidade de entrada, gera uma potência ativa bem menor do que a fase B localizada na extremidade de saída. As correntes para as fases A, B e C são, respectivamente, 1,35 A, 1,56 A e 1,39 A. O desequilíbrio entre os módulos das correntes não é tão grande quanto o desequilíbrio das potências ativas. Portanto, o que ocorre é que as potências aparentes para as três fases são próximas.

O aspecto da curva força eletromagnética-velocidade linear é, de modo geral, semelhante à curva conjugado eletromagnético-velocidade angular da máquina convencional. Porém, destaca-se que na velocidade linear síncrona a força eletromagnética não é nula, em função dos desequilíbrios entre as correntes nas três fases.

A máquina setorial opera efetivamente como gerador a partir de um escorregamento igual a  $-0,09$ , diferentemente do que ocorre na máquina de indução rotativa e convencional. Deve-se evitar que a máquina opere com escorregamento próximo de zero, pois nesta situação o rendimento é nulo e o fator de potência é baixo, menor do que  $0,2$ . O escorregamento nominal calculado foi de  $-0,42$ , que é um valor alto em relação às máquinas rotativas convencionais. O rendimento calculado foi de  $38\%$ , que comparado com as máquinas rotativas convencionais é baixo. O mesmo foi verificado para o fator de potência, cujo valor calculado foi  $0,4$ .

Os valores numéricos apresentados ao longo deste capítulo foram resultado de uma média tomada a partir de diversas medições. A grandeza crítica, que influi diretamente nos valores medidos, é a velocidade do secundário. Portanto, tomou-se o cuidado de refazer cada medição com a mesma velocidade. Assim, os valores medidos para cada velocidade ficaram praticamente iguais. Os instrumentos utilizados apresentam uma classe de exatidão entre  $0,2\%$  e  $0,5\%$ , conforme anexo I. Portanto, considera-se que os valores medidos são praticamente iguais aos valores reais das grandezas em cada ensaio.

## 5 A MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR

### 5.1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo descreve a análise, o projeto, a construção e os testes da máquina de indução linear, de primário simples e lâmina condutora no secundário, operando como gerador. O desempenho da máquina é avaliado inicialmente com um modelo de circuito equivalente tradicional, que considera os efeitos de extremidade, mas desconsidera os desequilíbrios de correntes e potências nas fases. A seguir, em função das características de operação, propõe-se um modelo de circuito equivalente trifásico que leva em consideração os desequilíbrios entre as fases.

Quando se projeta ou se analisa uma máquina linear é natural que se estabeleça comparações com a máquina rotativa. A seguir, se apresenta uma comparação qualitativa resumida entre as duas máquinas. Deve-se destacar que as expressões do tipo “alto/baixo” ou “grande/pequena” são usadas apenas para efeito de comparação geral entre as duas configurações, pois os valores numéricos variam em uma ampla faixa, dependendo das características nominais de cada máquina.

A curva força *versus* velocidade da máquina de indução linear de pequena potência é semelhante à curva conjugado *versus* velocidade da máquina de indução rotativa convencional com alta resistência no rotor (SLEMON, 1992). Ou seja, a força máxima ocorre em um escorregamento alto. A razão desta característica está relacionada à espessura da lâmina condutora do secundário e também ao entreferro da máquina. O entreferro pode ser analisado sob dois pontos de vista: geométrico e magnético. O entreferro geométrico corresponde à fresta de ar entre o núcleo primário e a lâmina condutora do secundário. O entreferro magnético inclui, além do entreferro geométrico, a espessura da lâmina condutora do secundário, que não é magnética. O entreferro geométrico normalmente é alto, por

questões mecânicas de montagens. Para uma máquina linear usada em transportes o entreferro físico é tipicamente 25 mm, enquanto que numa máquina rotativa de mesma ordem de potência é 1 mm. Portanto, a espessura da lâmina condutora não pode ser grande, para não produzir um alto entreferro magnético. Porém, à medida que se reduz a espessura da lâmina condutora, se aumenta a resistência do secundário.

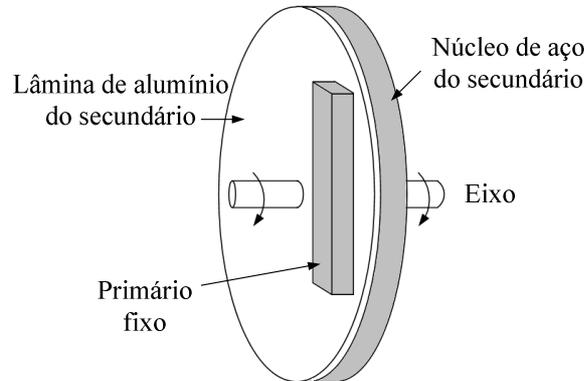
O fator de potência da máquina de indução linear é baixo, devido à alta potência reativa necessária à magnetização devido a um grande comprimento de entreferro. O rendimento também é baixo, devido à alta resistência do rotor e aos efeitos de extremidade.

## 5.2 ROTEIRO DE PROJETO

O projeto da máquina é iterativo, tomando como ponto de partida as características de desempenho desejadas, os materiais e equipamentos disponíveis, e as limitações de espaço físico. Dai a opção por um projeto de máquina linear de indução dedicado ao propósito desta tese ao invés do uso de uma máquina comercial. Uma vez determinadas as dimensões construtivas, os parâmetros do circuito equivalente são calculados e as características de operação são verificadas. Se os requisitos não forem atendidos volta-se ao início e são alterados alguns parâmetros de projeto.

A figura 40 apresenta um esboço da estrutura da máquina, com o objetivo de auxiliar no entendimento do seu projeto, principalmente no que se refere ao secundário. O primário é fixo e tem a constituição tradicional de uma máquina de indução linear. Um disco duplo, composto de uma lâmina de alumínio e uma placa de aço de pequena espessura, emula o secundário longo (sem fim no caso) e linear da máquina. Isso é feito para se evitar a construção de uma linha longa e cara que comporte um secundário longo que possa deslocar-se com velocidade constante. A lâmina de alumínio tem espessura  $d = 1$  mm e a placa de aço tem espessura  $h_{2y} = 10$  mm. Ambos têm um diâmetro de 660 mm. O entreferro geométrico é

$g = 3 \text{ mm}$ , o que conduz a um entreferro magnético  $g_t = g + d = 4 \text{ mm}$ . O anexo II apresenta os desenhos referentes ao projeto mecânico da máquina de indução linear.



**Figura 40** Representação simplificada da máquina de indução linear.

### 5.3 DIMENSIONAMENTO DO PRIMÁRIO

Deseja-se que a máquina opere como gerador de indução trifásico linear com as seguintes características nominais: tensão de fase  $V_l = 220 \text{ V}$ ; corrente de fase  $I_l = 2 \text{ A}$ ; frequência  $f = 60 \text{ Hz}$ ; velocidade linear síncrona  $v_s = 10 \text{ m/s}$ .

O enrolamento adotado é do mesmo tipo da máquina de indução setorial: trifásico ( $m_l = 3$ ), ligação triângulo, concêntrico de camada única com  $2p = 4$  pólos e  $q_l = 2$  ranhuras por pólos e fase. Portanto, assim como na máquina setorial, o primário possui  $z_l = 24$  ranhuras. O passo de ranhura em graus elétricos ( $\alpha_l$ ), o fator de distribuição ( $k_{dl}$ ), o fator de passo ( $k_{pl}$ ) e o fator de enrolamento ( $k_{el}$ ) são calculados de acordo com as equações apresentadas para a máquina setorial.

O passo polar é calculado em função da frequência e da velocidade linear síncrona:

$$\tau = \frac{v_s}{2f} \quad (5.1)$$

O número de espiras em série por fase pode ser calculado por

$$N_1 = \frac{A_{my} p \tau}{m_1 \sqrt{2} I_1 k_{e1}} \quad (5.2)$$

A densidade linear de corrente normalmente fica na seguinte faixa:  $A_{my}=20.000$  a  $240.000$  A/m. O valor final da densidade de corrente é  $A_{my}=35.407$  A/m, obtido após iterações com o modelo adotado para cálculo de desempenho, que está apresentado na seção 5.6.

O número de espiras por bobina é a razão entre o número de espiras em série por fase e o número de bobinas em série por fase:

$$N_b = \frac{N_1}{N_f} \quad (5.3)$$

O fluxo magnético por pólo pode ser calculado por:

$$\Phi = \frac{E_1}{4,44 N_1 k_{e1} f} \quad (5.4)$$

onde a força eletromotriz por fase ( $E_1$ ) é menor do que a tensão nominal devido à queda de tensão na impedância equivalente do estator. Considera-se  $E_1 \cong 0,5V_1$ , assim como foi feito para a máquina setorial. Este valor foi confirmado com o modelo adotado para cálculo de desempenho (seção 5.6).

Conforme está apresentado no capítulo 4, referente à máquina setorial, a largura do núcleo magnético ( $L_i$ ) está relacionada com o fluxo magnético por pólo mediante a seguinte equação:

$$L_i = \frac{\pi \Phi}{2 B_m \tau} \quad (5.5)$$

onde  $B_m$  é a densidade de fluxo magnético máxima no entreferro. É importante adotar um baixo valor de densidade de fluxo magnético para reduzir a corrente de excitação e também a força de atração entre o primário e o secundário. Esta força depende do quadrado da densidade de fluxo magnético no entreferro (GIERAS, 1994). Portanto, também por questões

mecânicas de montagem e operação, é importante mantê-la com um valor baixo. No caso, utilizou-se  $B_m = 0,12 \text{ T}$ .

A área da seção transversal do condutor é determinada pela corrente nominal e pela densidade superficial de corrente:

$$S_{c1} = \frac{I_1}{J_{c1}} \quad (5.6)$$

Nas máquinas de indução lineares utiliza-se  $J_{c1} = 4$  a  $25 \text{ A/mm}^2$  (GIERAS, 1994). Porém, densidades maiores do que  $15 \text{ A/mm}^2$  requerem condutores com canais internos e resfriamento com água.

Usando-se um condutor de área da seção transversal  $S_{c1} = 0,32472 \text{ mm}^2$ , 22 AWG (WEG, 2000), obtém-se  $J_{c1} = 6,2 \text{ A/mm}^2$ . Este valor é próximo ao utilizado para a máquina setorial.

A área ocupada apenas pelo cobre dos condutores (área útil), sem considerar materiais isolantes, é dada por:

$$S_u = N_{sl} S_{c1} \quad (5.7)$$

onde  $N_{sl}$  é o número de condutores por ranhura, que no enrolamento de camada única adotado é igual ao número de espiras por bobina.

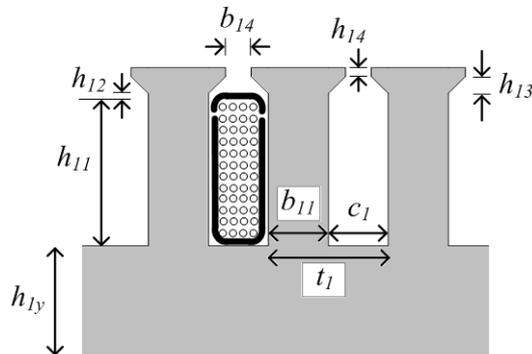
A área necessária para a ranhura ( $S_{sl}$ ) é determinada pela área útil e pelo fator de preenchimento:

$$S_{sl} = \frac{S_u}{f_e} \quad (5.8)$$

O fator de preenchimento utilizado foi  $f_e = 0,43$ , que é um valor aproximadamente igual ao adotado para a máquina setorial.

A figura 41 apresenta o formato projetado para as ranhuras e os dentes do núcleo primário. Esta configuração de ranhura, retangular e semi-fechada, é normalmente utilizada

em máquinas lineares de baixa potência (GIERAS, 1994). A ranhura aberta é utilizada em máquinas onde o enrolamento é composto por barras de seção transversal retangular.



**Figura 41 Detalhamento de dimensões de ranhuras e dentes.**

O passo de ranhura é determinado por:

$$t_1 = \frac{2p\tau}{z_1} \quad (5.9)$$

A largura do dente é calculada por:

$$c_1 = t_1 \frac{B_m}{B_{mt}} \quad (5.10)$$

onde  $B_{mt}$  é a densidade de fluxo magnético máxima no dente, que normalmente é menor do que 2,0 T.

A largura da ranhura é igual à diferença entre o passo de ranhura e a largura do dente:

$$b_{11} = t_1 - c_1 \quad (5.11)$$

As demais dimensões da ranhura, indicadas na figura 39, são determinadas de forma a se obter a área necessária, apresentada em (5.8), e também facilitar o processo de corte das chapas magnéticas.

A altura do jugo primário pode ser calculada por:

$$h_{1y} = 0,5\tau \frac{B_m}{B_{mj}} \quad (5.12)$$

onde  $B_{mj}$  é a densidade de fluxo magnético máxima no jugo, que normalmente é menor do que 1,2 T.

O comprimento do núcleo primário é dado por:

$$L_\tau = 2p\tau + c_1 \quad (5.13)$$

As dimensões do primário e as características do enrolamento, calculadas através das equações (5.1) a (5.13), estão apresentadas na tabela 3.

**Tabela 3 Características construtivas do primário**

Número de espiras por bobina	$N_b = 180$
Seção transversal do condutor de cobre	$S_{c1} = 0,32472 \text{ mm}^2$ (22 AWG)
Passo polar	$\tau = 83,3 \text{ mm}$
Comprimento do núcleo	$L_\tau = 343 \text{ mm}$
Largura do núcleo	$L_i = 100 \text{ mm}$
Altura do jugo	$h_{1y} = 14 \text{ mm}$
Dimensões de ranhuras e dentes	$c_1 = 7 \text{ mm}$ $b_{11} = 7 \text{ mm}; b_{14} = 3 \text{ mm}$ $h_{11} = 17,5 \text{ mm}; h_{12} = 0,5 \text{ mm}$ $h_{13} = 2 \text{ mm}; h_{14} = 1 \text{ mm}$
Entreferro geométrico	$g = 3 \text{ mm} \pm 0,14 \text{ mm}$

#### 5.4 CONSTRUÇÃO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR

O núcleo do primário foi construído com chapas magnéticas doadas pela empresa Voges, de Caxias do Sul, RS. O conjunto de chapas está apresentado na figura 42.



**Figura 42 Formato original das chapas magnéticas.**

As chapas foram cortadas na máquina de eletroerosão a fio, formando as ranhuras e os dentes do primário, figura 43. Como a largura projetada para o núcleo magnético foi relativamente grande, tornou-se necessário dividir o pacote de lâminas em três partes aproximadamente iguais e cortá-las separadamente. Com isto se reduziu o peso de ferro a ser cortado individualmente, facilitando a fixação do mesmo e a execução do processo. Este processo foi demorado, também em função dos detalhes dos dentes, e demandou aproximadamente de 36 horas de operação da máquina de eletroerosão. Porém, isto permitiu a implementação de ranhuras de acordo com o projetado para o protótipo. O peso final do pacote de chapas foi de 7,1 kg.

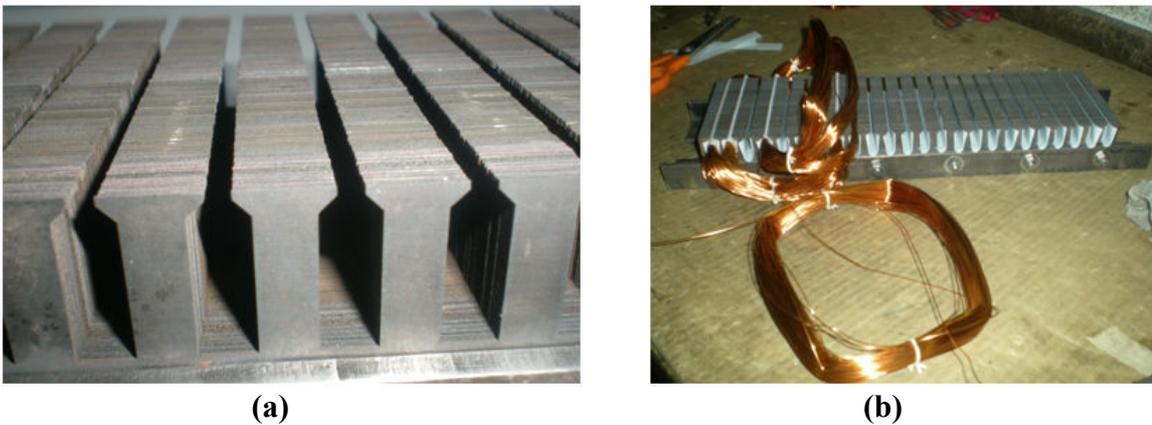


**Figura 43 Corte das chapas na máquina de eletroerosão a fio.**

Após o corte, as chapas foram enviadas à Voges para tratamento térmico e isolamento. A primeira etapa do processo seria o aquecimento das chapas para evaporação do óleo existente nas mesmas. O óleo é usado no processo de estampagem das chapas. Como elas foram cortadas com eletroerosão não houve necessidade desta etapa. Na segunda etapa ocorre a decarbonetação e a recristalização dos grãos, até que se atinja o tamanho de grão ótimo e o teor de carbono adequado. Já na terceira e última etapa de tratamento, é feita uma oxidação controlada onde óxidos semi-isolantes são formados para isolar as chapas. Em todas as etapas

são usadas atmosferas contendo nitrogênio e nas duas últimas também hidrogênio e vapor de água.

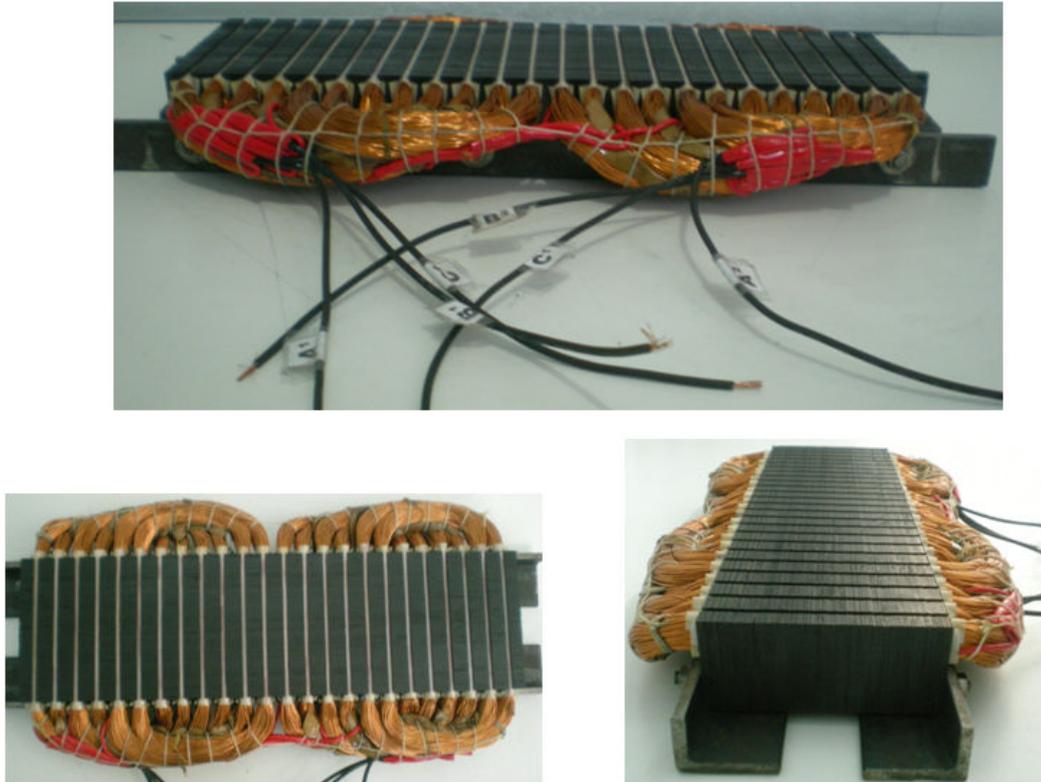
Após o recebimento das chapas isoladas e tratadas termicamente desenvolveu-se a montagem do primário. O pacote de chapas foi fixado com duas cantoneiras de aço que mantêm as chapas pressionadas com o auxílio de barras rosqueadas e parafusos. A figura 44(a) mostra em detalhe as ranhuras e dentes com o pacote montado. A figura 44(b) mostra o revestimento das ranhuras com filme de poliéster e o processo de bobinagem.



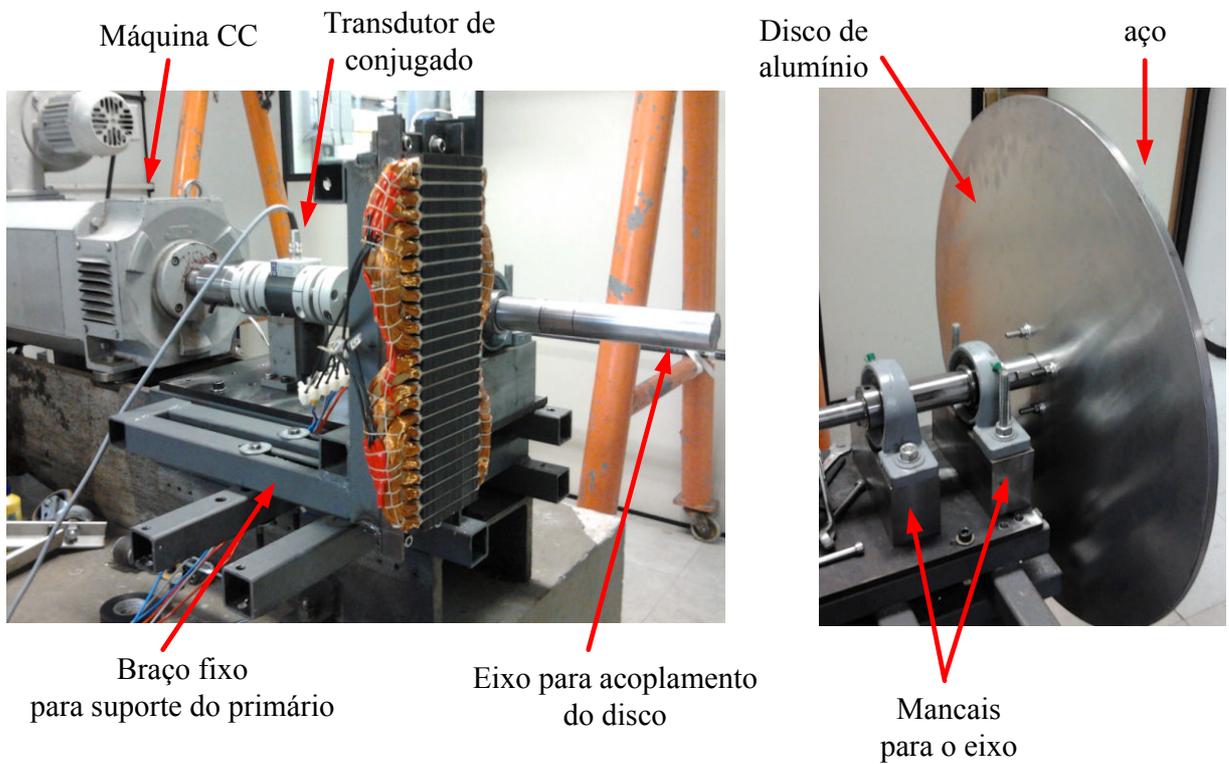
**Figura 44 (a) Detalhe de ranhuras e dentes; (b) Processo de bobinagem.**

A figura 45 mostra três vistas para o primário completo, com as bobinas amarradas, envernizadas e os terminais do enrolamento acessíveis. As dimensões do núcleo primário estão apresentadas detalhadamente no Anexo II.

A figura 46 apresenta a sequência de montagem da máquina de indução linear na bancada de ensaios. O primário está fixado em um braço que permite o ajuste do entreferro. O disco de alumínio e aço foi usinado para garantir que estivesse adequadamente aplainado para se evitar variação do entreferro quando em rotação. Pela mesma razão, o disco foi balanceado. Assim está montado em um eixo suportado por mancais e acoplado ao eixo de uma máquina de corrente contínua através de um transdutor de conjugado. As dimensões do disco estão apresentadas no Anexo II.

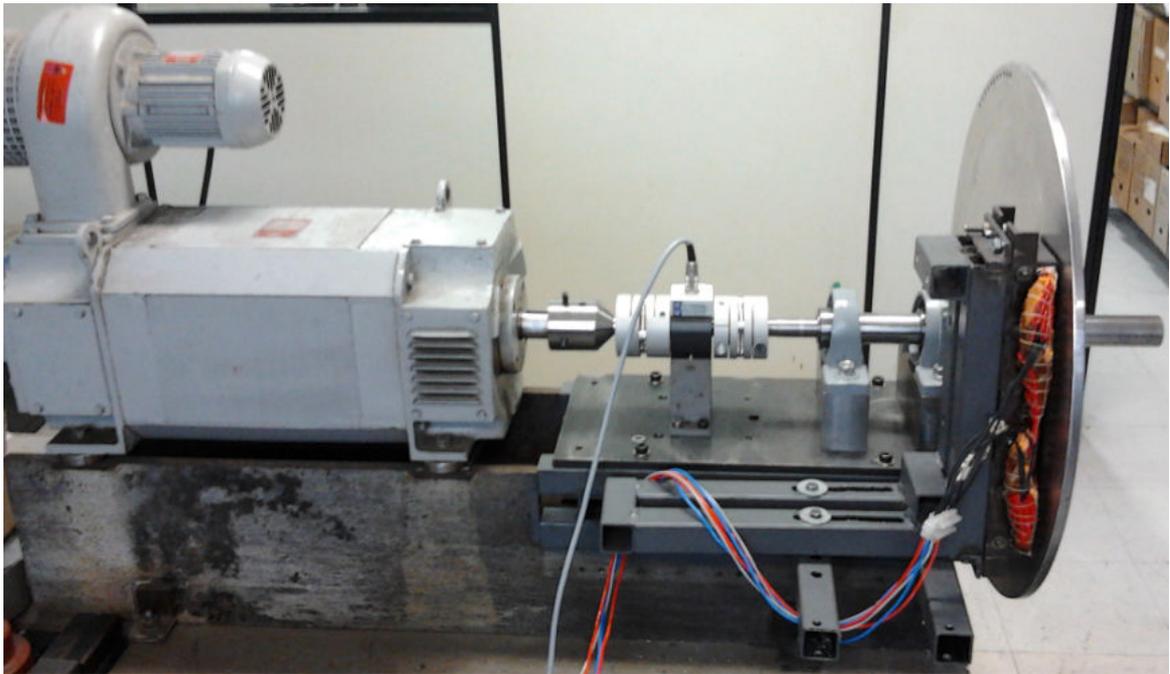


**Figura 45 Primário da máquina de indução linear.**



**Figura 46 Montagem do primário e do secundário da máquina de indução linear.**

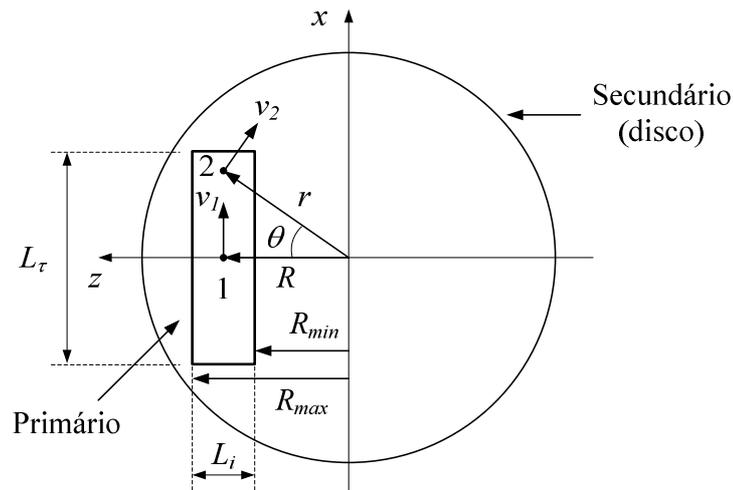
A figura 47 apresenta o aspecto final da montagem. O acionamento é semelhante ao da máquina setorial descrita no capítulo 4. A máquina CC é alimentada por um conversor CA-CC que permite testes da máquina de indução linear em diversas velocidades de operação. As ligações da máquina linear e dos demais equipamentos são idênticas às ligações utilizadas para a máquina setorial apresentadas na figura 29 do capítulo 4.



