

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS,
METALÚRGICA E DE MATERIAIS (PPGE3M)**

RAFAEL CAMPOS ROSADO

**AVALIAÇÃO DO IMPACTO DA INCERTEZA DE TEORES NO PLANEJAMENTO
DE MINA SUBTERRÂNEA**

Porto Alegre

2019

RAFAEL CAMPOS ROSADO

**AVALIAÇÃO DO IMPACTO DA INCERTEZA DE TEORES NO PLANEJAMENTO
DE MINA SUBTERRÂNEA**

Dissertação realizada no Departamento de Engenharia de Minas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, dentro do programa de pós-graduação em engenharia de minas, metalúrgica e de materiais, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em engenharia.

Orientador: Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Porto Alegre

2019

“[...]our understanding of them may be so poor that their complexity appears as random behavior for us, but this does not mean that they are random; it simply means that we are ignorant.”

(Edward H. Isaaks e R. Mohan Srivastava)

AGRADECIMENTOS

A todos que direta ou indiretamente colaboraram para a execução desse trabalho.

Ao professor João Felipe Coimbra Leite Costa pela orientação durante todo esse processo.

A todos os professores e funcionários da Universidade Federal do Rio Grande do Sul pela excelente recepção e serviços prestados.

À Nexa Resources pelo apoio na realização desse trabalho. Em especial ao gestor Thiago Nantes por me incentivar a continuar estudando.

Aos amigos e colegas de profissão Mariana Gazire e Apolo Bhering, por me incentivarem e darem as primeiras ideias para a realização desse mestrado.

Aos amigos e colegas Artur Saldanha, Leonardo Hiram, Rafael Caixeta, Rui Carboni, Basilio Botura, Barbara Nassif e Marcelo Penna, por todo apoio técnico fundamental para a realização desse trabalho.

À minha família, por sempre me apoiar e incentivar em todos os momentos.

A Deus, que sempre guia meus passos e me dá força para alcançar os meus sonhos.

RESUMO

O planejamento de uma mina subterrânea tem como finalidade determinar a quantidade e sequência de extração dos recursos minerais de forma a maximizar o retorno econômico do empreendimento.

Essa atividade envolve atividades multidisciplinares que trazem consigo riscos para o plano proposto. Dentre os riscos que podem prejudicar o retorno financeiro de uma mineradora, se destacam aqueles associados à geologia do depósito; mais especificamente à quantidade de metal contido presente no mesmo.

Esse risco se deve, principalmente, à complexidade dos processos de formação geológica dos depósitos minerais aliada ao espaçamento grande entre os furos de sondagem para a construção de modelos determinísticos para determinação das tonelagens e teores da variável de interesse.

Esse estudo se propõe a desenvolver uma metodologia de quantificação do risco à predição da quantidade de metal presente em um realce com base em um planejamento de mina baseado em modelos probabilísticos de simulação geoestatística do teor da variável de interesse. Adicionalmente, a densidade é calculada utilizando uma curva de regressão baseada no teor de zinco e diferentes cenários de realces são desenhados para cada simulação.

A partir dos modelos simulados serão construídos planos de lavra para cada realização a fim de calcular a probabilidade de valores de metal contido para cada realce de lavra. Com base nesses resultados, será criado um indicador do risco associado ao valor de metal contido de cada realce e poderá ser criada uma priorização durante o sequenciamento de lavra para os realces que apresentam índices de risco geológico mais baixos.

ABSTRACT

Underground mine planning aims at determining the amount and sequence of extraction of the mineral resources in order to maximize the deposit profit.

It involves multiple sources of information which add risk to the developed plan. Among the risks that can affect the financial return of a mining company, those associated with the geology of the deposit stand out; more specifically the amount of metal contained within the deposits or parts of it.

This risk is mainly due to the complexity of the geological process of the mineral deposits allied to the sparse drilling spacing available used for constructing deterministic models to determine the tonnages and contents of the variable of interest.

This study aims at develop a methodology to quantify the risk related to the prediction of metal contained in a stope. The risk will be measured based on mine planning constructed through probabilistic models based on geostatistical simulations of the zinc content. Additionally, density is calculated through a regression curve based on the zinc grade and different scenarios of stopes are designed for each simulation.

Each designed stope will have its metal content predicted by each simulated model. Multiple simulations allow to calculate the probability of metal contained at each stope. Based on these results, a risk indicator is proposed to flag the risk associated with the metal contained value in each stope. From this indicator, a rank from low to high risk zones can be taken into account during mining scheduling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Volume de amostras versus volume modelado.....	17
Figura 2 – Método de modelagem pelo inverso da distância.	19
Figura 3 – Modelos probabilísticos de um mesmo depósito mineral.	20
Figura 4 – (a) mapa de localização das amostras (b) modelo de referência (c) modelo estimado por krigagem (d) modelo simulado.....	21
Figura 5 – Soluções fornecidas pelos métodos de estimativa (a) e simulação (b)....	22
Figura 6 – Flutuações ergódicas	27
Figura 7 – Função gaussiana	28
Figura 8 – Normalização do banco de dados.	29
Figura 9 - Modelos de extrapolação e interpolação das ccdf's. (a) modelo de potência (curva 1 corresponde ao modelo linear). (b) modelo hiperbólico.....	32
Figura 10 – Representação por modelo de blocos.....	33
Figura 11 – Imagem do corpo de minério (a) e seção mostrando um modelo de blocos (b).....	34
Figura 12 – Conversão de Recursos Minerais para Reservas de Minério.	35
Figura 13 – Desenho esquemático do método de lavra Sublevel Stopping.	38
Figura 14 – Desenho dos realces utilizando seções.	39
Figura 15 – Fluxo do Stope Optimizer.....	42
Figura 16 – Desenho esquemático do método de fatias.	44
Figura 17 – Realces gerados pelo processo de otimização.	44
Figura 18: dependências para o sequenciamento lógico.	49
Figura 19 – sequenciamento lógico pelo método Sublevel Stopping.	50
Figura 20 – Plataforma de sequenciamento produtivo do software especialista.	52
Figura 21 – Aspectos relativos ao planejamento de lavra.	53
Figura 22 – Planejamento determinístico versus probabilístico.....	54
Figura 23 – Geologia Regional da Mina Vazante.....	56
Figura 24 – Coluna Estratigráfica.	57
Figura 25 – Seção cruzada do depósito de Vazante.....	57
Figura 26 – Perfil esquemático da Mina de Vazante.....	58
Figura 27 – Área de estudo selecionada no banco de dados.	60
Figura 28 – Mapa de localização dos dados. (a) vista em planta (b) vista isométrica.	61

Figura 29 – Histograma dos dados de zinco desagrupados	61
Figura 30 – Flutuações ergódicas dos histogramas.	63
Figura 31 – Flutuações ergódicas dos variogramas.....	64
Figura 32 – Realces desenhados utilizando o modelo estimado.....	65
Figura 33 – Gráfico de probabilidade dos teores dos realces desenhados. (a) Realce 138 (b) realce 1241 (c) Realce 5 (d) Realce 3.....	66
Figura 34: Variação dos teores simulados com intervalo de 90% de probabilidade entre p 5 e p 95 para realces em várias faixas de valores. (a) Teores estimados de 4 a 8% (b) Teores estimados de 8 a 12% (c) Teores estimados de 12 a 16% (d) Teores estimados de 16 a 20% (e) Teores estimados acima de 20%.....	67
Figura 35 – Probabilidades do teor de zinco estar acima do teor estimado.	68
Figura 36 – Desvio padrão dos teores das simulações dos realces.....	69
Figura 37 – Quantidade de simulações necessárias.....	70
Figura 38 – Proporção de realces por classe de prioridade.	72
Figura 39 – Classificação dos realces por prioridade de lavra.	73
Figura 40 – Sequenciamento da área em estudo antes da priorização dos realces.	74
Figura 41 – Sequenciamento da área em estudo após a priorização dos realces.	74
Figura 42 – Variabilidade dos teores dos realces.....	75
Figura 43 – Produção de metal contido para os realces estudados.....	75
Figura 44 – Simulação dos resultados financeiros em função do incremento na recuperação metalúrgica.....	77

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Aspectos relativos ao método de lavra Sublevel Stopping.....	38
Quadro 2 – Parâmetros de busca da simulação.	63

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
1.1	META	12
1.2	OBJETIVOS	13
1.3	METODOLOGIA	13
1.4	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	Modelos determinísticos e probabilísticos.....	16
2.2	Simulação Geoestatística.....	23
2.3	Planejamento de Lavra	32
2.3.1	Aspectos Gerais	32
2.3.2	Método de Lavra.....	35
2.3.3	Design dos Realces.....	39
2.3.4	Função de transferência	45
2.3.5	Sequenciamento de Lavra.....	47
2.3.6	Planejamentos determinísticos versus probabilísticos.....	52
3	ESTUDO DE CASO.....	55
3.1	CONTEXTO GEOLÓGICO	55
3.2	ÁREA DE ESTUDO.....	58
3.3	ANÁLISE DOS DADOS.....	60
3.4	SIMULAÇÃO GEOESTATÍSTICA	62
3.5	PLANEJAMENTO DE LAVRA.....	64
4	CONCLUSÕES.....	78
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	81

1 INTRODUÇÃO

Como toda atividade econômica, a mineração tem como objetivo final proporcionar lucro para os investidores.

Além de parâmetros econômicos e de mercado, o lucro resultante de um empreendimento de extração mineral é diretamente relacionado à quantidade e qualidade do bem mineral em questão. Portanto, um bom conhecimento da jazida é um requisito para a atração de investidores.

Para o conhecimento do depósito mineral, estimativas são realizadas a partir de amostras tomadas na área em estudo a fim de construir um modelo que represente a variável de interesse. Além da restrição relativa à quantidade de amostras disponíveis em virtude dos custos associados, a própria complexidade geológica do depósito traz erros para qualquer processo de estimativa adotado.

Apesar desse quadro, grande parte das indústrias de mineração ainda aplica modelos determinísticos para representar o depósito mineral a ser explorado e a partir desse modelo é calculado o inventário mineral e também criado o plano de produção.

Exemplos dessa aplicação são os métodos de estimativa atualmente utilizados para cálculo dos recursos minerais e da reserva mineral: área de influência, vizinho mais próximo, inverso da distância, krigagem, entre outros.

Esses métodos têm em comum o fato de fornecer como resultado uma estimativa única para o depósito. Dessa forma, assume-se que cada bloco de lavra, por exemplo, tem um valor determinado de metal contido em um determinado volume do espaço e todos os cálculos financeiros de retorno do investimento e mesmo os cálculos operacionais para ajuste da usina de tratamento desse minério adota essa informação como verdadeira.

Como consequência dessa premissa, o que se observa são retornos financeiros de investimentos que nunca correspondem às expectativas que se criou sobre os mesmos. Essa incerteza na base dos planos de produção e retorno financeiro prejudica a indústria mineral, pois afasta os investidores devido ao risco de aplicação de um capital que, provavelmente, não terá o retorno esperado.

Como solução para preencher essa deficiência dos métodos de estimativa de recursos e reservas minerais, foram desenvolvidos os modelos probabilísticos ou métodos de simulação geoestatística.

Esses métodos se diferenciam por não fornecer uma solução única de modelagem para o depósito, mas infinitas soluções igualmente prováveis para descrever o comportamento da variável em estudo. Dessa forma, são gerados diversos modelos geológicos que representam o depósito em estudo.

Para cada modelo gerado é aplicada a função de transferência para converter os recursos em reservas minerais e construir o planejamento de mina. A partir desses diversos planos é possível, então, obter a probabilidade de um ponto do depósito apresentar determinado valor e o erro associado. Ou seja, é possível que se calcule os riscos de um determinado bloco não conter a quantidade de metal projetada para o mesmo.

ISAAKS (1989) cita que a formação de um depósito mineral não é um fenômeno aleatório, mas um evento regido por mecanismos bem determinados. Contudo, como se trata de um processo, em geral, complicado e de difícil entendimento, assume-se o mesmo como um fenômeno aleatório com uma função de probabilidade associada a fim de possibilitar predições de como a variável em estudo se comporta em áreas não amostradas.

Os algoritmos de simulação aplicados ao estudo de depósitos minerais foram desenvolvidos há algumas décadas e desde então diversos trabalhos, não limitados apenas à mineração, foram elaborados permitindo o aprimoramento das técnicas e surgimento de novos métodos. Esses trabalhos apresentam estudos de caso onde se busca quantificar a incerteza associada à predição de um modelo geológico e os riscos que essa incerteza pode trazer para um empreendimento mineral (PERONI, 2002; SOUZA, 2007; DIEDRICH, 2012).

Apesar dos métodos de simulação permitirem a quantificação da incerteza na estimativa dos depósitos minerais, eles ainda apresentam limitada aplicação na indústria mineral.

Entre as razões para essa baixa aplicação, três merecem destaque:

- (i) Demanda de tempo computacional e de mão-de-obra qualificada para execução.
- (ii) Falta de conhecimento técnico por parte dos planejadores de mina quanto ao uso das técnicas de simulação.
- (iii) Cultura das empresas de mineração, que é baseada ainda nos modelos determinísticos.

Em relação ao primeiro item, os avanços nas ferramentas computacionais aliados a novas técnicas de simulação, como a simulação por múltiplos passeios aleatórios (CAIXETA, 2015), tem possibilitado maior agilidade nas simulações, o que possibilita praticidade desses métodos na rotina das atividades de planejamento.

Em relação aos outros dois itens, sabe-se que essas mudanças não são facilmente implementadas. Contudo, já se observa um interesse maior tanto por parte das Universidades em relação ao oferecimento de cursos na área de geoestatística, quanto por parte das empresas que buscam melhorar a qualidade dos seus inventários minerais e reduzir riscos atraindo investidores.

Alguns trabalhos de planejamento estocástico de mina subterrânea foram desenvolvidos nos últimos anos, cita-se como exemplo MELLO (2015), porém, em geral, limitados a simulação de teores do elemento de interesse.

Nesse estudo, serão avaliados os parâmetros que mapeiam incerteza quanto à quantidade de metal contido presente em um depósito mineral através da construção de modelos probabilísticos do mesmo.

Esses modelos serão, então, submetidos a uma função de transferência e múltiplos planos serão criados a fim de determinar os riscos associados ao plano de produção estabelecido para a mina.

1.1 META

Desenvolver uma metodologia de planejamento estocástico para a mina subterrânea de Vazante e avaliar os impactos no plano de produção advindos da incerteza quanto à quantidade de metal contido no modelo de recursos minerais. É

meta, também, dessa dissertação comparar as metodologias determinística atualmente adotada em relação à probabilística.

1.2 OBJETIVOS

Para atingir a meta proposta, esse estudo pretende atingir os seguintes objetivos específicos:

- Criar/validar modelos probabilísticos de teores do metal de interesse e realizar a regressão da densidade a partir dos mesmos;
- Determinar os volumes planejados com base no desenho otimizado para cada cenário de teor simulado;
- Estudar um método de aplicação da função de transferência para cada cenário simulado a fim de calcular a reserva mineral;
- Incluir o modelo de incertezas no plano de produção de forma a quantificar os riscos associados.
- Realizar uma comparação dos modelos considerando as incertezas no sequenciamento da produção e não considerando essas incertezas a fim de levantar os desvios que podem ocorrer em relação ao plano base adotado pela mineradora.

1.3 METODOLOGIA

Inicialmente, serão compiladas as informações relativas ao modelo geológico determinístico desenvolvido pela equipe de geologia da mina subterrânea de Vazante.

Posteriormente, serão construídos os cenários simulados de teores e realizada a regressão da densidade. Serão desenhados para cada cenário os realces de lavra utilizando uma ferramenta de otimização com base nos teores simulados.

A partir desses diversos cenários serão selecionados três cenários e aplicada a função de transferência para determinação da reserva mineral: cenários otimista, médio e pessimista.

Serão construídos planos de produção para cada um desses três cenários e para o cenário base, que é aquele construído com o modelo estimado.

Por fim, será feita a análise de risco do plano e do não atingimento das metas propostas pelo cenário base.

1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Essa dissertação está organizada em quatro capítulos, incluindo o primeiro capítulo que apresenta a introdução ao problema estudado, a meta, objetivos do estudo, metodologia adotada e organização.

No segundo capítulo é apresentada a revisão bibliográfica realizada para a dissertação, sendo a mesma dividida em três seções.

Na primeira seção são apresentados conceitos relativos aos modelos determinísticos e probabilísticos, bem como as implicações relativas ao uso de cada um desses.

Na segunda seção, são revisados os conceitos relativos ao método de simulação geoestatística, com foco no método adotado nesse estudo: simulação sequencial gaussiana.

Na terceira seção, são apresentadas as técnicas de planejamento de lavra de longo prazo de minas subterrâneas. Primeiramente, são apresentados os procedimentos atualmente adotados para o cálculo das reservas minerais e, então, são apresentadas as modificações propostas pelo estudo tema dessa dissertação.

No terceiro capítulo, é apresentado o estudo de caso. São mostrados os aspectos da área em estudo e os resultados das simulações dos teores, da regressão da densidade e dos volumes diferenciados para cada cenário simulado. São discutidos, nessa seção, os impactos e riscos em relação aos resultados de planejamento usando o modelo determinístico.

No quarto capítulo, são apresentadas as conclusões relativas ao planejamento estocástico e sua relevância para definição do risco associado ao empreendimento.

Por fim, são feitas sugestões para trabalhos futuros envolvendo o uso do planejamento estocástico.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MODELOS DETERMINÍSTICOS E PROBABILÍSTICOS

Desde os primórdios da civilização o homem procurou formas de representar os fenômenos e acontecimentos ao seu redor utilizando modelos.

Um modelo é uma representação da realidade e sua finalidade é permitir realizar inferências em locais não amostrados ou em situações não conhecidas.

Dentre as várias formas de construir modelos, um dos métodos de destaque é a interpolação, que corresponde a construir um novo conjunto de dados a partir de informações de um conjunto de dados conhecidos.

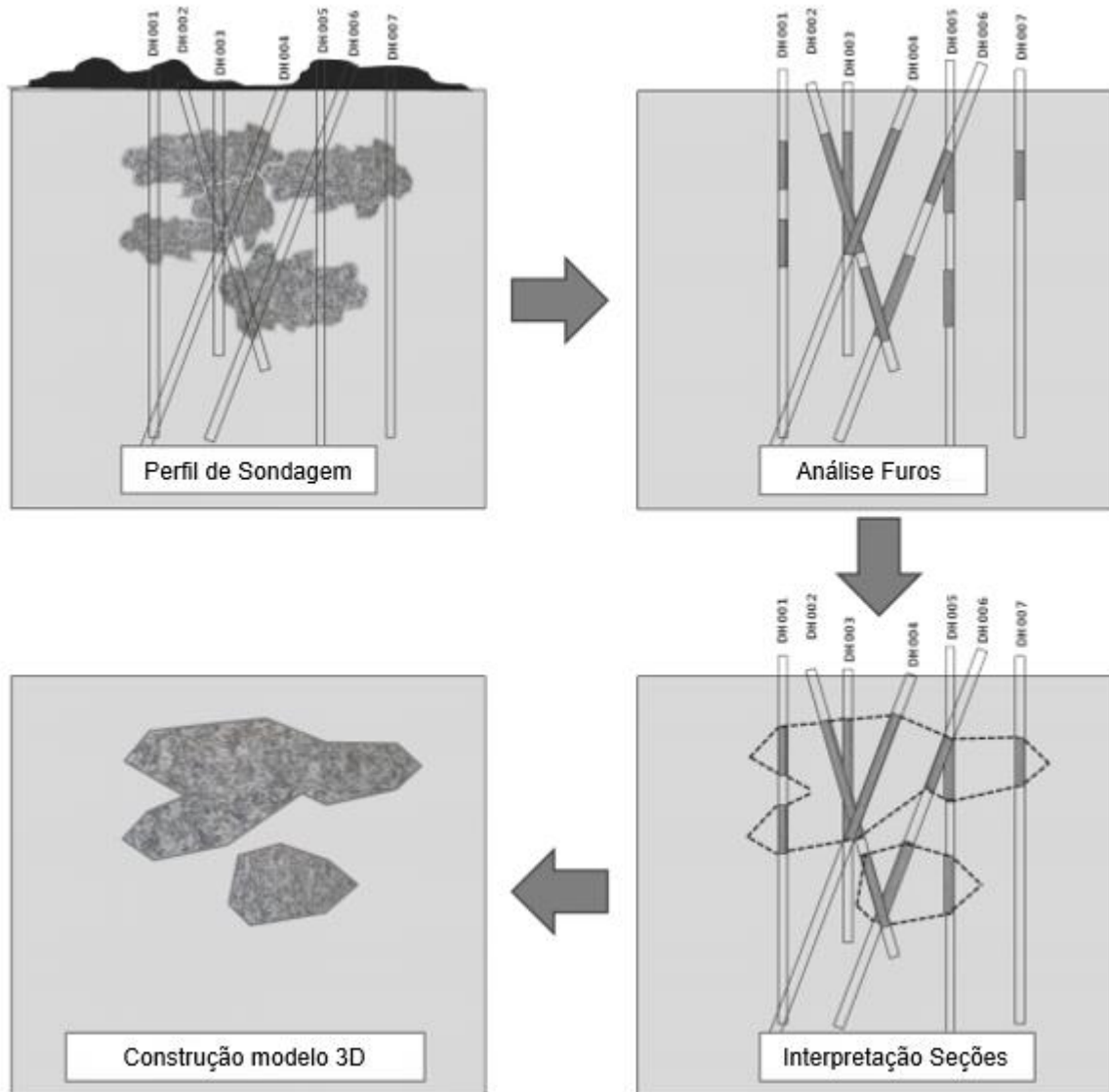
No caso dos depósitos minerais, são construídos modelos para se tentar representar a distribuição da variável de interesse na área em estudo a partir de amostras conhecidas em determinados pontos da mesma. A partir de novos dados interpolados é possível fazer inferências sobre todo o depósito.

A dificuldade na construção de modelos geológicos de teores se deve ao fato de que, geralmente, uma concentração anômala de determinado mineral se origina por processos extremamente complexos e interligados por diversos eventos. Outro fator que torna crítica a modelagem geológica, é o fato de que a quantidade de informações disponíveis ou volume das amostras é muito menor do que o volume modelado. Essa relação entre o volume de amostras e o volume modelado pode apresentar valores, por exemplo, da ordem de 1/100.000 a 1/1.000.000 (SINCLAIR, 2004).

A Figura 1 exemplifica essa questão da baixa quantidade de massa de amostras utilizada para fazer a modelagem de uma grande massa de um depósito mineral em estudo.

Considerando que para alguns depósitos de minerais metálicos as distâncias entre os perfis de sondagem podem ser da ordem de 50 metros, evidencia-se o baixo volume de amostras em relação ao volume modelado.

Figura 1 – Volume de amostras versus volume modelado.



Modificado de GROBLES (2015).

