

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais

Análise da sensibilidade do seqüenciamento de lavra em função da incerteza do modelo geológico

Por Rodrigo de Lemos Peroni

Tese para obtenção do título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre
Novembro de 2002

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais

Análise da sensibilidade do seqüenciamento de lavra em função da incerteza do modelo geológico

Por Rodrigo de Lemos Peroni

Trabalho realizado no Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais - PPGEM, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Tecnologia Mineral

Porto Alegre
Novembro de 2002

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Doutor em Engenharia, área de concentração metalurgia extrativa e aprovada em sua forma final, pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. Jair Carlos Koppe

Banca Examinadora:

Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Prof. Dr. Giorgio di Tomi

Prof. Dr. Paulo Salvadoretti

Prof. Dr. Jair Carlos Koppe
Coordenador do PPGEM

Dedico à minha família e minha esposa Patrícia pelo apoio, carinho e companheirismo durante a realização deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos colegas de laboratório pelos momentos de convívio e descontração que tornaram possível a conclusão desse estudo.

Sumário

| | |
|---|-----|
| Lista de Figuras | IX |
| Lista de Tabelas | XII |
| Resumo | XIV |
| Abstract | XVI |
| | |
| Capítulo 1 | 1 |
| 1.1. Introdução | 1 |
| 1.2. Meta | 3 |
| 1.3. Objetivos | 4 |
| 1.4. Estrutura da tese | 5 |
| 1.5. Contribuição e originalidade da tese | 6 |
| | |
| Capítulo 2 | 7 |
| 2.1. Simulação estocástica | 7 |
| 2.1.1. Simulação seqüencial | 13 |
| 2.1.2. Implementação do algoritmo de simulação seqüencial gaussiana | 16 |
| 2.2. Abordagem por indicadores | 17 |
| 2.3. Outros algoritmos de simulação geoestatística | 18 |
| 2.3.3. Bandas Rotativas | 18 |
| 2.3.4. Decomposição LU | 19 |
| 2.3.5. Campos de probabilidade | 20 |
| 2.3.6. Simulação Annealing | 21 |
| 2.4. Escolha do método de simulação | 23 |
| | |
| Capítulo 3 | 25 |
| 3.1. Planejamento de Lavra a céu aberto | 25 |
| 3.1.1. Otimização de cava | 26 |
| 3.1.2. Seqüenciamento de lavra | 47 |
| 3.1.3. Cálculo de fluxo de caixa | 48 |
| | |
| Capítulo 4 | 52 |
| 4.1. Sensibilidade ao modelo geológico | 52 |
| 4.2. Estudo de caso | 53 |
| 4.2.1. Localização | 53 |

| | |
|---|------------|
| 4.2.2. Origem da jazida _____ | 54 |
| 4.2.3. Geologia Regional _____ | 54 |
| 4.2.4. Geologia Local _____ | 54 |
| 4.2.5. Características gerais do Caulim do Morro do Felipe II _____ | 54 |
| 4.2.6. Parâmetro de estudo _____ | 55 |
| 4.3. O banco de dados _____ | 56 |
| 4.4. Estatística básica dos dados regularizados _____ | 57 |
| 4.5. Continuidade espacial _____ | 57 |
| 4.6. Suporte amostral _____ | 58 |
| 4.7. Normalização dos dados _____ | 62 |
| 4.8. Continuidade espacial dos dados normalizados _____ | 63 |
| 4.9. Simulação seqüencial Gaussiana em domínios irregulares _____ | 63 |
| 4.9.1. Implementação da simulação em domínio irregular _____ | 65 |
| 4.9.2. Classificação das realizações _____ | 67 |
| 4.9.3. Validação dos modelos simulados _____ | 68 |
| 4.9.4. Pós processamento das realizações _____ | 71 |
| 4.9.5. Simulação Seqüencial dos Indicadores _____ | 71 |
| 4.9.6. Classificação das realizações _____ | 71 |
| 4.9.7. Validação dos modelos simulados _____ | 72 |
| 4.10. Avaliação inicial dos modelos _____ | 76 |
| 4.10.1. Simulação Seqüencial Gaussiana _____ | 76 |
| 4.10.2. Simulação Seqüencial dos indicadores _____ | 77 |
| 4.11. Avaliação econômica _____ | 78 |
| 4.11.1. Limites impostos ao modelo _____ | 79 |
| 4.11.2. Construção da função benefício _____ | 81 |
| 4.11.3. Importação do modelo _____ | 84 |
| 4.11.4. Limites da escavação _____ | 86 |
| 4.11.5. Geração da cava final _____ | 86 |
| 4.12. Geração dos avanços operacionais _____ | 88 |
| 4.12.1. Caso otimista sGs _____ | 88 |
| 4.12.2. Caso pessimista gerado por sGs _____ | 93 |
| 4.12.3. Caso otimista utilizando siSim _____ | 95 |
| 4.12.4. Caso pessimista utilizando simulação siSim _____ | 97 |
| 4.12.5. Análise conjunta dos cenários _____ | 99 |
| 4.13. Seqüenciamento de produção _____ | 101 |
| 4.14. Resumo dos cenários _____ | 105 |
| Capítulo 5 _____ | 107 |
| 5.1. Sensibilidade dos modelos à dimensão de bloco _____ | 107 |
| 5.2. Funções de transferência _____ | 108 |
| 5.2.1. Mudança de suporte _____ | 108 |

| | |
|-------------------------------|-----|
| Capítulo 6 | 115 |
| 6.1. Conclusões | 115 |
| 6.2. Desenvolvimentos futuros | 117 |
| Referências Bibliográficas | 118 |

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Abordagem conceitual tradicional da análise de risco. _____ | 7 |
| Figura 2 – Estrutura da análise de risco em empreendimentos mineiros por simulação. _____ | 8 |
| Figura 3 – Incerteza ao considerar a quantificação para os vários componentes que afetam as decisões. _____ | 9 |
| Figura 4 – Modelo de blocos conceitual. _____ | 26 |
| Figura 5 - Seção vertical em modelo de blocos exemplo. _____ | 28 |
| Figura 6 - Primeiro cone incremental. _____ | 29 |
| Figura 7 – Segundo cone incremental. _____ | 30 |
| Figura 8 – Terceiro cone incremental. _____ | 30 |
| Figura 9 – Quarto cone incremental. _____ | 30 |
| Figura 10 – Configuração da cava final. _____ | 31 |
| Figura 11 – Geometria do corpo mineral. _____ | 32 |
| Figura 12 – Modelo de blocos inicial valorizado economicamente. _____ | 32 |
| Figura 13 – Modelo de blocos econômico final. _____ | 32 |
| Figura 14 – Soma cumulativa por colunas. _____ | 34 |
| Figura 15 – Procedimento para definir o máximo valor cumulativo e maximizar a direção. _____ | 35 |
| Figura 16 - Progressão do processo de soma até a coluna 7. _____ | 35 |
| Figura 17 – O processo de soma se estende para toda a seção. _____ | 35 |
| Figura 18 – Determinação da cava ótima. _____ | 36 |
| Figura 19 – Limite otimizado superposto ao modelo de blocos. _____ | 36 |
| Figura 20 – Representação de restrições de 1-5 blocos. _____ | 37 |
| Figura 21 – Representação de restrições de 1-9 blocos. _____ | 37 |
| Figura 22 – Passos no processo de construção do modelo. _____ | 38 |
| Figura 23 – Exemplo de um sub-gráfico direcionado. _____ | 39 |
| Figura 24 – Pesos atribuídos aos blocos da Figura 22. _____ | 39 |
| Figura 25 – Exemplo de um ramo. _____ | 41 |
| Figura 26 – Adição da raiz ao conjunto de nós. _____ | 42 |
| Figura 27 – Identificação dos arcos positivos e negativos. _____ | 42 |
| Figura 28 – Identificação de arcos forte e fraco. _____ | 43 |
| Figura 29 – Criação da árvore T^1 . _____ | 44 |
| Figura 30 – Árvore T^1 com identificações anexadas aos arcos. _____ | 44 |
| Figura 31 - Modelo de rede de um depósito. _____ | 46 |
| Figura 32 - Mapas de localização do Depósito do Felipe II. _____ | 53 |
| Figura 33- Visualização geral das bancadas de operação e método de lavra. ____ | 55 |
| Figura 34 - Mapa de localização das amostras para a modelagem e estimativa de F(R). _____ | 56 |
| Figura 35 - Histograma dos dados originais. _____ | 57 |

| | |
|---|-----|
| Figura 36 - Variogramas nas direções 67,5 ^o (direção x), 157,5 ^o (direção y) e vertical (direção z) respectivamente. _____ | 58 |
| Figura 37 – Arquivo de parâmetros do programa gammabar. _____ | 61 |
| Figura 38 – Histograma dos dados após normalização (anamorfose gaussiana). _____ | 62 |
| Figura 39 - Variogramas nas direções 67,5 ^o (direção x), 157,5 ^o (direção y) e vertical (direção z) respectivamente. _____ | 63 |
| Figura 40 – Fluxuograma da geração dos modelos em domínio irregular. _____ | 65 |
| Figura 41 – Formato do arquivo de comparação para simulação em domínios irregulares. _____ | 66 |
| Figura 42 – Exemplo de modelo de comparação, regiões em vermelho contém blocos a simular e regiões em azul os blocos a serem previamente descartados. _____ | 67 |
| Figura 43 – Exemplo de modelo de comparação em vista isométrica tridimensional apresentando somente os blocos a serem simulados. _____ | 67 |
| Figura 44 – Arquivo de parâmetros do programa GAM, para cálculo de variogramas de dados regularmente espaçados. _____ | 68 |
| Figura 45 – Histogramas das realizações selecionadas para validação da técnica de sGs ao caso de estudo. _____ | 70 |
| Figura 46 – Histograma das médias das realizações. _____ | 70 |
| Figura 47 – Validação dos variogramas horizontais. _____ | 70 |
| Figura 48 – Histogramas das dez realizações selecionadas para validar a técnica de simulação dos indicadores. _____ | 73 |
| Figura 49 – Histograma das médias das realizações. _____ | 74 |
| Figura 50 – Validação dos variogramas para o valor de corte 6,89. _____ | 74 |
| Figura 51 – Fluxograma resumindo as etapas até o sequenciamento dos modelos. _____ | 75 |
| Figura 52 – Vista isométrica da topografia, bancadas de lavra e limite da área e furos de sondagem. _____ | 80 |
| Figura 53 – Representação do ângulo geral de talude. _____ | 80 |
| Figura 54 – Perspectiva isométrica com a poligonal limite e a topografia original do terreno. _____ | 86 |
| Figura 55 – Projeto de cava final para o caso ótimo gerado por sGs. _____ | 87 |
| Figura 56 – Avanços operacionais para o caso otimista gerado por sGs. _____ | 92 |
| Figura 57 – Avanços operacionais gerados a partir do modelo pessimista criado por simulação seqüencial gaussiana. _____ | 94 |
| Figura 58 – Avanços operacionais criados a partir do modelo otimista gerado pelo modelo de simulação seqüencial dos indicadores. _____ | 96 |
| Figura 59 – Avanços operacionais criados a partir do modelo pessimista gerado por simulação seqüencial dos indicadores. _____ | 98 |
| Figura 60 – Gráfico apresentando a tonelagem total de minério por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo. _____ | 99 |
| Figura 61 – Gráfico apresentando a relação estéril minério total por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo. _____ | 100 |

| | |
|---|-----|
| Figura 62 – Gráfico apresentando a tonelagem total de estéril por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo. _____ | 100 |
| Figura 63 – Gráfico apresentando o VPL por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo. _____ | 100 |
| Figura 64 – Gráfico apresentando a tonelagem total de minério do tipo Standard por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo. _____ | 101 |
| Figura 65 – Gráfico apresentando a tonelagem de minério do tipo Premium por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo. _____ | 101 |
| Figura 66 – Gráfico apresentando o valor presente líquido cumulativo para todos os cenários estudados. _____ | 103 |
| Figura 67 – Gráfico apresentando a relação estéril minério para os quatro casos em questão, para cada um dos períodos de cada cenário. ____ | 104 |
| Figura 68 – Gráfico apresentando a tonelagem total de minério para cada um dos quatro casos estudados, para todos os períodos de presentes em cada cenário. _____ | 104 |
| Figura 69 – Tonelagem total de estéril para cada um dos períodos. _____ | 105 |
| Figura 70 – Tonelagem de minério do tipo Standard para dentro de cada período. _____ | 105 |
| Figura 71 – Retorno financeiro do projeto para as três dimensões de blocos. ____ | 110 |
| Figura 72 – Tonelagens totais por cenário. _____ | 111 |
| Figura 73 – Quantidades de cada classe de minério e estéril por modelo para a dimensão 3. _____ | 112 |
| Figura 74 – Quantidades de cada classe de minério e estéril por modelo para a dimensão 2. _____ | 112 |
| Figura 75 – Quantidades de cada classe de minério e estéril por modelo para a dimensão 1. _____ | 112 |
| Figura 76 – Quantidade de estéril para as três dimensões. _____ | 113 |
| Figura 77 – Quantidade minério STANDARD para as três dimensões. _____ | 113 |
| Figura 78 – Quantidade minério PREMIUM para as três dimensões. _____ | 114 |

Lista de Tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 1 – Cálculo das somas cumulativas para a coluna 6. _____ | 33 |
| Tabela 2 – Regra de nomenclatura dos arcos. _____ | 43 |
| Tabela 3 – Categorias típicas de um fluxo de caixa no período de pré-produção. _____ | 48 |
| Tabela 4 – Categorias típicas de um fluxo de caixa no período de produção ____ | 49 |
| Tabela 5 – Realizações selecionadas para validação da técnica de sGs. _____ | 68 |
| Tabela 7 – Valores de interesse selecionados dentro da função de distribuição dos dados. _____ | 71 |
| Tabela 8 – Realizações selecionadas para validar a técnica de simulação dos indicadores. _____ | 72 |
| Tabela 9 – Resumo dos resultados apresentado pelos dois algoritmos de simulação utilizados. _____ | 75 |
| Tabela 10 – Resultados da avaliação em relação à superfície digital do terreno para a realização 50, gerada por sGs. _____ | 76 |
| Tabela 12 – Resultados da avaliação em relação à superfície digital do terreno para a realização 24 gerada por sGs. _____ | 77 |
| Tabela 13 – Resultados da avaliação em relação à superfície digital do terreno para a realização 14 gerada por siSim. _____ | 77 |
| Tabela 14 – Resultados da avaliação em relação à superfície digital do terreno para a realização 26 gerada por siSim. _____ | 78 |
| Tabela 15 – parâmetros físicos e econômicos associados aos blocos de cobertura. _____ | 82 |
| Tabela 16 – parâmetros físicos e econômicos associados aos blocos estéreis. _____ | 82 |
| Tabela 17 – parâmetros físicos e econômicos associados aos blocos de minério STANDARD. _____ | 83 |
| Tabela 18– parâmetros físicos e econômicos associados aos blocos de minério PREMIUM. _____ | 83 |
| Tabela 19 – Critérios de classificação em categorias (classes). _____ | 85 |
| Tabela 20 – Categorias e as respectivas densidades médias assumidas. _____ | 85 |
| Tabela 21 – Parâmetros para a geração dos avanços operacionais para cada um dos cenários. _____ | 88 |
| Tabela 22 – Relatório incremental das fases geradas para criação dos avanços operacionais. _____ | 89 |
| Tabela 23 - Relatório cumulativo das fases geradas para criação dos avanços operacionais. _____ | 89 |
| Tabela 24 - Relatório incremental dos avanços operacionais criados para o modelo otimista gerado por sGs. _____ | 90 |
| Tabela 25 - Relatório cumulativo dos avanços operacionais criados para o modelo otimista gerado por sGs. _____ | 90 |
| Tabela 26 – Relatório incremental para o caso pessimista gerado por sGs. ____ | 93 |
| Tabela 27 - Relatório cumulativo para o caso pessimista gerado por sGs. _____ | 93 |
| Tabela 28 - Relatório incremental para o caso otimista gerado por siSim. _____ | 95 |

| | |
|---|-----|
| Tabela 29 - Relatório cumulativo para o caso otimista gerado por siSim, _____ | 95 |
| Tabela 30 - Relatório incremental para o caso pessimista gerado por siSim. ____ | 97 |
| Tabela 31 - Relatório cumulativo para o caso pessimista gerado por siSim. ____ | 97 |
| Tabela 32 – Tabela comparativa entre os cenários e algoritmos. _____ | 106 |
| Tabela 33 – Dimensões de blocos _____ | 109 |
| Tabela 34 – Tonelagens para os 10 cenários para a dimensão 3. _____ | 110 |
| Tabela 35 - Tonelagens para os 10 cenários para a dimensão 2. _____ | 110 |
| Tabela 36 - Tonelagens para os 10 cenários para a dimensão 1. _____ | 111 |

Resumo

Quantificação de incerteza e risco tem aplicação direta no projeto de limites de cava e na programação de produção. Pequenas variações nas condições de contorno de um projeto podem ter impacto significativo sobre o retorno final do mesmo na ordem de milhões de dólares. Preço de mercado do bem mineral, o custo de capital, taxas de atratividade, etc, são fatores usualmente testados para analisar a viabilidade de um empreendimento, porém, raramente é considerada a incerteza relacionada ao atributo geológico em questão.

O propósito de um planejamento de lavra tem sido prover subsídio para o engenheiro de minas decidir sobre a capacidade de minerar determinadas unidades de lavra do depósito a partir de teores estimados. Salienta-se porém que existe, a partir dos dados amostrais, incertezas a respeito do modelo geológico que devem ser consideradas ao se projetar uma cava e desenvolver a lavra. A simulação geoestatística tem a capacidade de produzir múltiplos modelos equiprováveis, os quais podem ser avaliados independentemente como possíveis cenários do depósito mineral. Simulação condicional, ao contrário de técnicas de interpolação e estimativa, provê respostas para questões associadas a risco devido à variações nos teores do modelo geológico. Ao gerar múltiplos cenários tem-se acesso à probabilidade e conseqüentemente às variações de retorno financeiro e rotas de extração de minério de um projeto.

O presente trabalho tem como objetivo a investigação de novas metodologias que contribuam para a construção de cenários de planejamento de lavra e avaliação do impacto provocado nestes pela incerteza fornecida a partir de modelos simulados. As respostas buscadas dentro da abordagem sugerida por esse trabalho, compreendem a definição de uma metodologia para controle e planejamento de lavra a médio e longo prazo por incorporação da flutuabilidade local associada ao minério, avaliando a sensibilidade do retorno financeiro e o traçado de lavra em relação ao método de geração do modelo geológico de teores.

Para solucionar o problema em questão, sugere-se a geração de modelos estocásticos e a alimentação de múltiplos modelos selecionados por critérios considerados relevantes para a delimitação do espaço de incerteza. A aplicação de

funções de transferência tais como mudança de suporte e seqüenciamento de produção sobre os modelos simulados é a chave para a obtenção de respostas a respeito do impacto sobre a lucratividade de um projeto. Ao alimentar à essas funções modelos equiprováveis que preservam as características estatísticas e a conectividade espacial dos dados amostrais mas que invariavelmente possuem diferentes distribuições de teores tem-se a dimensão em termos econômicos do risco associado à incerteza geológica.

Foi confrontado o retorno financeiro produzido por modelos simulados e verificou-se para o caso específico que os métodos de simulação geoestatística empregados não produziram diferenças significativas quando comparados casos selecionados segundo os mesmos critérios. Porém, entre cenários extremos gerados pelo mesmo algoritmo de simulação foram verificadas desigualdades relevantes. Verificou-se também a transferência de minério entre diferentes classes de qualidade ao proceder-se com variações nas dimensões dos blocos de lavra.

Abstract

Risk and uncertainty quantification have direct application in open pit design and production scheduling. Little variations in contour conditions of a mining project can have significant impact over the financial return in the order of millions of dollars. Market price, capital costs, interest taxes, etc., are parameters usually tested to measure the viability of an asset, however, uncertainty regarding the geological modeling is rarely considered.

Mine planning is suited to provide tools to mining engineer decisions considering estimated block grades. However, uncertainty regarding the geological model must be always considered because we are dealing with sample data set. Geostatistical simulation has the power of producing multiple equiprobable realizations, which can be evaluated independently as possible mineral deposit outcomes. Contrary to estimation and interpolation techniques, conditional simulation provides answers to questionings regarding risk, considering variations given by multiple geological models. These scenarios give access to probability and consequently to the possible oscillations of mine planning design and financial return of a mining project.

This work aims investigate new methodologies that contributes to build mine planning scenarios and that evaluates the uncertainty impact given by simulated models. The approach suggested by this work, involves the definition of a methodology to control and plan medium and long term operations incorporating the local ore variability, assessing the sensitivity of financial return and mine planning design given by the modeling algorithm.

To solve the problem at hand, one suggest the generation of stochastic models and the input of multiple models selected by determinant criteria to map the uncertainty space. The use of transfer functions (e.g. change of support and production scheduling) is the key to answer the impact over the project profitability. Inputting equiprobable models which preserve the data statistics and spatial connectivity to these functions we output a series of answers dimensioning the economical risk provided by geological uncertainty.

There were compared the financial benefit produced by simulated models, and to the specific case, the algorithms did not showed expressive differences when compared models selected using the same criteria. However, between extreme scenarios created by the same simulation algorithm there were observed relevant disparities. One verified as well the transfer of tonnages between different ore quality classes when applied change of support.

Capítulo 1

1.1. INTRODUÇÃO

A incerteza em estimativa de recursos é freqüentemente uma das maiores fontes de risco sobre um projeto mineiro, embora seu impacto sobre o valor predito seja raramente considerado. Companhias mineiras e instituições financeiras comumente se deparam com a tarefa de determinar o valor de um empreendimento mineiro. A variação do preço de mercado do bem mineral, o custo de capital, o contorno da cava final, etc., são fatores usualmente testados para analisar a viabilidade de um empreendimento, porém raramente é considerada a incerteza relacionada ao atributo geológico em questão (Dowd, 1994, Thwaites, 1998).

A experiência tem demonstrado que a utilização de modelos determinísticos para representar fenômenos geológicos não contempla a natureza desses fenômenos, pois existe uma série de fontes de incerteza a respeito de variáveis geológicas, principalmente quando considerada a quantidade de amostras utilizadas para realizar inferências sobre um corpo mineral. Nesse sentido, a construção de uma metodologia para análise probabilística de múltiplas alternativas geradas por algoritmos de simulação geoestatística e a avaliação do impacto desses modelos sobre a condição econômica do projeto e traçado do plano de lavra são o objeto desse estudo.

Tradicionalmente são utilizados modelos construídos por métodos clássicos ou geoestatísticos (Polígonos, IQD, Krigagem), porém esses métodos não permitem acesso à variabilidade do depósito, produzindo apenas valores médios estimados para os blocos do depósito (Isaaks, 1990; Journel, 1974). A geração de múltiplos modelos equiprováveis permite equacionar o problema de avaliação de reservas e

planejamento de lavra em termos probabilísticos. A transformação de um modelo contendo simplesmente valores de teor/qualidade dos parâmetros é avaliada em termos econômicos por uma função benefício que incorpora todos os custos e benefícios advindos de um bloco. A comparação da resposta produzida por diferentes algoritmos de simulação estocástica é realizada pela delimitação da cava final por algoritmo tradicional e o seqüenciamento realizado dentro das fases e avanços operacionais criados pelo algoritmo. A partir da determinação do tempo em que cada bloco será extraído tem-se acesso ao valor desse bloco avaliado pelo critério de fluxo de caixa descontado do valor presente líquido. Na construção de modelos, o conhecimento exato do valor médio de um bloco, ou mais abrangente ainda, de um painel de lavra, e conseqüentemente do plano de lavra adotado para minerar esse painel, pode não ser determinante, mas o acesso às múltiplas alternativas de lavra geradas por modelos equiprováveis pode ser de grande valia na análise de risco e retorno financeiro desse painel de lavra.

Simulação geoestatística e métodos de estimativa possuem diferentes objetivos e diferem principalmente em um aspecto determinante, a maneira como é interpretado o erro de estimativa. A utilização de simulação condicional se faz essencial quando mencionado o acesso à distribuição de probabilidades de um determinado bloco de lavra e não simplesmente a associação de um único valor médio a cada bloco de um modelo, como proporcionado por um modelo construído por métodos convencionais de estimativa. O procedimento normal de operações de planejamento de lavra é a avaliação econômica de um único modelo estimado por técnicas clássicas de estimativa (IQD, polígonos) ou mesmo técnicas de krigagem (Matheron, 1963). Porém modelos construídos por essas técnicas não contemplam a incerteza associada ao parâmetro de estudo, fornecendo um mapa que mascara a real variabilidade associada ao atributo, pois apesar das técnicas de estimativa reproduzirem os dados, existe mais do que a simples reprodução destes, onde a variabilidade real dos dados muitas vezes é desconsiderada (Goovaerts, 1997).

Ao interpolar um conjunto de dados, além de honrar os dados amostrais, pretende-se reproduzir o modelo de covariância ajustado aos pontos experimentais do variograma, este processo é conhecido como simulação condicional (Journel, 1979). A maior vantagem da utilização de simulação condicional é que existem múltiplas soluções que honram os dados em suas posições amostrais e também

reproduzem o modelo de covariância adotado. Cada uma dessas soluções pode ser vista como uma imagem alternativa da realidade (eqüiprobabilidade) e o conjunto de todas essas imagens fornecem uma apreciação da incerteza global considerando a realidade representada pelos dados amostrais.

Convencionalmente em planejamento de lavra, desde que esteja definido o modelo de teores/qualidade e a forma da cava final esteja projetada, o estágio seguinte é a determinação de como a mina deve ser desenvolvida para produzir uma seqüência de lavra viável e operacional. Os processos envolvidos em uma operação de lavra podem ser vistos como funções de transferência, que são modelos utilizados para descrição de operações ou sistemas reais (Godoy, 1997). Duas funções de transferência podem ser evidenciadas na execução dessa proposta. A primeira para definir o contorno da cava final utilizando algoritmo de otimização de cava, colocando uma ordem lógica de extração nos blocos do modelo. A segunda função de transferência é específica para o seqüenciamento de blocos de lavra e foi aplicada com o objetivo de quantificar o fluxo de caixa e retorno financeiro para os possíveis cenários de lavra criados pelos algoritmos de simulação geoestatística utilizados.

O problema principal que preocupa empresas do setor mineral é como definir as porções de minério do depósito que podem ser economicamente mineradas. As técnicas para avaliar as reservas econômicas requerem a construção de um modelo de blocos onde cada bloco terá um valor que corresponde ao valor do minério contido no bloco. Muitos problemas podem estar associados à análise desse modelo de blocos. Por exemplo, pode-se estar preocupado com a qualidade do minério ou a taxa de produção com que o minério deve ser extraído para abastecer o beneficiamento ou ainda interpretar a forma final do corpo mineralizado. Essas três questões são abordadas nesse estudo e integradas para satisfazer a abordagem dada nesse trabalho para o problema do impacto da incerteza associada ao modelo geológico/qualitativo sobre o planejamento de lavra de médio e longo prazo.

1.2. META

A meta desse estudo é contribuir na área de planejamento de lavra pela incorporação de ferramentas que permitam acesso à incerteza, provendo respostas

para o problema da delimitação do contorno da cava final e da seqüência ótima de lavra. Investigando metodologias que contribuam para a construção de cenários geológicos e o impacto provocado por modelos equiprováveis. A penalidade por adotar um traçado de lavra sobre um modelo médio pode ter impacto relevante na economicidade do projeto, portanto a análise prévia das alternativas providas por métodos de simulação e o impacto sobre os subprodutos gerados a partir desses modelos (contorno de cava e seqüência de lavra) é de grande auxílio na fase de implantação e desenvolvimento de um projeto mineiro. Portanto, as respostas buscadas dentro da abordagem sugerida por essa tese de doutorado compreendem a definição de uma metodologia para controle e planejamento de lavra a médio e longo prazo por incorporação da incerteza e flutuabilidade local associada ao minério, avaliando a sensibilidade do retorno financeiro e do traçado de lavra em relação ao método de geração do modelo geológico de teores.

1.3. OBJETIVOS

Dentro da construção da metodologia do estudo, deve-se cumprir determinados objetivos cuja relevância dentro do trabalho definem a construção de resultados parciais que devem ser gerados e avaliados para que se alcance a meta final, entre os quais podemos citar:

- i. Modelar um depósito específico utilizando algoritmos de simulação geoestatística robustos, dentro de domínios irregulares, contemplando limites geológicos contidos dentro de envoltórias geológicas geradas pela combinação entre interpretação de seções e matemática;
- ii. Demonstrar a aplicabilidade do método proposto perante abordagens tradicionais de avaliação de recursos e planejamento de lavra;
- iii. Comparar a resposta dos algoritmos segundo um critério minero-econômico;
- iv. Introduzir análise de risco geológico sobre probabilidades dadas pelo algoritmo de simulação.

1.4. ESTRUTURA DA TESE

Capítulo 1 – introdução ao assunto de tese, referências ao estado da arte em simulação estocástica e planejamento de lavra para apresentação do problema, apresentação da proposta para solução do problema dada pela abordagem da tese.

Capítulo 2 – revisão bibliográfica do estado da arte e métodos de simulação estocástica, para justificar a seleção das técnicas selecionadas para obtenção das distribuições de probabilidade da variável em estudo.

Capítulo 3 - revisão bibliográfica de métodos e teorias envolvidas no planejamento de lavra utilizadas a serem aplicadas como função de transferência pela alimentação de modelos gerados por simulação estocástica.

Capítulo 4 – equacionamento do problema dentro da abordagem dada pela tese, desenvolvimento da técnica e metodologias utilizadas.

A aplicação das técnicas ao caso de estudo envolve a modelagem de três etapas distintas:

Modelagem do atributo de qualidade por simulação estocástica da alvura potencial do processo de beneficiamento. Envolve a utilização dos algoritmos de simulação seqüencial gaussiana (sGs) e simulação seqüencial dos indicadores (siSim) para geração de múltiplos modelos equiprováveis para interpretação do espectro de incerteza do atributo de qualidade sobre o planejamento de lavra.

Geração de cava final pela valorização dos blocos, gerando uma interpretação probabilística da avaliação das reservas economicamente mineráveis;

Geração de alternativas para o traçado dos avanços operacionais otimizados de cortes para o planejamento de longo e médio prazo;

Capítulo 5 - Variação da dimensão de blocos para avaliar o impacto sobre o retorno financeiro do projeto.

Capítulo 6 – Discussão dos resultados e conclusões.

1.5. CONTRIBUIÇÃO E ORIGINALIDADE DA TESE

Abordagem probabilística e avaliação de risco sobre o parâmetro geológico de estudo e o impacto provocado pelo método de geração dos modelos é o conceito inovador proposto por esse trabalho. Apesar de terem sido elaborados estudos anteriores no tema, esses trabalhos não contemplam comparações com abordagens tradicionais, nem o impacto gerado por modelos estocásticos e nem mesmo a avaliação econômica de modelos gerados por algoritmos estocásticos distintos.

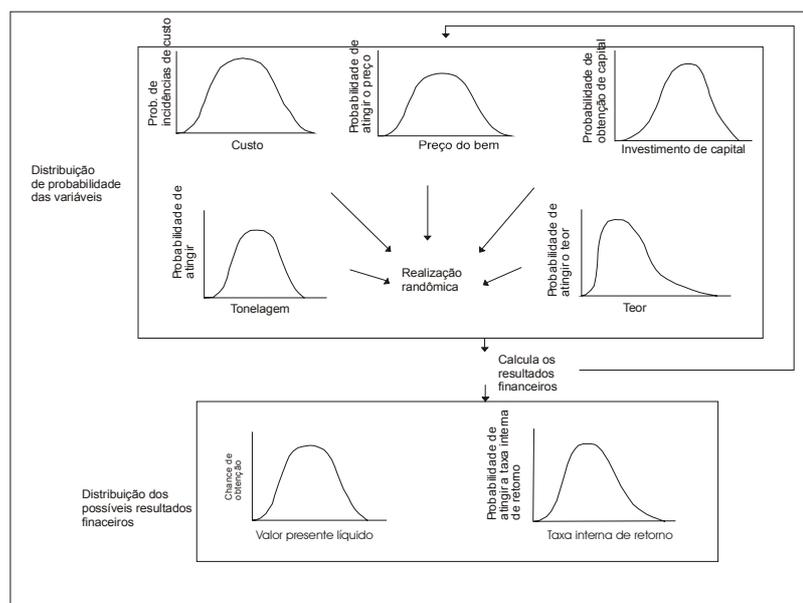
Comparação de resultados entre técnicas de simulação estocástica e avaliação do impacto sobre o planejamento de produção e retorno de capital do projeto utilizando múltiplos cenários de lavra.

Em termos de operacionalização da teoria e metodologia abordada, foram implementadas modificações nos códigos fonte dos métodos de simulação estocástica para simulação dentro de domínios irregulares. Foram criados *scripts* para utilização de simulação geoestatística de dentro do software DATAMINE Studio®, além de outros utilitários para manipulação de dados para implementação computacional e agilidade operacional da técnica sugerida.

Capítulo 2

2.1. SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA

Nesse capítulo, são apresentadas as técnicas selecionadas e outras abordagens para os problemas da construção de modelos geológicos por simulação estocástica. Uma abordagem de risco baseada para uma avaliação de um projeto considera as incertezas para modelar a distribuição das respostas financeiras utilizando uma gama de possíveis valores para cada variável. A Figura 1 ilustra conceitualmente como as maiores incertezas de um projeto mineiro em um estágio de viabilidade podem ser relacionados utilizando métodos de análise de risco padrão.

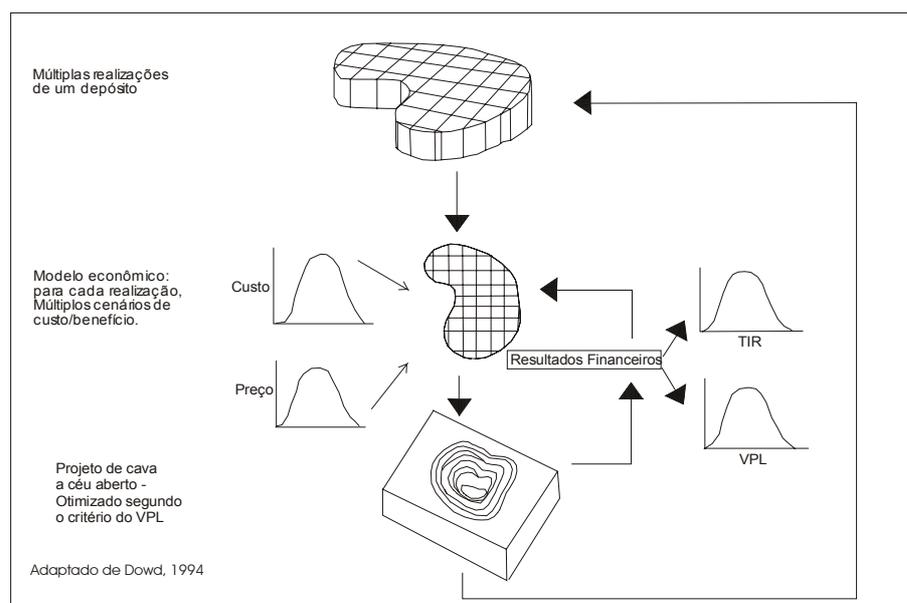


Adaptado de (Dowd, 1994, apud Thwaites, 1998 #66 p.392)

Figura 1 – Abordagem conceitual tradicional da análise de risco.

Esse método modela a distribuição de respostas econômicas (avaliadas por critérios de rentabilidade) tomando repetidas realizações da distribuição de probabilidade de cada variável e recalculando o modelo econômico para cada caso. O modelo econômico médio e a probabilidade de alcançar esse valor será dado pela própria distribuição modelada a partir das múltiplas alternativas geradas. O maior problema dessa abordagem é que as relações entre as variáveis não são consideradas, mesmo porque essas são bastante complexas e não podem ser facilmente conduzidas aplicando-se correlações ou outras funções matemáticas entre as distribuições das variáveis (Thwaites, 1998).

Uma abordagem mais adequada para a análise de risco para projetos mineiros foi proposta por Dowd (1994). A Figura 2 ilustra a técnica e os principais componentes desse método.



Adaptado de (Dowd, 1994, apud Thwaites, 1998)

Figura 2 – Estrutura da análise de risco em empreendimentos mineiros por simulação.

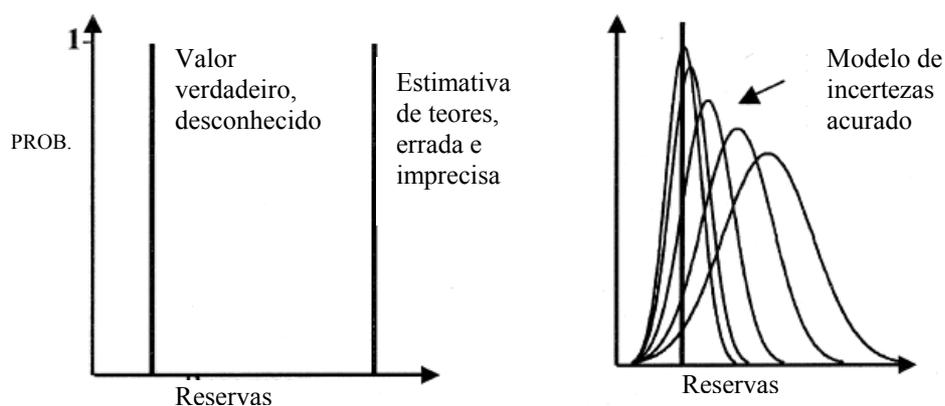
O conceito dessa abordagem é simples e direto:

- i. Estabelecer um modelo de teores, custo e preços;
- ii. Desenvolver um projeto de mina e sequenciar a lavra baseado nesse cenário;
- iii. Calcular o retorno financeiro, avaliado pelo critério de rentabilidade selecionado e armazenar esse valor;

- iv. Repetir o processo n vezes variando o modelo geológico de teor/qualidade, e os valores de custo e benefício a cada iteração. Diferentes modelos são gerados usando métodos de simulação geoestatística;
- v. Usar os resultados econômicos para construir uma distribuição de respostas para a viabilidade do projeto.

A abordagem se mostra bastante interessante uma vez que são utilizadas técnicas de simulação geoestatística para avaliar o impacto sobre o planejamento da lavra. A abordagem dada nessa tese utiliza os conceitos propostos por Dowd (1994), porém incorpora ainda a comparação da sensibilidade dos resultados econômico-mineiros ao método de simulação.

A Figura 3 apresenta a interpretação probabilística por modelos de incerteza, o que aumenta as chances de contemplar o valor verdadeiro porém desconhecido, de maneira a beneficiar a avaliação do bem e conseqüentes decisões de projeto.



adaptado de (Dimitrakopoulos et al., 2001)

Figura 3 – Incerteza ao considerar a quantificação para os vários componentes que afetam as decisões.

Quando se espera que um modelo mapeie as flutuações espaciais, considerando-as mais importantes do que a acuracidade de um modelo faz-se uso de técnicas de simulação estocástica. Simulação condicional (Journel, 1974) tem sido cada vez mais utilizada na indústria mineira para informar a incerteza e aumentar o entendimento de risco. A interpretação de controles geológicos, distribuição de teores, continuidade de mineralização e espaçamento dos dados, junto com o algoritmo de simulação selecionado têm influência na interpretação da variabilidade (Deutsch, 1998; Goovaerts, 1997; Coombes et al., 2000).

A vantagem da utilização de simulação estocástica sobre métodos de estimativa (IQD, Krigagem) é que esta permite a reprodução dos parâmetros estatísticos (histograma, variograma) inferidos a partir dos dados, conseqüentemente os modelos ou realizações têm uma aparência mais realista do que um mapa atenuado gerado por métodos de estimativa (Goovaerts, 1998; Chilès & Delfiner, 1999).

A distribuição dos valores (histograma) correspondentes a um conjunto de realizações provê uma medida de incerteza resultante da falta de conhecimento do fenômeno e propriedades físicas a serem modeladas. Essa distribuição freqüentemente referida como espaço de incerteza pode ser utilizada na análise de risco ou no processo de tomada de decisões. Simulação pode ser executada utilizando um variado número de técnicas, as quais diferem nos fundamentos dos modelos de função randômica (multi-Gaussianos ou não-paramétricos), na quantidade de informação que pode ser levada em consideração e dos requerimentos computacionais (Myers, 1996; Srivastava, 1996; Deutsch & Journel, 1998). Como enfatizado por Goovaerts (1998), resultados específicos gerados por um algoritmo não podem ser produzidos por um outro, conseqüentemente a escolha de um algoritmo de simulação torna-se chave na caracterização do fenômeno ou propriedade em estudo.

Sabe-se atualmente que algoritmos de simulação que utilizam propriedades de modelos de função randômica (RF) multigaussianas tendem a gerar realizações que não apresentam correlação significativa dos valores extremos (Goovaerts, 1998; Gómez-Hernández & Wen, 1994; Journel & Alabert, 1988), assim como o algoritmo de simulação seqüencial Gaussiana (sGs) conduz a interpretações otimistas estreitando o espaço de variabilidade dos modelos. Porém, os algoritmos multigaussianos, apesar de suas restrições, são os mais aceitos e utilizados na indústria mineral.

Simulação estocástica fornece uma maneira de incorporar vários tipos de incerteza na predição de um sistema. Normalmente, apenas pouca informação está disponível a respeito do parâmetro de interesse, mas a função de transferência requer um mapa detalhado da distribuição espacial deste parâmetro. Amostragem

exaustiva necessária para obter tal mapa é usualmente inviável. Uma alternativa é gerar realizações do campo randômico que compartilhem a informação do parâmetro de interesse.

Comparações entre os diferentes algoritmos foram realizadas por alguns autores (Gotway & Rutherford, 1994; Journel & Alabert, 1989; Deutsch & Journel, 1992), portanto muitos algoritmos de simulação estocástica podem ser utilizados para construir as realizações e cada um deve resultar em diferentes parâmetros estatísticos e feições espaciais para os campos randômicos gerados. A simulação estocástica tem sido amplamente aceita como um método apropriado à determinação da incerteza associada à predição do comportamento de funções aleatórias (RF). Os teores de um dado metal em um painel de lavra podem ser vistos como uma distribuição espacial de uma variável aleatória $Z(u)$, onde Z é função de suas coordenadas (u). Um conjunto de valores obtidos por amostragem, dentro desse painel de lavra, pode ser interpretado, probabilisticamente, como uma realização de uma RF, definida por uma função de distribuição $F(z)$ (histograma) e por uma função de covariância $C(h)$ (e.g. variograma). A simulação estocástica é um processo utilizado para construir realizações dessa classe de RF que sejam modelos equiprováveis da distribuição espacial da variável aleatória $Z(u)$ Godoy (1997). Ao invés de simplesmente produzir um único mapa com valores ótimos produzidos por um método de interpolação ou estimativa, o método de simulação estocástica gera n mapas com igual probabilidade de ocorrência, comprometendo-se a reproduzir os parâmetros estatísticos dos dados amostrais (histograma e variograma), onde a combinação desses modelos permite que se acesse a incerteza a respeito de $Z(u)$.

