



CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

Planejamento, execução e reflexão a partir de uma abordagem inicial sobre Grafos na EJA: uma experiência de transposição didática com a atividade “Cama de Grafos”

Planning, execution and reflection from an initial approach on Graphs in the EJA: an experiment of didactic transposition with the activity “Bed of graphs”

Rodrigo Sychocki da Silva¹; Leandro Carlos Blum²

RESUMO

O artigo pretende explorar e refletir sobre as formas com as quais foi produzida e realizada uma atividade numa disciplina de graduação do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, durante o primeiro semestre de 2017. Após a criação do material, requisito necessário para a disciplina Combinatória II, o mesmo foi utilizado em uma turma de Ensino Médio (EJA) numa escola pública, tornando-se elemento de reflexão sobre a formação inicial docente, no que tange à iniciativa e viabilidade de se propor no Ensino Básico o estudo de conteúdos rotulados do Ensino Superior, por meio da didática francesa da Transposição Didática. A atividade consistiu em unir a brincadeira de infância conhecida como “Cama de Gatos” com conceitos sobre a Teoria de Grafos, o qual produz o trocadilho que consta no título. A análise da atividade, a partir da produção dos estudantes participantes, permite inferir que a formação do professor de matemática deva ocorrer de modo contínuo e reflexivo, desde que o professor tenha a consciência de sua importância, enquanto mediador, no processo de construção de conhecimento pelos estudantes. A título de produto, os materiais produzidos estão disponibilizados para a consulta, análise, reaplicação e possíveis adaptações por parte da comunidade de professores e demais interessados na temática.

Palavras-chave: Cognição Corporificada; Didática; Grafos; Transposição Didática.

ABSTRACT

The article intends to explore and reflect on the ways in which an activity in an undergraduate course of the Graduation degree in Mathematics at Universidade Federal do Rio Grande do Sul was produced and carried out during the first semester of 2017. After the creation of the material, a necessary requisite for the discipline Combinatória II, the same was used in a high school class (EJA) in a public school, becoming an element of reflection on initial teacher training, regarding the initiative and feasibility of proposing in the Basic Education the study of labeled contents of the

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre/RS, Brasil. E-mail: sychocki.rodrigo@gmail.com

² Estudante da Licenciatura em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre/RS, Brasil. E-mail: lcblum@gmail.com

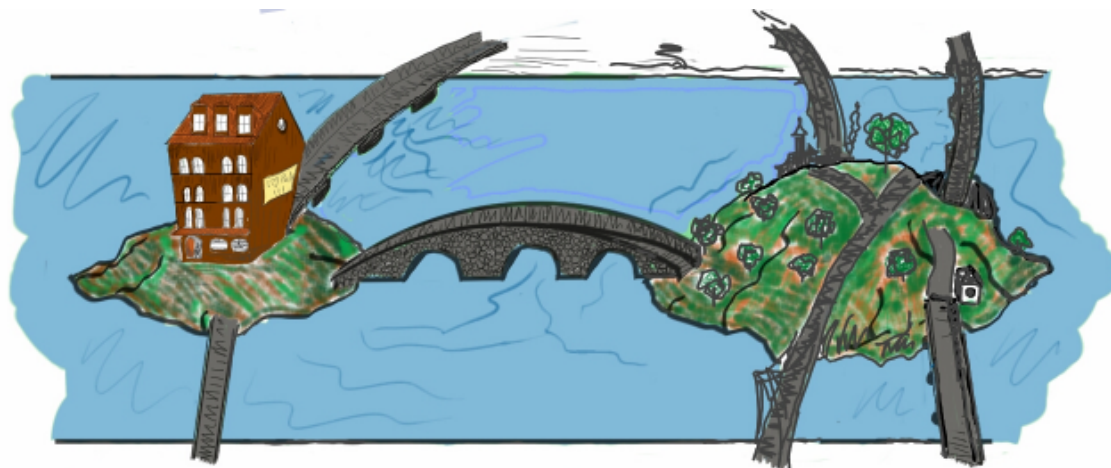
Higher Education, through the French Didactics of Didactic Transposition. The activity consisted in joining the infantile play known as "Cat's bed" with concepts on the Theory of Graphs, which produces the pun that appears in the title. The analysis of the activity, based on the production of the participating students, allows inferring that the formation of the mathematics teacher should occur in a continuous and reflexive way, as long as the teacher is aware of its importance, as mediator, in the process of knowledge construction by the students. As a product, the materials produced are available for consultation, analysis, reapplication and possible adaptations by the community of teachers and others interested in the subject.