Os métodos tradicionalmente empregados na estimativa de depósitos minerais (área de influência, seções, triangulação, inverso da distância, entre outros) assim como os métodos geoestatísticos de estimativa são classificados como determinísticos (ISAACS, 1989).

Esse tipo de método se caracteriza por associar para cada ponto não amostrado um único valor, cujo erro de modelagem seria insignificante ou nulo. Dessa forma, todas as inferências a partir desse modelo são tomadas a partir de um único valor fixo.

A Figura 2, exemplifica a construção de um modelo geológico em 2D pelo método do inverso da distância. De acordo com esse método, a estimativa é calculada pela expressão mostrada na equação 2.1 a partir dos dados das amostras da vizinhança (SIRONVALLE, 2007).

(2.1)

$$z = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{z_i}{d_i^\alpha}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i^\alpha}} \quad (\alpha > 0)$$

Sendo:

Zi: medida em dado ponto amostral.

di: distância desse ponto amostral até o ponto estimado.

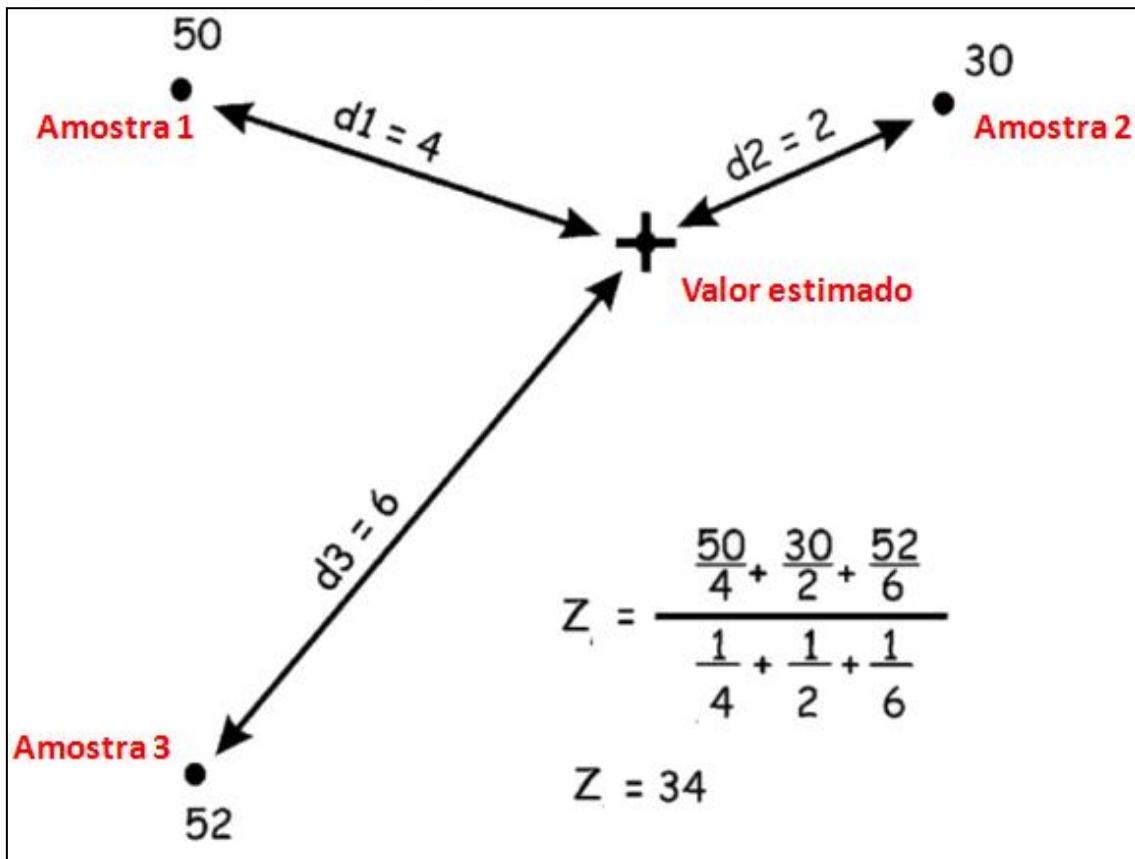
α : expoente que indica o método escolhido.

N: número de pontos amostrais utilizados para estimativa.

Na Figura 2, o valor estimado no ponto demonstrado é calculado utilizando três amostras: amostra 1, amostra 2 e amostra 3.

A partir das distâncias conhecidas dessas amostras ao local a ser estimado (d1, d2 e d4), calcula-se o valor estimado “Z” indicado na parte inferior à direita. Observa-se que nesse caso, aplicou-se a equação 2.1 com expoente α igual a um.

Figura 2 – Método de modelagem pelo inverso da distância.



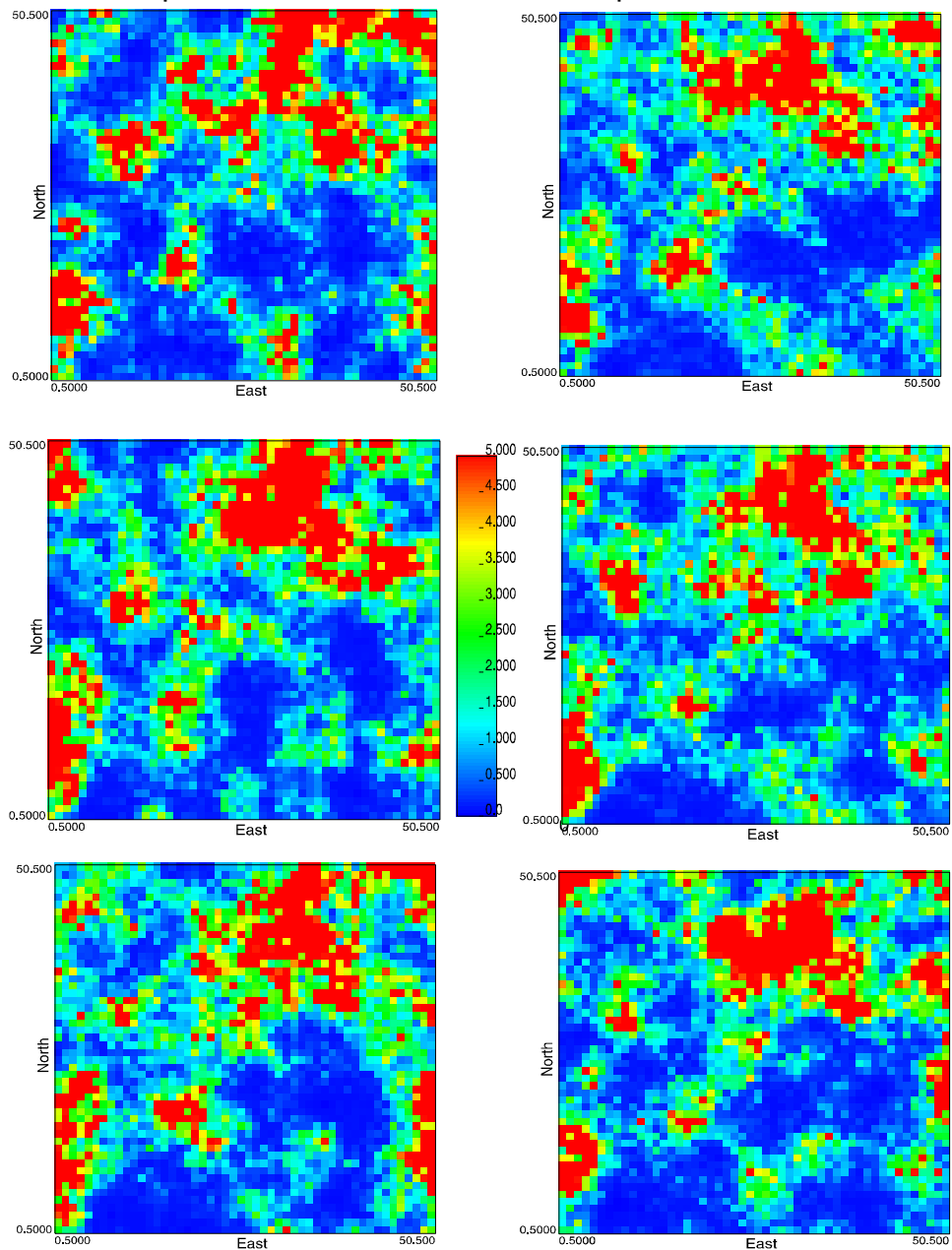
Adaptado de: italocegatta.github.io/interpolacao-pelo-inverso-do-quadrado-da-distancia/

Como o valor das amostras é fixo e imutável, conclui-se a partir da equação 2.1 que cada bloco do depósito tem uma solução única possível, o que caracteriza esse tipo de modelo como determinístico.

Os métodos probabilísticos se caracterizam por associar para cada local não amostrado do depósito uma série de possíveis valores com as respectivas probabilidades de ocorrência, permitindo quantificar o erro associado para cada ponto modelado.

Na Figura 3, há um plano contendo o banco de dados de referência e outros cinco planos contendo os resultados de simulação para a mesma área simulada. O conjunto de todas essas simulações fornece para cada ponto do depósito uma série de possíveis valores.

Figura 3 – Modelos probabilísticos de um mesmo depósito mineral.



Fonte: COSTA (1997).

Os métodos de simulação geoestatística são classificados como métodos de modelagem probabilísticos.

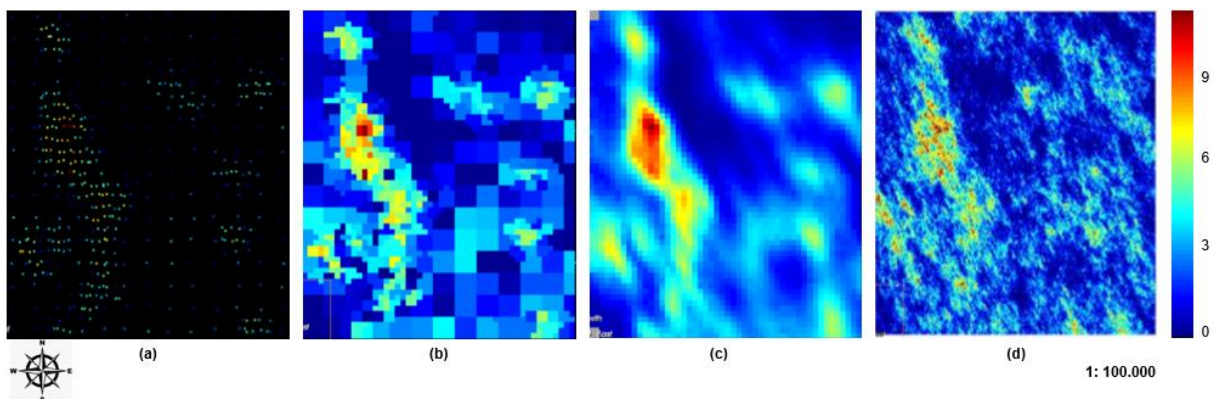
A simulação geoestatística é uma imitação da realidade. Realidade e simulação podem ser consideradas como duas variantes do mesmo fenômeno de mineralização (SINCLAIR, 2004).

A simulação não é uma estimativa, é um arranjo de valores que tem as mesmas características dos dados originais desagrupados. Enquanto na estimativa o objetivo é minimizar a variância do erro, na simulação é reproduzir a dispersão da variância.

A Figura 4 mostra um comparativo entre estimativa e simulação em relação aos dados e um mapa de referência. Como se observa, a simulação representa melhor a variância da dispersão da variável em estudo enquanto a estimativa gera a suavização da variância a medida que se afasta dos dados amostrais.

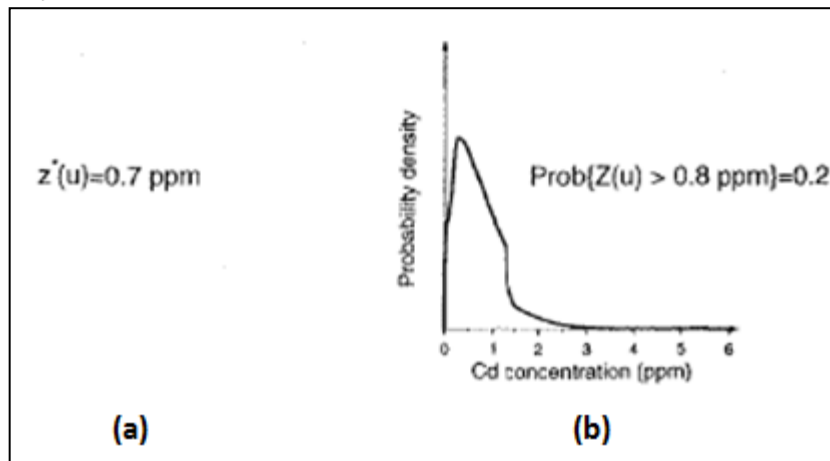
A Figura 5 mostra a diferença de soluções fornecidas para um mesmo ponto do depósito em estudo utilizando um método determinístico de estimativa e um método probabilístico de simulação. Como se observa, enquanto na estimativa a solução é um valor único, na simulação a solução é uma curva de distribuição de probabilidade dos possíveis valores que a variável pode assumir naquele ponto do depósito mineral.

Figura 4 – (a) mapa de localização das amostras (b) modelo de referência (c) modelo estimado por krigagem (d) modelo simulado.



Elaborado pelo autor.

Figura 5 – Soluções fornecidas pelos métodos de estimativa (a) e simulação (b).



Adaptado de: GOOVAERTS (1997).

A escolha do melhor tipo de modelo para representar um fenômeno depende do grau de conhecimento que se tem sobre esse fenômeno.

Recomenda-se a utilização de modelos determinísticos em situações em que se tem um conhecimento detalhado dos processos que originaram o fenômeno modelado. Por exemplo, pode ser construído um modelo determinístico para representar a altura em função do tempo de um projétil lançado. Como os fenômenos físicos que regulam o movimento desse corpo são bem conhecidos, é possível obter com boa precisão a altura do projétil desde o momento do lançamento até a queda no solo.

Os modelos probabilísticos são recomendados para situações em que o fenômeno observado é complexo e não se tem detalhamento preciso dos processos que originaram os mesmos. Como a maior parte dos depósitos minerais se enquadra nessas situações, o mais recomendado para a modelagem dos mesmos seriam os modelos probabilísticos; pois forneceriam a probabilidade de ocorrência de um valor. Dessa forma, esses modelos trazem implícita a definição do erro das soluções obtidas e permitem quantificar os riscos envolvidos.

Outra característica indesejável para a utilização de modelos determinísticos para representar um depósito mineral é que eles fornecem uma solução única e, portanto, não possuem uma base de comparação para aferir se o mesmo é apropriado ou não para esse depósito. É necessária informação adicional seja por meio de

levantamentos de campo ou de procedimentos de reconciliação para aferir esse modelo ao longo do tempo.

Como um teste de reconciliação ou informações adicionais de campo podem levar anos para serem estabelecidos com confiabilidade, geralmente não se tem opções de verificar a adequabilidade do modelo gerado no momento em que são feitos os orçamentos no longo prazo.

Apesar dos itens expostos, grande parte das mineradoras ainda aplicam modelos determinísticos para modelagem dos seus recursos minerais. Entre as razões para esse comportamento destacam-se a cultura da indústria de mineração que ainda é bastante condicionada a modelos determinísticos e o próprio fato de a utilização de modelos determinísticos ser bem menos trabalhosa tanto na fase de modelagem dos recursos minerais quanto na fase de planejamento.

2.2 SIMULAÇÃO GEOESTATÍSTICA

O termo simulação significa: fazer parecer real, imitar.

No caso do estudo de depósitos minerais, o que se objetiva é construir um modelo de distribuição de uma variável de interesse, por exemplo o teor de um dado elemento, que imite a distribuição real. Qualitativamente, o objetivo é obter figuras realistas da variabilidade espacial; quantitativamente, o objetivo é ter uma ferramenta para avaliar o impacto da incerteza espacial nos resultados (CHILÈS; DELFINER, 1999).

Para alcançar esse resultado, são realizadas diversas tentativas de reprodução das características reais do depósito, as quais são chamadas de realizações. Na Figura 3, cada plano modelado é uma realização.

Uma analogia para entendimento dessa técnica seria imaginar um artista que pinta diversos quadros de uma paisagem para tentar captar a melhor representação daquele ambiente. Cada quadro seria como uma realização da simulação. Já a similitude entre o quadro e a realidade seria como a similitude entre a distribuição da variável simulada e da variável real, que é afetada em função dos erros associados ao processo de simulação.

Os modelos geológicos construídos pelos métodos de estimativa geoestatística envolvem interpolação dos dados e se caracterizam por gerar estimativas locais representativas; porém em contrapartida geram um efeito de suavização em virtude da minimização do erro. A simulação, de forma contrária, se caracteriza por representar globalmente melhor os dados (estrutura espacial da variável) (GOOVAERTS, 1997).

Para alcançar esse resultado são gerados modelos alternativos, igualmente prováveis e de alta resolução da distribuição espacial da variável $z(u)$, sendo cada realização representada pela letra "l": $\{z^{(l)}(u), u \in A\}$ (DEUTSCH, JOURNAL, 1998). Onde "A" representa o campo ou espaço em estudo e "u" um ponto, área ou volume qualquer pertencente a "A".

Para possibilitar sua aplicação na representação global da variável em estudo, o método de simulação deve atender alguns requisitos (GOOVAERTS (1997):

- Deve reproduzir, aproximadamente, os momentos de primeira e segunda ordem dos dados desagrupados, ou seja, deve reproduzir o histograma das amostras já desagrupadas;
- Deve reproduzir o variograma das amostras;
- Deve honrar os valores das amostras em suas locações, o que confere o título de simulações condicionais a esses métodos.

Vários métodos de simulação foram desenvolvidos ao longo das últimas décadas, entre esses se destaca o grupo dos métodos de simulação sequencial.

O princípio básico dos métodos de simulação sequencial reside no axioma de Bayes, o qual estabelece que uma ccdf bivariada (tomada, por exemplo, em dois pontos no espaço) pode ser representada como um produto de duas ccdf's univariadas (GOOVAERTS, 1997).

(2.2)

$$F(u'1, u'2; z1, z2 | (n) = \text{Prob} \{Z(u'1) \leq z1, Z(u'2) \leq z2 | (n)\}$$

$$F(u'1, u'2; z1, z2 | (n)) = F(u'2; z2 | (n+1)) * F(u'1; z1 | (n))$$

Sendo:

u' : um ponto amostral qualquer.

z : uma variável aleatória. Para cada ponto amostral do depósito tem-se uma variável aleatória.

n : a quantidade de pontos amostrais a partir dos quais serão realizadas as simulações.

F : a função cumulativa condicional de probabilidade (ccdf).

Dessa forma, sendo a ccdf “ F ” dada pela amostragem da ccdf bivariada $z1$ e $z2$; a mesma pode ser expressa, também, como o produto das variáveis univariadas $z1$ e $z2$.

O algoritmo de simulação sequencial é construído pela aplicação recursiva do axioma de Bayes para “ N ” variáveis ou pontos. Ou seja, incorpora-se o valor simulado a partir dos dados amostrais em um nó qualquer ao banco de dados e utiliza-se esse banco de dados atualizado para simular o nó seguinte e assim sucessivamente até realizar a simulação em todos os nós do grid de simulação.

(2.3)

$$F(u'1, \dots, u'N; z1, \dots, zN | (n)) = F(u'N; zN | (n+N-1)) * F(u'N-1; zN-1 | (n+N-2)) \\ \dots * F(u'2; z2 | (n+1)) * F(u'1; z1 | (n))$$

A execução da simulação sequencial envolve os seguintes passos (COOMBES, 2008):

- Obtenção do banco de dados original com as amostras disponíveis;
- Geração da distribuição condicional de teores do bloco;

- Geração de um número randômico;
- Amostragem da distribuição de probabilidade condicional a partir do número randômico;
- Inserção do valor simulado no banco de dados;
- Repetição do processo até que todos os “N” nós da malha sejam simulados.

Além das etapas mencionadas acima, algumas aproximações devem ser implementadas para permitir a utilização prática dos algoritmos de simulação sequencial:

- Limitar o número de pontos tomados para realizar a simulação ou filtrar os pesos das informações mais distantes, visto que à medida que os pontos simulados são agregados ao banco de dados o processo computacional tende a ficar mais lento; o que poderia tornar todo o processo proibitivo. Além disso, a tomada de todos os pontos do banco de dados para estimar um nó pode gerar *screen effect*.
- Realizar a busca dos pontos do banco de dados separadamente para os pontos amostrais e os pontos previamente simulados, visto que, à medida que o processo de simulação avança, a quantidade de pontos simulados pode superar bastante a quantidade de pontos amostrais.
- Manter o mesmo caminho aleatório de simulação de cada nó estipulado na primeira realização para todas as demais realizações. Dessa forma, os sistemas de krigagem seriam todos resolvidos uma única vez e o tempo computacional de processo seria reduzido consideravelmente.

Essas medidas práticas permitem tornar possível a execução dos algoritmos de simulação na indústria, fornecendo resultados aceitáveis. A qualidade da simulação, inclusive, é dependente dos parâmetros escolhidos citados nos itens acima para executar os algoritmos de simulação.

No caso da terceira medida prática, a execução de um mesmo caminho aleatório para todas as realizações tem o revés de tornar essas simulações

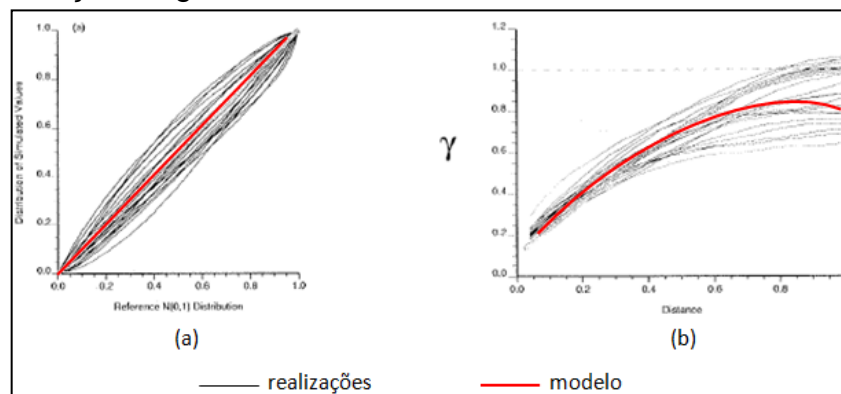
artificialmente parecidas. Uma alternativa prática para evitar esse problema seria realizar a simulação por múltiplos grids.

Nesse método, estabelece-se um grid maior de espaçamento entre as amostras e realiza-se a simulação considerando apenas os pontos nesse grid em um caminho aleatório. Em seguida, o grid é reduzido até a escala desejada. Dessa forma, garante-se representação tanto das estruturas de longo alcance quanto das estruturas de curto alcance e sem gerar a similaridade artificial entre as mesmas que era observada no método dos caminhos aleatórios.

Uma forma de medir a qualidade das simulações é com base nas flutuações ergódicas, que são discrepâncias entre as estatísticas das realizações e do modelo.