**Figura 47 Bancada de ensaios da máquina de indução linear.**

### **5.5 RELAÇÕES DE CONJUGADO, FORÇA E VELOCIDADE**

Como o movimento do secundário é de rotação e não de translação, a velocidade linear do secundário é diferente para cada ponto do primário. Portanto, é necessário estimar a velocidade linear equivalente do secundário (MORIZANE, TSUJIKAWA e KIMURA, 2011). A figura 48 apresenta um esboço do disco e do primário no plano  $xz$ . A onda de densidade de fluxo magnético produzida pelo primário viaja na direção  $x$ .



**Figura 48 Representação do primário e do disco no plano xz.**

As coordenadas dos pontos 1 e 2 são:  $x_1 = 0$ ,  $z_1 = R$ ,  $x_2 = r \sin \theta$ ,  $z_2 = R$ . Os módulos das velocidades lineares nestes pontos são:

$$v_1 = R\omega_m \quad (5.14)$$

$$v_2 = r\omega_m \quad (5.15)$$

onde  $\omega_m$  é a velocidade angular do disco, medida com o tacogerador.

As componentes das velocidades na direção  $x$  são:

$$v_{1x} = R\omega_m \quad (5.16)$$

$$v_{2x} = v_2 \cos \theta = r\omega_m \cos \theta \quad (5.17)$$

Como  $R = r \cos \theta$ , as componentes de velocidade na direção  $x$  nos pontos 1 e 2 são iguais. Ambas são calculadas por

$$v_x = R\omega_m \quad (5.18)$$

A velocidade linear síncrona  $v_s$  está na direção  $x$ . Portanto, os escorregamentos nos pontos 1 e 2 são expressos por

$$s = \frac{v_s - v_x}{v_s} = \frac{v_s - R\omega_m}{v_s} \quad (5.19)$$

A equação (5.19) pode ser generalizada para qualquer ponto do primário substituindo-se  $R\omega_m$  por  $z\omega_m$ . Portanto:

$$s = \frac{v_s - z\omega_m}{v_s} \quad (5.20)$$

No trecho da curva força eletromagnética versus velocidade onde ocorre a operação em regime permanente a força eletromagnética por unidade de área do primário é diretamente proporcional ao escorregamento:

$$F_{mec} / A = Ks \quad (5.21)$$

onde  $K$  é uma constante de proporcionalidade e  $A$  é a área do primário. A figura 3 do capítulo 2 ilustra esta situação.

Portanto, a força total é obtida por integração ao longo de toda a área do primário.

$$F_{mec} = \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} \int_{-L_r/2}^{L_r/2} Ks dx dz = K \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} \int_{-L_r/2}^{L_r/2} \left( \frac{v_s - z\omega_m}{v_s} \right) dx dz \quad (5.22)$$

Desenvolvendo-se a integral a integral, obtém-se:

$$F_{mec} = KL_r (R_{\max} - R_{\min}) \left[ \frac{v_s - \omega_m (R_{\max} + R_{\min})/2}{v_s} \right] = KL_r L_i \left[ \frac{v_s - \omega_m R}{v_s} \right] \quad (5.23)$$

onde  $L_i = R_{\max} - R_{\min}$  é a largura do núcleo primário;  $R = (R_{\max} + R_{\min})/2$  é o raio médio, que é a distância na direção  $z$  do centro do núcleo até a origem (centro do eixo de rotação); e  $L_r L_i$  é a área do núcleo primário. Portanto, a velocidade linear equivalente do secundário pode ser calculada por

$$v = \omega_m R \quad (5.24)$$

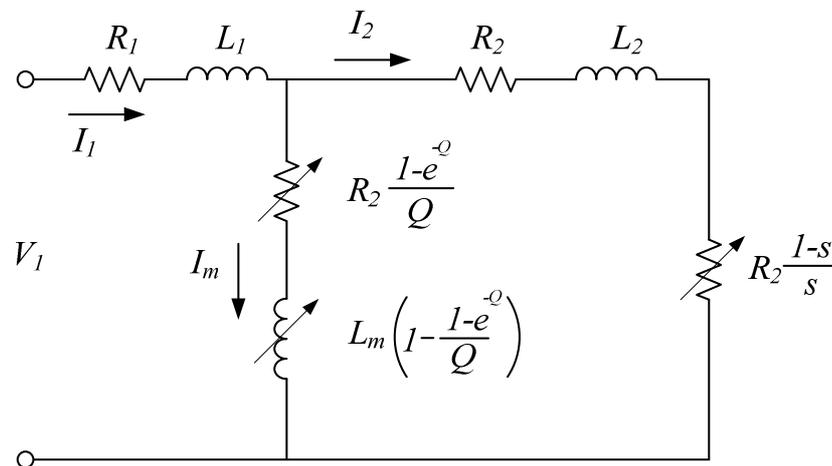
O valor de conjugado medido com o transdutor de conjugado deve ser transformado em força mecânica da máquina linear. Por conservação de potência mecânica, tem-se:

$$F_{mec} = T_{mec} \frac{\omega_m}{v} = \frac{T_{mec}}{R} \quad (5.25)$$

Resumindo-se, o conjugado e a velocidade angular são medidos com o transdutor de conjugado e o transdutor de velocidade, respectivamente, e estes valores são convertidos para força e velocidade linear mediante as equações (5.24) e (5.25). O primário da máquina de indução linear foi montado de forma a se obter  $R = 0,20$  m.

## 5.6 CIRCUITO EQUIVALENTE ADOTADO PARA O PROJETO

Adotou-se inicialmente para projeto o modelo desenvolvido em DUNCAN (1983) para máquinas de indução lineares. Ele é semelhante ao modelo de circuito equivalente por fase tradicionalmente utilizado para a máquina de indução rotativa. Porém, o ramo de excitação é alterado para se levar em consideração o efeito de extremidade dinâmico, conforme está representado na figura 49. O apêndice A apresenta o desenvolvimento do modelo de Duncan de forma detalhada, o que permite entender a configuração série utilizada no ramo de magnetização.



**Figura 49 Modelo de circuito equivalente de Duncan (por fase).**

As grandezas apresentadas na figura 47 são:  $V_1$  = tensão no primário;  $I_1$  = corrente no primário;  $I_m$  = corrente de magnetização;  $I_2$  = corrente do secundário referida ao primário;

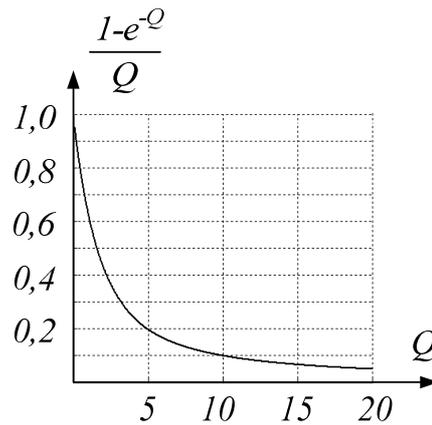
$R_1$  = resistência do primário;  $L_1$  = indutância de dispersão do primário;  $L_m$  = indutância de magnetização;  $R_2$  = resistência do secundário referida ao primário;  $L_2$  = indutância de dispersão do secundário referida ao primário.

O fator  $Q$  é adimensional e expresso por:

$$Q = \frac{L_r R_2}{(L_m + L_2)v} \quad (5.26)$$

sendo  $L_r$  o comprimento do núcleo primário e  $v$  a velocidade do secundário. Este fator é usado para levar em consideração o efeito de extremidade dinâmico. A equação (5.26) mostra que  $Q$  é uma função da velocidade. Como resultado, a resistência e a indutância do ramo de magnetização são dependentes da velocidade. A resistência  $R_2(1 - e^{-Q})/Q$  está associada à perda de potência devido ao efeito de extremidade dinâmico e a indutância  $L_m[1 - (1 - e^{-Q})/Q]$  está associada à densidade de fluxo no entreferro.

A figura 50 mostra a variação de  $(1 - e^{-Q})/Q$  em função de  $Q$ . Quando a velocidade tende para zero, o fator  $Q$  tende para infinito e  $(1 - e^{-Q})/Q$  tende para zero. Portanto, a resistência  $R_2(1 - e^{-Q})/Q$  tende para zero e a reatância de magnetização efetiva tende para  $L_m$ . Isto significa que o efeito de extremidade dinâmico não produz perda de potência nem enfraquecimento de campo quando a velocidade tende para zero. Por outro lado, quando a velocidade aumenta, o termo  $(1 - e^{-Q})/Q$  diminui, resultando em perda de potência devido ao efeito de extremidade dinâmico. A indutância de magnetização efetiva  $L_m[1 - (1 - e^{-Q})/Q]$  torna-se menor do que  $L_m$ , o que significa que o efeito de extremidade dinâmico produziria um enfraquecimento de campo. Com velocidade tendendo para infinito, a indutância de magnetização efetiva tende para zero, ou seja, a máquina perde a magnetização.



**Figura 50** Variação de  $(1 - e^{-Q})/Q$  em função de  $Q$ .

As resistências e indutâncias do circuito equivalente são calculadas de acordo com GIERAS (1994) e NASAR e BOLDEA (1997).

A resistência do primário é expressa por

$$R_1 = \rho_1 \frac{2(L_i + l_{ce})N_1}{S_{c1}} \quad (5.27)$$

onde  $\rho_1$  é a resistividade do cobre e  $l_{ce}$  é o comprimento médio estimado para a cabeceira de bobina.

A resistência do secundário é calculada por

$$R_2 = \frac{2m_1\rho_2L_i(N_1k_{e1})^2}{pd\tau} \quad (5.28)$$

onde  $\rho_2$  é a resistividade do alumínio.

O fator de Carter do primário ( $k_{c1}$ ) é utilizado para transformar a estrutura ranhura do mesmo em uma estrutura lisa, corrigindo o entreferro adequadamente. Ele é calculado da seguinte forma:

$$k_{c1} = \frac{t_1}{t_1 - \gamma_1 g_t} \quad (5.29)$$

onde

$$\gamma_1 = \frac{4}{\pi} \left\{ \frac{b_{14}}{2g_t} \tan^{-1} \frac{b_{14}}{2g_t} - \ln \sqrt{1 + \left( \frac{b_{14}}{2g_t} \right)^2} \right\} \quad (5.30)$$

O fator de Carter para o secundário é  $k_{c2} = 1$ , devido à inexistência de ranhuras.

O fator de Carter efetivo, incluindo primário e secundário, é calculado por

$$k_c = \frac{k_{c1}k_{c2}(g+d)g+d^2-gd}{g^2+d^2} \quad (5.31)$$

A indutância de magnetização é determinada por

$$L_m = \frac{2m_1\mu_0(N_1k_{e1})^2 L_i \tau}{\pi^2 p k_c g} \quad (5.32)$$

A indutância de dispersão do primário ( $L_1$ ) é composta da indutância de dispersão na ranhura ( $L_{1s}$ ), da indutância de dispersão na cabeceira ( $L_{1e}$ ) e da indutância de dispersão diferencial ( $L_{1d}$ ), sendo obtida por

$$L_1 = L_{1s} + L_{1e} + L_{1d} = 2\mu_0 \frac{L_i N_1^2}{p q_1} \left( \lambda_{1s} + \frac{l_{ce}}{L_i} \lambda_{1e} + \lambda_{1d} \right) \quad (5.33)$$

onde  $\lambda_{1s}$ ,  $\lambda_{1e}$  e  $\lambda_{1d}$  são coeficientes de permeância, determinados pelas seguintes equações:

$$\lambda_{1s} = \frac{h_{11}}{3b_{11}} + \frac{h_{12}}{b_{11}} + \frac{2h_{13}}{b_{11} + b_{14}} + \frac{h_{14}}{b_{14}} \quad (5.34)$$

$$\lambda_{1e} = 0,2q_1 \quad (5.35)$$

$$\lambda_{1d} = \frac{m_1 q_1 \tau k_{e1}^2}{\pi^2 g k_c} \tau_{d1} \quad (5.36)$$

Como o secundário é composto de uma lâmina condutora, e não de bobinas com muitas espiras como o primário, a sua indutância de dispersão é desprezível (PAI, BOLDEA e NASAR; 1988). Caso se deseje calcular com precisão o seu valor, é necessário utilizar métodos numéricos de cálculo de campos eletromagnéticos.

A tabela 4 apresenta os valores estimados para os parâmetros do circuito equivalente.

**Tabela 4 Parâmetros estimados para o circuito equivalente**

Resistência do primário	$R_1 = 17,06 \ \Omega$
Resistência do secundário	$R_2 = 46,33 \ \Omega$
Indutância de magnetização	$L_m = 0,496 \ \text{H}$
Indutância de dispersão do primário	$L_1 = 0,190 \ \text{H}$
Indutância de dispersão do secundário	$L_2 = 0 \ \text{H}$

Com base no circuito equivalente, é possível calcular as grandezas relacionadas ao funcionamento da máquina. A impedância complexa do ramo de magnetização é

$$\mathbf{Z}_m = R_2 \frac{1 - e^{-Q}}{Q} + j\omega L_m \left( 1 - \frac{1 - e^{-Q}}{Q} \right) \quad (5.37)$$

onde  $\omega = 2\pi f$ .

A impedância equivalente do primário é

$$\mathbf{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 \quad (5.38)$$

A impedância equivalente do secundário, referida ao primário, é

$$\mathbf{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 \quad (5.39)$$

A impedância equivalente complexa do ramo que representa o secundário é

$$\mathbf{Z}_{eq2} = \mathbf{Z}_2 + R_2 \frac{1 - s}{s} = \frac{R_2}{s} + j\omega L_2 \quad (5.40)$$

onde  $R_2/s$  é a resistência equivalente da associação série da resistência  $R_2(1-s)/s$  e da resistência  $R_2$ .

A impedância equivalente complexa vista dos terminais do primário é calculada por

$$\mathbf{Z}_{eq1} = \mathbf{Z}_1 + \frac{\mathbf{Z}_m \mathbf{Z}_{eq2}}{\mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_{eq2}} = Z_{eq1} \angle \varphi_1 \quad (5.41)$$

sendo  $Z_{eq1}$  o módulo da impedância equivalente complexa e  $\varphi_1$  o seu ângulo.

O fasor corrente eficaz no primário é obtido por

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_{eq1}} = \frac{V_1 \angle 0^\circ}{Z_{eq1} \angle \varphi} = I_1 \angle -\varphi_1 \quad (5.42)$$

sendo  $\mathbf{V}_1 = V_1 \angle 0^\circ$  o fasor tensão eficaz nos terminais do primário.

O fasor corrente de magnetização pode ser obtido por divisor de corrente:

$$\mathbf{I}_m = \frac{\mathbf{Z}_{eq2}}{\mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_{eq2}} \mathbf{I}_1 = I_m \angle \varphi_m \quad (5.43)$$

O fasor corrente no secundário, referido ao primário, é obtida por

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_m = I_2 \angle \varphi_2 \quad (5.44)$$

Conhecendo-se os valores eficazes das correntes  $I_m$ ,  $I_1$  e  $I_2$ , pode-se calcular todas as potências associadas ao circuito equivalente. A perda de potência devido ao efeito de extremidade dinâmico é

$$P_e = m_1 R_2 \frac{(1 - e^{-Q})}{Q} I_m^2 \quad (5.45)$$

As perdas por efeito Joule no primário ( $P_{j1}$ ) e no secundário ( $P_{j2}$ ) são calculadas com as seguintes expressões:

$$P_{j1} = m_1 R_1 I_1^2 \quad (5.46)$$

$$P_{j2} = m_1 R_2 I_2^2 \quad (5.47)$$

A potência de entreferro é expressa por

$$P_g = m_1 \frac{R_2}{s} I_2^2 \quad (5.48)$$

A força mecânica produzida (força eletromagnética) é a relação entre a potência de entreferro e a velocidade linear síncrona:

$$F_{mec} = \frac{P_g}{v_s} \quad (5.49)$$

Para  $0 < s \leq 1$  a potência de entreferro expressa por (5.48) é positiva, significando que

o secundário está consumindo potência ativa. Assim, a força eletromagnética expressa por (5.49) é positiva, ou seja, no mesmo sentido da velocidade, caracterizando a operação como motor de indução linear.

Para  $s < 0$  a potência de entreferro expressa por (5.48) é negativa, ou seja, há geração de potência ativa no secundário. Portanto, a força eletromagnética expressa por (5.49) é negativa, em sentido contrário à velocidade. A geração de potência ativa no secundário e a força eletromagnética de frenagem demonstram que a máquina está funcionando como gerador de indução linear.

Para  $s > 1$  a potência de entreferro dada por (5.48) é positiva, de modo que o secundário consome potência ativa. Porém, a força eletromagnética expressa por (5.49) é negativa, em sentido contrário à velocidade. Isto ocorre porque a velocidade linear síncrona é negativa, devido à inversão da sequência de fases do primário. É interessante observar que neste caso a potência mecânica associada à resistência  $R_2(1-s)/s$  é negativa, ou seja, há geração de potência ativa no secundário. Contudo, como  $R_2 + R_2(1-s)/s = R_2/s$  e  $R_2/s > 0$ , a potência ativa gerada é consumida na resistência do secundário.

A potência ativa que flui entre o primário e a fonte de alimentação é

$$P_1 = P_{j1} + P_{j2} + P_e + P_{mec} \quad (5.50)$$

As perdas  $P_{j1}$ ,  $P_{j2}$  e  $P_e$  são sempre positivas, mas as potências  $P_1$  e  $P_{mec}$  podem ser positivas ou negativas, dependendo se a máquina opera como motor ou como gerador.

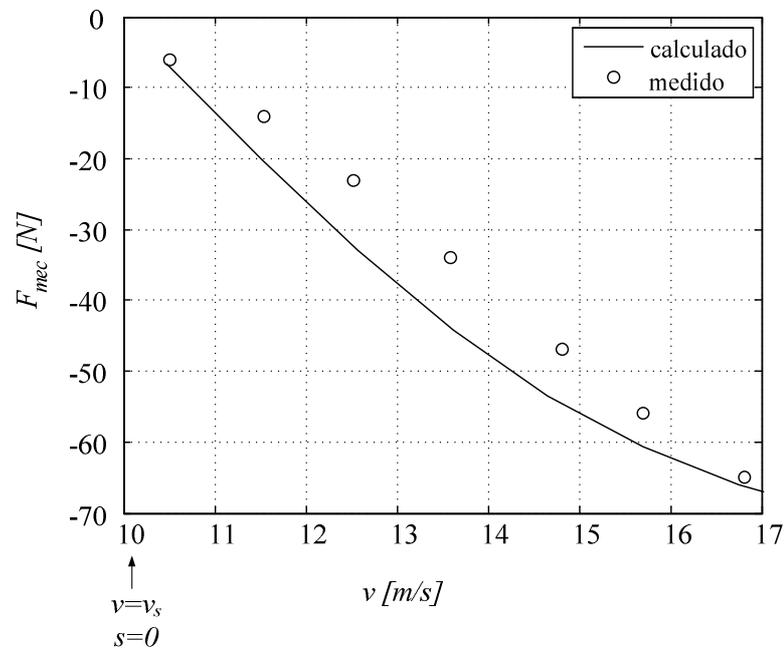
É importante destacar que mesmo na operação como gerador, com  $s < 0$  e  $P_{mec} < 0$ , a potência ativa que flui pelos terminais do primário,  $P_1$ , pode ser positiva. Isto pode acontecer para velocidades próximas à velocidade síncrona onde as perdas  $P_{j1}$ ,  $P_{j2}$  e  $P_e$  podem ser maiores do que a potência mecânica.

## 5.7 RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS

Esta seção apresenta os resultados obtidos nos testes da máquina de indução linear e uma comparação dos resultados obtidos com o modelo adotado.

Para a execução dos testes, a velocidade foi variada de tal forma que a velocidade do secundário fosse maior do que a velocidade síncrona ( $v_s = 10 \text{ m/s}$ ), o que caracteriza a operação como gerador. A tensão aplicada à máquina de indução linear foi mantida constante em 220 V. Foram efetuadas medições de conjugado, corrente e potência ativa para diversas velocidades de rotação. A velocidade de rotação e o conjugado em cada medição foram convertidos em velocidade linear e força, de acordo com as equações (5.24) e (5.25). Os cálculos de desempenho, baseados no modelo de Duncan, foram realizados de acordo com as equações (5.37) a (5.50).

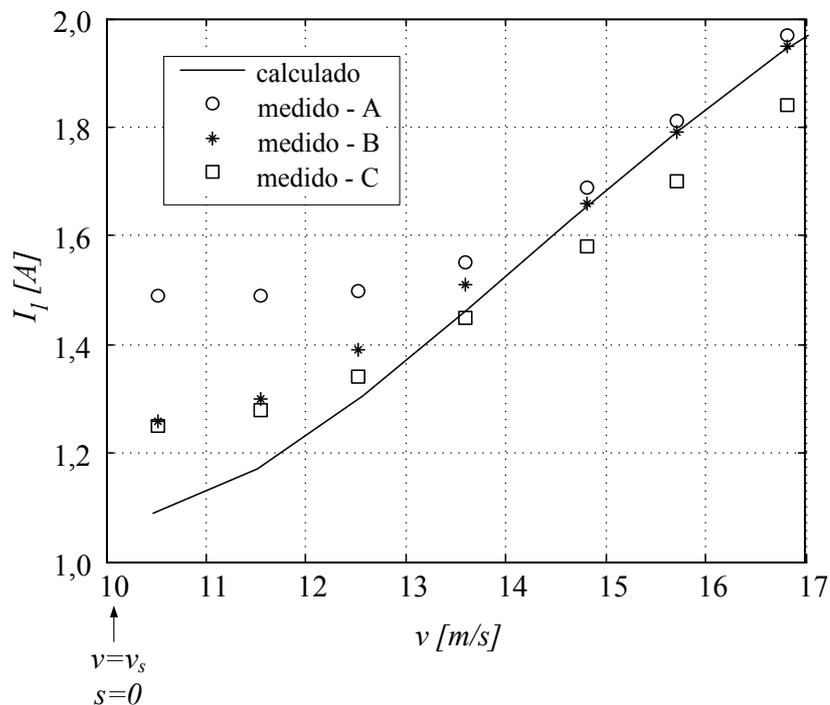
A figura 51 mostra que o módulo da força eletromagnética medida é menor do que o calculado. Porém, a diferença sob máxima velocidade de operação é relativamente pequena.



**Figura 51 Força eletromagnética: cálculo e medição.**

A figura 52 apresenta a corrente medida e a corrente calculada, ambas por fase. Para velocidades próximas à velocidade síncrona a corrente medida na fase A é superior às demais. Este comportamento é semelhante ao apresentado pela máquina setorial e se deve à localização da fase A na extremidade de entrada. Próximo à condição de corrente nominal, a corrente na fase B fica maior do que a corrente na fase C, assim como observado na máquina setorial. Porém, a corrente na fase A se mantém maior do que as demais, mostrando que o efeito de extremidade dinâmico ainda é significativo na mesma.

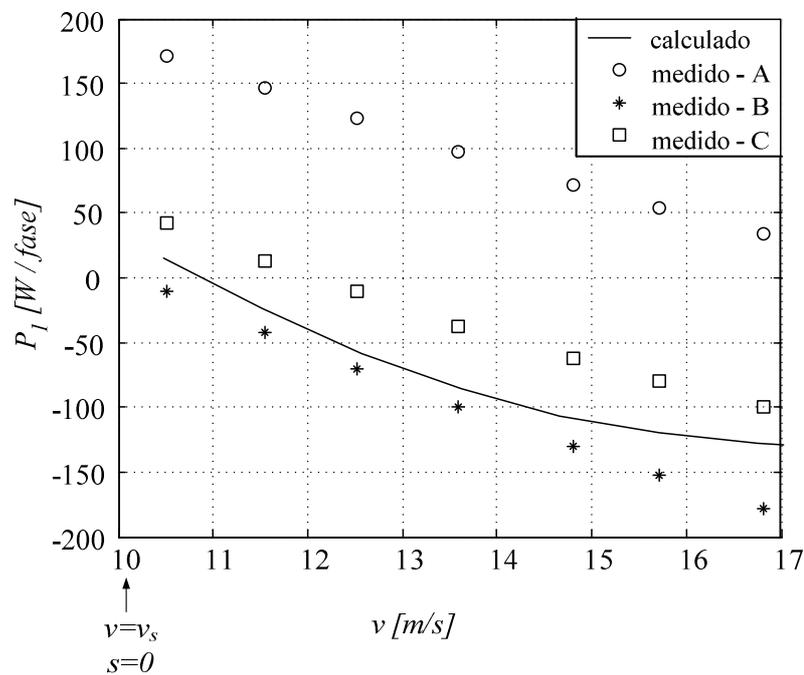
Para velocidades próximas à velocidade síncrona as diferenças entre as correntes medidas e a corrente calculada é grande, mas estas diferenças diminuem à medida que a velocidade cresce. Portanto, a diferença está relacionada principalmente à estimativa do ramo de magnetização.



**Figura 52 Correntes do primário: cálculo e medição.**

A figura 53 apresenta as potências ativas medidas e a potência ativa calculada, ambas por fase. A diferença entre o valor calculado e os valores medidos é significativa,

principalmente em relação à fase A. O efeito de extremidade dinâmico afeta fortemente a fase A, que está localizada na extremidade de entrada, de tal forma que ela sempre absorve potência ativa. Isto é consequência da alta resistência do secundário combinada com o efeito de extremidade, que conduz à alta perda de potência. As fases B e C apresentam o mesmo comportamento da máquina setorial, ou seja, a fase B, localizada na extremidade de saída, fornece mais potência ativa do que a fase C, que está numa posição central do núcleo.



**Figura 53 Potências ativas por fase: cálculo e medição.**

A figura 54 apresenta a potências ativas totais, ou seja, a soma das potências ativas das fases A, B e C, tanto para os valores medidos como para os calculados. De acordo com o modelo de Duncan, a máquina começa a fornecer potência ativa para a rede a partir de 10,9 m/s, que corresponde a uma velocidade um pouco superior à velocidade síncrona, onde  $s = -0,09$ . Porém, a medição mostra que a potência ativa começa a fluir para a rede a partir de aproximadamente 13 m/s, que corresponde a um escorregamento  $s = -0,3$ . Para velocidades menores do que 13 m/s a potência mecânica fornecida para a máquina é perdida

internamente, principalmente na fase A que é fortemente afetada pelo efeito de extremidade. A potência mecânica não é capaz de suprir todas as perdas, de forma que também há absorção de potência ativa da rede.

Na maior velocidade de operação medida,  $v = 16,82 \text{ m/s}$ , a potência ativa total é  $P_1 = -244 \text{ W}$ . Para esta mesma velocidade, tem-se uma força de  $F_{mec} = -65 \text{ N}$ . Portanto, a potência mecânica obtida em função dos valores medidos é  $P_{mec} = F_{mec}v = -1093 \text{ W}$ . O rendimento é  $\eta = 100P_1 / P_{mec} = 22,3\%$ , menor do que o rendimento obtido para a máquina de indução setorial, que é 38% (capítulo 4). Usando os resultados do modelo de Duncan, tem-se:  $v = 16,82 \text{ m/s}$ ,  $P_1 = -384 \text{ W}$ ,  $F_{mec} = -66 \text{ N}$ ,  $P_{mec} = -1110 \text{ W}$  e  $\eta = 34,6\%$ . Assim, o rendimento estimado no projeto é próximo ao da máquina setorial.