Um mapa gerado por simulação estocástica terá as seguintes características:

- i. os dados amostrais serão honrados (simulação condicional) em suas posições;

(1)

$$z^{(l)}(u) = z(u_\alpha) \quad \forall u = u_\alpha, \alpha = 1, \dots, n$$

- ii. o histograma dos valores simulados reproduz o histograma dos dados desaninhados;
- iii. o modelo de covariância $C(h)$ é reproduzido.

A extensão ou o tamanho do espaço de incerteza depende de vários fatores segundo, Deutsch & Journel (1998) e Goovaerts (1997):

- i. a quantidade (número de dados condicionantes) e qualidade das informações de entrada disponíveis: quanto mais dados são usados para condicionar as realizações, mais similares ao modelo adotado tornam-se as estatísticas das realizações. A definição dos critérios de busca define quais os dados (iniciais e simulados) que devem ser considerados dentro da vizinhança de cada ponto a ser simulado;
- ii. da função de transferência utilizada;
- iii. do algoritmo específico utilizado para gerar as realizações: conforme o algoritmo usado, varia a amplitude das flutuações ergódicas. Srivastava, (1994) enfatiza o fato de que resultados específicos gerados por um algoritmo não podem ser gerados por outro, conseqüentemente, a escolha do algoritmo de simulação torna-se um passo chave na caracterização do parâmetro em estudo. Da mesma forma, Goovaerts (1998) comenta as limitações do algoritmo de simulação seqüencial gaussiana para aplicações onde é um fator crítico reproduzir a conectividade entre baixos ou altos valores;
- iv. do número de realizações: Bonato (2000) recomenda começar com um número pequeno de realizações e incrementar esse número até que os momentos estatísticos possam ser caracterizados como ergódicos. Analogamente, Deutsch & Journel (1998) estabelecem que esse número deve ser tal que permita mapear a incerteza do parâmetro em estudo. Rossi (1994) investigou o número de realizações na reprodução do histograma e do variograma e ressalta o fato dessa reprodutibilidade aumentar com o incremento do número de realizações, sendo que os algoritmos de simulação seqüencial gaussiana permitiriam atingir um patamar de estabilização mais rapidamente do que os algoritmos baseados em simulação de indicadores;
- v. dos parâmetros do variograma e das dimensões da malha (*grid*) da simulação: as flutuações ergódicas dos variogramas das realizações são importantes quando o alcance (*range*) do modelo variográfico for grande em relação ao tamanho da área simulada, particularmente se o efeito pepita (*nugget effect*) for pequeno.

2.1.1. SIMULAÇÃO SEQÜENCIAL

O método de simulação seqüencial é baseado na decomposição de uma função de distribuição multivariada (*mdf*) em uma seqüência de funções de distribuição condicionais (*cdfs*) univariadas. Fazendo $Z(\mathbf{u})$ uma classe de RF com *mdf* $f(u_1, \dots, u_n; z_1, \dots, z_n)$ teremos

$$\begin{aligned}
 f(u_1, \dots, u_n; z_1, \dots, z_n) &= f(u_1; z_1) \\
 &f(u_2; z_2 | Z(u_1) = z_1) \\
 &\dots \\
 &f(u_n; z_n | Z(u_\alpha) = z_\alpha, \alpha = 1, \dots, n-1)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Se todas as distribuições condicionais univariadas da equação (2) forem conhecidas, então uma realização $z(\mathbf{u})$ da RF $Z(\mathbf{u})$ pode ser construída por uma seqüência de seleções aleatórias para cada uma das n distribuições condicionais de acordo com a seqüência a seguir:

- i. uma realização z_1 da variável aleatória $Z(u_1)$ é obtida por uma seleção aleatória de um valor da distribuição marginal $f(u_1; z_1)$;
- ii. a realização z_1 é usada para condicionar a distribuição de $Z(u_2)$;
- iii. uma realização z_2 da variável $Z(u_2)$ é obtida por uma seleção aleatória de um valor da distribuição condicional $f(u_2; z_2 | Z(u_1) = z_1)$;
- iv. as realizações z_1 , e z_2 são então usadas para condicionar a distribuição de $Z(u_3)$;
- v. uma realização z_3 da variável $Z(u_3)$ é obtida por uma seleção aleatória de um valor da distribuição condicional $f(u_3; z_3 | Z(u_2) = z_2, Z(u_1) = z_1)$;
- vi. as seleções aleatórias e os condicionamentos subseqüentes são feitos até que a última distribuição $f(u_n; z_n | Z(u_\alpha) = z_\alpha, \alpha = 1, \dots, n-1)$ seja completamente condicionada. Então, uma realização z_n da variável $Z(u_n)$ é aleatoriamente selecionada desta distribuição.

O conjunto de n valores $z(u_\alpha)$ constitui uma realização da RF $Z(\mathbf{u})$ nas n posições u_α . Se um conjunto amostral inicial existir, isto é, $z(u_\alpha), \alpha = 1, \dots, m$ com m

$\ll n$, então a seqüência de passos apresentada anteriormente deve começar pela determinação da distribuição condicional $f(u_{m+1}; z_{m+1} | Z(u_\alpha) = z_\alpha)$, e subsequente seleção aleatória de um valor $z(u_{m+1})$.

Para que este algoritmo possa ser utilizado na prática, uma seqüência completa de distribuições condicionais para uma dada mdf deve ser conhecida. Tais distribuições podem ser facilmente determinadas através de krigagem simples (SK) no caso de uma RF normal multivariada $Y(u)$ (Journel & Huijbregts, 1978).

O método de simulação seqüencial Gaussiana consiste na aplicação da equação (2) em uma função aleatória estacionária com distribuição Gaussiana multivariada $Y(u)$, com os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} \text{Média:} \quad & E\{Y(u)\} = m = 0 \\ \text{Covariância:} \quad & E\{Y(u_1)Y(u_2)\} - m^2 = \text{Cov}(u_2, u_1) \\ \text{Variância:} \quad & \text{VAR}\{Y(u)\} = \sigma^2 = 1 \end{aligned} \tag{3}$$

O objetivo é construir uma realização $Y_s(u)$ que reproduza os parâmetros de $Y(u)$ descritos acima. As *cdfs* locais necessárias para a simulação de cada um dos n valores $y_s(u)$ são modeladas pelos valores locais de m e σ^2 , onde m é uma combinação linear dos dados condicionantes (dentro da vizinhança de u) que minimiza variância da estimativa. O valor de $m(u)$ pode ser determinado por krigagem simples de acordo com a equação (4).

$$y_{SK}^*(u) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha(u) y(u_\alpha) + \left[1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha(u) \right] E\{Y(u)\} \tag{4}$$

onde λ_α representa os pesos obtidos pelo sistema de krigagem simples.

$$\sum_{\beta=1}^n \lambda_\beta(u) \text{Cov}(u_\beta - u_\alpha) = \text{Cov}(u - u_\alpha), \forall \alpha = 1, \dots, n \tag{5}$$

A variância condicional, σ^2 é dada pelo cálculo da variância de krigagem:

$$Var\{y(u) | (n)\} = Var\{Y(u)\} - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}(u) Cov(u - u_{\alpha}) \quad (6)$$

Um valor selecionado aleatoriamente da *cdf* definida por m e σ^2 , constitui uma realização local $y_s(u_{\alpha})$. O conjunto de n realizações locais $y_s(u_{\alpha})$ determinadas seqüencialmente reproduz $C_Y(h)$ em $Y_s(\mathbf{u})$.

Em geral, variáveis encontradas em geociências não apresentam distribuição normal multivariada. Para que se possa aplicar a metodologia descrita, se faz necessária uma transformação dos dados condicionantes $z(u_{\alpha}) \alpha = 1, \dots, m$ do tipo:

$$y(u_{\alpha}) = \phi[z(u_{\alpha})] \quad \alpha = 1, \dots, n \quad (7)$$

sendo ϕ a função de normalização definindo os valores obtidos para $y(u_{\alpha})$ como normais com média=0 e variância=1.

A normalização dos dados não é condição suficiente para que esses dados tenham uma distribuição normal multivariada. Uma das formas de verificar se essa distribuição é multivariada consiste em observar se a função de distribuição de uma combinação de pares de valores $Y(u), Y(u+h), \forall h$ é uma distribuição normal bivariada. Descrição detalhada desse processo pode ser encontrada em Deutsch & Journel (1997, p. 142-144) e Goovaerts (1998, p. 271-275).

As realizações $y_s(\mathbf{u})$ devem ser então transformadas em realizações $z_s(\mathbf{u})$ através da função inversa ϕ^{-1} .

$$z_s(u_{\alpha}) = \phi^{-1}[y_s(u_{\alpha})] \quad \alpha = 1, \dots, n \quad (8)$$

2.1.2. IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE SIMULAÇÃO SEQUÊNCIAL GAUSSIANA

Os algoritmos de simulação seqüencial ao invés de modelarem a função de distribuição cumulativa condicional (*ccdf*) a N pontos, uma *ccdf* a um ponto é modelada e amostrada a cada um dos N nós visitados durante uma seqüência randômica. Para certificar a reprodução dos modelos de covariância, cada *ccdf* de um ponto é condicional não somente aos dados originais, mas também a todos os valores simulados em nós previamente visitados.

Deutsch e Journel (1998) propõem o seguinte algoritmo para a simulação seqüencial Gaussiana de uma variável contínua $z(\mathbf{u})$ tornando operacional o método através da rotina SGSIM incluída na biblioteca de programas de geoestatística (GSLib):

- i. determinar uma função de distribuição univariada $F(z)$ que seja representativa de toda a área de estudo, e não somente da amostragem $z(\mathbf{u})$. Desagrupamento pode ser necessário, se os dados forem preferencialmente amostrados;
- ii. efetuar a normalização de $Z(\mathbf{u})$ e obter $Y(\mathbf{u})$ segundo a função de normalização descrita pela equação (7);
- iii. verificar se a distribuição de $y(\mathbf{u})$ é normal bivariada;
- iv. proceder com a simulação seqüencial, se um modelo normal multivariado for adotado para $y(\mathbf{u})$;
- v. definir um caminho aleatório que passe por todos os pontos a serem simulados; na vizinhança de cada ponto u_α a ser simulado, selecionar um conjunto de dados condicionantes, incluindo dados provenientes da amostragem, $y(\mathbf{u})$ e aqueles pontos previamente simulados, $y_s(\mathbf{u})$;
- vi. determinar os parâmetros (m e σ^2) da função de distribuição cumulativa (*cdf*) local na posição u_α , usando SK, com a função de covariância de $y(\mathbf{u})$;
- vii. selecionar aleatoriamente um valor $y_s(u_\alpha)$ dessa *cdf* local;
- viii. adicionar o valor simulado $y_s(u_\alpha)$ ao conjunto de dados condicionantes;
- ix. passar para o próximo ponto a ser simulado e repetir o procedimento até que todos os pontos desejados sejam simulados;

- x. transformar os valores normais simulados $y_s(\mathbf{u})$ em valores no domínio da variável original $z(\mathbf{u})$.

O procedimento descrito gera uma única realização $Y_s(\mathbf{u})$. Nas aplicações mais comuns de simulação ao planejamento de lavra são necessárias várias realizações e, para tanto, o algoritmo descrito deve repetir os passos iv a x tantas vezes quantas forem as realizações desejadas.

2.2. ABORDAGEM POR INDICADORES

A abordagem dos indicadores (Alabert, 1987; Journel, 1983) também chamada de abordagem não paramétrica, não assume qualquer forma ou expressão analítica para representar a distribuição condicional. Ao invés de assumir uma função de distribuição, a função $F(u; z | (n))$ é modelada através de uma série de K valores limite z_k discretizando a amplitude de variação do atributo z :

$$F(u; z_k | (n)) = \text{Prob} \{Z(u) \leq z_k | (n)\} \quad k = 1, \dots, K \quad (9)$$

Os K valores que discretizam a função de distribuição cumulativa condicional são então interpolados dentro de cada classe $(z_k, z_{k+1}]$ e extrapolados além dos limites de classe extremos (valores z_1 e z_k).

A abordagem dos indicadores inicia com a seleção do número de classes e seus valores. Uma vez realizada a seleção de valores, cada parte de informação é codificada em um vetor de K probabilidades cumulativas do tipo

$$\text{Prob} \{Z(u) = z_k | \text{informação local específica em } u\} \quad k = 1, \dots, K \quad (10)$$

A função de distribuição cumulativa discreta representa a informação local a respeito do valor z em u . O valor da amostra é exato em sua posição, conseqüentemente as probabilidades locais são definidas por indicadores binários definidos da seguinte maneira:

$$(11)$$

$$i(u_\alpha; z_k) = \begin{cases} 1 & \text{se } z(u_\alpha) \leq z_k \\ 0 & \text{se } z(u_\alpha) > z_k \end{cases} \quad k = 1, \dots, K$$

2.3. OUTROS ALGORITMOS DE SIMULAÇÃO GEOESTATÍSTICA

A seguir são apresentados outros métodos de simulação estocástica e bastante utilizados para modelagem de depósitos minerais, suas características e aplicabilidades específicas.

2.3.3. BANDAS ROTATIVAS

O algoritmo das bandas rotativas (Journel, 1974) foi o primeiro algoritmo de simulação 3D realmente implementado em larga escala. Nesse método, são assumidas as seguintes hipóteses: o campo a ser simulado é estacionário de segunda ordem e isotrópico com covariância $C(h)$ conhecida; os valores deste campo são normais com média zero e variância 1 $[N(0,1)]$ após a transformação gaussiana; o campo apresenta distribuição multivariada gaussiana.

A originalidade do método está na redução das simulações n -dimensionais em várias e independentes simulações unidimensionais ao longo de linhas que são rotacionadas no espaço R^n . Um valor simulado em uma posição x é obtido a partir das contribuições das n simulações unidimensionais $z_{si}(x)$.

O resultado $z_{snc}(x)$ é uma realização de uma RF, que é estacionária de segunda ordem, com esperança zero e covariância $C(h) = E[Z_s(x) \cdot Z_s(x+h)]$, que tende à covariância isotrópica quando o número de linhas tende a infinito. Uma covariância $C(h)$ anisotrópica pode ser modelada como somatório de modelos isotrópicos imbricados em espaços de dimensões $n \leq 3$, bastando então simular cada um dos componentes independentemente e em seguida somar as realizações em cada ponto. Na prática, o número de linhas não pode ser infinito. O reduzido número de linhas pode provocar o efeito de artefatos (lineamentos) nos campos simulados, gerando anisotropias inexistentes. Além disso, o algoritmo das bandas rotativas só é capaz de lidar com algumas funções de covariância.

O condicionamento para a simulação, via bandas rotativas, trata-se de uma etapa em separado. Para produzir um grid com os valores condicionantes e que

reproduzam a variabilidade espacial da função randômica, valores são produzidos através de krigagens, usando os valores simulados não condicionais na posição dos dados originais. Estes novos valores krigados são subtraídos dos valores da simulação não condicional para obter um grid com valores de erros correlacionados. Estes erros correlacionados são adicionados aos valores de uma krigagem realizada considerando os dados originais, de forma a produzir uma simulação condicional.

2.3.4. DECOMPOSIÇÃO LU

Assim como qualquer técnica Gaussiana, o algoritmo de decomposição LU (Alabert, 1987) parte da transformação dos dados originais em dados com função de distribuição condicional normal. Sob a hipótese de que a função aleatória $Y(u)$ é multigaussiana, a simulação procede da seguinte maneira:

- i. Construir a matriz de covariância C entre todos $(n+N)$ dados condicionantes e nós de grid simulados:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [C_{y(u_\alpha - u_\beta)}] & [C_{y(u_\alpha - u'_j)}] \\ [C_{y(u'_i - u_\beta)}] & [C_{y(u'_i - u'_j)}] \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde $C_y(h)$ é a função de covariância da função randômica normalizada $Y(u)$, C_{11} é a matriz $n \times n$ de covariância dos dados, C_{22} é a matriz de covariância $N \times N$ entre os nós, e $C_{12} = C_{21}^T$ é a matriz de covariância dos dados em relação aos nós.

- ii. Decompor a matriz C no produto de uma matriz triangular inferior e superior

$$C = L \cdot U = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ 0 & U_{22} \end{bmatrix} \quad (13)$$

- iii. Gerar uma realização condicional $\{y^{(l)}(u'_j), j = 1, \dots, N\}$ como uma combinação linear:

$$(14)$$

$$y^{(l)} = [y^{(l)}(u'_j)] = L_{21} \cdot L_{11}^{-1} \cdot y_\alpha + L_{22} \cdot \omega^{(l)}$$

onde y_α é o vetor dos n dados normais condicionantes e $\omega^{(l)}$ é o vetor de N desvios normal padrão independentes.

- iv. Transformar os valores simulados no espaço normal $\{y^{(l)}(u'_j), j = 1, \dots, N\}$ para o espaço original $\{z^{(l)}(u'_j), j = \phi^{-1}(y^{(l)}(u'_j)), j = 1, \dots, N\}$.

2.3.5. CAMPOS DE PROBABILIDADE

A idéia básica da abordagem por simulação em campos de probabilidade (*p-field*) é amostrar as diferentes *ccdfs* utilizando números randômicos autocorrelacionados (*p-values*) de maneira que os valores resultantes simulados reproduzam o modelo de covariância (Srivastava, 1992; Froidevaux, 1993). Considerando a simulação de um atributo contínuo z em N nós condicionais u'_j ao conjunto de dados $\{z(u_\alpha), \alpha = 1, \dots, n\}$. O algoritmo de simulação *p-field* procede da seguinte maneira:

- i. A cada posição u'_j simulada, construir o modelo de *ccdf* $F(u'_j; z | (n))$ utilizando qualquer algoritmo apropriado (multigaussiano ou indicatriz);
- ii. Gerar um conjunto de valores de autocorrelacionados (*p-values*), $\{p^{(l)}(u'_j), j = 1, \dots, N\}$, chamado de campo de probabilidade ou *p-field*, que corresponde à realização da função randômica $P(u)$ com uma *cdf* uniforme e uma covariância $C_p(h)$ identificada com a covariância $C_x(h)$ da transformação uniforme da variável original Z :

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{P(u) \leq p\} &= p & \forall u \in [0,1] \\ C_p(h) &= C_x(h) \\ &= E\{X(u) \cdot X(u+h)\} - [E\{X(u)\}]^2 \end{aligned} \tag{15}$$

onde $X(u) = F(Z(u)) \in [0, 1]$ é a transformação uniforme de $Z(u)$.

- iii. A cada posição u'_j , sorteia-se um valor simulado $z^{(l)}(u'_j)$ da ccdf $F(u'_j; z | (n))$ utilizando o p-value simulado na mesma posição $p^{(l)}(u'_j)$:

$$z^{(l)}(u'_j) = F^{-1}(u'_j; p^{(l)}(u'_j) | (n)) \quad j = 1, \dots, N \quad (16)$$

A correlação entre dois valores de probabilidade (p-values) $p^{(l)}(u'_j)$ e $p^{(l)}(u'_k)$ pressupõe correlação entre os valores simulados $z^{(l)}(u'_j)$ e $z^{(l)}(u'_k)$.

Os passos 2 e 3 são repetidos para gerar uma realização diferente $\{z^{(l)}(u'_j), j = 1, \dots, N\}, l' \neq l$

A maior diferença entre o método de campos de probabilidade e os algoritmos seqüenciais, assim como a razão para o aumento de velocidade de processamento, está na estimativa das distribuições de condicionais de probabilidade locais (lcpds) nos nós do modelo. Lcpds são estimadas em um único passo e são condicionais somente aos dados originais, em contraste com os métodos seqüenciais onde os dados previamente simulados são adicionados ao conjunto de dados amostrais.

2.3.6. SIMULAÇÃO ANNEALING

Simulação *annealing* é um nome genérico para a família de algoritmos baseados no princípio de relaxamento estocástico. Uma imagem inicial é gradualmente perturbada até que contemple restrições tais como reprodução de determinados objetivos, e.g. histograma e covariância, além de honrar os pontos amostrais nas suas posições. Desde que a função objetivo tenha sido estabelecida, o processo de simulação (na verdade otimização) modifica sistematicamente uma realização inicial até atingir o valor da função objetivo, retendo a realização com valor aceitável dos parâmetros estatísticos estabelecidos. O algoritmo genérico *annealing* procede da seguinte maneira:

- i. Criar uma realização inicial $\{z_{(0)}^{(l)}(u'_j), j = 1, \dots, N\}$, que honra os dados amostrais em suas posições e que já possa servir como uma primeira aproximação dos parâmetros estatísticos objetivo, tal como a variância ou o patamar do variograma objetivo.

- ii. Computar o valor inicial da função objetivo correspondente à realização inicial:
- iii. Perturbar a realização por algum mecanismo simples, como inversão de um par de valores z : $z_{(0)}^{(l)}(u'_j)$ assuma $z_{(0)}^{(l)}(u'_i)$ e vice-versa.
- iv. Avaliar o impacto da perturbação na reprodução do parâmetro estatístico objetivo re-alimentando a função objetivo, $O_{nova}(0)$, considerando a modificação da imagem inicial.
- v. Aceitar ou rejeitar a perturbação com base em uma regra de decisão especificada, por exemplo, somente perturbações que diminuam a função objetivo, $O_{nova}(0) < O(0)$, serão aceitas.
- vi. Se a perturbação for aceita, atualizar a realização inicial em um nova imagem $\{z_{(0)}^{(l)}(u'_j), j = 1, \dots, N\}$ com valor da função objetivo $O(1) = O_{nova}(0)$.
- vii. Repetir os passos 3 a 6 até que as restrições estabelecidas estejam aceitáveis, ou até que as perturbações não reduzam significativamente a função objetivo.

Simulação annealing é conceitualmente simples e oferece grande flexibilidade para considerar várias restrições construídas dentro da função objetivo. O processo de otimização contudo demanda bastante tempo computacional, é realizado por tentativas e erros e depende de força bruta para gradualmente atingir a reprodução dos parâmetros objetivo. Regras de implementação podem ser encontradas em Deutsch & Journel (1998); Deutsch & Cockerham (1994); Goovaerts (1997). A maior vantagem do método é a flexibilidade na reprodução das características de interesse. Nesse sentido, aplicações mineiras podem ser aprimoradas pela melhora nas relações espaciais dos teores ao simular um depósito. Adicionalmente em relação à reprodução de variogramas, o processo de annealing pode ser formulado para reproduzir a estatística multi-pontos, a qual descreve a conectividade de várias categorias de minério (Dimitrakopoulos, 1997).

2.4. ESCOLHA DO MÉTODO DE SIMULAÇÃO

Na escolha do método de simulação devem ser considerados alguns aspectos para seleção do método mais adequado ao problema aplicado (Ravenscroft, 1993; Myers, 1996; Goovaerts, 1998; Coombes, Thomas et al., 2000).

- i. Simplicidade do algoritmo matemático e facilidade de entendimento dos conceitos para técnicos da área de geologia e engenharia;

Relação com técnicas conhecidas, do tipo krigagem (Matheron, 1963), para habilitar uma seqüência lógica de compreensão do método;

- ii. Facilidade de implementação computacional, portabilidade, crescente desenvolvimento e suporte por não especialistas;
- iii. Robustez da técnica, o que significa sensibilidade a mudanças em parâmetros e grau de reprodutibilidade;
- iv. Capacidade de geração de resultados consistentes em aplicações não controladas;
- v. Velocidade do algoritmo;
- vi. Tamanho dos modelos simulados - capacidade de criar um grande número de pontos (nós simulados) para contemplar depósitos inteiros; capacidade de criar pequenos modelos para simular dados de controle de teor;
- vii. Capacidade de gerar múltiplas simulações em paralelo.

A revisão sobre os métodos de simulação apresentada nessa seção, vislumbra a modelagem da incerteza geológica na otimização de cava, previsões, tomadas de decisão, planejamento e seqüenciamento. Os diversos algoritmos estão disponíveis e podem ser utilizados em estudos de otimização. Qual algoritmo utilizar depende essencialmente dos fatores acima relacionados além de disponibilidade e confiabilidade. Rotinas e implementações computacionais extensivamente testadas também são elementos determinantes. De um modo geral, simulação seqüencial gaussiana (sGs), simulação seqüencial dos indicadores (siSim) e campos de probabilidade (PF) dependem da eficiência da implementação e do equipamento

disponível. Normalmente, sGs é mais simples e tratável, mas é controlada pela natureza gaussiana do fenômeno em questão. O método siSim é flexível conceitualmente mas é relativamente lento e proporcionalmente trabalhoso, requerendo espaço de armazenamento com o aumento do número de categorias. Quanto à técnica de PF, é considerada rápida e eficiente, mas ainda não está extensivamente divulgada e implementada. *Annealing* é poderosa e promissora, mas também computacionalmente intensa e ainda menos divulgada e mesmo compreendida. Considerando os itens acima relacionados foram selecionadas as técnicas de simulação seqüencial Gaussiana e simulação seqüencial dos indicadores, para modelar o problema em questão. As técnicas selecionadas contemplam se não todos os requerimentos citados, se enquadram na maioria deles, justificando a sua grande utilização na mineração.

Capítulo 3

3.1. PLANEJAMENTO DE LAVRA A CÉU ABERTO

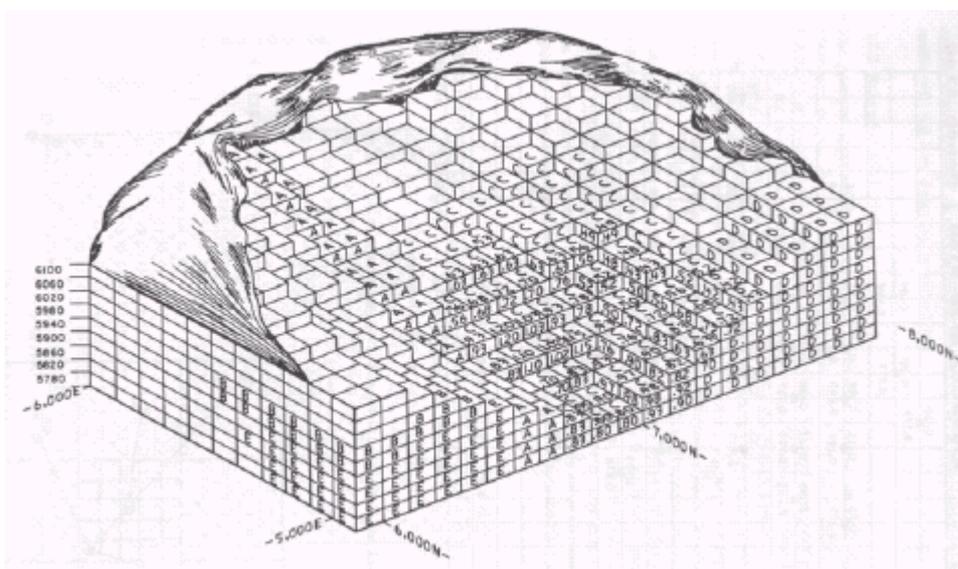
Um dos problemas freqüentemente enfrentados por geólogos e engenheiros de minas é o problema da definição dos limites do corpo mineral assim como avaliar a quantidade e a qualidade dos parâmetros de interesse. Existe uma série de métodos disponíveis para definir os limites de um dado corpo mineral. O método mais utilizado atualmente é a representação de um modelo de blocos (Kim, 1978), discretizando o corpo mineral em um conjunto de pequenos blocos conceituais. Saydam & Yalcin (2002) comentam que a prática atual de planejamento de lavra começa com o modelo de blocos e envolve a determinação de:

- i. decisão se um bloco do modelo deve ser minerado ou não;
- ii. se for minerado quando será minerado;
- iii. uma vez minerado então quando deverá ser enviado ao processo.

A respostas para cada um dos itens abordados, quando combinadas dentro do contexto global do modelo de blocos, definem a progressão anual da cava e o fluxo de caixa advindo das operações mineiras (Dagdalen, 2001). A Figura 4 apresenta um modelo de blocos conceitual e como os blocos são dispostos dentro de uma malha regular.

Segundo Halatchev (2002), a produção de uma seqüência otimizada de uma cava é um procedimento que reflete as condições de exploração ao longo da vida útil da mina. Estas condições são determinadas pelas características geológicas do depósito, condições de lavra e tecnologias de processamento, além dos parâmetros

econômicos. Do ponto de vista tecnológico a seqüência ótima de lavra está diretamente relacionada com dois aspectos – espaço e tempo.



Fonte: (Crawford & Davey, 1979)

Figura 4 – Modelo de blocos conceitual.

Outro importante aspecto, é que a seqüência ótima de produção da mina, em princípio, é usada como base para implementação de uma estratégia de teor de corte no contexto dos recentes desenvolvimentos nesse campo particular. Dessa maneira a optimalidade do teor de corte pode ser alcançada somente de maneira interativa considerando a optimalidade da seqüência de produção (Lane, 1988).

3.1.1. OTIMIZAÇÃO DE CAVA

Com o passar dos anos, esforços têm sido realizados no sentido de tentar desenvolver procedimentos que resultem na chamada cava ótima. O ótimo seria definido como a configuração resultante de um algoritmo que apresentasse, por exemplo:

- i. máxima lucratividade;
- ii. maior valor presente líquido;
- iii. maior aproveitamento dos recursos minerais.

Dentro dessa concepção de otimização existe uma série de algoritmos desenvolvidos que se propõem a atingir os objetivos acima apresentados, porém os métodos que alcançaram a maior popularidade e conseqüente implementação computacional foram a técnica dos cones flutuantes (Pana & Carlson, 1966; David et

al., 1974; Lemieux, 1979) e o algoritmo de Lerchs-Grossmann. (Lerchs & Grossmann, 1965) Desde sua introdução em 1965, o algoritmo de Lerchs-Grossmann (LG), tem sido reconhecido como o único algoritmo que fornece a solução ótima para o problema de projeto de cava a céu aberto. Recentemente, vários pesquisadores têm desenvolvido algoritmos e métodos alternativos para solucionar principalmente o problema de desempenho computacional do algoritmo original de LG, particularmente para problemas de grande número de blocos. Entre esses, autores como Zhao & Kim (1992), introduziram um novo algoritmo de projeto baseado também em teoria gráfica, reduzindo significativamente o número de arcos comparado com o algoritmo de LG. Huttagosol & Cameron (1992), apresentaram uma formulação para o problema de modelo de transporte, comparando os resultados obtidos com as abordagens de máximo fluxo (Ford & Fulkerson, 1956) e os métodos gráfico de LG e cones flutuantes.

A geração de um projeto de cava final tem sido o primeiro passo de um planejamento de produção. Como resultado, muitos algoritmos de projeto de cava têm sido desenvolvidos, tanto na categoria dos métodos heurísticos, método dos cones flutuantes (Lemieux, 1979), na categoria dos métodos matemáticos, tal como o método gráfico de Lerchs-Grossmann (Lerchs & Grossmann, 1965; Zhao & Kim, 1991) e o algoritmo do fluxo de rede.

Invariavelmente esses algoritmos contam com modelos de blocos e para cada bloco é atribuído um valor monetário líquido (de ganho ou de perda). Desde que o valor do bloco seja uma função do preço do minério e dos custos de processo, a cava projetada com esse conjunto de valores fixos, tornar-se-á obsoleto com o passar do tempo, quando os preços ou os custos sofrerem mudanças. Para acomodar as mudanças nos valores dos blocos, a “análise dos limites da cava” tem sido praticada. Nessa análise, os parâmetros econômicos são sistematicamente modificados, um de cada vez, e uma cava é projetada após cada mudança. A saída da análise de projeto é uma série de cavas na qual cada cava possui seu próprio potencial de ser minerada sob condições econômicas específicas. De fato, a análise de projetos de cava nada mais é do que uma parametrização respeitando os parâmetros econômicos (Wang & Sevim, 1995).

3.1.1.1. A TÉCNICA DOS CONES FLUTUANTES

Um dos métodos mais populares e diretos para determinar a configuração final de uma cava a céu aberto é a técnica conhecida como cones flutuantes (Pana & Carlson, 1966; David, Dowd et al., 1974; Lemieux, 1979). Basicamente, o método considera se o material que estiver contido dentro do cone (construído por taludes respeitando as restrições físicas e geomecânicas locais) contém uma quantidade de minério que proporcione um retorno financeiro, dessa maneira o cone considerado será extraído. O processo se repete até que não existam mais cones economicamente mineráveis. Algoritmos baseados nessa abordagem podem conduzir a uma resposta não ótima, apesar de estudos posteriores e modificações no algoritmo, ainda não existe um algoritmo usando essa abordagem que conduza a um resultado comprovadamente ótimo (Dowd & Onur 1992). Contudo as interpretações utilizando o algoritmo dos cones flutuantes são rápidas e possuem um apelo bastante intuitivo (Underwood & Tolwinski, 1998). As primeiras versões do algoritmo sofriam da limitação de não serem capazes de identificar blocos que individualmente seriam descartados mas em combinações com outros blocos, poderiam ser mineradas em conjunto. Yamatomi et al. (1995) apresentaram um dos últimos desenvolvimentos desta técnica.

Os princípios envolvidos na definição dos limites da cava são melhor visualizados pela apresentação de um exemplo bidimensional. Os exemplos foram originalmente apresentados por Barnes (1982) e reapresentados em Hustrulid & Kuchta (1995). A Figura 5 apresenta uma seção vertical simplificada de um depósito, onde os valores apresentados nos blocos correspondem ao valor presente líquido (VPL) de cada bloco e os números externos correspondem à posição linha/coluna de cada bloco. Os blocos são equidimensionais e por simplicidade o ângulo de inclinação de talude considerado é de 45° .

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +1 | -1 |
| 2 | | -2 | -2 | +4 | -2 | -2 | |
| 3 | | | +7 | +1 | -3 | | |

Adaptado de, (Barnes, 1982) apud (Hustrulid & Kuchta, 1995)

Figura 5 - Seção vertical em modelo de blocos exemplo.

Passo 1: O cone é movido da esquerda para a direita ao longo da linha de topo de blocos em uma seção, se houver algum bloco positivo esse é removido;

Passo 2: Após cruzar a primeira linha, o topo do cone é movido para segunda linha, partindo da esquerda é movido da esquerda para a direita parando quando esse encontra o primeiro bloco positivo. Se a soma de todos os blocos contidos no cone for positiva (ou zero), esses blocos são minerados. Se a soma dos blocos for negativa os blocos são deixados, e o cone é movido para o próximo bloco positivo nessa linha. O processo de soma remoção ou manutenção dos blocos continua a se repetir;

Passo 3: O processo de deslocamento do cone flutuante da esquerda para a direita e do topo para a base continua até que não existam mais blocos que possam ser removidos;

Passo 4: A lucratividade para essa seção é encontrada somando o valor dos blocos removidos;

Passo 5: A relação de descobertura global pode ser determinada do número de blocos positivos e negativos.

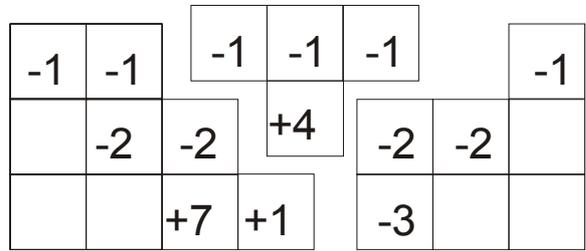
Essas regras podem agora ser aplicadas à seção apresentada na Figura 5. Existem quatro blocos positivos no modelo, conseqüentemente existem quatro cones correspondentes que devem ser avaliados. Utilizando a regra do topo para a base, o bloco na linha 1 / coluna 6 deveria iniciar a busca. Como não existem blocos sobrepostos, o valor do cone corresponde ao valor do bloco: +1. O valor é positivo, portanto o bloco é minerado (Figura 6).

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +1 | -1 |
| | -2 | -2 | +4 | -2 | -2 | |
| | | +7 | +1 | -3 | | |

Adaptado de, (Barnes, 1982) apud (Hustrulid & Kuchta, 1995)

Figura 6 - Primeiro cone incremental.

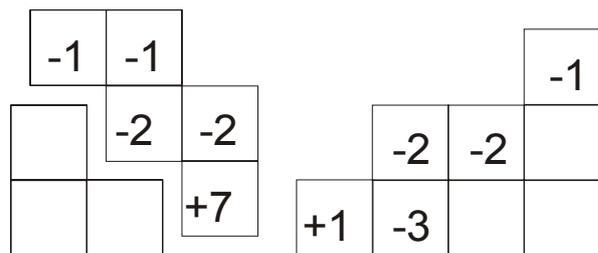
O próximo cone incremental é definido pelo bloco posicionado na linha 2/ coluna 4. O valor desse cone é dado pela seguinte composição: $-1 - 1 -1 + 4 = +1$, verificando que o valor seja positivo esse cone também é minerado (Figura 7).



Adaptado de, (Barnes, 1982) apud (Hustrulid & Kuchta, 1995)

Figura 7 – Segundo cone incremental.

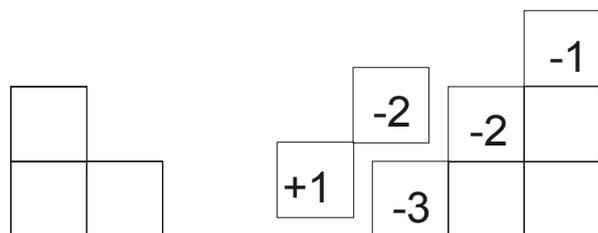
Para o cone incremental definido pelo bloco posicionado na linha 3 / coluna 3, seu valor é: $(-1 -1 -2 -2 +7 = +1)$, novamente o valor do cone incremental é positivo, portanto o cone também é minerado (Figura 8).



Adaptado de, (Barnes, 1982) apud (Hustrulid & Kuchta, 1995)

Figura 8 – Terceiro cone incremental.

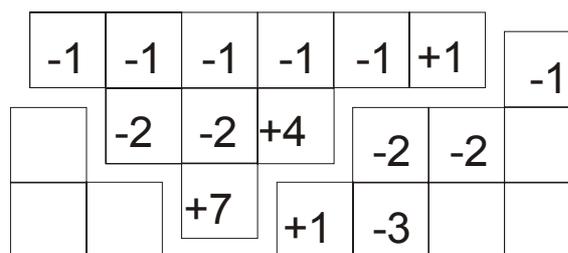
Finalmente, o valor do cone incremental definido pelo bloco posicionado na linha 3 / coluna 4 corresponde a $(-2 +1 = -1)$, o valor desse cone resultou negativo, portanto o cone não é minerado (Figura 9).



Adaptado de, (Barnes, 1982) apud (Hustrulid & Kuchta, 1995)

Figura 9 – Quarto cone incremental.

A Figura 10 apresenta a configuração do cone final, onde o valor presente líquido resultante é dado por: $(-1 -1 -1 -1 -1 +1 -2 -2 +4 +7 = +3)$ e a relação estéril minério global (REM) é de 7/3.



adaptado de (Barnes, 1982)

Figura 10 – Configuração da cava final.

3.1.1.2. ALGORITMO DE LERCHS-GROSSMANN

Outra abordagem que se tornou bastante popular foi apresentada em 1965 por Lerchs e Grossmann, que publicaram um artigo intitulado “Projeto otimizado de cavas a céu aberto”, o qual passou a ser a referência no tema, onde os autores descrevem dois métodos numéricos:

- i. um algoritmo simples de programação dinâmica para cavas em duas dimensões (ou uma simples seção vertical de uma mina);
- ii. um algoritmo gráfico mais elaborado para o caso geral de cavas em três dimensões.

Eles modelaram o problema em termos gráficos e teóricos mostrando que a solução ótima para o problema do projeto da cava final é equivalente a encontrar o máximo fechamento a partir do modelo gráfico sugerido. Uma análise detalhada desse algoritmo com exemplos, pode ser encontrada em Bond (1995).

A técnica será demonstrada utilizando o exemplo originalmente apresentado em Lerchs & Grossmann (1965) elaborada por Sainsbury (1970) e reapresentado em Hustrulid & Kuchta, 1995).

3.1.1.2.1. O algoritmo de Lerchs-Grossmann em 2D

A maneira mais simples de apresentar o método é através do uso de um exemplo:

Supondo um corpo mineral, onde os blocos estéreis tenham um valor presente líquido (custo) de -4000 unidades monetárias/bloco, e os blocos de minério apresentem um valor presente líquido de 12000 um/bloco, o ângulo de talude adotado será de $35,5^\circ$ para uma geometria de bloco com a relação

altura/comprimento de 5/7. A Figura 11 apresenta um esquema do comportamento do corpo mineral superposto aos blocos.

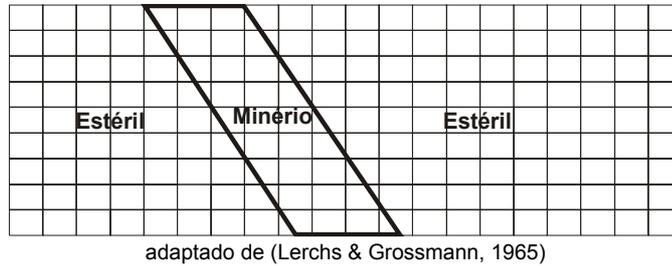


Figura 11 – Geometria do corpo mineral.

A Figura 12 apresenta os blocos com os respectivos VPLs. Como pode ser observado, os blocos do limite do corpo mineral pertencem tanto ao domínio do minério quanto ao domínio do estéril. Uma ponderação foi utilizada para obter a configuração apresentada na Figura 13. A posição dos blocos será denotada utilizando a notação (i,j) para posicionar espacialmente os blocos, onde i representa a linha e j a coluna em que um determinado bloco está localizado.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 |
| | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 |
| | | -4 | -4 | -4 | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | |
| | | | -4 | -4 | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | | |
| | | | | -4 | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | | | | |
| | | | | | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | | | | | |
| | | | | | | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | -4 | -4 | | | | | | |
| | | | | | | | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | -4 | | | | | | |
| | | | | | | | | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | | | | | | |
| | | | | | | | | | -4 | 12 | 12 | 12 | -4 | | | | | |

Figura 12 – Modelo de blocos inicial valorizado economicamente.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | J | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| ① | | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 |
| ② | | | -4 | -4 | -4 | -4 | 0 | 12 | 12 | 8 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | |
| ③ | | | | -4 | -4 | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | | |
| ④ | | | | | -4 | -4 | -4 | 0 | 12 | 12 | 8 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | | | | |
| ⑤ | | | | | | -4 | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | -4 | -4 | | | | | |
| ⑥ | | | | | | | -4 | -4 | 0 | 12 | 12 | 8 | -4 | -4 | | | | | | |
| ⑦ | | | | | | | | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | | | | | | |
| ⑧ | | | | | | | | | | 0 | 12 | 12 | 8 | -4 | | | | | | |
| ⑨ | | | | | | | | | | | | -4 | 12 | 12 | 0 | | | | | |

Figura 13 – Modelo de blocos econômico final.