Na Figura 6 (a) as linhas em preto representam os histogramas das realizações das simulações e a linha vermelha o histograma do modelo estimado. Já a Figura 6 (b) mostra em preto os variogramas das realizações e em vermelho os variogramas do modelo. Como se observa, as simulações não apresentam estatísticas idênticas àquelas do modelo, mas flutuam em torno das mesmas.

Figura 6 – Flutuações ergódicas



Adaptado de: JOURNAL (1998).

Em uma situação ideal, seria esperado que não houvessem desvios entre os histogramas e variogramas das realizações e do modelo, visto que as simulações devem honrar os dados nos pontos amostrais e respeitar o histograma e o variograma dos dados originais desagrupados.

Contudo, uma vez que as próprias estatísticas do modelo são inferidas a partir das amostras e, portanto, são incertas em virtude da limitação de tamanhos das amostras; a reprodução das estatísticas não é exata, o que gera essas discrepâncias.

Nesse estudo, serão aplicados algoritmos de simulação estocástica sequencial condicional gaussiana (SGS) de variáveis associadas às características da geologia do depósito mineral.

O termo estocástico se refere ao fato da simulação ser uma possível realização aleatoriamente selecionada de uma dada função aleatória.

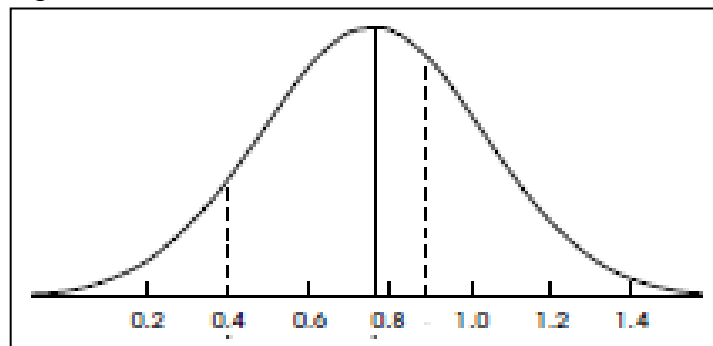
O termo “sequencial” refere-se ao fato de que os nós do grid simulado não são todos simulados simultaneamente, mas sim a partir de uma sequência aleatoriamente definida.

O termo “condicional” refere-se ao fato de que a função de distribuição cumulativa (cdf) construída em cada nó é obtida a partir dos dados originais e dos dados previamente simulados de forma a reproduzir o histograma e o variograma do banco de dados original.

O termo “gaussiana” refere-se ao fato da função de distribuição de probabilidade condicional utilizada nesse método ser do tipo normal ou gaussiana, o que caracteriza esse método como paramétrico.

Uma função gaussiana é simétrica em torno da média, apresentando o formato típico de sino, conforme mostrado na Figura 7.

Figura 7 – Função gaussiana



Adaptado de: SINCLAIR (2004)

Essa função é definida por dois parâmetros: a média e o desvio padrão dos dados. Dessa forma, a construção da curva pode ser calculada utilizando a equação 2.4.

(2.4)

$$Y = [(2\pi)^{-0.5} * s^{-1}] * \exp\left[-\frac{(xi-m)^2}{2s^2}\right]$$

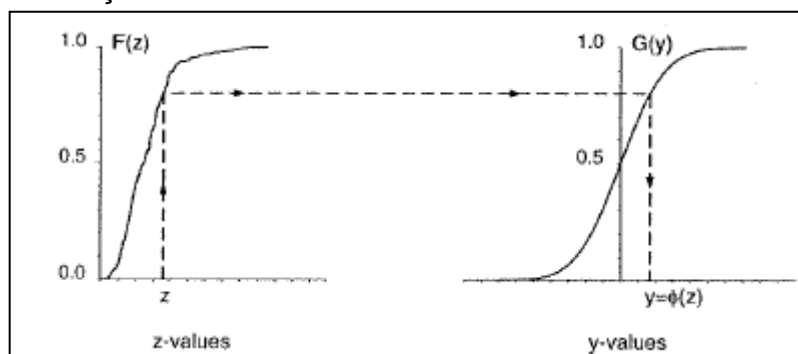
Onde “s” é o desvio padrão, “m” a média aritmética e “xi” uma medida qualquer.

Para execução da simulação será utilizada a função gaussiana padronizada, a qual corresponde a uma curva normal com média zero e variância igual a 1.

O primeiro passo para implementar esse método é fazer a transformação dos dados originais “Z” para dados normal standard. Há várias técnicas para realizar essa transformação, sendo a mais comum a transformação gaussiana obtida graficamente.

Conforme pode ser visto na Figura 8, os dados originais “z” são ordenados em uma distribuição cumulativa e a conversão para a função gaussiana é feita quantil a quantil para o respectivo valor “y” normal standard. Em caso de valores iguais nos dados originais, como por exemplo, amostras com valor zero; utilizam-se técnicas de desempate. Um exemplo é categorizar essas amostras de mesmo valor de acordo com o valor das amostras vizinhas. Dados com vizinhos mais “pobres” são ordenados primeiro e dados com vizinhos mais “ricos” são ordenados numa posição acima.

Figura 8 – Normalização do banco de dados.



Fonte: GOOVAERTS (1977).

O método SGS possui uma execução mais simplificada, comparado a outros métodos de simulação; possui propriedades ergódicas melhores, é bem conhecido e tem diversos casos de sucesso estabelecidos em estudos anteriores. Portanto, o mesmo foi escolhido para esse trabalho em virtude da sua recomendação para simulação de variáveis contínuas, desde que seja possível adotar a premissa de que a variável é multi-gaussiana (JOURNEL, 1998). Essa premissa implica no fato de que a média da distribuição e a variância pode ser estimada por um sistema de krigagem simples.

Segundo JOURNEL (1998), uma função aleatória $Y(u) = \{Y(u), u \in A\}$ é dita multi-gaussiana caso atenda as condições abaixo:

- Todos os subgrupos dessa função são também gaussianos. $\{Y(u), u \in B \subset A\}$ também é gaussiana multivariada.
- Todas as combinações lineares das variáveis aleatórias são normalmente distribuídas.

$X = \sum_{\alpha=1}^n \omega Y(u\alpha)$ é distribuída normalmente (sendo ω um peso qualquer).

- Se duas variáveis não forem correlacionadas elas também são independentes;
- As distribuições condicionais de uma variável aleatória determinada por outras variáveis aleatórias simuladas também são gaussianas.

Na prática, não é possível checar a normalidade das distribuições multivariadas, sendo admitido como suficiente checar a normalidade de distribuições bivariadas. Uma das formas de realizar essa verificação é plotar um gráfico dos valores observados nos respectivos nós versus os valores separados de “h” metros desses nós. A combinação linear dessas variáveis randômicas deve ser gaussiana para caracterizar a função como gaussiana multivariada.

Após a verificação do formalismo multi-gaussiano, a SGS é implementada de acordo com os seguintes passos (GOOVAERTS, 2001):

- Definir o caminho aleatório de visitação de cada nó;
- Definir em cada nó os parâmetros da ccdf (média e variância), os quais são obtidos por krigagem simples dos dados vizinhos;
- Selecionar, aleatoriamente, um valor da ccdf;
- Adicionar esse valor ao banco de dados;
- Repetir esse processo no próximo nó e assim sucessivamente até que todos os “N” nós da realização tenham sido simulados;
- O último passo é fazer a retro transformação dos valores normais simulados para a variável original.

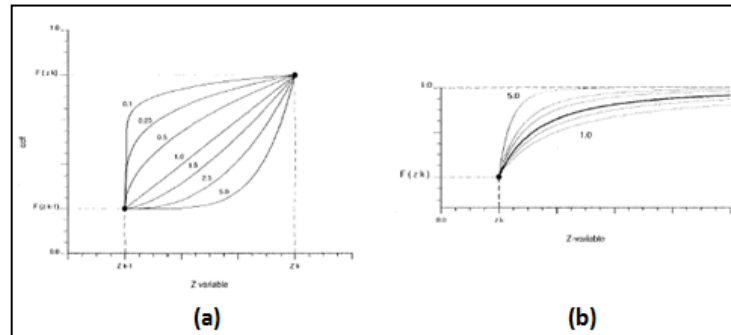
A retro transformação é realizada pela aplicação de uma função inversa àquela utilizada para normalizar o banco de dados original. É importante ressaltar que essa retro-transformação é sensível ao modelo adotado para transformar os valores extremos por extrapolação. Geralmente, utiliza-se o modelo hiperbólico para fazer a extrapolação na cauda superior e o modelo de potência para fazer na cauda inferior dos dados. Já na interpolação dos dados utiliza-se o modelo linear.

A Figura 9 (a) mostra alguns exemplos de curvas de interpolação por potência, sendo o modelo com expoente 1 correspondente ao modelo linear. Esse modelo pode ser usado para extrapolação das caudas inferiores e superiores e para interpolação dos dados.

A Figura 9 (b) mostra alguns exemplos de curvas de interpolação por modelo hiperbólico, o qual pode ser usado apenas para extrapolação da cauda superior.

A escolha do expoente para extrapolação impacta na subestimativa ou sobre-estimativa de reserva e deve ser escolhido de acordo com a estratégia de avaliação das reservas de minério.

Figura 9 - Modelos de extrapolação e interpolação das ccdf's. (a) modelo de potência (curva 1 corresponde ao modelo linear). (b) modelo hiperbólico.



Adaptado de: GOOVAERTS (1997).

2.3 PLANEJAMENTO DE LAVRA

2.3.1 Aspectos Gerais

O planejamento de lavra tem como finalidade principal definir a produção da mina ao longo do tempo de forma a garantir o resultado financeiro otimizado.

Vários inputs são necessários para fazer esse estudo, sendo o primeiro deles a delimitação dos recursos minerais.

Segundo o Código JORC (2012), um recurso mineral é uma ocorrência de um material sólido de interesse econômico na crosta terrestre em forma, teor e quantidade que possibilite um prospecto razoável de um eventual aproveitamento econômico. Ainda segundo esse Código, podem ser divididos em três classes:

- ✓ Medido: nível de conhecimento geológico suficiente para permitir confirmar a continuidade da mineralização.
- ✓ Indicado: nível de conhecimento geológico suficiente para permitir presumir a continuidade da mineralização.
- ✓ Inferido: nível de conhecimento geológico insuficiente para permitir interpretar com confiança a continuidade da mineralização.

Os recursos minerais correspondem às informações de massa, teor e metal contido do depósito mineral e como se distribuem no espaço.

Vários métodos de representação ou modelagem do corpo mineralizado foram aplicados ao longo da história da mineração, sendo o mais comumente aplicado a modelagem por blocos.

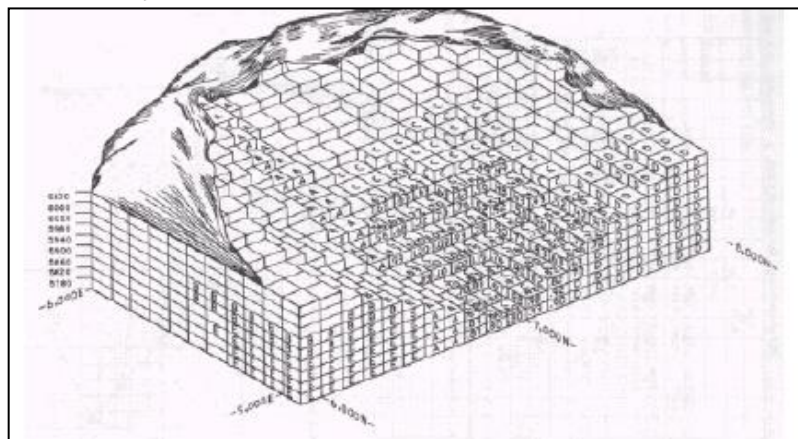
Esse método, que ganhou espaço especialmente após o avanço das ferramentas computacionais, corresponde à discretização do corpo mineralizado em blocos de dimensões específicas e regulares. Cada um desses blocos contém informações de teor, massa e demais parâmetros de interesse; os quais são estimados a partir das informações das amostras e execução do procedimento de estimativa.

Dessa forma, é possível executar cálculos matemáticos envolvendo a variável de interesse no depósito mineral utilizando apenas o modelo de blocos do mesmo.

A Figura 10 exemplifica a representação de um depósito próximo a superfície por modelos de blocos.

Cada bloco possui dimensões iguais e coordenadas XYZ do centróide que permitem identificar o mesmo. Além disso, para cada bloco são fornecidas informações como: volume, densidade, teor e identificação.

Figura 10 – Representação por modelo de blocos.



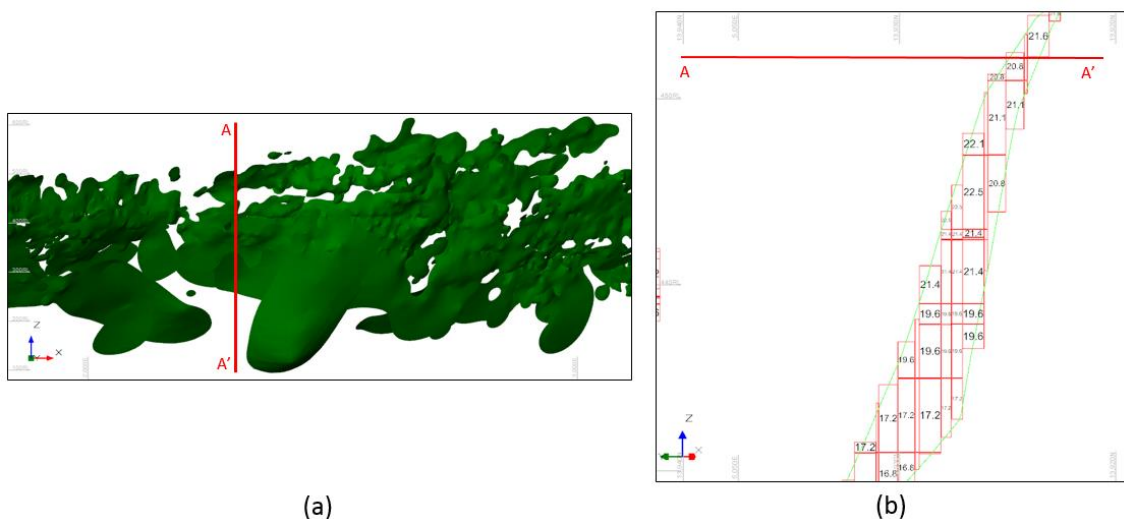
Adaptado de: CRAWFORD & DAVEY (1979) apud PERONI (2002).

A delimitação da região mineralizada, bem como a questão da dimensão dos blocos do modelo faz parte de um tópico extenso de estudo que não faz parte do escopo dessa dissertação, portanto não serão detalhados.

O arquivo de recursos minerais é entregue a equipe de planejamento de lavras na forma de um modelo de blocos e de um sólido que delimita o mesmo, conforme demonstrado na Figura 11. Esse arquivo é o insumo básico do planejador de lavra.

Na Figura 11(a), representa-se o sólido que delimita a mineralização. Esse arquivo, entregue em formato de sólido, serve como balizador para o desenho dos possíveis realces de lavra planejados. Já a Figura 11 (b) mostra o preenchimento do sólido delimitador da mineralização com o modelo de blocos. Cada bloco desse modelo possui informações obtidas pela estimativa para possibilitar o cálculo da viabilidade econômica de lavra dos realces planejados.

Figura 11 – Imagem do corpo de minério (a) e seção mostrando um modelo de blocos (b)



Elaborado pelo autor.

A partir dos recursos minerais são determinadas as reservas de minério. Segundo o Código JORC (2012), a reserva de minério corresponde à parte dos recursos minerais medidos e indicados que é economicamente lavrável. Ela é obtida após a aplicação de fatores modificadores aos recursos minerais.

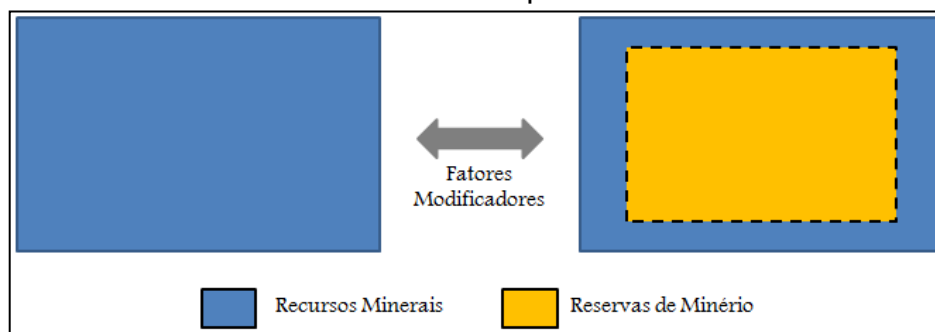
Os Fatores Modificadores são considerações a respeito de parâmetros que podem interferir no aproveitamento econômico dos recursos minerais. Os mesmos incluem aspectos de lavra, beneficiamento, tratamentos metalúrgicos, restrições

legais, restrições ambientais, mercado, economia, infraestrutura, aspectos políticos e interferências com as comunidades locais.

A Figura 12 representa, esquematicamente, a conversão de recursos minerais para reservas de minério. Como se observa, nem todo o recurso mineral é convertido em reservas de minério em virtude das restrições impostas pelos fatores modificadores. Portanto, um estudo aprofundado desses fatores é essencial para garantir que o valor econômico estimado para o empreendimento nos estudos de viabilidade seja alcançado no momento da produção.

A taxa de conversão de recursos minerais para reservas de minério é um importante indicador da atratividade do empreendimento e, também, serve para direcionar a estratégia de aprofundar ou não as pesquisas no depósito mineral a fim de possibilitar uma delimitação melhor do corpo mineral. A mesma não depende apenas da confiabilidade do inventário mineral, mas também da precisão dos Fatores Modificadores considerados para conversão.

Figura 12 – Conversão de Recursos Minerais para Reservas de Minério.



Adaptado de PERONI (2015)

2.3.2 Método de Lavra

Um dos aspectos primordiais para a definição das reservas de minério é a definição do método de lavra. O método de lavra corresponde à forma como o recurso mineral será extraído da crosta terrestre e conduzido para as etapas de tratamento.

A escolha do método de lavra é um processo complexo envolvendo a análise de muitas variáveis inter-relacionadas (NELSON, 2011).

Essas variáveis envolvem não apenas operações intimamente ligadas à extração e movimentação do material de interesse, mas também todas as atividades que suportam esse processo: remoção de estéril, desenvolvimentos de acesso, infraestrutura, licenciamentos, preparação da área minerada, entre outros.

Sem dúvida a decisão mais estratégica do planejamento de uma mina passa pela escolha do método de lavra. Vários fatores são levados em consideração na definição do método de lavra, entre os quais se destacam: características geológicas do corpo mineral (profundidade, continuidade, forma e mergulho.), produtividade, escala de produção, custo, seletividade, impactos ambientais e sociais no ambiente de lavra, investimentos de capital, retorno financeiro, qualidade geomecânica do minério e das encaixantes, etc.

Cada um desses fatores deve ser analisado tanto do ponto de vista tecnológico quanto econômico na escolha do método de lavra mais adequado para extrair o bem mineral.

Seja, por exemplo, um depósito mineral cujas características possibilitem um método de lavra subterrâneo de alta escala de produção e baixo custo, mas com seletividade baixa. Considerando ainda que a rocha encaixante contenha um contaminante altamente prejudicial ao meio ambiente e que não há tecnologia para tratá-lo na etapa de beneficiamento mineral, a escolha desse método de lavra pode ser negada, apesar do alto retorno econômico, em virtude das características tecnológicas vigentes que não possibilitam uma disposição do rejeito ambientalmente adequada.

Nesse estudo, será utilizado o método de lavra subterrânea Sublevel Stopping, que já é aplicado na área em estudo, e, portanto, será dado um enfoque ao mesmo nas seções seguintes.

O método Sublevel Stopping é um método de lavra classificado como auto suportado. Aberturas subterrâneas auto suportadas são aquelas em que as cargas subjacentes são redistribuídas no maciço rochoso em direção às paredes laterais e aos pilares entre aberturas (VILLAESCUSA, 2014).

A aplicação desse método é restrita a algumas condições de operação, conforme relatado por HAMRIN (2001):

- A inclinação da lapa deve exceder o ângulo de repouso do material ($\approx 45-90^\circ$);
- Rochas estáveis na capa e na lapa;
- Rocha encaixante e minério competentes;
- Envoltórias regulares do minério.

O método consiste em desenvolver galerias no corpo de minério espaçadas de 20 a 30m, geralmente, de forma a compartimentar verticalmente o corpo de minério. Essas galerias devem ter larguras próximas ao valor da potência do minério a fim de evitar diluição.

A partir das mesmas são executados furos e carregados explosivos nos mesmos a fim de desmontar o minério realizando detonação. Dessa forma, esse método se caracteriza pelo desmonte de uma grande massa de material a cada detonação

O método Sublevel Stopping possui algumas variantes, que se diferenciam basicamente pela forma como é realizado a perfuração e desmonte do minério. Uma das variantes mais aplicadas e que será abordada nesse estudo é a perfuração radial.

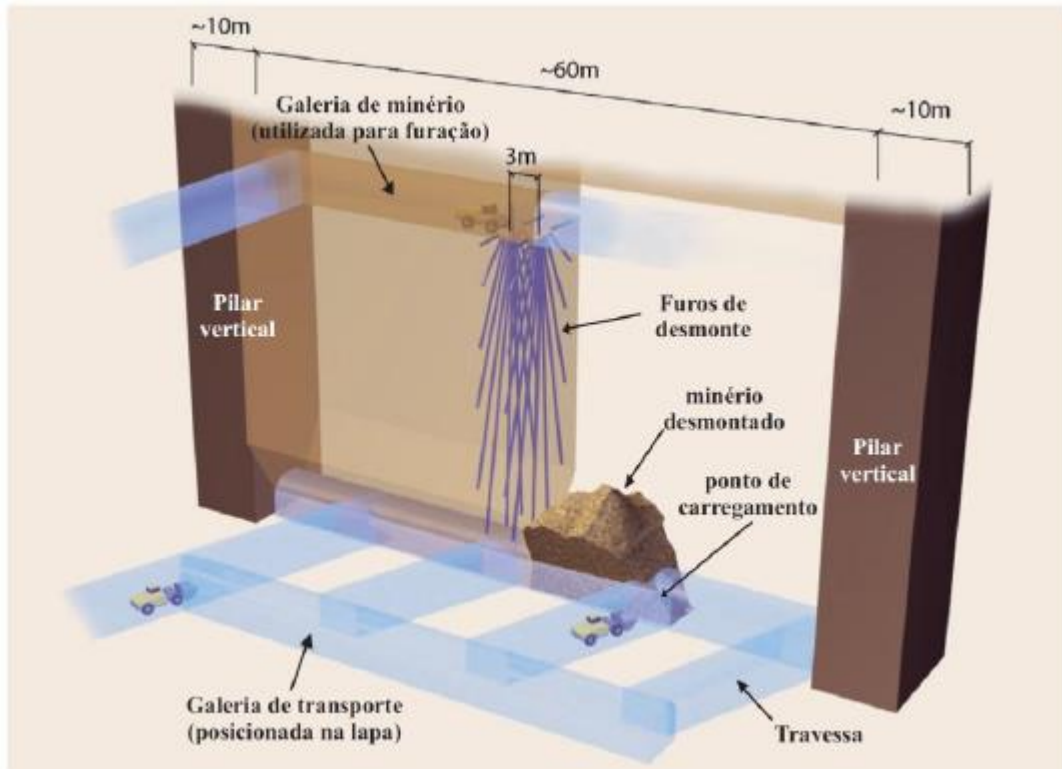
A Figura 13 mostra um desenho esquemático do método de lavra Sublevel Stopping. Para o corpo de minério com inclinação média de 75° , são escavadas galerias de minério para acessar o mesmo a cada 30 metros.