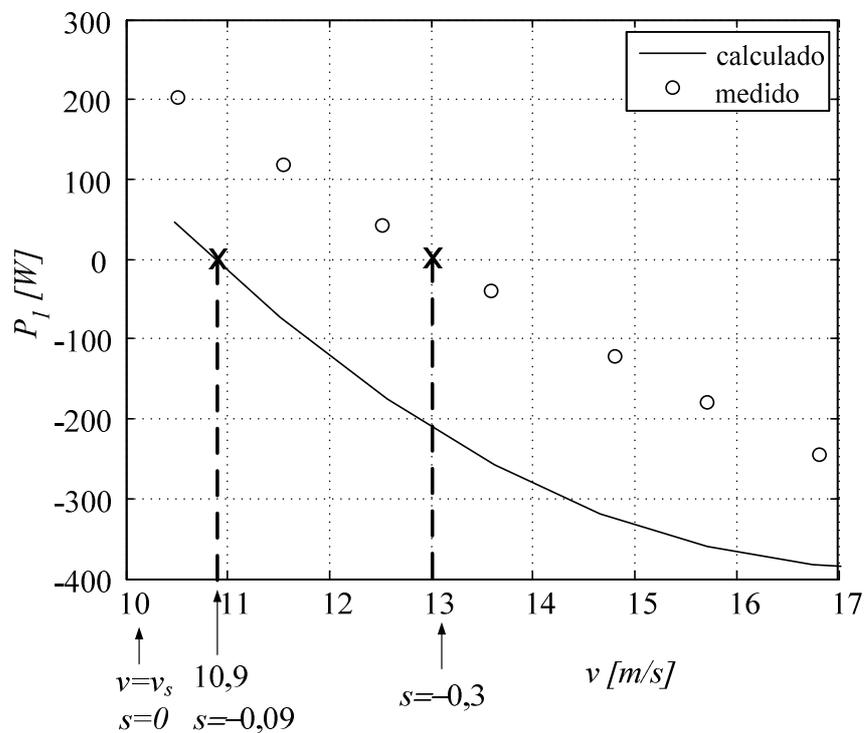
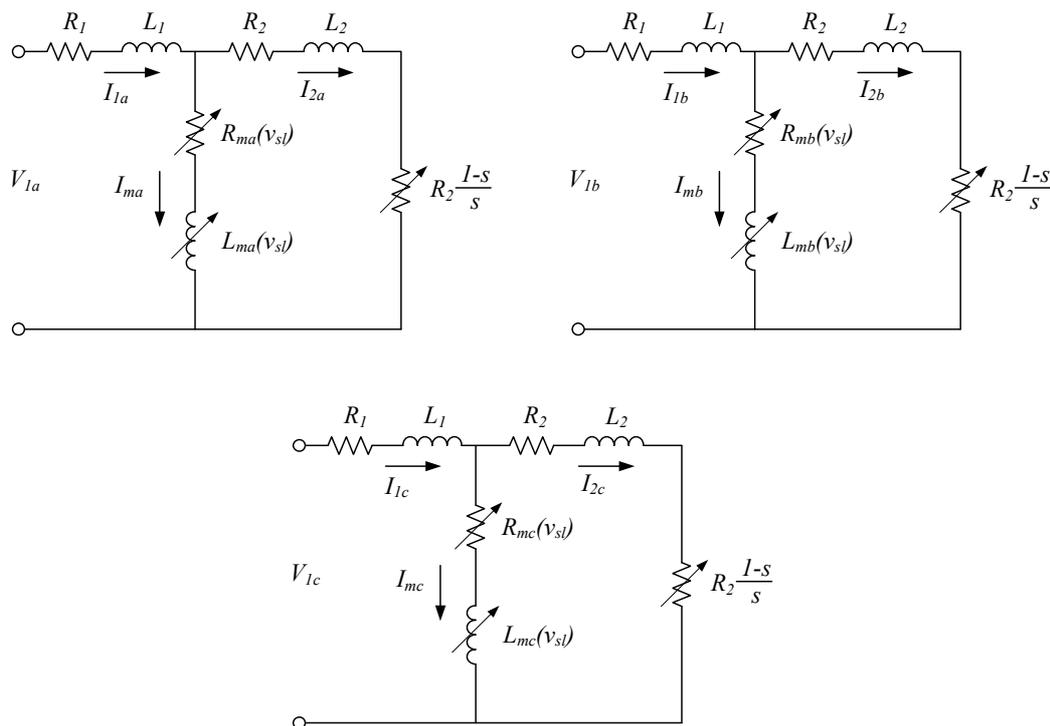


Figura 54 Potências ativas totais: cálculo e medição.

## 5.8 MODELO PROPOSTO

Em função das diferenças encontradas entre valores medidos e calculados, propõe-se nesta seção um modelo trifásico, composto de três circuitos equivalentes monofásicos, que considera os desequilíbrios existentes entre as fases da máquina. Este modelo está apresentado na figura 55.



**Figura 55 Modelo de circuito equivalente trifásico proposto.**

A tensão eficaz de alimentação é igual para os três circuitos ( $V_{1a} = V_{1b} = V_{1c} = V_1$ ). A resistência do primário também é igual para os três circuitos. O seu valor é  $R_1 = 17,5 \Omega$ , obtido por medição nos terminais da máquina. Este valor é ligeiramente superior ao estimado na seção 5.6 e apresentado na tabela 4. A resistência do secundário ( $R_2$ ) também é igual para os três circuitos e possui o valor apresentado na tabela 4. O mesmo vale para as indutâncias de dispersão do primário ( $L_1$ ) e do secundário ( $L_2$ ). Os parâmetros do ramo de magnetização são diferentes para cada circuito monofásico e dependentes da velocidade do secundário e da

velocidade síncrona, de modo a se levar em consideração o efeito de extremidade dinâmico. As resistências e indutâncias para as fases A, B e C são expressas por:  $R_{ma}(v_{sl})$ ,  $R_{mb}(v_{sl})$ ,  $R_{mc}(v_{sl})$ ,  $L_{ma}(v_{sl})$ ,  $L_{mb}(v_{sl})$  e  $L_{mc}(v_{sl})$ , onde  $v_{sl}$  é a velocidade de escorregamento, definida como a diferença entre a velocidade síncrona e a velocidade do secundário:

$$v_{sl} = v_s - v \quad (5.51)$$

No circuito equivalente tradicional para a máquina de indução convencional o ramo de excitação da máquina é composto por uma resistência de perdas no núcleo em paralelo com a indutância de magnetização. Na máquina de indução linear, que opera com baixa densidade de fluxo no núcleo, as perdas no ferro são desprezíveis em relação às perdas devido aos efeitos de extremidade. Portanto, a resistência de perdas no núcleo pode ser retirada sem que se introduza um erro significativo (DUNCAN, 1983; PAI, BOLDEA e NASAR, 1988). Porém, deve-se incluir uma resistência no ramo de magnetização de modo a levar em consideração as perdas devido aos efeitos de extremidade. Assim, esta resistência é conectada em série com a indutância de magnetização de modo que a corrente de magnetização que os percorre leve em consideração simultaneamente a perda de potência e o enfraquecimento de campo devido aos efeitos de extremidade.

Os parâmetros do ramo de magnetização são determinados para diversas velocidades, em função das medições feitas para cada fase. Tendo-se esses valores, efetua-se uma aproximação pelo Método dos Mínimos Quadrados (GOMES, 1999), obtendo-se uma expressão analítica para cada parâmetro. Em NOZAKI, YAMAGUCHI e KOSEKI (2006) é apresentado um modelo com parâmetros dependentes da velocidade e estimados em função de cálculos de campos eletromagnéticos ou características de operação. Porém, este modelo desconsidera os desequilíbrios entre as fases da máquina.

A impedância do ramo de magnetização, para uma fase genérica  $x$  ( $a$ ,  $b$  ou  $c$ ), é obtida para quatro velocidades de operação igualmente distribuídas entre a velocidade síncrona e a

velocidade máxima. Para cada uma destas velocidades, determina-se o escorregamento e a velocidade de escorregamento. Os cálculos são desenvolvidos para 220 V por fase e 60 Hz. A seguir, em função do fasor tensão ( $\mathbf{V}_{1x}$ ) e do fasor corrente no primário ( $\mathbf{I}_{1x}$ ), grandezas conhecidas devido às medições, calcula-se o fasor corrente no secundário:

$$\mathbf{I}_{2x}(v_{sl}) = \frac{\mathbf{V}_{1x} - (R_1 + j\omega L_1)\mathbf{I}_{1x}(v_{sl})}{R_2 / s + j\omega L_2} \quad (5.52)$$

O fasor corrente de magnetização é obtido por

$$\mathbf{I}_{mx}(v_{sl}) = \mathbf{I}_{1x}(v_{sl}) - \mathbf{I}_{2x}(v_{sl}) \quad (5.53)$$

Finalmente, obtém-se a impedância de magnetização:

$$\mathbf{Z}_{mx}(v_{sl}) = \frac{\mathbf{V}_{1x} - (R_1 + j\omega L_1)\mathbf{I}_{1x}(v_{sl})}{\mathbf{I}_{mx}(v_{sl})} = R_{mx}(v_{sl}) + j\omega L_{mx}(v_{sl}) \quad (5.54)$$

A variação da impedância de magnetização é aproximada através de polinômios de segundo grau. As resistências para os circuitos A, B e C são expressas, respectivamente, por:

$$R_{ma} = 0,157v_{sl}^2 + 7,96v_{sl} + 63,01 \quad (5.55)$$

$$R_{mb} = 1,74v_{sl}^2 + 4,23v_{sl} + 2,58 \quad (5.56)$$

$$R_{mc} = -0,283v_{sl}^2 - 3,48v_{sl} + 20,04 \quad (5.57)$$

A figura 56 apresenta, por linhas contínuas, as curvas das resistências dos ramos de magnetização em função da velocidade de escorregamento; os valores inicialmente calculados com a equação (5.54) estão representados por marcadores.

As indutâncias de magnetização, expressas em mH (mili-Henry), para os circuitos A, B e C, respectivamente, são:

$$L_{ma} = 0,869v_{sl}^2 + 11,5v_{sl} + 135 \quad (5.58)$$

$$L_{mb} = 0,0869v_{sl}^2 - 11,2v_{sl} + 283 \quad (5.59)$$

$$L_{mc} = 1,2v_{sl}^2 + 16,6v_{sl} + 275 \quad (5.60)$$

A figura 57 apresenta as variações das indutâncias de magnetização com a velocidade de escorregamento e os valores inicialmente calculados.

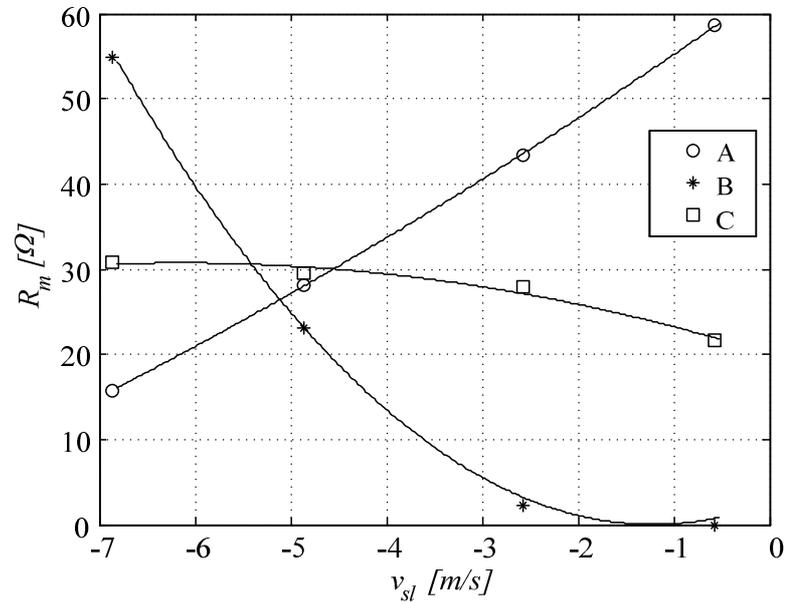


Figura 56. Variações de  $R_{mas}$ ,  $R_{mb}$  e  $R_{mc}$  com a velocidade de escorregamento.

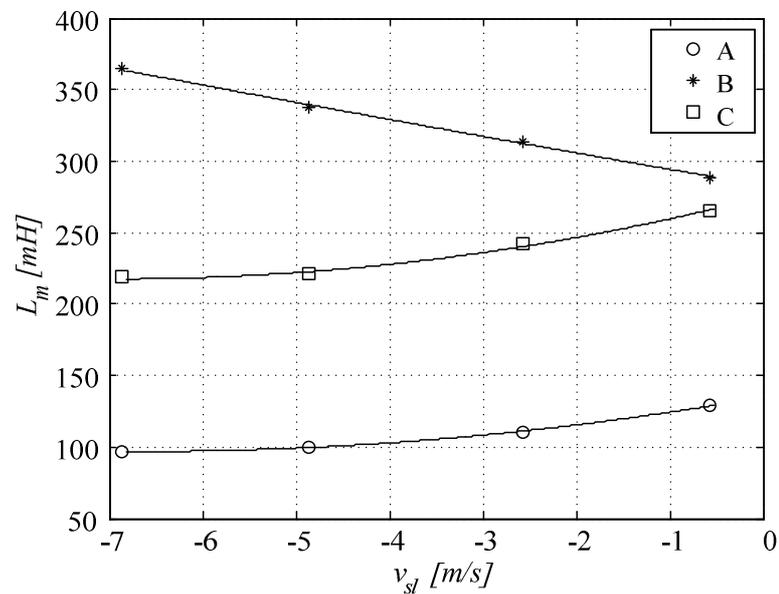


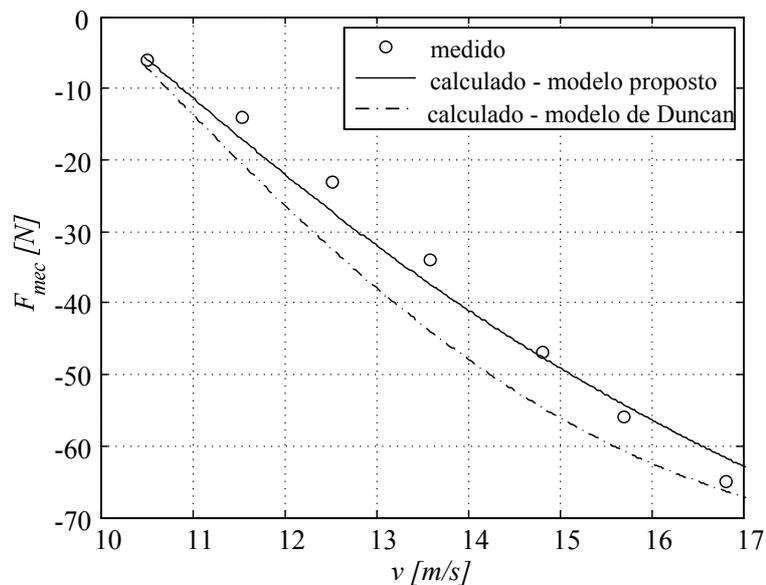
Figura 57. Variações de  $L_{mas}$ ,  $L_{mb}$  e  $L_{mc}$  com a velocidade de escorregamento.

As variações de resistências e indutâncias não são consequência apenas do efeito de extremidade. Elas também estão relacionadas com o efeito transversal de borda, apresentado no capítulo 3, e com o acoplamento magnético que existe entre as fases A, B e C.

## 5.9 RESULTADOS OBTIDOS COM O MODELO PROPOSTO

Tendo-se todos os parâmetros do modelo proposto, conforme apresentados na seção anterior, pode-se calcular as correntes, potências ativas e forças eletromagnéticas para qualquer valor de velocidade entre os limites adotados para o modelo, ou seja, entre 10 m/s e 17 m/s. A tensão de fase e a frequência são, respectivamente, 220 V e 60 Hz. O equacionamento é o mesmo aplicado nas equações (5.38) a (5.50), com a diferença que os cálculos são efetuados separadamente para cada fase.

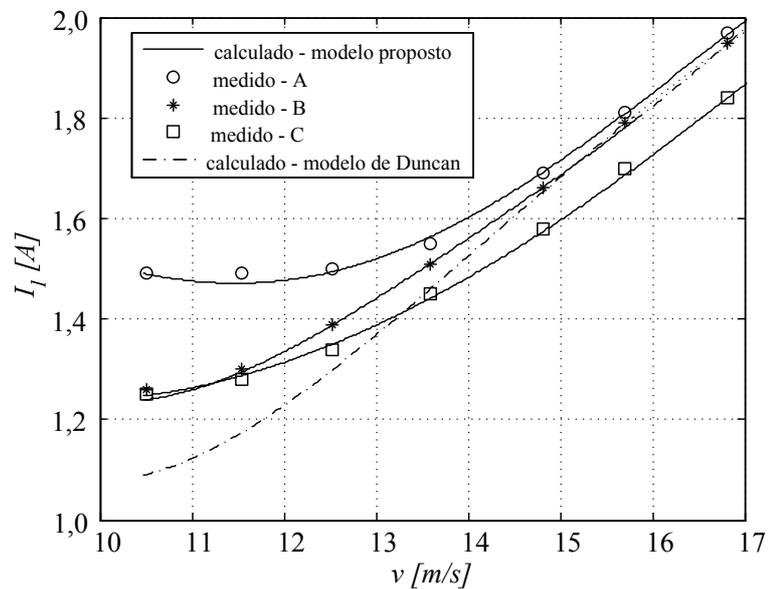
A figura 58 apresenta as forças eletromagnéticas calculadas com o modelo proposto e com o modelo de Duncan, bem como os valores medidos para as mesmas. Observa-se que, de maneira geral, as forças calculadas com o modelo proposto estão mais próximas das forças medidas do que as forças calculadas com o modelo de Duncan. A exceção é para a máxima velocidade de operação, 16,8 m/s, onde a força calculada pelo modelo de Duncan está mais próxima da força medida.



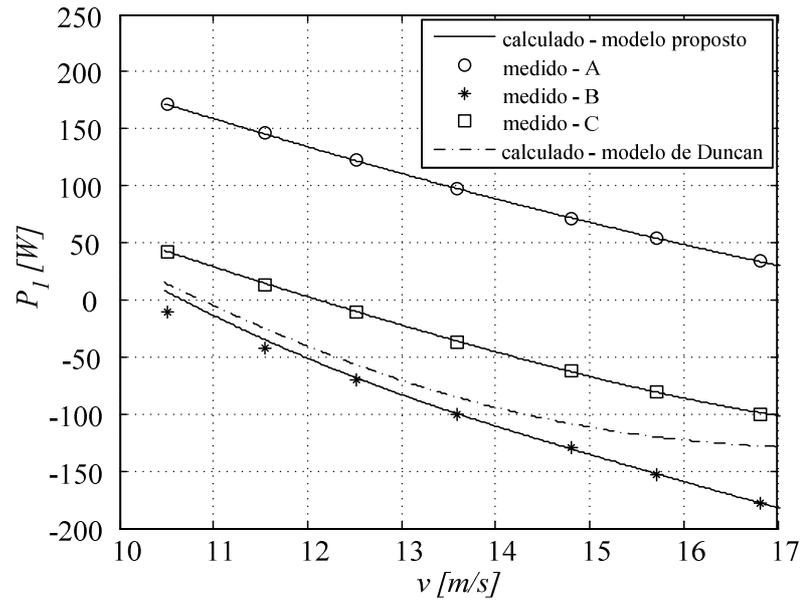
**Figura 58** Força eletromagnética: calculada, com modelo proposto e modelo de Duncan, e medida.

A figura 59 apresenta as correntes calculadas, com o modelo proposto e com o modelo de Duncan, e as correntes medidas para as três fases. Em relação ao modelo de Duncan, o modelo proposto apresenta a vantagem de obter a corrente para cada fase individualmente. Observa-se na figura 59 que as correntes medidas e as calculadas com o modelo proposto são praticamente iguais, o que não ocorreu no modelo de Duncan, pois este desconsidera desequilíbrios entre as correntes (conforme apêndice A).

A figura 60 mostra as potências ativas calculadas, com o modelo proposto e com o modelo de Duncan, e medidas. O modelo proposto permite calcular a potência ativa para cada fase. Observa-se que as diferenças entre medições e cálculos com o modelo proposto são relativamente pequenas. Já o modelo de Duncan apresenta diferenças grandes, principalmente em relação à fase A.

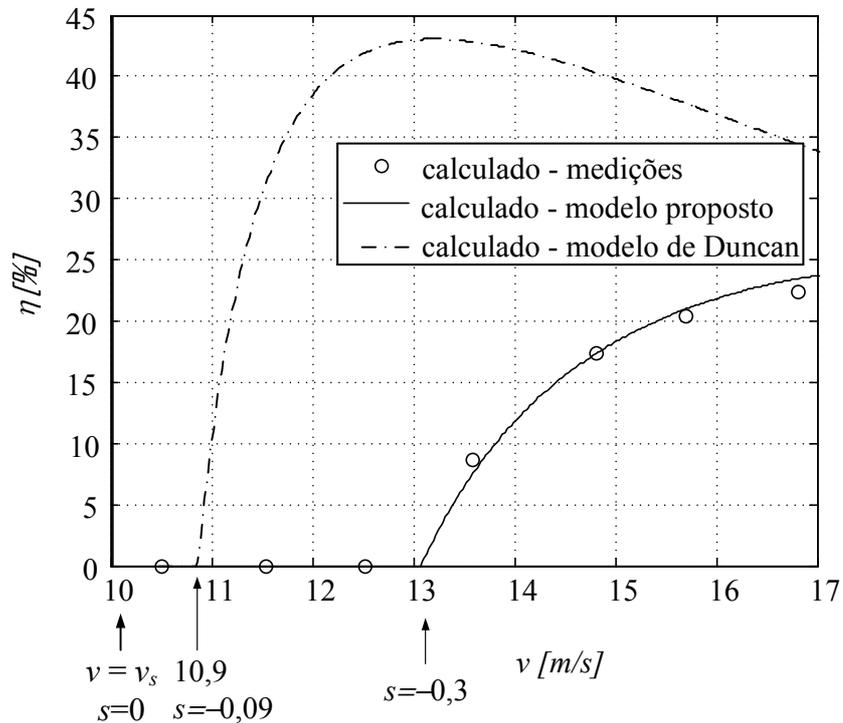


**Figura 59 Correntes no primário: calculadas, com modelo proposto e modelo de Duncan, e medidas.**



**Figura 60 Potências ativas: calculadas, com modelo proposto e modelo de Duncan, e medidas.**

A figura 61 apresenta valores de rendimento obtidos de três maneiras: calculado em função dos valores medidos para as potências de entrada e de saída, ou seja, determinado experimentalmente; calculado com o modelo proposto; calculado com o modelo de Duncan. O procedimento de cálculo do rendimento é o mesmo adotado para a máquina de indução setorial e descrito na seção 4.10. O rendimento obtido com o modelo de Duncan é maior do que os outros dois. Isto acontece porque não é considerado o desequilíbrio entre as fases. Porém, observa-se que o rendimento é maior do que zero a partir de 10,8 m/s. Antes desta velocidade, toda a potência mecânica fornecida para a máquina linear é consumida pelas perdas internas. O rendimento calculado com o modelo proposto é praticamente igual ao rendimento determinado experimentalmente. Observa-se que até 13 m/s o rendimento é zero, pois a potência mecânica de entrada é totalmente consumida pelas perdas internas, de forma similar ao observado no modelo de Duncan, porém numa faixa maior de velocidade. Isto está de acordo com a figura 54 que mostra que a máquina começa a fornecer potência ativa a partir de 13 m/s. Conforme está descrito na seção 5.7, o rendimento para a máxima velocidade de operação é 22,3%.



**Figura 61 Rendimentos calculados: com as medições, com o modelo proposto e com o modelo de Duncan.**

### 5.10 RESULTADOS OBTIDOS PARA OPERAÇÃO SOB FREQUÊNCIA VARIÁVEL

Os testes de operação sob frequência variável foram executados com dois tipos de alimentação para a máquina de indução linear. Inicialmente, a máquina foi alimentada com o inversor de frequência CFW07, da marca WEG, apresentado na figura 62(a). Este inversor não possibilita regeneração de energia para a rede de alimentação, porém, permite a conexão de um resistor externo no barramento CC, onde é dissipada a energia elétrica produzida pela máquina de indução linear operando como gerador.



(a)



(b)

**Figura 62 (a) Inversor de frequência CFW07; (b) Fonte HP-6834B.**

O outro teste foi executado com a máquina de indução linear alimentada com a fonte programável HP-6834B, da marca Hewlett-Packard, apresentada na figura 62(b). Esta fonte permite a alimentação da máquina com tensões praticamente senoidais, com frequências a partir de 45 Hz. A fonte HP-6834B também não possibilita a regeneração de energia para rede, de forma que foi necessário ligar resistores na sua saída para consumir a energia produzida pela máquina linear no modo de frenagem regenerativa. Tomou-se o cuidado de efetuar as medições diretamente na máquina linear, de forma que os resistores não influenciaram nos resultados.

Os testes foram realizados com o inversor CFW07 e com a fonte HP-6834B sob as mesmas condições de operação, que são as seguintes:

- a)  $V_I=153$  V,  $f=45$  Hz e  $v=14,2$  m/s ( $s=-0,89$ ).
- b)  $V_I=171$  V,  $f=50$  Hz e  $v=14,6$  m/s ( $s=-0,75$ ).
- c)  $V_I=186,3$  V,  $f=55$  Hz e  $v=15,1$  m/s ( $s=-0,64$ ).
- d)  $V_I=205$  V,  $f=60$  Hz e  $v=16,7$  m/s ( $s=-0,67$ ).

Os limites de frequência foram selecionados de acordo com a capacidade da fonte HP-6834B. As tensões foram definidas pelo inversor CFW07 de modo a se manter uma relação tensão/frequência aproximadamente constante em 3,4 V/Hz. As velocidades foram escolhidas de forma que a máquina operasse com correntes próximas do valor nominal.

Com estes testes pode-se avaliar o comportamento do modelo com frequência variável e também com a existência de harmônicas na tensão de alimentação.

As figuras 63 a 69 apresentam os valores de força eletromagnética, corrente e potência ativa por fase, medidos nos casos de alimentação com o inversor CFW07 e com a fonte HP-6834B, bem como os valores calculados com o modelo proposto. São apresentadas também as diferenças entre valores calculados e medidos, expressas em porcentagem dos valores calculados:  $\Delta F_{mec}$ ,  $\Delta I_{1a}$ ,  $\Delta I_{1b}$ ,  $\Delta I_{1c}$ ,  $\Delta P_{1a}$ ,  $\Delta P_{1b}$  e  $\Delta P_{1c}$ .

A figura 63 mostra que a diferença na força eletromagnética fica menor do que 8%. As figuras 64, 65 e 66 mostram que as diferenças nas correntes de fase ficam menores do que 5%. A maior diferença ocorre para a potência ativa da fase A, chegando a atingir 26%, conforme mostra a figura 67. A fase A está localizada na extremidade de entrada, o que mostra a dificuldade na modelagem do efeito de extremidade. As figuras 68 e 69 mostram que as diferenças nas potências ativas para as fases B e C ficam menores do que 8% e 12%, respectivamente.