O primeiro passo do método é calcular os benefícios cumulativos do modelo econômico, para cada coluna de blocos partindo do topo em direção à base. Cada

coluna vertical é independente das outras, esse processo se dá de acordo com a equação (17) e está exemplificado o cálculo para a coluna 6 do modelo.

(17)

$$M_{ij} = \sum_{k=1}^i m_{kj}$$

onde M_{ij} é o benefício obtido extraindo-se uma única coluna do bloco $(1,j)$ até a sua base e m_{kj} corresponde ao valor presente do bloco (k,j) . A Tabela 1 apresenta o cálculo das somas cumulativas para a coluna 6.

Tabela 1 – Cálculo das somas cumulativas para a coluna 6.

| Linha | Valor do bloco | Valor cumulativo atualizado |
|-------|----------------|---|
| i=1 | 12 | $M_{16} = \sum_{k=1}^1 m_{k6} = m_{16} = 12$ |
| i=2 | 12 | $M_{26} = \sum_{k=1}^2 m_{k6} = m_{16} + m_{26} = 12 + 12 = 24$ |
| i=3 | 8 | $M_{36} = \sum_{k=1}^3 m_{k6} = m_{16} + m_{26} + m_{36} = 12 + 12 + 8 = 32$ |
| i=4 | 0 | $M_{46} = \sum_{k=1}^4 m_{k6} = m_{16} + m_{26} + m_{36} + m_{46} = 12 + 12 + 8 + 0 = 32$ |
| i=5 | -4 | $M_{56} = \sum_{k=1}^5 m_{k6} = m_{16} + m_{26} + m_{36} + m_{46} + m_{56} = 12 + 12 + 8 + 0 - 4 = 28$ |
| i=6 | -4 | $M_{66} = \sum_{k=1}^6 m_{k6} = m_{16} + m_{26} + m_{36} + m_{46} + m_{56} + m_{66}$ $M_{66} = 12 + 12 + 8 + 0 - 4 - 4 = 24$ |
| i=7 | -4 | $M_{76} = \sum_{k=1}^7 m_{k6} = m_{16} + m_{26} + m_{36} + m_{46} + m_{56} + m_{66} + m_{76}$ $M_{76} = 12 + 12 + 8 + 0 - 4 - 4 - 4 = 20$ |
| i=8 | -4 | $M_{86} = \sum_{k=1}^8 m_{k6} = m_{16} + m_{26} + m_{36} + m_{46} + m_{56} + m_{66} + m_{76} + m_{86}$ $M_{86} = 12 + 12 + 8 + 0 - 4 - 4 - 4 - 4 = 16$ |

O passo seguinte é a adição de uma linha de valores 0 (no topo), e a colocação dos respectivos valores cumulativos para cada bloco. A Figura 14 apresenta o resultado da acumulação dos valores para todas as colunas do modelo econômico e a linha de “zeros” adicionada ao topo do modelo.

Colunas

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | 8 | 12 | 12 | 0 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 | -4 |
| 2 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | 8 | 24 | 24 | 8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 | -8 |
| 3 | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 | 4 | 32 | 36 | 20 | -8 | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 | -12 |
| 4 | | | | -16 | -16 | 0 | 32 | 48 | 32 | 0 | -16 | -16 | -16 | -16 | -16 | -16 | -16 | -16 | -16 |
| 5 | | | | | -20 | -4 | 28 | 56 | 44 | 12 | -16 | -20 | -20 | -20 | -20 | -20 | -20 | -20 | -20 |
| 6 | | | | | | -8 | 24 | 56 | 56 | 24 | -8 | -24 | -24 | -24 | -24 | -24 | -24 | -24 | -24 |
| 7 | | | | | | | 20 | 52 | 64 | 36 | 4 | -24 | -28 | -28 | -28 | -28 | -28 | -28 | -28 |
| 8 | | | | | | | | 48 | 64 | 48 | 16 | -16 | -32 | -32 | -32 | -32 | -32 | -32 | -32 |
| 9 | | | | | | | | | 60 | 56 | 28 | -4 | -32 | -32 | -32 | -32 | -32 | -32 | -32 |

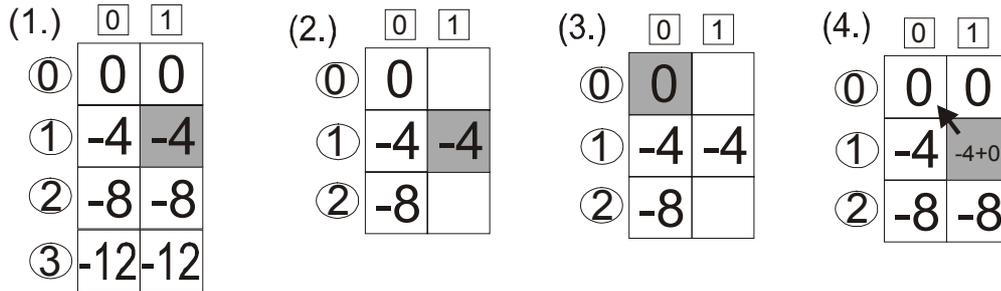
adaptado de (Lerchs & Grossmann, 1965)

Figura 14 – Soma cumulativa por colunas.

Deseja-se agora desenvolver uma soma cumulativa geral movendo-se lateralmente da esquerda para a direita ao longo da seção, iniciando do topo extremo esquerdo até encontrar o primeiro bloco real. Dessa maneira três blocos são examinados:

- i. um imediatamente acima à esquerda;
- ii. um à imediatamente à esquerda;
- iii. um imediatamente abaixo à esquerda.

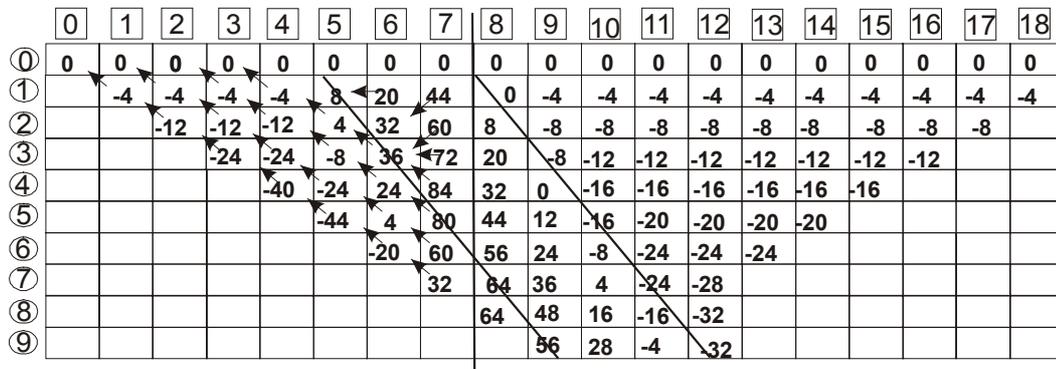
A Figura 15 representa a maneira como é desenvolvida a determinação da soma cumulativa e a direção de extração. (1.) Partindo do bloco 1,1 (o bloco mais positivo posicionado mais à esquerda e no topo da seção) os blocos vizinhos na linha acima (linha 0), a linha considerada (linha1) e a linha abaixo (linha 2) da coluna à esquerda da coluna “0” são examinados. (2.) Desses três o valor mais positivo é selecionado. (3.) Nesse caso o bloco 0,0. (4.) A soma do bloco (1,1) e do bloco (0,0) é encontrada e substituída pelo valor original do bloco 1,1, nesse caso é $-4+0$ ou -4 . Uma seta é desenhada entre o bloco (1,1) e o bloco selecionado. Esse processo é desenvolvido movendo-se para baixo na coluna 1. Quando completada a coluna, a coluna seguinte (coluna 2) é iniciada movendo-se novamente do topo para a base até tratar todos os blocos. Alguns blocos não foram tratados pois eles não estão contidos nos limites da cava final, mas o procedimento se repetiria para esses blocos da mesma maneira.



adaptado de Lerchs & Grossmann (1965)

Figura 15 – Procedimento para definir o máximo valor cumulativo e maximizar a direção.

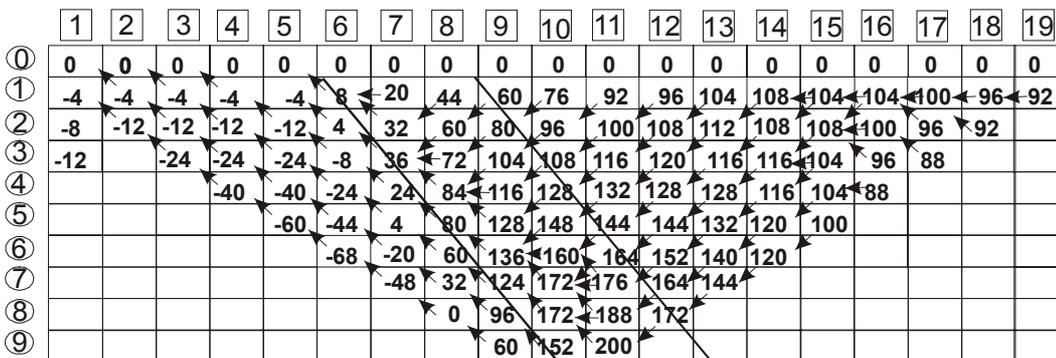
A Figura 16, mostra a progressão do processo de soma até a coluna 7, onde o valor presente do bloco do qual parte a seta é somado ao valor presente do bloco contíguo mais positivo posicionado à esquerda do mesmo.



adaptado de Lerchs & Grossmann (1965)

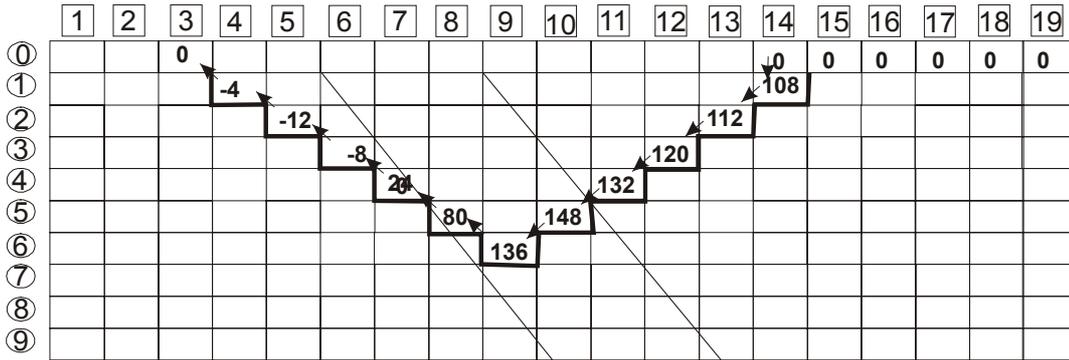
Figura 16 - Progressão do processo de soma até a coluna 7.

A Figura 17 mostra o processo de soma para todos os blocos da seção trabalhada. Na Figura 18 está apresentado o limite da cava final, o qual é definido movendo-se ao longo da primeira linha na Figura 17 da direita para a esquerda até encontrar-se o maior valor, as setas são então seguidas para dar o limite da cava final para essa seção.



adaptado de Lerchs & Grossmann (1965)

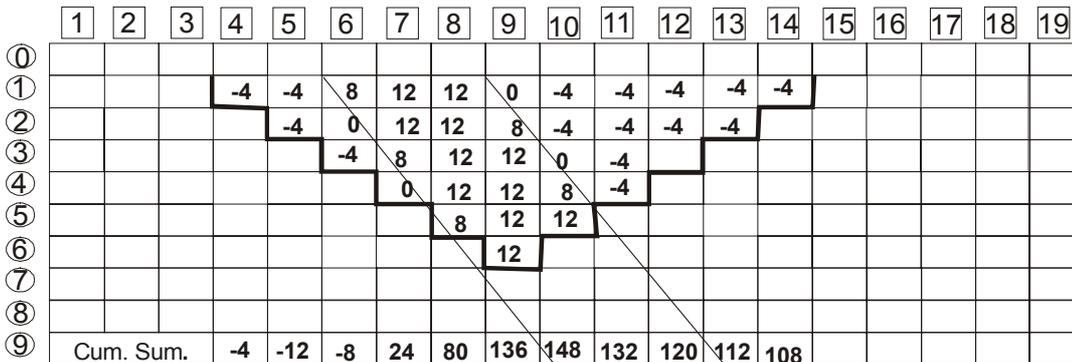
Figura 17 – O processo de soma se estende para toda a seção.



adaptado de Lerchs & Grossmann (1965)

Figura 18 – Determinação da cava ótima.

A Figura 19 mostra a superposição do limite da cava final obtido a partir do algoritmo de Lerchs-Grossmann ao modelo de blocos inicial com o valor presente líquido dos blocos.



adaptado de Lerchs & Grossmann (1965)

Figura 19 – Limite otimizado superposto ao modelo de blocos.

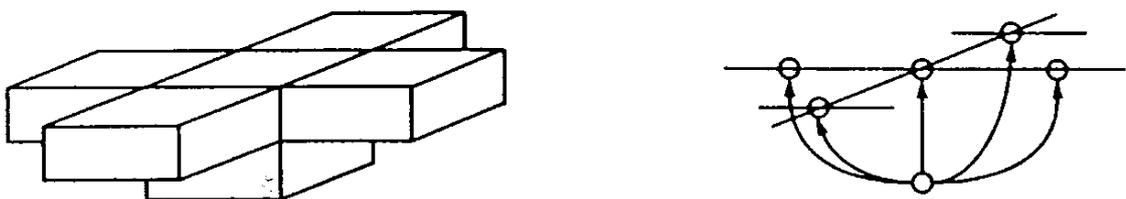
3.1.1.2.2. Algoritmo de Lerchs-Grossmann em 2 ½ D

Uma evolução do algoritmo bidimensional de Lerchs-Grossmann, foi proposto por Johnson & Sharp (1971). Essa modificação é referida em Barnes (1982) como o algoritmo 2 ½ D, pois considera um modelo tridimensional de blocos e analisa seção a seção em 2D até encontrar o contorno da cava final.

3.1.1.2.3. Algoritmo de Lerchs-Grossmann em 3D

Ao avaliar as dimensões da cava baseado nas reservas apresentadas na forma de um modelo de blocos de teores, o objetivo final é encontrar um grupo de blocos que dado um determinado parâmetro seja maximizado (seja ele lucro, metal contido, valor marginal, etc). Para um conjunto de blocos ortogonais existem duas geometrias básicas de aproximação de uma cava:

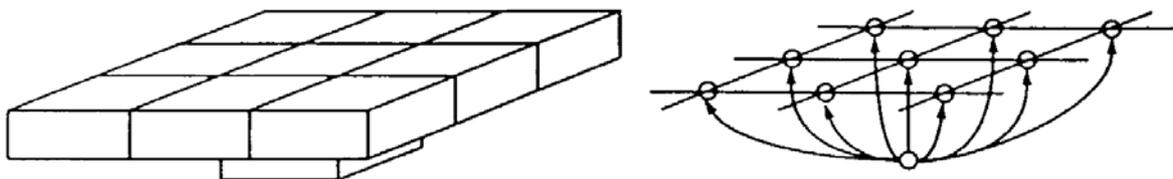
(i) O padrão 1-5, onde cinco blocos são removidos para obter acesso a um bloco posicionado em um nível inferior de acordo com a Figura 20. Os nós representam fisicamente os blocos e as setas apontam em direção aos blocos imediatamente superiores que devem ser removidos para permitir a retirada dos blocos inferiores. Cada bloco possui um peso associado a ele, em geral o peso associado refere-se ao parâmetro a ser maximizado. Frequentemente esse parâmetro é o valor econômico do bloco, o qual pode assumir valores positivos ou negativos.



adaptado de Laurent et al. (1977)

Figura 20 – Representação de restrições de 1-5 blocos.

(ii) O padrão 1-9, apresentado na Figura 21, onde 9 blocos são removidos para obter acesso a um bloco posicionado em um nível inferior.



adaptado de Laurent, Placet et al. (1977)

Figura 21 – Representação de restrições de 1-9 blocos.

A aplicação da teoria do algoritmo gráfico em 3D, passa pela definição de uma série de termos e conceitos (Lerchs & Grossmann, 1965; Laurent, Placet et al., 1977). A sessão a seguir apresenta um exemplo simplificado apresentando esses conceitos básicos.

A Figura 22 (a) apresenta uma seção 2D simplificada através de um modelo de blocos, e como pode ser observado contém seis blocos. A cada bloco é atribuída uma identificação, que indica a posição do bloco dentro do modelo. A Figura 22 (b) mostra os blocos redesenhados como círculos mantendo as suas posições espaciais. Dentro da teoria gráfica, cada um desses círculos são agora chamados de

nós (nodes). As linhas retas (chamadas de edges) são adicionadas conectando os nós inferiores aos imediatamente superiores (Figura 22 (c))

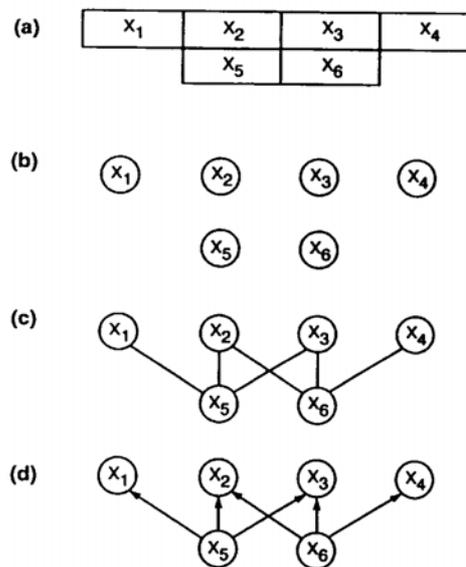


Figura 22 – Passos no processo de construção do modelo.

Na Figura 22 (c) as conexões físicas podem ser representadas da seguinte maneira:

$$(x_1, x_5) = (x_5, x_1)$$

$$(x_2, x_5) = (x_5, x_2)$$

$$(x_3, x_5) = (x_5, x_3)$$

$$(x_2, x_6) = (x_6, x_2)$$

$$(x_3, x_6) = (x_6, x_3)$$

$$(x_4, x_6) = (x_6, x_4)$$

Essas conexões chamadas *edges* (e_{ij}), pode ser descritas por $e_{ij} = (x_i, x_j)$. Ao conjunto de todas as conexões é dado o símbolo E , onde $E = (e_{ij})$. Um gráfico é definido como $G = (X, E)$, sendo o conjunto de nós x_i conectados pelos pares de elementos ordenados chamados *edges* e representados por $e_{ij} = (x_i, x_j)$.

O próximo passo é indicar quais os blocos sobrejacentes devem ser retirados antes de retirar-se o bloco inferior (nó). Isso adiciona uma seqüência (fluxo) do bloco inferior para o bloco superior. Para efetuar isto, setas são adicionadas às linhas que conectam os nós, apontando na direção de remoção como foi mostrado na Figura 22 (d). Adicionando uma seta à uma linha, passa-se a chamar essa linha agora de arco representado por $a_{kl} = (x_k, x_l)$.

Um gráfico (G) formado por nós {X} e arcos {A} é chamado de um gráfico direcionado representado por $G=(X,A)$, o qual é definido pelo conjunto de nós x_i conectados por pares ordenados de elementos $a_{ki}=(x_k,x_i)$, chamados de arcos de G.

Pode-se considerar o conjunto inteiro de nós (blocos) e os arcos conectando estes ou somente uma porção deste. Um subconjunto (Y) é referido como um subgráfico direcionado e representado por $G(X,A_y)$. Um subgráfico direcionado $G(Y)$ é um subconjunto de gráfico $G(X, A)$, o qual é formado de um conjunto Y de nós e de todos os arcos A_y , que os conectam, existe sempre um grande número desses subgráficos dentro de um gráfico. Um exemplo de subgráfico direcionado está apresentado na Figura 23.

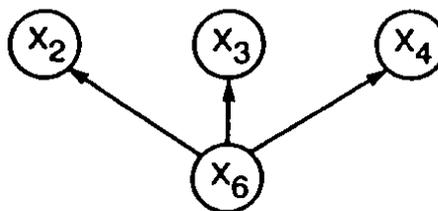


Figura 23 – Exemplo de um sub-gráfico direcionado.

Até esse ponto, foram consideradas (i) a posição física dos blocos no espaço, (ii) a conexão dos blocos uns com os outros e (iii) o fato de que blocos sobrepostos devem ser removidos antes dos blocos inferiores. Até o momento nada foi dito em relação ao peso de cada bloco individual, contudo cada bloco x_i , possui um peso m_i . Isso está mostrado na Figura 24. Os valores de peso atribuídos aos blocos são geralmente o valor presente líquido (mas podem ser teores, lucro, etc.).

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| M_1 | M_2 | M_3 | M_4 |
| | M_5 | M_6 | |

Figura 24 – Pesos atribuídos aos blocos da Figura 22.

Do ponto de vista de mineração o subgráfico consistindo dos quatro blocos x_1 , x_2 , x_3 , e x_5 , podem formar fisicamente uma cava, e os blocos x_2 , x_3 , x_4 , e x_6 podem formar outra. Uma terceira possibilidade de uma cava viável é formado por seis blocos x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5 , e x_6 . Existem outras tantas combinações, e a cada um desses

subgráficos viáveis denominamos de fechamento (do termo original closure). Fechamento do ponto de vista do engenheiro de minas, significa um subgráfico Y resultando em uma cava viável. Cada um desses subgráficos têm um valor total (peso). O desafio aqui é encontrar a cava que atinge o máximo valor. Na teoria gráfica isto é referido como encontrar o subgráfico direcionado que produz o máximo fechamento (*maximum closure*).

Máximo fechamento do ponto de vista do engenheiro de minas é o conjunto de fechamentos, de todos os conjuntos possíveis, que produz a maior soma dos valores dos blocos, i.e. onde $M_y = \sum m_i$ é máximo. O máximo fechamento corresponde à cava ótima.

Algumas definições são necessárias:

- i. circuito é o caminho no qual o nó inicial é o mesmo nó terminal;
- ii. corrente é a seqüência de linhas, onde cada linha possui um nó em comum com a linha subsequente;
- iii. ciclo é a corrente na qual o nó inicial e o final coincidem;
- iv. caminho é a seqüência de arcos de tal forma que o nó terminal de cada um dos arcos é o nó inicial do arco sucessor.

Para ilustrar o processo, os termos árvore, raiz, ramo e pequeno ramo são definidos a seguir:

- i. Árvore é um gráfico direcionado e conectado não contendo ciclos. Uma árvore contém um nó a mais do que o seu número de arcos. Uma árvore enraizada, corresponde a uma árvore com um nó especial, a raiz;
- ii. Raiz, é um nó selecionado de uma árvore, uma árvore pode ter somente uma raiz;
- iii. Ramo forma-se ao cortar uma árvore em duas partes pela eliminação de um arco a_{kl} . A parte da árvore que não contiver a raiz é chamada de

ramo. Um ramo é uma árvore por si só. A raiz de um ramo é o nó adjacente do arco a_{kl} . Um exemplo de ramo está mostrado na Figura 25;

- iv. Pequeno ramo corresponde ao ramo de um ramo.

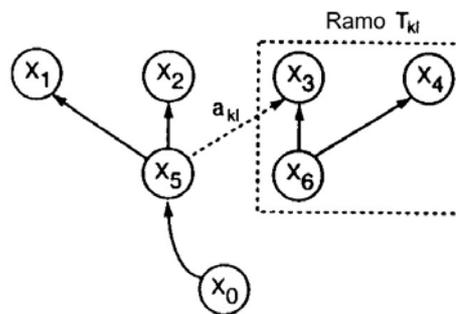


Figura 25 – Exemplo de um ramo.

3.1.1.2.3.1. Abordagens para a construção da árvore

O algoritmo inicia com a construção da árvore T^0 . Esta árvore é então transformada em sucessivas árvores T^1, T^2, \dots, T^n , seguindo dadas regras até que não existam mais transformações possíveis. O máximo fechamento é então dado pela soma dos nós de um conjunto de ramos identificados de uma árvore final. Existem duas abordagens para a construção de uma árvore:

- Construir uma árvore arbitrária tendo uma conexão com a raiz;
- Construir uma árvore com cada um dos nós conectados diretamente à raiz. A abordagem mais simples é a segunda, portanto será demonstrada apenas a maneira mais complexa para fins de entendimento, uma vez que as regras de construção e nomenclatura se aplicam às duas situações.

3.1.1.2.3.2. Abordagem da árvore arbitrária

Essa abordagem (incluindo a normalização) será apresentada passo a passo.

Passo 1: Iniciar adicionando um nó raiz x_0 ao gráfico direcional e construir uma árvore à escolha mantendo em mente as conexões possíveis:

- do nó x_5 :
- (x_5, x_1)
 - (x_5, x_2)
 - (x_5, x_3)

do nó x_6 (x_6, x_2)
 (x_6, x_3)
 (x_6, x_4)

O nó escolhido está representado na Figura 26, cada um dos nós (blocos) é conectado aos outros por um arco direcionado (seta), um dos nós é ligado à raiz.

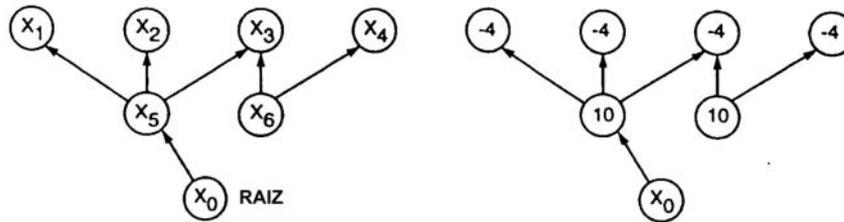


Figura 26 – Adição da raiz ao conjunto de nós.

Passo 2: Cada um dos arcos é rotulado considerando se o mesmo está direcionado para fora da raiz (recebendo o rótulo positivo) ou em direção à raiz (recebendo o rótulo negativo), de acordo com a Figura 27.

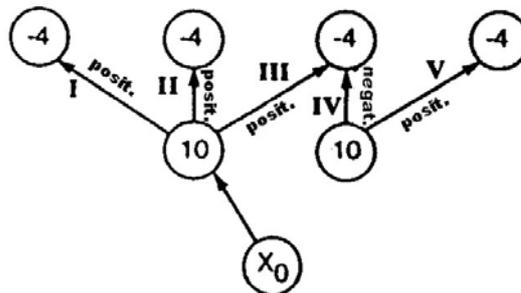


Figura 27 – Identificação dos arcos positivos e negativos.

Passo 3: Começando nas extremidades de cada ramo são trabalhados em ordem inversa ao tronco, somando os pesos suportados pelos arcos individuais. O objetivo é adicionar as palavras forte e fraco a cada um dos arcos. A Tabela 2 resume o critério de identificação dos arcos. Iniciando pela esquerda da árvore, algarismos romanos foram utilizados para denotar os segmentos em discussão (Figura 27). Para o arco I, a direção é “mais” e o peso é negativo. Dessa forma o rótulo aplicado é “fraco” (caso 2). Para o arco II o mesmo acontece. Para o arco V, a direção é “mais” e o peso negativo, portanto o rótulo é “fraco” (caso 2 novamente). Ao examinar o arco IV, a direção é “menos” e o peso cumulativo é positivo $(10-4=6)$. Dessa forma o rótulo é “fraco” (caso 3). Continuando com o arco III, a direção é

“mais” e o peso cumulativo é positivo ($10-4-4=2$). O rótulo é “forte” (caso 1). A Figura 28 apresenta a direção resultante e o rótulo para cada arco dessa árvore inicial.

Tabela 2 – Regra de nomenclatura dos arcos.

| Caso | Direção | Peso cumulativo | Rótulo |
|------|---------|------------------|--------|
| 1 | Mais | Positivo | Forte |
| 2 | Mais | Nulo ou negativo | Fraco |
| 3 | Menos | Positivo | Fraco |
| 4 | Menos | Nulo ou negativo | Forte |

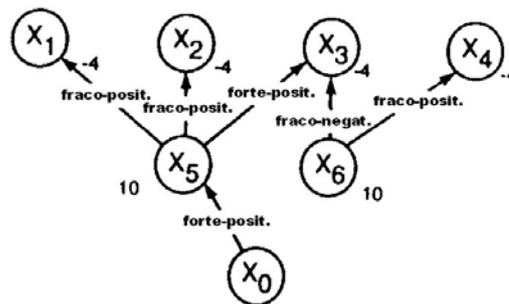


Figura 28 – Identificação de arcos forte e fraco.

Passo 4: Examinando a Figura 29, para identificar arcos fortes, duas ações são possíveis:

Ação 1: um arco forte-menos: O arco (x_q, x_r) é substituído por um arco falso (x_0, x_q) . O nó x_q é então conectado à raiz.

Ação 2: um arco forte-mais: O arco (x_k, x_l) é substituído pelo arco falso (x_0, x_l) . O nó x_l é conectado à raiz.

Nesse exemplo existe um arco forte – arco III. Considerando este como um arco forte-positivo, a ação 2 é tomada. O arco conectando o nó x_5 (10) ao nó x_3 (-4) é removido. Um arco conectando a raiz x_0 ao nó x_3 (-4) é desenhado de acordo com a Figura 29, criando a árvore T^1 .

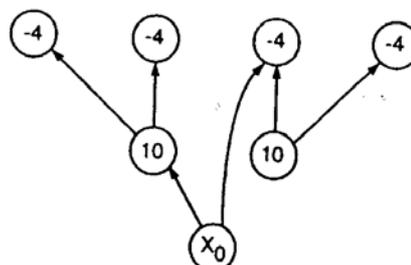
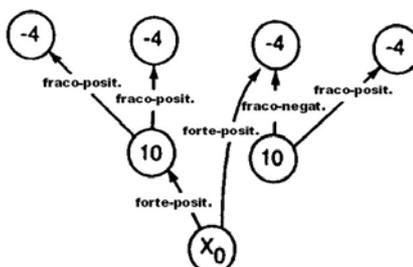


Figura 29 – Criação da árvore T^1 .

Passo 5: A árvore T^1 é examinada na mesma maneira anterior identificando os arcos como “mais” ou “menos” e “forte” e “fraco”, como apresentado na Figura 30

**Figura 30 – Árvore T^1 com identificações anexadas aos arcos.**

Passo 6: Qualquer ramo forte da nova árvore não conectado diretamente à raiz é identificado e o procedimento apresentado é repetido a partir do passo 4. Se não existirem mais ramos fortes não conectados à raiz, a árvore é dita normalizada e o processo está finalizado.

Passo 7: O máximo fechamento consiste daqueles nós conectados por arcos fortes à raiz. Nesse caso o fechamento seria dado pela soma dos pesos atribuídos aos blocos conforme a equação (18).

$$-4 -4 +10 -4 -4 +10 = +4$$

(18)

3.1.1.3. OUTROS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

3.1.1.3.1. Algoritmo gráfico 3D de Zhao-Kim

Da mesma maneira que o algoritmo de Lerchs-Grossmann, a teoria do algoritmo gráfico de Zhao-Kim (Zhao & Kim, 1992), modela um corte de lavra como um gráfico ponderado e direcionado. O algoritmo opera aplicando um conjunto simples de transformações para a árvore gráfica de estruturas até que não existam mais blocos estéreis evitando a retirada de blocos de minério. Os passos adotados no algoritmo de Zhao-Kim são análogos aos do algoritmo de Lerchs-Grossmann. Dado o mesmo modelo de blocos e um conjunto de restrições geomecânicas, ambos algoritmos irão produzir o mesmo resultado. As principais diferenças entre os dois algoritmos são:

- i. o algoritmo de Zhao-Kim se concentra na interface minério-estéril, ao passo que o algoritmo de Lerchs-Grossmann opera as dependências entre os blocos, sejam eles blocos estéreis ou de minério.
- ii. Zhao e Kim afirmam que seu algoritmo é mais rápido, considerando que o algoritmo de Lerchs-Grossmann opera nas dependências entre todos os blocos (e não somente naqueles correspondentes à interface estéril/minério em um estágio particular do algoritmo), o conjunto de dependências que necessitam ser verificados são reduzidos, sem afetar o resultado.

3.1.1.3.2. Análise de fluxo de rede

O uso de análise de fluxo de rede para resolver o problema da determinação da cava final para uma mina a céu aberto foi primeiramente proposto por Johnson (1968) e Picard (1976). Artigos recentes (Giannini et al., 1991; Yagulalp & Arias, 1992 e Jiang, 1995) documentam as implementações dos últimos algoritmos.

Na análise de fluxo de rede, o modelo de blocos do depósito é representado por uma rede como apresenta a Figura 31, a qual é composta de:

- i. O nó de origem e o nó terminal;
- ii. um nó para cada bloco no modelo;
- iii. ligações, com capacidades iguais aos valores dos blocos correspondentes, conectando o nó de origem a cada bloco com valor positivo;
- iv. ligações, com capacidades iguais aos valores dos blocos correspondentes, conectando cada um dos blocos não positivos ao nó terminal;
- v. ligações de capacidade infinita conectando os blocos positivos aos não positivos (negativos ou zero) que devem ser minerados para facilitar o acesso a eles.

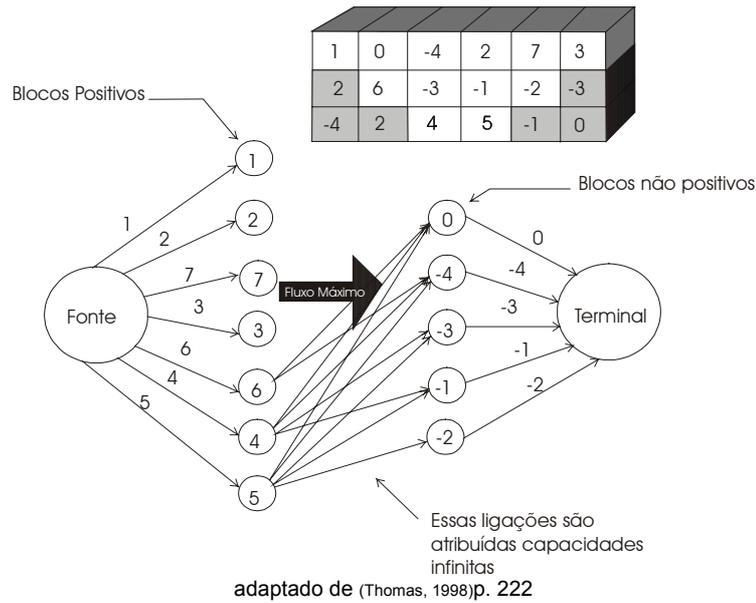


Figura 31 - Modelo de rede de um depósito.

O objetivo da análise é maximizar a quantidade de “fluxo” do nó origem ao nó terminal. Cada uma das ligações é direcionada de alguma maneira para direcionar todo o fluxo para o nó terminal. Quando a análise estiver completa, as ligações que originaram da origem e tiverem excesso de capacidade identificados como blocos valorizados positivamente, podem ser minerados com lucratividade.

3.1.1.3.3. Algoritmo de Korobov

O algoritmo de Korobov opera colocando um cone em cada bloco positivo no modelo e alocando os valores positivos contra os valores negativos dentro do cone, até que não existam mais blocos positivos ou nulos, de maneira que os blocos positivos compensam os blocos negativos (essa filosofia é bastante similar à empregada pelos algoritmos de fluxo de rede).

O algoritmo foi desenvolvido em dois estágios: o primeiro, como descrito por David, Dowd et al. (1974), tinha incapacidade de processar cones sobrepostos corretamente; o segundo descrito por, Dowd & Onur (1992) corrigiu essa limitação e se reporta capaz de encontrar a solução ótima. Segundo Carmo (2001) apud, Dowd & Onur (1993) o algoritmo de Korobov corrigido consiste em quatro etapas: (1) distribuição inicial dos valores dos blocos positivos; (2) determinação dos blocos contra os quais foram alocados valores dos blocos positivos previamente; (3) determinação do valor mínimo a ser alocado se um bloco foi alocado valores por mais de um bloco positivo; e (4) re-alocação dos valores dos blocos.

3.1.1.3.4. Programação linear

A programação linear foi estudada e formulada para resolver o problema da determinação da cava final assim como do seqüenciamento de produção. Diversos autores; (Gershon, 1987; Cai, 1989; Huttagosol & Cameron, 1992) em suas adaptações do algoritmo de transporte (*transportation algorithm*), obtiveram sucesso utilizando essas técnicas em pequenos problemas exemplo. Contudo, o método não é amplamente utilizado devido à demanda excessiva que é exigida dos recursos computacionais para problemas típicos da área.

3.1.2. SEQÜENCIAMENTO DE LAVRA

Em planejamento de lavra convencional, desde que tenha sido criado um modelo de teores, avaliado economicamente esse modelo e definido o formato da cava final, o próximo estágio é determinar como a mina será desenvolvida e como produzir uma seqüência de extração adequada. Dentro do seqüenciamento de lavra, determina-se a vida útil da mina dada pela razão de produção da mina, projeto dos avanços operacionais (*pushbacks*) e a determinação da seqüência de extração dos blocos, assim como identifica-se guias gerais projetando as atividades de planejamento de curto e longo prazo. O papel das técnicas de pesquisa operacional aplicadas ao planejamento de mina é de auxiliar o engenheiro de minas a rapidamente eliminar as opções menos atrativas, conseqüentemente o esforço será focado nas alternativas com maior viabilidade (Seymor, 1995).

Existem dois tipos de planejamento de produção segundo Couzens (1979)

- i. operacional ou planejamento de curto prazo: necessário para o funcionamento de uma mina em operação,
- ii. Planejamento produção de longo prazo: usualmente realizado para estudos de viabilidade e financiamento. Isto subentende trabalhos de avaliação de reservas e definição de cava final, elementos determinantes no processo de tomada de decisão.

Segundo Taylor (1977) é possível calcular uma taxa ótima de extração de um corpo mineral. Para isto, o conhecimento da tonelagem total e seus respectivos

teores, além de todos os custos e preços de produtos ao longo da duração do projeto, são requeridos.

Das várias técnicas utilizadas para desenvolvimento da seqüência de mineração, a mais comum é produzir um agrupamento de cavas correspondentes a vários teores de corte. De um ponto de vista prático, isto é possível variando o preço do bem mineral que estiver sendo minerado. A configuração da cava final é geralmente definida utilizando o preço mais provável (considerando mercado). Para preços menores do que este valor, sucessivamente cavas menores serão produzidas, e essas cavas irão migrar em direção às áreas de maior teor e menores razões estéril/minério.

3.1.3. CÁLCULO DE FLUXO DE CAIXA

Suriel (1984) subdividiu a vida útil da mina em dois períodos principais:

Período de pré-produção: considera o período em que o depósito está sob pesquisa detalhada, aquisição e negociação de áreas, desenvolvimento da mina e de infraestrutura. Os itens básicos para um cálculo de fluxo de caixa para o período de pré-produção estão listados na Tabela 3.

Tabela 3 – Categorias típicas de um fluxo de caixa no período de pré-produção.

| 1. Ano de projeto | 1 | 2 | ... | Último ano do período de pré-produção |
|--|---|---|-----|---------------------------------------|
| 2. Ano no calendário | | | | |
| 3. Despesas de capital | | | | |
| 4. Aquisição de áreas | | | | |
| 5. Direitos de propriedade (Royalties) | | | | |
| 6. Exploração | | | | |
| 7. Desenvolvimento | | | | |
| 8. Edificações mineiras e de beneficiamento | | | | |
| 9. Aquisição de equipamentos de mineração e beneficiamento | | | | |
| 10. Taxas de propriedade | | | | |
| 11. Capital de giro | | | | |
| 12. Despesas totais de capital | | | | |
| 13. Caixa gerado através de poupança de taxas | | | | |
| 14. Exploração | | | | |
| 15. Desenvolvimento | | | | |
| 16. Depreciação | | | | |
| 17. Taxas de propriedade | | | | |
| 18. Caixa total gerado | | | | |
| 19. Fluxo de caixa descontado | | | | |

Período de produção: a Tabela 4 apresenta os itens básicos considerados em um período de produção para detalhamento do fluxo de caixa

Tabela 4 – Categorias típicas de um fluxo de caixa no período de produção

| 1. Ano de produção | 1 | 2 | ... | Último ano do período de -produção |
|--------------------------------------|---|---|-----|------------------------------------|
| 2. Ano de projeto | | | | |
| 3. Ano do calendário | | | | |
| 4. Aquisição de áreas | | | | |
| 5. Rendimentos | | | | |
| 6. Royalty | | | | |
| 7. Custo de mineração | | | | |
| 8. Custo de processamento | | | | |
| 9. Custo geral | | | | |
| 10 Taxa de propriedade | | | | |
| 11. Taxa de separação | | | | |
| 12. Depreciação | | | | |
| 13. Taxas estaduais | | | | |
| 14. Custos descontados após entradas | | | | |
| 15. Exaustão | | | | |
| 16. Entradas taxáveis | | | | |
| 17. Taxas federais | | | | |
| 18. Lucro | | | | |
| 19. Depreciação | | | | |
| 20 Exaustão | | | | |
| 21. Fluxo de caixa | | | | |
| 22. Custos de capital | | | | |
| 23. Capital de giro | | | | |
| 24. Fluxo de caixa descontado | | | | |

3.1.3.1. CRITÉRIOS DE RENTABILIDADE BASEADOS NOS MÉTODOS DOS FLUXOS DE CAIXA DESCONTADOS

A seção a seguir apresenta uma breve descrição dos três critérios financeiros encontrados com maior frequência na literatura segundo Galesne et al. (1999). Os critérios de rentabilidade baseados em fluxo de caixa descontado têm duas importantes características: por um lado supõem a consideração de todos os fluxos de caixa (positivos e negativos) associados a um determinado projeto de investimento ao longo de sua vida útil e, por outro lado, fazem uso do princípio do desconto. Esses critérios são comumente referidos como critérios baseados em fluxos de caixa descontados. Entre esses critérios, os encontrados com maior frequência na literatura financeira são os seguintes:

- i. critério do valor presente líquido;
- ii. critério do índice de lucratividade;
- iii. critério da taxa interna de retorno.

3.1.3.1.1. Critério do valor presente líquido

O valor presente líquido (VPL) de um projeto é igual à diferença entre o valor presente das entradas líquidas de caixa associadas ao projeto e o investimento inicial necessário, com o desconto dos fluxos de caixa feito a uma taxa mínima de atratividade k (TMA) definida pela empresa. O valor presente líquido pode ser representado pela expressão:

$$VPL_k = \sum_{t=1}^T \frac{R_t - D_t}{(1+k)^t} + \frac{S_T}{(1+k)^T} - I_0 \quad (19)$$

onde:

I_0 – investimento inicial associado ao projeto;

R_t – entradas de caixa (receitas) esperadas durante o ano t de operação do projeto;

D_t – custos de produção (despesas) esperados durante o ano t de operação do projeto;

T – vida útil do projeto;

S_T – valor residual do investimento ao final de sua vida útil;

k – taxa de desconto para o período t (normalmente utilizada em anos para projetos de grande porte).

A escolha entre diversos cenários rentáveis e comparáveis de um mesmo projeto (alternativas mutuamente exclusivas), de acordo com esse critério, recairá sobre a alternativa que produzir o maior VPL.