A partir dessas galerias são realizados a perfuração e o desmonte do minério, que flui por gravidade até o nível de base onde estão localizados os pontos de carga do minério desmontado, o qual geralmente é limpo utilizando equipamentos de carregamento e caminhões.

Há ainda, galerias de transporte paralelas a galeria de minério de forma a evitar o trânsito de pessoas e equipamentos à área minerada. Dessa forma, apenas os equipamentos de carga, em geral operados por controle remoto, entram no realce lavrado, garantindo uma condição operacional mais segura.

Essas galerias são conectadas por travessas perpendiculares às mesmas. Observa-se, também, que por uma questão de estabilização, são deixados pilares laterais entre os realces de lavra.

Figura 13 – Desenho esquemático do método de lavra Sublevel Stopping.



Adaptado de CHARBEL (2015).

Esse método encontra uma grande aplicação em minas subterrâneas em todo o mundo devido a algumas características e resultados operacionais atrativos. OLIVEIRA (2012) lista uma série de aspectos positivos e negativos do mesmo que são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 – Aspectos relativos ao método de lavra Sublevel Stopping.

Positivos	Negativos
Produtividade moderada a alta	Diluição moderada a alta
Custo de lava moderado	Desenvolvimento elevado e com custos altos
Escala de produção moderada a alta	Planejamento de lava inflexível
Possibilita mecanização intensa	Requer perfuração precisa (desvios menores que 2%)
Boas condições de segurança	Grandes desmontes podem causar vibrações e danos estruturais
Layout de ventilação simples	
Simultaneidade de operações	
Boa recuperação de lava ($\approx 75\%$)	

2.3.3 Design dos Realces

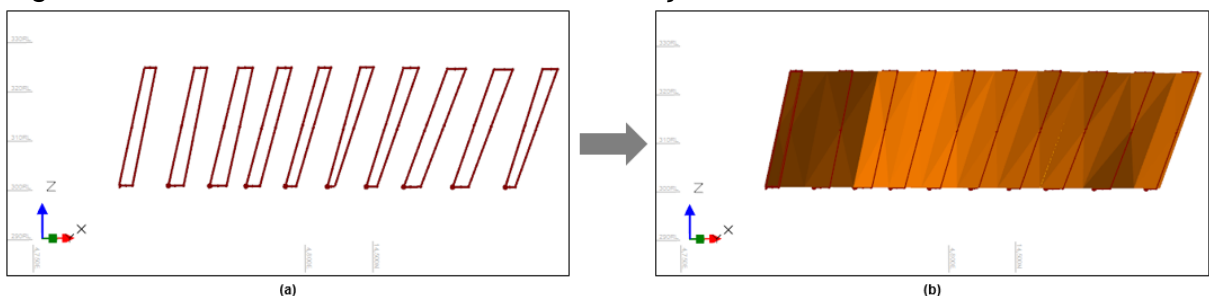
Diferente dos métodos de lavra céu aberto que já possuem algoritmos consagrados de otimização, para os métodos de lavra subterrânea os processos de desenho utilizados na indústria ainda são predominantemente heurísticos.

Essa dificuldade maior na otimização do design para minas subterrâneas se deve à complexidade maior desses métodos. A definição do limite do realce pode ser extremamente complexa visto que é governada por fatores como: condições geomecânicas do maciço, restrições operacionais de equipamentos, posicionamento em relação às galerias de desenvolvimento, distância mínima entre realces paralelos, corpo mineral descontínuo, variação da potência do corpo de minério, entre outros.

O método tradicionalmente empregado para desenhar realces de lavra, especialmente em corpos mineralizados verticais ou subverticais, é o método de seções. Esse método heurístico consiste em desenhar manualmente as seções dos blocos de lavra ao longo do *strike* (direção) do corpo de minério e, posteriormente, conectar essas seções gerando os sólidos ou volumes a serem extraídos.

Na figura 14 (a), as linhas em vermelho representam as seções dos realces de lavra desenhados a partir do sólido do modelo geológico. A Figura 14 (b) mostra em laranja os sólidos dos realces de lavra resultantes após a conexão das seções em vermelho.

Figura 14 – Desenho dos realces utilizando seções.



Elaborado pelo autor.

Apesar de ter aplicação predominante no planejamento de lavra, sobretudo para o método Sublevel Stopping; o método de seções não é otimizador, já que

depende bastante do desenhista que está realizando o projeto. Segundo VERHOEFF (2017), relatórios mostram que 60% das minas pesquisadas têm uma taxa de produção média 30% menor que as respectivas capacidades projetadas.

Para minimizar essas discrepâncias de projeto e produção real, vários algoritmos de otimização de design de realces foram desenvolvidos nas últimas décadas. VERHOEFF (2017) cita uma série de algoritmos, onde destaca-se aquele desenvolvido por Grieco e Dimitrakopoulos (2007), o qual propõe programação integrada mista para quantificar o risco associado à previsão de toneladas de minério contida no realce, de teor e de potencial econômico.

A aplicação limitada desses algoritmos otimizadores na indústria mineral se deve, basicamente, a três fatores:

- Esforço computacional para desenhar os realces: dependendo da complexidade da mina pode exigir computadores mais potentes e mão-de-obra especializada no manejo dos *softwares* de otimização;
- Tempo de processamento: algoritmos complexos de simulação podem exigir um tempo de processamento muito alto, o que pode não ser condizente com o calendário anual de preparação do Plano da companhia mineral;
- Qualidade dos realces gerados: os realces desenhados podem não ter boa aderência à geometria obtida com a realidade operacional.

Com a evolução da capacidade computacional e dos *softwares* de design de mina, os fatores limitantes a utilização de ferramentas de otimização do design tem sido minimizados.

Nesse estudo será utilizado o *software* de design Stope Optimizer fornecido pela empresa Deswik e, portanto, serão abordados aspectos do design de realces relativos a esse aplicativo.

Essa ferramenta, além de ser menos laboriosa, é caracterizada por oferecer uma solução ótima de desenho. Diferente do método de seções, cuja qualidade de desenho ainda é subjetiva e depende da experiência e capacitação do profissional que faz o projeto.

O Stope Optimizer maximiza o valor dos recursos recuperados acima de um dado teor de corte levando em consideração informações do corpo de minério e parâmetros operacionais de lavra.

Como o nome diz, essa ferramenta otimiza o desenho dos realces. Segundo VERHOEFF (2017), otimização significa a seleção do melhor elemento (levando em consideração alguns critérios) dentre uma série de alternativas possíveis.

Para realizar a otimização são necessários três itens:

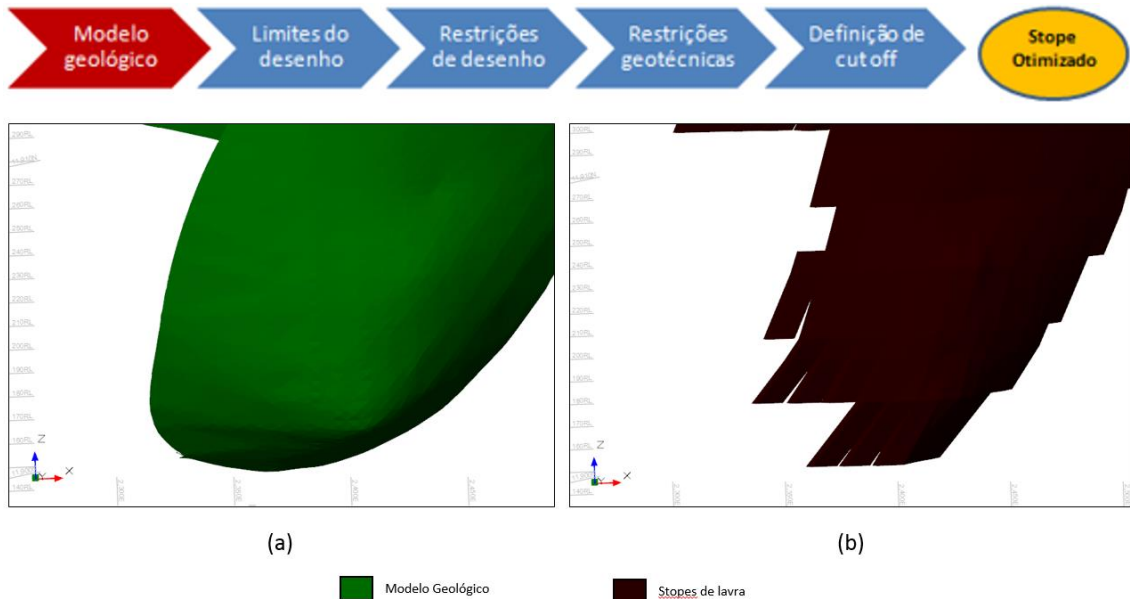
- Variáveis para tomada de decisão: são aquelas que influem no resultado final que se deseja com a otimização. Pode ser, por exemplo, um teor de interesse ou o valor econômico do bloco.
- Função objetivo: é a expressão matemática que, a partir das variáveis de interesse, permite alcançar o máximo valor para o realce desenhado.
- Restrições: são elementos que restringem o desenho do realce e influenciam, portanto, no processo de otimização.

As restrições impostas ao desenho dos realces podem ser classificadas em três tipos:

- Geológicas: especificação de um teor mínimo desejável do elemento de interesse ou de um teor máximo de um elemento indesejado para o processo.
- Geotécnicas: alocação de pilares laterais ou verticais para manter a estabilidade local e global. Definição do tamanho máximo do realce que possibilite uma operação estável e controle de diluição durante a operação.
- Operacionais: especificações de inclinação mínima do realce, regularidade das paredes do sólido, máximo ângulo de variação ao longo do strike e do dip, razão de área entre as faces do sólido gerado, unidade mínima de lavra, compartimentação vertical, largura mínima de lavra, entre outros.

A Figura 15 mostra o fluxo do processo de criação dos realces de lavra. A Figura 15 (a) representa o arquivo de entrada, o modelo geológico; já a Figura 15 (b) representa o produto da ferramenta de otimização, os realces de lavra.

Figura 15 – Fluxo do Stope Optimizer.



Elaborado pelo autor.

O modelo geológico é composto de dois arquivos: o modelo de blocos e a envoltória dos sólidos geológicos. A envoltória do modelo serve para balizar a direção e mergulho dos realces desenhados, a fim de garantir boa aderência entre o desenho projetado e a mineralização. O modelo de blocos contém as variáveis de decisão que serão utilizadas na função objetivo para gerar a envoltória ótima.

Os limites do desenho são as especificações relativas a região onde serão desenhados os realces, ou seja, especifica-se uma caixa dentro da qual serão desenhados os realces. São configurados também nessa seção os limites verticais de compartimentação do realce bem como o comprimento dos mesmos.

As restrições de desenho incluem especificações da mínima inclinação que o realce pode apresentar, da máxima variação angular entre realces ao longo da direção e da razão entre as áreas do sólido gerado.

As restrições geotécnicas dizem respeito à largura máxima de lavra, mínima distância permitida entre realces paralelos e configuração de posicionamento dos pilares. É possível, ainda, configurar parâmetros de diluição.

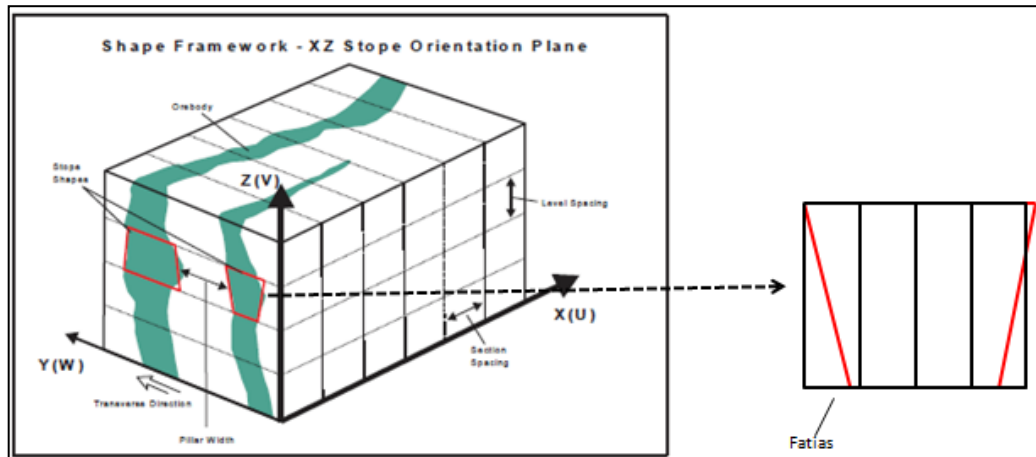
Para finalizar, é definido um teor de corte para distinguir o que é economicamente viável e o que deve ser evitado durante a otimização. A definição desse teor de corte envolve uma série de disciplinas econômicas, geológicas e de tecnologia de processamento mineral, que não serão abordadas nesse estudo.

O processo de otimização é realizado utilizando o método de fatias. Esse método consiste em avaliar um dado realce fatia a fatia na direção transversal à direção, dada a compartimentação vertical e a especificação do comprimento do mesmo. Essa fatia deve ser um divisor inteiro da largura mínima dos realces, a fim de garantir precisão da forma dos realces e velocidade de processamento. Quanto maior o divisor mais preciso o desenho, porém maior o tempo de processamento. O ideal é que seja 3 a 5 vezes o intervalo da mínima largura de lavra (ALFORD MINING SYSTEMS, 2014).

Cada fatia é avaliada quanto a estar acima ou abaixo do teor de corte. Essas fatias são agregadas para compor a forma do realce e são retidas apenas aquelas fatias que resultam em um teor médio cumulativo acima do teor de corte. Por fim, são observados os aspectos geométricos dos realces dadas as restrições impostas e gera-se o realce final.

A Figura 16 mostra um desenho esquemático do método de fatias. Determina-se a caixa onde serão desenhados os realces a partir do sistema de coordenadas XYZ e carrega-se o modelo geológico nessa região (sólido azul). Em seguida especifica-se a compartimentação vertical (*level spacing*) e o comprimento dos realces (*section spacing*). À direita observa-se o processo de geração das fatias e como são agregadas para formar o realce (linha vermelha). Observa-se ainda, que podem ser realizados ajustes finais nas paredes do realce, desde que obedecidas às restrições, para aderir melhor ao corpo mineral e formar o realce final.

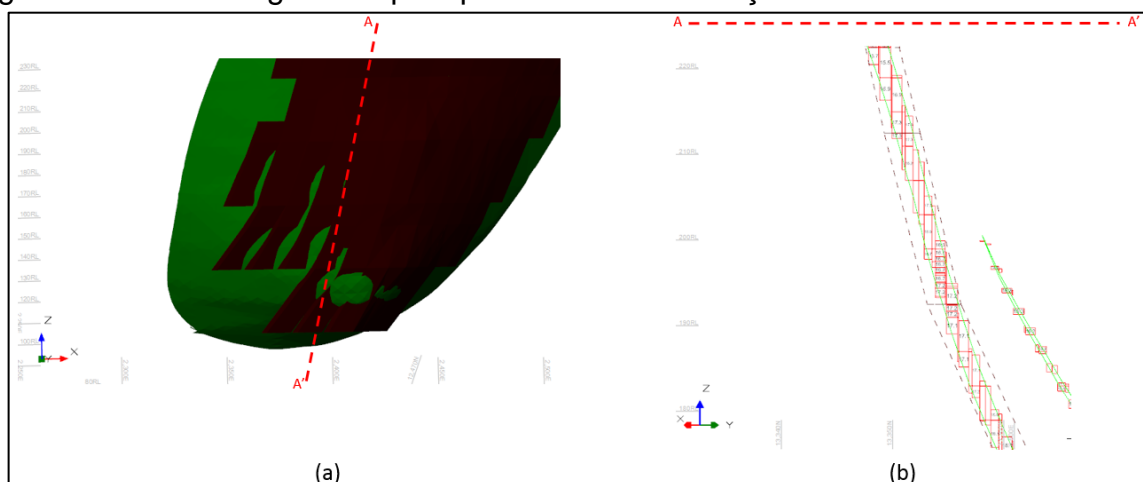
Figura 16 – Desenho esquemático do método de fatias.



Adaptado de: ALFORD MINING SYSTEMS (2014).

O produto desse processo são os realces otimizados. A Figura 17 (a) mostra uma vista isométrica dos realces desenhados (cor vinho) em relação ao modelo geológico (cor verde), enquanto a Figura 17 (b) mostra os mesmos em perfil. Conforme observa-se na Figura 17, essa ferramenta fornece resultados bem aderentes ao corpo de minério e em qualidade suficiente para permitir a operacionalização de lavra.

Figura 17 – Realces gerados pelo processo de otimização.



Elaborado pelo autor.

2.3.4 Função de transferência

A função de transferência tem a finalidade de calcular o retorno financeiro da lavra e processamento dos blocos. Dessa forma, ela é um modelo numérico que representa economicamente o empreendimento mineral (CAPPONI, 2012).

A escolha dos parâmetros de interesse que compõem essa função assim como os objetivos esperados depende da estratégia que se deseja atingir.

No caso de um empreendimento de mineração, temos como parâmetros de entrada o modelo geológico e os fatores modificadores. O resultado ou objetivo é gerar uma reserva mineral que maximize o valor econômico do negócio. Pode-se dizer, então, que a função de transferência tem o objetivo de converter recursos minerais em reservas de minério.

Nesse estudo, a função de transferência é aplicada em duas etapas. A primeira, já relatada no item anterior, corresponde ao desenho dos realces de lavra otimizados de forma a respeitar as restrições de lavra, as quais podem ser vistas como fatores modificadores.

A segunda etapa corresponde ao cálculo da função benefício (FB). A FB é uma expressão matemática que define se economicamente o realce é lucrativo ou não com base na diferença entre receita e custo de extração de cada realce de lavra (CLARK; WHITE, 1976):

(2.5)

$$FB = Receita - Custo$$

A receita é o produto do valor de venda do metal contido recuperável presente no bloco pelo respectivo preço:

(2.6)

$$Receita = V \times d \times t \times R \times P$$

Sendo:

V: volume do realce de lavra

d: densidade

t: teor

R: recuperação global

P: preço

O volume, a densidade e o teor são parâmetros calculados em cada realce de lavra por meio da cubagem dos mesmos com o modelo geológico estimado ou simulado. A recuperação global é um parâmetro técnico obtido com base nos resultados operacionais históricos e o preço é obtido a partir de um estudo financeiro para os próximos anos de mercado do metal em avaliação.

A proposição dessa dissertação é avaliar os riscos contidos nos três primeiros elementos da equação 2.6, ou seja, os elementos que podem afetar a quantidade de metal contido prevista para os realces de lavra no momento do planejamento de lavra.

O custo é dado pela soma dos custos associados às várias etapas desde a extração do minério até o seu tratamento e logística:

(2.7)

$$\text{Custo} = \text{Cmi} + \text{Cbe} + \text{Cma} + \text{Cge}$$

Sendo:

Cmi: custo de lavra

Cbe: custo de beneficiamento

Cma: custos de manutenção

Cge: custo gerais (inclui custos administrativos, taxas e impostos, logística e outros)

Os realces com FB maior que zero são ditos econômicos e selecionados para compor a reserva de minério da empresa. A partir desses realces de lavra é criado o plano de produção.

2.3.5 Sequenciamento de Lavra

Após definida a reserva de minério, é necessário planejar como a mesma será extraída ao longo do tempo para alimentar a usina de tratamento de minérios.

Em uma mina subterrânea, o sequenciamento de extração dos realces é governado pelo desenvolvimento das galerias de acesso ao minério e pela preparação de toda infraestrutura necessária para permitir a operação no ambiente subterrâneo.

Como minas subterrâneas são ambientes confinados e de espaço restrito, a infraestrutura de mina pode ser um projeto tão desafiador quanto à própria atividade de lavra. Incluem-se como infraestrutura de mina:

- Ventilação: como o ar não flui naturalmente da superfície para as frentes de lavra, deve ser construído todo um caminho de ventilação utilizando ventilação mecânica em superfície e ventiladores auxiliares para conduzir a vazão de ar requerida às frentes de serviço.
- Bombeamento: por questões de segurança, os equipamentos de perfuração em minas subterrâneas devem operar utilizando água junto à perfuratriz para controle de poeira. Além disso, o próprio maciço pode conter água que necessita bombeamento. Em virtude disso, instalações de bombeamento devem ser instaladas previamente à lavra dos realces.
- Instalações elétricas: devem ser instaladas subestações para garantir fornecimento de energia aos ventiladores internos, às bombas e aos equipamentos. Além disso, são instalados painéis nas frentes de lavra para alimentar os equipamentos e é instalada iluminação em áreas de acesso.
- Instalações de água: conforme mencionado, os equipamentos de mina trabalham utilizando água para controle de geração de poeira.

- Comunicação: deve ser instalada comunicação na mina por rádio por motivos de segurança e para controle operacional do sistema de despacho em superfície.

Além dos itens mencionados, outros fatores podem governar o sequenciamento de mina, dependendo da especificidade da mesma. Cita-se, por exemplo, restrições geomecânicas de lavra para garantir estabilidade de um acesso ou região. Segundo Villaescusa (2014), uma das ferramentas mais importantes que um engenheiro de desenho e planejamento para controlar o comportamento global de um maciço rochoso é a sequência de extração dos realces contidos dentro de uma dada área de um corpo de minério.

O sequenciamento de lavra pode ser dividido em duas etapas: lógico e produtivo.

O sequenciamento lógico corresponde às restrições operacionais de sequenciamento, as quais são relativas ao próprio método de lavra.