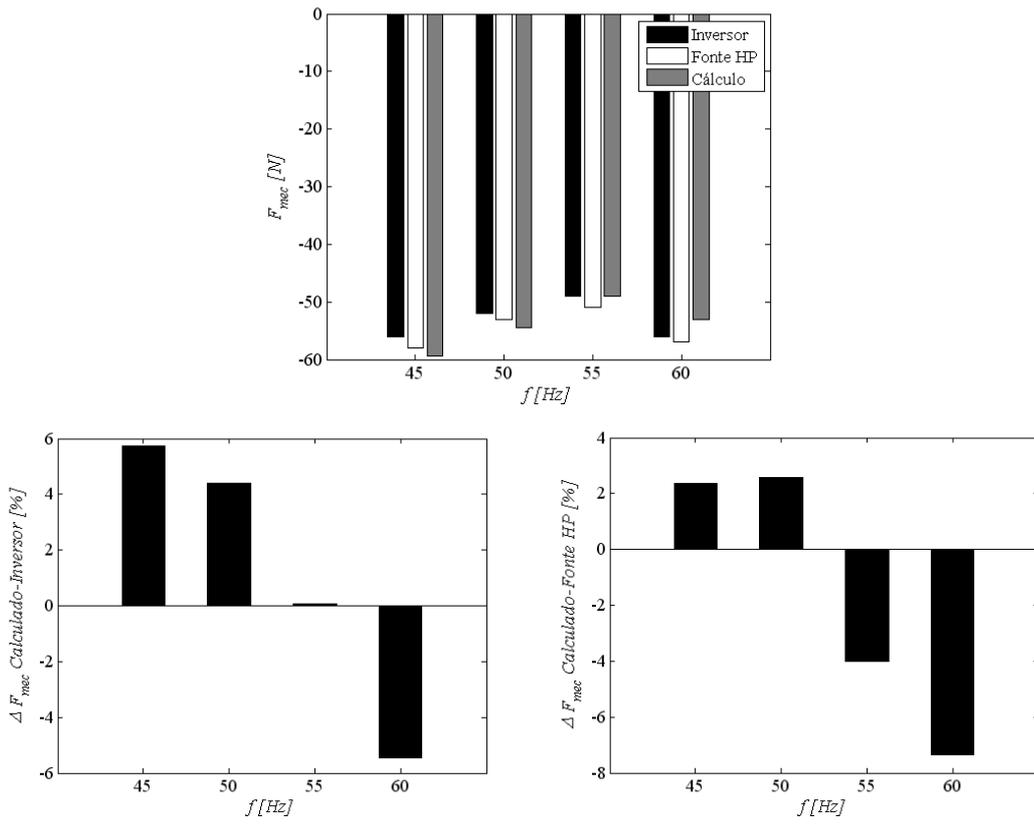


Figura 63. Forças eletromagnéticas: medidas e calculadas sob frequência variável.

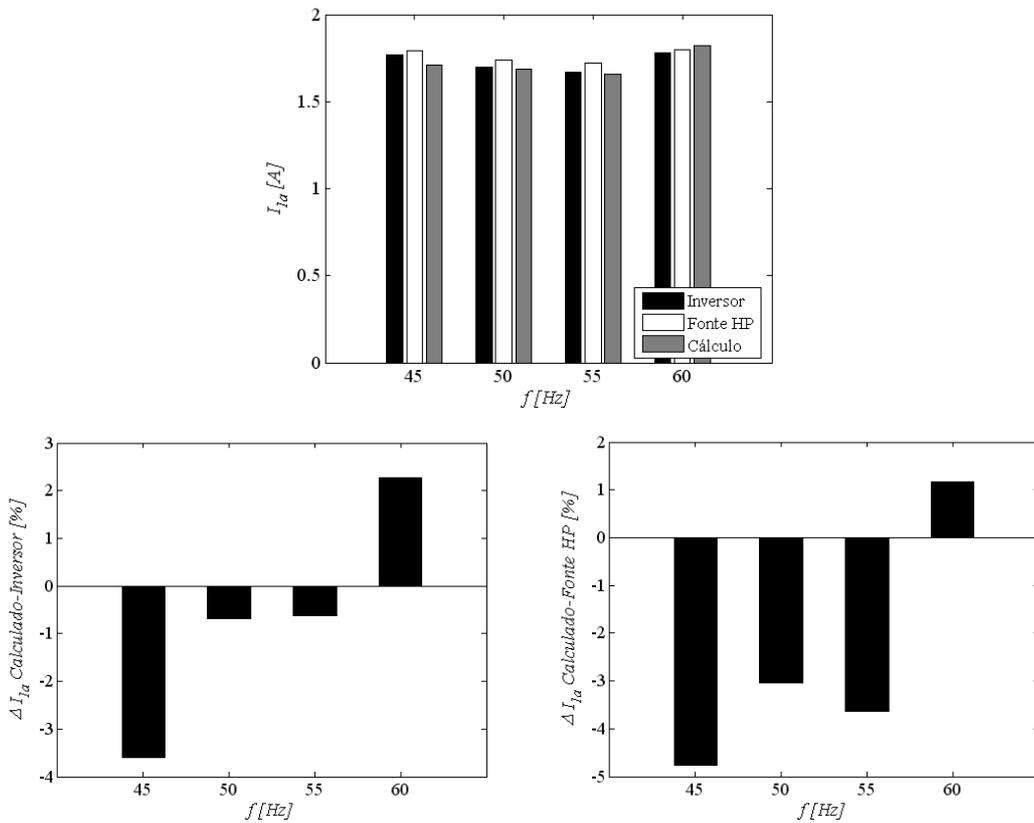


Figura 64. Correntes na fase A: medidas e calculadas sob frequência variável.

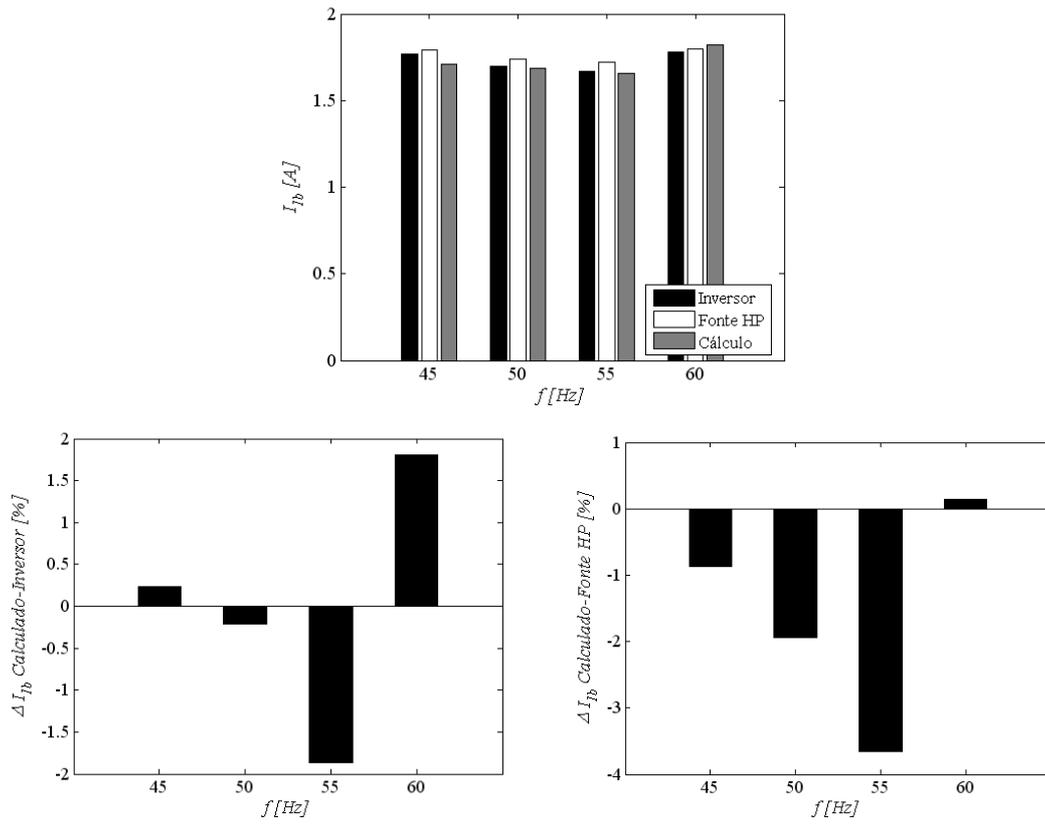


Figura 65. Correntes na fase B: medidas e calculadas sob frequência variável.

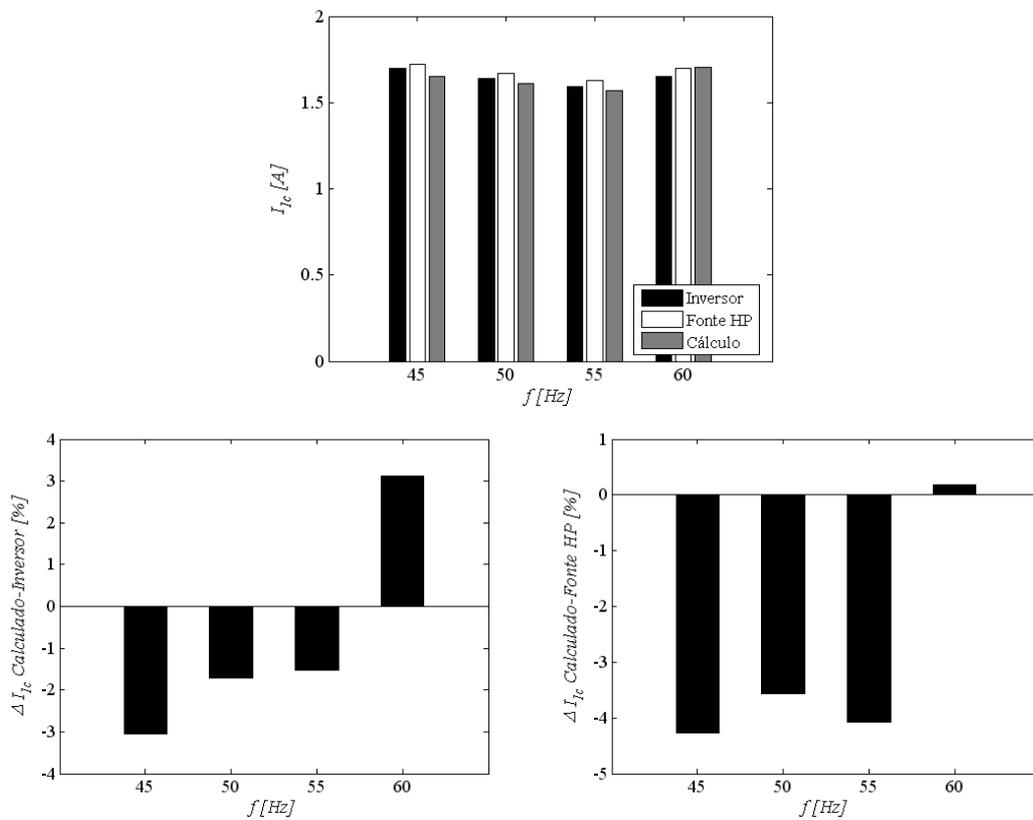


Figura 66. Correntes na fase C: medidas e calculadas sob frequência variável.

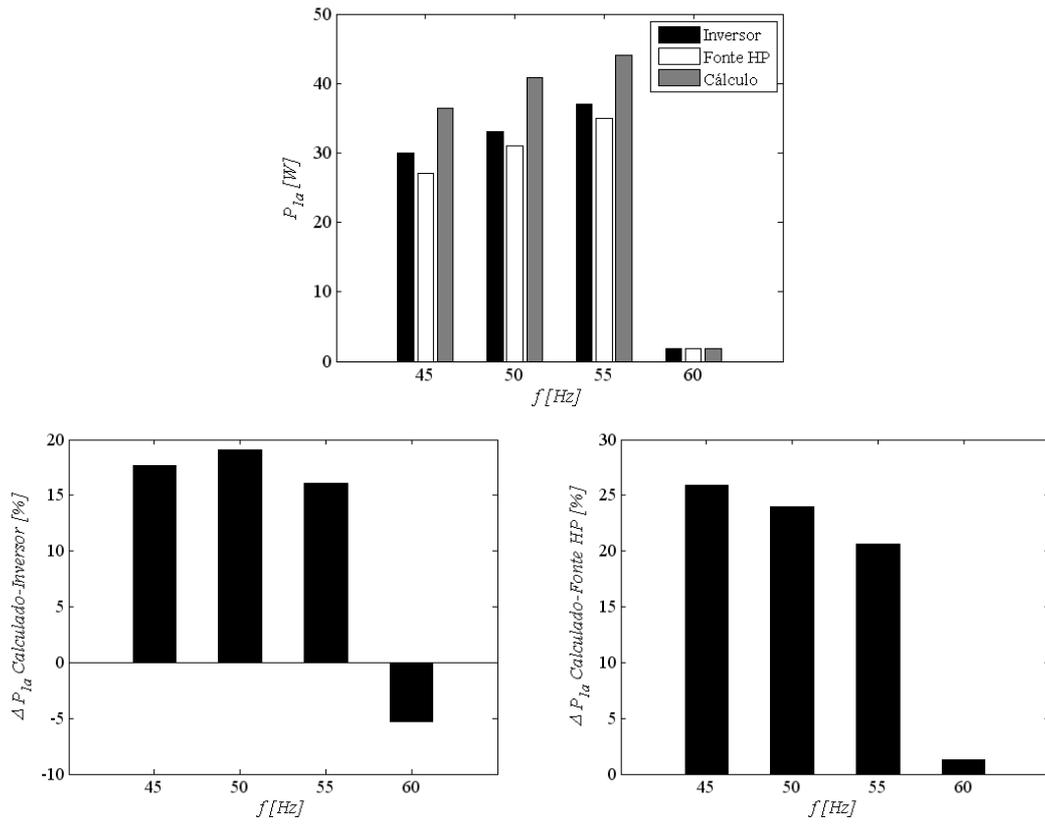


Figura 67. Potências ativas na fase A: medidas e calculadas sob frequência variável.

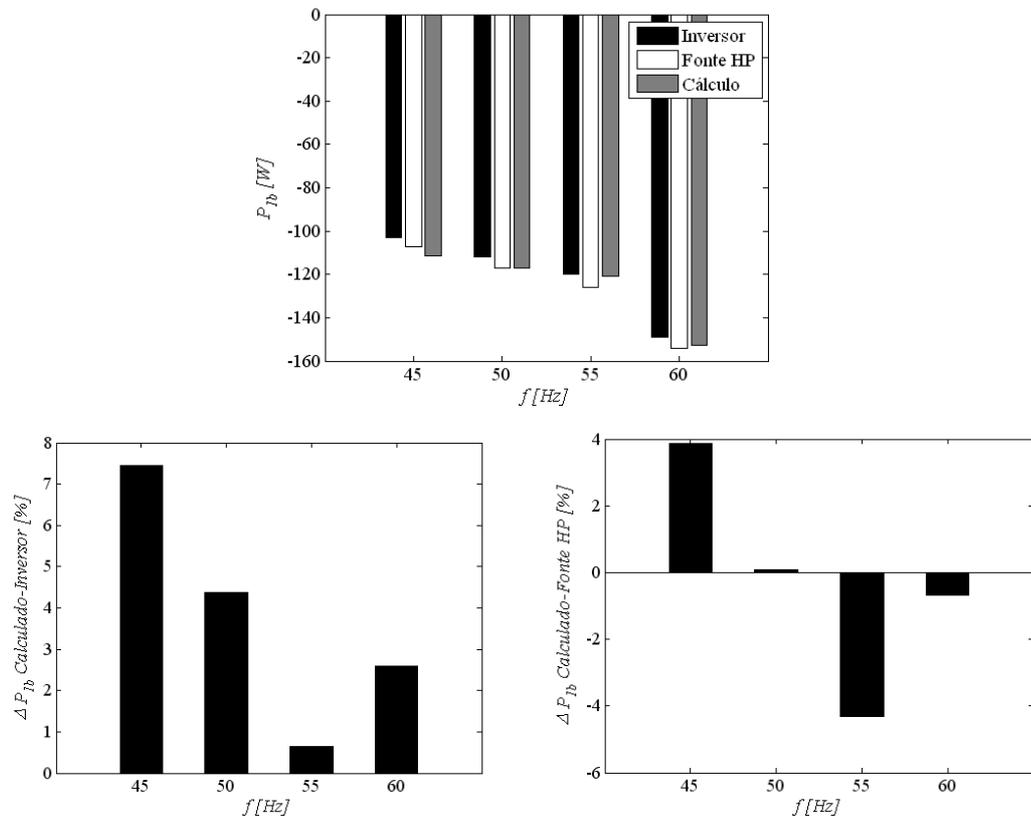
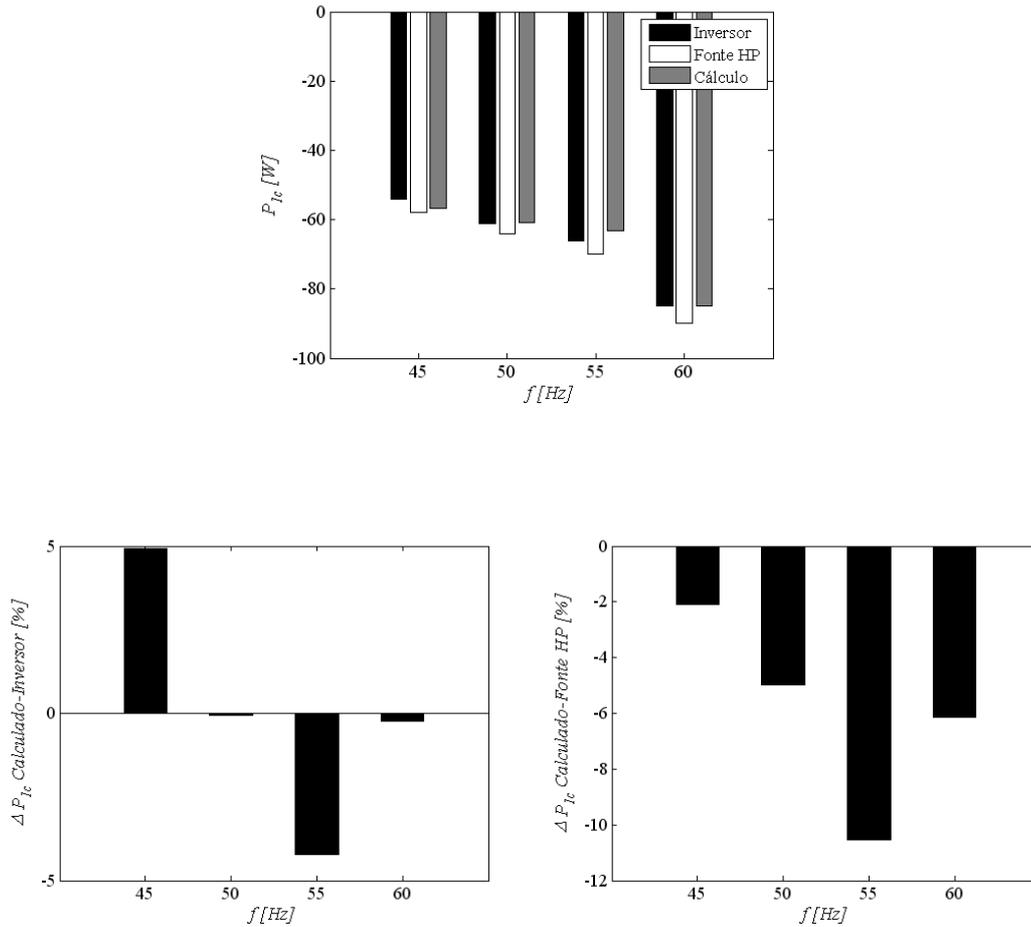


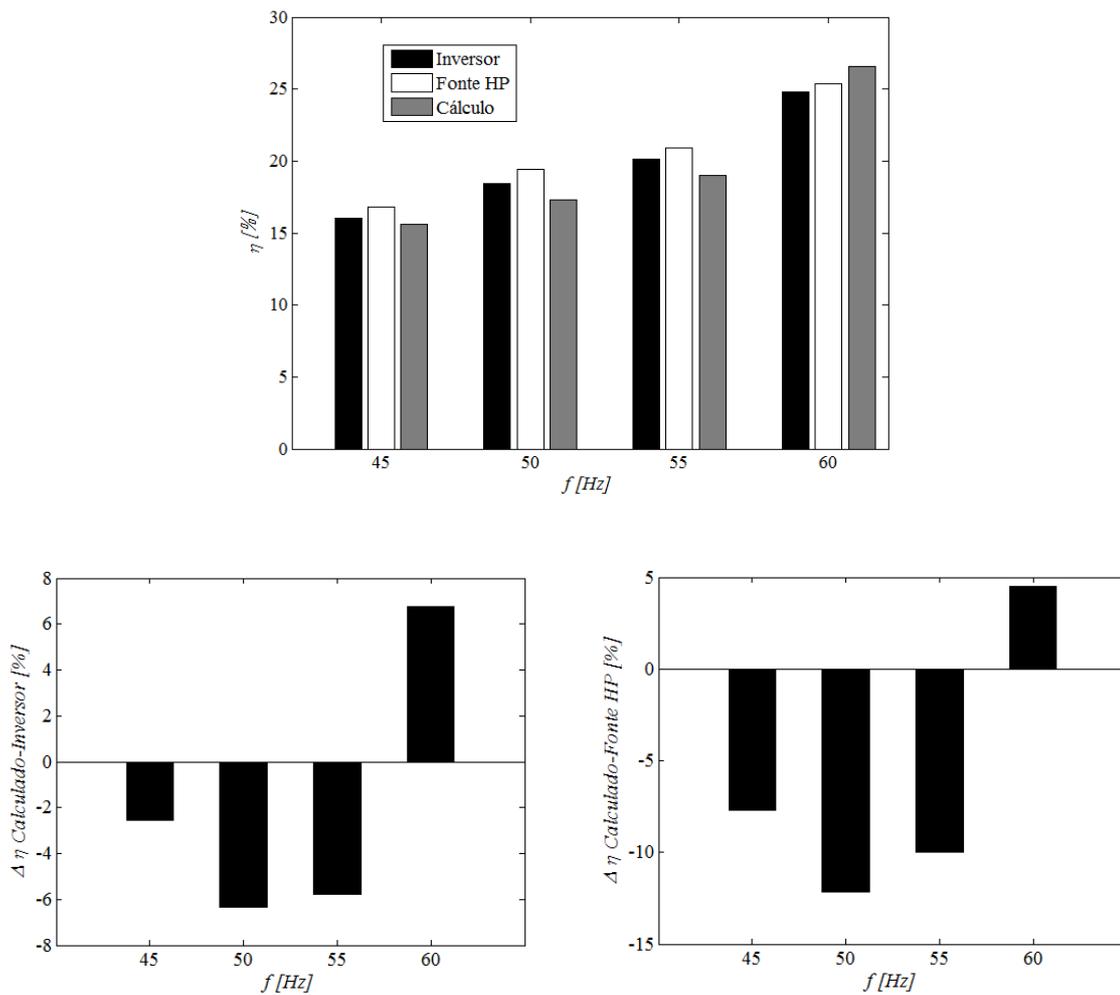
Figura 68. Potências ativas na fase B: medidas e calculadas sob frequência variável.



**Figura 69. Potências ativas na fase C: medidas e calculadas sob frequência variável.**

A figura 70 mostra a variação do rendimento em função da frequência de operação, bem como as diferenças entre valores medidos e calculados. O rendimento diminui à medida que a frequência é reduzida. Isto ocorre porque com a redução da velocidade ocorre diminuição da potência mecânica de entrada, mas as perdas não diminuem na mesma proporção, o que faz diminuir a potência ativa de saída.

As máximas diferenças entre valores medidos e calculados ficaram entre -12%, com a fonte HP, e 6,8%, com o inversor.



**Figura 70. Rendimentos medidos e calculados sob frequência variável.**

### 5.11 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS

O presente capítulo apresentou o projeto, a construção e a análise de uma máquina de indução linear, com o objetivo de estudo das características de operação.

Foram apresentados resultados da máquina de indução operando como gerador em diversas frequências e velocidades de operação. No funcionamento em 220 V, 60 Hz, velocidade linear síncrona de 10 m/s, e sob velocidade nominal, 16,8 m/s, foram medidas potências ativas de 34 W, -178 W e -100 W para as fases A, B e C, respectivamente. A fase A, localizada na extremidade de entrada, permaneceu sempre absorvendo potência ativa. A

fase B localizada na extremidade de saída forneceu a maior potência ativa, assim como ocorreu para a máquina setorial, discutida no capítulo 4. As correntes medidas para as fases A, B e C foram, respectivamente, 1,97 A, 1,95 A e 1,84 A. Assim como na máquina setorial, o desequilíbrio entre os módulos das correntes não foi tão grande quanto o desequilíbrio das potências ativas. Obteve-se um escorregamento nominal de -0,68, que é um valor alto em relação às máquinas rotativas convencionais. O rendimento obtido foi de 22,3%, que comparado com as máquinas rotativas convencionais é baixo.

Nas máquinas de indução em geral, tanto lineares como convencionais, um alto escorregamento está diretamente relacionado a um baixo rendimento. Como a potência mecânica  $P_{mec}$  varia com  $R_2(1-s)/s$  e potência de entreferro  $P_g$  varia de acordo com  $R_2/s$ , a relação entre elas é  $P_{mec}/P_g=1-s$ . Portanto, para um escorregamento de -0,68 tem-se  $P_{mec}/P_g=1,68$ , ou seja, a potência mecânica é 1,68 vezes a potência de entreferro. A diferença entre estas potências é a perda por efeito Joule na resistência do secundário. Como o secundário foi construído com uma lâmina de alumínio relativamente fina, com 1 mm de espessura, a sua resistência elétrica é alta, o que conduz a alta perda por efeito Joule no secundário. Para se reduzir a perda por efeito Joule no secundário deve-se aumentar a espessura da lâmina de alumínio ou substituí-la por uma lâmina de cobre. A vantagem da utilização da lâmina de cobre é que não há necessidade de aumentar o comprimento do entreferro magnético, conforme a explanação apresentada no início deste capítulo. A desvantagem é maior preço do cobre em relação ao alumínio.

Conforme a análise do capítulo 4, outro fator que colabora para o baixo rendimento são os efeitos de extremidade que aumentam as perdas por efeito Joule e também desequilibram as correntes de fase, gerando harmônicas espaciais de densidade de fluxo magnético.

As conclusões apresentadas sobre rendimento e escorregamento estão, de forma geral, de acordo com as referências. O que não se encontra são os resultados para as fases individualmente, como foram apresentadas e analisadas neste capítulo. O estudo deste capítulo, abrangendo uma ampla faixa de velocidade, também mostrou que a máquina linear passa a funcionar efetivamente como gerador a partir de um escorregamento de  $-0,3$ . Antes disto, a potência mecânica fornecida pela máquina primária é consumida pelas perdas internas da máquina linear, o que faz a mesma ficar com rendimento nulo.

O modelo de Duncan não apresentou resultados satisfatórios em relação às potências ativas. Com relação à força eletromagnética os resultados obtidos foram melhores. Já as correntes medidas e calculadas ficaram bem diferentes para velocidades próximas à velocidade síncrona. Mas na velocidade nominal as diferenças foram bem menores. De modo geral, o problema do modelo de Duncan é que ele desconsidera os desequilíbrios entre as fases quando a máquina de indução linear é apresentada em tensão. Para se verificar melhor a exatidão do mesmo deve-se impor correntes equilibradas às três fases.

Em função das diferenças encontradas, desenvolveu-se um modelo baseado num circuito equivalente diferente para cada fase. O que diferencia estes três circuitos equivalentes entre si são os ramos de magnetização. As resistências e as indutâncias para os ramos de magnetização foram obtidas a partir das características de operação. Elas são variáveis com a velocidade de escorregamento, sendo aproximadas através de polinômios de segundo grau com a utilização do Método dos Mínimos Quadrados. Esta forma de obtenção dos parâmetros do ramo de magnetização inviabiliza o uso do modelo proposto para fins de projeto, porém, permite analisar com detalhes o desempenho da máquina sob diversas condições de operação.