3.1.3.1.2. Critério do Índice de Lucratividade

O critério do índice de lucratividade (IL) consiste em estabelecer a razão entre o valor presente das entradas líquidas de caixa do projeto e o investimento inicial. Nesse critério, assim como no critério do VPL, os cálculos são efetuados com base na taxa mínima de atratividade k da empresa. O índice de lucratividade pode ser calculado por:

(20)

$$IL_k = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{R_t - D_t}{(1+k)^t} + \frac{S_T}{(1+k)^T}}{I_0}$$

Com esse critério, o investimento será rentável sempre que o valor presente das entradas líquidas de caixa do projeto for superior a seu investimento inicial, isto é, sempre que seu índice de lucratividade for superior a 1. Entre os diversos cenários de um projeto, a mais interessante será a que apresentar o IL mais elevado.

3.1.3.1.3. Critério da taxa interna de retorno

A taxa interna de retorno de um projeto é a taxa r^* que torna o valor presente das entradas líquidas associadas ao projeto igual ao investimento inicial, ou equivalentemente, à taxa r^* que torna o VPL do projeto igual a zero. Essa taxa pode ser calculada pela equação (21):

(21)

$$\sum_{t=1}^T \frac{R_t - D_t}{(1+k)^t} + \frac{S_T}{(1+k)^T} = I_0$$

O caráter rentável ou não de um projeto depende da posição relativa da taxa interna de retorno (TIR) do projeto e da taxa mínima de rentabilidade que a empresa exige para seus investimentos. Todo o projeto cuja taxa interna de retorno seja superior a essa taxa, é considerado rentável. Entre diversas variantes comparáveis e rentáveis de um mesmo projeto de investimento, o dirigente de empresa que utiliza esse critério de rentabilidade escolherá aquela cuja TIR seja maior.

Capítulo 4

4.1. SENSIBILIDADE AO MODELO GEOLÓGICO

Esse capítulo apresenta as técnicas selecionadas para modelar o problema de comparação do retorno financeiro a partir do valor presente líquido produzido por modelos gerados por diferentes algoritmos de simulação.

Dentre os algoritmos de simulação conhecidos, foram selecionadas as duas técnicas de maior aceitação no meio mineiro e de geoestatística. Esses métodos possuem características bem distintas para modelar a função de distribuição de uma variável randômica. O primeiro método, a simulação seqüencial gaussiana (sGs), assume um único modelo de comportamento para a lei espacial da função randômica $Z(u)$. A natureza dessa lei de distribuição espacial deve ser abrangente o suficiente para garantir que todas as funções de distribuição cumulativas (ccdf's) $F(u; z|(n))$, $\forall \in A$, tenham a mesma expressão analítica e possam ser definidas por poucos parâmetros (média e variância), conseqüentemente chamada de abordagem paramétrica. A segunda técnica selecionada para gerar os modelos foi a simulação seqüencial dos indicadores (siSim). Essa abordagem possui igualmente grande aceitação no meio mineiro (é a técnica não gaussiana mais utilizada), é relativamente simples e direta, pois para modelar a *ccdf* de uma posição u requer a solução de um único sistema de krigagem por corte aplicado na função de distribuição, para aquela posição. Por não assumir qualquer forma ou expressão analítica para construir a *ccdf* de uma variável randômica, essa técnica é chamada de não paramétrica.

Para a otimização de cava foi selecionado o algoritmo de Lerchs-Grossmann adaptado por Tolwinski & Underwood (1992); Underwood & Tolwinski (1998) o qual

se propõe a encontrar a solução ótima para o problema do traçado da cava final e seqüenciamento utilizando técnicas de programação dinâmica.

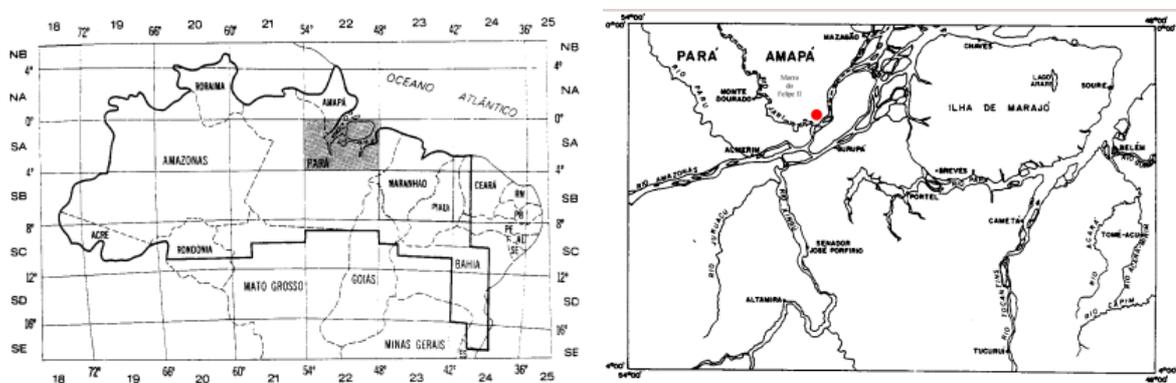
A utilização de dois algoritmos de simulação para a construção dos modelos geológicos de teores (ou qualidade) é o objeto da interpretação desses modelos pelo critério do valor presente líquido. Justifica-se aqui também a seleção do critério de rentabilidade do VPL para avaliação do impacto do algoritmo de simulação sobre o retorno econômico do projeto, pois é um critério econômico fundamental amplamente aplicado em todos os ramos da indústria e que pode ser utilizado em várias etapas da decisão de investimento. Além do fato de estar disponível a implementação computacional que trabalha com a avaliação de modelos econômicos baseado no critério referido.

Com a utilização desses critérios e ferramentas serão balizadas as análises produzidas por cada um dos modelos geológicos gerados por algoritmos distintos e avaliados sob a ótica do retorno financeiro.

4.2. ESTUDO DE CASO

4.2.1. LOCALIZAÇÃO

O Depósito do Felipe II está localizado na Região Norte do Brasil, às margens do Rio Jari no estado do Amapá, fronteira com o estado do Pará. A Figura 32 apresenta a folha cartográfica SA.22 (Belém), na qual está inserida a reserva de caulim estudada. Uma ampliação da folha SA.22 define a localização do Depósito do Felipe II pela área destacada em vermelho. O depósito está localizado à margem esquerda do Rio Jari.



Fonte: Projeto RADAM - DNPM, Vol. 5, Pag I/10 - 1974

Figura 32 - Mapas de localização do Depósito do Felipe II.

4.2.2. ORIGEM DA JAZIDA

A gênese jazida do Felipe II é atribuída a um processo sedimentar. Produto de degradação de rochas cristalinas existentes no Escudo das Guianas, o caulim foi posteriormente transportado por cursos de água até uma bacia interna, que configura um ambiente de baixa energia de deposição com caráter lacustre (Pickering & Hurst, 1989).

4.2.3. GEOLOGIA REGIONAL

As camadas de caulim das reservas da CADAM ocupam a parte média dos platôs de idade terciária, na porção nordeste da Bacia Amazônica. Sedimentos Paleozóicos, representados pelas formações Trombetas, Maecuru, Ererê e Curuá, podem ser encontrados ao norte das concessões. Mais próximo aos platôs, é reconhecida a Formação Alter do Chão, datada como Cretáceo Superior. Os platôs são recobertos por uma camada de argila consolidada, denominada de Belterra. Os vales dos rios são ocupados por sedimentos não consolidados recentes.

4.2.4. GEOLOGIA LOCAL

O corpo mineralizado é recoberto por 18 a 22 m de argilas pouco consolidadas que constituem o capeamento. Abaixo da cobertura é encontrada uma estreita faixa de transição, que contém caulim de baixa qualidade, muito manchado e rico em óxidos de ferro e alumínio. O caulim de boa qualidade é encontrado a partir desse ponto, apresentando 30 metros, em média, de minério lavrável. O corpo mineralizado é dividido em duas faixas distintas: uma superior, constituída por argila pouco arenosa, amarelada, porosa e não estratificada, e uma inferior, constituída por uma faixa laterizada de 2 a 3 m de espessura.

4.2.5. CARACTERÍSTICAS GERAIS DO CAULIM DO MORRO DO FELIPE II

O caulim do Depósito do Felipe II é composto basicamente de caulinita. Possui também quartzo, em proporções normalmente inferiores a 5%, e óxidos de ferro e titânio em quantidades menores do que 1% podendo alcançar até 3%, em materiais menos nobres (Duarte & Koutschoubey, 1994)

O minério do Depósito do Felipe II material possui uma distribuição granulométrica bastante homogênea, onde mais de 80% dos grãos encontram-se

abaixo de 2μ . Esse material possui baixa viscosidade e uma densidade *in situ* de $1,9 \text{ g/cm}^3$.

O caulim em questão apresenta-se disposto em camadas e bem classificado. As transições entre as seqüências caulíníficas evidenciam o ambiente geológico de águas calmas e distante das áreas fontes e intemperismo da época em que foram depositadas. (Pickering & Hurst, 1989).



Fonte: Folder Publicitário - CADAM

Figura 33- Visualização geral das bancadas de operação e método de lavra.

4.2.6. PARÂMETRO DE ESTUDO

O parâmetro de controle utilizado é a função de Kubelka-Munk representada por $F(R)$, trata-se de transformação algébrica do parâmetro de qualidade tradicional da indústria do caulim conhecida como reflectância ou alvura e representada por R . A utilização da transformação se deve à propriedades não aditivas do parâmetro alvura (Peroni, 1998; Petter, 1994). O valor utilizado foi ainda multiplicado por um fator 1000, pois a ordem de grandeza da transformação considera até a sexta casa decimal como valores significativos passíveis de interferir na ordem de grandeza da segunda casa decimal do valor transformado de volta para alvura (Peroni, 1999).

4.3. O BANCO DE DADOS

Os trabalhos de pesquisa geológica tiveram início em meados de 1967, com a abertura de poços manuais e sondagens dispostas de 200 a 500 m. Com objetivo de reconhecer reservas e caracterizar o minério, as amostras foram submetidas a ensaios de laboratório para determinação da alvura, teor de quartzo, umidade, viscosidade, granulometria e recuperação.

Para a implantação e desenvolvimento das atividades de lavra foram executados novos furos de sondagem vertical com testemunhador duplo móvel com diâmetro interno de 50,08 mm em uma malha amostral regular no plano XY, de 50 x 50 m. Os furos atingem 52 m de profundidade média, sendo que os primeiros 20 m relativos ao capeamento são destruídos. A descrição ao longo da direção vertical foi conduzida pela coleta irregular de amostras que representam intervalos de até 2,50 m, de acordo com a mudança na tipologia do minério (Peroni, 1998).

A Figura 34 mostra a localização das sondagens utilizadas para a estimativa do atributo F(R). As amostras utilizadas estão espaçadas de 100 x 100 m, pois foram descartadas sondagens antigas que fechavam a malha amostral em 50 x 50 m. Como a alvura presente nas amostras de sondagem corresponde à alvura final do processo de laboratório simulando o processo industrial, as amostras ficaram dependentes do processo e da época em que foram realizadas, não podendo-se combinar amostras que passaram por processos distintos de processamento.

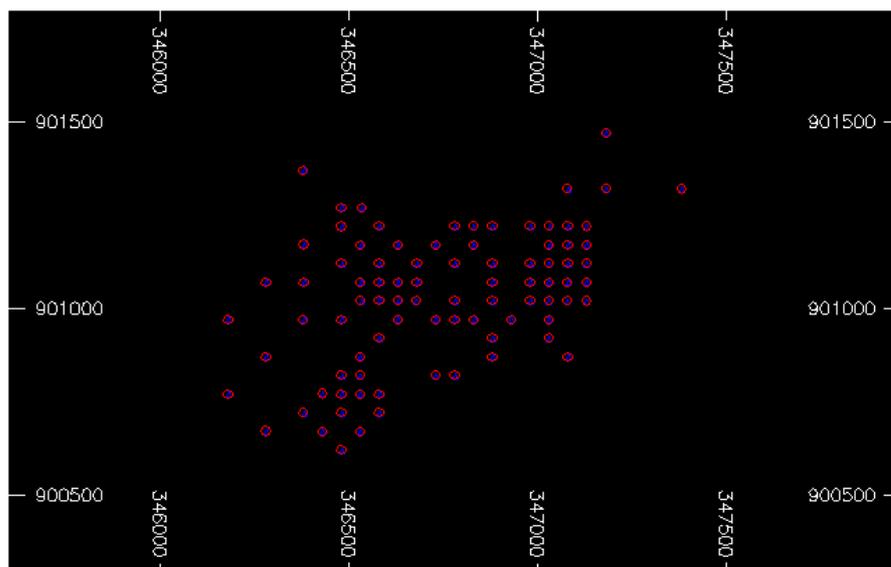


Figura 34 - Mapa de localização das amostras para a modelagem e estimativa de F(R).

4.4. ESTATÍSTICA BÁSICA DOS DADOS REGULARIZADOS

Os dados foram transformados para valores de $F(R)$ para fins de regularização e combinação das amostras. Após as amostras terem sido regularizadas, foram exportadas do software de mineração (DATAMINE Studio) somente as amostras correspondentes ao minério de caulim, deixando a cobertura de fora. Todos os dados foram considerados como pertencentes à mesma população, tendo sido tratados conjuntamente no mesmo banco de dados. O histograma dos dados originais está apresentado na Figura 35.

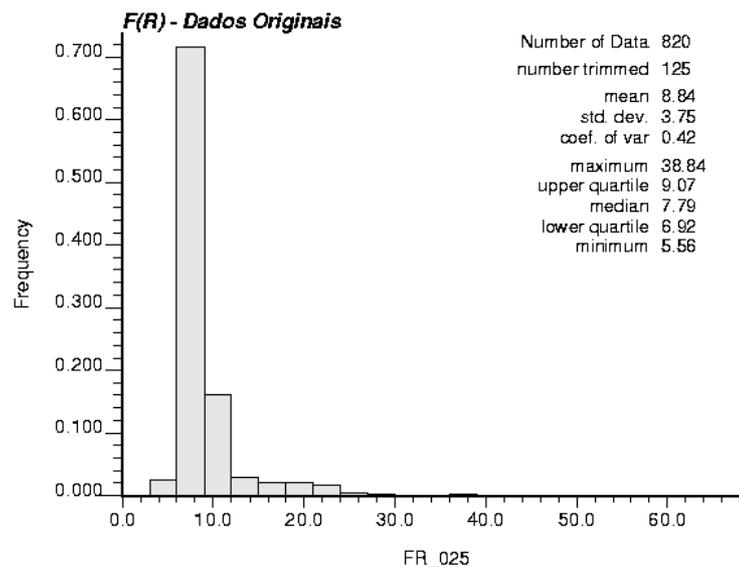


Figura 35 - Histograma dos dados originais.

4.5. CONTINUIDADE ESPACIAL

Os variogramas expressam a continuidade espacial dos dados em termos do parâmetro $F(R)$. Os ângulos de anisotropia e os alcances do variograma nas diferentes direções apresentam uma anisotropia geométrica, que apesar de pequena no plano XY, é bastante pronunciada na direção vertical. O alcance reduzido obtido no variograma vertical, se deve às características intrínsecas de um depósito sedimentar sub-horizontal, o qual apresenta uma grande extensão em área mas uma pequena espessura. A Figura 36 apresenta os variogramas horizontais nas direções $67,5^{\circ}$ (maior continuidade), $157,5^{\circ}$ (intermediária) e vertical (menor continuidade).

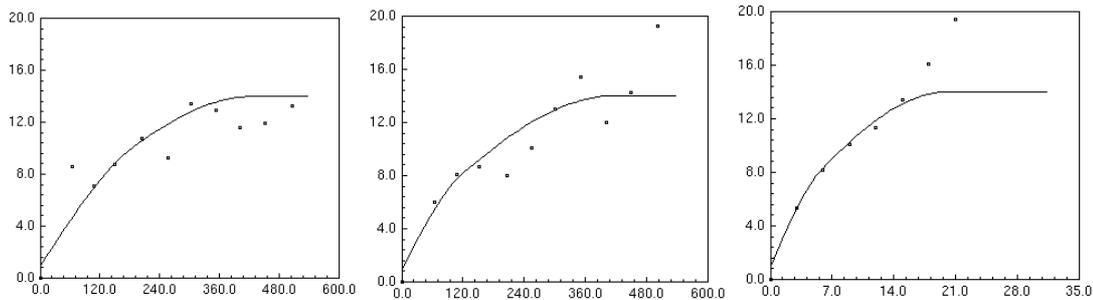


Figura 36 - Variogramas nas direções 67,5° (direção x), 157,5° (direção y) e vertical (direção z) respectivamente.

A equação (22) apresenta o modelo de variograma ajustado, com um efeito pepita de 1, um patamar de 14 e um modelo esférico com alcances distintos para cada uma das direções de continuidade (anisotropia geométrica).

$$\gamma(h_x, h_y, h_z) = 1 + 3 Sph \left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{188}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{116}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{6}\right)^2} \right) + 10 Sph \left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{429}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{416}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{20}\right)^2} \right) \tag{22}$$

A partir da definição do modelo variográfico, foi realizada a simulação do atributo de interesse. Dentro do banco de dados o campo a ser estimado foi denominado de FR_025, correspondendo à transformação para a Função de Kubelka-Munk dos dados de alvura (denominada de A025) amostrados e analisados simulando o processo de beneficiamento.

4.6. SUPORTE AMOSTRAL

Existem diversos procedimentos matemáticos para ajustar uma distribuição considerando o efeito do suporte. Todos esses procedimentos possuem duas características comuns:

- i. assumem permanência da média;
- ii. ajustam a variância por um fator chamado de fator de ajuste de variância, representado por *f*.

Primeiramente, os dados foram regularizados para intervalos padrão com comprimentos fixos de 3 m. Trata-se de uma transformação de suporte ponderada pelo comprimento da amostra e valor do atributo considerado (teor, qualidade, etc.). Uma segunda etapa de mudança de suporte necessária, seria a transformação da

estatística de testemunhos amostrais em relação à dimensão de bloco a ser trabalhada. As técnicas de simulação geoestatística produzem dados dispostos segundo uma malha regular, no mesmo suporte da amostra. O algoritmo de simulação se propõe a reproduzir os momentos de primeira (histograma) e de segunda ordem (variograma) de uma distribuição de dados. Os dados originalmente amostrados em testemunhos de sondagem de 3" e regularizados em comprimentos de 3 m, foram considerados representativos de um bloco de 468,75 m³ de volume, ou seja um bloco com arestas de 12,5 x 12,5 x 3,0 m. A grande quantidade de dados a serem simulados, exigia uma atitude em relação à transformação de suporte amostral.

A transformação de suporte é entendida, recorrendo à relação de Krige (equação (23)), onde a variância de pequenos blocos (pontos) na área considerada é igual à variância dos pequenos blocos (pontos) dentro de grandes blocos (volume a ser simulado) somada à variância destes blocos em relação à área.

$$D^2(\bullet, A) = D^2(\bullet, v) + D^2(v, A) \quad (23)$$

onde, $D^2(\bullet, A)$ corresponde à variância pontual em relação à área; $D^2(\bullet, v)$ corresponde à variância pontual em dentro dos blocos, $D^2(v, A)$ corresponde à variância dos blocos dentro da área

A variância de pontos em relação à área [$D^2(\cdot, A)$] é conhecida, ao passo que a variância de pontos dentro de blocos de volume v pode ser expressa pelo variograma médio (*gammabar*).

$$D^2(\bullet, A) = \bar{\gamma}(\bullet, v) + D^2(v, A) \quad (24)$$

onde, $\bar{\gamma}(v, v)$ representa o variograma médio dos pontos dentro de blocos com volume v .

A relação da variância dos blocos dentro da área com a variância dos pontos em relação à área define o fator de redução de variância f ao transformarmos pontos em blocos.

(25)

$$f = \frac{D^2(v, A)}{D^2(\bullet, A)}$$

Substituindo a equação (23) na equação (25), obtemos o fator f , calculado em termos de variância.

(26)

$$f = \frac{D^2(\bullet, A) - D^2(\bullet, v)}{D^2(\bullet, A)}$$

Expressando em termos de variograma médio a equação (26) e denotando a variância de pontos em relação à área de simplesmente σ^2 , obtemos a equação (27).

(27)

$$f = \frac{D^2(\bullet, A) - \bar{\gamma}(v, v)}{D^2(\bullet, A)} = 1 - \frac{\bar{\gamma}(v, v)}{\sigma^2}$$

Da mudança de suporte, diz-se que a média da distribuição permanece inalterada e que a redução de variância de pontos para o volume desejado é mensurável e pode ser predita pelo fator de redução f , onde a distribuição corrigida virá a ter uma forma mais simétrica. A eventual transformação de suporte apresentada a seguir foi realizada utilizando-se o método de correção afim. A redução de variância é dada pela equação (28).

(28)

$$q' = \sqrt{f} (q - m) + m$$

onde q é o quantil da distribuição original dos dados pontuais e q' é o correspondente quantil dos dados da distribuição corrigida. Foi utilizado o programa *gammabar* para calcular o variograma médio dos blocos, a Figura 37 apresenta o arquivo de parâmetros utilizado para o cálculo. O arquivo de parâmetros considera o que foi exposto pela seqüência de equações, apresentadas anteriormente levando a conta a relação existente entre o alcance do variograma global e a dimensão de bloco a ser transformada.

```

Parameters for GAMMABAR
*****

START OF PARAMETERS:
12.5  12.5  3.0          -X,Y,Z size of block
12    12    3           -X,Y,Z discretization
2     0.1                    -nst, nugget effect
1     0.5  67.5  0.0  0.0  -it, cc, angl, ang2, ang3
           66.0 120.0 11.0  -a_hmax, a_hmin, a_vert
1     0.4  67.5  0.0  0.0  -it, cc, angl, ang2, ang3
           496.0 390.0 8.0   -a_hmax, a_hmin, a_vert
    
```

Figura 37 – Arquivo de parâmetros do programa gammabar.

O resultado apresentado pela rotina utilizando os parâmetros apresentados na Figura 37 foi de $\bar{\gamma}(v, v) = 0,262576$. Substituindo os valores obtidos, do desvio padrão dos dados originais apresentada na Figura 35 e o resultado do cálculo do variograma médio dado pelo programa gammabar temos:

$$f = 1 - \frac{\bar{\gamma}(v, v)}{\sigma^2} = 1 - \frac{0,262576}{3,75^2} = 0,9813 \tag{29}$$

Portanto, se observarmos a equação (28), que apresenta a relação de transformação dada pelo método de correção afim, se extraída a raiz quadrada do fator de correção obtido pela equação (29) a relação de transformação permaneceria praticamente inalterada pois $\sqrt{f} \cong 1$, a ponto de se eliminar essa transformação, aceitando-se o testemunho amostral como representativo do volume do bloco utilizado nas simulações.

$$q' = \sqrt{0,9813} (q - m) + m \tag{30}$$

onde, q = quantil (ou valor) da distribuição original da amostra; q' = quantil ou valor na distribuição transformada; m = média dos dados na distribuição original da amostra.

Além de ter sido demonstrada a inutilidade de uma transformação de suporte para o caso específico, considerou-se algumas ressalvas em relação aos métodos de correção de suporte que desabonam sua utilização em alguns casos:

- i. introduzem valores máximo e mínimo artificiais;
- ii. a preservação da forma da distribuição é uma hipótese irreal;

- iii. produzem resultados aceitáveis com fatores de redução de no mínimo 0,7.

Portanto, contemplando a continuidade horizontal do depósito, não julgou-se necessária a realização de uma transformação de suporte utilizando modelos de correção comumente utilizados como correção afim, correção lognormal indireta ou modelo discreto Gaussiano (Isaaks, 1990), pois foram assumidos diretamente os valores das amostras como representativos do volume adotado para proceder com as simulações.

4.7. NORMALIZAÇÃO DOS DADOS

Utilizando-se o programa para transformação Gaussiana (normalização) disponível na GSLib chamado nscore (Deutsch & Journel, 1998), foram normalizados os dados em termos do parâmetro F(R). A Figura 38 apresenta o histograma dos dados normalizados e o resumo estatístico, certificando a primeira condição necessária para que uma Função Randômica (RF) seja multivariariada normal, é que sua função de distribuição condicional (cdf) univariada seja normal, i.e.:

$$prob\{Y(u) \leq y\} = G(y), \forall y \tag{31}$$

onde G(.) corresponde à cdf normal padrão; Y(u) é a função normalizada, i.e. apresentando uma média 0 (zero) e uma variância 1 (Deutsch & Journel, 1998).

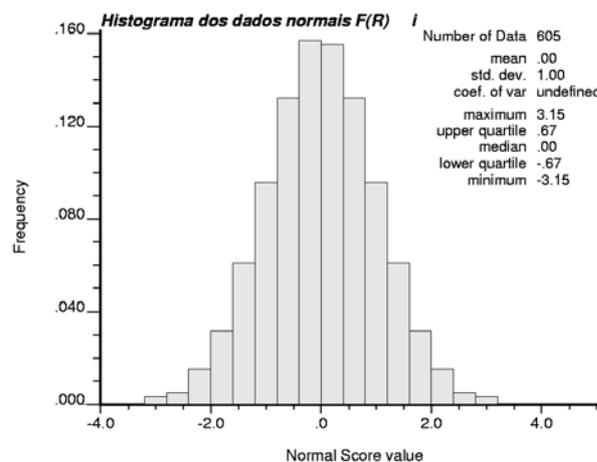


Figura 38 – Histograma dos dados após normalização (anamorfose gaussiana).

A transformação normal define uma nova variável, a qual é, por construção normalmente distribuída (univariada). Esta é condição necessária mas não suficiente

para que os valores espacialmente distribuídos de $Y(u)$, $u \in A$ sejam multivariados normais. A próxima condição é que a cdf bivariada de qualquer par de valores $Y(u)$, $Y(u+h)$, para $\forall u$ e $\forall h$ seja normal. Foi testada a binormalidade utilizando a rotina bigaus da GSLib, onde os variogramas correspondentes aos valores de corte, direções e passo escolhidos são gerados por um algoritmo de integração numérica, e posteriormente comparados com os variogramas dos indicadores dos mesmos valores de corte, para verificar a aderência dos variogramas experimentais em relação aos variogramas da distribuição gaussiana bivariada (Deutsch & Journel, 1998).

4.8. CONTINUIDADE ESPACIAL DOS DADOS NORMALIZADOS

De acordo com o método de simulação seqüencial Gaussiana, a continuidade espacial utilizada deve ser a continuidade espacial dos dados no espaço gaussiano (normal). A Figura 39 apresenta os variogramas dos dados normalizados.

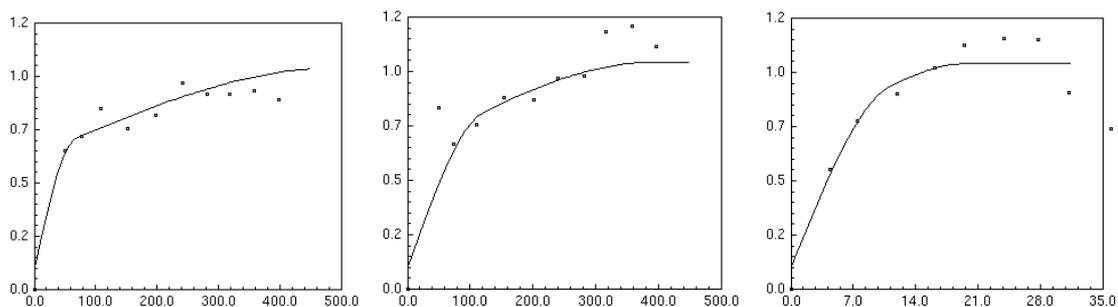


Figura 39 - Variogramas nas direções $67,5^{\circ}$ (direção x), $157,5^{\circ}$ (direção y) e vertical (direção z) respectivamente.

A equação 27 apresenta o modelo de continuidade espacial ajustado para os dados normalizados.

$$\gamma(h_x, h_y, h_z) = 0,1 + 0,5 Sph \left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{66}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{120}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{11}\right)^2} \right) + 0,4 Sph \left(\sqrt{\left(\frac{h_x}{496}\right)^2 + \left(\frac{h_y}{390}\right)^2 + \left(\frac{h_z}{20}\right)^2} \right) \quad (32)$$

4.9. SIMULAÇÃO SEQÜENCIAL GAUSSIANA EM DOMÍNIOS IRREGULARES

Simulação geoestatística tem se tornado uma ferramenta padrão para a avaliação de incerteza e conseqüentemente risco. Isto é realizado com a construção de um modelo do depósito que reproduza o histograma e o variograma dos dados condicionantes. Assim sendo esses modelos honram a variabilidade espacial dos

depósito representada pelos dados amostrais. Alguns dos aspectos mais importantes da construção de modelos simulados e aplicações têm sido publicados, incluindo entre outros, autores como Rossi & Van Brunt (1997); Goovaerts (1997); Souza (2002); Pilger (2000).

Simulação seqüencial Gaussiana da maneira que está implementada e disponível pela GSLib nos programas SGSIM e SISIM, executa simulações somente em domínios (*grids*) regulares. Porém a possibilidade de utilização de dados previamente simulados, pode ter bastante influência sobre os dados a serem simulados principalmente nas bordas de limites de interesse, além de dar um aspecto irreal de um depósito em um formato regular quando na maioria dos casos essa situação não acontece. O programa utilizado não foi exatamente o original disponível na GSLib. Foi inserida uma modificação permitindo que seja feito um teste do nó a ser simulado comparando um arquivo modelo (*template*) contendo identificações (*flags*) dos blocos que devem e dos que não devem ser simulados. A modificação permite que a simulação seja construída em domínios irregulares, respeitando por exemplo: interpretações geológicas, disposição espacial das amostras, etc., de acordo com a interpretação e definição de domínios feitas pelo usuário. A rotina utilizada não recebeu nenhuma modificação em termos de algoritmo de cálculo, mas recebeu a contribuição da opção da geração de campos simulados em domínios irregulares.

Foi implementado nas rotinas de simulação um desvio no programa principal de simulação que testa o nó a ser simulado, comparando-o com um modelo de blocos contendo a informação se o nó deve ou não ser simulado. O modelo de comparação contém a informação 0 (zero) para os nós que estão fora do limite de interesse (fora de uma envoltória geológica por exemplo) ou 1 (um) para os nós que devem ser simulados. Outro motivo para a realização de simulação em domínios controlados, refere-se ao desejo de reproduzir a estatística dos dados originais pelos modelos simulados, ou seja, quando se está considerando um limite extensivo aos limites de definição do grid se está permitindo ao algoritmo gerar nós simulados que possuem pouca ou nenhuma relação com os dados que o geraram. Sendo assim, é conveniente que esses dados sejam eliminados antes mesmo que seja dada a oportunidade de que eles sejam gerados evitando a dispersão de esforço por parte do algoritmo em tentar reproduzir os momentos de primeira e segunda ordem dos dados originais com nós a serem simulados que serão descartados posteriormente.

Foram geradas múltiplas realizações equiprováveis (50 realizações) para o atributo F(R), utilizando o programa SIMIRREG (Peroni, 2001) modificada para simulação em domínios irregulares. O arquivo de parâmetros utilizado para gerar as simulações está descrito no ANEXO I.

4.9.1. IMPLEMENTAÇÃO DA SIMULAÇÃO EM DOMÍNIO IRREGULAR

Para exemplificar o uso de simulação em domínios irregulares descreve-se na Figura 40 o fluxograma dos passos adotados para controlar o algoritmo de simulação dentro de um domínio geológico.

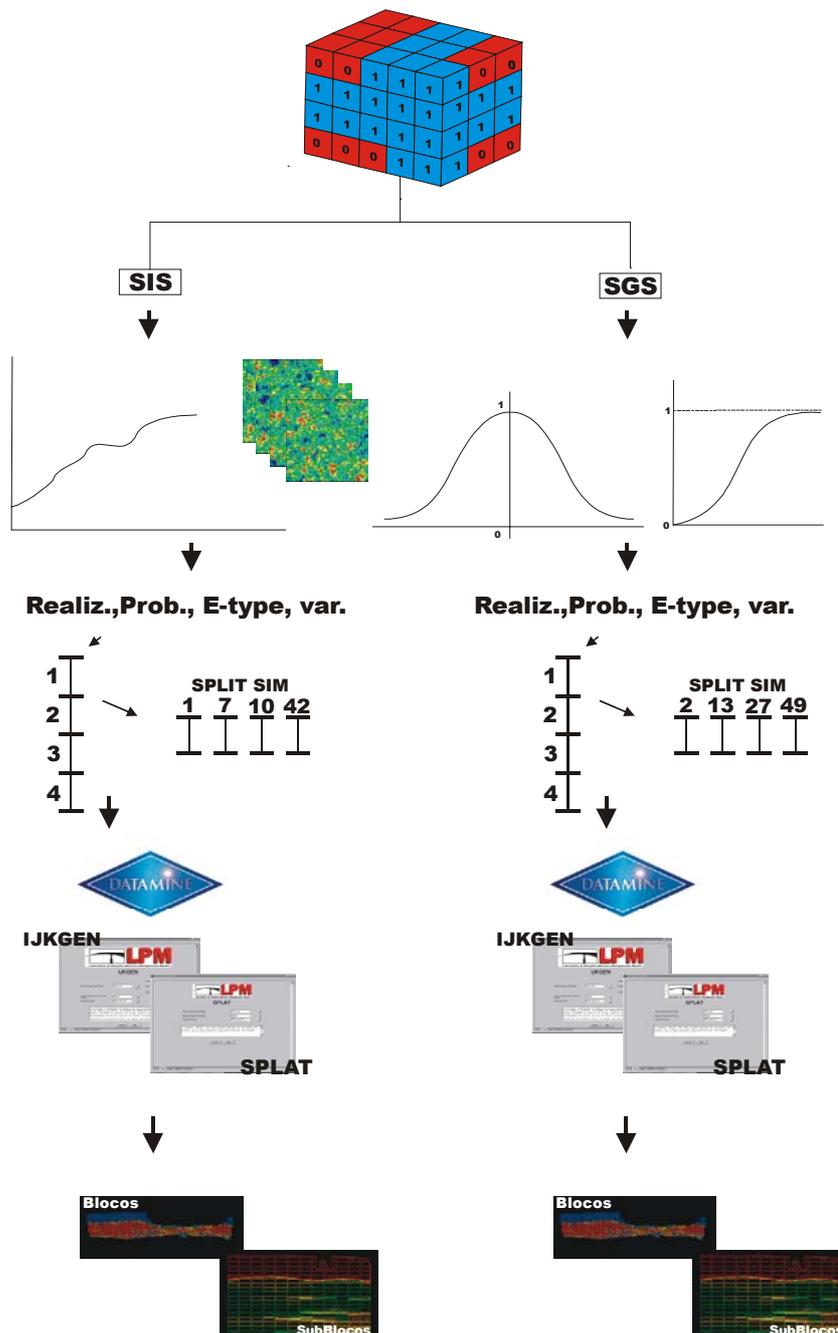


Figura 40 – Fluxuograma da geração dos modelos em domínio irregular.

Primeiro passo: interpretação do domínio geológico usando um software de mineração;

Segundo passo: criação de um modelo contemplando todo o grid a ser simulado (mesmas definições de modelo utilizadas);

Terceiro passo: identificação das células (blocos) que pertencem e as que não pertencem ao domínio geológico de interesse, pela colocação de código binário identificador (0 = não pertence, 1 = pertence);

Quarto passo: exportação do modelo de blocos do software de mineração no formato padrão para ser utilizado como arquivo de comparação. O formato padrão corresponde a um arquivo no formato GeoEAS, com uma única coluna de dados (com identificadores 0 e 1) identificando os nós da malha que representam os blocos que devem ser (identificador 1) e os que não devem ser simulados (identificador 0). A Figura 41 apresenta o aspecto que o arquivo de comparação deve possuir para ser utilizado dentro da rotina modificada de simulação em domínios irregulares.

```
Dados do arquivo de comparacao
1
FLAG
0
0
0
1
1
0
0
1
1
0
```

Figura 41 – Formato do arquivo de comparação para simulação em domínios irregulares.

A Figura 42 apresenta um esquema dos blocos a serem simulados (em vermelho) e os blocos a serem previamente descartados da simulação (em azul). A Figura 42 (a) mostra uma vista em planta do exemplo utilizado, a Figura 42 (b) apresenta uma vista em seção vertical e a Figura 42 (c) a legenda identificando os blocos a serem simulados e os blocos a serem descartados.

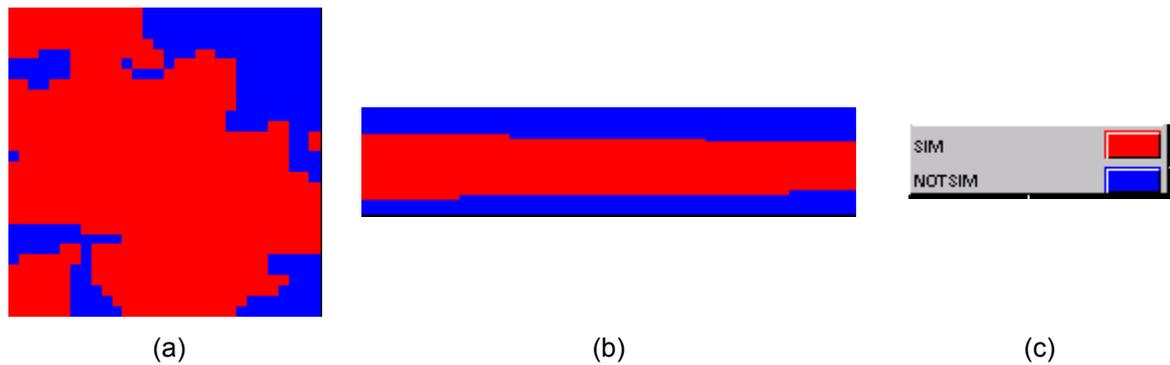


Figura 42 – Exemplo de modelo de comparação, regiões em vermelho contém blocos a simular e regiões em azul os blocos a serem previamente descartados.

A Figura 43 apresenta o aspecto de um modelo de blocos criado em um domínio irregular, definido dentro do software de mineração por envelopes geológicos (wireframes).

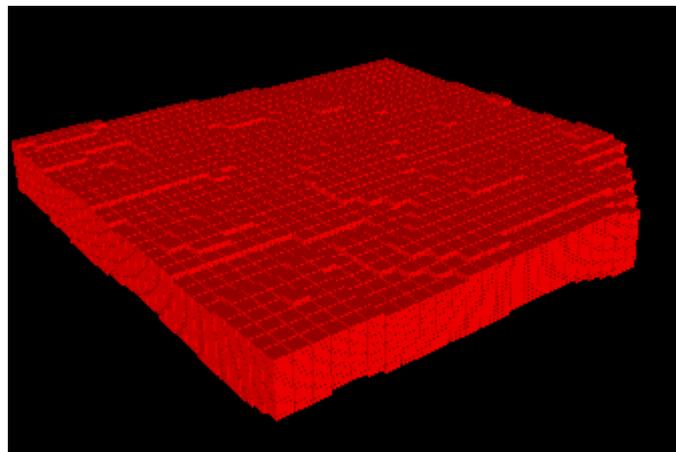


Figura 43 – Exemplo de modelo de comparação em vista isométrica tridimensional apresentando somente os blocos a serem simulados.

4.9.2. CLASSIFICAÇÃO DAS REALIZAÇÕES

Para selecionar algumas dentre as múltiplas realizações equiprováveis geradas, foi definido um critério de seleção. O critério adotado classifica as realizações em função dos seus parâmetros estatísticos média e variância. O relatório de depuração da rotina SGSIM fornece o resultado por realização dos parâmetros estatísticos média e variância, porém de maneira desordenada. Para isto foi utilizado um programa chamado RANKTRIM, o qual classifica as realizações pela média, sem considerar os dados fora do domínio (dados com valor -999) e ainda fornece a variância da realização como um parâmetro auxiliar. A saída da rotina apresenta um relatório com as realizações ordenadas segundo a média global produzida por cada uma delas. Relembrando o fato de que por possuir uma relação inversamente proporcional à alvura, a função de Kubelka-Munk, apresenta os

melhores resultados quão menor for o valor de F(R) obtido, por isso classificou-se na a realização 50 como o caso otimista.

Dentre as 50 realizações produzidas pelo algoritmo de sGs, foram selecionados apenas dez modelos para representar o espaço simulado. Essas realizações foram selecionadas segundo o critério exposto na

Tabela 5.