No método de lavra do estudo de caso (Sublevel Stopping), o sequenciamento lógico envolve uma série de atividades sequenciais para extração do minério, que podem ser divididas em três grupos de dependências:

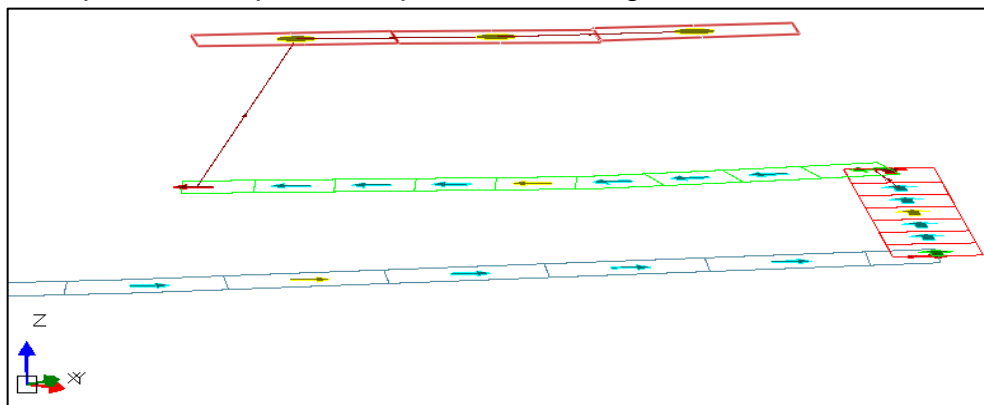
- Desenvolvimento – Realces: essas dependências garantem que o realce só é lavrado após as galerias de minério de base e topo estarem desenvolvidas, de forma a garantir a condição básica que governa o sequenciamento: os blocos só são lavrados após acessados.
- Realce – Realce: essas dependências determinam a direção em que o realce será lavrado, sendo especialmente importantes no caso que os realces são lavrados em recuo.
- Realce – Enchimento – Realce: essas dependências indicam as relações entre enchimento dos realces já lavrados e liberação de lavra do realces acima após finalizado o enchimento.

A Figura 18 mostra como são criadas as dependências entre atividades no *software* de planejamento e sequenciamento, onde cada retângulo representa uma atividade de desenvolvimento ou lavra.

A direção das setas mostra o sentido de escavação de acordo com o sequenciamento lógico. Como se observa, desenvolve-se a galeria de transporte (azul), em seguida a travessa (vermelho) e a galeria de minério (verde). Após escavada a galeria de minério, uma dependência é conectada ao primeiro realce de lavra e esse ao adjacente, que por sua vez é conectado ao próximo adjacente.

Essas dependências servem para direcionar o *software* no momento do sequenciamento da produção.

Figura 18: dependências para o sequenciamento lógico.



Elaborado pelo autor.

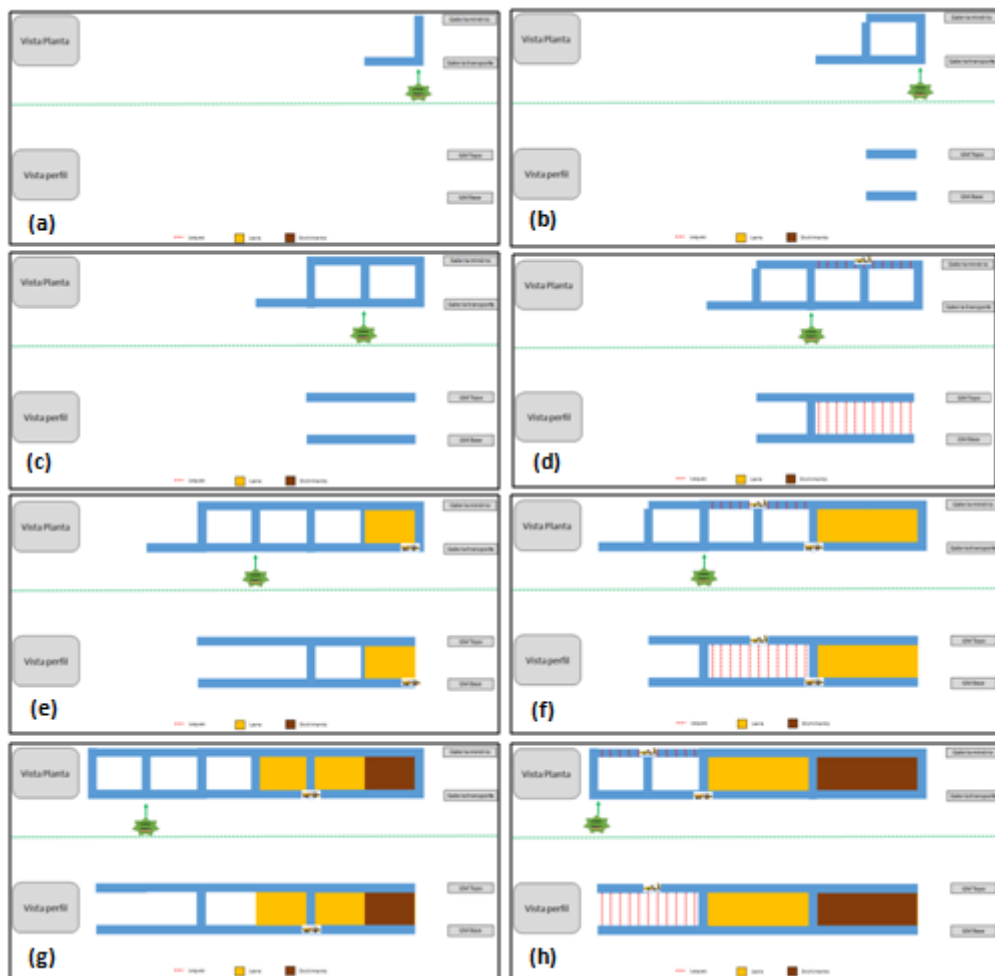
A Figura 19 mostra o exemplo de sequenciamento de atividades de desenvolvimento e lavra de um nível pelo método de lavra Sublevel Stopping.

As figuras ordenadas de acordo com as etapas de operação mostram na parte superior a vista em planta e na parte inferior a vista em perfil.

Nas figuras “a” a “c” são realizados os desenvolvimentos de acesso ao corpo de minério e acessos para escoar a produção. Na Figura “d”, é realizada a perfuração e carregamento com explosivos do primeiro realce de lavra do nível. As Figuras “e” e “f” mostram a etapa de desmonte e limpeza do primeiro realce, enquanto o realce adjacente é preparado para lavra. As Figuras “g” e “h” mostram as etapas de enchimento do primeiro realce e lavra do adjacente.

Embora a Figura 19 seja apenas um desenho esquemático das diversas etapas de preparação e lavra de um realce, não levando em consideração todos os demais detalhes operacionais de infraestrutura, é possível observar como o sequenciamento lógico em uma mina subterrânea é complexo e envolve várias atividades paralelas em um mesmo local; o que torna esse processo bastante desafiador para o planejador de mina.

Figura 19 – sequenciamento lógico pelo método Sublevel Stopping.



Elaborado pelo autor.

Após configurado o sequenciamento lógico, é realizado o sequenciamento produtivo.

O sequenciamento produtivo corresponde à programação da quantidade de minério extraída na mina ao longo do tempo, bem como à quantidade de desenvolvimento executado para atingir essa produção.

Essa programação é governada por três condições:

- Estratégia de produção e mercado;
- Restrição do método de lavra;
- Restrições de capacidade da usina de beneficiamento.

A estratégia de produção e mercado diz respeito à demanda do mercado pelo metal e à estratégia da empresa quanto a investimentos.

As restrições do método de lavra são referentes à limitação de produtividade do próprio método de lavra subterrânea escolhido, o qual é restrito em função do ambiente confinado e de restrições geomecânicas.

A restrição de capacidade da usina de beneficiamento é, geralmente, associada ao balanço entre estratégia de investimento e retorno financeiro.

O sequenciamento é executado no *software* especialista em uma plataforma como aquela mostrada na Figura 20.

Essa plataforma é composta por quatro divisões. Na divisão superior à esquerda estão listadas todas as atividades sequenciadas bem como os parâmetros associadas às mesmas.

O segundo quadrante divisão superior à direita mostra distribuição dessas atividades no tempo, as dependências entre atividades e sua duração.

O terceiro quadrante na divisão inferior à esquerda mostra os parâmetros do plano de produção que se deseja observar.

Já o quarto quadrante mostra a quantidade ao longo do tempo associada aos parâmetros indicados no terceiro quadrante.

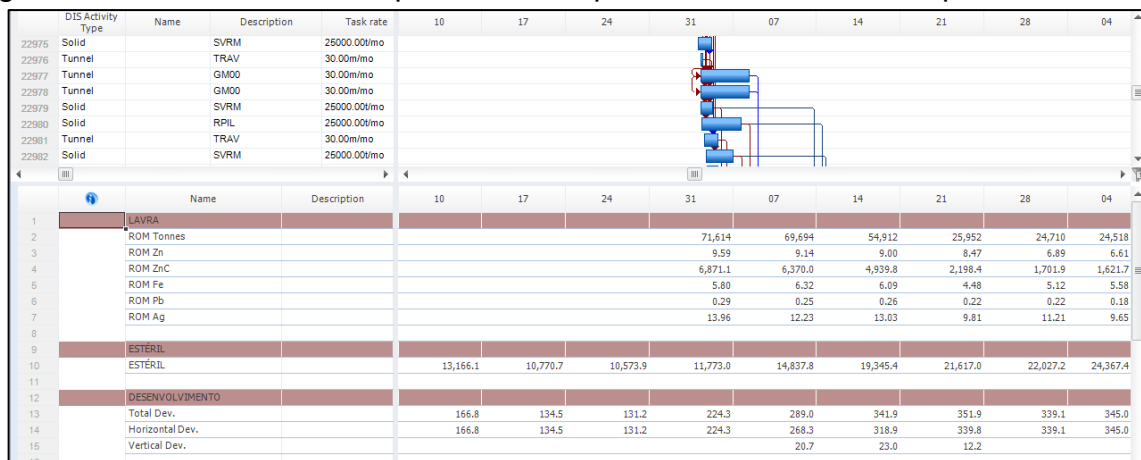
Inicialmente, são definidos as taxas de desenvolvimento, lavra e enchimento e os campos produtivos de interesse, tais como: diluição operacional, recuperação de lavra, desenvolvimento, massa de minério lavrada, estéril, entre outros.

São configurados, também, os recursos disponíveis para lavra subterrânea tais como quantidade de equipamentos e suas capacidades.

Por fim, são configurados os alvos de produção em um dado período. Por exemplo: toneladas de metal contido, toneladas de minério e metros de desenvolvimento a serem executados anualmente.

Após essas configurações, executa-se o nivelamento; o qual corresponde a um algoritmo integrado que busca atingir as metas propostas com base nas restrições do sequenciamento lógico e nas configurações citadas nos parágrafos anteriores.

Figura 20 – Plataforma de sequenciamento produtivo do *software* especialista.



Elaborado pelo autor.

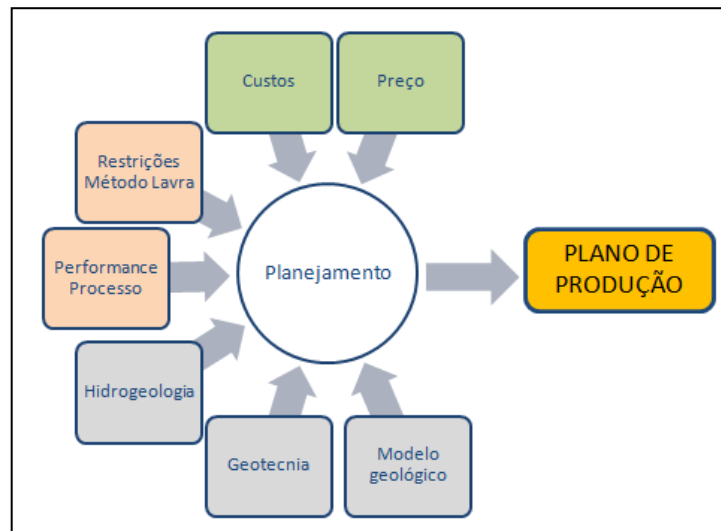
2.3.6 Planejamentos determinísticos versus probabilísticos

O planejamento de mina é responsável por preparar e avaliar todo o desenho de realces e estratégias de operação futuros. Parâmetros como estimativa da reserva de minério, sequência global de extração, dimensionamentos de pilares regionais e espaçamento de níveis, desenho do sistema de escoamento do minério, assim como enchimento e sistema de ventilação são determinados durante esse processo (VILLAESCUSA, 2014).

A estimativa das reservas de minério, por sua vez, envolve diversos outros parâmetros tais como: geologia do depósito, restrições do método de lavra, desempenho operacional de processo, condições de mercado, entre outros.

A Figura 21 mostra os principais aspectos relativos à construção de um plano de lavra.

Figura 21 – Aspectos relativos ao planejamento de lavra.



Elaborado pelo autor.

No planejamento determinístico, assume-se que os parâmetros de input utilizados no planejamento de lavra são únicos e verdadeiros.

Por exemplo, assume-se um valor de teor único e verdadeiro. Outro exemplo seria considerar um preço fixo de receita para o metal contido durante toda a vida da mina.

Essa aproximação, apesar de ser a mais comumente utilizada para execução do planejamento de lavra é bastante distante da realidade observada, visto que não temos conhecimento suficiente de nenhum dos parâmetros de entrada. Mesmo aqueles que dependem da performance operacional, tais como recuperação de lavra, apresentam uma faixa de variação e não valores fixos e únicos.

O planejamento probabilístico, considera que os parâmetros de *input* não são únicos, mas sim descritos por uma função probabilística que permite que os mesmos possam assumir qualquer valor aleatório obedecendo essa função.

Esse método, apesar de ser tecnicamente o mais adequado para previsão dos riscos de produção, ainda é pouco utilizado devido à falta de conhecimento técnico dos engenheiros e quantidade extra de trabalho.

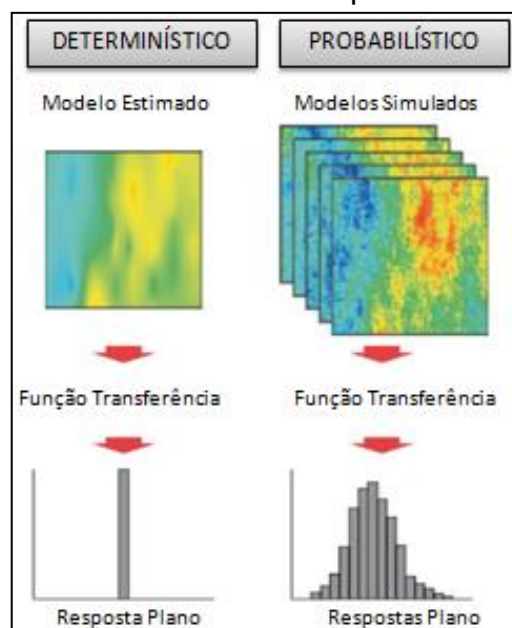
O planejamento de produção em uma mina envolve uma série de riscos que estão dentro ou fora do controle do investidor, destacando-se entre eles o risco associado às reservas minerais (PERRY; SIMONSEN, 1999).

Nesse trabalho, será realizado o planejamento probabilístico de lavra; porém, considerando apenas as variações da variável geológica. Os demais parâmetros de input, como preço, desempenho operacional, entre outros; serão considerados determinísticos.

A Figura 22 exemplifica a forma como será realizado esse planejamento. Enquanto no planejamento determinístico a esquerda utiliza-se um modelo estimado para construção do plano de lavra; no planejamento probabilístico são executadas simulações para o modelo geológico. Geram-se “N” possíveis alternativas simuladas e para cada uma dessas alternativas é gerado um plano de lavra.

Dessa forma, para as múltiplas alternativas do modelo geológico simulado, aplica-se a função de transferência correspondente a função objetivo do planejamento e obtêm-se múltiplas respostas de planejamento. Essas respostas permitem quantificar o risco associado a partir da escolha da resposta adequada à estratégia considerada.

Figura 22 – Planejamento determinístico versus probabilístico.



Fonte: Modificado de ROSSI & DEUSTCH (2014) apud MELLO (2015).

3 ESTUDO DE CASO

O estudo de caso é na mina de Vazante localizada no estado de Minas Gerais, Brasil. A mina de Vazante tem produção de dois concentrados: um concentrado principal de silicato de zinco, o qual é enviado para uma metalúrgica pertencente a mesma empresa; um concentrado de chumbo e prata o qual é exportado para metalúrgicas de terceiros.

Nesse estudo de caso, serão abordados apenas aspectos relativos a produção de zinco, visto que a produção de chumbo e prata é muito menor e, portanto, tem um pequeno impacto no retorno financeiro e nas tomadas de decisões da empresa.

Será feita uma apresentação do contexto geológico local, dos aspectos de operação, da análise dos dados e dos resultados de simulação para o planejamento de lavra.

3.1 CONTEXTO GEOLÓGICO

A mina de Vazante está localizada na província Tocantins entre os crátons São Francisco e Amazônico, sendo rodeada nas bordas pela faixa Brasília. A Figura 23 mostra a geologia regional.

Toda a mineralização está hospedada no Grupo Vazante. Essa denominação foi proposta por Dardenne (1979) e corresponde a uma configuração de unidades pelito-carbonosas cuja estratigrafia é mostrada na Figura 24.

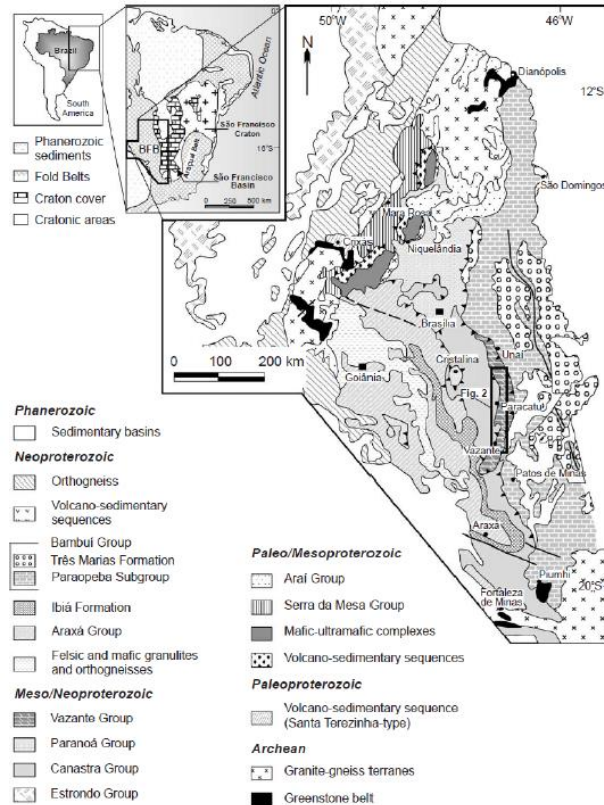
A configuração da mineralização é devida a controles litoestratigráficos da alteração hidrotermal e se estende por cerca de 12km na direção SW-NE.

O mineral-minério, para zinco no depósito de Vazante, é a Willemita ($ZnSiO_4$), o qual está hospedado em uma zona de brecha hidrotermal que pode se estender por até 150 metros na capa e 50 metros na lapa.

O corpo mineral é do tipo lenticular, possuindo espessuras variáveis que vão desde alguns centímetros a dezenas de metros. Segundo informações conhecidas até o momento, o mesmo se estende até cerca de 400 metros de profundidade.

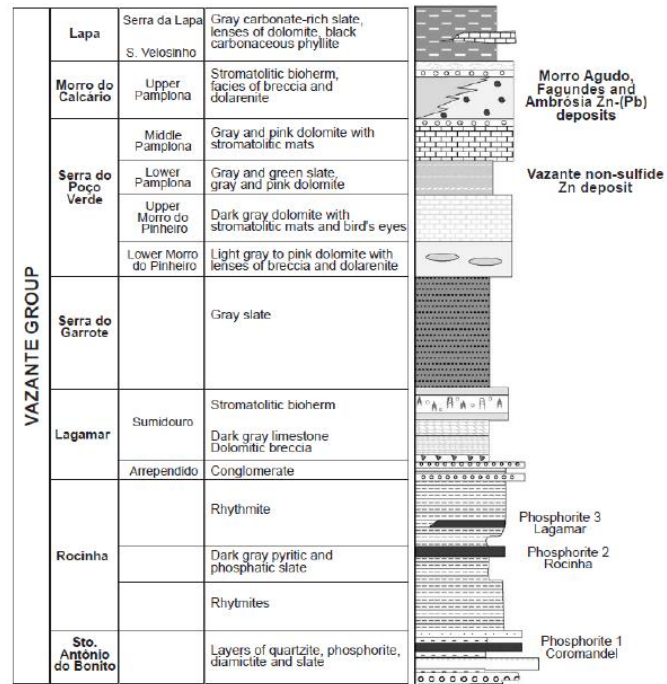
A Figura 25 mostra uma vista em seção cruzada de um trecho do depósito em estudo. Como se observa, o corpo do tipo lenticular possui espessuras, em geral, moderadas e uma boa continuidade.

Figura 23 – Geologia Regional da Mina Vazante.



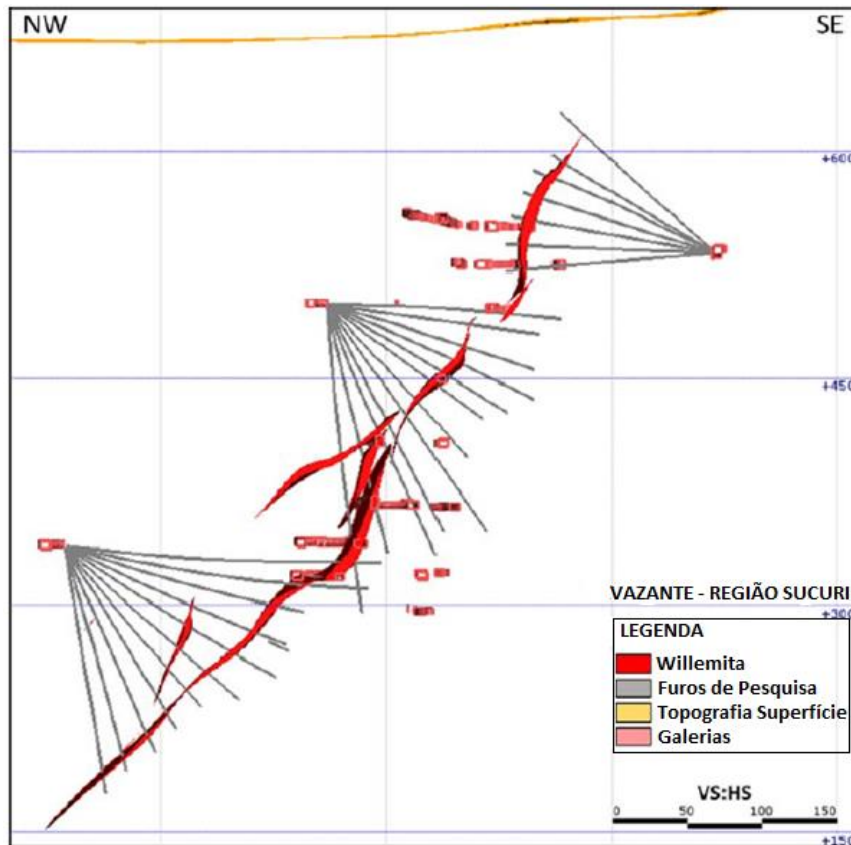
Fonte: BAGNELL, B. et al., 2017

Figura 24 – Coluna Estratigráfica.