O modelo proposto foi testado em quatro frequências de operação, usando um inversor de frequência e também uma fonte programável que gera tensões com baixo conteúdo harmônico. A diferença entre valores medidos e calculados para a força eletromagnética ficou

menor do que 8%. As diferenças entre correntes medidas e calculadas foram menores do que 5%. A maior diferença foi verificada para a potência ativa na fase da extremidade de entrada, que chegou a 26%. A diferença entre os rendimentos medidos e calculados foi menor do que 12%.

Com a redução da frequência, ocorreu uma diminuição da velocidade e, por consequência, uma redução da potência mecânica de entrada. Porém, as perdas não diminuíram na mesma proporção, o que levou a uma redução de rendimento.

## **6 FRENAGEM REGENERATIVA APLICADA AO TREM DIESEL ELÉTRICO**

### **6.1 INTRODUÇÃO**

Este capítulo apresenta um estudo teórico sobre a utilização da máquina de indução linear para produzir a frenagem acompanhada de geração de energia para o sistema elétrico. O sistema pode ser utilizado em qualquer tipo de veículo, mas é particularmente útil para veículos que não possuem conexão direta com um sistema elétrico externo de alimentação como, por exemplo, trens e ônibus. No caso sob estudo, o veículo considerado é um trem diesel elétrico de transporte de carga (TAVARES, FLORES FILHO e BLAUTH, 2010; TAVARES, FLORES FILHO e BLAUTH, 2012). É oportuno destacar que o sistema descrito neste capítulo foi objeto de um pedido de depósito de patente ao INPI sob PI1003293-2 (FLORES FILHO, TAVARES e BLAUTH, 2010), tendo justamente como um dos focos a aplicação aqui estudada.

### **6.2 FRENAGEM DO TREM DIESEL ELÉTRICO**

O trem diesel elétrico é composto basicamente pela locomotiva e pelos vagões ou carros. A locomotiva é a unidade responsável pela produção força de tração necessária para movimentar o trem. Os vagões são as unidades de armazenamento da carga. Nos trens de transporte de passageiros o termo vagão é substituído por carro. É comum o trem possuir várias locomotivas. Cada locomotiva possui um motor diesel que aciona um gerador elétrico. Este gerador fornece energia para os motores de tração. Os motores de tração estão localizados nos eixos da locomotiva e os seus conjugados são transmitidos às rodas através de redutores com engrenagens (MARTINS, 1999).

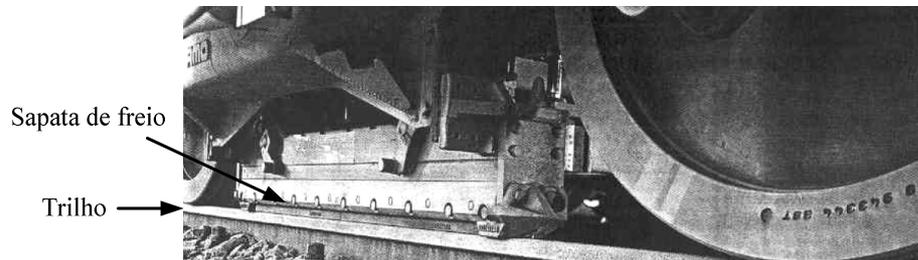
A frenagem convencional do trem é executada pelo freio independente e pelo freio dinâmico (BARBOSA, 1993). O freio independente é constituído de um sistema pneumático

utilizado para pressionar as sapatas de freio contra as bandas de rodagem das rodas de aço. De outra forma, no freio dinâmico, os motores de tração passam a operar como geradores, produzindo conjugado em sentido contrário à rotação e enviando a energia elétrica produzida para resistores de dissipação localizados no trem. A expressão frenagem dinâmica é tradicionalmente utilizada nas referências do setor ferroviário e pode gerar confusão com a terminologia empregada na frenagem de máquinas de indução. O que ocorre é que os motores de tração de muitos trens diesel elétricos são motores de corrente contínua de excitação em série, devido ao alto conjugado que os mesmos produzem (ROMANO, 2003). Durante a frenagem o enrolamento de campo é alimentado por uma fonte de corrente contínua independente e a armadura conectada aos resistores de frenagem. Assim, a frenagem funciona de forma semelhante à frenagem por injeção de corrente contínua nas máquinas de indução (EL-SHARKAWI, 2000).

A força de frenagem dinâmica atinge altos valores e contribui significativamente para a redução de velocidade do trem. Como referência, pode-se citar uma locomotiva de 6 eixos onde a força de frenagem dinâmica atinge 250 kN para uma velocidade de 40 km/h (MARTINS, 1999). Porém, conforme ROMANO (2003), a força máxima do freio dinâmico não deve exceder 113.000 kgf (1.107 kN). Isto é necessário para que não ocorra concentração de forças na cabeceira do trem, o que poderia causar descarrilamento dos vagões que estão localizados logo após a locomotiva.

ROMANO (2003) apresenta também dois outros sistemas de frenagem: o freio eletromagnético de trilho e o freio por correntes de Foucault. A figura 71 mostra o freio eletromagnético de trilho. O acionamento deste freio é feito por um eletroímã e a frenagem é causada pelo atrito entre uma sapata de freio plana e o trilho. A sapata de freio está acoplada ao eletroímã, que é móvel. Um sistema mecânico de retenção mantém o eletroímã afastado do trilho quando a bobina não está energizada. No momento em que a bobina é energizada, o

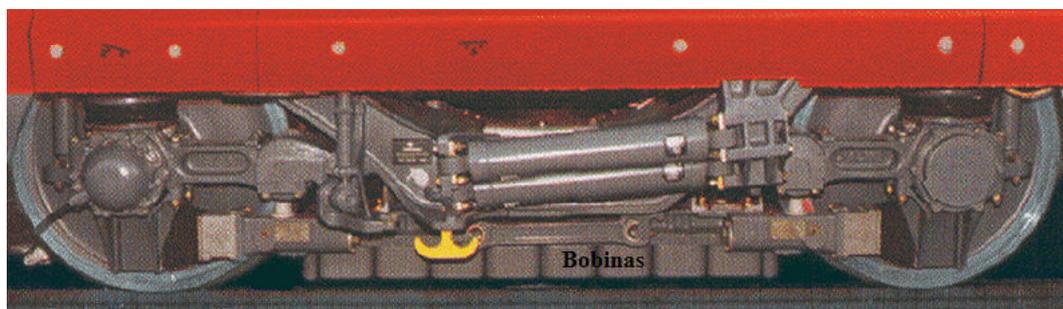
eletroímã é atraído pelo trilho com uma força superior a força do sistema mecânico de retenção e ocorre a frenagem.



**Figura 71 Freio eletromagnético de trilho.**

O freio eletromagnético é utilizado em algumas ferrovias brasileiras como freio de emergência. Pode-se citar como exemplo a estrada de ferro Campos do Jordão que apresenta trechos de serra.

A figura 72 apresenta o freio por correntes de Foucault. Há uma série de bobinas alojadas em um núcleo magnético localizado na parte inferior do truque (*truck*). Entre o núcleo magnético e o trilho há um entreferro de 6 a 12 mm. Não se trata de um freio por atrito. A frenagem é causada pela indução de correntes parasitas (correntes de Foucault) no trilho, que interagem com o campo magnético produzido pelas bobinas e geram forças contrárias ao movimento.



**Figura 72 Freio por correntes de Foucault.**

O freio por correntes de Foucault é utilizado em trens de alta velocidade de ferrovias alemãs, por exemplo. Mesmo não sendo um freio por atrito, a temperatura dos trilhos fica alta devido à corrente induzida nos mesmos.

### 6.3 PROPOSTA DE FRENAGEM UTILIZANDO A MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR

Nos processos de frenagem do trem diesel elétrico, descritos na seção anterior, toda a sua energia cinética é convertida em calor, por atrito ou por efeito Joule. Mesmo com o freio dinâmico, quando as máquinas elétricas de tração operam como geradores, a energia elétrica produzida é desperdiçada, pois não há transferência de energia para um sistema elétrico externo ao trem.

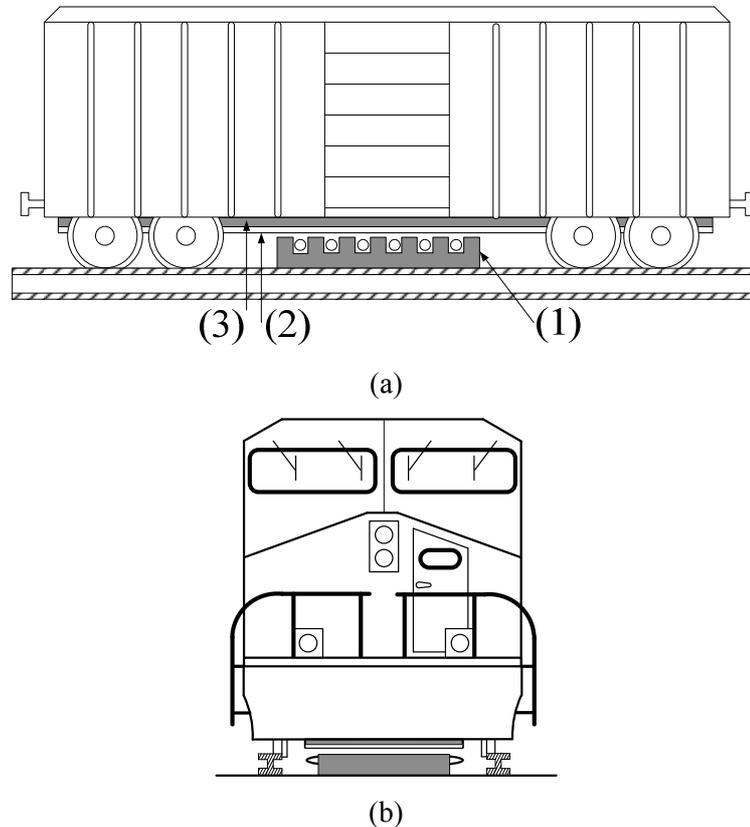
Os trens de transporte de carga possuem uma grande quantidade de vagões, normalmente idênticos, que transportam minério de ferro, cimento, grãos, líquidos combustíveis, fertilizantes, etc. Levando-se em consideração que o comprimento total de alguns trens pode ser maior do que 1 km, a massa total transportada é consideravelmente alta. Portanto, há uma energia cinética expressiva envolvida, mesmo tratando-se de um sistema de transporte com velocidade relativamente baixa. Assim, o desperdício da energia cinética representa uma quantidade significativa de energia.

Além do desperdício de energia, há também o aspecto negativo da elevada solicitação do freio mecânico, com conseqüente desgaste (MARTINS, 1999). Isto produz despesas consideráveis com: reparação ou troca de sapatas de freios; manutenção de componentes do sistema pneumático como compressores, válvulas e mangueiras; paradas para manutenção corretiva ou preventiva; pagamento de mão de obra especializada.

Propõe-se neste trabalho uma forma alternativa de frenagem regenerativa, mediante o uso da máquina de indução linear de primário curto e secundário longo, de acordo com a estrutura apresentada na figura 73. O sistema está localizado em um ponto de parada do trem, denominado daqui em diante de estação de frenagem.

O primário (1) da máquina de indução é estacionário e está localizado na estação de frenagem, entre os trilhos do trem. O secundário, composto da lâmina condutora (2) e do

núcleo magnético (3), está acoplado na parte inferior do trem e é compreendido de vários segmentos na locomotiva e nos vagões.



**Figura 73 Sistema de recuperação de energia cinética para trens com o uso da máquina de indução linear: (a) vista lateral de um vagão; (b) vista frontal da locomotiva.**

A máquina está conectada à rede elétrica através de um conversor de frequência regenerativo. Quando o veículo atinge uma estação de frenagem, e a parte frontal do secundário fica em frente ao primário, o conversor de frequência regenerativo é conectado ao sistema elétrico. O enrolamento primário é excitado com valor de frequência apropriado para que a velocidade linear síncrona seja menor do que a velocidade do secundário, ou seja, para que o escorregamento seja negativo.

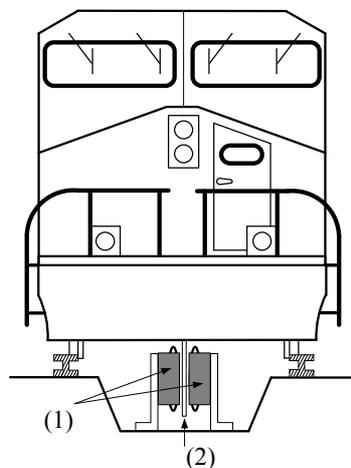
Sob a condição de escorregamento negativo, a máquina de indução linear opera como gerador. Isto significa que a energia cinética do veículo é convertida em energia elétrica, e

fornecida para o sistema elétrico através do conversor de frequência regenerativo. A força eletromagnética desenvolvida pela máquina linear produz frenagem do veículo.

A velocidade do veículo é continuamente monitorada, de modo que durante a diminuição de sua velocidade, devido à frenagem, a frequência de alimentação do primário também seja reduzida para que o escorregamento permaneça negativo. O controle do escorregamento, da frequência e das tensões nos enrolamentos possibilita o controle da força de frenagem e da energia recuperada para o sistema elétrico.

A princípio, devido à existência de trilhos que garantem um movimento bem definido do trem, o primário e o secundário podem estar localizados em diversas posições. A condição geral é que haja acoplamento magnético entre o primário e o secundário, e que a força eletromagnética gerada atue em direção compatível com o movimento do veículo, agindo como força de frenagem.

Pode-se citar como exemplo o sistema apresentado na figura 74, descrito em GIERAS (1994). A máquina de indução linear possui primário duplo (1). O secundário é composto unicamente de uma chapa condutora (2) fixa ao veículo, com liberdade para se deslocar entre as faces do primário.



**Figura 74 Exemplo de sistema com máquina de indução linear de primário duplo.**

#### 6.4 MODELO MATEMÁTICO DO TREM

Para o desenvolvimento da simulação computacional do sistema de frenagem, é necessário o conhecimento dos modelos matemáticos do trem e da máquina de indução linear. Esta seção apresenta o modelo dinâmico utilizado para o trem.

Para estudos de aceleração e desaceleração, o movimento do trem ao longo da via pode ser modelado de forma semelhante ao movimento do ponto material com um grau de liberdade (PIRES, 2002). Aplicando-se a Segunda Lei de Newton, tem-se:

$$\sum F = F_{mec} - F_t = M_t \frac{d^2x}{dt^2} \quad (6.1)$$

onde  $\sum F$  é o somatório das forças que atuam no trem, ou seja, é resultado da força mecânica produzida pela máquina de indução linear ( $F_{mec}$ ) e da força resistente ( $F_t$ ), oposta ao movimento do trem;  $M_t$  é a massa total do trem e  $x$  é a posição do mesmo em um sistema de referência fixo na via. A velocidade e a aceleração são expressas, respectivamente, por:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (6.2)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (6.3)$$

A massa geralmente é acrescida de 2% a 30% para levar-se em consideração a inércia dos componentes girantes do trem como rodas, eixos e rotores de motores (PIRES, 2002). A tabela 5 apresenta os fatores de correção da massa em função do tipo de veículo.

**Tabela 5 Fatores de correção da massa.**

Veículos	Fatores de correção da massa
Locomotivas	1,15 – 1,30
Carros e vagões	1,02 – 1,04
Carros vazios	1,05 – 1,12
Trem completo	1,06 – 1,10

Fonte: Pires, 2002.

Exceto pelas ações do freio mecânico e da máquina de indução linear, as demais forças de resistência ao movimento são classificadas como inerentes e acidentais (KUTZ, 2003). As forças inerentes incluem as resistências ao rolamento de mancais e rodas e a resistência aerodinâmica, ou seja, a resistência ao movimento através do ar. As forças acidentais são devidas à inclinação e à curvatura da via. Portanto, a força resistente total é expressa por:

$$F_t = F_{ine} + F_c + F_g \quad (6.4)$$

onde  $F_{ine}$  é a força inerente,  $F_c$  é a força de resistência devido à curvatura da via e  $F_g$  é a força de resistência devido à inclinação (rampa).

Muitas tentativas têm sido feitas para desenvolver expressões matemáticas para as resistências ao movimento do trem, mas as forças envolvidas têm provado serem muito complexas. Atualmente, os modelos mais confiáveis são aqueles derivados de fórmulas empíricas obtidas de experimentos de campo. Estas fórmulas são descritas a seguir.

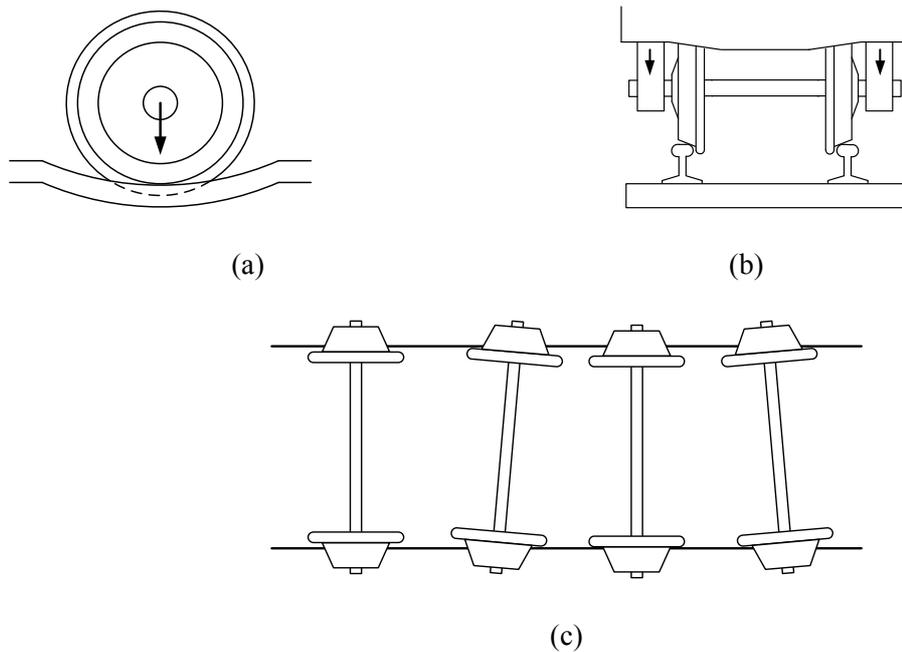
A força de resistência inerente para cada veículo pode ser expressa genericamente como:

$$F_{ine} = k_1 m_e n_e + k_2 n_e + k_3 m_e n_e v + k_4 S v^2 \quad (6.5)$$

onde  $S$  é a área da seção transversal de cada veículo,  $m_e$  é a massa por eixo e  $n_e$  é o número de eixos. Portanto, o produto  $m_e n_e$  é a massa total do veículo. As constantes de proporcionalidade  $k_1, k_2, k_3$  e  $k_4$  dependem de vários fatores: sistema de unidades, tipo e tamanho do veículo, condições de rodas e trilhos, tipos de mancais e lubrificação.

A componente  $k_1 m_e n_e + k_2 n_e$  é devido à deformação dos trilhos produzida pelo carregamento do trem, conforme mostra a figura 75(a), e o atrito nos mancais em cada extremidade do eixo, conforme mostra a figura 75(b). Com a deformação dos trilhos, cada roda enfrenta um pequeno aclave que prejudica o seu rolamento. A deformação depende da

massa do veículo ( $m_e n_e$ ). O número de eixos determina o número de mancais e, por consequência, o atrito nos mesmos. A componente  $k_1 m_e n_e + k_2 n_e$  é independente da velocidade.



**Figura 75 Resistência ao rolamento de mancais e rodas.**

Mesmo em trechos retílineos da via a trajetória do conjunto de rodas não é em linha reta, devido a pequenas sinuosidades na via ou devido a pequenos desalinhamentos entre eixos, conforme mostra figura 75(c). Devido à conicidade das rodas e ao sistema de suspensão do veículo, ocorrem oscilações e balanços que produzem atrito entre os flanges das rodas e os trilhos. Estes efeitos estão diretamente relacionados à qualidade da via e à estabilidade do veículo. A componente  $k_3 m_e n_e v$  é originada no atrito causado por oscilações e balanços, que são proporcionais à massa e à velocidade.

A componente  $k_4 S v^2$  está associada à resistência do ar, pois o arrasto aerodinâmico é proporcional ao quadrado da velocidade. Ele também depende da área da seção transversal do veículo e de sua característica aerodinâmica.

Dividindo-se (6.5) pela massa obtém-se a resistência inerente específica do veículo, expressa por:

$$f_{ine} = A + Bv + Cv^2 \quad (6.6)$$

onde  $f_{ine} = F_{ine} / m_e n_e$ ;  $A = k_1 + k_2 / m_e$ ;  $B = k_3$  e  $C = k_4 S / (m_e n_e)$ .

A equação (6.6) é tradicionalmente utilizada e é conhecida como fórmula de Davis (BARBOSA, 1993; KUTZ, 2003; MARTINS, 1999; PIRES, 2002). Os coeficientes  $A$ ,  $B$  e  $C$  são determinados experimentalmente e variam entre sistemas ferroviários de acordo com as características de veículos e as unidades empregadas. A tabela 6 apresenta os coeficientes  $A$ ,  $B$  e  $C$  para a locomotiva, o carro e o vagão.

**Tabela 6 Coeficientes da fórmula de Davis.**

Veículo	$A$ [kN/t]	$B$ [kN/(km/h)/t]	$C$ [kN/(km/h) <sup>2</sup> /t]
Locomotiva	$6,37432 \times 10^{-3} + 0,12896 / m_e$	$91,39780 \times 10^{-6}$	$44,71883 \times 10^{-6} S / (n_e m_e)$
Carro	$6,37432 \times 10^{-3} + 0,12896 / m_e$	$91,39780 \times 10^{-6}$	$6,33510 \times 10^{-6} S / (n_e m_e)$
Vagão	$6,37432 \times 10^{-3} + 0,12896 / m_e$	$137,78343 \times 10^{-6}$	$9,26728 \times 10^{-6} S / (n_e m_e)$

Fonte: Pires, 2002.

É importante destacar que o símbolo t apresentado na tabela 6 representa a tonelada (1 t = 10<sup>3</sup> kg) que, apesar de não fazer parte do Sistema Internacional de Unidades, é aceita por ser amplamente difundida (INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL, 2007). O mesmo vale para o quilômetro por hora (km/h).

A equação 6.6 é aplicada a cada veículo “ $j$ ”, com massa  $M$ , e a resistência inerente total é obtida em função dos “ $n$ ” veículos que compõem o trem, sendo dada por:

$$F_{ine} = \sum_{j=1}^n f_{ine}^{(j)} M^{(j)} \quad (6.7)$$

A força de resistência devido à curvatura da via ocorre devido à compressão do friso das rodas do trem contra a lateral do trilho e também ao eventual arraste das rodas. Esta resistência de curva (em kN) é expressa por (PIRES, 2002):

$$F_c = \frac{4,9b_v M_t}{R_c} \quad (6.8)$$

onde  $b_v$  é a bitola da via,  $R_c$  é o raio de curvatura e  $M_t$  é a massa total do comboio.

A força de resistência devido à inclinação da via (resistência de rampa) ocorre devido à componente do peso do trem que é paralela à direção de seu movimento, conforme ilustra a figura 76. Nos trechos de aclive esta componente peso atua em sentido contrário ao movimento, funcionando como uma resistência ao movimento. Porém, nos trechos de declive ela está no mesmo sentido do movimento e, em contradição com a sua nomenclatura, age como uma força propulsora. A resistência de rampa é expressa por

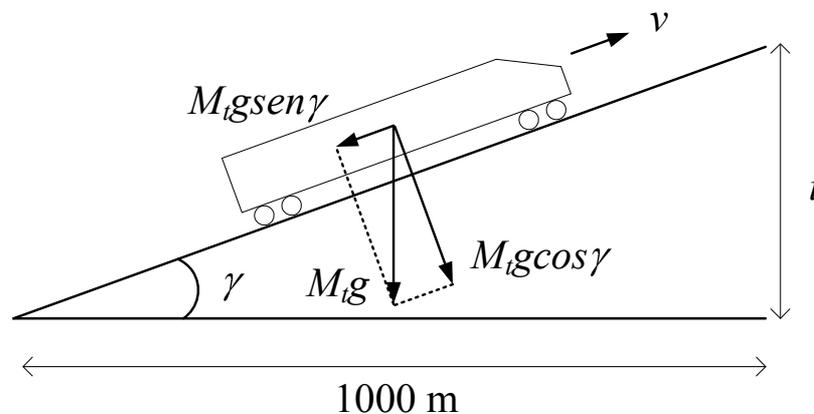
$$F_g = M_t g \sin \gamma \quad (6.9)$$

onde  $\gamma$  é o ângulo de rampa.

Para ângulos de rampa de até  $6^\circ$  tem-se que  $\sin \gamma \cong \tan \gamma$ , de forma que a equação (6.9) pode ser substituída por

$$F_g = M_t g \tan \gamma = M_t g i \cdot 10^{-3} \quad (6.10)$$

sendo  $i$  a elevação da via para 1000 m de comprimento horizontal.

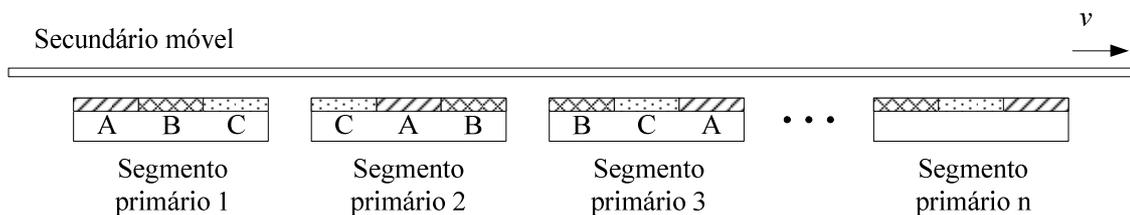


**Figura 76 Componentes do peso do trem em uma rampa.**

## 6.5 MODELO MATEMÁTICO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO LINEAR

No caso em estudo, a dinâmica do sistema mecânico é muito mais lenta do que a dinâmica do sistema elétrico. Portanto, pode-se adotar um modelo estático de circuito equivalente para a máquina de indução (PIRES, 2002). Optou-se por utilizar neste capítulo o modelo de Duncan apresentado no capítulo 5. A restrição do modelo é que as correntes de fase devem ser balanceadas, isto é, iguais em amplitude e frequência e defasadas de  $120^\circ$  elétricos entre si. Isto pode ser obtido de duas formas: impondo um conjunto de correntes balanceadas ao enrolamento primário, através de um conversor eletrônico para aplicação específica (SERNI, 1999) e/ou usando transposição de enrolamentos (YAMAMURA, 1972).

A figura 77 apresenta um sistema com transposição de enrolamentos. A máquina linear é composta por vários segmentos primários ligados em série. Para representar a assimetria na localização dos enrolamentos em relação ao núcleo, cada segmento primário está dividido em três partes, e cada fase (A, B e C) ocupa uma destas partes, conforme as análises dos capítulos 4 e 5. Cada fase é deslocada num segmento, em relação ao segmento anterior, mantendo-se sempre a mesma sequência de fases.



**Figura 77** Artificio utilizado para compensar o desequilíbrio de correntes devido aos efeitos de extremidade.

A escolha do modelo de Duncan foi motivada pelas seguintes características do mesmo:

- o modelo foi aplicado em uma máquina de indução linear empregada num sistema de transporte sobre trilhos de Toronto, Canadá (DUNCAN, 1983);
- os resultados teóricos e experimentais são semelhantes;
- a máquina linear utilizada possui potência compatível com a aplicação desejada;
- o modelo é de fácil aplicação e todos os parâmetros necessários estão claramente apresentados.

A máquina de indução linear possui os dados apresentados na tabela 7.