Tabela 5 – Realizações selecionadas para validação da técnica de sGs.

| Realização | Critério | Média [F(R)] | Variância |
|------------|--|--------------|-----------|
| 50 | realização com a menor média | 8.69 | 12.12 |
| 24 | realização com a maior média | 9.14 | 15.78 |
| 12 | selecionada ao acaso | 8.98 | 14.24 |
| 37 | realização com a menor variância | 8.72 | 11.73 |
| 26 | realização com a média mais próxima da média dos dados originais | 9.02 | 16.31 |
| 29 | selecionada ao acaso | 9.14 | 15.78 |
| 45 | selecionada ao acaso | 8.96 | 14.67 |
| 5 | realização com a maior variância | 9.02 | 16.35 |
| 8 | selecionada ao acaso | 8.97 | 14.97 |
| 31 | realização correspondente à mediana das médias | 8.85 | 13.43 |

4.9.3. VALIDAÇÃO DOS MODELOS SIMULADOS

Para validar o variograma de cada modelo simulado foi utilizada a rotina GAM da GSLib pois os dados simulados estão espaçados em uma malha regular e a rotina é sensivelmente mais rápida do que a rotina para cálculo de variogramas para dados irregularmente espaçados (GAMV), o arquivo de parâmetros utilizado está apresentado na Figura 44.

```

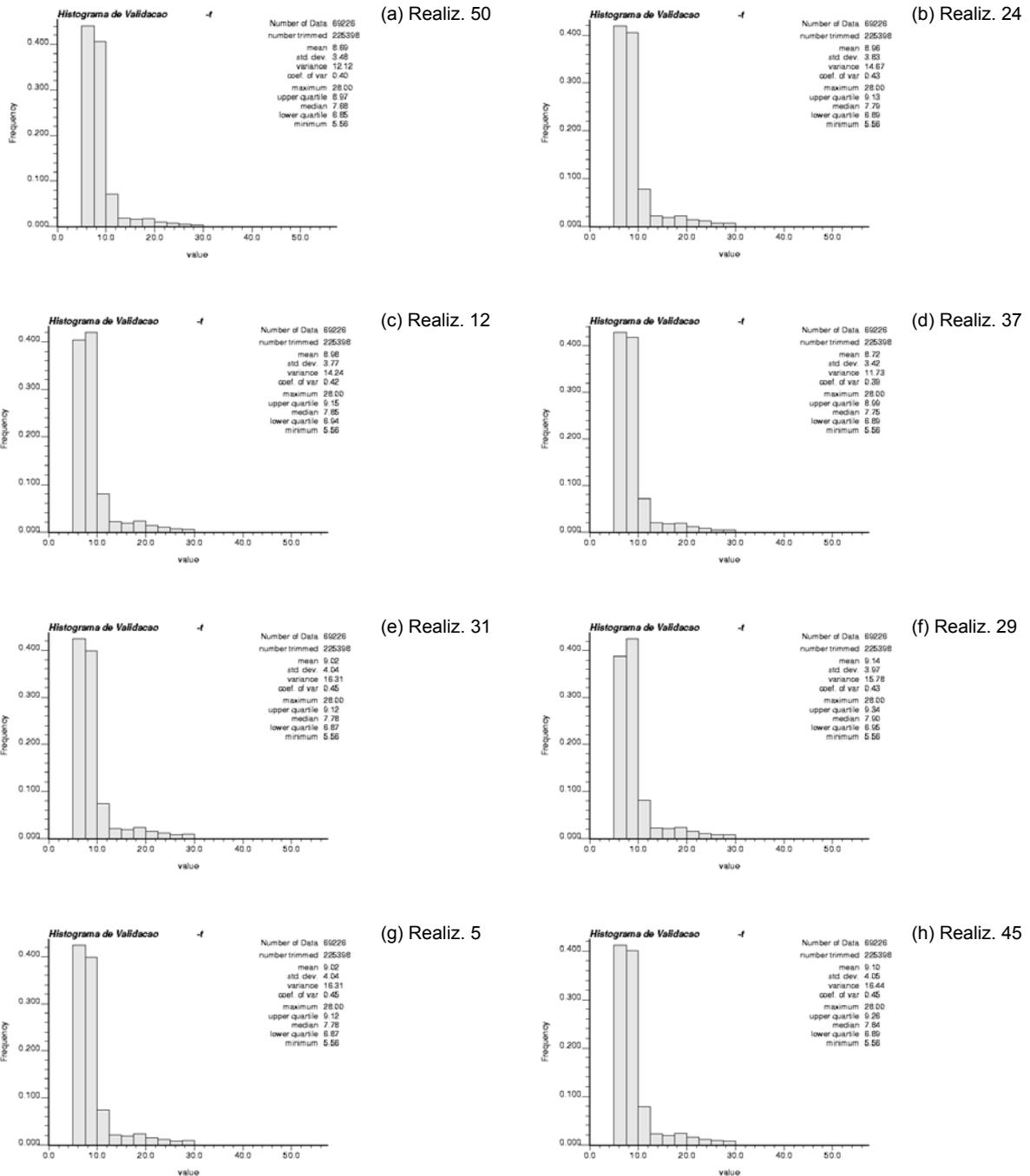
Parameters for GAM
*****
START OF PARAMETERS:
simirreg_fr.out      -file with data
1 1 0                - number of variables, column numbers
-98 1.0e21           - trimming limits
gam_real22.out       -file for variogram output
22                  -grid or realization number
124 345932.88 12.5    -nx,xmn,xsiz
88 900519.75 12.5    -ny,ymn,ysiz
27 96.5 3.0          -nz,zmn,zsiz
3 40                 -number of directions, number of lags
2 1 0                -ixd(1),iyd(1),izd(1)
1 2 0                -ixd(2),iyd(2),izd(2)
0 0 1                -ixd(2),iyd(2),izd(2)
0                    -standardize sill? (0=no, 1=yes)
1                    -number of variograms
1 1 1                -tail variable, head variable, variogram type

```

Figura 44 – Arquivo de parâmetros do programa GAM, para cálculo de variogramas de dados regularmente espaçados.

Os gráficos mostrados na Figura 45 apresentam os histogramas das realizações selecionadas segundo os critérios apresentados na

Tabela 5 para validar o modelo simulado gerado.



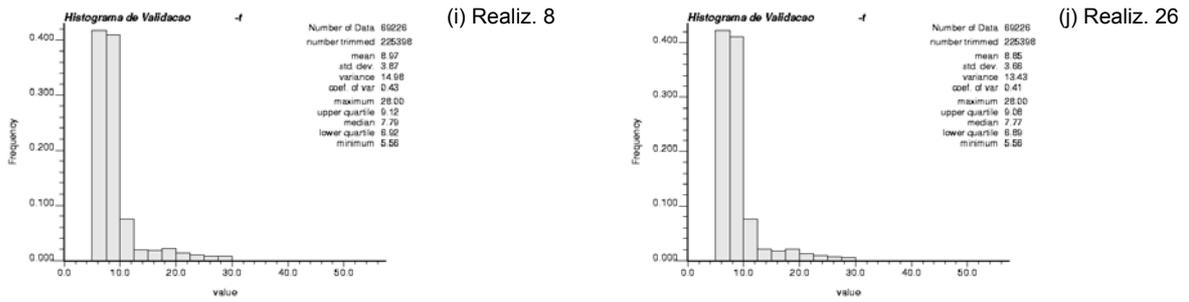


Figura 45 – Histogramas das realizações selecionadas para validação da técnica de sGs ao caso de estudo.

A Figura 46 apresenta o histograma das médias das realizações e em vermelho a média dos dados amostrais, mostrando que os modelos oscilaram em torno da média dos dados originais.

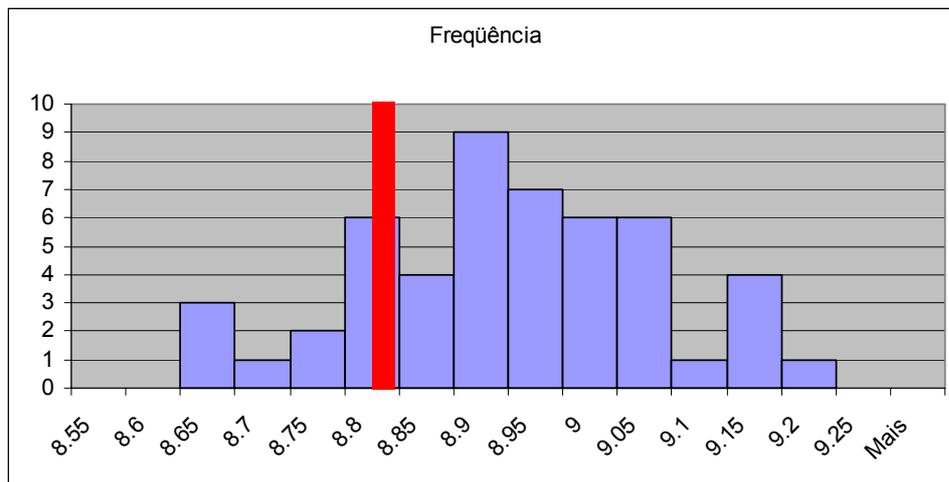


Figura 46 – Histograma das médias das realizações.

A Figura 47 apresenta os variogramas experimentais nas direções X e Y respectivamente, representados pelos pontos em vermelho e a oscilação ergódica dos variogramas das realizações.

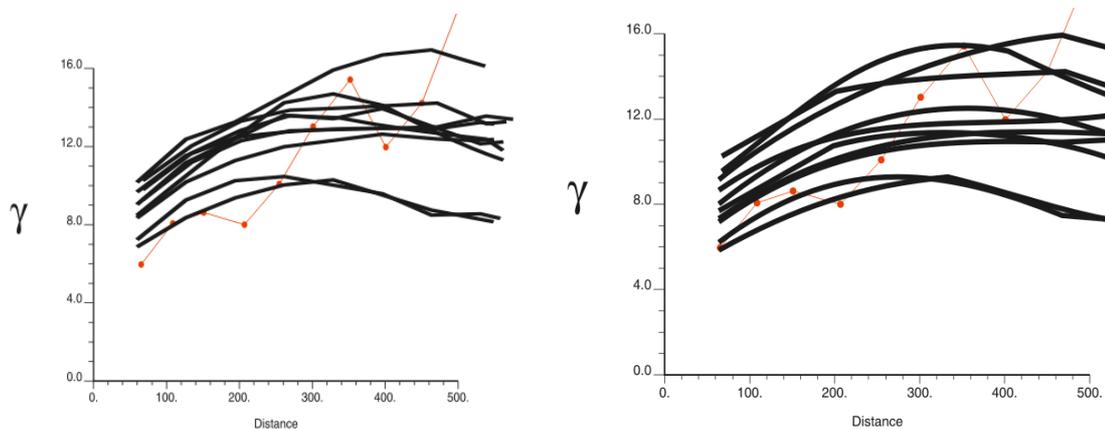


Figura 47 – Validação dos variogramas horizontais.

4.9.4. PÓS PROCESSAMENTO DAS REALIZAÇÕES

Está disponível na GSLib um programa que possibilita o tratamento das múltiplas realizações geradas (postsim) permitindo um processamento global das n imagens produzidas pelos algoritmos de simulação. Foram utilizadas três alternativas disponíveis nesse programa para pós-processamento dos modelos. Utilizou-se o parâmetro que permite o cálculo da média das simulações (*E-type*), a variância das simulações e as probabilidades das simulações excederem um determinado valor de corte (*cut-off*), os cortes selecionados foram os correspondentes aos quartis da distribuição dos dados amostrais (25%; 50% e 75%) além de outros dois valores de corte selecionados, correspondentes aos intervalos que definem os produtos de interesse (Tabela 6).

Tabela 6 – Valores de interesse selecionados dentro da função de distribuição dos dados.

| Cutoff [F(R)] | Cutoff (Alvura) | Critério |
|---------------|-----------------|---|
| 6,89 | 88.93 | quartil 25% da distribuição original dos dados |
| 7,60 | 88.41 | mediana da distribuição original dos dados |
| 8,18 | 88.00 | valor de corte que define o limite entre os produtos standard e premium |
| 8,53 | 87.76 | quartil 75% da distribuição original dos dados |
| 10,87 | 86.30 | valor de corte que define o limite entre o estéril e o minério do tipo standard |

4.9.5. SIMULAÇÃO SEQÜENCIAL DOS INDICADORES

Utilizando-se o algoritmo de simulação seqüencial dos indicadores, de maneira similar, foram geradas 50 realizações equiprováveis para o atributo F(R), utilizando a rotina modificada chamada SISIMIRREG para simulação em domínios irregulares. O arquivo de parâmetros utilizado para gerar as simulações está descrito no ANEXO II.

Foram selecionadas cinco categorias para construção da função de distribuição de probabilidades, os *thresholds* escolhidos são os mesmos apresentados na Tabela 6.

4.9.6. CLASSIFICAÇÃO DAS REALIZAÇÕES

Utilizando-se novamente o programa RANKTRIM, foram classificadas em ordem ascendente as realizações produzidas pelo algoritmo de simulação dos indicadores (siSim), conforme a média global apresentada por cada uma das realizações.

4.9.7. VALIDAÇÃO DOS MODELOS SIMULADOS

Dentre as 50 realizações produzidas pelo método de siSim, foram extraídas dez realizações para validação da técnica, de acordo com os critérios exibidos na Tabela 7, sendo que a realização 14 se repetiu englobando dois dos critérios aplicados. Portanto para igualar o número de realizações utilizadas para mapear o espaço de incerteza entre os dois algoritmos, foi selecionada mais uma realização ao acaso.

Tabela 7 – Realizações selecionadas para validar a técnica de simulação dos indicadores.

| Realização | Critério | Média | Variância |
|------------|--|--------|-----------|
| 14 | realização com a menor média | 8.7383 | 13.7086 |
| 26 | realização com a maior média | 9.0386 | 16.8830 |
| 2 | realização com a maior variância | 9.0278 | 17.3342 |
| 14 | realização com a menor variância | 8.7383 | 13.7086 |
| 30 | realização com a média mais próxima da média dos dados originais | 8.8474 | 14.7634 |
| 10 | realização correspondente à mediana das médias | 8.8830 | 15.4021 |
| 40 | realização com a média mais próxima da média dos dados originais | 8.8484 | 15.0923 |
| 27 | variância mais próxima da variância dos dados | 8.7567 | 14.0459 |
| 3 | selecionada ao acaso | 8.7915 | 14.6461 |
| 17 | selecionada ao acaso | 8.9445 | 16.2060 |
| 1 | selecionada ao acaso | 8.9282 | 16.4471 |

A Figura 48 mostra os histogramas das 10 realizações selecionadas para validar a técnica de simulação seqüencial dos indicadores. Os histogramas apresentam a oscilação da média dos modelos em torno da média dos dados amostrais, o que seria de se esperar, uma vez que os modelos gerados são produtos dos dados e condições de contorno impostas para a modelagem e simulação do depósito.

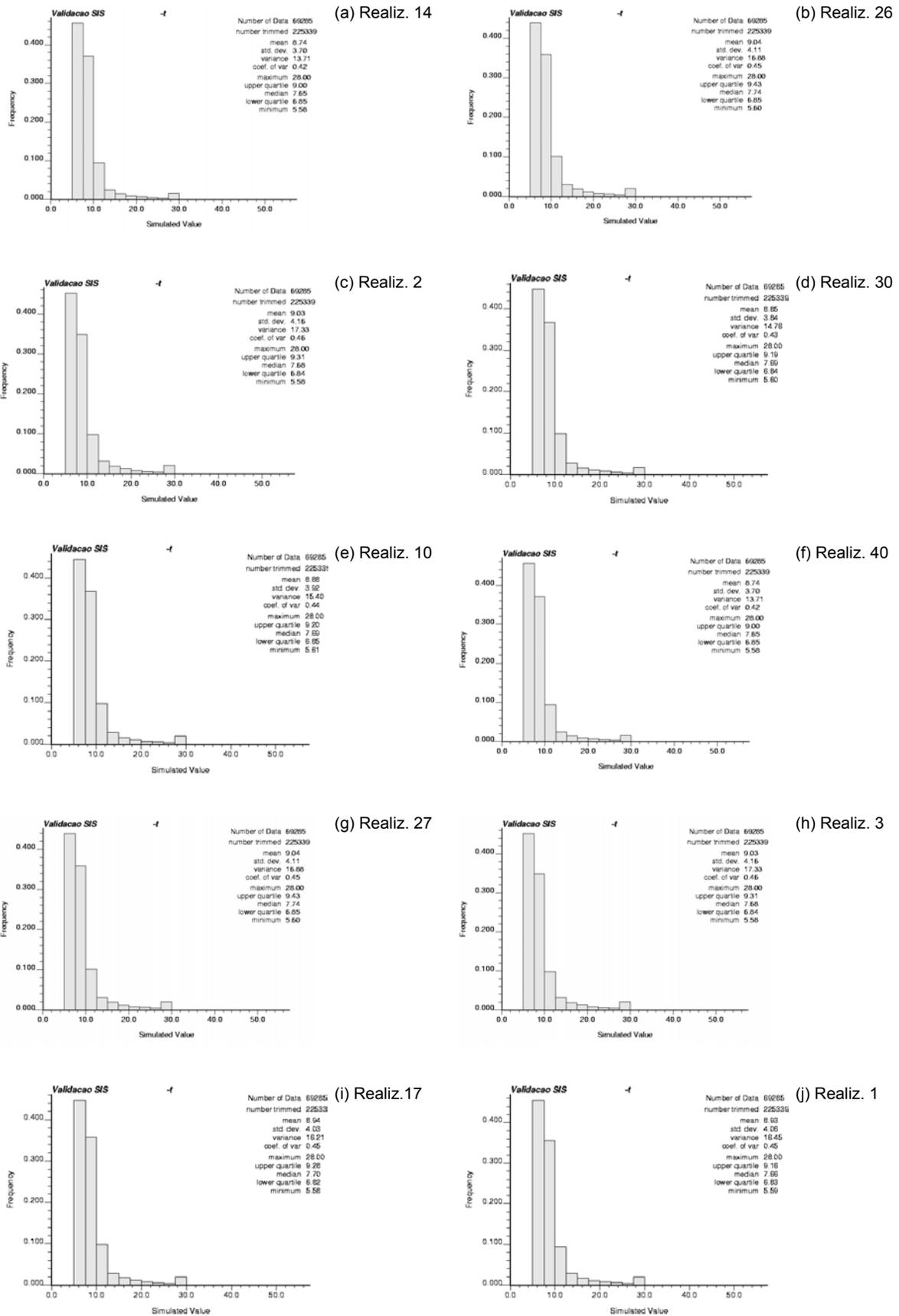


Figura 48 – Histogramas das dez realizações selecionadas para validar a técnica de simulação dos indicadores.

A Figura 49 apresenta o histograma das médias das realizações geradas pelo algoritmo de siSim. Em vermelho está demarcado o valor da média dos dados amostrais, demonstrando que está contido no intervalo de oscilação das médias dos modelos simulados.

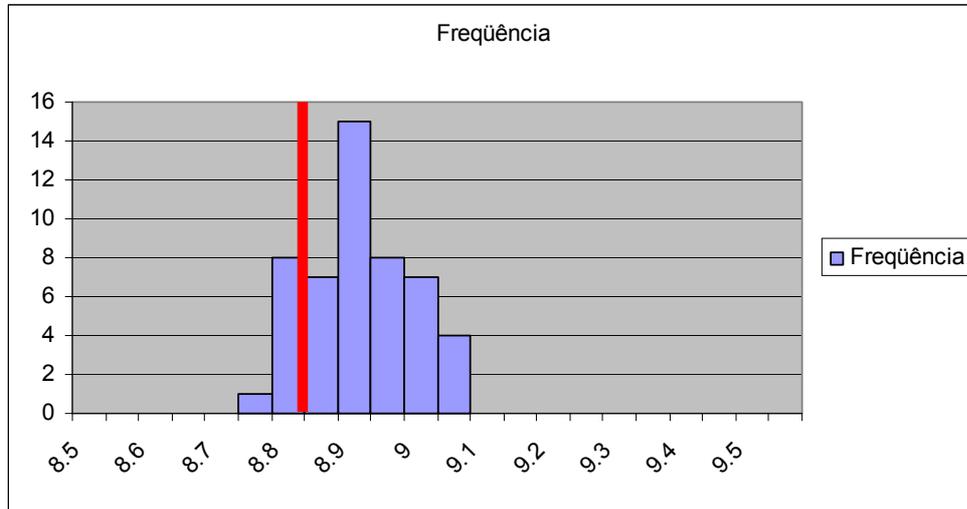


Figura 49 – Histograma das médias das realizações.

A Figura 51 apresenta um fluxograma contemplando as etapas principais desde a criação dos contornos geológicos e simulação dentro desses domínios, até a obtenção dos modelos com a informação da seqüência de lavra.

Foram produzidos variogramas para cada intervalo de corte para verificar a reprodução junto aos modelos simulados. A Figura 50 apresenta a validação dos variogramas para um dos valores de corte (6,89), onde pode ser observada oscilação ergódica dos variogramas dos modelos simulados (linhas contínuas em preto), em torno do variograma experimental dos dados (pontos vermelhos).

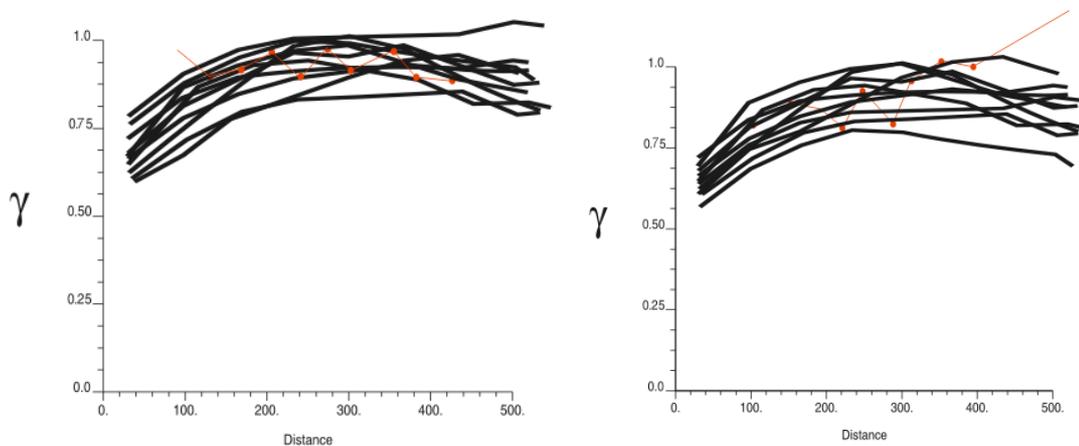


Figura 50 – Validação dos variogramas para o valor de corte 6,89.

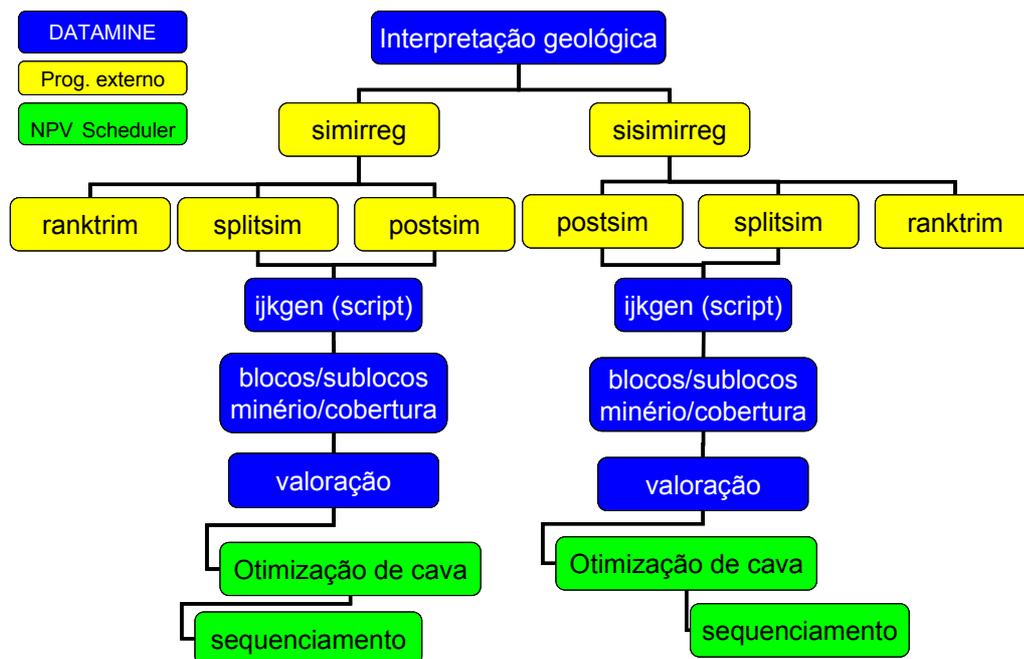


Figura 51 – Fluxograma resumindo as etapas até o sequenciamento dos modelos.

Portanto, foram criados dois modelos distintos e armazenados dentro do software DATAMINE Studio. Um modelo contemplando as realizações e pós-processamentos gerados pelo algoritmo de simulação seqüencial Gaussiana, e um segundo gerado pelo algoritmo de simulação seqüencial dos indicadores, contendo também as dez realizações e pós-processamentos selecionados para a validação. A Tabela 8 apresenta um sumário de cada um dos modelos simulados interpretados.

Tabela 8 – Resumo dos resultados apresentado pelos dois algoritmos de simulação utilizados.

| | Simulação Seqüencial Gaussiana | Simulação Seqüencial dos Indicadores |
|--|--|--|
| Número de realizações geradas | 50 | 50 |
| Número total de blocos gerados pelos algoritmos (anterior ao processamento DATAMINE) | 294.624 | 294.624 |
| Número total de blocos/sublocos após processamento no DATAMINE Studio | 1.540.596 | 1.540.596 |
| Nº de Realizações selecionadas para validação | 10 | 10 |
| Realização representando o cenário otimista | 50 | 14 |
| Realização representando o cenário pessimista | 24 | 26 |
| Pós-processamentos gerados para tratamento dos modelos simulados | Probabilidades de exceder um cut-off, média das realizações, variância das realizações | Probabilidades de exceder um cut-off, média das realizações, variância das realizações |

Após a geração do modelo e sua estruturação dentro dos limites geológicos, foram selecionados os modelos representando os cenários otimista e pessimista

produzidos utilizando-se cada um dos algoritmos de simulação, para serem avaliados através do critério do valor presente líquido (VPL).

4.10. AVALIAÇÃO INICIAL DOS MODELOS

Dentre as cinquenta realizações geradas por cada um dos algoritmos foram selecionadas as realizações com a maior e a menor média global para mapear o espaço de variação do retorno financeiro, representados pelos modelos do cenário pessimista e otimista.

4.10.1. SIMULAÇÃO SEQÜENCIAL GAUSSIANA

Utilizando-se a técnica de simulação seqüencial gaussiana foram selecionadas as realizações que após classificação pela média global, recebeu a denominação de cenário ótimo a realização que produziu a menor média e cenário péssimo a realização que produziu a maior média em termos de F(R). Relembrando-se mais uma vez que a relação inversa entre o parâmetro F(R) e a alvura conduz à associação de altos valores de F(R) com minério de baixa qualidade.

4.10.1.1. CENÁRIO OTIMISTA

O cenário “ótimo” gerado pelo algoritmo de simulação seqüencial Gaussiana corresponde à realização 50. O modelo desse cenário foi avaliado contra a superfície digital do terreno e foram produzidos os resultados apresentados pela Tabela 9.

Tabela 9 – Resultados da avaliação em relação à superfície digital do terreno para a realização 50, gerada por sGs.

| Categoria | Tonelagem | Alvura média |
|---|------------------|---------------------|
| Cobertura (Cob) | 16.282.000,0 | - |
| Estéril (Est) | 5.102.898,8 | 83,590 |
| Standard (Std) | 11.036.000,0 | 87,395 |
| Premium (Pre) | 28.928.000,0 | 88,845 |
| Total parcial Minério (Standard + Premium) | 39.964.000,0 | 88,445 |
| Estéril total (Cobertura + Estéril) | 21.384.898,8 | - |
| Total (Cob + Est + Pré + Std) | 61.349.000,8 | 87,895 |

4.10.1.2. CENÁRIO PESSIMISTA

O cenário “péssimo” gerado pelo algoritmo de simulação seqüencial Gaussiana corresponde à realização 24. O modelo desse cenário foi avaliado contra a

superfície digital do terreno e foram produzidos os resultados apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Resultados da avaliação em relação à superfície digital do terreno para a realização 24 gerada por sGs.

| Categoria | Tonelagem | Alvura média |
|---|------------------|---------------------|
| Cobertura (Cob) | 16.282.000,0 | - |
| Estéril (Est) | 6.863.639,8 | 83,590 |
| Standard (Std) | 12.288.000,0 | 87,376 |
| Premium (Pre) | 25.915.000,0 | 88,784 |
| Total parcial Minério (Standard + Premium) | 38.203.000,0 | 88,331 |
| Estéril total (Cobertura + Estéril) | 23.145.639,8 | - |
| Total (Cob + Est + Pré + Std) | 61.349.000,8 | 87,594 |

4.10.2. SIMULAÇÃO SEQÜENCIAL DOS INDICADORES

De maneira similar, para mapear o espaço de incerteza, utilizando a técnica de simulação seqüencial dos indicadores, foram selecionadas após classificação em função da média global das realizações o modelo com a menor média global para representar o caso otimista e o cenário que produziu a maior média global para representar o caso pessimista.

4.10.2.1. CENÁRIO OTIMISTA

O cenário “ótimo” gerado pelo algoritmo de simulação seqüencial dos indicadores foi obtido com a realização 14. O modelo desse cenário foi avaliado contra a superfície digital do terreno e foram produzidos os resultados apresentados pela Tabela 11.

Tabela 11 – Resultados da avaliação em relação à superfície digital do terreno para a realização 14 gerada por siSim.

| Categoria | Tonelagem | Alvura média |
|--|------------------|---------------------|
| Cobertura (Cob) | 16.282.000,0 | - |
| Estéril (Est) | 4.813.374,6 | 83,173 |
| Standard (Std) | 11.762.000,0 | 87,254 |
| Premium (Pre) | 29.068.000,0 | 88,797 |
| Total parcial Minério (Standard + Premium) | 40.830.000,0 | 88,352 |
| Estéril total(Cobertura + Estéril) | 21095.374,6 | - |
| Total (Cob + Est + Pré + Std) | 61.922.000,6 | 87,806 |

4.10.2.2. CENÁRIO PESSIMISTA

O cenário pessimista em termos da média global obtida pela classificação das realizações foi obtida pela realização de número 26. O modelo desse cenário foi

avaliado contra a superfície digital do terreno e foram produzidos os resultados apresentados pela Tabela 12.

Tabela 12 – Resultados da avaliação em relação à superfície digital do terreno para a realização 26 gerada por siSim.

| Categoria | Tonelagem | Alvura média |
|--|------------------|---------------------|
| Cobertura (Cob) | 16.282.000,0 | - |
| Estéril (Est) | 6.304.872,5 | 83,182 |
| Standard (Std) | 11.496.000,0 | 87,230 |
| Premium (Pre) | 27.843.000,0 | 88,807 |
| Total parcial Minério (Standard + Premium) | 39.339.000,0 | 88,346 |
| Estéril total (Cobertura + Estéril) | 22.586.872,5 | |
| Total (Cob + Est + Pré + Std) | 61.922.000,5 | 87,633 |

Das tabelas 10, 11, 12 e 13, observa-se que a tonelagem de cobertura foi a mesma para todas as quatro situações, pois a cobertura foi produzida por interpretação por seções paralelas, sendo adicionada posteriormente aos modelos simulados. As parcelas correspondentes ao estéril e minério total, quando comparadas as situações pessimista e otimista produzidas pelo algoritmo de sGs (Tabela 9 e Tabela 10) e algoritmo de siSim (Tabela 11 e Tabela 12), apresentaram resultados coerentes, pois a quantidade de material estéril produzida nos casos pessimistas, para ambos os algoritmos, foi maior. Assim como a tonelagem de minério total é maior nos casos otimistas do que nos casos pessimistas. Outra observação pertinente nessas tabelas é a quantidade total de material presente em cada um dos modelos, para cada cenário produzido pelo mesmo algoritmo de simulação. A última linha da Tabela 9 e da Tabela 10, que apresenta a soma total de minério e estéril, apresentam o mesmo resultado, confirmando a coerência da avaliação dos modelos. A mesma situação se verifica na comparação da Tabela 11 com a Tabela 12, que apresentam a mesma tonelagem total para os modelos otimista e pessimista gerados por siSim.

4.11. AVALIAÇÃO ECONÔMICA

Em 1965, Helmut Lerchs e Ingo Grossmann apresentaram à comunidade mineira um algoritmo que se propunha a buscar o melhor desenho para uma cava a céu aberto. Em suas palavras “o objetivo é projetar o contorno de uma cava de maneira a maximizar a diferença entre o valor total do depósito do minério extraído do custo total de extração do minério e estéril”. Uma das principais preocupações da indústria mineira é determinar a maneira mais lucrativa de remover o material

presente em uma cava a céu aberto. A abordagem tradicional do problema tem sido a construção de um modelo utilizando técnicas de interpolação (IQD, Krigagem, etc.) sobre amostras de campo para estimar a distribuição do minério qualitativa e quantitativamente, e sobre esse modelo proceder com a avaliação econômica.

Foram elaborados ensaios de planejamento de operação de lavra com base na otimização do retorno financeiro ao longo da vida da mina. Estes estudos foram desenvolvidos com o auxílio do *software* NPV – Scheduler v3.1, para planejar a seqüência de extração de minério de forma a maximizar o Valor Presente Líquido (VPL) do empreendimento. O procedimento empregado utiliza o algoritmo de Lerchs-Grossmann para gerar o desenho da cava final e programação dinâmica para criar as fases de lavra e a seqüência ótima de extração de blocos. Para proceder com o seqüenciamento e planejamento é necessário que se tenha a representação digital da topografia do terreno, uma estimativa de profundidade do depósito e um modelo de blocos com campos que permitam avaliar a qualidade do minério e sua tonelagem (Smith, 1999). Portanto, partindo-se da modelagem da jazida previamente desenvolvida e dos parâmetros econômicos da operação, apresenta-se como resultado o planejamento da lavra a médio e longo prazo, de maneira a proporcionar o melhor retorno financeiro representado pelo VPL otimizado para as condições geológicas e econômicas propostas.

4.11.1. LIMITES IMPOSTOS AO MODELO

4.11.1.1. QUALITATIVOS

O modelo de blocos utilizado no seqüenciamento foi gerado por estimativa dos parâmetros de qualidade amostrados. O parâmetro alvura que expressa a quantidade de energia refletida [representado pelo parâmetro $F(R)$] configura a qualidade do minério.

A partir do parâmetro de qualidade estabelecido foram criadas as seguintes classes de minério:

- i. COBERTURA – blocos pertencentes ao capeamento estéril, gerados a partir da interpretação geológica de seções verticais paralelas;
- ii. ESTERIL – todo o bloco que possuir: $ALVURA < 86,3$;
- iii. STANDARD – blocos de minério com $86,3 \leq ALVURA < 88,0$;
- iv. PREMIUM – blocos de minério com $ALVURA \geq 88,0$.

4.11.1.2. GEOGRÁFICOS E GEOMECÂNICOS

Os limites de extrapolação dos blocos estimados pelo modelo foram gerados a partir da interpretação dos dados de sondagem, considerando blocos distantes no máximo 200 m dos pontos amostrais. Para isto foi criada a linha envoltória que limita essas distâncias, representada na Figura 52 pelas bordas da superfície digital do terreno em laranja. A Figura 52 também apresenta a conformação topográfica do terreno e das bancadas de frente de lavra e a disposição espacial dos furos de sondagem (traços brancos).



Figura 52 – Vista isométrica da topografia, bancadas de lavra e limite da área e furos de sondagem.

Em termos de estabilidade de taludes, o depósito tem um comportamento regular, definindo-se um ângulo geral de talude de 60° , que pode ser praticado em qualquer parte do depósito independente da orientação dos taludes. A Figura 53 apresenta um esquema de múltiplas bancadas, onde o ângulo que se está fazendo referência corresponde ao ângulo θ , que representa o ângulo geral de talude.

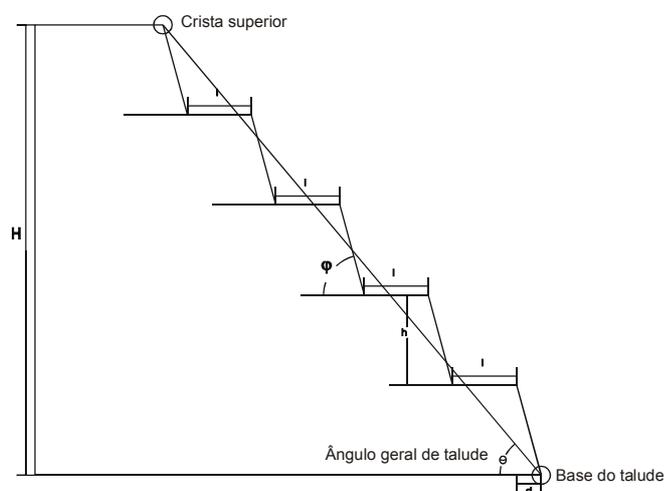


Figura 53 – Representação do ângulo geral de talude.

4.11.2. CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO BENEFÍCIO

Os valores abaixo relacionados referem-se aos custos de lavra e beneficiamento utilizados para a avaliação econômica do depósito usando o *software* NPV-Scheduler. Os valores foram obtidos utilizando-se uma rotina desenvolvida em linguagem *javascript*, utilizando comandos do DATAMINE Studio, para automatizar a valorização dos blocos de mineração, de forma que quando houverem modificações nos parâmetros econômicos seja fácil a atualização do campo que contém o valor descontado dos blocos.

Halatchev (1999) apresenta uma função benefício bastante elaborada considerando diversos aspectos, os quais foram simplificados na seção a seguir, porém a análise da expressão função benefício pode nos responder a questão sobre quais parâmetros foram considerados e que influenciam a otimização das toneladas de minério. Logicamente devem existir variáveis de custo de todos processos tecnológicos (lavra, processo e recuperação). Os custos de mercado também influenciam as toneladas de minério.

Fluxo de caixa descontado é uma forma comumente utilizada por acionistas para avaliar o retorno e é normalmente expresso em termos de valor presente líquido (VPL). Tipicamente o VPL de um projeto é mais sensível aos seguintes parâmetros:

- i. preço do produto;
- ii. taxa de desconto;
- iii. seqüência temporal do cronograma de extração dos blocos de lavra;
- iv. custo de produção.

4.11.2.1. FUNÇÃO GENÉRICA

As equações (33) e (34) apresentam a função benefício genérica utilizada para valorizar os blocos do modelo. Para cada categoria de produto da lavra foram introduzidos os respectivos valores de custo e benefício e obtido o valor final para cada bloco. Os valores econômicos utilizados para valorizar a função benefício foram extraídos de Petter (2000).

$$F_b = [\textit{beneficios} - \textit{custos}] / t \quad (33)$$

(34)

$$F_b = [(V.R) - (C_l) - (C_r) - (C_p) - (C_g)] / t$$

onde:

F_b = função benefício;

V = valor do produto final;

R = recuperação final;

C_l = custo de lavra;

C_r = custo de recuperação ambiental;

C_p = custo de processo;

C_g = custos gerais (custos de administração, vendas, etc,...);

t = tonelada lavrada.

4.11.2.2. PARA OS BLOCOS DA COBERTURA

A Tabela 13 apresenta os parâmetros físicos e econômico utilizados para obter a função do valor descontado dos blocos de cobertura descrita pela equação (35). Como os blocos de cobertura são descartados dentro do processo de lavra, eles possuem apenas custos de lavra, entrando com um peso negativo.

Tabela 13 – parâmetros físicos e econômicos associados aos blocos de cobertura.

| | |
|--------------------------------|--|
| volume de cada bloco padrão | 12,5 m x 12,5 m x 3,0 m = 468,75 m ³ |
| densidade | 1,75 t/m ³ |
| tonelagem de cada bloco | 468,75 m ³ x 1,75 t/m ³ = 820,32 t |
| custo de lavra | 0,94 US\$/t |
| custo de recuperação ambiental | 0,04 US\$/t |

(35)

$$F_{b \text{ cobertura}} = [-(0,94) - (0,04)] / t = -0,98 \text{ US} \$ / t$$

4.11.2.3. PARA OS BLOCOS ESTÉREIS

A Tabela 14 apresenta os parâmetros físicos e econômicos utilizados para obter a função do valor descontado dos blocos de material estéril. Como os blocos estéreis não são beneficiados, e portanto não possuem um valor comercial, o seu peso (valor econômico) também só contribui negativamente, de acordo com o valor obtido pela equação (36).

Tabela 14 – parâmetros físicos e econômicos associados aos blocos estéreis.

| | |
|--------------------------------|--|
| volume de cada bloco padrão | 12,5 m x 12,5m x 3,0m = 468,75 m ³ |
| densidade | 1,95 t/m ³ |
| tonelagem de cada bloco | 468,75 m ³ x 1,95 t/m ³ = 914,06 t |
| custo de lavra | 0,89 US\$/t |
| custo de recuperação ambiental | 0,04 US\$/t |

(36)

$$F_{b \text{ estéril}} = [-(0,89) - (0,04)] / t = -0,93 \text{ US} \$ / t$$

4.11.2.4. PARA O MINÉRIO STANDARD

Na Tabela 15 estão mostrados os parâmetros físicos e econômicos correspondentes aos blocos de minério do tipo STANDARD. Como trata-se de um produto final do processo, incidem sobre este além do custo de lavra os custos de beneficiamento e conseqüentemente associado ao bloco de minério dessa qualidade existe um valor de venda. O benefício descontado para os blocos de minério do tipo STANDARD está apresentado na equação (37).

Tabela 15 – parâmetros físicos e econômicos associados aos blocos de minério STANDARD.

| | |
|--------------------------------|--|
| volume de cada bloco padrão | 12,5 m x 12,5m x 3,0m = 468,75 m ³ |
| densidade | 1,95 t/m ³ |
| tonelagem de cada bloco | 468,75 m ³ x 1,95 t/m ³ = 914,06 t |
| custo de lavra | 1,02 US\$/t |
| custo de recuperação ambiental | 0,04 US\$/t |
| custo de processo | 28,57 US\$/t |
| custos gerais | 5,00 US\$/t |
| valor de venda do produto | 110,00 US\$/t |
| recuperação total | 53,8 % |

(37)

$$F_{b \text{ standard}} = [(110 \times 0,538) - (1,02) - (0,04) - (28,57) - (5,00)] / t = 24,55 \text{ US\$} / t \text{ de minério ROM}$$

4.11.2.5. PARA O MINÉRIO PREMIUM

Na Tabela 16 estão mostrados os parâmetros físicos e econômicos correspondentes aos blocos de minério do tipo PREMIUM. Como também trata-se de um produto final do processo, incidem sobre este além do custo de lavra os custos de beneficiamento e conseqüentemente associado ao bloco de minério dessa qualidade existe um valor de venda, maior que o minério do tipo STANDARD pelas suas propriedades. O benefício descontado para os blocos de minério do tipo PREMIUM está apresentado na equação (38).

Tabela 16– parâmetros físicos e econômicos associados aos blocos de minério PREMIUM.

| | |
|--------------------------------|--|
| volume de cada bloco padrão | 12,5 m x 12,5 m x 3,0 m = 468,75 m ³ |
| densidade | 1,95 t/m ³ |
| tonelagem de cada bloco padrão | 468,75 m ³ x 1,95 t/m ³ = 914,06 t |
| custo de lavra | 1,02 US\$/t |
| custo de recuperação ambiental | 0,04 US\$/t |
| custo de processo | 28,57 US\$/t |
| custos gerais | 5,00 US\$/t |
| valor de venda do produto | 134,80 US\$/t |
| recuperação total | 48,7 % |

(38)

$$F_b \text{ premium} = [(134,80 \cdot 0,487) - (1,02) - (0,04) - (28,57) - (5,00)] / t = 31,02 \text{ US\$} / t \text{ de minério ROM}$$

4.11.3. IMPORTAÇÃO DO MODELO

Basicamente o minério é classificado segundo a classe de produto a que este pertence, ou seja, o minério foi avaliado segundo os parâmetros tecnológicos que definem cada produto. Considera-se atualmente que todos os tipos de minério são submetidos ao mesmo tipo de processamento.

A unidade monetária em que foram geradas as avaliações econômicas, assim como a valorização dos blocos de lavra, foi a moeda corrente norte-americana (US\$). Para massa e volume foram utilizadas as unidades do Sistema Internacional de Unidades (SI), toneladas (t) e metros cúbicos (m³), respectivamente.

O modelo importado do DATAMINE, conforme cálculo apresentado anteriormente pela função benefício para cada categoria, já traz o resultado líquido (valor remanescente após o pagamento de todas as despesas). O valor dos blocos é lido diretamente no modelo inserido no NPV Scheduler (campo VALUE).

Para cada um dos cenários (otimista e pessimista) e método de simulação (sGs e SiSim) foi avaliado o benefício produzido, medido pelo valor presente líquido do fluxo de caixa descontado produzido por cada um dos modelos.

Diferentes procedimentos envolvem o tratamento econômico dos modelos de entrada, a primeira etapa considera o modo como os modelos são avaliados economicamente, no caso os blocos já são inseridos no programa de avaliação econômica contendo os valores correspondentes, calculados segundo os critérios de valorização dos blocos apresentados no item 4.11.2.