Fonte: BAGNELL, B. et al. (2017)

Figura 25 – Seção cruzada do depósito de Vazante.



Fonte: Modificado de BAGNELL, B. et al. (2017)

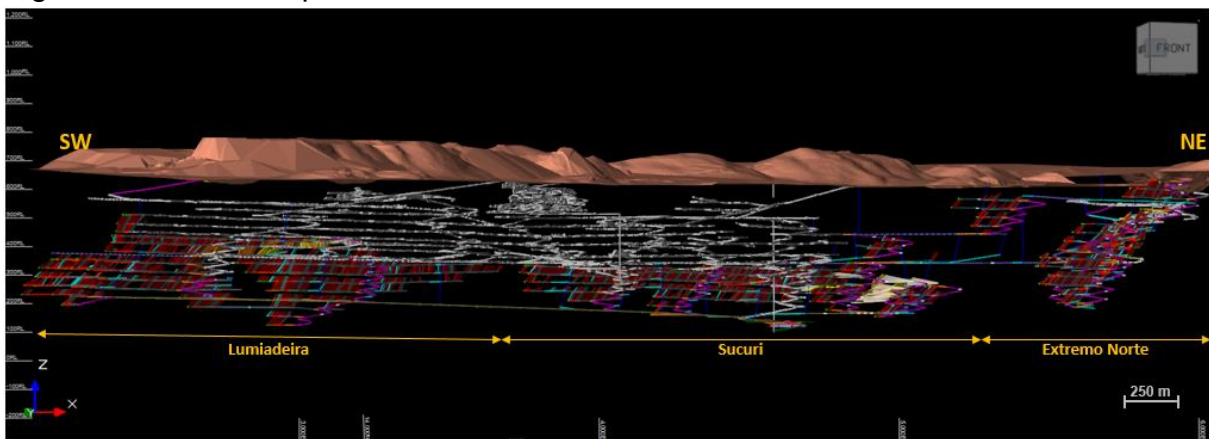
3.2 ÁREA DE ESTUDO.

A Mina de Vazante está em operação desde o final da década de 1960. Inicialmente, foi lavrado por métodos de céu aberto o material supergênico próximo à superfície constituído por um carbonato de zinco denominado Calamina.

Após a lavra desse minério, foi iniciada, na década de 1980, a lavra subterrânea de um material hipogênico em profundidade constituído de um silicato de zinco denominado Willemita.

A Figura 26 mostra um perfil esquemático da mina atualmente em operação e dos projetos futuros. Como pode ser observado, a mina é extensa, aproximadamente dez quilômetros de extensão, e apresenta profundidades moderadas. Em virtude disso, a mesma é dividida em duas minas principais ainda não conectadas, Extremo Norte e Vazante, e em sub-regiões de operação: Lumiadeira e Sucuri na Mina Vazante.

Figura 26 – Perfil esquemático da Mina de Vazante.



Elaborado pelo autor

Em virtude da grande extensão da mina, o modelo geológico também é dividido por minas a fim de facilitar o processamento dos dados. Dessa forma, há um modelo apenas para a Mina Extremo Norte e outro para a Mina Vazante.

Para esse estudo de caso, foi selecionada uma área dentro da região Sucuri da Mina Vazante em virtude do grande tempo de processamento que seria necessário

para fazer o estudo da mina inteira e dessa ser a primeira região a ser lavrada nos próximos anos.

Essa área de trabalho é mostrada na Figura 27. Os pontos em branco representam os compósitos dos furos de sondagem mineralizados, o sólido verde a envoltória do modelo estimado e o retângulo marrom a caixa de trabalho que será analisada.

Para isso, serão separados apenas os furos de sondagem dentro da caixa de trabalho e os modelos simulados serão construídos com base nos dados desses furos.

A definição da envoltória mineralizada, a qual é utilizada para selecionar as amostras dos furos e também para delimitar o modelo de blocos estimado posteriormente, é realizada com base em um corte de 5% de teor de zinco. Essa envoltória será adotada para cortar os modelos simulados em um pós-tratamento dos mesmos.

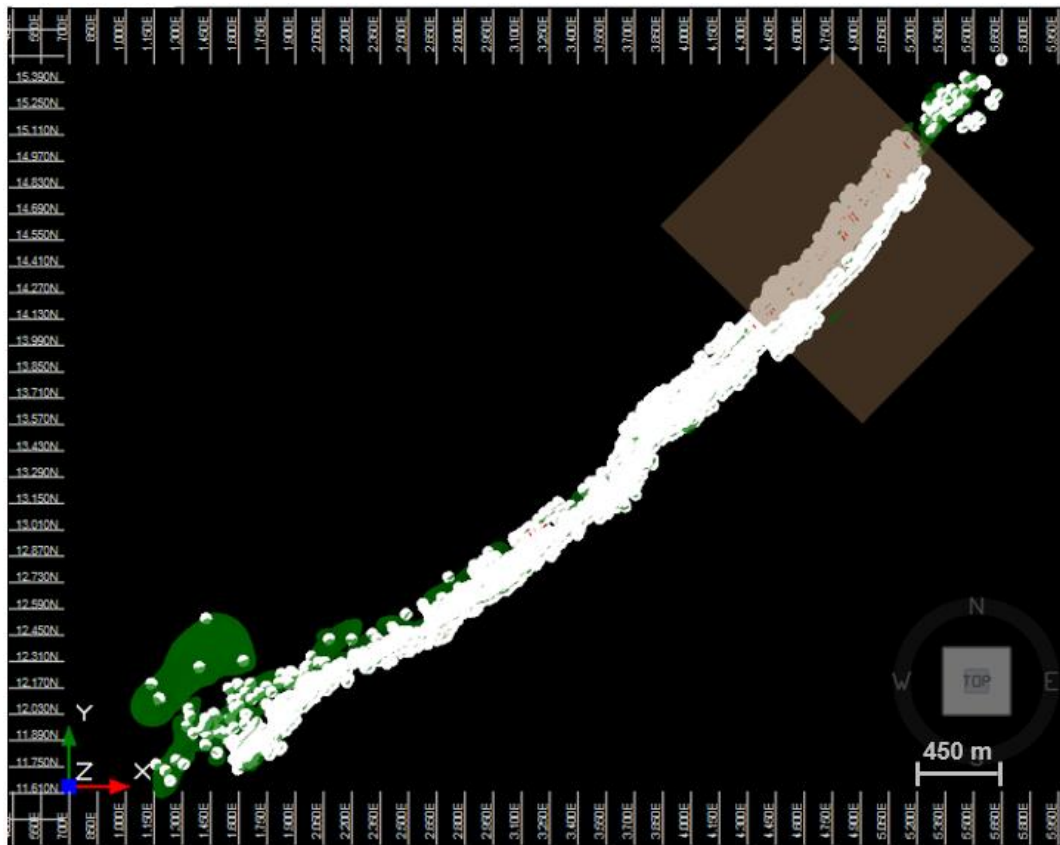
O teor de corte tecnológico para lavra dos blocos de lavra é 4% de zinco (pior cenário de diluição do minério). Abaixo desse valor, considera-se uma população diferente que não apresenta a mesma resposta para o tratamento da usina e, portanto, não seria recuperado na mesma.

O minério proveniente da mina subterrânea é levado para uma pilha de estoque intermediária dividida por faixas de teores. Os realces apresentam uma faixa de variação de teores muito alta, que pode ir desde 4% até cerca de 30% de zinco.

Como o teor médio da reserva é, aproximadamente, 10.5% e a performance da usina de beneficiamento se deteriora bastante para alimentações abaixo de 10% de teor de zinco; há uma pilha de homogeneização para controlar os teores de alimentação objetivando teores na casa dos 10% de zinco.

Dessa forma, o planejamento de lavra deve ser realizado objetivando um sequenciamento que entregue um teor médio de alimentação de 10 a 11% de zinco.

Figura 27 – Área de estudo selecionada no banco de dados.



Elaborado pelo autor.

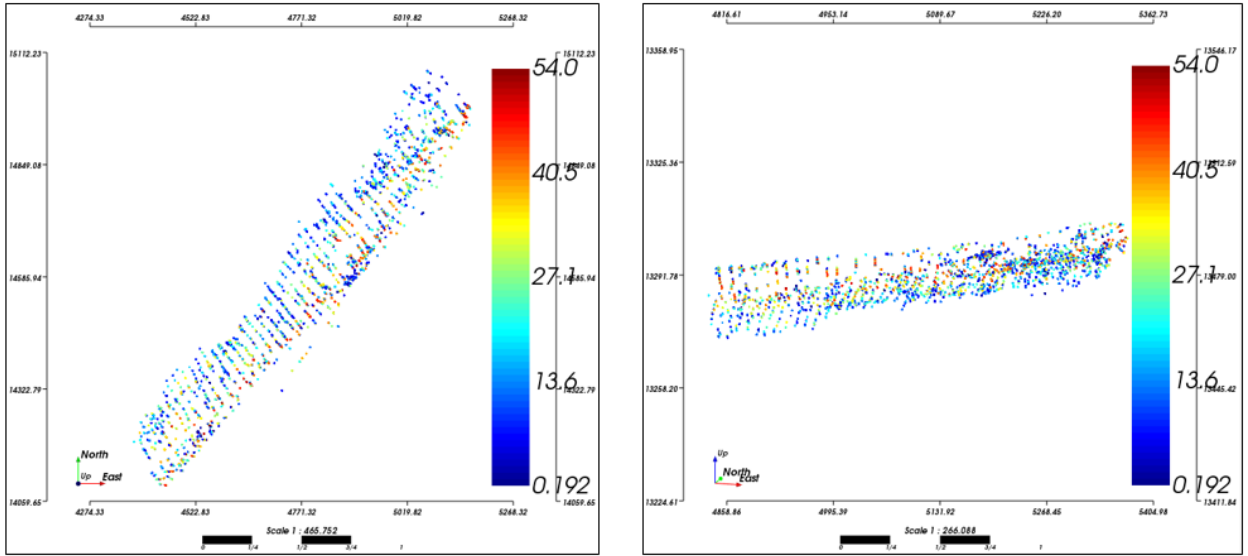
3.3 ANÁLISE DOS DADOS

Foram separados 755 furos de sondagem na caixa de trabalho mostrada na Figura 27. Os dados dos furos foram fornecidos compostados em amostras de 1 metro de comprimento, totalizando 4.168 amostras (Figura 28).

As amostras foram coletadas a partir de furos de sondagem diamantada e as análises químicas foram validadas por procedimentos de *Quality Assurance* e *Quality Control* (QAQC).

A Figura 28 mostra a localização das amostras na área em estudo e a barra de escala dos teores de zinco. As mesmas amostras possuem também informações da densidade medida em laboratório por métodos de picnometria nos respectivos pontos amostrais.

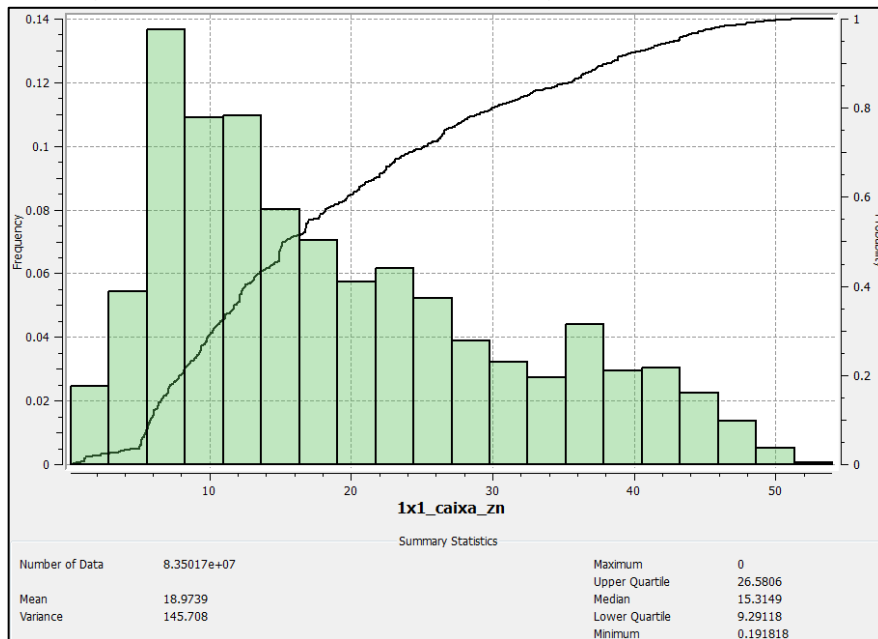
Figura 28 – Mapa de localização dos dados. (a) vista em planta (b) vista isométrica.



Para análise dos dados foi realizado o desagrupamento dos mesmos pelo método da área de influência, utilizando o algoritmo de estimativa do vizinho mais próximo.

Os resultados são mostrados na Figura 29.

Figura 29 – Histograma dos dados de zinco desagrupados



3.4 SIMULAÇÃO GEOESTATÍSTICA

Foram realizadas 50 simulações do teor de zinco em um suporte pontual de 1m x 1m x 1m, tomando como base as amostras compositadas.

Inicialmente, os dados amostrais foram normalizados e a partir desses gerados os variogramas experimentais e os modelos variográficos para definir os eixos do elipsoide de busca. A determinação dos eixos do elipsoide de busca foram determinados com base na interpretação dos modelos variográficos.

Os detalhes do modelo variográfico são apresentados na equação 3.1:

(3.1)

$$Y = 0,15 + 0,44\text{Sph}\left(\frac{N45}{10m}, \frac{N135}{9m}, \frac{Nvert}{3m}\right) + 0,08\text{Sph}\left(\frac{N45}{80m}, \frac{N135}{70m}, \frac{Nvert}{8m}\right) + 0,13\text{Sph}\left(\frac{N45}{135m}, \frac{N135}{110m}, \frac{Nvert}{12m}\right)$$

Sendo:

Y: variograma.

Sph: modelo esférico.

Nvert: Direção perpendicular ao plano contendo os eixos N45 e N135.

A partir do modelo variográfico e dos dados normalizados foram realizadas as 50 simulações utilizando o algoritmo de simulação sequencial gaussiana.

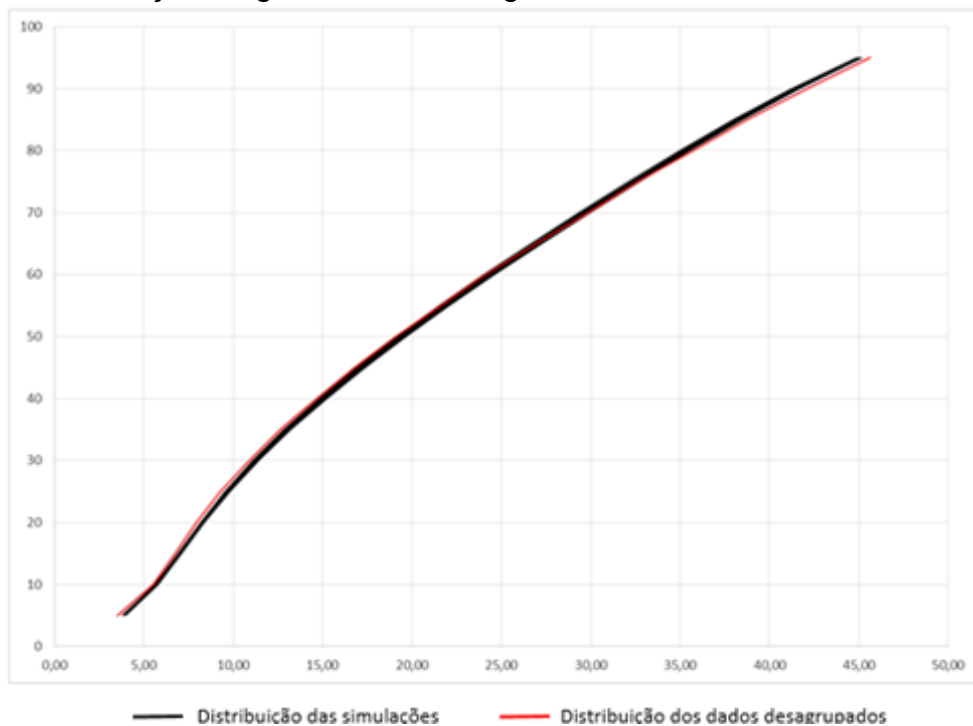
A busca foi realizada conforme parâmetros indicados no Quadro 2:

Quadro 2 – Parâmetros de busca da simulação.

Número ótimo de nós já simulados	8
Número mínimo de amostras	2
Número de setores angulares horizontais	2
Número ótimo de amostras por setor	5
Dividir verticalmente	Sim
Azimute do elipsóide de busca rotacionado	45°
Dip do elipsóide de busca rotacionado	135°
Máxima distância de busca no eixo "U" do elipóide de busca rotacionado	200m
Máxima distância de busca no eixo "V" do elipóide de busca rotacionado	200m
Máxima distância de busca no eixo "W" do elipóide de busca rotacionado	50m

A validação desses modelos foi realizada ainda no espaço normalizado. Os histogramas apresentaram boa reprodução em relação à distribuição dos dados desagrupados, conforme pode ser visto pela Figura 30.

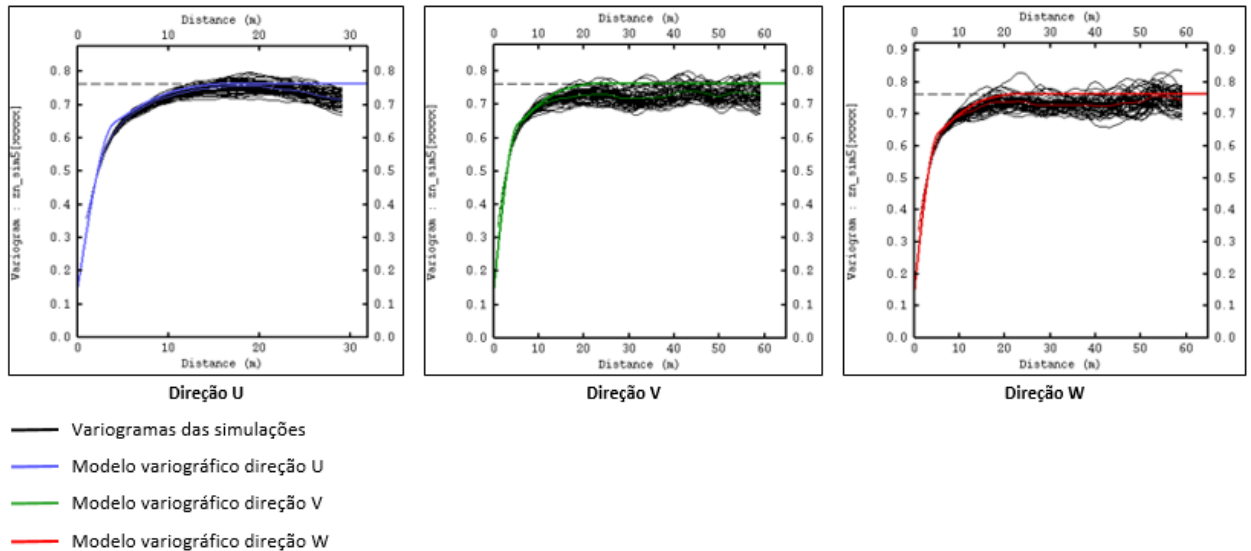
Figura 30 – Flutuações ergódicas dos histogramas.



Foi verificada também a reprodutibilidade dos modelos variográficos dos dados desagrupados em relação aos modelos variográficos dos modelos simulados. A

Figura 31 mostra essa relação e confirma a boa reprodutibilidade dos modelos variográficos.

Figura 31 – Flutuações ergódicas dos variogramas.



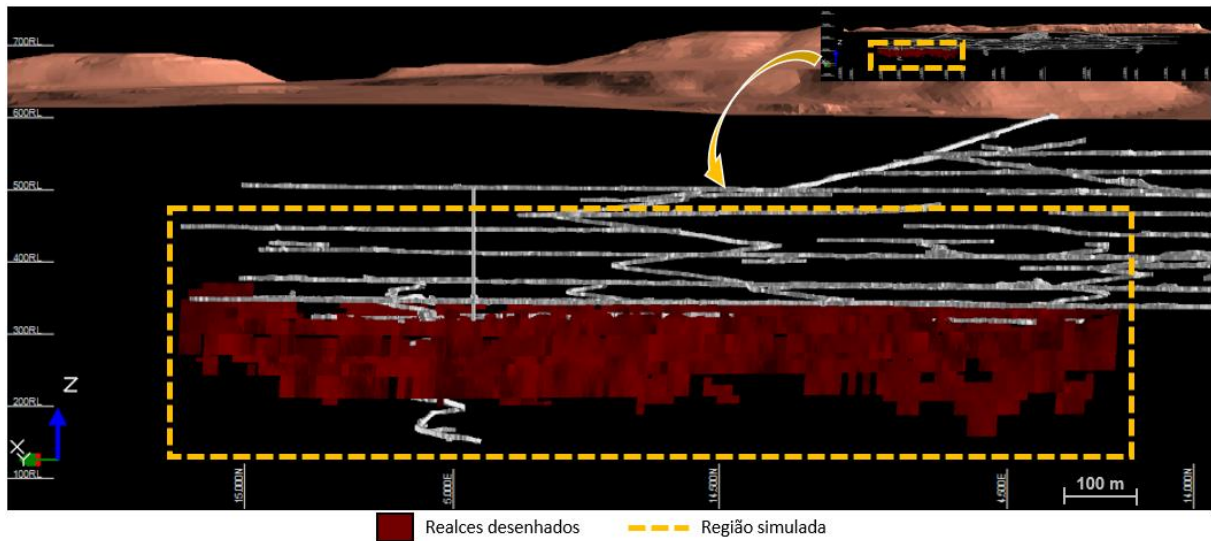
Após validação das simulações, as mesmas foram retro-transformadas para o espaço original e em seguida esses modelos foram regularizados para o tamanho de células do modelo original estimado da unidade: 8m x 8m x 4m.

3.5 PLANEJAMENTO DE LAVRA

A partir dos modelos simulados, foram cubados os blocos de lavra planejados utilizando a ferramenta de desenho automático otimizado.

Esses blocos foram desenhados, inicialmente, utilizando o modelo estimado de zinco nessa região, conforme pode ser visto na Figura 32. No canto superior direito, observa-se a uma visão da área simulada (destacada em amarelo) em relação a extensão total da mina de Vazante.

Figura 32 – Realces desenhados utilizando o modelo estimado.