**Tabela 7 Dados da máquina de indução linear utilizada nas simulações.**

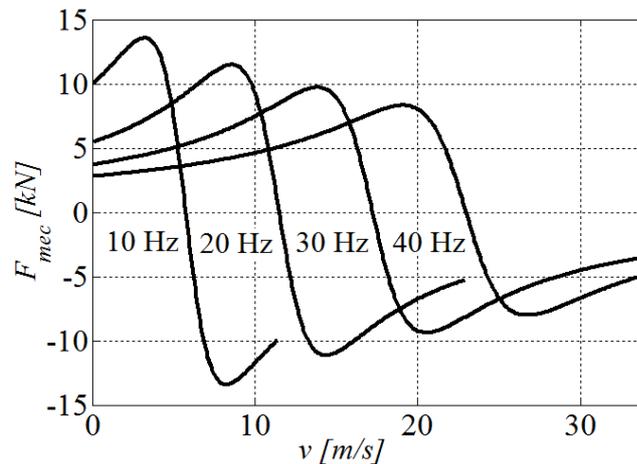
Comprimento do primário	1,9 m
Largura no primário	0,216 m
Passo polar	0,287 m
Número de ranhuras	79
Fases	3
Número de pólos	6
Ligação	Estrela
Número de espiras por bobina	4
Passo de bobina	7
Espessura do núcleo magnético laminado do secundário	3 mm
Largura do núcleo magnético laminado do secundário	0,240 m
Lâmina condutora do secundário	Alumínio
Espessura da lâmina condutora do secundário	4,5 mm
Entreferro	12,6±0,8mm
Parâmetros do circuito equivalente	$R_1 = 0,038 \Omega$
	$R_2 = 0,109 \Omega$
	$L_1 = 1,040 \text{ mH}$
	$L_2 = 0,200 \text{ mH}$
	$L_m = 4,490 \text{ mH}$

Fonte: Duncan (1983)

O modelo desenvolvido no capítulo 5 não pode ser aplicado para a máquina linear adotada, pois faltam dados sobre características de operação com alimentação em tensão e os decorrentes desequilíbrios nas correntes e potências por fase.

A figura 78 mostra curvas de força eletromagnética *versus* velocidade para frequências de 10, 20, 30 e 40 Hz. A máquina opera com correntes de 465 A impostas ao enrolamento

primário. DUNCAN (1983) apresenta estas curvas para a operação da máquina como motor, isto é, para  $F_{mec} > 0$ . Na figura 78 as curvas estão ampliadas para a região de operação como gerador onde  $F_{mec} < 0$ .



**Figura 78** Curvas de força eletromagnética *versus* velocidade.

## 6.6 SIMULAÇÕES DE FRENAGEM

### 6.6.1 Programa de Simulação

Para obtenção da solução numérica da equação diferencial de segunda ordem, (6.1), que descreve a dinâmica do trem, deve-se dividir a mesma em duas equações diferenciais de primeira ordem (GREENWOOD, 1988). Adota-se a posição ( $x$ ) e a velocidade ( $v$ ) como as variáveis de estado. Derivando-se as variáveis de estado em relação ao tempo se obtém duas equações diferenciais de primeira ordem, denominadas de equações de estado:

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (6.11)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F_{mec} - F_t}{M_t} \quad (6.12)$$

Um programa para simulação do sistema de frenagem regenerativa foi desenvolvido no Matlab, de modo a resolver as equações diferenciais (6.11) e (6.12). A figura 79 apresenta a estrutura do programa. Os cálculos começam em  $t = 0$ , a partir da posição e da velocidade iniciais do trem ( $x = x_0$  e  $v = v_0$ ). Enquanto o tempo transcorrido é menor do que o tempo final de simulação estabelecido ( $T_{sim}$ ), o programa calcula todas as grandezas elétricas e mecânicas associadas à operação do sistema. Estas grandezas são armazenadas em vetores e, ao final do tempo de simulação, são apresentadas as curvas com as variações em relação ao tempo. Os blocos MODELO DO TREM e MODELO DA MIL são *functions* onde estão localizados os parâmetros do trem (e da via) e da máquina de indução linear, respectivamente, e onde são realizados os cálculos dos modelos. O bloco MÓDULO DE CONTROLE é uma *function* que calcula a corrente e a frequência de excitação da máquina linear em função da velocidade do trem. O bloco INTEGRADOR DE EULER aplicada o método de Euler (GOMES, 1999) para calcular a evolução da posição e da velocidade com o tempo. As seguintes equações são utilizadas:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \frac{dx}{dt} \quad (6.13)$$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t \frac{dv}{dt} \quad (6.14)$$

onde  $\Delta t$  é o passo de integração.

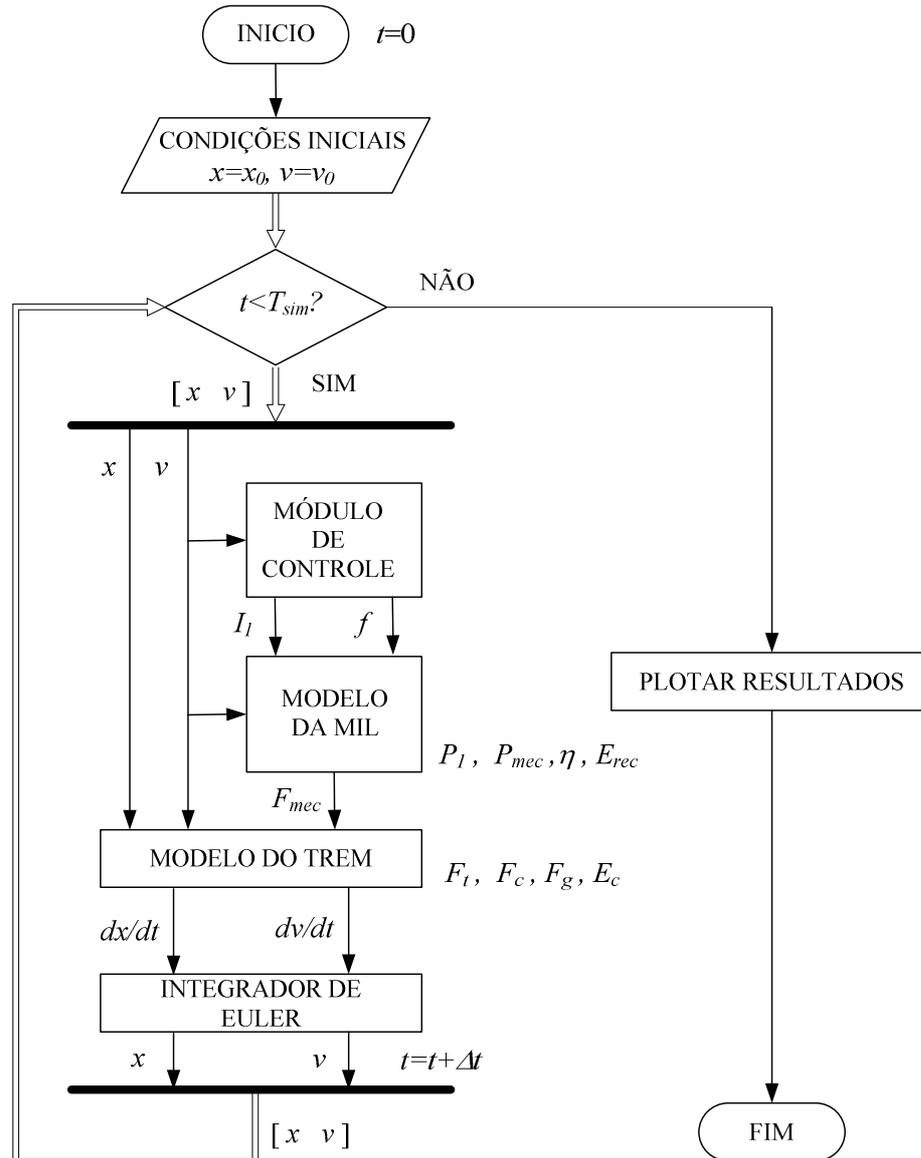


Figura 79 Estrutura do programa de simulação.

### 6.6.2 Simulação de Operação

Considera-se a estrutura apresentada na figura 73 sendo utilizada para produzir a frenagem regenerativa de um trem de transporte de carga com as características apresentadas na tabela 8. Cada segmento da máquina de indução linear tem as características indicadas na tabela 7. Em função da alta inércia do trem, são necessários vários segmentos ligados em série. Após várias simulações constatou-se a necessidade de 12 segmentos para se produzir uma frenagem satisfatória.

**Tabela 8 Dados do trem para a simulação**

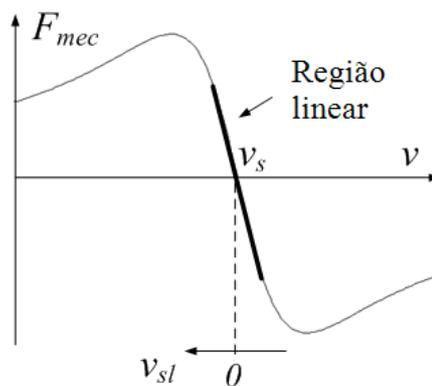
	Locomotiva	Vagão
Número de veículos	1	6
Massa por veículo	83 ton	47,044 ton
Número de eixos	4	4
Área da seção transversal	13,23 m <sup>2</sup>	12 m <sup>2</sup>

Fonte: Pires, 2002.

A velocidade de escorregamento da máquina linear ( $v_{sl}$ ) é definida como a diferença entre a velocidade síncrona ( $v_s$ ) e a velocidade do secundário ( $v$ ) que, no caso, é igual à velocidade do trem:

$$v_{sl} = v_s - v \quad (6.15)$$

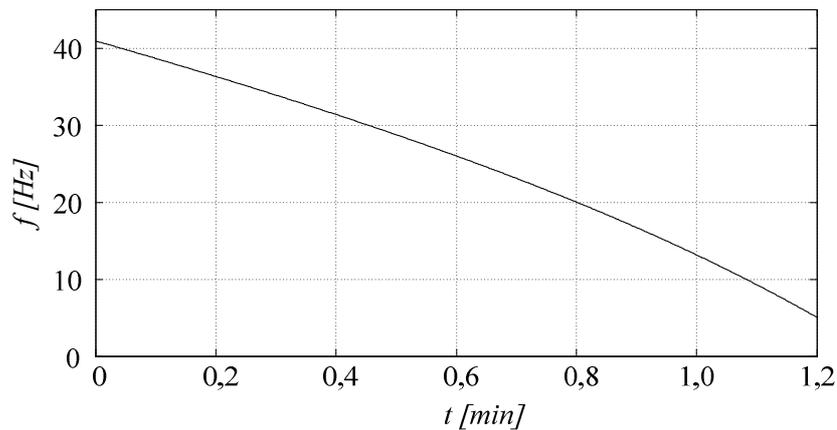
A figura 80 mostra uma região linear de operação, onde a força eletromagnética varia na mesma proporção da velocidade de escorregamento. Para a operação como gerador tem-se  $v_{sl} < 0$  e  $F_{mec} < 0$ . Assim, para controle da força de frenagem, a corrente é mantida constante em 465 A, que é o valor nominal, e a frequência é controlada de forma a manter uma velocidade de escorregamento constante e negativa. Uma análise da figura 78 mostra que para  $v_{sl} = -1,5 \text{ m/s} = -5,4 \text{ km/h}$  a máquina opera no trecho linear da curva força *versus* velocidade para as frequências de operação menores ou iguais à frequência nominal (40 Hz).



**Figura 80 Região linear da curva força-velocidade.**

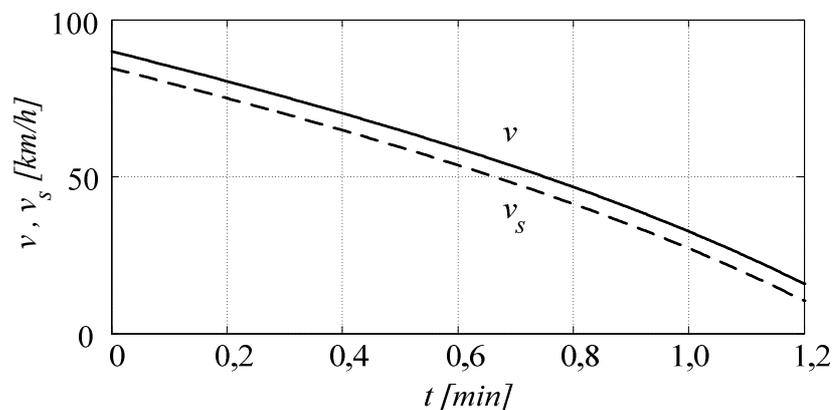
A simulação foi desenvolvida com as seguintes condições iniciais:  $x = 0$  km e  $v = 90$  km/h. A via não possui inclinação nem curvatura.

A figura 81 mostra o comportamento da frequência durante o processo de frenagem. A frequência inicial é máxima, aproximadamente 41 Hz, devido à velocidade inicial do trem. A seguir, a frequência é reduzida para produzir a frenagem regenerativa.



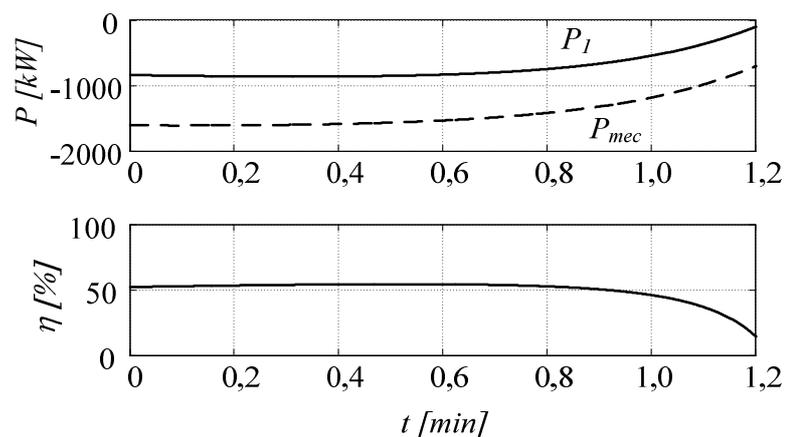
**Figura 81 Controle da frequência.**

A figura 82 mostra a variação da velocidade do trem (velocidade do secundário) e a velocidade síncrona. A velocidade cai de 90 km/h para 16 km/h em 1,2 min. A velocidade síncrona é menor do que a velocidade do secundário devido ao controle de frequência, que mantém a velocidade de escorregamento constante e negativa.



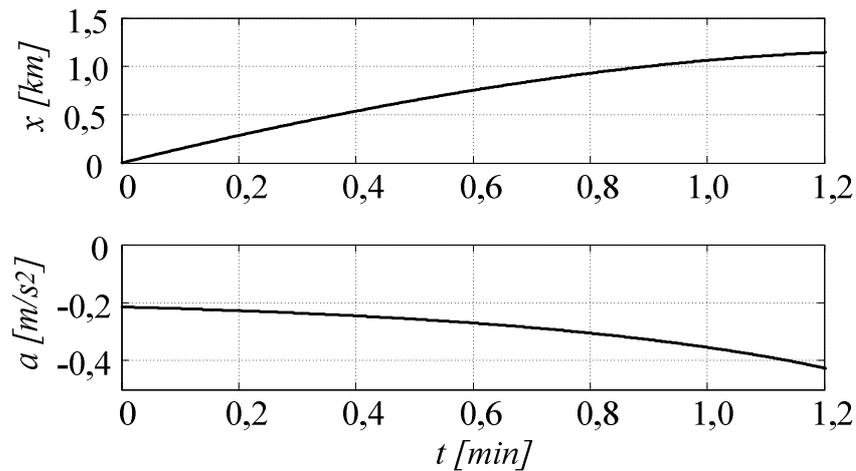
**Figura 82 Velocidade do trem e velocidade síncrona.**

A figura 83 mostra o comportamento da potência ativa, da potência mecânica e do rendimento. A potência mecânica associada ao processo de frenagem é negativa, isto é, ela é fornecida para a máquina linear, que por sua vez faz a conversão em potência ativa. Contudo, uma parcela de potência é consumida pelas perdas por efeito Joule e pelos efeitos de extremidade. Observa-se que para  $t=1,2$  min a potência ativa é próxima de zero. O rendimento torna-se muito baixo, o que significa que quase toda a energia cinética recuperada é consumida pela máquina linear. A partir deste momento não é mais conveniente manter a máquina excitada. É necessário aplicar o freio mecânico para levar a velocidade para zero. Porém, como a velocidade já está reduzida, a solicitação do freio mecânico é relativamente pequena.



**Figura 83 Potência mecânica, potência ativa e rendimento.**

A figura 84 mostra a variação da posição e da aceleração do trem. Durante o intervalo de 1,2 min o trem desloca-se aproximadamente 1,1 km. Este valor está de acordo com o que foi estabelecido por MARTINS (1999), segundo o qual, os trens de carga param após percorrerem distâncias relativamente longas, entre 0,5 km e 1,5 km. A desaceleração inicial é  $-0,2 \text{ m/s}^2$  e aumenta até  $-0,42 \text{ m/s}^2$ . Segundo IWINICKI (2006), a desaceleração típica de trens fica na faixa de  $-0,1 \text{ m/s}^2$  a  $-0,6 \text{ m/s}^2$ .



**Figura 84 Posição e aceleração do trem.**

A energia cinética do trem depende da massa total e da velocidade:

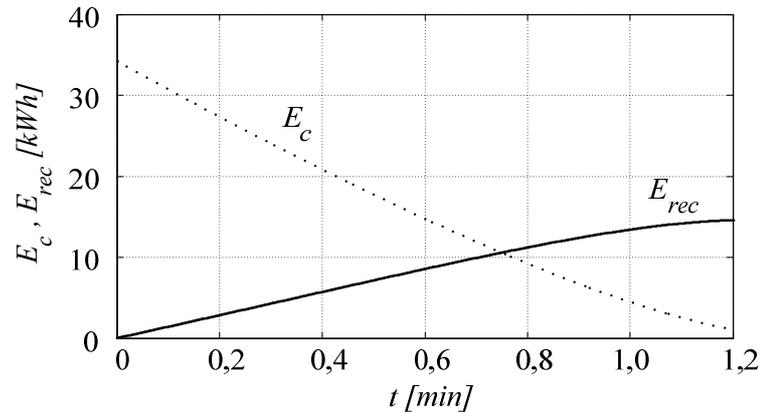
$$E_c = \frac{1}{2} M_t v^2 \quad (6.16)$$

A energia elétrica, obtida da recuperação da energia cinética, é calculada por integração numérica da potência ativa durante o tempo de operação:

$$E_{rec} = \left| \sum P_1' \Delta t \right| \quad (6.17)$$

onde  $P_1'$  é a potência média calculada durante o intervalo  $\Delta t$  referente ao passo de integração, de acordo com a regra do trapézio (GOMES, 1999).

A figura 85 mostra a variação da energia cinética e a tendência da energia recuperada em função do tempo. Em  $t = 0$  a energia cinética é  $E_{c0} = 34$  kWh. No final do processo de frenagem regenerativa, em  $t = 1,2$  min, a energia recuperada é  $E_{c0} = 14,6$  kWh. Portanto, o percentual de recuperação de energia cinética é  $100(E_{rec} / E_{c0}) = 43\%$ . O restante da energia cinética é consumido pelos atritos associados à força de resistência inerente do trem e pelas perdas da máquina linear. A máquina de indução linear apresenta baixo rendimento, conforme figura 83, devido principalmente aos efeitos de extremidade. Este é o principal fator que limita a recuperação de energia.



**Figura 85 Energia cinética e energia recuperada.**

## 6.7 CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO ESTUDADA

Desenvolveu-se neste capítulo um estudo teórico sobre a aplicação de uma máquina de indução linear no processo de frenagem regenerativa para o trem diesel elétrico. Pretendeu-se com isto ter uma estimativa do potencial de aplicação do sistema.

O estudo sobre as forças envolvidas no modelo do trem pode servir como base para estudos futuros que tratem mais aprofundadamente o tema. Os resultados de simulação indicaram boas características para o sistema proposto. Foram observados valores consideráveis de potência envolvidos no processo de frenagem. A potência ativa chegou a atingir 860 kW, enquanto que a potência mecânica atingiu 1600 kW. Esta grande diferença entre potência ativa e potência mecânica é consequência do baixo rendimento da máquina de indução linear, que foi menor do que 55%.

A frenagem regenerativa apresentou um tempo de 1,2 min para reduzir a velocidade de 90 km/h para 16 km/h. Durante este tempo o deslocamento do trem foi de 1,1 km. Estes valores estão de acordo com o que as referências apresentam com a utilização do freio mecânico.

O estudo mostrou que a frenagem pode ser eficiente, de forma a reduzir a solicitação do freio mecânico, o que reduz o desgaste dos componentes do sistema de freio. A energia recuperada ficou menor do que 50%, mas esta energia seria totalmente perdida na forma de calor, por atrito ou por efeito Joule.

No entanto, destaca-se que os resultados obtidos neste capítulo são teóricos, seguindo modelos indicados nas referências. Para a continuidade do trabalho pode-se adotar o modelo proposto, aplicá-lo no regime dinâmico em questão e comparar resultados teóricos com resultados experimentais, que podem ser obtidos na bancada de ensaios apresentada no capítulo 5. Pode-se ainda investigar formas de acionamento que permitam otimizar o processo de frenagem, controlando a desaceleração de forma a evitar solavancos e/ou aumentando o percentual de recuperação de energia.

## 7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O presente trabalho apresentou inicialmente uma descrição das máquinas de indução lineares, mostrando características construtivas e de operação. Observou-se que há um interesse crescente no estudo da operação como motor, verificado pela grande quantidade de trabalhos encontrados sobre o assunto. Em contraste, a operação como gerador de indução linear é muito pouco explorada. Os geradores lineares geralmente são do tipo síncrono, com excitação por ímãs permanentes.

O conhecimento das características de operação do gerador de indução linear é importante para promover o desenvolvimento de sistemas com frenagem regenerativa para máquinas e dispositivos que operam diretamente com movimento linear de uma forma inovadora. Adicionalmente, pode-se considerar este tipo de geração em sistemas de movimento oscilatório linear, por exemplo, motor Stirling, sistemas de suspensão ativa e alguns sistemas de geração maremotriz.

Desenvolveu-se um estudo dos efeitos eletromagnéticos existentes na máquina de indução linear. Mostrou-se que a diferença principal em termos de operação entre a máquina rotativa convencional e a máquina linear é que a última possui efeitos de extremidade.

Os modelos normalmente adotados desconsideram os desequilíbrios existentes entre as fases da máquina trifásica. Os resultados normalmente apresentam somente a força eletromagnética em função da corrente no enrolamento e da velocidade de operação. Para se desenvolver um estudo sobre os efeitos de extremidade na máquina alimentada em tensão e operando como gerador foram construídas duas máquinas de indução: uma setorial e a outra linear. Os testes realizados em ambas as máquinas mostraram que as suas características de operação são, de maneira geral, semelhantes. Com as duas máquinas operando na ligação

triângulo, de forma a se impor tensões equilibradas por fase, foram observados desequilíbrios significativos entre as fases.

A máquina setorial mostrou ser uma opção robusta e de baixo custo para estudo dos efeitos de extremidade, não só em atividades de pesquisa, mas também em laboratórios de ensino nos cursos de graduação. Diferentemente da máquina setorial, a construção da máquina linear apresentou maiores dificuldades. O disco requer um bom balanceamento para que se possa manter um entreferro aproximadamente constante durante a operação. O suporte mecânico do primário deve ser construído de forma a garantir o mesmo entreferro em todas as extremidades da máquina de modo a se poder fazer um estudo com entreferro constante. Durante os testes chegou a ocorrer descolamento entre a chapa de alumínio e o núcleo de aço. Para evitar este problema deve-se utilizar uma cola que resista a temperaturas altas.

O modelo trifásico desenvolvido permitiu calcular as correntes e potências para cada fase individualmente, bem como a força eletromagnética produzida, em diversas frequências e velocidades de operação. Observou-se que o rendimento é baixo, o que limita o aproveitamento da energia cinética durante o processo de frenagem regenerativa. Na operação sob frequência variável, observou-se um rendimento máximo de 26% em 60 Hz e um rendimento menor, de aproximadamente 15%, para 45 Hz, que foi a mínima frequência de operação. A diferença entre valores medidos e calculados para a força eletromagnética ficou menor do que 8%. As diferenças entre correntes medidas e calculadas foram menores do que 5%. A maior diferença foi verificada para a potência ativa na fase da extremidade de entrada, que chegou a 26%.

A máquina de indução convencional e rotativa começa operar como gerador para um escorregamento imediatamente inferior a zero. Porém, observou-se que isto não ocorre na máquina setorial e na máquina linear. A máquina setorial passa a fornecer potência ativa para a rede, ou seja, funcionar efetivamente como gerador, a partir de um escorregamento

$s = -0,09$ , enquanto que na máquina linear isto ocorre a partir de um escorregamento  $s = -0,3$ . Nos dois casos, a razão principal é a perda devido aos efeitos de extremidade, que consome uma parcela da potência mecânica fornecida pela máquina primária. Porém, na máquina linear há o agravante da resistência do secundário ser alta, devido à pequena espessura da lâmina de alumínio, o que produz alta perda por efeito Joule.

Os modelos apresentados para o trem diesel elétrico e as simulações desenvolvidas podem servir como referência para trabalhos que envolvam a frenagem regenerativa. Os resultados de simulação mostraram que o sistema de frenagem regenerativa proposto apresenta boas características de aplicação. Ele reduz a solicitação do freio mecânico, o que leva ao menor desgaste dos componentes do sistema de freio. A energia recuperada ficou menor do que 50%, mas deve-se levar em consideração que este valor foi obtido com o modelo de Duncan, que desconsidera os desequilíbrios entre as fases.

Obviamente, esta linha de trabalho não está encerrada. Há pontos a serem explorados, bem como características e análises que podem ser melhoradas. Em função da experiência adquirida, sugere-se que nos próximos trabalhos os seguintes estudos sejam abordados:

- Efetuar testes envolvendo uma maior faixa de frequência.
- Desenvolver uma forma de alimentação em corrente, com correntes equilibradas nas três fases.
- Redimensionar o disco de alumínio do secundário, de forma a aumentar o rendimento da máquina, para fins de estudos experimentais que possam ser determinantes para a aplicação.
- Estudar a viabilidade de substituir o disco de alumínio por um disco de cobre.

- Substituir o enrolamento do primário por outro com maior número de pólos, que leva a menor passo polar e menor velocidade síncrona, para estudar o efeito de extremidade com menores velocidades.

- Pesquisar sobre formas alternativas de enrolamentos e outras formas construtivas, aumentando a largura dos dentes das extremidades, por exemplo, de forma que se obtenha uma redução dos efeitos de extremidade.

- Estudar também a utilização da máquina de indução linear como reforço de impulso (*thrust booster*), de modo a auxiliar os motores de tração principais durante o arranque e também em rampas.

- Desenvolver um modelo dinâmico para a máquina de indução linear, que permita uma análise dos transitórios de aceleração e desaceleração.

- Desenvolver estudos sobre a sensibilidade de parâmetros da máquina e as suas características de desempenho sob o efeito de um entreferro variável, como o que se pode ter no caso real de um trem, por exemplo.

- Estudar as condições necessárias para a operação com valores máximos de rendimento, fator de potência, potência e força eletromagnética, na situação de velocidade e frequência variáveis. Isto é importante para a determinação de estratégias de acionamento que otimizem o processo de frenagem regenerativa.

Finalizando, espera-se que esta tese possa contribuir para o avanço das pesquisas e aplicações com máquinas de indução lineares.