A importação do modelo envolve a definição dos campos criados no modelo geológico construído e preparado para avaliação econômica. Os campos de definição do modelo (coordenadas da origem, número de células em cada direção,...) são interpretados automaticamente pelo software NPV e não necessitam ser importados. Os campos selecionados para a importação foram os seguintes:

- i. campo numérico que contém o valor da Função de Kubelka-Munk [F(R)] simulado pelos algoritmos sGs e siSim. Esse campo foi definido como um “atributo” para o programa NPV Scheduler.

- ii. campo numérico que contém o valor do bloco em termos de alvura, transformado a partir do campo contendo o valor de F(R). Esse campo também foi definido como “atributo”.
- iii. os blocos foram classificados como classes de minério baseadas unicamente no parâmetro tecnológico que define os produtos. O campo com as categorias apresenta quatro classes numéricas de acordo com a Tabela 17.
- iv. campo numérico que contendo a tonelagem de cada bloco ou sub-bloco presente no modelo de teores. Uma vez que os blocos (sub-blocos) possuem dimensões variáveis assim como densidades diferentes (Tabela 18), as tonelagens também são variáveis. Apesar do programa NPV Scheduler não trabalhar com sub-blocos, ele retém a informação proveniente do campo importado contendo a tonelagem dos blocos e sub-blocos (TONNAGE) para os cálculos corretos de tonelagem.

Tabela 17 – Critérios de classificação em categorias (classes).

| Tipo tecnológico | Classe de Minério | Descrição da categoria |
|------------------|-------------------|--|
| Cobertura | 1 | Os blocos correspondentes a essa categoria foram gerados por interpretação de seções e construído um modelo específico para a cobertura estéril não possuindo valor de alvura. |
| Esteril | 2 | Os blocos correspondentes a essa categoria correspondem àqueles que possuem valor de alvura (dado pelo ALVURA) entre 0 e 86,3 ($0 \leq ALV < 86,3$) |
| Standard | 3 | Os blocos correspondentes a essa categoria correspondem a todos os blocos que possuem valor de alvura (dado pelo campo ALVURA) entre 86,3 e 88,0 ($86,3 \leq ALV < 88,0$) |
| Premium | 4 | Os blocos correspondentes a essa categoria correspondem a todos os blocos que possuem valor de alvura (dado pelo campo ALVURA) maior ou igual a 88,0 ($ALV \geq 86,3$) |

O campo CLASSE50 foi interpretado como o campo que contém a classificação litológica (no caso tecnológica), sendo classificado como ROCKTYPE para o software NPV Scheduler.

Tabela 18 – Categorias e as respectivas densidades médias assumidas.

| Classe | Densidade |
|-----------|-----------|
| Cobertura | 1,75 |
| Esteril | 1,95 |
| Standard | 1,95 |
| Premium | 1,95 |

Finalmente o campo que contém os blocos valorizados economicamente está contido no campo VALUNI50, o qual possui o valor econômico por tonelada de cada bloco. Os valores presentes nesse campo podem assumir valores negativos

(relativos aos blocos de cobertura ou estéril) ou positivos (blocos de minério do tipo Standard ou Premium). Esse campo foi importado como o “PRODUTO” a ser maximizado dentro da lógica do NPV Scheduler.

4.11.4. LIMITES DA ESCAVAÇÃO

O programa utilizado permite definir os limites de escavação, porém a utilização desses limites é aplicada normalmente para áreas do depósito que devem ser excluídas das reservas (por exemplo áreas sob instalações industriais, escritório, etc.). A Figura 54 exibe a topografia inicial da lavra em operação onde a linha verde apresentada exclui do modelo todos os blocos que estiverem dentro de seus limites. Esse artifício permitiu a interpretação da frente de lavra em operação, evitando que o algoritmo de otimização e seqüenciamento iniciasse a minerar por outras frentes expostas tal como a zona destacada pela elipse em vermelho na Figura 54.

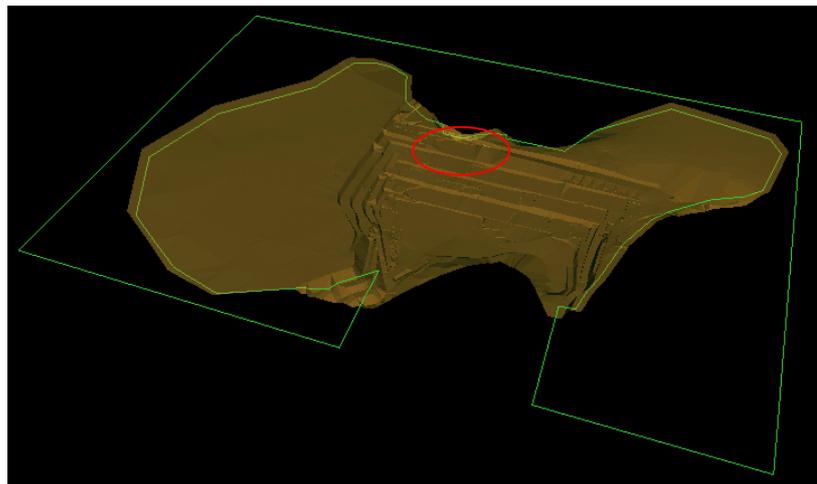


Figura 54 – Perspectiva isométrica com a poligonal limite e a topografia original do terreno.

4.11.5. GERAÇÃO DA CAVA FINAL

A geração da cava final envolve a combinação dos resultados da valorização dos blocos, com o inventário mineral construído. Por definição, cava final é a cava que possui o maior fluxo de caixa descontado dentro dos parâmetros econômicos, com as restrições geométricas e geomecânicas que se apresentarem no depósito. O NPV Scheduler encontra a cava final utilizando o método “Dual Simplex”, (Underwood & Tolwinski, 1996 e 1998) baseado no algoritmo clássico de Lerchs-Grossmann (LG) (Lerchs & Grossmann, 1965). O mesmo algoritmo é usado para gerar a seqüência de fases. Uma fase é encontrada aplicando-se LG ao modelo

econômico com os valores reduzidos por um fator definido pelo usuário, onde o papel das fases é auxiliar na geração da seqüência ótima de extração.

Entre o período de início (abertura da cava) até o fechamento da lavra, para os parâmetros econômicos atuais, serão geradas múltiplas fases (configurações de cava) até ser projetada uma cava final que produza o maior fluxo de caixa descontado com a seqüência ótima de extração, essa configuração é chamada de cava final, (Whittle, 1988; Whittle & Rozman, 1991; Underwood & Tolwinski, 1996). Dentro desse conceito, existe a definição de fase, que é uma configuração de cava obtida por um modelo econômico com valores de blocos reduzidos. Fases são obtidas definindo-se um valor inicial de redução dos valores dos blocos para a primeira fase e um decremento para as fases seguintes (por exemplo 80% para a fase inicial e 1% de decremento), formando uma seqüência de fases aninhadas (contidas nas subseqüentes) e todas contidas na fase final, denominada especialmente de cava final. As fases auxiliam na criação da seqüência de extração e não possuem nenhuma importância adicional após esse processo, uma vez que a seqüência de extração contém informações mais completas a respeito da cava.

Para o caso apresentado, foi utilizada uma taxa de desconto anual de 8%, uma razão de produção de 1.500.000 t/ano de minério ROM, considerando 365 dias trabalhados no ano. Adotou-se 60° de ângulo geral de talude para o todo o depósito, um percentual de redução de 80% no valor dos blocos e um decremento de 1% para as fases subseqüentes.

A Figura 55 apresenta a configuração da cava final para o modelo otimista gerado pelo algoritmo de simulação seqüencial Gaussiana, para exemplificar uma configuração de cava final, uma vez que os resultados de projeto de cava final foram muito semelhantes.

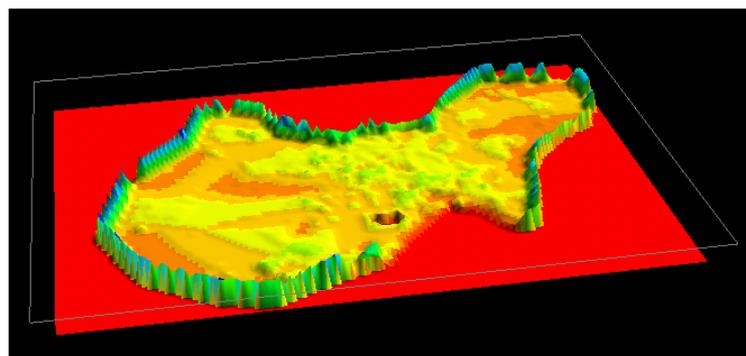


Figura 55 – Projeto de cava final para o caso ótimo gerado por sGs.

4.12. GERAÇÃO DOS AVANÇOS OPERACIONAIS

Avanço operacional ou freqüentemente citado na literatura (Hustrulid & Kuchta, 1995) como *pushback*, *cut-back*, *stage* ou até mesmo *phase*, pode ser definido como o estágio na fase de expansão da mina que pode ser desenvolvido na prática e minerado bancada a bancada. Cada um dos avanços operacionais pode ser minerado independente dos demais (obviamente satisfeitas as condições de exposição das bancadas), pois cada estágio de avanço obedece às condições geomecânicas impostas. Além disso cada *pushback* deve satisfazer as condições de acesso, o que significa que os limites de um dado *pushback* e seu predecessor devem estar separados por uma distância mínima, a menos que esses limites coincidam com os limites da cava ótima final (NPV Scheduler, 2000).

Dentro das configurações e restrições possíveis para geração dos avanços operacionais permitidas pelo *software*, foi estabelecida uma série de parâmetros. Para garantir que os resultados fossem gerados em igualdade de condições para todos os cenários estudados, foram mantidas as mesmas configurações para todos os casos, como mostra a Tabela 19.

Tabela 19 – Parâmetros para a geração dos avanços operacionais para cada um dos cenários.

| | Caso Otimista | Caso pessimista | Caso otimista | Caso pessimista |
|---|---------------|-----------------|---------------|-----------------|
| | sGs | sGs | sis | sis |
| Número máximo de <i>pushbacks</i> | 15 | 15 | 15 | 15 |
| último <i>pushback</i> atinge a cava final? | sim | sim | sim | sim |
| Espaço de acesso entre os avanços | 20 m | 20 m | 20 m | 20 m |
| Estender o avanço tal que esse contenha o precedente? | sim | sim | sim | sim |
| Tonel. de minério em cada avanço | 1.500.000 | 1.500.000 | 1.500.000 | 1.500.000 |

4.12.1. CASO OTIMISTA sGs

O relatório apresentado na Tabela 20 mostra as fases criadas por um dos cenários (caso ótimo utilizando sGs), até alcançar a configuração da cava ótima (*ultimate pit*). Pode-se observar pela tonelage, que a primeira fase praticamente já atinge a configuração final da cava. Isso se deve à grande discrepância entre o valor dos blocos de minério e de estéril, pois ao proceder com a redução aplicada (no caso 80%) ao valor dos blocos positivos, ainda assim esse valor compensa a extração da cava como um todo, pois além da discrepância de valores também a proporção de blocos estéreis e de minério é equilibrada. Por não se tratar de um

depósito que se estende em profundidade, o valor de redução não chega a ser significativo o suficiente para expandir as fases.

A Tabela 20 mostra os resultados incrementais em cada uma das fases geradas para o caso otimista gerado por simulação seqüencial gaussiana. A segunda coluna apresenta o lucro descontado e a terceira coluna o valor presente líquido, pode-se observar o que foi mencionado anteriormente, que a primeira fase praticamente define o total do material a ser extraído, justamente devido à discrepância existente entre os valores de minério e estéril. A quarta coluna apresenta a tonelagem total de minério por avanço, a quinta coluna apresenta a tonelagem total de estéril, a sexta coluna mostra a relação estéril minério, a sétima e a oitava colunas mostram as tonelagens para os produtos STANDARD e PREMIUM respectivamente, e por fim a nona e décima colunas mostram o valor médio em termos de F(R) e alvura para a realização em questão (realização 50 produzida por sGs). Os resultados cumulativos para o mesmo cenário estão apresentados na

Tabela 21.

Tabela 20 – Relatório incremental das fases geradas para criação dos avanços operacionais.

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 50REALIZ [F(R)] | ALV50 (R) |
|---------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Phase 1 (80%) | 1.047.909.042 | 313.691.236 | 36.476.284 | 20.094.931 | 0,551 | 9.906.560 | 26.569.724 | 7,582 | 88,454 |
| Phase 2 (74%) | 15,033 | 2.131 | 824 | 5.370 | 6,516 | 824 | 0 | 8,402 | 87,85 |
| Phase 3 (73%) | 9,442 | 1.338 | 422 | 3.736 | 8,845 | 0 | 422 | 6,03 | 89,605 |
| Phase 4 (63%) | 8,922 | 1.264 | 651 | 8.527 | 13,092 | 455 | 195 | 8,35 | 87,962 |
| Phase 5 (60%) | 6,287 | 891 | 433 | 4.431 | 10,235 | 433 | 0 | 8,205 | 87,984 |
| Phase 6 (59%) | 9,519 | 1.348 | 599 | 9.248 | 15,438 | 0 | 599 | 6,46 | 89,267 |
| Phase 7 (42%) | 2,483 | 351 | 251 | 3.777 | 14,993 | 251 | 0 | 9,784 | 86,956 |
| Phase 8 (36%) | 3,210 | 454 | 408 | 6.951 | 17,027 | 408 | 0 | 9,876 | 86,899 |
| Phase 9 (0%) | 16,525,550 | 2.311.917 | 588.784 | 59.093 | 0,1 | 259.930 | 328.853 | 8,101 | 88,091 |

Tabela 21 - Relatório cumulativo das fases geradas para criação dos avanços operacionais.

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 50REALIZ [F(R)] | ALV50 (R) |
|---------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Phase 1 (80%) | 1.047.909.042 | 313.691.236 | 36.476.284 | 20.094.931 | 0,551 | 9.906.560 | 26.569.724 | 7,582 | 88,454 |
| Phase 2 (74%) | 1.047.924.076 | 313.693.368 | 36.477.108 | 20.100.301 | 0,551 | 9.907.384 | 26.569.724 | 7,582 | 88,454 |
| Phase 3 (73%) | 1.047.933.519 | 313.694.707 | 36.477.531 | 20.104.037 | 0,551 | 9.907.384 | 26.570.146 | 7,582 | 88,454 |
| Phase 4 (63%) | 1.047.942.442 | 313.695.972 | 36.478.182 | 20.112.565 | 0,551 | 9.907.840 | 26.570.342 | 7,582 | 88,454 |
| Phase 5 (60%) | 1.047.948.729 | 313.696.863 | 36.478.615 | 20.116.997 | 0,551 | 9.908.273 | 26.570.342 | 7,582 | 88,454 |
| Phase 6 (59%) | 1.047.958.248 | 313.698.211 | 36.479.214 | 20.126.245 | 0,552 | 9.908.273 | 26.570.941 | 7,582 | 88,454 |
| Phase 7 (42%) | 1.047.960.732 | 313.698.563 | 36.479.466 | 20.130.023 | 0,552 | 9.908.524 | 26.570.941 | 7,582 | 88,454 |

| | | | | | | | | | |
|---------------|---------------|-------------|------------|------------|-------|------------|------------|-------|--------|
| Phase 8 (36%) | 1.047.963.942 | 313.699.017 | 36.479.874 | 20.136.974 | 0,552 | 9.908.933 | 26.570.941 | 7,582 | 88,454 |
| Phase 9 (0%) | 1.064.489.492 | 316.010.934 | 37.068.658 | 20.196.068 | 0,545 | 10.168.863 | 26.899.795 | 7,59 | 88,449 |

Nos dois cenários estudados (otimista e pessimista) para os dois algoritmos empregados na geração dos modelos, ambos apresentaram uma configuração de cava final semelhante, extraíndo quase todos os blocos existentes nos modelos. Ou seja, o limite da cava final corresponde aos blocos da extremidade dos modelos.

A Tabela 22 apresenta um relatório incremental individualizado por *pushback*, onde são reportadas todas as informações pertinentes a cada um dos *pushbacks* para o caso ótimo gerado pelo algoritmo de simulação seqüencial gaussiana.

Tabela 22 - Relatório incremental dos avanços operacionais criados para o modelo otimista gerado por sGs.

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 50REALIZ [F(R)] | ALV50 (R) |
|-------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Pushback 1 | 49.237.708 | 47.680.914 | 1.729.508 | 189.464 | 0,11 | 654.149 | 1.075.358 | 7,867 | 88,253 |
| Pushback 2 | 45.842.180 | 41.520.125 | 1.622.530 | 337.314 | 0,208 | 644.589 | 977.941 | 7,97 | 88,18 |
| Pushback 3 | 58.111.698 | 48.560.000 | 2.011.971 | 529.569 | 0,263 | 586.329 | 1.425.642 | 7,647 | 88,408 |
| Pushback 4 | 55.627.689 | 42.266.047 | 1.925.753 | 679.113 | 0,353 | 533.500 | 1.392.253 | 7,604 | 88,438 |
| Pushback 5 | 84.664.141 | 56.586.670 | 2.942.477 | 1.344.501 | 0,457 | 820.442 | 2.122.034 | 7,606 | 88,436 |
| Pushback 6 | 55.335.020 | 32.680.877 | 1.933.013 | 1.048.446 | 0,542 | 557.963 | 1.375.050 | 7,581 | 88,457 |
| Pushback 7 | 62.648.581 | 33.011.480 | 2.182.683 | 1.239.171 | 0,568 | 596.229 | 1.586.454 | 7,572 | 88,463 |
| Pushback 8 | 94.950.769 | 42.281.649 | 3.288.756 | 2.115.814 | 0,643 | 774.414 | 2.514.341 | 7,475 | 88,532 |
| Pushback 9 | 98.750.912 | 36.348.115 | 3.385.343 | 2.172.783 | 0,642 | 640.972 | 2.744.370 | 7,278 | 88,672 |
| Pushback 10 | 94.995.306 | 29.219.605 | 3.256.886 | 1.881.133 | 0,578 | 649.720 | 2.607.165 | 7,363 | 88,608 |
| Pushback 11 | 187.183.657 | 43.631.446 | 6.498.989 | 3.327.915 | 0,512 | 1.727.605 | 4.771.384 | 7,604 | 88,435 |
| Pushback 12 | 116.495.548 | 19.944.903 | 4.100.492 | 3.505.041 | 0,855 | 1.128.302 | 2.972.190 | 7,592 | 88,449 |
| Pushback 13 | 60.646.277 | 8.762.459 | 2.190.253 | 1.825.798 | 0,834 | 854.643 | 1.335.609 | 7,977 | 88,176 |

Na Tabela 23 estão apresentados resultados cumulativos para o mesmo cenário.

Tabela 23 - Relatório cumulativo dos avanços operacionais criados para o modelo otimista gerado por sGs.

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 50REALIZ [F(R)] | ALV50 (R) |
|------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Pushback 1 | 49.237.708 | 47.680.914 | 1.729.508 | 189.464 | 0,11 | 654.149 | 1.075.358 | 7,867 | 88,253 |
| Pushback 2 | 95.079.889 | 89.201.039 | 3.352.038 | 526.778 | 0,157 | 1.298.739 | 2.053.299 | 7,917 | 88,218 |
| Pushback 3 | 153.191.588 | 137.761.040 | 5.364.010 | 1.056.348 | 0,197 | 1.885.068 | 3.478.941 | 7,816 | 88,289 |
| Pushback 4 | 208.819.277 | 180.027.087 | 7.289.763 | 1.735.462 | 0,238 | 2.418.568 | 4.871.195 | 7,76 | 88,328 |
| Pushback 5 | 293.483.418 | 236.613.758 | 10.232.240 | 3.079.963 | 0,301 | 3.239.011 | 6.993.229 | 7,715 | 88,359 |
| Pushback 6 | 348.818.439 | 269.294.635 | 12.165.254 | 4.128.410 | 0,339 | 3.796.974 | 8.368.279 | 7,694 | 88,375 |

| | | | | | | | | | |
|-------------|---------------|-------------|------------|------------|-------|------------|------------|-------|--------|
| Pushback 7 | 411.467.021 | 302.306.116 | 14.347.937 | 5.367.581 | 0,374 | 4.393.203 | 9.954.733 | 7,675 | 88,388 |
| Pushback 8 | 506.417.790 | 344.587.766 | 17.636.693 | 7.483.396 | 0,424 | 5.167.618 | 12.469.074 | 7,638 | 88,415 |
| Pushback 9 | 605.168.702 | 380.935.881 | 21.022.036 | 9.656.179 | 0,459 | 5.808.591 | 15.213.445 | 7,58 | 88,456 |
| Pushback 10 | 700.164.009 | 410.155.487 | 24.278.923 | 11.537.312 | 0,475 | 6.458.312 | 17.820.611 | 7,551 | 88,477 |
| Pushback 11 | 887.347.666 | 453.786.933 | 30.777.912 | 14.865.228 | 0,483 | 8.185.917 | 22.591.995 | 7,562 | 88,468 |
| Pushback 12 | 1.003.843.214 | 473.731.836 | 34.878.405 | 18.370.269 | 0,527 | 9.314.219 | 25.564.185 | 7,566 | 88,466 |
| Pushback 13 | 1.064.489.492 | 482.494.296 | 37.068.658 | 20.196.068 | 0,545 | 10.168.863 | 26.899.795 | 7,59 | 88,449 |

A seqüência de cenários de lavra apresentada na Figura 56 mostra o desenvolvimento dos avanços operacionais para o caso ótimo gerado pelo algoritmo de simulação seqüencial gaussiana. Cada uma das imagens representa um avanço operacional, dentre os 13 avanços que foram criados para minerar todos os blocos de interesse. As ilustrações representam a extração dentro dos avanços operacionais, o que ainda não significa que essa é a seqüência ótima de extração, pois o NPV Scheduler apenas gera os avanços particionando e reclassificando a seqüência de extração. O algoritmo examina os blocos incluídos na seqüência de extração e combina estes blocos em conjuntos conexos, que são novamente ajustados para garantir a satisfação das condições de construção dos avanços operacionais. Ainda não estão definidos os objetivos a serem atingidos para que se tenha uma seqüência otimizada de extração.

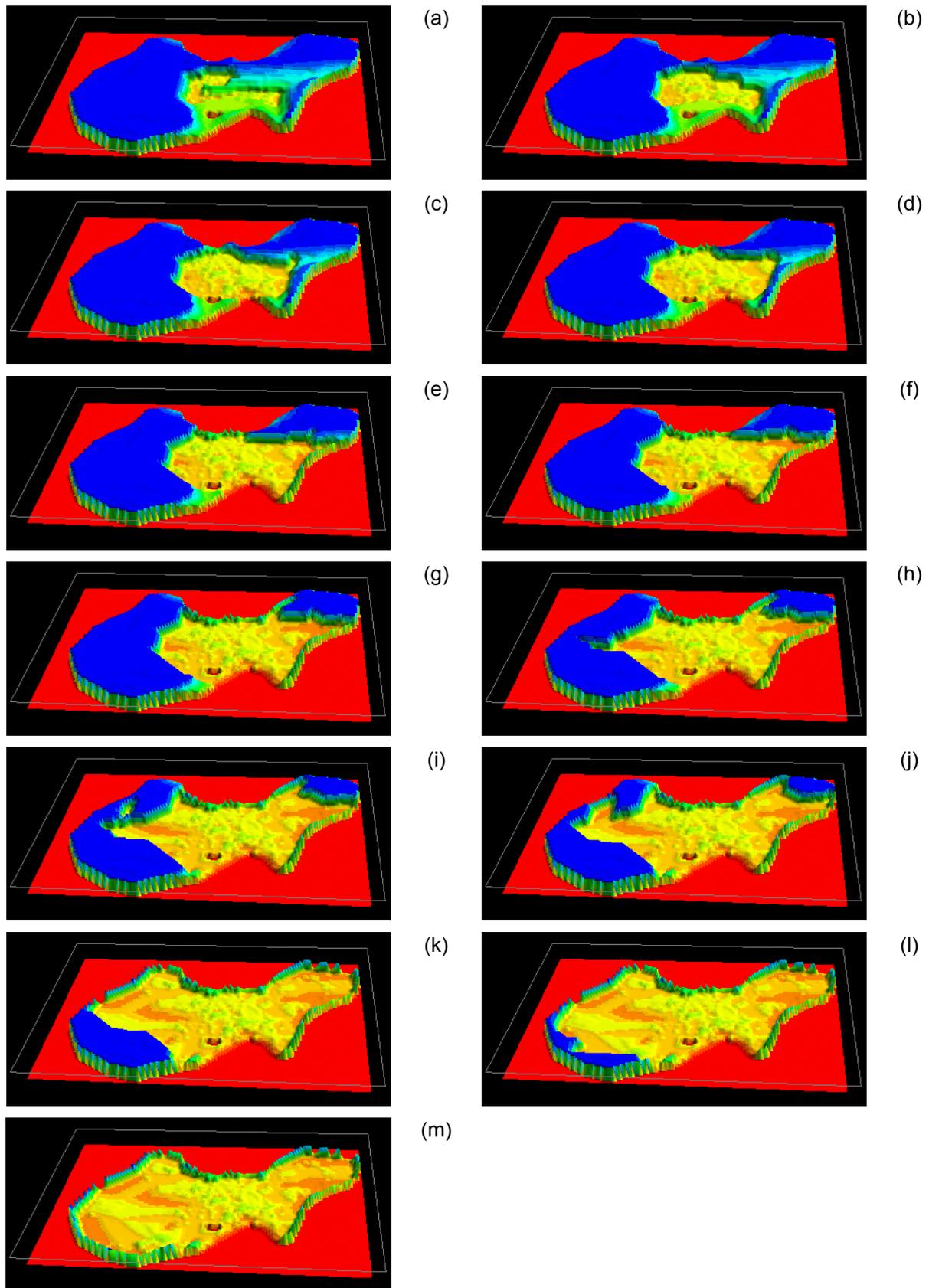


Figura 56 – Avanços operacionais para o caso otimista gerado por sGs.

4.12.2. CASO PESSIMISTA GERADO POR SGS

Para o modelo que representa a pior situação, gerada pelo algoritmo de sGs, foram gerados também relatórios incrementais e cumulativos pra descrever a evolução dos avanços operacionais dentro do desenvolvimento da lavra, A Tabela 24 mostra o relatório incremental dos 15 avanços operacionais criados para minerar os blocos interessantes desse cenário, ao passo que a Tabela 25 apresenta o relatório cumulativo para o mesmo cenário.

Tabela 24 – Relatório incremental para o caso pessimista gerado por sGs.

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 24REALIZ [F(R)] | ALV24 (R) |
|-------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Pushback 1 | 66.516.916 | 63.310.684 | 2.289.844 | 416.019 | 0,182 | 635.590 | 1.654.254 | 8,354 | 88,396 |
| Pushback 2 | 46.292.453 | 40.906.102 | 1.622.969 | 375.615 | 0,231 | 571.254 | 1.051.715 | 8,549 | 88,292 |
| Pushback 3 | 59.838.508 | 48.786.910 | 2.130.705 | 659.586 | 0,31 | 870.096 | 1.260.609 | 8,641 | 88,158 |
| Pushback 4 | 54.269.179 | 40.059.096 | 1.909.274 | 773.132 | 0,405 | 650.669 | 1.258.605 | 8,101 | 88,307 |
| Pushback 5 | 64.590.737 | 42.798.253 | 2.273.562 | 1.134.470 | 0,499 | 747.437 | 1.526.124 | 8,304 | 88,307 |
| Pushback 6 | 55.776.254 | 33.100.605 | 1.982.332 | 1.192.956 | 0,602 | 705.137 | 1.277.194 | 7,99 | 88,239 |
| Pushback 7 | 56.238.089 | 29.470.119 | 2.022.473 | 1.704.419 | 0,843 | 749.112 | 1.273.360 | 7,801 | 88,236 |
| Pushback 8 | 75.467.056 | 34.348.393 | 2.677.025 | 1.970.749 | 0,736 | 875.751 | 1.801.274 | 8,136 | 88,351 |
| Pushback 9 | 52.746.643 | 21.210.993 | 1.891.879 | 1.327.715 | 0,702 | 720.387 | 1.171.491 | 8,205 | 88,200 |
| Pushback 10 | 47.369.026 | 17.268.638 | 1.685.342 | 1.115.614 | 0,662 | 592.466 | 1.092.876 | 8,667 | 88,263 |
| Pushback 11 | 75.675.486 | 24.439.107 | 2.661.185 | 1.487.235 | 0,559 | 839.391 | 1.821.794 | 8,448 | 88,321 |
| Pushback 12 | 57.777.666 | 16.370.789 | 2.004.346 | 1.488.406 | 0,743 | 455.392 | 1.548.954 | 8,057 | 88,534 |
| Pushback 13 | 85.644.960 | 21.139.366 | 2.925.891 | 1.659.834 | 0,567 | 540.451 | 2.385.439 | 7,997 | 88,640 |
| Pushback 14 | 73.268.183 | 15.860.321 | 2.492.413 | 1.238.620 | 0,497 | 438.850 | 2.053.563 | 7,872 | 88,671 |
| Pushback 15 | 135.890.389 | 22.464.851 | 4.938.069 | 4.676.530 | 0,947 | 1.973.512 | 2.964.557 | 8,675 | 88,152 |

Tabela 25 - Relatório cumulativo para o caso pessimista gerado por sGs.

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 24REALIZ [F(R)] | ALV24 (R) |
|-------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Pushback 1 | 66.516.916 | 63.310.684 | 2.289.844 | 416.019 | 0,182 | 635.590 | 1.654.254 | 8,354 | 88,396 |
| Pushback 2 | 112.809.369 | 104.216.787 | 3.912.814 | 791.635 | 0,202 | 1.206.844 | 2.705.969 | 8,435 | 88,353 |
| Pushback 3 | 172.647.878 | 153.003.697 | 6.043.520 | 1.451.221 | 0,24 | 2.076.941 | 3.966.578 | 8,507 | 88,284 |
| Pushback 4 | 226.917.058 | 193.062.794 | 7.952.794 | 2.224.353 | 0,28 | 2.727.610 | 5.225.184 | 8,41 | 88,289 |
| Pushback 5 | 291.507.795 | 235.861.047 | 10.226.357 | 3.358.824 | 0,328 | 3.475.048 | 6.751.308 | 8,386 | 88,293 |
| Pushback 6 | 347.284.050 | 268.961.653 | 12.208.689 | 4.551.781 | 0,373 | 4.180.186 | 8.028.503 | 8,322 | 88,284 |
| Pushback 7 | 403.522.140 | 298.431.772 | 14.231.163 | 6.256.201 | 0,44 | 4.929.299 | 9.301.864 | 8,248 | 88,278 |
| Pushback 8 | 478.989.197 | 332.780.166 | 16.908.188 | 8.226.951 | 0,487 | 5.805.050 | 11.103.138 | 8,23 | 88,289 |
| Pushback 9 | 531.735.840 | 353.991.160 | 18.800.067 | 9.554.666 | 0,508 | 6.525.437 | 12.274.630 | 8,228 | 88,28 |
| Pushback 10 | 579.104.866 | 371.259.799 | 20.485.410 | 10.670.281 | 0,521 | 7.117.903 | 13.367.506 | 8,264 | 88,279 |
| Pushback 11 | 654.780.353 | 395.698.906 | 23.146.595 | 12.157.516 | 0,525 | 7.957.295 | 15.189.300 | 8,285 | 88,284 |
| Pushback 12 | 712.558.019 | 412.069.696 | 25.150.942 | 13.645.922 | 0,543 | 8.412.687 | 16.738.255 | 8,267 | 88,304 |
| Pushback 13 | 798.202.980 | 433.209.063 | 28.076.834 | 15.305.756 | 0,545 | 8.953.139 | 19.123.694 | 8,239 | 88,339 |
| Pushback 14 | 871.471.164 | 449.069.384 | 30.569.247 | 16.544.377 | 0,541 | 9.391.989 | 21.177.257 | 8,209 | 88,366 |
| Pushback 15 | 1.007.361.554 | 471.534.235 | 35.507.317 | 21.220.907 | 0,598 | 11.365.501 | 24.141.815 | 8,274 | 88,336 |

A Figura 57 mostra a evolução dos avanços operacionais para o cenário de lavra produzido a partir da realização classificada como o pior caso produzido por simulação seqüencial gaussiana.

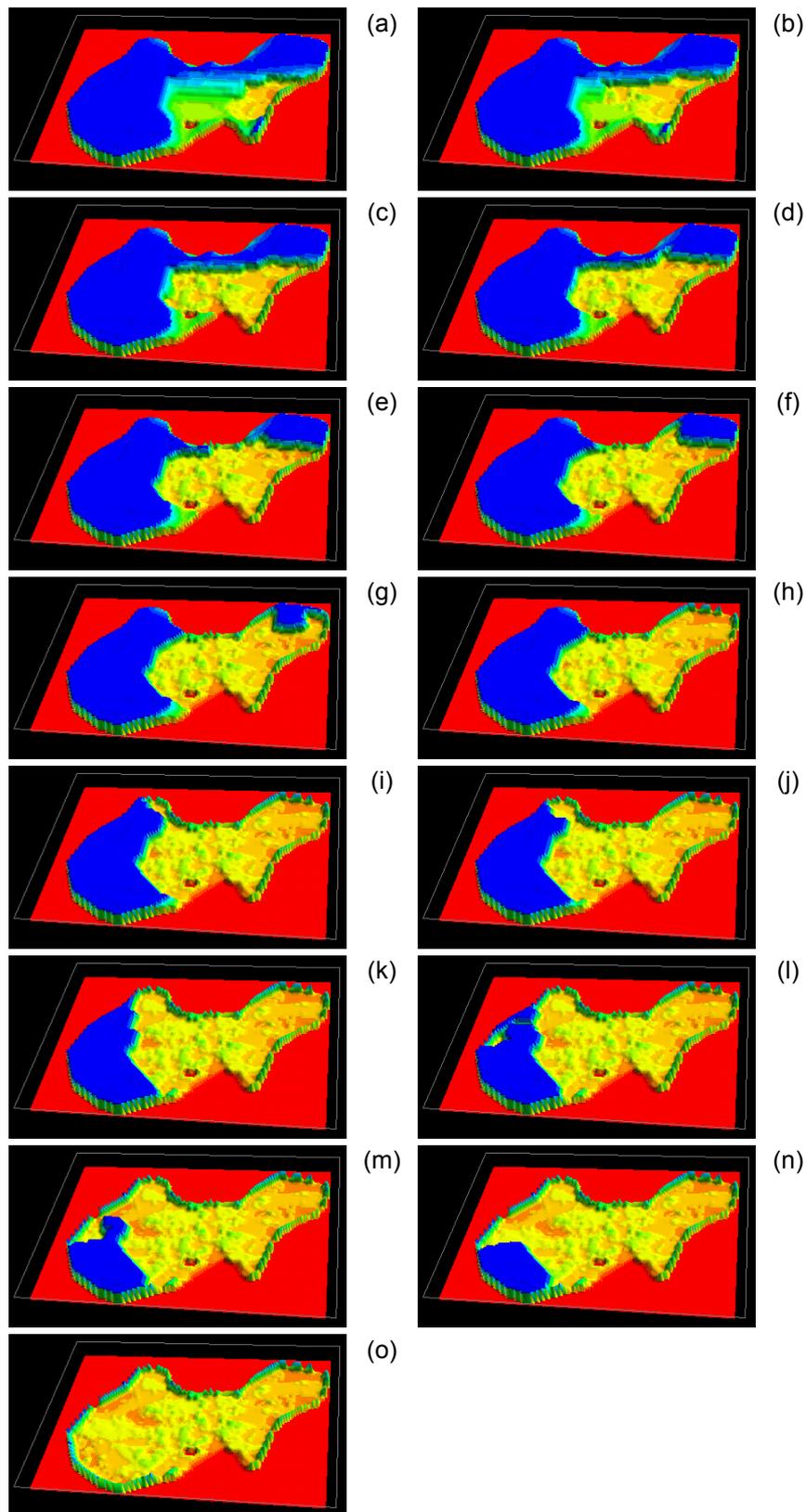


Figura 57 – Avanços operacionais gerados a partir do modelo pessimista criado por simulação seqüencial gaussiana.

4.12.3. CASO OTIMISTA UTILIZANDO siSIM

De maneira similar, utilizando simulação seqüencial dos indicadores, foram produzidos resultados contemplando os modelos otimista e pessimista dentro do critério de classificação utilizado. A Tabela 26 apresenta o relatório incremental por avanço operacional, ao passo que a Tabela 27 apresenta o resultado cumulativo para a mesma realização.

Tabela 26 - Relatório incremental para o caso otimista gerado por siSim.

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 14REALIZ [F(R)] | ALV14 (R) |
|-------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Pushback 1 | 49.656.806 | 48.079.806 | 1.676.016 | 118.460 | 0,071 | 343.319 | 1.332.696 | 7,546 | 88,475 |
| Pushback 2 | 52.883.105 | 47.605.256 | 1.848.991 | 407.513 | 0,220 | 631.281 | 1.217.710 | 7,873 | 88,250 |
| Pushback 3 | 49.664.517 | 41.248.574 | 1.722.760 | 504.563 | 0,293 | 508.384 | 1.214.375 | 7,755 | 88,331 |
| Pushback 4 | 59.045.787 | 44.714.650 | 2.062.374 | 762.847 | 0,370 | 647.703 | 1.414.670 | 7,805 | 88,297 |
| Pushback 5 | 98.082.931 | 64.388.506 | 3.414.810 | 1.468.489 | 0,430 | 992.935 | 2.421.875 | 7,811 | 88,290 |
| Pushback 6 | 68.997.220 | 39.012.711 | 2.401.353 | 1.297.841 | 0,540 | 653.910 | 1.747.442 | 7,696 | 88,376 |
| Pushback 7 | 79.868.280 | 39.105.263 | 2.762.318 | 1.546.941 | 0,560 | 666.890 | 2.095.428 | 7,568 | 88,465 |
| Pushback 8 | 66.516.311 | 28.372.545 | 2.314.049 | 1.437.963 | 0,621 | 597.932 | 1.716.116 | 7,563 | 88,471 |
| Pushback 9 | 74.438.982 | 27.510.881 | 2.579.870 | 1.699.168 | 0,659 | 608.353 | 1.971.517 | 7,573 | 88,462 |
| Pushback 10 | 113.405.350 | 34.584.046 | 3.944.458 | 2.277.169 | 0,577 | 1.040.752 | 2.903.705 | 7,731 | 88,349 |
| Pushback 11 | 48.681.091 | 12.677.021 | 1.741.415 | 1.728.877 | 0,993 | 565.547 | 1.175.868 | 7,703 | 88,376 |
| Pushback 12 | 86.636.744 | 19.257.787 | 3.058.615 | 2.184.518 | 0,714 | 945.894 | 2.112.721 | 7,744 | 88,346 |
| Pushback 13 | 136.372.957 | 23.896.028 | 4.847.693 | 3.196.774 | 0,659 | 1.686.529 | 3.161.164 | 7,900 | 88,235 |
| Pushback 14 | 97.619.095 | 13.902.257 | 3.425.661 | 1.561.281 | 0,456 | 1.102.061 | 2.323.600 | 7,837 | 88,278 |

Tabela 27 - Relatório cumulativo para o caso otimista gerado por siSim,

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 14REALIZ [F(R)] | ALV14 (R) |
|-------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Pushback 1 | 49.656.806 | 48.079.806 | 1.676.016 | 118.460 | 0,071 | 343.319 | 1.332.696 | 7,546 | 88,475 |
| Pushback 2 | 102.539.911 | 95.685.063 | 3.525.008 | 525.973 | 0,149 | 974.601 | 2.550.407 | 7,718 | 88,357 |
| Pushback 3 | 152.204.428 | 136.933.638 | 5.247.768 | 1.030.536 | 0,196 | 1.482.985 | 3.764.782 | 7,730 | 88,348 |
| Pushback 4 | 211.250.216 | 181.648.288 | 7.310.142 | 1.793.384 | 0,245 | 2.130.689 | 5.179.453 | 7,751 | 88,334 |
| Pushback 5 | 309.333.147 | 246.036.794 | 10.724.953 | 3.261.873 | 0,304 | 3.123.624 | 7.601.328 | 7,770 | 88,32 |
| Pushback 6 | 378.330.368 | 285.049.506 | 13.126.307 | 4.559.715 | 0,347 | 3.777.535 | 9.348.771 | 7,757 | 88,33 |
| Pushback 7 | 458.198.648 | 324.154.770 | 15.888.626 | 6.106.656 | 0,384 | 4.444.425 | 11.444.200 | 7,724 | 88,354 |
| Pushback 8 | 524.714.960 | 352.527.315 | 18.202.675 | 7.544.619 | 0,414 | 5.042.358 | 13.160.317 | 7,703 | 88,369 |
| Pushback 9 | 599.153.942 | 380.038.196 | 20.782.545 | 9.243.788 | 0,445 | 5.650.711 | 15.131.834 | 7,687 | 88,380 |
| Pushback 10 | 712.559.293 | 414.622.242 | 24.727.003 | 11.520.958 | 0,466 | 6.691.463 | 18.035.540 | 7,694 | 88,375 |
| Pushback 11 | 761.240.385 | 427.299.264 | 26.468.419 | 13.249.835 | 0,501 | 7.257.010 | 19.211.408 | 7,695 | 88,375 |
| Pushback 12 | 847.877.130 | 446.557.052 | 29.527.035 | 15.434.354 | 0,523 | 8.202.904 | 21.324.130 | 7,700 | 88,372 |
| Pushback 13 | 984.250.088 | 470.453.080 | 34.374.728 | 18.631.129 | 0,542 | 9.889.434 | 24.485.294 | 7,728 | 88,353 |
| Pushback 14 | 1.081.869.183 | 484.355.338 | 37.800.390 | 20.192.410 | 0,534 | 10.991.495 | 26.808.894 | 7,738 | 88,346 |

A Figura 58 mostra as ilustrações da configuração do avanço de lavra considerando os avanços operacionais gerados utilizando o modelo gerado por siSim para o cenário classificado como otimista.