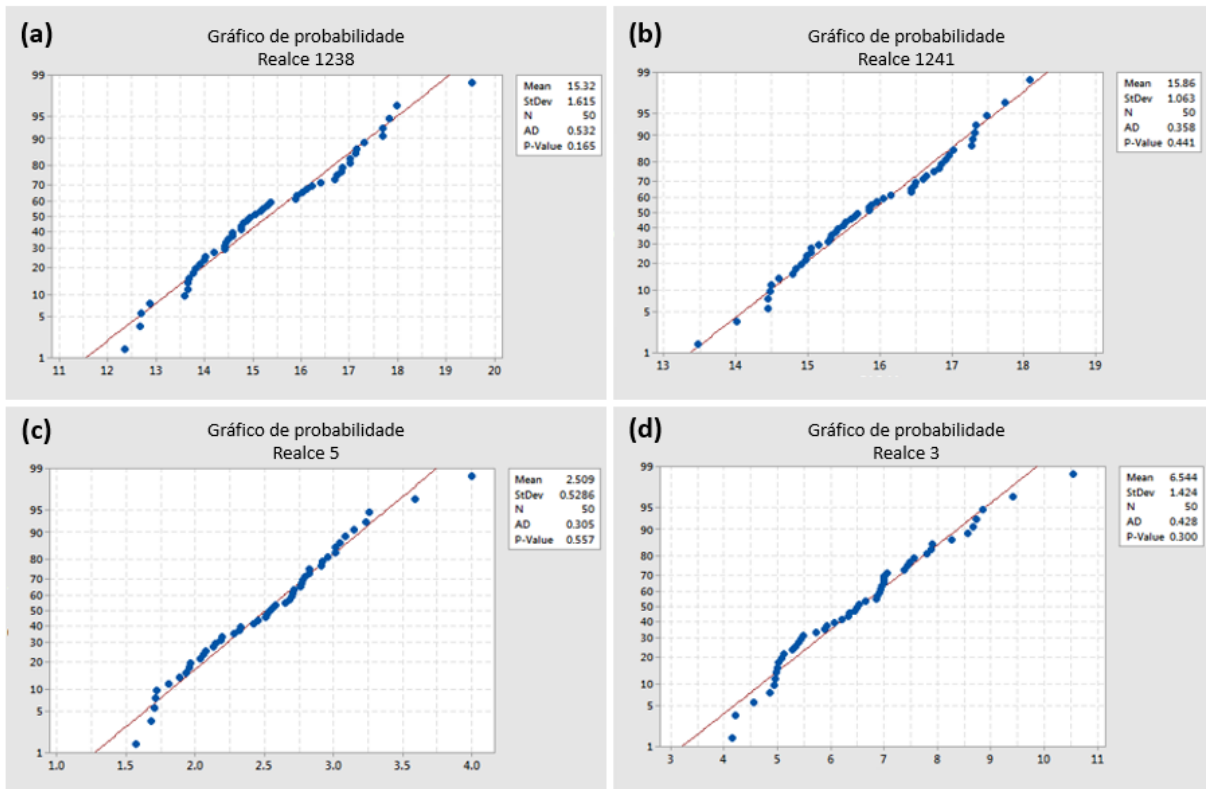
Elaborado pelo autor.

Primeiro, foi verificada a normalidade dos resultados das cubagens das simulações a fim de fazer inferências sobre esses realces para o planejamento de lavra.

A Figura 33 apresenta os testes de normalidade realizados para alguns realces dentre os 1.241 gerados, tomando os valores cubados de cada uma das 50 realizações.

Como se observa, os mesmos apresentam comportamento normal e, portanto, podemos assumir uma curva normal gerada a partir das cubagens de cada realce a fim de fazer análises sobre os mesmos.

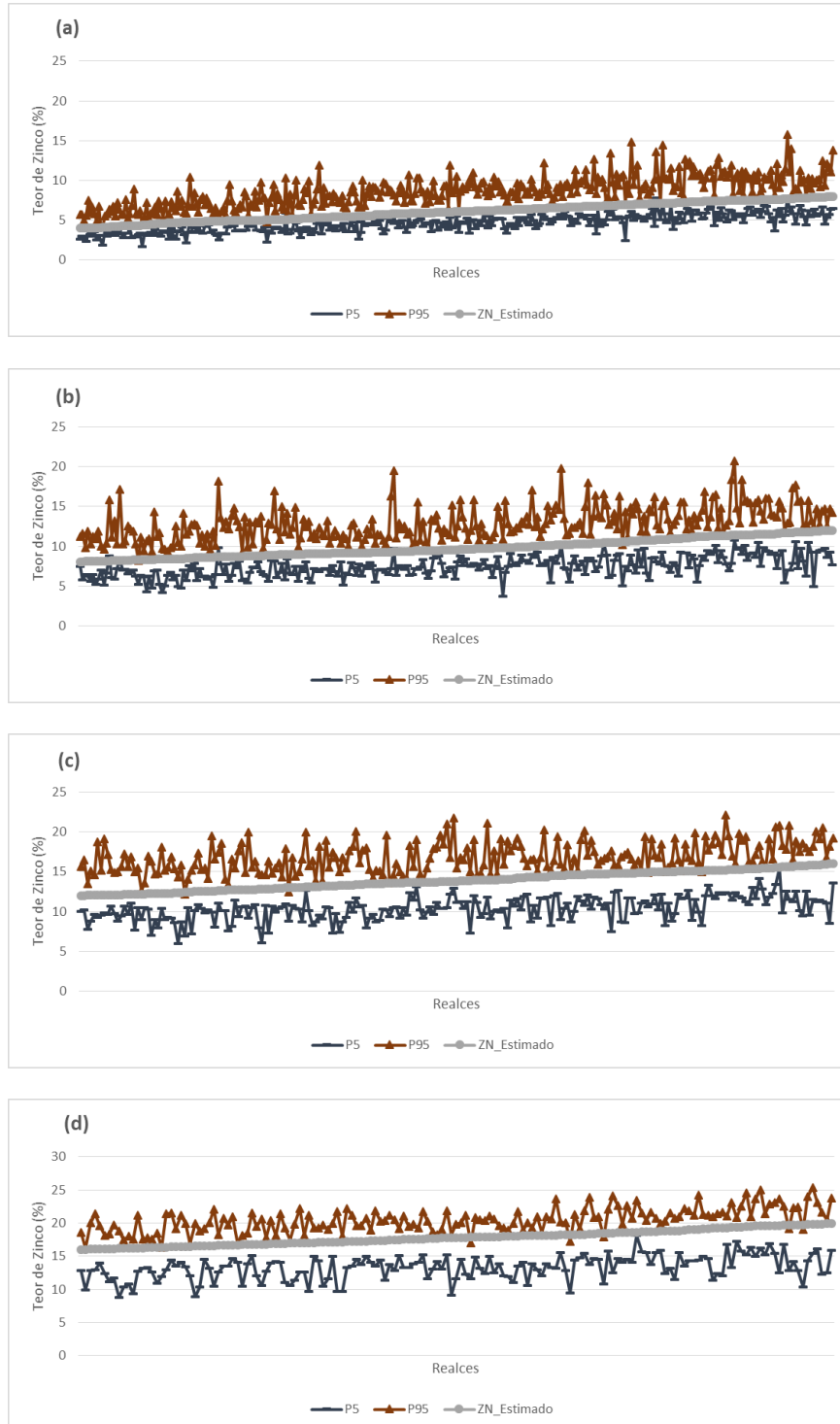
Figura 33 – Gráfico de probabilidade dos teores dos realces desenhados. (a) Realce 138 (b) realce 1241 (c) Realce 5 (d) Realce 3

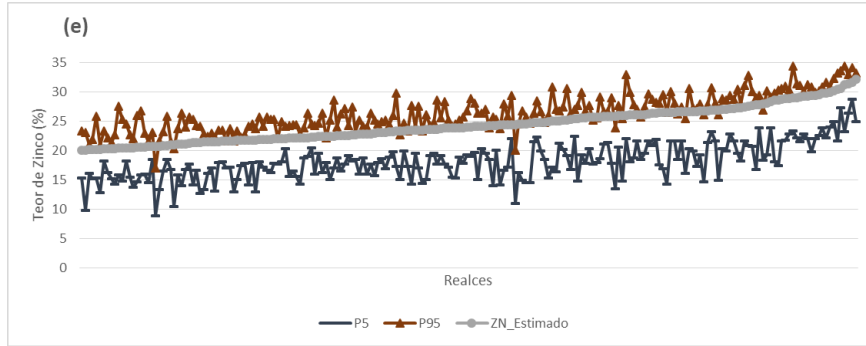


Para analisar os resultados, os realces foram divididos em cinco classes de teores e foi calculado o percentil 5 (cinco) e o percentil 95 da distribuição normal composta pelas simulações de cada realce.

Os resultados são apresentados na Figura 34. Conforme se observa, os valores estimados estão contidos dentro da curva de teores simulados e não se observa discrepância entre os modelos simulados e estimados. Destaca-se que os valores estimados não estão no centro da distribuição entre o percentil 5 e percentil 95, visto que não necessariamente os valores estimados correspondem ao cenário médio das simulações.

Figura 34: Variação dos teores simulados com intervalo de 90% de probabilidade entre p 5 e p 95 para realces em várias faixas de valores. (a) Teores estimados de 4 a 8% (b) Teores estimados de 8 a 12% (c) Teores estimados de 12 a 16% (d) Teores estimados de 16 a 20% (e) Teores estimados acima de 20%.

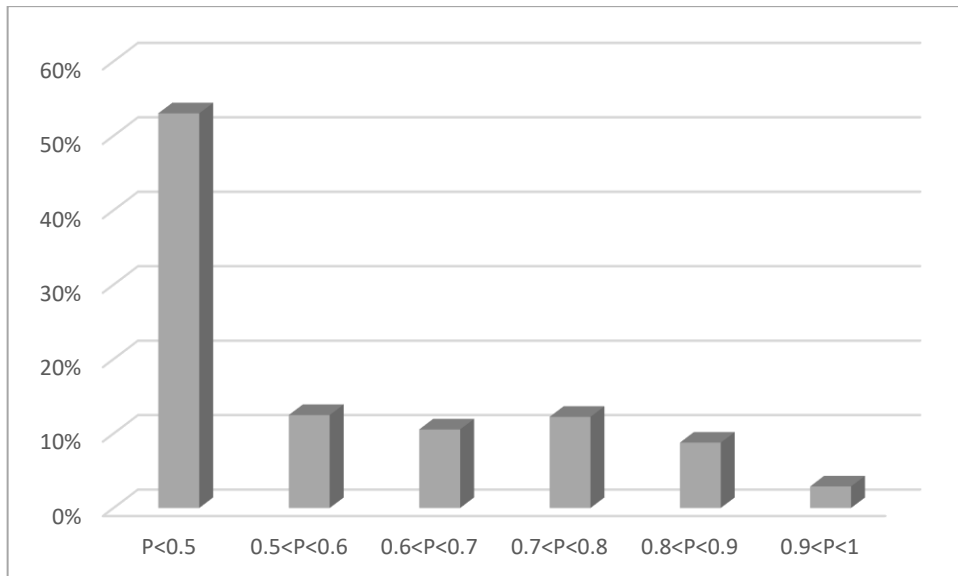




Foi realizada, também, uma análise da probabilidade dos realces estarem acima ou abaixo do valor estimado.

A Figura 35 mostra o resultado dessa análise. Como se observa, aproximadamente 50% dos realces apresentam menos de 50% de probabilidade do teor de zinco exceder o teor de zinco estimado e 50% dos realces apresentam mais de 50% de probabilidade de exceder o teor de zinco estimado.

Figura 35 – Probabilidades do teor de zinco estar acima do teor estimado.



Definidos os aspectos gerais da simulação, é necessário identificar espacialmente onde estão os realces com maior variabilidade.

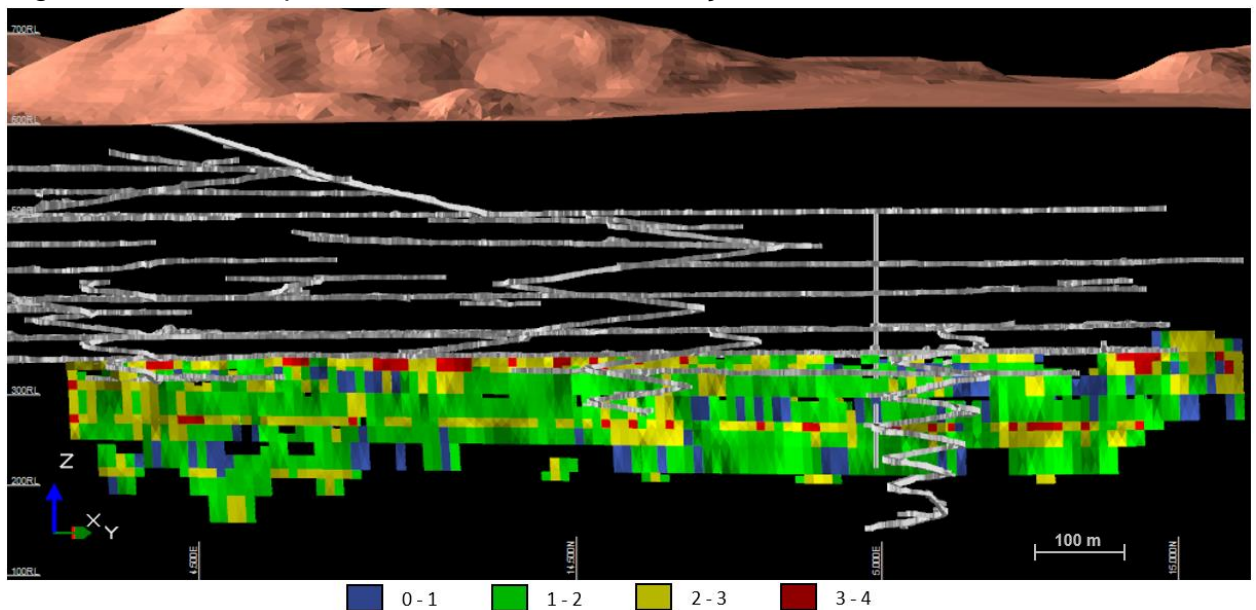
Para isso, foi calculado o desvio padrão da curva de distribuição formada a partir dos valores simulados de teores de zinco.

Como pode ser visto (Figura 36), a partir dessa informação é possível identificar espacialmente as áreas de maior variabilidade e, portanto, maior risco de não atingimento da produção proposta.

Com base nessa informação, é possível programar campanhas prévias de sondagem de curto prazo nessas regiões a fim de detalhar melhor as mesmas e garantir maior estabilidade de teores de alimentação da usina durante a operação.

Por exemplo, pode-se programar campanhas especiais de sondagem no curto prazo para os realces com cores amarela ou vermelha identificados abaixo, visto que os mesmos apresentam maior variabilidade e, portanto, maior risco de instabilidade na alimentação da usina.

Figura 36 – Desvio padrão dos teores das simulações dos realces.

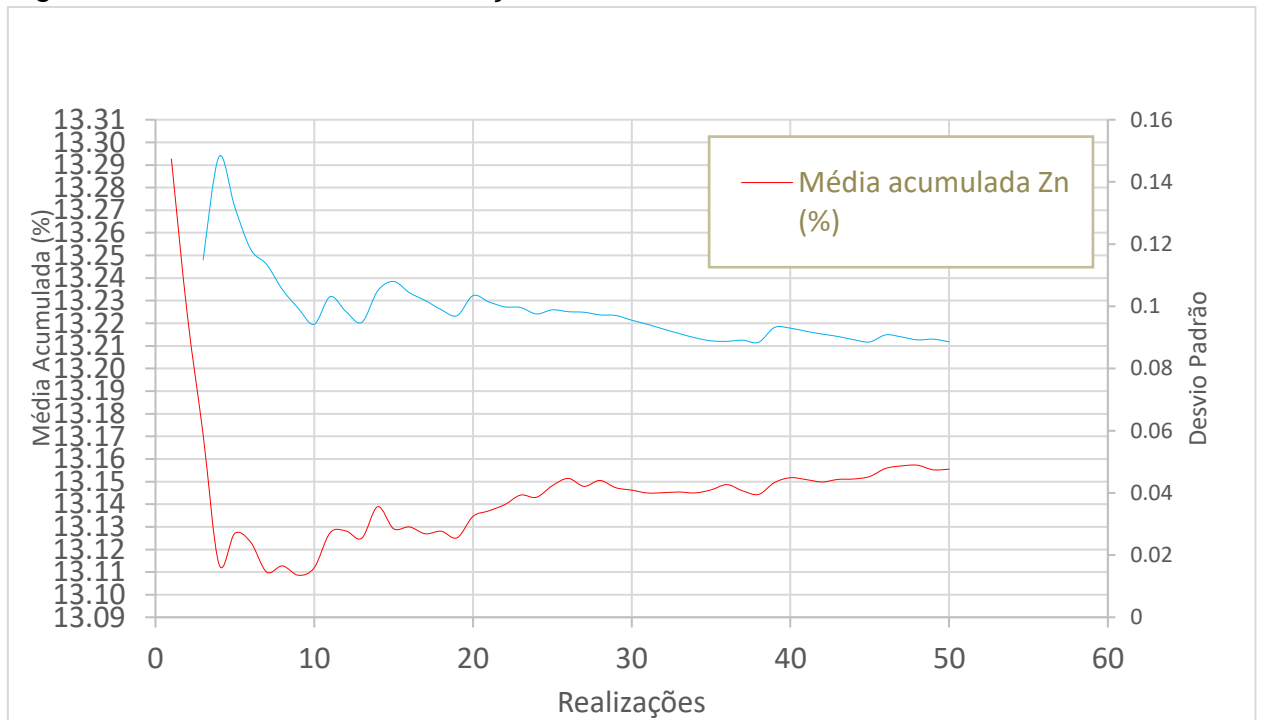


Elaborado pelo autor

Para definição de um indicador do risco de não atingimento da meta planejada de metal contido, foi realizado um estudo da quantidade de simulações necessárias a fim de reduzir quantidade de trabalho de planejamento, visto que menos de 50 simulações poderiam ser suficientes para mapear a variabilidade do teor de zinco e quantificar o risco.

A Figura 37 mostra a avaliação da quantidade de simulações em função dos impactos na análise dos resultados. Como pode ser visto, a partir de 30 simulações as variações na média e desvio padrão acumulados são muito baixas. Portanto, será considerado um cenário de 30 simulações para execução do plano de lavra.

Figura 37 – Quantidade de simulações necessárias.



Para calcular o metal contido resultante de um realce, são necessários três tipos de informações: teores, densidade e volume.

Os teores de zinco são obtidos a partir do modelo simulado de zinco para a região proposta. Já os teores de chumbo e ferro, que como veremos serão utilizados adiante, são obtidos a partir do modelo estimado por krigagem.

A densidade é calculada para cada realce a partir dos teores simulados de zinco e dos teores estimados de chumbo e ferro, utilizando uma regressão, a qual apresenta correlação de 93%. Essa regressão está representada na equação 3.1:

(3.1)

$$\rho = 0,0235*(Zn + Fe + Pb) + 2,7926$$

Sendo:

ρ : densidade

Zn: teor de zinco

Fe: teor de ferro

Pb: teor de chumbo

Para determinar o volume de cada realce, foi executado o design automático na ferramenta de otimização para o teor simulado de zinco. Dessa forma, foram desenhados 30 cenários de realces objetivando a otimização do respectivo teor simulado de zinco.

Obtidos os teores simulados, as densidades e os volumes para cada realce para os 30 cenários de simulação, foi possível calcular o metal contido para cada um desses.

O indicador de risco de lavra de cada realce, que servirá de guia para o sequenciamento dos mesmos ou mesmo para uma tomada de decisão quanto a necessidade de uma campanha adicional de sondagem no curto prazo; foi calculado tomando como base a equação 3.2:

(3.2)

$$IR = \begin{cases} 1 & \text{se } Pae > 0,80 \text{ e } Pam > 0,50 \\ 2 & \text{se } 0,50 < Pae < 0,80 \\ 3 & \text{se } Pae < 0,50 \text{ e } Pam < 0,50 \end{cases}$$

Sendo:

IR: Indicador de Risco

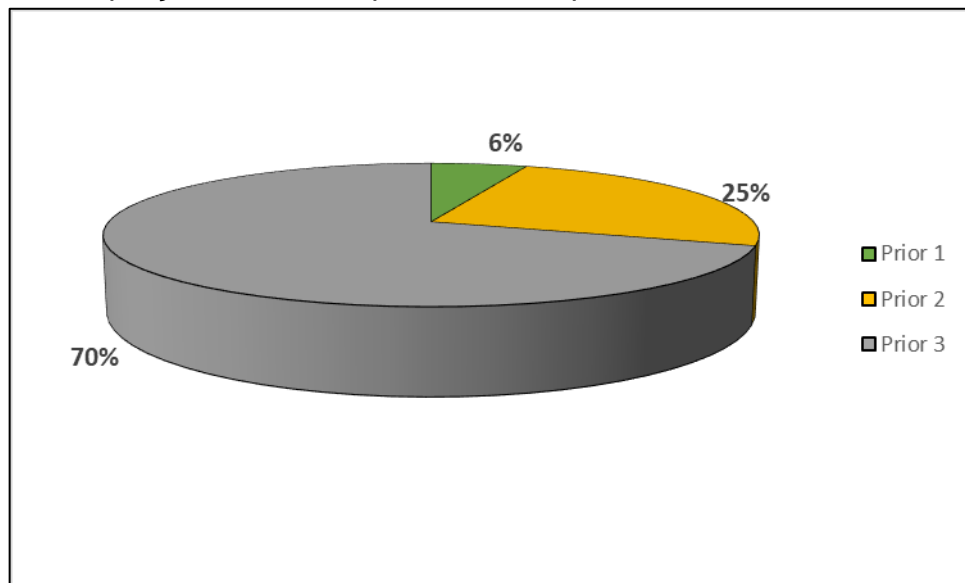
Pae: Probabilidade do metal contido do realce estar acima do metal contido estimado.

Pam: Probabilidade do teor de zinco estar acima do teor médio da reserva (teor de zinco = 10,5%).

O indicador de risco foi calculado para cada realce conforme mostrado na equação 3.2. Dessa forma, foi criada uma escala de prioridade onde os blocos classificados como 1 devem ser programados primeiro, seguidos dos blocos classificados como 2 e em seguida os blocos classificados como 3.

A Figura 38 mostra a proporção de realces por classificação de prioridade.

Figura 38 – Proporção de realces por classe de prioridade.