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, R. S. **Estudo da Dinâmica Longitudinal do Trem**. 1993. 179 f. Dissertação (Mestrado em engenharia) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.
- BHAMIDI, S. P. **Design of a Single Sided Linear Induction Motor (SLIM) Using a Interactive Computer Program**. 2005. 90 f. Dissertação (Mestrado em engenharia) – University of Missouri, Columbia, 2005.
- BINNS, K.J.; LAWRENSON, P.J.; TROWBRIDGE, C.W. **The Analytical and Numerical Solution of Electric and Magnetic Fields**. Chichester: John Wiley & Sons, 1992. 470 p. ISBN: 0-471-92460-1.
- BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. **Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems**. 7th ed. New York: John Wiley & Sons, 2001. 269 p. ISBN 0-471-31999-6.
- CASAT, A. et al. Direct Linear Drives: Market and Performance Status. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LINEAR DRIVES FOR INDUSTRY APPLICATIONS (LDIA), 4., 2003, Birmingham. **Proceedings...** Birmingham: LDIA, 2003. p. 1-11.
- CAWTHORNE, W. R. **Optimization of a Brushless Permanent Magnet Linear Alternator for Use With a Linear Internal Combustion Engine**. 1999. 112 f. Tese (Doutorado em engenharia) – Departament of Computer Science and Eletrical Engineering, West Virginia University, Morgantown, 1999.
- CREPPE, R. C. **Uma Contribuição à Modelagem de Máquinas de Indução Lineares**. 1997. 127 f. Tese (Doutorado em engenharia) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.
- DEL TORO, V. **Fundamentos de Máquinas Elétricas**. Rio de Janeiro: LTC, 1999. 550 p. ISBN 9788521611844.
- DUNCAN, J. Linear Induction Motor-Equivalent Circuit Model. **Electric Power Applications, IEE Proceedings B**, London, v. 130, n. 1, p. 51-57, Jan. 1983.
- EHSANI, M. et al. **Modern Electric, Hybrid Electric, and Fuel Cell Vehicles: Fundamentals, Theory and Design**. Boca Raton: CRC, 2005. 395 p. ISBN: 0-8493-3154-4.
- EL-SHARKAWI, M. A. **Fundamentals of Electric Drives**. Pacific Grove: Brooks/Cole, 2000. 314 p. ISBN: 0-534-95222-4.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY JR., C.; UMANS, S. D. **Electric Machinery**. 6th ed. New Delhi: Tata McGraw-Hill, 2002. 688 p. ISBN: 0-07-053039-4.

FLORES FILHO, A. F.; TAVARES, A. M.; BLAETH, Y. B. **Aparato reaproveitador de energia por indução eletromagnética, processo de reaproveitamento de energia e processo de produção**. Pedido de patente, privilégio de inovação, PI10032932, jul, 2010.

FRANÇOIS, P. et al. Analytical Model for a Tubular Linear Induction Generator in a Stirling Cogeneration System. In: INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES AND DRIVES CONFERENCE (IEMDC), 1., 2007, Antalya. **Proceedings...**Antalya: IEMDC, 2007. p. 392-397.

GANG, L. et al. The Analytical Calculation of Thrust and Normal Force and Force Analyses for Linear Induction Motor. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SIGNAL PROCESSING (ICSP), 9., 2008, Beijing. **Proceedings...** Beijing: ICSP, 2008. p. 2795-2799.

GHAEMPANAH, A.; MIRSALIM, M.; MIRZAYEE, M. Simulation of Linear Induction Generators in Hybrid Electric Vehicle Applications. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS, MACHINES AND DRIVES (PEMD), 3., 2006, Dublin. **Proceedings...** Dublin: PEMD, 2006. p. 455-458.

GHITA, C. et al. Numerical Modeling of the Electric Linear Generators Based on the Sea Waves Energy. In: IEEE MEDITERRANEAN ELECTROTECHNICAL CONFERENCE, 14., 2008, Ajaccio. **Proceedings...** Ajaccio: MELECON, 2008. p. 640-645.

GIERAS, J. F.; DAWSON, G. E.; EASTHAM, A. R. A New Longitudinal End Effect Factor for Linear Induction Motors. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, New York, v. EC-2, n. 1, p. 152-159, Mar. 1987.

GIERAS, J. F. **Linear Induction Drives**. New York: Oxford, 1994. 298 p. ISBN: 0-19-859381-3.

GOMES, S. C. P. **Métodos Numéricos: Teoria e Programação**. Rio Grande: FURG, 1999. 190 p. ISBN: 85-85042-55-9.

GREENWOOD, D. T. **Principles of Dynamics**. 2nd ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1988. 552 p. ISBN: 0-013-709981-9.

HAYT JR., W. **Eletromagnetismo**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1983. 403 p. ISBN: 85-216-0278-2.

IDA, N.; BASTOS, J.P.A. **Electromagnetics and Calculation of Fields**. 2nd ed. New York: Springer, 1997. 565 p. ISBN: 0-387-94877-5.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL. **Sistema Internacional de Unidades SI**. 8. ed. (revisada). Rio de Janeiro: INMETRO, 2007. 114 p. ISBN: 85-57-87090-85-2.

IWINICKI, S. **Handbook of Railway Vehicle Dynamics**. Boca Raton: CRC, 2006. 527 p. ISBN: 0-8493-3321-0.

- JARDIM, R; RODRIGUES, A.L. Design and Construction of a Flat Linear Induction Motor to Drive a Robot for Steel Ship Inspection. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LINEAR DRIVES FOR INDUSTRY APPLICATIONS (LDIA), 4., 2003, **Proceedings...** Birmingham: LDIA, 2003. p. 33-36.
- KUTZ, M. **Handbook of Transportation Engineering**. New York: McGraw-Hill, 2003. 1000 p.
- LAITHWAITE, E. R. Linear Electric Machines – A Personal View. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 63, n. 2, p. 250-290, Fev. 1975.
- LEE, B.; KOO, D.; CHO, Y. Investigation of Linear Induction Motor According to Secondary Conductor Structure. **IEEE Transactions on Magnetics**, New York, v. 45, n. 6, p. 2839-2842, Jun. 2009.
- LEITE, L. C. **Identificação do Conjugado de uma Máquina de Indução Setorial Via Redes Neurais Artificiais**. 2003. 108 f. Tese (Doutorado em engenharia) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.
- MARTINS, S. R. **Simulação da Frenagem de Trem Unitário de Carga**. 1999. 169 f. Dissertação (Mestrado em engenharia) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.
- MATSUMOTO, E. Y. **Matlab 6: Fundamentos de Programação**. São Paulo: Érica, 2001. 314 p. ISBN: 85.7194-757-0.
- McLEAN, G. W. Review of Recent Progress in Linear Motors. **Electric Power Applications, IEE Proceedings B**, London, v. 135, n. 6, p. 380-416, Nov. 1988.
- MORIZANE, T., TSUJIKAWA K., KIMURA, N. The Measurement of the Dynamic Characteristics of LIM with Experimental Equipment using Disc-shaped Secondary Side. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LINEAR DRIVES FOR INDUSTRY APPLICATIONS (LDIA), 8., 2011, Eindhoven. **Proceedings...** Eindhoven: LDIA, 2011. p. 124-127.
- NAHVI, M., EDMINISTER, J. A. **Electric Circuits**. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2003. 469 p. ISBN: 0-07-139307-2.
- NASAR, S.; BOLDEA. **Linear Electric Actuators and Generators**. New York: Cambridge, 1997. 237 p. ISBN: 0-52-148017-5.
- NASAR, S.; BOLDEA, I. **Linear Electric Motors: Theory, Design, and Practical Applications**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1987. 275 p. ISBN: 0-13-536863-4.
- NETO, T.R.F.; PONTES, R.S.T. Design of a Counterweight Elevator Prototype Using a Linear Motor Drive. In: INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES & DRIVES CONFERENCE (IEMDC), 1., 2007, Antalya. **Proceedings...**Antalya: IEMDC, 2007. p. 376-380.
- NEWMAN, J. N. **Marine Hydrodynamics**. Cambridge: MIT, 1977. 402 p. ISBN 0-262-14026-8.

NOZAKI, Y.; YAMAGUCHI, T.; KOSEKI T. Practical Equivalent Circuit Model of Linear Induction Motors for Urban Transportation System Depending on Secondary Speed Based on Electromagnetic Analysis. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS (ICEMS), 9., 2006, Nagasaki. **Proceedings...** Nagasaki: ICEMS 2006. p. 435-441.

PAI, R. M.; BOLDEA, I.; NASAR, S. A. A Complete Equivalent Circuit of a Linear Induction motor with Sheet Secondary. **IEEE Transactions on Magnetics**, New York, v. 24, n. 1, p. 639-654, Jan. 1988.

PIRES, C. L. **Simulação de Marcha de Composição Ferroviária Acionada por Motores de Indução e PWM**. 2002. 151 f. Dissertação (Mestrado em engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

POLOUJADOFF, M. **The Theory of Linear Induction Machinery**. New York: Oxford, 1980. 276 p. ISBN: 0-19-859322-8.

PYRHÖNEN, J., JOKINEN, T., HRABOVCOVÁ, V. **Design of Rotating Electrical Machines**. Chichester: John Wiley e Sons, 2008. 512 p. ISBN: 978-0-470-69516-6.

ROMANO, S. J. **Comparação de Desempenho dos Sistemas de Freio de Atrito tipo Sapatilha-Disco e Sapata-Roda para Veículos Ferroviários de Carga**. 2003. 196 f. Dissertação (Mestrado em engenharia) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

SERNI, P. J. A. **Uma Contribuição ao Estudo do Motor de Indução Linear Acionado por Inversor (VSI) com Corrente Controlada**. 1999. 162 f. Tese (Doutorado em engenharia) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

SHI, L.; ZHANG, H.; WANG, K. Analysis of Forces in Combined Levitation-and-Propulsion SLIM System. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS (ICEMS), 11., 2008, Wuhan. **Proceedings...** Wuhan: ICEMS, 2008. p. 2960-2963.

SIMONE, G. A. **Máquinas de Indução Trifásicas**. São Paulo: Érica, 2000. 328 p. ISBN: 85-7194-708-2.

SLEMON, G. R. **Electric Machines and Drives**. New York: Addison-Wesley, 1992. 556 p. ISBN: 0-201-57885-9.

SPIEGEL, M.; LIU, J. **Mathematical Handbook of Formulas and Tables**. 2nd ed. New York: MacGraw-Hill, 1999. 279 p. ISBN: 0-07-038203-4.

STEPHAN, R. M. et al. The First Full Scale Functional Prototype of the Superconducting Magnetically Levitated Vehicle Maglev-Cobra. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MAGNETICALLY LEVITATED SYSTEMS AND LINEAR DRIVES, 21., 2011, Daejeon. **Proceedings...** Daejeon: MAGLEV, 2011. p. 1-7.

TAVARES, A.; FLORES FILHO, A. F.; BLAUTH, Y. B. Um Estudo sobre a Frenagem Regenerativa de Trens Utilizando Gerador Linear de Indução. In: CONGRESSO

BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA), 17., 2010, Bonito. **Anais...** Bonito: CBA, 2010. p. 40-45.

TAVARES, A.; FLORES FILHO, A. F.; BLAUTH, Y. B. A Simple and Low Cost Three-Phase Sector Induction Machine. In: INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES AND DRIVES CONFERENCE (IEMDC), 13., 2011, Niagara Falls. **Proceedings...** Niagara Falls: IEMDC, 2011. p. 928-933.

TAVARES, A.; FLORES FILHO, A. F.; BLAUTH, Y. B. Modelling and Simulation of a Regenerative System with the Linear Induction Generator. In: ECOLOGICAL VEHICLES AND RENEWABLE ENERGIES INTERNATIONAL CONFERENCE AND EXHIBITION (EVER), 2012, Monte Carlo. **Proceedings...** Monte Carlo: EVER, 2012. p. 70-76.

WANG, J. et. al. Analysis on New Equivalent Circuit of Linear Induction Motor. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHATRONICS AND AUTOMATION (ICMA), 2009, Changchun. **Proceedings...** Changchun: ICMA, 2009. p. 3645-3649.

WILDI, T. **Electrical Machines, Drives and Power Systems**. 5th ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 886 p. ISBN: 0-13-093083-0.

WEG, **Manual de Bobinagem** – Motores Elétricos de Indução. Catálogo 541.14/09.2000, WEG. Jaraguá do Sul: [s.n.], 2000.

XU, W.; SUN, G.; LI, Y. Research on Performance Characteristics of Linear Induction Motor. In: IEEE CONFERENCE ON INDUSTRIAL ELECTRONICS AND APPLICATIONS (ICIEA), 2., 2007, Harbin. **Proceedings...** Harbin: ICIEA, 2007. p. 86-89.

YAMAMURA, S. **Theory of Linear Induction Motors**. New York: John Wiley & Sons, 1972. 161 p. ISBN: 0-470-97090-1.

YANG, Z.; ZHAO, J.; ZHENG, T.Q. A Novel Traction and Normal Forces Study for the Linear Induction Motor. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS (ICEMS), 11., 2008, Wuhan. **Proceedings...** Wuhan: ICEMS, 2008. p. 3474-3477.

APÊNDICE A:

Modelo de Duncan.

## APÊNDICE A: MODELO DE DUNCAN

### INTRODUÇÃO

A figura 86 apresenta uma visão inicial do circuito equivalente desenvolvido em DUNCAN (1983). Os símbolos adotados para as grandezas, relativas a uma fase do enrolamento, são os seguintes:  $V_1$  = tensão nos terminais do primário;  $f$  = frequência de excitação do primário;  $\omega = 2\pi f$ ;  $I_1$  = corrente no primário;  $I_m$  = corrente de magnetização;  $I_2$  = corrente do secundário referida ao primário;  $R_1$  = resistência do primário;  $L_1$  = indutância de dispersão do primário;  $Z_m$  = impedância de magnetização;  $R_2$  = resistência do secundário referida ao primário;  $L_2$  = indutância de dispersão do secundário referida ao primário;  $s$  = escorregamento.

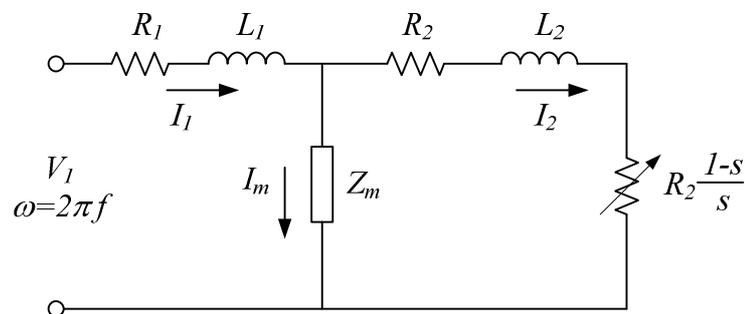


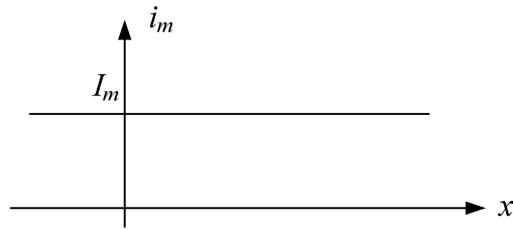
Figura 86. Visão inicial do circuito equivalente de Duncan

O ramo de excitação, no caso de máquinas rotativas, é composto por uma resistência, associada às perdas no núcleo ferromagnético, colocada em paralelo com uma indutância, associada à magnetização da máquina (FITZGERALD, KINGSLEY e UMANS; 2002). Assim, a corrente de excitação é resultado da soma fasorial entre a corrente de perdas no núcleo e a corrente de magnetização. A máquina de indução linear normalmente possui em entreferro grande em relação à máquina rotativa. Assim, a máquina normalmente é projetada para operar com baixa densidade de fluxo magnético no núcleo, de modo a evitar uma

corrente de magnetização excessivamente alta. Isto traz duas consequências imediatas. Em primeiro lugar, as indutâncias do circuito equivalente podem ser consideradas constantes, pois o circuito magnético apresenta característica linear. Em segundo lugar, as perdas por histerese e por correntes de Foucault são baixas. Em função disto, o modelo de Duncan despreza a corrente de perdas no núcleo e, conseqüentemente, a corrente de excitação é igual à corrente de magnetização.

### **INDUTÂNCIA DE MAGNETIZAÇÃO E EFEITO DE EXTREMIDADE DE ENTRADA**

Considere-se inicialmente uma máquina de primário estacionário e secundário móvel, ambos com comprimento infinito. O fato de se considerar o comprimento infinito faz com que a máquina linear tenha o mesmo comportamento da máquina rotativa, onde não há efeito de extremidade. Com o enrolamento primário excitado por três correntes iguais, em amplitude e frequência, e defasadas de  $120^\circ$  no tempo, obtém-se ondas viajantes, aproximadamente sinusoidais, de intensidade de campo magnético e densidade de fluxo magnético no entreferro. Estas ondas sinusoidais podem representadas em função de seus valores eficazes. Em função disto, e considerando-se que todas as ranhuras do primário estejam preenchidas com o mesmo número de condutores, a corrente de magnetização eficaz  $I_m$  e a intensidade de campo magnético no entreferro são diretamente proporcionais. Desprezando-se a saturação, a corrente de magnetização também é diretamente proporcional à densidade de fluxo magnético. Portanto, em vez de considerar a distribuição espacial da densidade de fluxo, pode se considerar a distribuição espacial de corrente de magnetização  $i_m$ , conforme mostra a figura 87.



**Figura 87. Distribuição espacial da corrente de magnetização**

A máquina linear não possui o comprimento infinito considerado anteriormente. Portanto, considere-se agora uma máquina de primário curto, estacionário, e longo secundário móvel. De acordo com a explanação do parágrafo anterior, para análise particular do efeito de extremidade pode-se imaginar inicialmente que a intensidade de campo e a densidade de fluxo sejam constantes ao longo do comprimento do núcleo primário e produzidos pela corrente de magnetização  $I_m$ . Na verdade, está se considerando que o efeito de extremidade pode ser analisado separadamente e, a seguir, superposto aos demais efeitos eletromagnéticos da máquina. Isto é possível devido à característica linear do circuito magnético da máquina.

A lâmina condutora do secundário pode ser dividida hipoteticamente em segmentos muito pequenos, de comprimentos infinitesimais. Inicialmente, quando um segmento está distante do núcleo primário, não há corrente nem densidade de fluxo magnético no mesmo.

No instante que um segmento entra na região de ação do núcleo primário ocorre uma variação de densidade de fluxo através do mesmo. Isto, conforme a lei de Faraday, gera força eletromotriz e corrente no segmento. De acordo com a lei de Lenz, a corrente induzida produz uma intensidade de campo magnético na extremidade de entrada em sentido contrário à intensidade de campo produzida pela corrente de magnetização. Como a constante de tempo relacionada à indutância de dispersão e à resistência do secundário é muito pequena, a corrente induzida cresce rapidamente e cria uma intensidade de campo na região de entrada

que anula a intensidade de campo de campo produzida pela corrente de magnetização. Assim, a intensidade de campo resultante na extremidade de entrada torna-se nula.

À medida que o segmento vai deslocando-se sob a ação do núcleo primário, a sua corrente vai diminuindo. Agora a indutância do secundário é alta, em função da existência da indutância mútua entre primário e secundário, mais a indutância de dispersão do secundário. Assim, a constante de tempo do secundário,  $\tau_2$ , passa a ser a seguinte:

$$\tau_2 = \frac{L_m + L_2}{R_2} \quad (\text{A.1})$$

A corrente parasita induzida no segmento secundário devido ao efeito de extremidade, e referida ao primário, é expressa por:

$$i_{2p} = -I_{2p \max} e^{-t/\tau_2} \quad (\text{A.2})$$

onde  $t$  é o tempo transcorrido em relação ao momento em que o segmento entra sob a ação do núcleo primário (extremidade de entrada) e  $I_{2p \max}$  é o valor máximo da corrente parasita induzida no segmento secundário. O sinal negativo é devido à lei de Lenz, com  $i_{2p}$  em sentido contrário à corrente de magnetização  $I_m$ .

Todos os segmentos do secundário que atravessam a região do núcleo primário apresentam o comportamento descrito pela equação (A.2), de forma que a corrente parasita no secundário pode ser expressa em função da posição linear  $x$ . Tomando-se  $x = 0$  para a extremidade de entrada, tem-se que  $t = x/v$ , onde  $v$  é a velocidade do secundário. Portanto, a equação (A.2) pode ser expressa da seguinte forma:

$$i_{2p} = -I_{2p \max} e^{-x/(v\tau_2)} \quad (\text{A.3})$$

Portanto, a corrente de magnetização efetiva  $i_{me}$ , que leva em consideração o efeito de extremidade, é dada por:

$$i_{me} = I_m + i_{2p} = I_m - I_{2p \max} e^{-x/(v\tau_2)} \quad (\text{A.4})$$

Na extremidade de entrada,  $x = 0$ , a corrente de magnetização efetiva é nula, pela razão já exposta anteriormente. Fazendo-se  $i_{me} = 0$  em  $x = 0$ , obtém-se  $I_{2p\max} = I_m$ . Assim, a corrente de magnetização efetiva pode ser expressa da seguinte forma:

$$i_{me} = I_m + i_{2p} = I_m - I_m e^{-x/(v\tau_2)} \quad (\text{A.5})$$

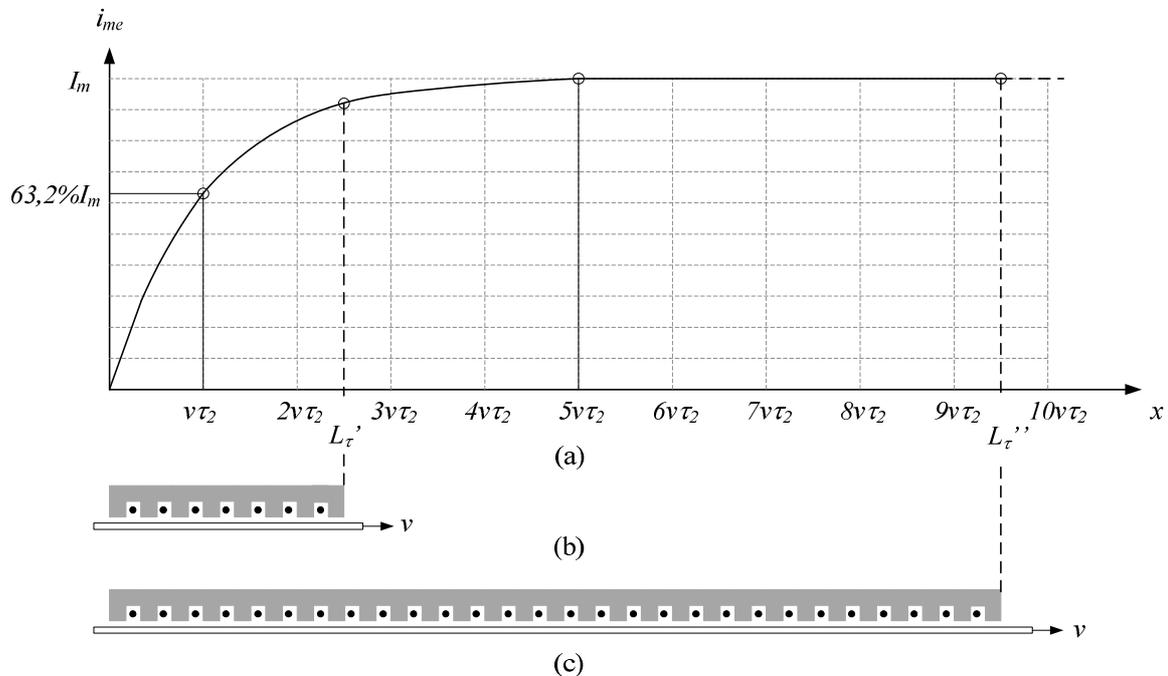
Nesta equação, o primeiro à direita do sinal de igualdade representa a corrente de magnetização que existiria numa máquina de comprimento infinito, sem o efeito de extremidade. O segundo termo é a corrente parasita devido ao efeito de extremidade, que tem caráter desmagnetizante.

A equação (A.5) pode ser apresentada numa forma mais compacta:

$$i_{me} = I_m (1 - e^{-x/(v\tau_2)}) \quad (\text{A.6})$$

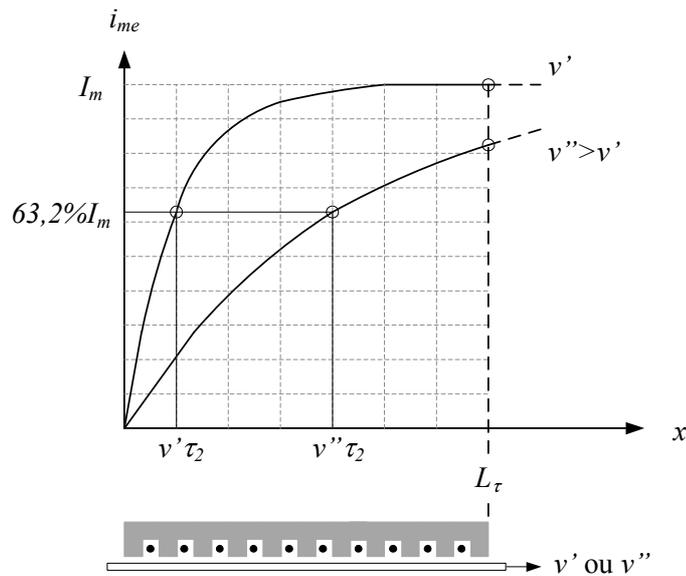
A figura 88(a) apresenta a curva da corrente de magnetização efetiva em função da posição  $x$  para certos valores de velocidade  $v$  e constante de tempo  $\tau_2$  do secundário, tomados como constantes. O produto  $v\tau_2$  tem dimensão de comprimento, mas funciona de forma semelhante à constante de tempo nos circuitos RL (resistivo indutivo). Para  $x = v\tau_2$  a corrente de magnetização efetiva atinge 63,2% do valor final  $I_m$ ; para  $x = 5v\tau_2$  a corrente de magnetização efetiva é aproximadamente igual ao valor final  $I_m$ . A densidade de fluxo média no entreferro é diretamente proporcional à corrente de magnetização efetiva média ao longo do comprimento  $L_r$  do primário. Se o primário é bem curto,  $L_r' \ll 5v\tau_2$ , como aparece na figura 88(b), a corrente de magnetização efetiva não chega a atingir o valor final  $I_m$ , de modo que a corrente de magnetização efetiva média é baixa, resultando em fraca magnetização do entreferro. Por outro lado, se o primário é bem longo,  $L_r'' \gg 5v\tau_2$ , como aparece na figura 88(c), a corrente de magnetização efetiva média é alta, resultando em forte magnetização do entreferro. Deve-se destacar que a expressão “forte magnetização” é relativa apenas à máquina linear, pois numa máquina rotativa a magnetização é maior ainda, devido à corrente

de magnetização ser constante ao longo de todo o comprimento da circunferência do entreferro.



**Figura 88. Influência do comprimento do primário na corrente de magnetização efetiva**

A análise do parágrafo anterior foi desenvolvida para dois primários de comprimentos diferentes, mas que operam com a mesma velocidade. A figura 89 ilustra a operação com comprimento primário  $L_\tau$  fixo, mas com velocidade variável. Com baixa velocidade de operação,  $v'$ , o produto  $v'\tau_2$  é baixo, o que faz a corrente de magnetização efetiva crescer rapidamente. Com isto, o seu valor médio é relativamente alto e o mesmo ocorre com a magnetização do entreferro. De forma contrária, com alta velocidade de operação,  $v''$ , o produto  $v''\tau_2$  é alto, de forma que a corrente de magnetização efetiva cresce lentamente. Com isto, o seu valor médio fica baixo e a magnetização do entreferro diminui.



**Figura 89. Influência da velocidade do secundário na corrente de magnetização efetiva**

Assim, a constante de tempo do secundário também influi na magnetização do entreferro. Ela age da mesma forma que a velocidade do secundário, pois, obviamente, varia o produto  $v\tau_2$ .