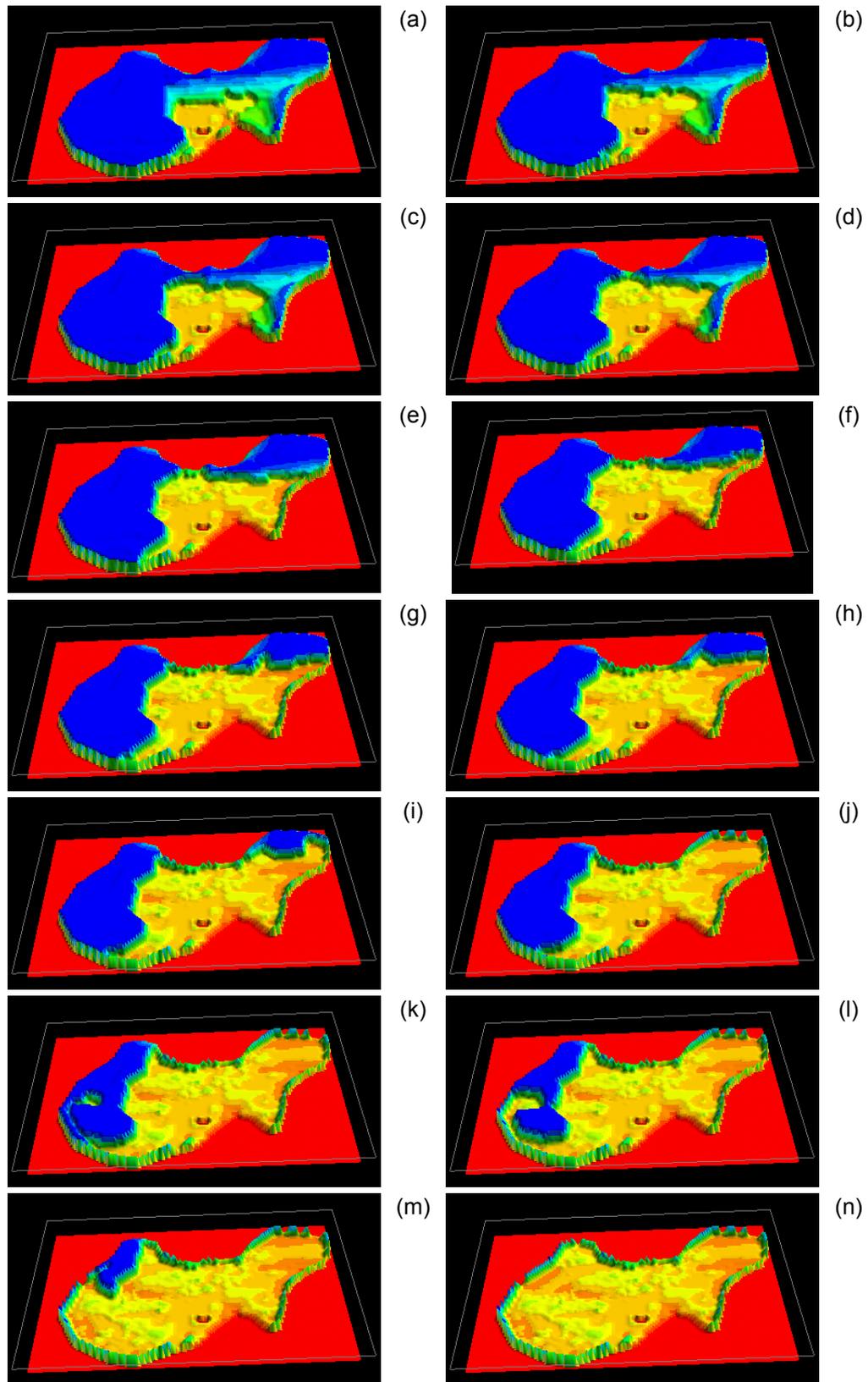


Figura 58 – Avanços operacionais criados a partir do modelo otimista gerado pelo modelo de simulação seqüencial dos indicadores.

4.12.4. CASO PESSIMISTA UTILIZANDO SIMULAÇÃO siSIM

O relatório incremental por *pushback* do cenário pessimista gerado por siSim está apresentado na Tabela 28. A Tabela 29 mostra o resultado cumulativo para o mesmo cenário.

Tabela 28 - Relatório incremental para o caso pessimista gerado por siSim.

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 26REALIZ [F(R)] | ALV26 (R) |
|-------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Pushback 1 | 50.251.612 | 48.698.287 | 1.673.557 | 155.130 | 0,093 | 339.571 | 1.333.986 | 7,586 | 88,447 |
| Pushback 2 | 45.678.348 | 41.516.165 | 1.554.379 | 436.130 | 0,281 | 476.025 | 1.078.353 | 7,769 | 88,322 |
| Pushback 3 | 52.326.606 | 44.181.088 | 1.779.603 | 487.455 | 0,274 | 539.165 | 1.240.438 | 7,782 | 88,315 |
| Pushback 4 | 54.108.542 | 42.017.777 | 1.849.529 | 686.900 | 0,371 | 582.028 | 1.267.500 | 7,824 | 88,283 |
| Pushback 5 | 61.751.895 | 43.548.436 | 2.130.649 | 879.601 | 0,413 | 780.328 | 1.350.320 | 7,986 | 88,174 |
| Pushback 6 | 62.332.509 | 39.335.130 | 2.155.847 | 1.239.365 | 0,575 | 747.175 | 1.408.671 | 7,914 | 88,226 |
| Pushback 7 | 55.838.415 | 31.605.878 | 1.919.167 | 1.234.188 | 0,643 | 558.483 | 1.360.683 | 7,73 | 88,352 |
| Pushback 8 | 75.227.589 | 37.594.407 | 2.559.718 | 1.526.544 | 0,596 | 602.142 | 1.957.576 | 7,561 | 88,471 |
| Pushback 9 | 60.535.660 | 26.641.541 | 2.073.001 | 1.477.671 | 0,713 | 521.553 | 1.551.448 | 7,643 | 88,414 |
| Pushback 10 | 106.050.795 | 39.225.433 | 3.629.444 | 2.423.033 | 0,668 | 934.466 | 2.694.978 | 7,627 | 88,427 |
| Pushback 11 | 46.438.499 | 15.158.417 | 1.618.608 | 1.141.243 | 0,705 | 597.029 | 1.021.579 | 7,94 | 88,213 |
| Pushback 12 | 45.020.419 | 13.408.463 | 1.571.105 | 1.146.789 | 0,730 | 583.344 | 987.761 | 7,945 | 88,208 |
| Pushback 13 | 53.277.597 | 14.197.121 | 1.861.806 | 1.645.742 | 0,884 | 644.710 | 1.217.096 | 7,835 | 88,282 |
| Pushback 14 | 109.027.642 | 24.204.546 | 3.777.746 | 2.944.121 | 0,779 | 1.189.263 | 2.588.482 | 7,826 | 88,288 |
| Pushback 15 | 85.876.797 | 15.522.486 | 2.953.239 | 2.554.161 | 0,865 | 730.263 | 2.222.976 | 7,588 | 88,45 |

Tabela 29 - Relatório cumulativo para o caso pessimista gerado por siSim.

| | Lucro (US\$) | VPL (US\$) | Minério total (t) | Estéril total (t) | Relação E/M | Standard (t) | Premium (t) | 26REALIZ [F(R)] | ALV26 (R) |
|-------------|-----------------|---------------|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------|--------------|
| Pushback 1 | 50,251,612 | 48,698,287 | 1,673,557 | 155,130 | 0,093 | 339,571 | 1,333,986 | 7,586 | 88,447 |
| Pushback 2 | 95,929,961 | 90,214,453 | 3,227,936 | 591,261 | 0,183 | 815,597 | 2,412,339 | 7,674 | 88,387 |
| Pushback 3 | 148,256,567 | 134,395,541 | 5,007,540 | 1,078,716 | 0,215 | 1,354,762 | 3,652,778 | 7,712 | 88,361 |
| Pushback 4 | 202,365,110 | 176,413,319 | 6,857,070 | 1,765,617 | 0,257 | 1,936,791 | 4,920,278 | 7,743 | 88,340 |
| Pushback 5 | 264,117,005 | 219,961,755 | 8,987,719 | 2,645,219 | 0,294 | 2,717,119 | 6,270,599 | 7,800 | 88,301 |
| Pushback 6 | 326,449,515 | 259,296,885 | 11,143,566 | 3,884,585 | 0,349 | 3,464,295 | 7,679,271 | 7,822 | 88,286 |
| Pushback 7 | 382,287,930 | 290,902,764 | 13,062,734 | 5,118,774 | 0,392 | 4,022,779 | 9,039,955 | 7,809 | 88,296 |
| Pushback 8 | 457,515,520 | 328,497,172 | 15,622,453 | 6,645,318 | 0,425 | 4,624,921 | 10,997,531 | 7,768 | 88,325 |
| Pushback 9 | 518,051,181 | 355,138,713 | 17,695,455 | 8,122,989 | 0,459 | 5,146,474 | 12,548,980 | 7,753 | 88,335 |
| Pushback 10 | 624,101,977 | 394,364,147 | 21,324,899 | 10,546,023 | 0,495 | 6,080,941 | 15,243,958 | 7,732 | 88,351 |
| Pushback 11 | 670,540,476 | 409,522,565 | 22,943,508 | 11,687,267 | 0,509 | 6,677,970 | 16,265,538 | 7,746 | 88,341 |
| Pushback 12 | 715,560,895 | 422,931,029 | 24,514,613 | 12,834,056 | 0,524 | 7,261,314 | 17,253,299 | 7,759 | 88,332 |
| Pushback 13 | 768,838,493 | 437,128,150 | 26,376,420 | 14,479,799 | 0,549 | 7,906,024 | 18,470,395 | 7,765 | 88,329 |
| Pushback 14 | 877,866,135 | 461,332,697 | 30,154,167 | 17,423,921 | 0,578 | 9,095,288 | 21,058,878 | 7,772 | 88,324 |
| Pushback 15 | 963,742,933 | 476,855,184 | 33,107,406 | 19,978,082 | 0,603 | 9,825,551 | 23,281,854 | 7,756 | 88,335 |

A Figura 59 mostra 15 imagens representando a configuração da frente de lavra após cada um dos avanços operacionais terem sido executados.

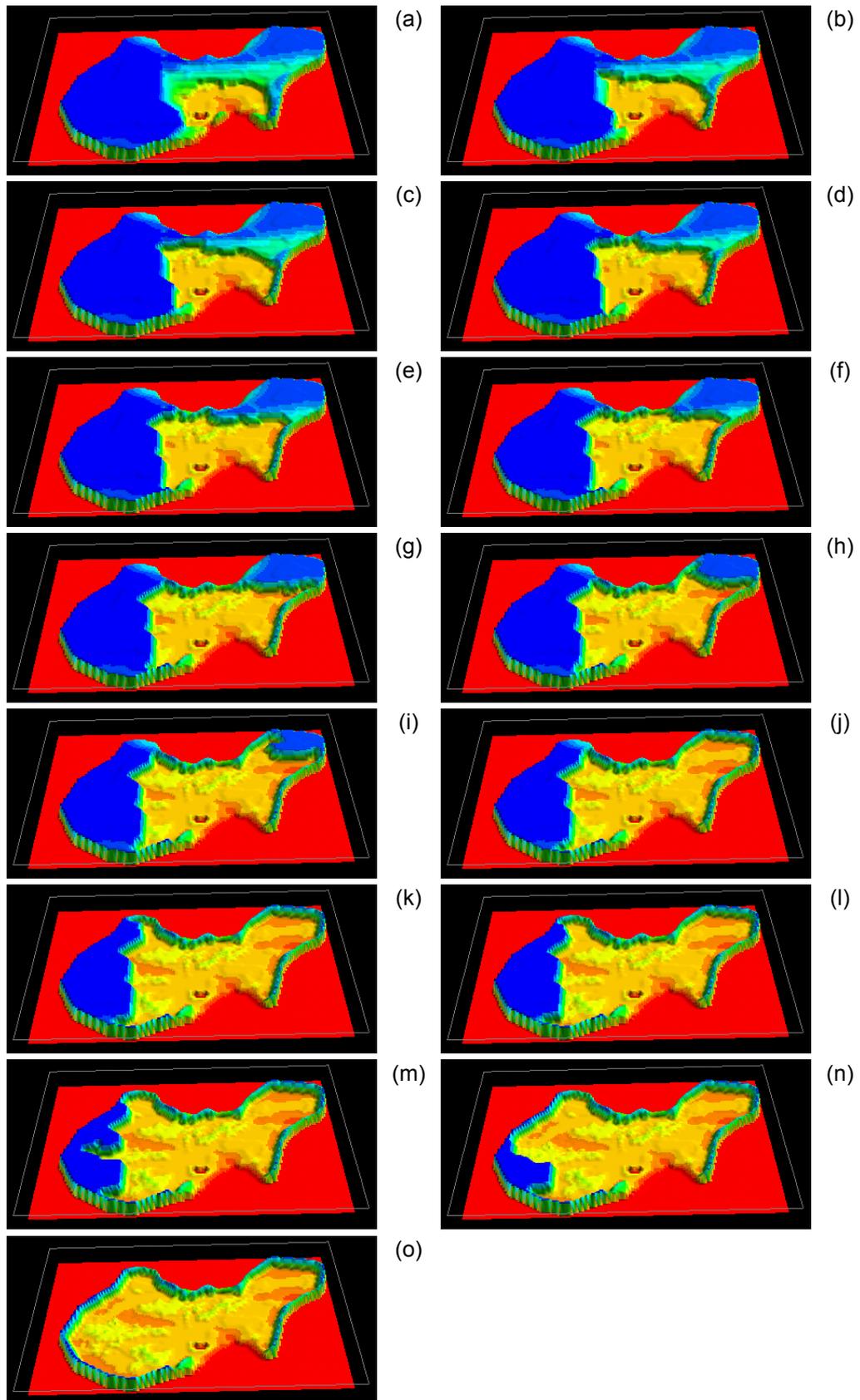


Figura 59 – Avanços operacionais criados a partir do modelo pessimista gerado por simulação seqüencial dos indicadores.

4.12.5. ANÁLISE CONJUNTA DOS CENÁRIOS

Nessa seção estão apresentados os gráficos que resumem os quatro cenários estudados e que fazem parte da análise dos avanços operacionais. Na etapa de criação dos avanços operacionais ainda não se tem a seqüência ótima de extração definida, apenas os blocos agrupados em conjuntos espacialmente conexos. Porém, pode-se observar as tendências exibidas pelos modelos. Os gráficos resumem as tabelas apresentadas na seção particular de cada um dos cenários.

A Figura 60 mostra a tonelagem total de minério para cada um dos avanços operacionais para os quatro cenários. Em vermelho está representado o cenário otimista gerado por simulação seqüencial gaussiana, em verde o cenário pessimista gerado por sGs, em azul o cenário otimista gerado por siSim e em amarelo a situação pessimista gerada por siSim. Observa-se na Figura 60 que os *pushbacks* 14 e 15 não apresentam tonelagem para todos os cenários, mas isso ocorre pelo fato de ter sido minerada toda a porção de interesse não necessitando o mesmo número de avanços operacionais para todos os cenários. Os resultados apresentados nos gráficos das figuras a seguir podem ser verificados nas respectivas tabelas que apresentam os relatórios incrementais para cada um dos cenários nas seções anteriores.

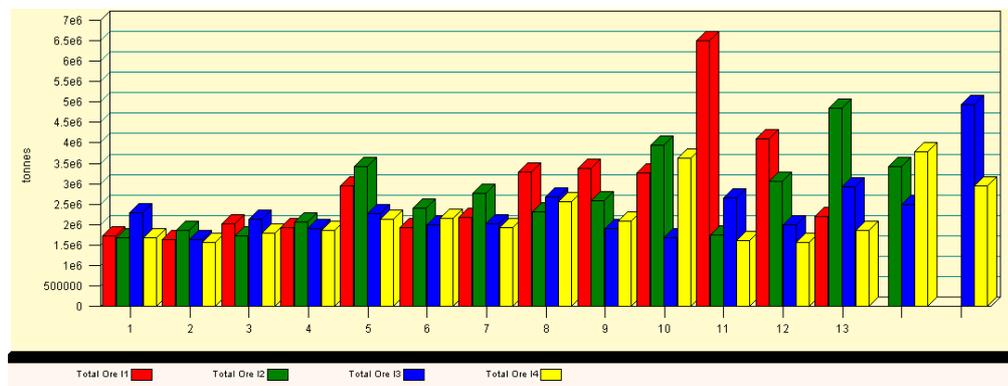


Figura 60 – Gráfico apresentando a tonelagem total de minério por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo.

Na Figura 61 estão apresentadas as relações estéril/minério para cada um dos avanços operacionais, para todos os quatro cenários estudados. A baixa relação apresentada nos primeiros avanços é explicada pela existência de frentes de lavra em operação com as bancadas expostas.

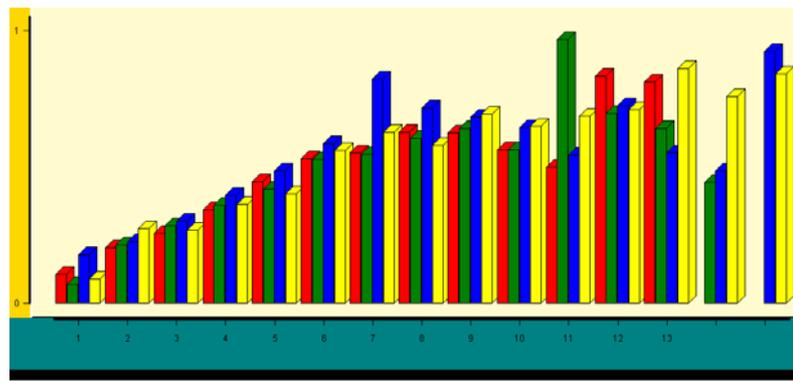


Figura 61 – Gráfico apresentando a relação estéril minério total por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo.

A Figura 62 apresenta um gráfico incremental, com as toneladas de material estéril que será extraído por *pushback* para as quatro situações estudadas. Nesse gráfico estão representadas as toneladas de estéril, o que inclui minério abaixo da qualidade mínima e material proveniente da cobertura.

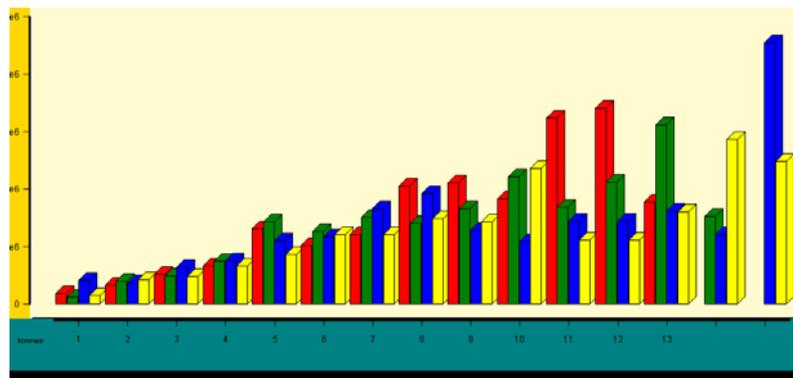


Figura 62 – Gráfico apresentando a tonagem total de estéril por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo.

A Figura 63 mostra um gráfico cumulativo para o VPL, que configura uma semelhança entre os benefícios apresentados pelos modelos, com uma avaliação ligeiramente privilegiada dos modelos produzidos por sGs.

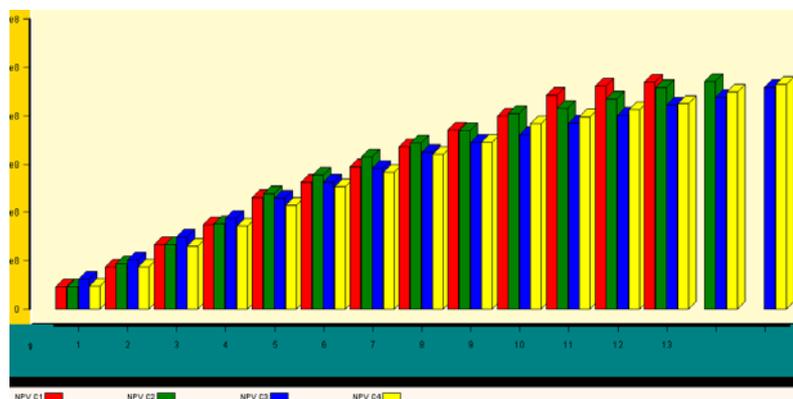


Figura 63 – Gráfico apresentando o VPL por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo.

Na Figura 64 observa-se a oscilação da quantidade de minério do tipo STANDARD fornecido para cada um dos cenários avaliados, assim como na Figura 65 estão exibidas as toneladas projetadas dentro das respectivas seqüências de lavra para cada situação.

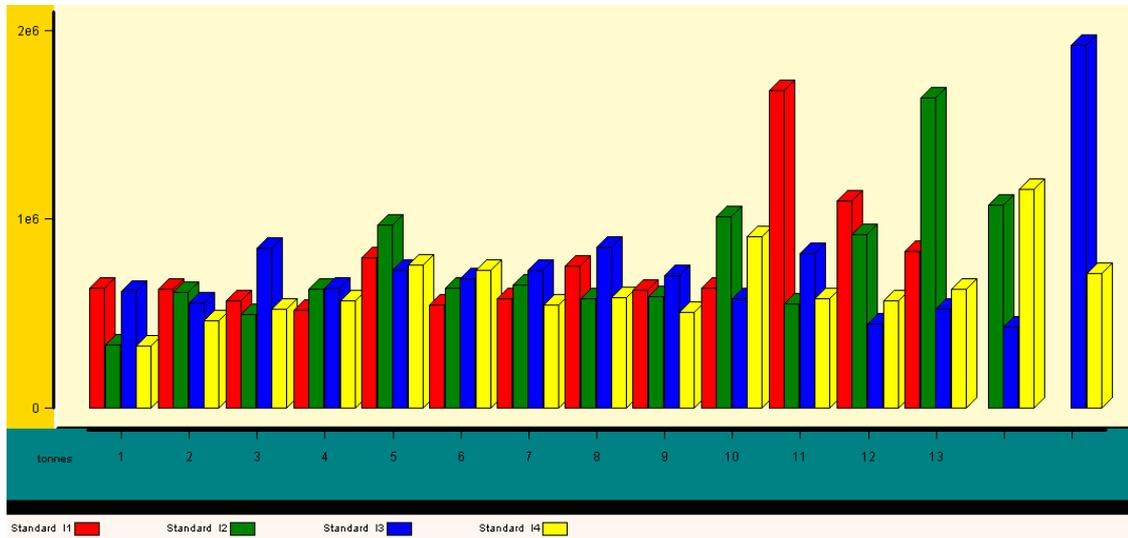


Figura 64 – Gráfico apresentando a tonelage total de minério do tipo Standard por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo.

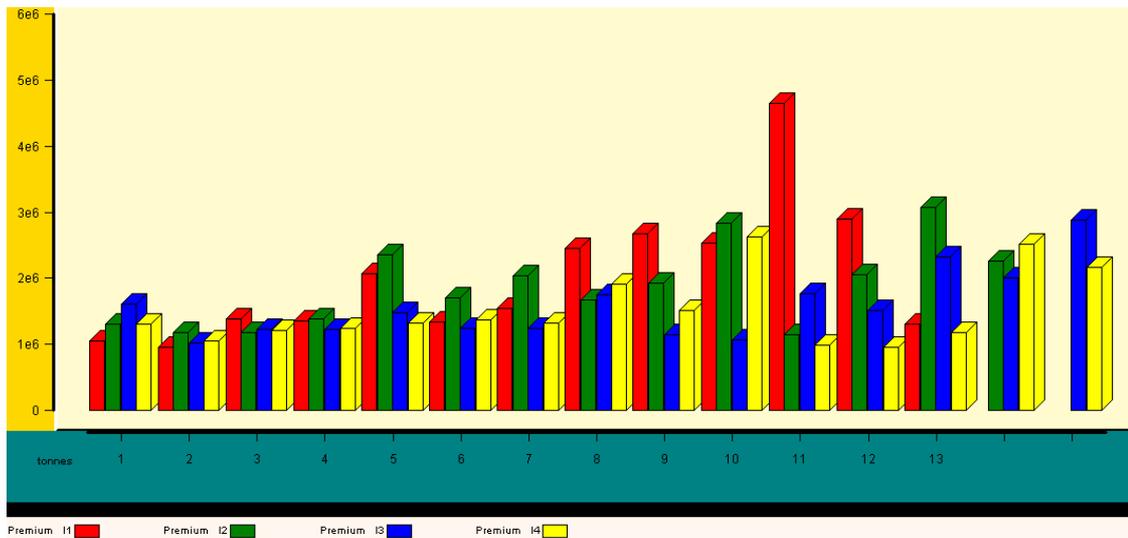


Figura 65 – Gráfico apresentando a tonelage de minério do tipo Premium por avanço operacional para cada um dos quatro casos em estudo.

4.13. SEQÜENCIAMENTO DE PRODUÇÃO

O seqüenciamento (*scheduling*) é o plano cronologicamente estabelecido para minerar um depósito de maneira compatível com as condições técnicas e econômicas de uma operação particular. As condições e particularidades da operação ao longo do período de lavra vão sendo conduzidas e alteradas de forma a atingir alvos previamente estabelecidos. Estes alvos podem ser definidos como

valores absolutos de determinadas variáveis ou relações entre variáveis definidas por suas expressões matemáticas. Alvos como teor de alimentação, relação estéril / minério, podem ser definidos juntamente com outros mais complexos como, proporção de contaminantes ou outros alvos multi-parâmetros. A base para o processo de seqüenciamento com o NPV Scheduler é a utilização de um modelo de blocos valorizado economicamente e um conjunto de superfícies que definem os avanços operacionais.

O objetivo do seqüenciamento é determinar um cronograma de lavra para minerar os blocos conectados no estágio de determinação dos avanços operacionais. Para a obtenção do maior retorno financeiro, em geral, a melhor situação seria minerar os avanços operacionais em seqüência, um de cada vez. Porém, essa estratégia raramente pode ser executada uma vez que nem sempre é possível atender todas as condições de controle de gerenciamento de operação durante o tempo todo (e.g. relação estéril/minério, controle de contaminantes, disponibilidade de equipamentos, etc.). Para tanto foi flexibilizado ao algoritmo a extração concomitante de até três avanços operacionais.

Para estabelecer o sequenciamento de lavra, é necessário definir-se uma unidade de tempo. No caso foi definido que os períodos seriam de 180 dias. Os objetivos de produção tais como relação de descobertura, razão de produção, benefício almejado e os valores de produto também podem ser definidos. Esses objetivos são especificados por período e dentro de limites desejados. No caso específico foi definida a variável objetivo como a manutenção da relação estéril/minério (REM) dentro de um limite, a qual recebeu um relaxamento inicial até o quinto período de produção, uma vez que o depósito já se encontra em operação e as relações de descobertura iniciais são bastante reduzidas. O valor mínimo definido para a REM foi de 0,5 e o valor máximo de 1,2.

Alvos múltiplos podem ser especificados e variados ao longo do seqüenciamento. O algoritmo busca encontrar a seqüência ótima de extração dos blocos que satisfaça a todos os alvos e, ao mesmo tempo, maximize o NPV do projeto. Se a solução ótima não puder ser alcançada, o algoritmo vai seletivamente relaxar os alvos até encontrar um seqüenciamento viável. O resultado final indica a seqüência, o período, a fase e o avanço operacional em que cada bloco deve ser lavrado.

A legenda de cores utilizada para apresentar os gráficos na parte de seqüenciamento de produção segue o mesmo padrão utilizado para os gráficos apresentados anteriormente para análise da geração dos avanços operacionais. A Figura 66 mostra um gráfico com o valor presente líquido cumulativo para as quatro situações apresentadas. Observa-se que a partir do quadragésimo primeiro período alguns cenários não avançam aos períodos subseqüentes, pelo mesmo motivo apresentado anteriormente: para diferentes modelos e situações de lavra não é necessário o mesmo tempo para lavar a porção de interesse do depósito.

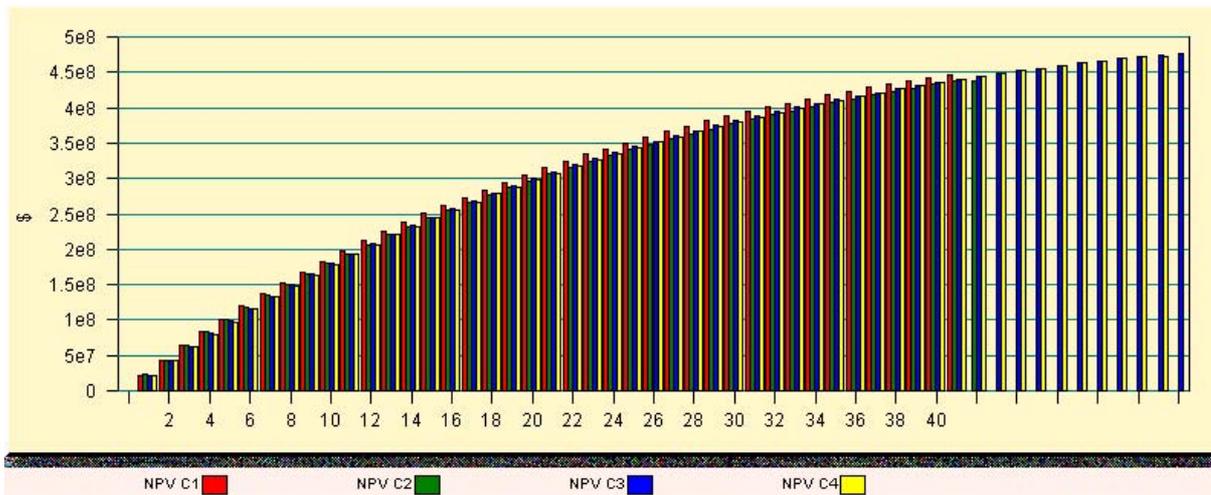


Figura 66 – Gráfico apresentando o valor presente líquido cumulativo para todos os cenários estudados.

A Figura 67 mostra um gráfico com a REM para cada um dos períodos representando os cenários estudados. Observa-se nesse gráfico que a REM foi mantida dentro dos parâmetros limite especificados inicialmente, até o final do seqüenciamento de produção, quando a REM degenera pela própria falta de cobertura e/ou estéril nos períodos terminais. Salienta-se que a degeneração do parâmetro de controle já não é um limitante uma vez que se está minerando nos períodos finais de extração em REMs ainda menores do que as restrições estabelecidas no início do projeto.

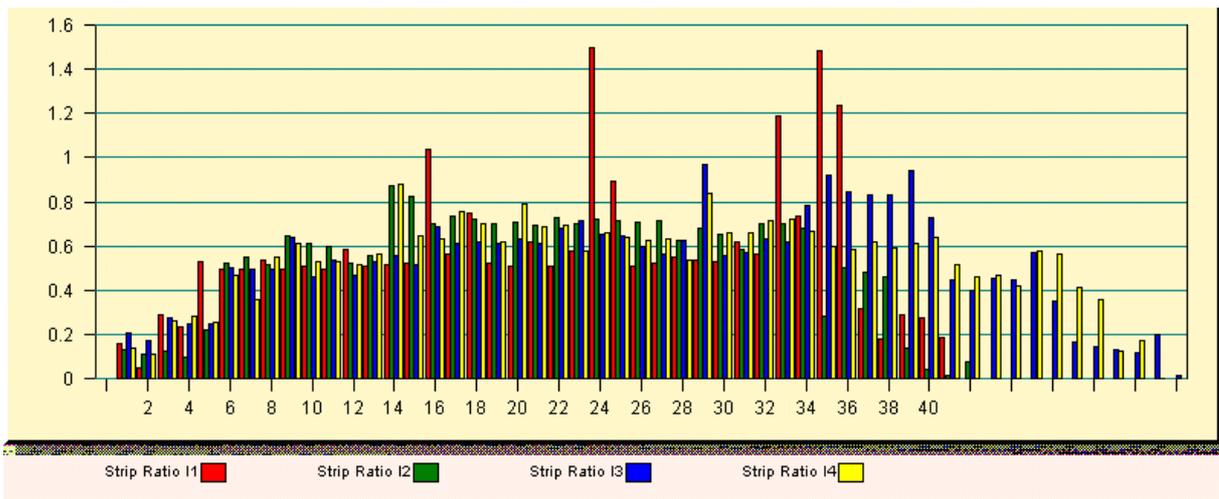


Figura 67 – Gráfico apresentando a relação estéril minério para os quatro casos em questão, para cada um dos períodos de cada cenário.

A Figura 68 mostra a tonelagem total de minério para as quatro situações apresentadas. Observa-se nesse gráfico a constância da tonelagem de cada período, independente da situação. Essa constância ocorre por uma definição de projeto dentro do próprio programa de seqüenciamento utilizado, onde foi definido um máximo de 1.500.000 t de minério/ano. Como os períodos correspondem a 180 dias, o valor de 750.000 t acaba sendo uma constante de projeto dos períodos de lavra.

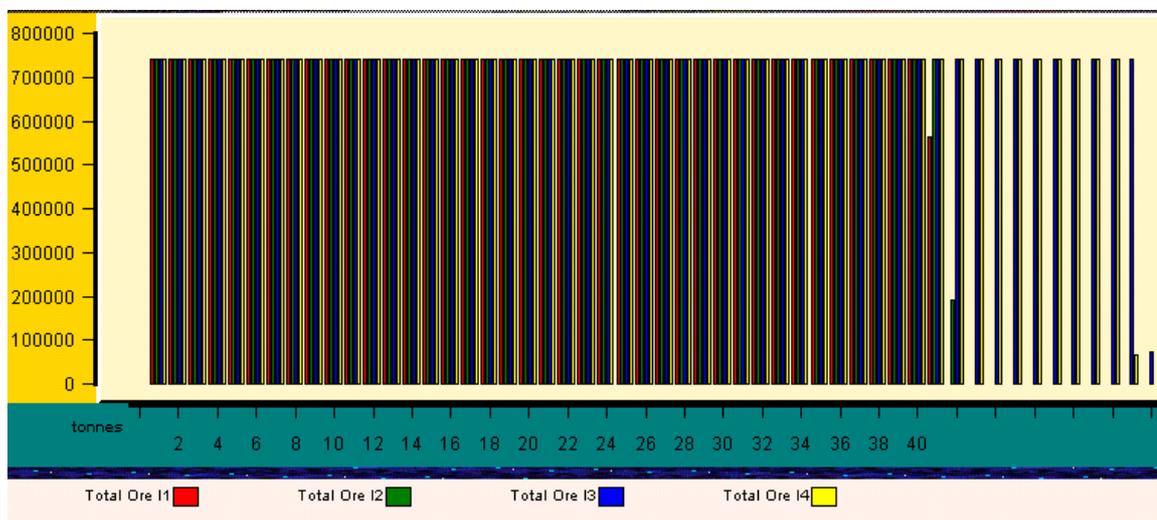


Figura 68 – Gráfico apresentando a tonelagem total de minério para cada um dos quatro casos estudados, para todos os períodos de presentes em cada cenário.

A Figura 69 apresenta a tonelagem total de estéril para cada um dos períodos.

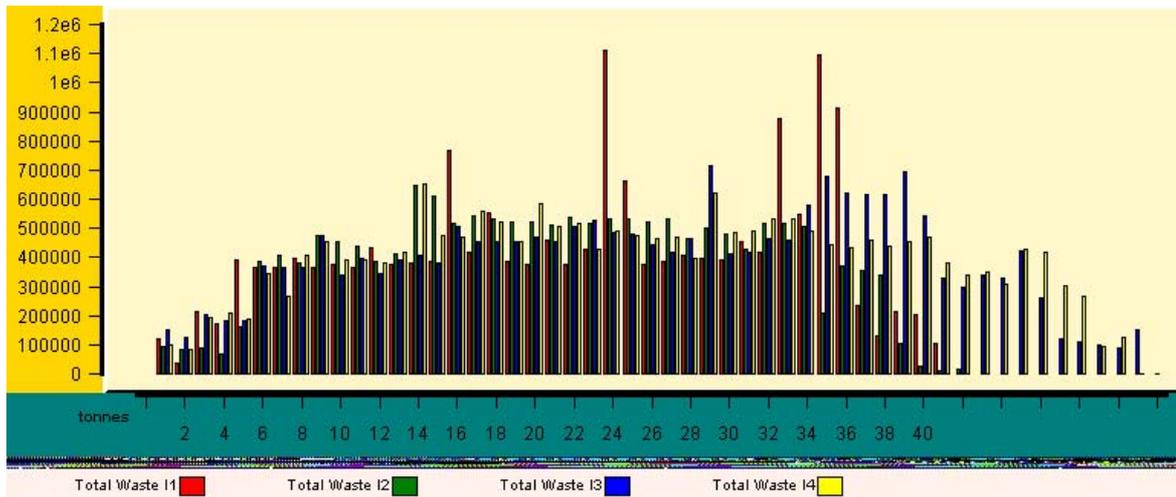


Figura 69 – Tonelagem total de estéril para cada um dos períodos.

A Figura 70 apresenta a tonelagem total de minério do tipo Standard para cada um dos períodos.

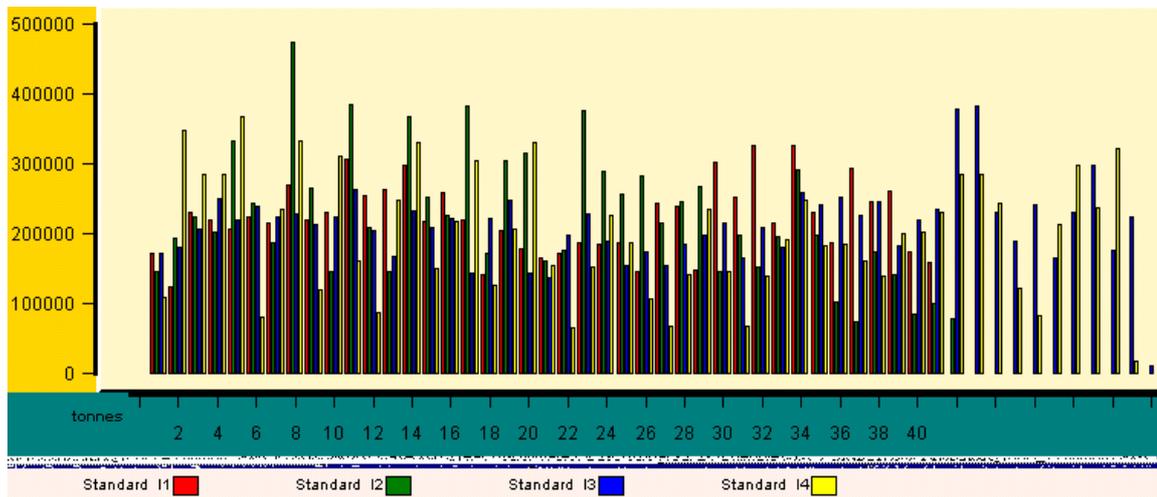


Figura 70 – Tonelagem de minério do tipo Standard para dentro de cada período.

4.14. RESUMO DOS CENÁRIOS

Os gráficos e tabelas apresentados anteriormente mostram uma série de resultados comparativos entre os modelos gerados por diferentes algoritmos e diferentes cenários. A resposta produzida por ambos algoritmos de simulação, atesta que uma variação muito pequena foi produzida por algoritmos diferentes quando comparados entre si as suas melhores e piores situações.

Os ensaios de planejamento e seqüenciamento de lavra também apresentaram alguns resultados interessantes. Os gráficos de seqüenciamento de lavra apresentadas nos anexos do documento estão resumidos na Tabela 30, onde os resultados finais podem ser visualizados com maior clareza.

Tabela 30 – Tabela comparativa entre os cenários e algoritmos.

| Realização | Cenário | Algoritmo | nº de pushbacks | VPL dos pushbacks (US\$) | nº de períodos (180 dias) | VPL do sequenciamento (US\$) |
|------------|------------|-----------|-----------------|-----------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| 50 | otimista | sGs | 13 | 482.494.296 | 51 | 472.837.129 |
| 24 | pessimista | sGs | 15 | 471.534.235 | 42 | 438.336.071 |
| 14 | otimista | siSim | 14 | 484.355.338 | 52 | 475.636.836 |
| 26 | pessimista | siSim | 15 | 476.855.184 | 41 | 446.266.929 |

Pode-se observar

Capítulo 5

5.1. SENSIBILIDADE DOS MODELOS À DIMENSÃO DE BLOCO

No capítulo anterior, foram apresentadas as operações de transformação do modelo de teores até a obtenção de cenários de lavra sobre os modelos extremos gerados por dois algoritmos distintos de simulação geoestatística. Considerando-se que as diferenças entre os resultados para os diferentes algoritmos utilizados para o mapeamento de incerteza não foram significativas optou-se pela comparação entre cenários produzidos por um único algoritmo (sGs).

Seqüenciamento de produção é geralmente executado a longo-prazo, e a satisfação da homogeneização de longo-prazo e limites de blendagem não implicam na satisfação desses limites a curto-prazo. Planejamento de curto-prazo possui dois objetivos principais.

- i. fornecer um material mais homogêneo pela minimização da variabilidade dos teores das unidades seletivas de lavra (SMUs); essa minimização reduz o tamanho de pilha de estocagem e as exigências ao equipamento de homogeneização e retomada.
- ii. evitar custos de penalização minimizando os desvios do valor médio esperado das especificações de mistura desejadas (Kumral & Dowd, 2002). A escala de variabilidade de teores de um depósito é uma das mais importantes fontes de risco e o sucesso do planejamento de lavra de curto-prazo depende da capacidade de quantificar a variabilidade dos teores na escala apropriada.

Normalmente a operação de otimização de seqüenciamento de produção está restrita a alcançar um simples objetivo, usualmente representado pela maximização do lucro. Porém, é inadequado para operações que requerem mistura dos produtos minerados, pois:

- i. em aplicações práticas existem vários objetivos, cada qual com diferentes níveis de importância;
- ii. os vários objetivos competem, e podem conflitar uns com os outros;
- iii. os objetivos podem ser medidos em diferentes unidades ou prazos.

Idealmente um processo de otimização de cava/ pilha de estocagem/ pilha de homogeneização deve simultaneamente satisfazer os seguintes objetivos:

- i. minimização dos desvios da tonelagem requerida para cada período;
- ii. minimização dos desvios dos objetivos específicos da mistura;
- iii. minimização das flutuações de teor na alimentação da planta;
- iv. maximização da vida útil da mina.

5.2. FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

Um processo de mineração ou uma seqüência de processos, tais como o projeto de cava e o seqüenciamento de produção são conceituados como funções de transferência (Journel, 1988). A especificação de uma função de transferência depende do problema considerado. Por exemplo um otimizador de cava é um exemplo específico de função de transferência utilizado na indústria mineira. O processo global de estimar um modelo de blocos e executar planejamento de lavra e seqüenciamento é visto como um processo integrado. Uma vez compreendido que os modelos de blocos sempre carregam consigo incerteza, a alimentação de um único modelo de teores/valores “perfeito” ao otimizador/seqüenciador é irreal. Conseqüentemente, a idéia é introduzir múltiplos modelos simulados (ou um subconjunto, selecionado de acordo com um critério relevante ao problema sob investigação), para obter uma distribuição de respostas, ou seja, uma série de cavas e seqüências otimizadas, que podem ser utilizadas para avaliar o impacto de possíveis variações em escala local.