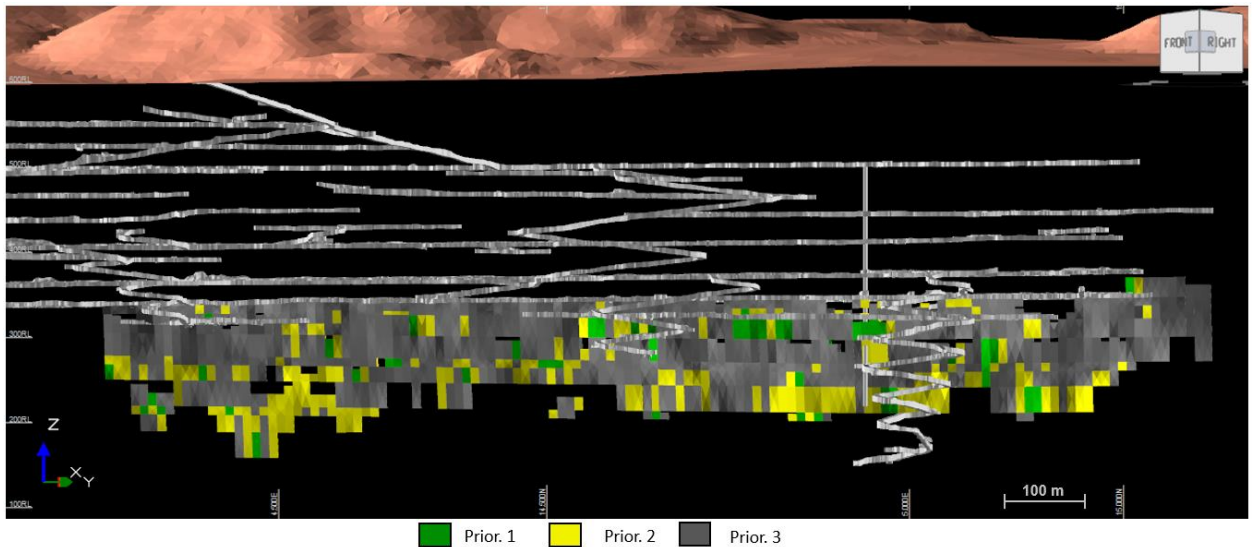


Como se observa, 31% dos realces apresentam prioridade 1 ou 2 e, portanto, devem ser programados primeiro.

Como há outras variáveis que afetam o sequenciamento lógico de lavra, o que se realiza é a definição de um atributo de priorização para esses realces; os quais serão automaticamente sequenciados pelo algoritmo de sequenciamento, respeitando também as demais restrições de sequenciamento de lavra.

A Figura 39 mostra os realces de lavra identificados por classe de priorização.

Figura 39 – Classificação dos realces por prioridade de lavra.



Elaborado pelo autor.

A seguir, foi configurado no sequenciador automático uma escala de priorização tomando como base o indicador de risco mostrado na equação 3.2 e o desvio padrão dos teores de zinco para cada realce, considerando os resultados das simulações.

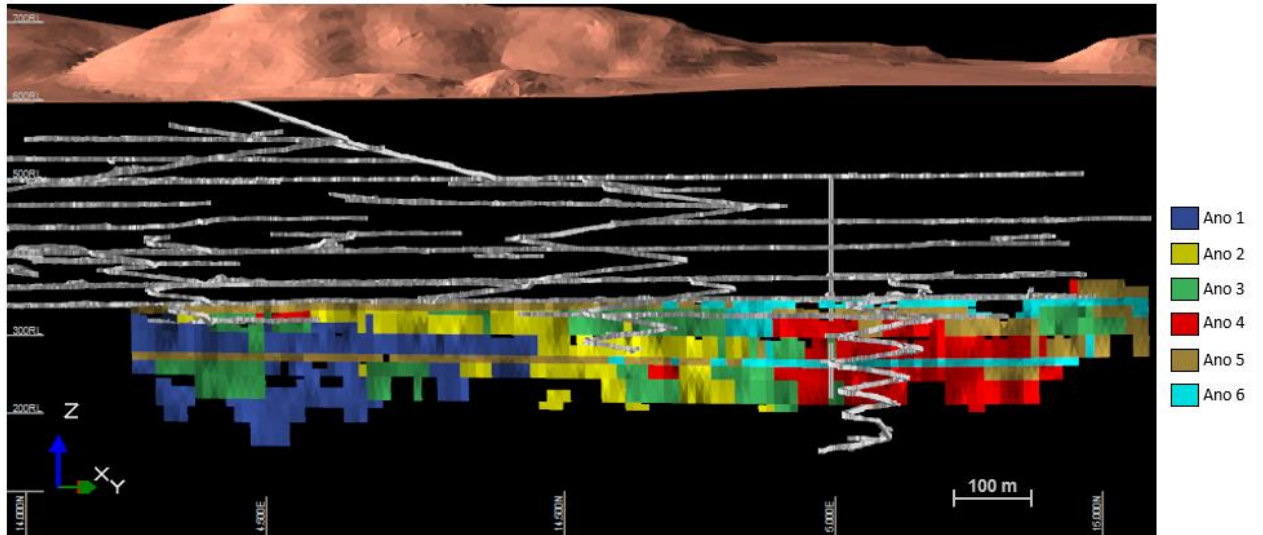
Esse sequenciamento é realizado observando essa escala de priorização e as metas propostas de produção de massa e produção em metal contido pela mina.

São observadas também as restrições quanto ao sequenciamento lógico, como por exemplo, não programar um realce superior sem que o inferior tenha sido lavrado e preenchido com estéril. Outro ponto observado nesse sequenciador são os recursos disponíveis para executar a lavra, ou seja, a quantidade máxima de realces que pode ser lavrada simultaneamente, bem como a massa máxima que poderia ser extraída dessa região respeitando condições de logística e ventilação.

As Figuras 40 e 41 mostram o resultado do sequenciamento da área em estudo antes de aplicar as regras de priorização e após aplicar as regras de priorização, respectivamente. Destaca-se que esse sequenciamento após aplicar a priorização foi realizado nos realces gerados com o modelo estimado. O que diferencia esse sequenciamento é a inserção da incerteza obtida pela simulação dos teores,

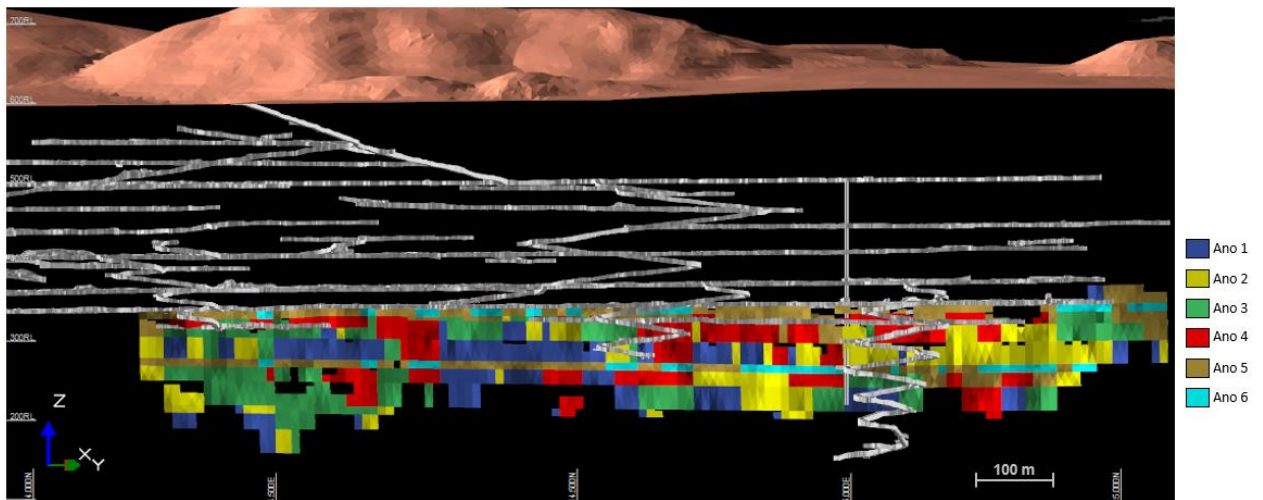
utilizando uma escala de priorização, que não é considerada no método tradicional de planejamento.

Figura 40 – Sequenciamento da área em estudo antes da priorização dos realces.



Elaborado pelo autor.

Figura 41 – Sequenciamento da área em estudo após a priorização dos realces.



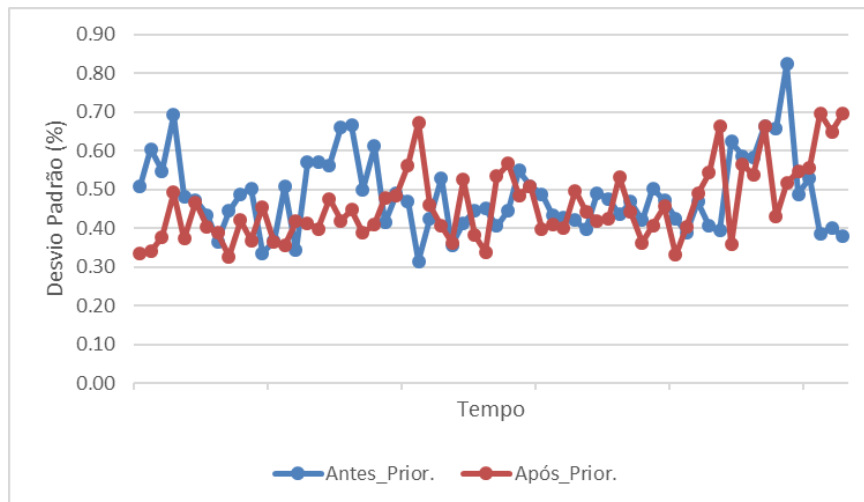
Elaborado pelo autor.

Observam-se mudanças significativas no sequenciamento de lavra da região considerando ou não a escala de priorização dos realces com base nos riscos e variabilidade dos mesmos.

A Figura 42 mostra a variabilidade dos realces para cada período mensal de avaliação tomando como base os resultados da simulação dos teores.

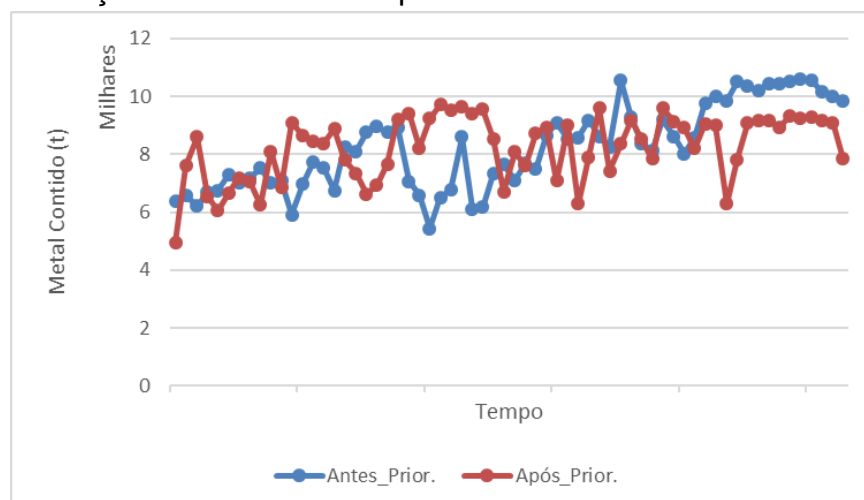
Observa-se utilizando a escala de priorização dos realces com base na sua variabilidade e risco, uma redução significativa, especialmente nos primeiros três anos de operação, da variabilidade de teores produzidos pela mina.

Figura 42 – Variabilidade dos teores dos realces.



Conforme pode ser visto pela Figura 43, essa alteração de sequenciamento produz alterações quanto a produção de zinco metálico pela mina uma vez que há alterações quanto a variabilidade entre regiões ricas e pobres.

Figura 43 – Produção de metal contido para os realces estudados.



O valor presente líquido (NPV) observado para o cenário com priorização apresenta um resultado, aproximadamente, 5% acima daquele observado para um cenário sem priorização.

É historicamente observado nessa unidade que, para alimentações mais estáveis, a usina de tratamento de minérios apresenta resultados, significativamente, superiores de recuperação e especificações do concentrado. Entre os diversos fatores que explicam esse comportamento está o ajuste adequado dos equipamentos e sistemas da usina ao tipo de minério processado.

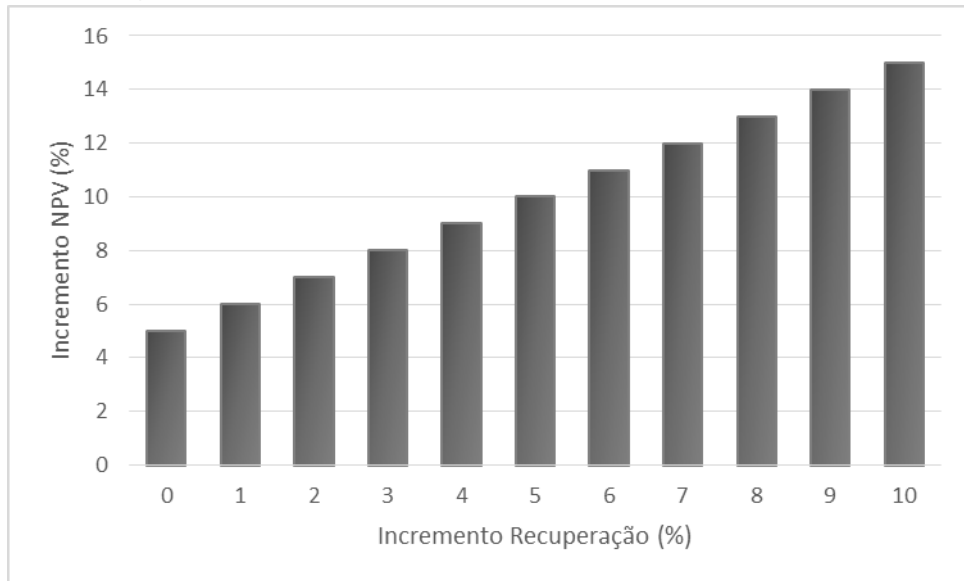
Em função disso, foi simulado o impacto que um planejamento mais controlado quanto a variabilidade pode ter sobre a recuperação metalúrgica da usina e, conseqüentemente, sobre o resultado financeiro.

A Figura 44 mostra os resultados simulados do fluxo de caixa para incrementos na recuperação de zinco até 10% em relação ao seu valor médio utilizado no planejamento de produção.

Como pode ser visto na Figura 44, mesmo sem considerar ganhos na recuperação metalúrgica da usina, o resultado financeiro para um sequenciamento considerando priorização por variabilidade dos teores dos realces apresenta um incremento de 5% do NPV. Esse resultado é explicado pelo fato dos realces com maiores teores apresentarem, em geral, menor variabilidade. Portanto, para a mesma massa alimentada, realces com maiores teores produzirão mais zinco metálico e, conseqüentemente, o resultado financeiro será melhor.

Considerando incrementos de recuperação metalúrgica em função da menor variabilidade dos teores alimentados, observa-se que para incrementos de recuperação de apenas 5% o resultado financeiro atingiria marcas até 10% superiores ao planejado inicialmente sem priorização.

Figura 44 – Simulação dos resultados financeiros em função do incremento na recuperação metalúrgica.



4 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

4.1 CONCLUSÕES

A estimativa de reservas minerais utilizando estimadores lineares, apesar de fornecer resultados globais que minimizam o erro, pode apresentar localmente erros significativos de estimativa em função da suavização da krigagem.

Com isso o resultado operacional da usina, que é afetado não só pela quantidade, mas também pela qualidade do minério de alimentação, fica comprometido no dia a dia da operação.

A simulação geoestatística é uma possível solução para mapear a variabilidade dos realces da reserva mineral e, portanto, quantificar a incerteza associada aos mesmos.

Três variáveis estão associadas a quantidade e qualidade de metal alimentada: o teor do elemento de interesse, a densidade do realce e o seu volume.

Há vários estudos já conduzidos em minas, especialmente a céu aberto, quanto a simulação de teores. Esse estudo se diferencia pela quantificação de incerteza não apenas na variável de teor, mas também nas variáveis de densidade e volume para os realces de uma mina subterrânea.

Dessa forma, foi realizada a simulação dos teores e, a partir desses valores, estendido o impacto dos mesmos ao cálculo da densidade por regressão e ao desenho dos realces, ou seja, ao volume dos mesmos.

Ficou demonstrado que é possível utilizar essa solução matemática no planejamento de lavra de uma mina subterrânea e minimizar o risco de não se atingir a produção de metal prevista atuando de duas frentes de trabalho:

- (i) Identificar as áreas que apresentam maior variabilidade de teores e realizar uma preparação dessas áreas para detalhamento da pesquisa mineral no curto prazo antes dessa área entrar em operação. Essa pesquisa ajudaria a reduzir a incerteza quanto aos realces planejados.

- (ii) Criar um indicador do risco de não se atingir a produção de metal planejada pelo modelo estimado e sequenciar a mina de forma a postergar as áreas com maiores riscos. Dessa maneira garante-se que a operação da mina será realizada com uma variabilidade menor e ganha-se tempo para realizar a pesquisa de curto prazo nas áreas de alta variabilidade.

Para isso, foi desenhado um cenário de planejamento para cada simulação de teor e valor regredido de densidade. Em seguida foi calculado o indicador de risco para cada realce e criada uma escala de priorização no sequenciador automático, observando também as demais restrições de sequenciamento lógico.

Os resultados mostraram que, ao realizar o sequenciamento utilizando a escala de priorização com base no indicador de risco, a variabilidade dos realces é mais baixa nos primeiros anos do plano. Além disso, observou-se um incremento significativo no NPV do mesmo em função dos realces com maiores teores apresentarem também menor variabilidade.

Como alimentações de minério com teores mais estáveis possibilitam, em geral, melhor desempenho na planta de tratamento; espera-se com a aplicação da técnica desenvolvida nesse estudo que os resultados financeiros sejam ainda melhores do que aqueles obtidos.

4.2 RECOMENDAÇÕES

O resultado financeiro do empreendimento depende não só do resultado da mina, mas também do desempenho da planta de tratamento de minérios.

Dentre as variáveis que impactam esse resultado, uma das mais significativas é a recuperação metalúrgica da usina de tratamento.

Portanto, para uma análise mais completa do potencial de ganho econômico da técnica de planejamento de mina proposta nessa dissertação, poderia ser realizado

um estudo mais detalhado dos impactos da variabilidade do teor, densidade e volume de alimentação no resultado operacional da usina.

Com relação à metodologia adotada para a execução do planejamento, foi adotada a premissa da geometria do mineral estar bem definida e, portanto, considerou-se a mesma fixa.

Essa metodologia poderia ser ampliada realizando a simulação da espessura do mineral, o que possibilitaria uma visão mais abrangente dos riscos quanto ao planejamento dos realces de lavra; cuja geometria e valor econômico são influenciados significativamente pela geometria do mineral.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALFORD MINING SYSTEMS. **Stope shape optimizer**. Melbourne, 2014. 148 p.

AUSTRALIAN INSTITUTE OF GEOSCIENTISTS. **Australasian code for reporting of exploration results, mineral resources and ore reserves**. Melbourne, 2012. 98 p.

BAGNELL, B. et al. **Vazante polymetallic operations**: review draft. Vazante: Amec Foster Wheeler, 2017. 310 p.

CAIXETA, R.M. **Simulação geoestatística utilizando múltiplos passeios aleatórios**. 2015. 76 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

CAPPONI, L.N. **Introdução de parâmetros de controle de incertezas para planejamento de lavra**. 2012. 148 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

CEGATTA, I. **Example for a linear IDW interpolation**. Disponível em: italocegatta.github.io/interpolacao-pelo-inverso-do-quadrado-da-distancia/. Acesso em 03 mar 2018.

CHARBEL, P.A. **Gerenciamento de risco aplicado à diluição de minério**. 2015. 448 f. Tese (Doutorado em Geotecnia) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

CHILÈS, J.P.; DELFINER, P. **Geostatistics**: modelling special uncertainty. New York: Wiley-Interscience, 1999. 705 p.

CLARK, I.; WHITE, B. **Geostatistical modelling of an orebody as an aid to mine planning**. 14th International APCOM Symposium, Pennsylvania, v. 14, p. 1004 – 1012, out. 1976.

COOMBES, Jacqui. **The art and science of resource estimation**: a practical guide for geologist and engineers. Perth: Coombes Capability, 2008. 244 p.

COSTA, J.F.C.L. **Developments in recoverable reserves estimation and ore body modelling**. 1997. 333 f. Tese (PhD) – WH Bryan Mining Geology Research Centre, University of Queensland, Queensland, 1997.

DARDENNE, M.A et al. **Tectônica da faixa de dobramentos Brasília: setores setentrional e meridional**. Geonomos. Belo Horizonte, v. 20, p. 1-14, ago. 2012.

DEUTSCH, C.V.; JOURNEL, A.G. **GSLIB: Geostatistical software library and user's guide**. 2. Ed. New York: Oxford University Press, 1998. 189 p.

DIEDRICH, C. **Incorporação da variabilidade dos teores para análise de risco de recursos minerais e sequenciamento de lavra**. 2012. 187 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

DIMITRAKOPOULOS, R.; GRIECO, N. **Managing grade risk in stope design optimisation: probabilistic mathematical programming model and application in sublevel stoping**. Institute of materials, minerals and mining. v. 116. n. 2. Fev. 2007.

GOOVAERTS, P. **Geostatistical modelling of uncertainty in soil science**. Geoderma, New York, v. 103, p. 3-26, fev. 2001.

GOOVAERTS, P. **Geostatistics for natural resources evaluation**. New York: Oxford University Press, 1997. 247 p.

GROBLES, F. **Optimised decision-making under grade uncertainty in surface mining**. 2015. 187 f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Curtin University, Perth, 2015.

HAMRIN, H. Underground mining methods and applications. In: BULLOCK, R.L. **Underground mining methods: engineering fundamentals and international case studies**. Colorado: Society for Mining, Metallurgy and Exploration., 2001. Cap. 1, p. 3-14.

ISAAKS, E.H.; SRIVASTAVA, R.M. **Applied Geostatistics**. New York: Oxford University Press, 1989. 558p.

MELLO, P.R.G. **Planejamento de lavra sob a incerteza de teores aplicado à lavra subterrânea**. 163 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-

Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

NELSON, M.G. **Evaluation of mining methods and systems**. In: DARLING, P. MINING ENGINEERING HANDBOOK. 3. ed. Colorado: Society for Mining, Metallurgy and Exploration., 2011. Cap. 6. p. 341-348.

OLIVEIRA, M.M. **Dimensionamento empírico de realce em sublevel stoping**. 2012. 162 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

PERONI, R.L. **Análise da sensibilidade o sequenciamento de lavra em função da incerteza do modelo geológico**. 2002. 143 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

PERRY, J.; SIMONSEN, H. **Risk identification, assessment and management in the mining and metallurgical industries**. The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg, p. 321-332, out. 1999.

SINCLAIR, A.J.; BLACKWELL, G.H. **Applied mineral inventory estimation**. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. 400 p.

SIRONVALLE, M.A.A. **Estimación de recursos mineros**. Santiago: USACH, 2007. 124 p.

SOUZA, L.E. **Proposição geoestatística para quantificação do erro em estimativas de tonelagens e teores**. 2007. 218 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

VERHOEFF, R.L.A. **Using genetic algorithms for underground stope design optimization in mining: a stochastic analysis**. 2017. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Delft University of Technology, Delft, 2017.

VILLAESCUSA, E. **Geotechnical design for sublevel open stoping**. New York: CRC Press, 2014. 526 p.