Resumindo-se, a influência do efeito de extremidade sobre a magnetização do entreferro é determinada pelos seguintes fatores: comprimento do primário, velocidade de operação e constante de tempo do secundário.

O valor médio da corrente de magnetização efetiva é obtido por integração ao longo do comprimento do primário, da seguinte forma:

$$I_{me} = \frac{1}{L_\tau} \int_0^{L_\tau} I_m (1 - e^{-x/(v\tau_2)}) dx \quad (\text{A.7})$$

O resultado desta integral é o seguinte:

$$I_{me} = I_m - \frac{v\tau_2}{L_\tau} I_m (1 - e^{-L_\tau/(v\tau_2)}) = I_m + I_{2p} \quad (\text{A.8})$$

O primeiro termo à direita do sinal de igualdade representa a corrente de magnetização que existiria numa máquina de comprimento infinito, sem o efeito de extremidade. O segundo

termo é a corrente parasita média,  $I_{2p} = -v\tau_2 I_m (1 - e^{-L_\tau/(v\tau_2)})/L_\tau$ , devido ao efeito de extremidade, que tem caráter desmagnetizante.

Define-se um fator  $Q$ , relacionado às grandezas que influem no efeito de extremidade, da seguinte forma:

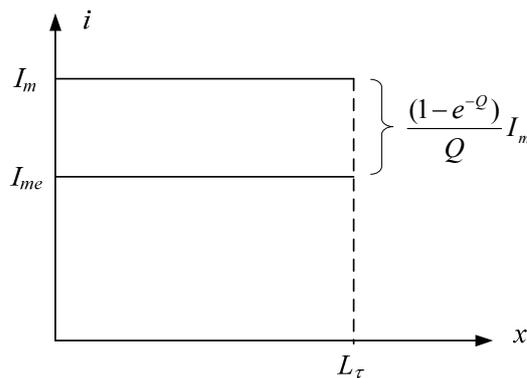
$$Q = \frac{L_\tau}{v\tau_2} \quad (\text{A.9})$$

Substituindo-se (A.9) em (A.8) obtém-se a seguinte expressão para a corrente de magnetização efetiva média:

$$I_{me} = I_m - \frac{(1 - e^{-Q})}{Q} I_m = I_m + I_{2p} = I_m \left[ 1 - \frac{(1 - e^{-Q})}{Q} \right] \quad (\text{A.10})$$

onde  $I_{2p} = -I_m(1 - e^{-Q})/Q$ .

A figura 90 representa graficamente a equação (A.10). A diferença entre a corrente de magnetização efetiva média e a corrente de magnetização ideal é a corrente parasita média devido ao efeito de extremidade.



**Figura 90. Corrente de magnetização efetiva média e corrente de magnetização ideal**

Durante o funcionamento da máquina, o termo  $(1 - e^{-Q})/Q$  varia com a velocidade. Quando a velocidade tende para zero, o fator  $Q$  tende para infinito. Assim, tem-se:

$$\lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{1 - e^{-Q}}{Q} = 0 \quad (\text{A.11})$$

Isto significa que com velocidade zero a corrente de magnetização efetiva média é igual à corrente de magnetização ideal,  $I_{me} = I_m$ , ou seja, o efeito de extremidade não se manifesta.

Quando a velocidade aumenta, o fator  $Q$  diminui e  $(1 - e^{-Q})/Q$  aumenta. Portanto, à medida que a velocidade cresce, a corrente de magnetização efetiva média diminui.

O fator  $Q$  pode ser considerado como o comprimento efetivo do primário num sistema por unidade, tendo como base o produto entre velocidade e a constante de tempo do secundário. Quando a velocidade cresce, tem-se um efeito de diminuição do comprimento efetivo  $Q$ . Assim, o efeito de extremidade torna-se mais forte, reduzindo a magnetização do entreferro.

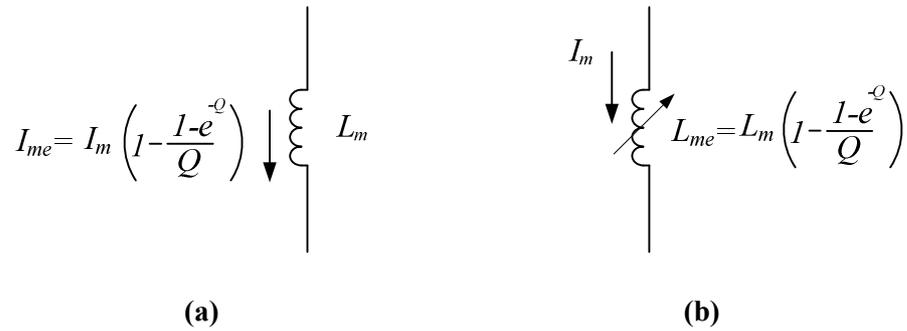
A corrente de magnetização efetiva média  $I_{me}$  percorre a indutância de magnetização  $L_m$  da máquina e produz o fluxo concatenado de entreferro, conforme mostra a figura 91(a). Desenvolvendo-se o produto, obtém-se:

$$L_m I_{me} = L_m I_m \left( 1 - \frac{1 - e^{-Q}}{Q} \right) = L_{me} I_m \quad (\text{A.12})$$

Portanto, a indutância de magnetização fixa  $L_m$  pode ser substituída por uma indutância de magnetização efetiva variável  $L_{me}$  percorrida pela corrente de magnetização  $I_m$ . De acordo com (A.12), esta indutância de magnetização efetiva é expressa por:

$$L_{me} = L_m \left( 1 - \frac{1 - e^{-Q}}{Q} \right) \quad (\text{A.13})$$

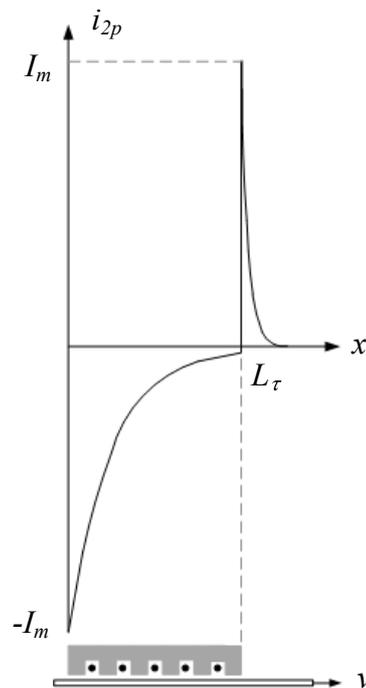
A figura 91(b) mostra a indutância de magnetização efetiva sendo percorrida pela corrente de magnetização.



**Figura 91. Indutância de magnetização e indutância de magnetização efetiva**

### EFEITO DE EXTREMIDADE DE SAÍDA E PERDAS DEVIDO AOS EFEITOS DE EXTREMIDADE

Na extremidade de saída do núcleo primário acontece um efeito contrário ao que ocorre na extremidade de entrada. No instante que um segmento da lâmina condutora do secundário sai da região de ação do núcleo primário ocorre uma queda brusca da densidade de fluxo magnético através do segmento. Com isto gera-se uma corrente no segmento secundário tentando manter a densidade de fluxo constante. Depois de transcorrido certo tempo, esta corrente se extingue. A figura 92 ilustra o comportamento da corrente parasita no secundário, levando em consideração os efeitos de extremidade de entrada e de saída.



**Figura 92. Corrente parasita no secundário devido aos efeitos de extremidade**

A energia armazenada no campo magnético na extremidade de saída é expressa por:

$$E_{cmp} = m_1 \frac{1}{2} (L_m + L_2) [i_{me}(x = L_\tau)]^2 \quad (\text{A.14})$$

onde  $i_{me}(x = L_\tau)$  é a corrente de magnetização efetiva na extremidade de saída e  $m_1$  é o número de fases do primário.

Substituindo-se a equação  $i_{me} = I_m(1 - e^{-x/(v\tau_2)})$  em (A.14), e sabendo-se que  $Q = L_\tau/(v\tau_2)$ , obtém-se:

$$E_{cmp} = m_1 \frac{1}{2} (L_m + L_2) I_m^2 (1 - e^{-Q})^2 \quad (\text{A.15})$$

A energia magnética na extremidade de saída é dissipada por efeito Joule, na resistência do secundário, no trecho da lâmina condutora localizado após a extremidade de saída, ou seja, para  $x > L_\tau$ . Portanto, a energia armazenada no campo magnético cai para zero após um intervalo de tempo  $\Delta t$ . A potência média dissipada para  $x > L_\tau$ ,  $P_{2p}'$ , é a razão entre a variação da energia armazenada em módulo,  $\Delta E_{cmp}$ , e o intervalo de tempo:

$$P_{2p}' = \frac{\Delta E_{cmp}}{\Delta t} \quad (\text{A.16})$$

Como a velocidade  $v$  do secundário é constante, durante o intervalo  $\Delta t$  ocorre um deslocamento  $\Delta x = v\Delta t$  do secundário. Assim, obtém-se:

$$P_{2p}' = \frac{\Delta E_{cmp}}{\Delta t} = \frac{\Delta E_{cmp}}{\Delta x} v \quad (\text{A.17})$$

Isto significa que toda a energia que é armazenada no campo magnético ao longo do comprimento do núcleo primário é dissipada no trecho  $\Delta x$  do secundário. Devido ao princípio da conservação de energia, tem-se:

$$P_{2p}' = \frac{\Delta E_{cmp}}{\Delta x} v = \frac{E_{cmp}}{L_\tau} v \quad (\text{A.18})$$

A substituição de (A.15) em (A.18) conduz ao seguinte resultado:

$$P_{2p}' = m_1 \frac{v}{2L_\tau} (L_m + L_2) I_m^2 (1 - e^{-Q})^2 \quad (\text{A.19})$$

Sabendo-se que  $\tau_2 = (L_m + L_2)/R_2$  e que  $Q = L_\tau/(v\tau_2)$ , pode-se manipular algebricamente a equação (A.19) até chegar-se ao seguinte resultado:

$$P_{2p}' = m_1 \left[ R_2 \frac{(1 - e^{-Q})^2}{2Q} \right] I_m^2 \quad (\text{A.20})$$

A equação (A.20) fornece a perda por efeito Joule devido ao efeito de extremidade de saída, para  $x > L_\tau$ . Também há uma perda por efeito Joule devido ao efeito de extremidade de entrada, no trecho do secundário que está sob a ação do núcleo primário,  $0 \leq x \leq L_\tau$ . Esta perda depende da resistência do secundário e do valor eficaz da corrente parasita no secundário devido ao efeito de extremidade de entrada,  $i_{2p} = -I_m e^{-x/(v\tau_2)}$ . Este valor eficaz, no intervalo  $0 \leq x \leq L_\tau$ , é calculado da seguinte forma:

$$I_{2pEF} = \sqrt{\frac{1}{L_\tau} \int_0^{L_\tau} i_{2p}^2 dx} = \sqrt{\frac{1}{L_\tau} \int_0^{L_\tau} (-I_m e^{-x/(v\tau_2)})^2 dx} \quad (\text{A.21})$$

A solução desta integral é (SPIEGEL e LIU, 1999):

$$I_{2pEF} = I_m \sqrt{\frac{1 - e^{-2Q}}{2Q}} \quad (\text{A.22})$$

A perda por efeito Joule devido ao efeito de extremidade de entrada é dada por:

$$P_{2p}'' = m_1 R_2 I_{2pEF}^2 = m_1 \left( R_2 \frac{1 - e^{-2Q}}{2Q} \right) I_m^2 \quad (\text{A.23})$$

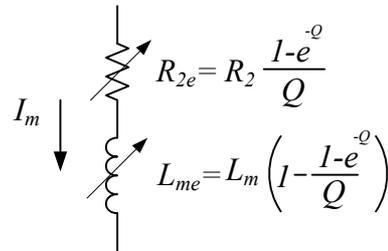
A perda total por efeito Joule devido aos efeitos de extremidade, de saída e de entrada é expressa por:

$$P_{2p} = P_{2p}' + P_{2p}'' = m_1 \left( R_2 \frac{1-e^{-Q}}{Q} \right) I_m^2 = m_1 R_{2e} I_m^2 \quad (\text{A.24})$$

Portanto, tem-se uma resistência de perdas devido aos efeitos de extremidade dada por:

$$R_{2e} = R_2 \frac{1-e^{-Q}}{Q} \quad (\text{A.25})$$

Esta resistência está localizada no ramo de magnetização do circuito equivalente, pois é percorrida pela corrente de magnetização  $I_m$ , conforme a representação da figura 93.



**Figura 93. Ramo de magnetização**

Assim como a indutância de magnetização efetiva, a resistência de perdas devido aos efeitos de extremidade também é variável com a velocidade, e varia de acordo com o termo  $(1-e^{-Q})/Q$ .

ANEXO I:

Equipamentos Utilizados nos Testes

**ANEXO I: EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NOS TESTES**

Multimedidor Yokogawa WT1030M

Exatidão básica:  $\pm 0,2\%$

Limites para medição direta: 600 V / 5 A, 0,5-300 Hz

Transdutores de Conjugado HBM T22

Conjugado máximo: 50 Nm (usado na máquina de indução setorial)

Conjugado máximo: 100 Nm (usado na máquina de indução linear)

Classe de exatidão: 0,5%

Máquina de corrente contínua WEG 10 kW, 900/3600 RPM

Armadura: 150 V / 66,7 A

Excitação independente: 150/12 V, 4,46/0,6 A

Tacogerador WEG TCW-20, 20 V / 30 mA / 1000 RPM

Conversor CA-CC WEG CTW-03

Rede trifásica: 220 V. Saída: 260 V / 90 A

Conversor de Frequência WEG CFW07

Rede monofásica: 220 V

Saída trifásica: 220 V / 6 A

Fonte HP-6834B

Saída: 300 V eficaz, 120 A de pico, 45 Hz – 5 kHz

Distorção harmônica máxima: 2%

ANEXO II:

Desenhos de Construção da Máquina Linear

ANEXO II: DESENHOS DE CONSTRUÇÃO DA MÁQUINA LINEAR

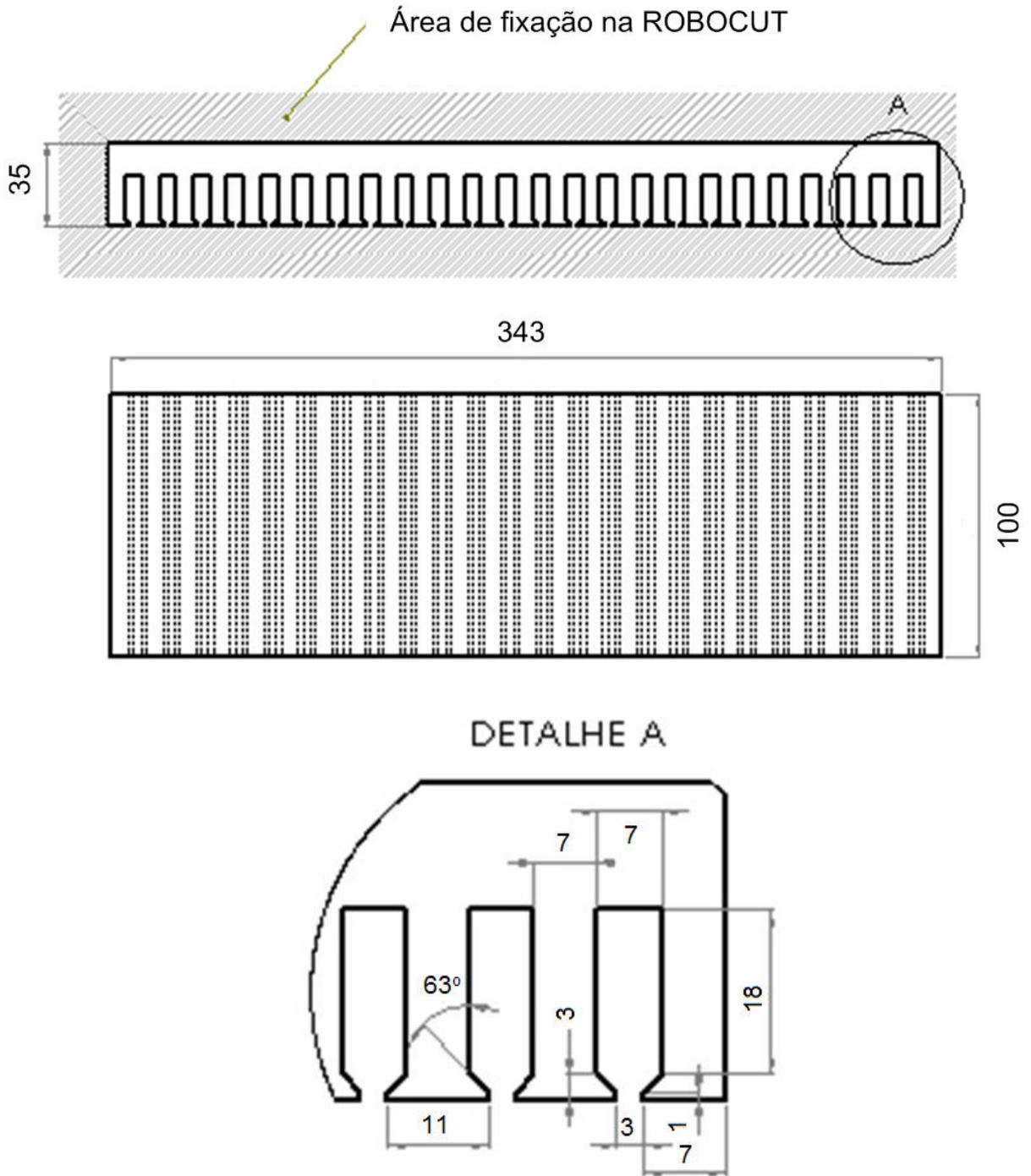
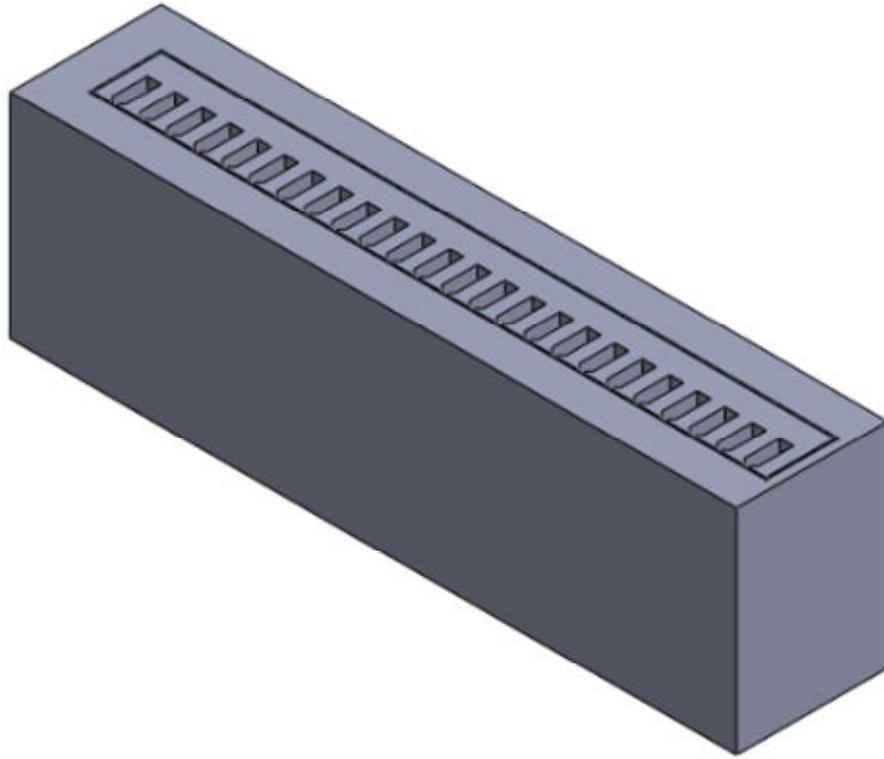
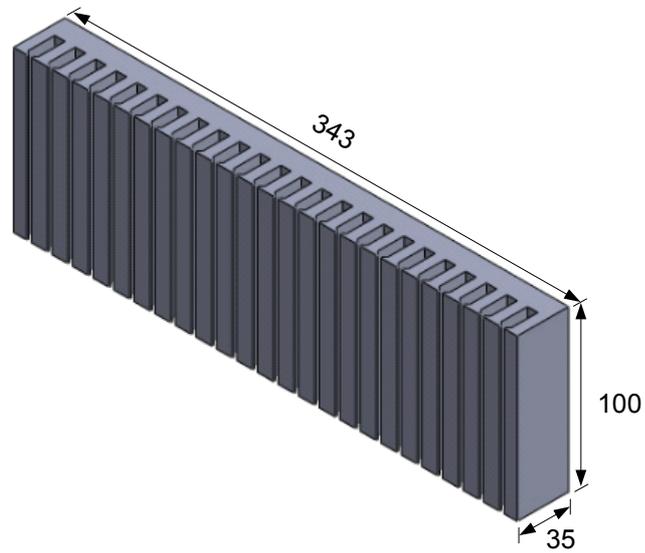


Figura 94 Dimensões do núcleo primário (mm).



(a)



(b)

Figura 95 Vista em perspectiva: (a) antes e (b) depois do corte. Dimensões em mm.

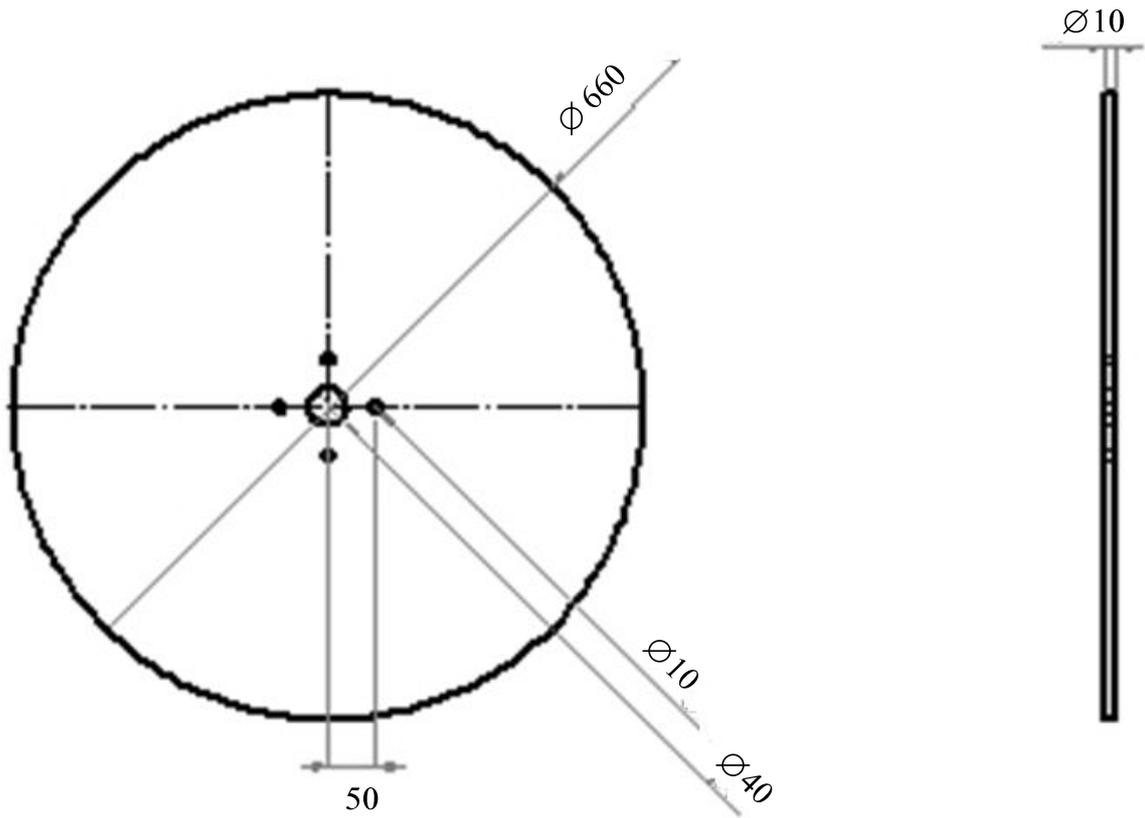
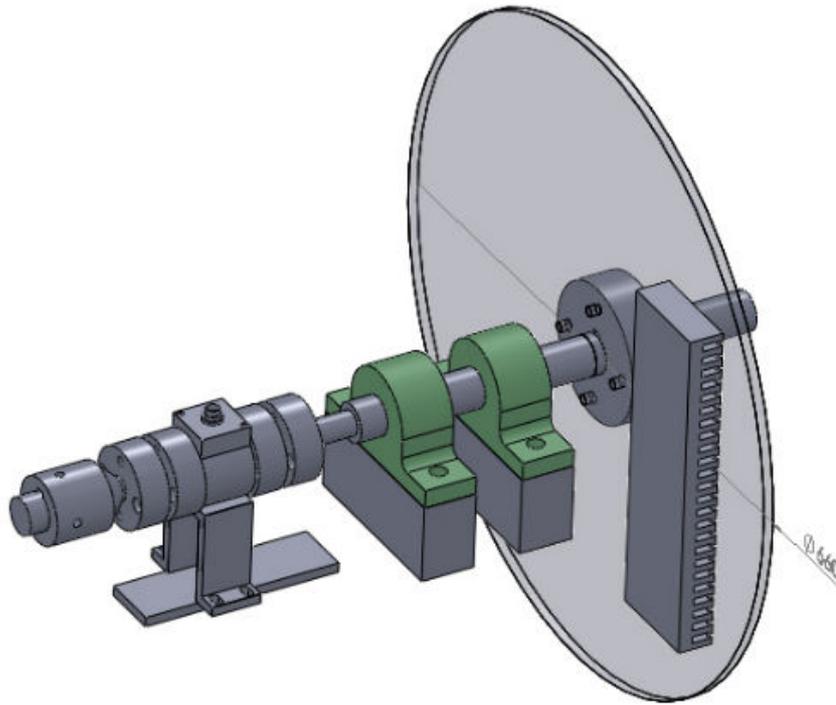
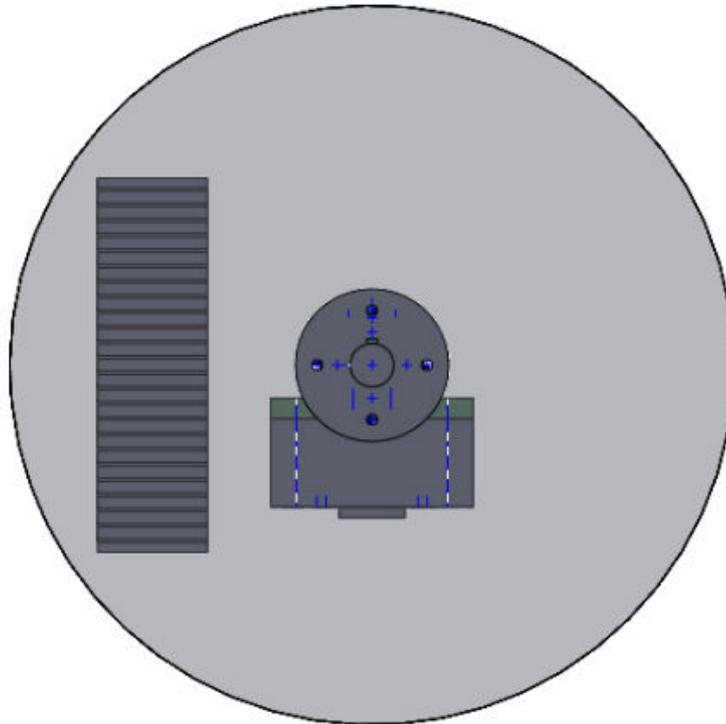


Figura 96 Dimensões e furação do disco de aço (mm).



(a)



(b)

Figura 97 Vista em perspectiva (a) e vista frontal (b) da montagem do primário e do disco.