5.2.1. MUDANÇA DE SUPORTE

Uma função de transferência extremamente útil corresponde ao conceito de mudança de suporte, onde o teor médio correspondente ao volume de uma unidade seletiva de lavra é determinado pela média dos teores pontuais contidos nesse volume. Se aplicarmos essa função de transferência a um número de realizações equiprováveis de um painel de lavra, em suporte pontual, um número equivalente de respostas contendo teores no suporte das unidades seletivas será obtido, isto é:

(39)

$$r_s = T(z_s(u) | (n)) \quad s = 1, \dots, S$$

onde T é a função de transferência, e r_s são as respostas obtidas para as s realizações condicionais. Cada resposta r_s é também equiprovável e condicional aos dados. A distribuição das s respostas resultantes pode ser interpretada como uma amostragem da função de probabilidade condicional dos teores no suporte de unidades seletivas.

Foram selecionadas três dimensões para comparar o retorno financeiro de acordo com a Tabela 31. O tamanho de blocos base refere-se à dimensão 1, ao passo que as dimensões subseqüentes foram produzidas com mudança de suporte por combinação dos blocos adjacentes em três dimensões atribuindo ao centróide do novo bloco o valor da média aritmética entre os respectivos blocos anteriores combinados.

Tabela 31 – Dimensões de blocos

| Dimensão | X | Y | Z | Volume |
|----------|------|------|---|--------|
| DIM1 | 12,5 | 12,5 | 3 | 468,75 |
| DIM2 | 25 | 25 | 3 | 1875 |
| DIM3 | 50 | 50 | 3 | 7500 |

Para as três dimensões foram seqüenciados os 10 modelos e obtidos cenários distintos em termos de retorno financeiro para os projetos e rotas de extração. Serão apresentados, na seção a seguir, os resultados produzidos pelos diferentes cenários para cada uma das dimensões de blocos.

A Figura 71 apresenta as tonelagens produzidas para cada um dos cenários gerados por sGs, resumindo os resultados de tonelagem apresentados na Tabela 32, Tabela 33 e Tabela 34, considerando os três suportes examinados. Verifica-se menor flutuabilidade das tonelagens conforme o aumento da dimensão de blocos.

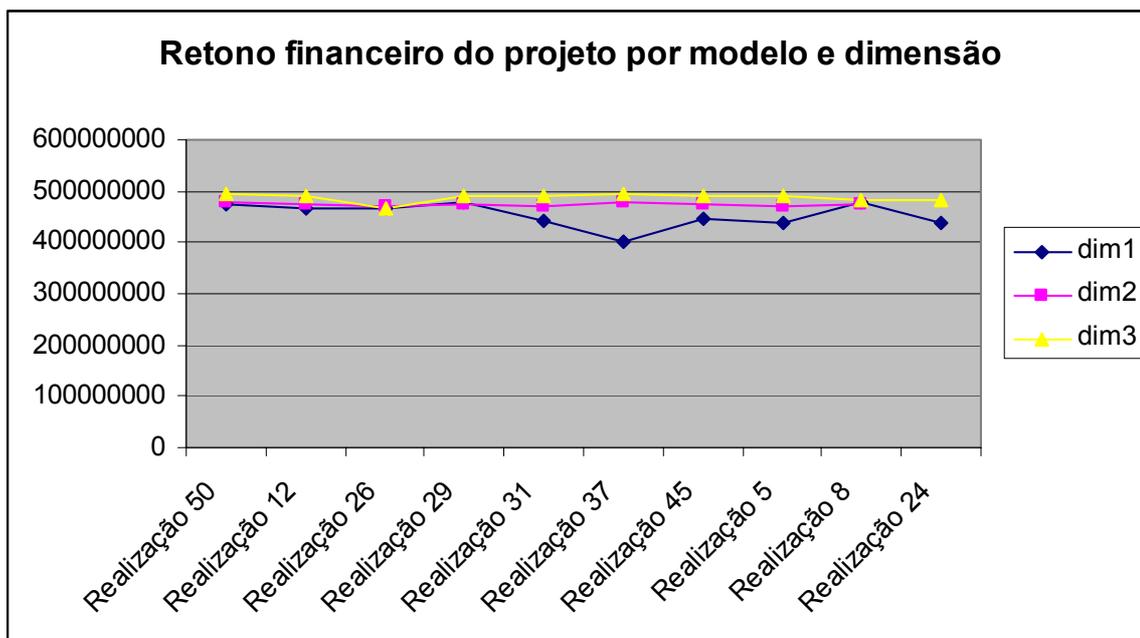


Figura 71 – Retorno financeiro do projeto para as três dimensões de blocos.

Tabela 32 – Tonelagens para os 10 cenários para a dimensão 3.

| Realiz. | DIM3 | | | | |
|---------|---------------|---------------|-------|------------|------------|
| | Minério total | Estéril total | REM | STANDARD | PREMIUM |
| 50 | 41,505,749 | 21,683,250 | 0.522 | 13,118,625 | 28,387,125 |
| 12 | 39,823,875 | 22,341,375 | 0.561 | 12,431,250 | 27,392,625 |
| 26 | 34,719,750 | 17,950,500 | 0.517 | 11,743,875 | 22,975,875 |
| 29 | 40,511,250 | 21,580,875 | 0.533 | 13,396,500 | 27,114,750 |
| 31 | 40,584,374 | 21,858,750 | 0.539 | 14,361,750 | 26,222,625 |
| 37 | 41,710,500 | 20,615,625 | 0.494 | 14,932,125 | 26,778,375 |
| 45 | 40,306,500 | 21,873,375 | 0.543 | 13,601,250 | 26,705,250 |
| 5 | 40,379,625 | 22,195,125 | 0.55 | 12,796,875 | 27,582,749 |
| 8 | 38,463,749 | 18,892,875 | 0.491 | 12,606,750 | 25,857,000 |
| 24 | 39,765,375 | 22,122,000 | 0.556 | 14,698,125 | 25,067,250 |

Tabela 33 - Tonelagens para os 10 cenários para a dimensão 2.

| Realiz. | DIM2 | | | | |
|---------|---------------|---------------|-------|------------|------------|
| | Minério total | Estéril total | REM | STANDARD | PREMIUM |
| 50 | 37,048,781 | 20,595,656 | 0.556 | 11,023,593 | 26,025,187 |
| 12 | 35,619,187 | 21,173,718 | 0.594 | 10,515,375 | 25,103,812 |
| 26 | 35,871,468 | 21,304,593 | 0.594 | 11,776,781 | 24,094,687 |
| 29 | 36,123,750 | 20,819,437 | 0.576 | 10,987,031 | 25,136,718 |
| 31 | 36,218,812 | 21,168,562 | 0.584 | 11,934,000 | 24,284,812 |
| 37 | 37,110,937 | 19,969,687 | 0.538 | 11,714,625 | 25,396,312 |
| 45 | 36,028,687 | 20,873,906 | 0.579 | 11,115,000 | 24,913,687 |
| 5 | 36,079,875 | 21,165,656 | 0.587 | 10,990,687 | 25,089,187 |
| 8 | 36,628,312 | 20,657,812 | 0.564 | 11,272,218 | 25,356,093 |
| 24 | | | | | |

Tabela 34 - Tonelagens para os 10 cenários para a dimensão 1.

| Realiz. | Minério total | Estéril total | DIM1 | | |
|---------|---------------|---------------|-------|------------|------------|
| | | | REM | STANDARD | PREMIUM |
| 50 | 37,068,658 | 20,196,068 | 0.545 | 10,168,863 | 26,899,795 |
| 12 | 35,984,514 | 20,806,882 | 0.578 | 9,700,181 | 26,284,333 |
| 26 | 36,206,929 | 25,465,429 | 0.703 | 10,447,734 | 25,759,195 |
| 29 | 39,354,556 | 20,874,733 | 0.53 | 11,014,828 | 28,339,727 |
| 31 | 31,151,903 | 16,532,689 | 0.531 | 9,592,134 | 21,559,768 |
| 37 | 25,026,901 | 12,941,586 | 0.517 | 7,677,546 | 17,349,354 |
| 45 | 30,389,835 | 20,143,054 | 0.663 | 8,571,164 | 21,818,671 |
| 5 | 28,972,125 | 18,994,242 | 0.656 | 7,945,945 | 21,026,179 |
| 8 | 36,722,460 | 25,136,484 | 0.684 | 9,881,015 | 26,841,445 |
| 24 | 30,569,247 | 16,544,377 | 0.541 | 9,391,989 | 21,177,257 |

A Figura 72 apresenta em gráfico de barras a tonelagem total para as três dimensões de bloco estudadas. Observa-se uma tendência de crescimento das reservas com o aumento da dimensão de blocos, o que pode ser explicado pela incorporação de blocos de baixa qualidade à blocos de melhor qualidade ao se fazer a mudança de suporte, mais comumente chamada de diluição.

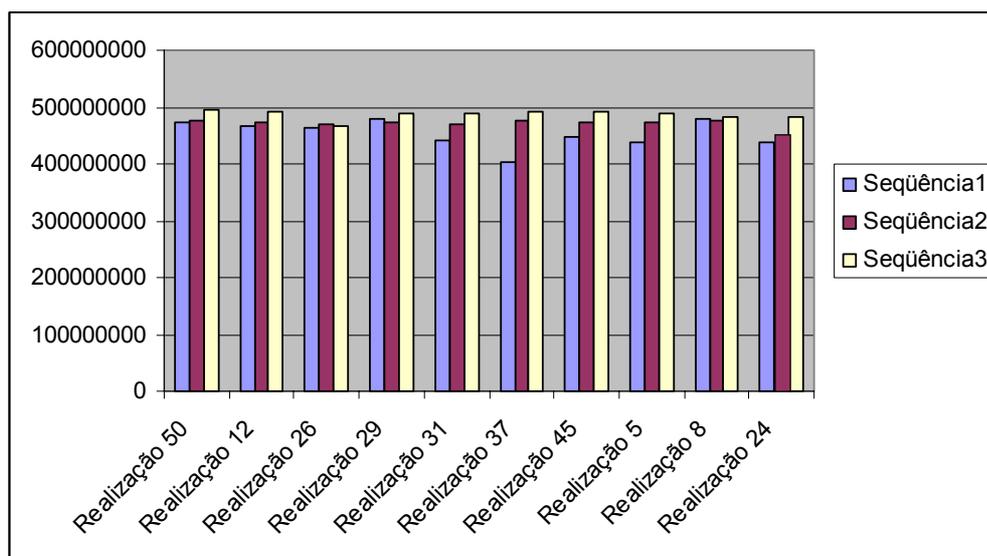


Figura 72 – Tonelagens totais por cenário.

Na Figura 73, Figura 74 e Figura 75 estão mostradas as toneladas de minério do tipo Standard e Premium e estéril total em cada um dos modelos avaliados.

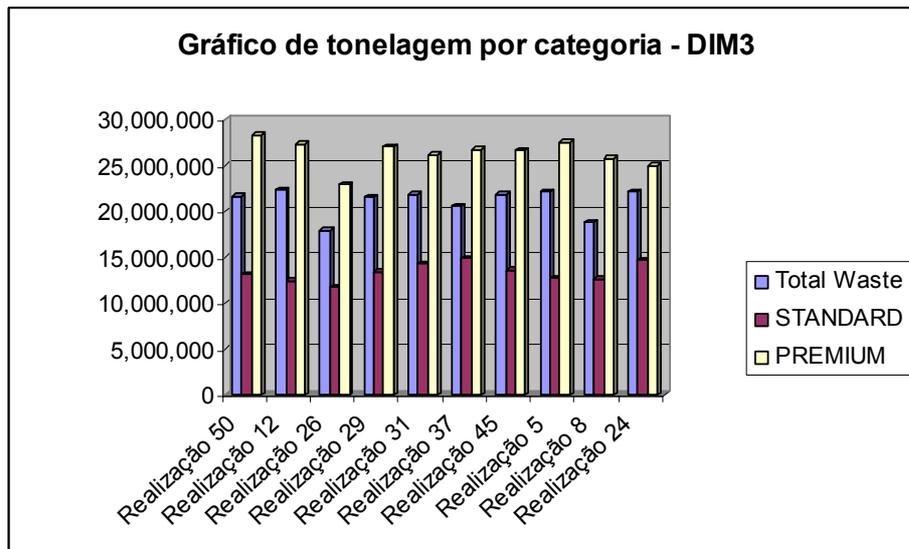


Figura 73 – Quantidades de cada classe de minério e estéril por modelo para a dimensão 3.

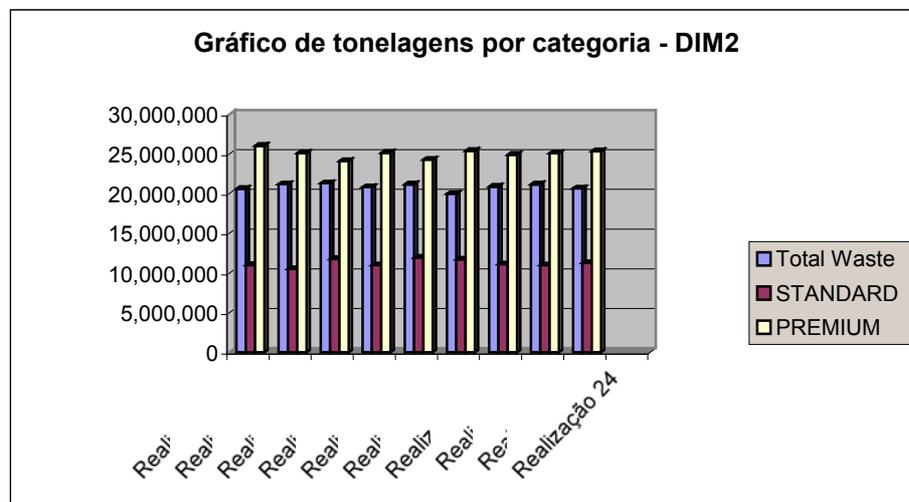


Figura 74 – Quantidades de cada classe de minério e estéril por modelo para a dimensão 2.

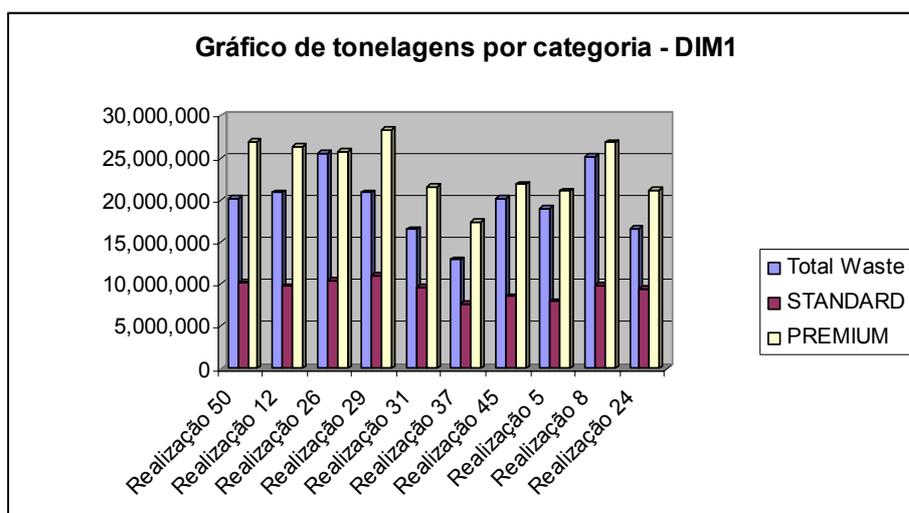


Figura 75 – Quantidades de cada classe de minério e estéril por modelo para a dimensão 1.

Nos gráficos da Figura 76, Figura 77 e Figura 78, observa-se as três dimensões de bloco, na cor púrpura a dimensão 3, na cor roxa a dimensão 2 e na

cor amarela a dimensão 1, em ordem de apresentação respectivamente. Nesses gráficos, claramente se observa o efeito da redução de seletividade e conseqüente diluição proporcionada pelo aumento da dimensão de blocos, onde a transferência de toneladas de estéril para minério é maior conforme o aumento da dimensão de blocos. O efeito é melhor interpretado principalmente nas toneladas de minério STANDARD, que um aumento para todos os cenários é interpretada como a combinação tanto com blocos do minério PREMIUM como de minério marginal (alvura menor do que 86,3).

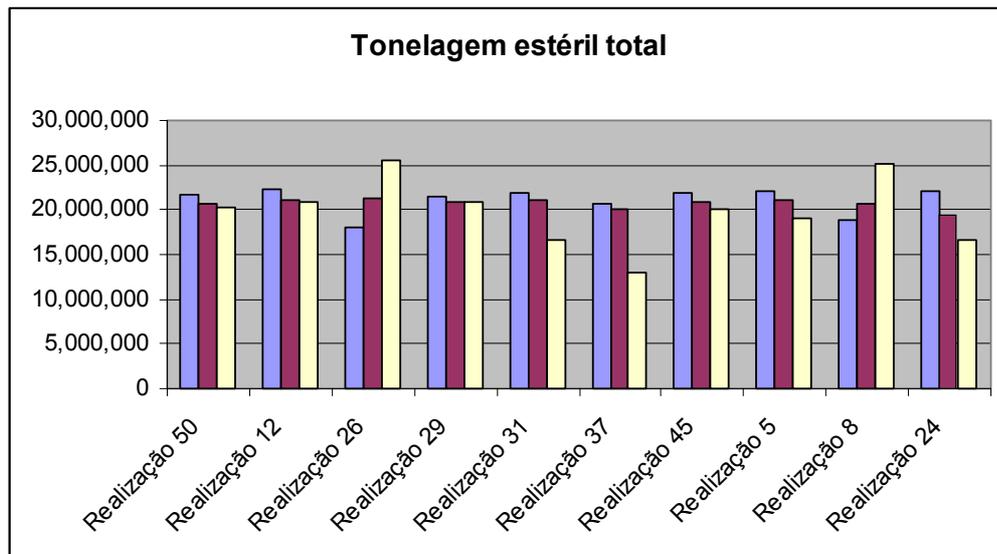


Figura 76 – Quantidade de estéril para as três dimensões.

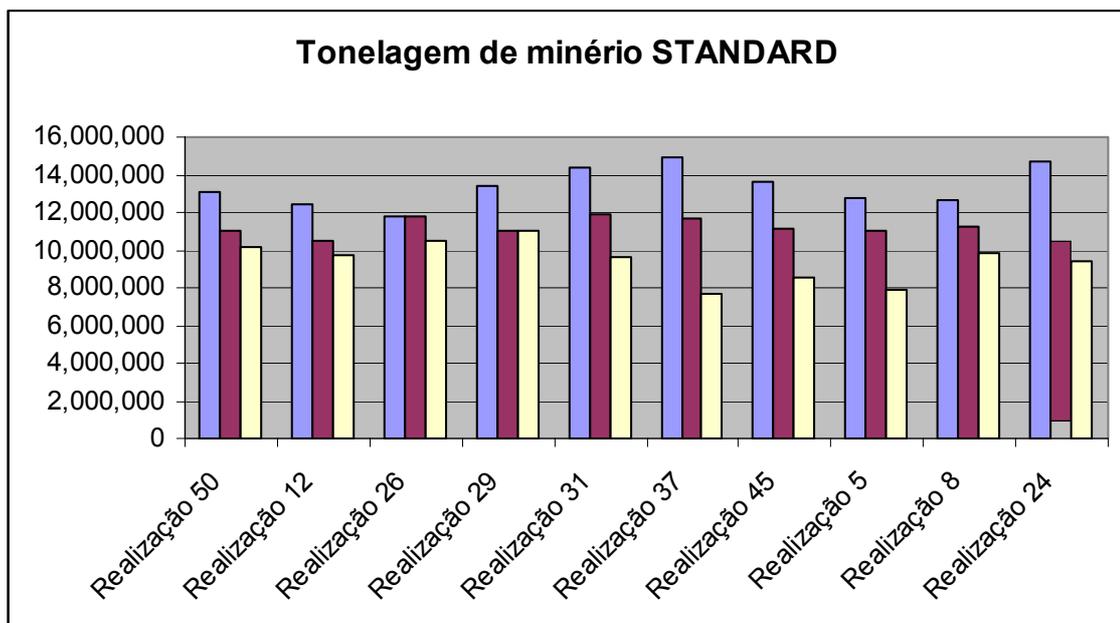


Figura 77 – Quantidade minério STANDARD para as três dimensões.

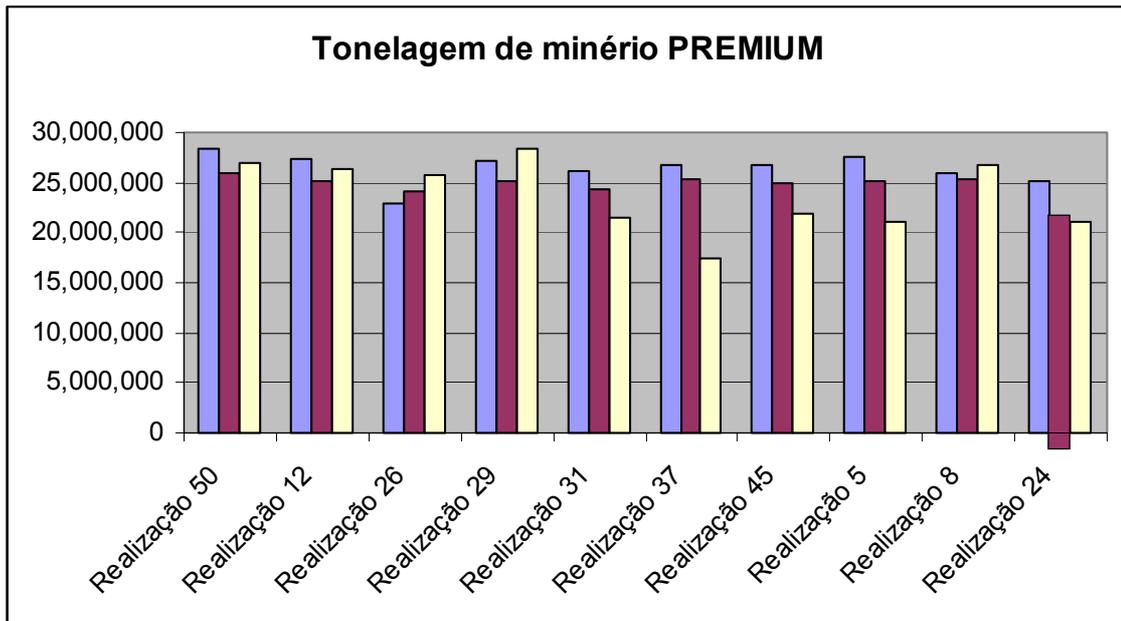


Figura 78 – Quantidade minério PREMIUM para as três dimensões.

Capítulo 6

6.1. CONCLUSÕES

Os resultados apresentados pela seção de validação dos modelos atestam que os modelos se adaptam ao caso de estudo, pois baseado nos parâmetros estatísticos dos dados amostrais comparados aos parâmetros estatísticos dos modelos gerados, por ambos algoritmos, mostraram uma boa reprodutibilidade dos dados.

Os gráficos e tabelas apresentados no capítulo 4 desse estudo apresentam, uma série de resultados comparativos entre os modelos gerados por diferentes algoritmos e diferentes cenários. A resposta produzida por ambos algoritmos de simulação, atesta que uma variação muito pequena foi produzida por algoritmos diferentes quando comparadas entre si as suas melhores e piores situações.

Via de regra, para os dois cenários estudados o algoritmo de sGs mostrou-se mais conservador, apresentando menores valores de VPL para ambos os casos. Também observou-se ao comparar os cenários extremos produzidos por diferentes algoritmos, que o cenário otimista gerado por sGs com o cenário otimista gerado por siSim, a diferença foi da ordem de 0,6%, o que significa tecnicamente uma igualdade entre os dois cenários. O que poderia ser afirmado que independentemente do método de simulação utilizado se obteria resultados muito semelhantes em termos de VPL para o projeto em estudo. Ao comparar-se os casos pessimistas gerados por cada um dos algoritmos, obteve-se uma diferença percentual de 1,8%, que apesar de maior do que a anterior ainda não chega a ser significativa. Colocadas essas afirmativas, ainda seria interessante avaliar a variação apresentada por um mesmo algoritmo por seus cenários ótimos e péssimos. Para o algoritmo de simulação seqüencial Gaussiana a diferença percentual apresentada entre seus cenários

otimista e pessimista foi de 7,9%, o que representa US\$ 34.501.058,00 em termos monetários, variando a vida útil da mina de 20 para 25 anos. Para o algoritmo de simulação dos indicadores, a diferença percentual entre seus cenários extremos foi de 6,6% resultando em uma diferença no valor presente líquido do projeto de US\$ 29.369.907,00, impactando também na vida útil da mina uma diferença de aproximadamente 5 anos.

Em relação à mudança de suporte a intenção inicial era avaliar o impacto do aumento da dimensão de blocos sobre a continuidade da alimentação ao beneficiamento. O que se observou com múltiplos ensaios sobre diversos modelos gerados por simulação geoestatística foi a transferência de tonelagens para o minério de qualidade média (STANDARD) uma vez que a combinação de blocos adjacentes tende a atenuar os valores, elevando os valores baixos e minimizando os valores altos quando combinados. Com respeito à continuidade de alimentação não se pode observar resultados significativos, e a razão que se atribuiu a esse fato foi o alcance do variograma para o depósito. Uma vez que o raio de continuidade para esse depósito é em torno de 430 m as dimensões de bloco aplicadas não foram suficientes para impactar na atenuação dos teores de alimentação pelo mesmo motivo com a não houve impacto significativo da mudança de suporte de pontos (testemunho amostral) para blocos na dimensão base da simulação. Outra possibilidade é que a faixa de variação é bastante estreita e foram analisados somente blocos de minério, excluindo-se os blocos de estéril com teor marginal menor do que 86,3.

Conclui-se, que o valor de projeto para esse caso de estudo mostrou-se independente do algoritmo utilizado para geração do modelo, pois os resultados apresentados não foram significativamente diferentes a ponto de se descartar um método ou técnica de construção dos modelos para avaliação das reservas e construção de cenários de planejamento de lavra. Comentou-se especificamente sobre o valor de projeto, mas faz-se óbvio que a análise de rotas de planejamento e seqüenciamento de lavra são diferentes e portanto cabe ao engenheiro de minas selecionar o método que produz a alternativa minero-econômica mais razoável. Cabe ainda citar que a alternativa computacional sugerida para todos os cenários não quer dizer que seja a rota a ser adotada, pois está claro que a sugestão matemática não condiz com a situação operacional, provocando algumas alterações em valores finais de projeto e traçado de lavra. Porém como uma aproximação inicial

de projeto fica bem mais acessível traçar o avanço de lavra sobre um pré-projeto matemático que utiliza um algoritmo de otimização de cava e posteriormente programação dinâmica testando todas as alternativas e fornecendo como resposta aquela que produz o maior retorno financeiro (VPL) para o projeto.

Outra conclusão que se tira desses resultados é que a utilização de modelos gerados por métodos de simulação geoestatística são de grande valia, fornecendo acesso à cenários extremos com a mesma probabilidade de ocorrência, representando a própria variabilidade e incerteza a respeito de um determinado depósito. No caso de estudo a variabilidade do depósito não é grande o suficiente para ser inviabilizada por um caso pessimista por exemplo ou supervalorizar o depósito por um caso otimista, mas é fato que a análise de múltiplas alternativas é uma ferramenta extremamente útil para uma análise de risco ou viabilidade econômica de um projeto mineiro.

6.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

A partir dos resultados obtidos com esse estudo sugere-se como desenvolvimentos futuros: (i) Variar o risco medido pela probabilidade e avaliar a capacidade de um determinado bloco assumir o valor da categoria ao qual foi classificado e verificar o impacto sobre o critério econômico utilizado e sobre as reservas, agregando a informação de múltiplos modelos equiprováveis em um único modelo probabilístico. (ii) Aplicar a metodologia a outros tipos de depósitos minerais para investigar se as respostas produzidas por diferentes algoritmos de simulação realmente são tênues e ainda se o espaço de incerteza entre cenários extremos apresenta intervalos mais discrepantes do que os apresentados pelos resultados do trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alabert, F. **Stochastic Imaging of Spatial Distributions Using Hard and Soft Information.** Leland Stanford Junior University., Msc. Thesis, 1987.
- Alabert, F. G. The practice of fast conditional simulations through the LU decomposition of the covariance matrix. **Mathematical Geology**, vol. 19 (5): pp 369-387, 1987.
- Barnes, R. J. **Optimizing the ultimate pit.** Colorado School of Mines, MSc. Thesis, 1982. 120p.
- Bonato, F. S. **Planejamento de Lavra com Auxílio de Simulação Geoestatística.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 2000. 87p.
- Bond, G. **A mathematical analysis of the Lerchs and Grossmann algorithm.** Colorado School of Mines, PhD dissertation, 1995. 235p.
- Cai, W. **Application of Network Flow and Zero-One Programming to Open Pit Mine Design Problems.** University of Arizona, MSc. Thesis, 1989. 225p
- Carmo, F. A. R. **Metodologias para o Planejamento de Cavas Finais de Minas a Céu Aberto Otimizadas.** Universidade Federal de Ouro Preto, Dissertação de Mestrado, 2001. 114p
- Chilès, J. P. e P. Delfiner. **Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty.** New York:, 1999, 695p.
- Coombes, J., G. Thomas, I. Glacken e V. Snowden. **Conditional Simulation - Which Method for Mining?** Geostats 2000, Cape Town. CDRom. 2000.
- Couzens, T. R. **Aspects of production planning: Operating layout and phase plans.** Open Pit Mine Planning and Design, New York, SME-AIME. pp. 219-213, 1979.
- Crawford, J. T. e R. K. Davey **Case Study In Open-Pit Limit Analysis.** Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, New York. pp. 311-318, 1979.

- Dagdalen, K. **Open Pit Optimization - Strategies for Improving Economics of Mining Projects Through Mine Planning**. 17th International Mining Congress of Turkey, Ankara, The Cahmber of Mining Engineers of Turkey. pp. 117-122, 2001.
- David, M., P. Dowd e S. Korobov. **Forecasting departure from planning in open pit design and grade control**. APCOM, Golden, CO. 1974.
- Deutsch, C. V. Cleaning Categorical Variable (Lithofacies) Realizations with Maximum a-posteriori Selection. **Computers & Geosciences**, 24 (6): pp. 551-562, 1998.
- Deutsch, C. V. e P. W. Cockerham. Practical Considerations in the Application of Simulated Annealing to Stochastic Simulation. **Mathematical Geology**, 1 (26): pp 67 - 82, 1994.
- Deutsch, C. V. e A. G. Journel. **Annealing techniques applied to the integration of geological and engineering data**. Stanford, Stanford Centre for Reservoir Forecasting. 1992.
- Deutsch, C. V. e A. G. Journel. **GSLIB Geostatistical Software and User's Guide**. 2. New York: Oxford University Press, 1998, 369p.
- Dimitrakopoulos, R. **Conditional Simulations: Tools for Modelling Uncertainty in Open Pit Optimization**. Optimizing with Whittle, Perth, Whittle Programing Pty. Ltd. pp. 31-42, 1997.
- Dimitrakopoulos, R., C. T. Farrelly e M. C. Godoy (2001). **I'd Rather Be Approximately Right Than Precisely Wrong**. Whittle - Strategic Mine Planning, pp. 35-42, 2001.
- Duarte, A.; Koutschoubey, B. **Cobertura Caulínica da Região do Baixo Rio Jari - Proposta de Evolução**. IV Simpósio Brasileiro de Geologia, Sociedade Brasileira de Geologia, Belém- PA, pp.79-82, 1994.
- Grade Uncertainty, Risk Effects and Decision Making in Open Pit Design." Whittle - Strategic Mine Planning 2001, Perth, Whittle Programing Pty. Ltd. 2001.

- Dowd, P. **Geological Controls in the Geostatistical Simulation Hydrocarbon Reservoirs**. The Arabian Journal for Science and Engineering, v.19: 237-247, 1994.
- Dowd, P. e A. Onur. **Optimizing open pit design and sequencing**. APCOM, Tucson, AZ. 1992.
- Dowd, P. e A. Onur. **Open pit optimization, part 2: production scheduling and inclusion of roadways**. Transactions of Institute of Mining and Metallurgy., pp. A100-A103, 1993.
- Ford, L. R. e D. R. Fulkerson. **Maximum flow through a network**. Canadian Journal of Mathematics, vol. 8: pp. 399-404, 1956.
- Froidevaux, R. **Probability Field Simulation**. Geostatistics Tróia '92, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers. pp. 73 - 84, 1993.
- Galesne, A., J. E. Fensterseifer e R. Lamb. **Decisões de Investimentos da Empresa**. São Paulo: Atlas, 1999, 295p.
- Gershon, M. E. Heuristic Approaches for Mine Planning and Production Scheduling. **International Journal of Mining and Geological Engineering**, 5: pp. 1-13, 1987.
- Giannini, L. M., L. Cacceta, P. Kelsey, e Carras S. **PITOPTIM: A new high Speed Network Flow Technique for Optimum Pit Design Facilitating Rapid Sensitivity Analysis**. AusIMM Conference. 1991.
- Godoy, M. C. **Minimização de perdas em Operações de Lavra Seletiva Incorporando a Incerteza da Estimativa no Controle de Teores**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 1997. 91p.
- Gómez-Hernández, J. e X. Wen. **To be or not to be multiGaussian?** That is the question. Stanford, Stanford Center for Reservoir Forecasting., pp. 395-440, 1994
- Goovaerts, P. **Geostatistics for Natural Resources Evaluation**. New York: Oxford University Press, 1997, 483p.

- Goovaerts, P. **Impact of the simulation Algorithm, Magnitude of Ergodic Fluctuations and Number of Realizations on the Spaces of Uncertainty of Flow Properties.** Stanford, Stanford University. 1998.
- Gotway, C. A. e B. M. Rutherford **Stochastic simulation for imaging spatial uncertainty: Comparison and evaluation of available algorithms.** Geostatistical simulation workshop, Fontainebleu, Kluwer Academic Publishers., pp. 1-21, 1994.
- Halatchev, R. **Company Strategy - A Basis for Production Scheduling of an Open Pit Complex.** Whittle - Strategic Mine Planning, Perth, Whittle Programming Pty. Ltd., pp. 81-95, 1999.
- Halatchev, R. **The Time Aspect of the Optimum Long-Term Open Pit Production Sequencing.** 30th. Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Littleton, SME. 2002.
- Hustrulid, W. e M. Kuchta. **Open Pit Mine Planning & Design.** 1. Rotterdam: A. A. Balkema, 1995, 636p.
- Huttagosol, P. e R. E. Cameron. **A computer design of ultimate pit limit by using transportation algorithm.** 23rd APCOM, Tucson. pp. 443-460, 1992.
- Isaaks, E. H. **The application of Monte Carlo methods to the analysis of spatially correlated data.** Stanford University, PhD thesis, 1990, 213p.
- Jiang, Y. D. **A Modified Network Flow Algorithm for Pit Limit Optimization."** 3rd CAMI., pp. 139-148, 1995.
- Johnson, T. B. **Optimum Open-Pit Mine Production Scheduling.** Berkeley, University of California. 1968.
- Johnson, T. B. e W. R. Sharp. **A three dimensional dynamic programming method for optimal ultimate open-pit design.** U.S. Bureau of Mines Report of Investigations. 1971.
- Journel, A. G. **Geostatistics for Conditional Simulation of Orebodies. Economic geology.** pp. 673-680, 1974.

- Journel, A. G. Geostatistical simulation methods for exploration and mine planning, Engineering and Mining Journal. **Engineering and Mining Journal.**, pp. 86-91, 1979.
- Journel, A. G. Non-parametric Estimation of Spatial Distributions. **Mathematical Geology**, 15 (3): pp. 445-468. 1983.
- Journel, A. G. **Fundamentals of Geostatistics in Five Lessons.** Stanford, Stanford Center for Reservoir Forecasting. 1988.
- Journel, A. G. e F. Alabert. Non-Gaussian data expansion in the earth sciences.” **Terra Nova**, 1: pp. 123-134, 1989.
- Journel, A. G. e F. G. Alabert. **Focusing on spatial connectivity of extreme valued attribute: Stochastic indicator models of reservoir heterogeneities.** SPE. 1988.
- Journel, A. G. e C. J. Huijbregts. **Mining Geostatistics.** Academic Press, 1978, 600p.
- Kim, Y. G. **Open Pit Limit Analysis.** Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry, SME-AIME., pp. 297-303, 1978.
- Kumral, M. e P. Dowd. **Short-Term Mine Production Scheduling for Industrial Minerals Using Multi-Objective Simulated Annealing.** 30th. APCOM, Littleton, SME. 2002.
- Lane, K. **The Economic Definition of Ore.** London: Mining Journal Books, 1988.
- Laurent, M. J., Placet e W. R. Sharp. **Optimum Design of Open Pit Mines.** Lubumbashi, Gecamines Report. 1977.
- Lemieux, M. (). **Moving cone optimizing algorithm.** Computer methods for the 80s in the mining industry, SME. pp. 329-345, 1979.
- Lerchs, H. e I. F. Grossmann. **Optimum design of open pit mines.** CIM Bulletin, vol. 58 (January):, pp. 47-54, 1965.
- Matheron, G. Principles of Geostatistics.” **Economic Geology**, (58): pp. 1246-1266, 1963.

- Matheron, G., H. Beucher, C. De Fouquet, Galli, A. Guerrillot, D. e Ravenne, C. **Conditional simulation of the geometry of fluvio deltaic reservoir.** 1987.
- Myers, D. E. **Choosing and Using Simulation Algorithms.** Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences, Fort Collins, U.S. Department of Agriculture. pp. 23-29, 1996.
- Pana, M. T. e T. R. Carlson. **Description of a Computer Technique Used in Mine Planning of the Utah Mine of Kennecott Copper Corp."** 6th APCOM. 1966.
- Peroni, R. **Introdução de Variável Espectro-colorimétrica no Modelamento e Planejamento de Jazidas de Caulim e Comparação da Seletividade Produzida por Modelos de Diferentes Dimensões.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 1998, 120p.
- Peroni, R de L., Costa J. F., Koppe J. C. e Petter C. **A Novel Methodology for Modelling Kaolin Deposits,** 28th APCOM. pp. 545-553, 1999.
- Petter, E. **Avaliação Econômica de Alternativas de Métodos de Lavra para depósitos de Caulins.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 2000, 100p.
- Pickring, S. M. e Hurst, V. J. **Commercial Kaolins in Georgia.** Georgia Geological Society Guidebooks, v. 9, no 1, , pp. 29-75, 1989.
- Picard, J. C. **Maximum Closure of a Graph and Applications to Combinatorial Problems.** **Management Science**, 22: pp. 1268-1272, 1976.
- Pilger, G. G. **Crítérios para Locação Amostral Baseados em Simulação Estocástica.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 2000. 127p.
- Ravenne, C., A. Galli, Y. Mathieu, et al. **Heterogeneities and geometry of sedimentary bodies in a fluvio-deltaic reservoir.** 1987.
- Ravenscroft, P. **Conditional Simulation for Mining: Practical Implementation in a Industrial Environment."** **Geostatistical Simulations,** Fontainebleu, Kluwer Academic Publishers., pp. 79-87, 1993.

- Rossi, M. E. **Of Tool Makers and Tool Users**. Geostatistics., pp. 7-9, 1994.
- Rossi, M. E. e B. H. Van Brunt. **Optimizing Conditionally Simulated Orebodies with Whittle 4D**. Optimizing with Whittle 1997, Perth, Whittle Programming Pty. Ltd.. pp. 119-128, 1997.
- Rossi, M. E. e B. H. Van Brunt. **Mine Planning Under Uncertainty Constraints**. Optimizing with Whittle 1999, Perth, Whittle Programming Pty. Ltd.. 1999.
- Sainsbury, G. M. **Computer-based design of open cut mines**. Australasian Institute of Mining and Metallurgy Conference. pp. 49-57, 1970.
- Saydam, S. e E. Yalcin **Reserve and Ultimate Pit Limit Design Analysis of Caldagi Nickel Deposit, Turkey**. 30th Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Littleton, SME. pp. 121-131, 2002.
- NPV Scheduler 3.1 Help, Earthworks Corporation Pty. Ltd. Software Help online. 2000.
- Seymor, F. **Finding the mining sequence and cut-off grade schedule that maximizes net present value**. SME Transactions, vol. 298:, pp. 1880-1884, 1995.
- Smith, M. **Optimizing Short-term Production Schedules in Surface Mining: Intergrating Mine Modelling Software with AMPL/Cplex**. 1999.
- Souza, L. E. **Estimativa de Incertezas e sua Aplicação na Classificação de Recursos Minerais**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 2002, 171p.
- Srivastava, M. **Reservoir Characterization with Probability Field simulation**. SPE Annual Conference and Exhibition, Washington, Society of Petroleum Engineers. pp. 927-938, 1992.
- Srivastava, M. **Thoughts and Comments on Conditional Simulation Algorithms**. Geostatistics, 2 (7): pp. 9-10, 1994.

- Srivastava, R. M. **An overview of Stochastic Spatial Simulation.** Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences, Fort Collins, U.S. Department of Agriculture. 1996.
- Suriel, J. R. **A procedure for preliminary economic evaluation of open pit mines.** Colorado School of Mines, Master Thesis, 1984.
- Taylor, H. K. **Mine Valuation and Feasibility Studies.** Mineral Industry Costs, Northwest Mining Association., pp. 1-17, 1977.
- Thomas, G. S. **"Pit Optimization and Mine Production Scheduling - The Way Ahead."** 26th APCOM. pp 221-228, 1998.
- Thwaites, A. M. **Assessment of Geological Uncertainty for a Mining Project.** 27th APCOM. pp. 391-404, 1998.
- Tolwinski, B. e R. Underwood. **An Algorithm to Estimate the Optimal Evolution of an Open Pit.** 23rd APCOM. pp. 399-409, 1992.
- Underwood, R. e B. Tolwinski. **The Lerchs Grossman Algorithm from a Dual Simplex Viewpoint.** 26th APCOM. pp. 229-235, 1996.
- Underwood, R. e B. Tolwinski. **A mathematical programming viewpoint for solving the ultimate pit problem.** European Journal of Operational Research, (107): pp. 96-107, 1998.
- Wang, Q. e H. Sevim. **Alternative to parameterization in finding a series of maximum-metal pits for production planning.** Mining Engineering. pp. 178-182, 1995.
- Whittle, J. **Beyond Optimisation in Open Pit Design.** Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industries, Balkema. pp. 331-337, 1988.
- Whittle, J. e L. Rozman. **Open Pit Design in 90's.** Mining Industry Optimization Conference, Sydney. pp. 13-19, 1991.
- Yagualp, T. M. e J. A. Arias. **A Fast Algorithm to Solve the Ultimate Pit Problem.** 23rd APCOM. pp. 391-397, 1992.

- Yamatomi, J., G. Mogi, A. Akaike, e, U. Yamaguchi. **Selective Extraction Dynamic Cone Algorithm for Three Dimensional Open Pit Designs.** XXV APCOM., pp. 267-274, 1995.
- Zhao, Y. e Y. C. Kim. **A New Graph Theory Algorithm for Optimal Pit Design.** SME Transactions, vol. 290:, pp. 1832-1838, 1991.
- Zhao, Y. e Y. C. Kim. **A New Optimum Pit Limit Design Algorithm.** 23rd APCOM, Tucson. pp. 432-434, 1992.