Keywords: Corporate Cognition; Didactics; Graphs; Didactic Transposition.

1. INTRODUÇÃO

Leonhard Euler, matemático suíço, quando desenvolveu a teoria dos Grafos³, a concebeu, basicamente, para tratar da resolução de um problema que envolvia “descobrir” a melhor rota para um viajante pudesse passar por um número x de pontes entre ilhas sem que se repetisse o trajeto, tal como ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Problema de Euler



Fonte: HQ “Cama de Grafos”⁴, arquivo pessoal.

Para que pudesse solucionar a situação, Leonhard Euler fez um desenho e analisou inúmeras situações, a qual conseguiu observar uma recorrência de respostas e, assim, estabeleceu relações que originaram os fundamentos para o estudo dos grafos. Pensar que o matemático passou diversas vezes pelas pontes e fez desenhos para representar essas ações não parece crível. Talvez até tenha ocorrido, porém o importante é que este artigo pretende explorar a forma como ocorreu a criação e execução de um plano de aula, que teve como foco a união de uma atividade vista como um passatempo entre duas pessoas (chamado de objeto 1) e o conteúdo que

³ Estudo que envolve um, ou mais, objetos constituídos por um conjunto de N nós e um conjunto A de arcos. Originou-se no séc. XVIII e tem aplicação na modelagem de situações na física, química entre outras áreas do conhecimento. (Fonte: SANTOS, José Plínio (et al.). Introdução à Análise Combinatória. 4ª Ed. revisada. Editora Moderna. Rio de Janeiro, RJ. 2007.)

⁴ Disponível em: <<http://camadegrafos.pbworks.com/w/page/121027980/Cama%20de%20Grafos>>. Acesso em: 04/08/2018.

envolve os grafos (chamado de objeto 2). De forma sucinta, o objetivo era tornar mais atrativo, dentro do contexto da sala de aula, o estudo do objeto 2 com a utilização do objeto 1. Posteriormente, à luz de campos teóricos estudados, observou-se que a relação entre ambos os objetos era ampla.

Em linhas gerais e sem perda de generalidade, para que o leitor tenha uma primeira impressão do que se trata a teoria da Cognição Corporificada, imagine que o cérebro recebe as informações por camadas. Ao tocar algo, tem-se o tato e a pessoa percebe se uma superfície é ou áspera ou lisa; com os olhos, podem-se perceber as cores que aparecem no céu, como são as formas dos objetos e, da mesma forma ocorre para os outros dois sentidos, olfato e audição.

Ocorre que o cérebro recebe estas informações como partes, separadamente, e somente ao final deste processo, o cérebro junta estas e, neste momento, é que uma pessoa tem a tomada de conhecimento daquilo que ativou seu interesse num primeiro momento.

Assim, a ideia de criar condições de aprendizado a partir da cognição corporal, não soa de todo estranha. Alguns questionamentos a partir do que foi dito são os seguintes: Será que é possível algum aprendizado pela via dos sentidos ocorrer? Como a matemática pode se beneficiar deste processo? Que suporte a visão, o tato, o olfato e a audição, entendidos agora como portas para o entendimento do ambiente que cerca o ser humano, podem dar ao aprendizado?

Durante o primeiro semestre de 2017, na disciplina de Combinatória II (MAT01067), dentro do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, os futuros professores tiveram como atividade a elaboração/execução de um plano de aula abordando qualquer conteúdo/assunto aprendido durante e dentro da disciplina. Era esperado do professor em formação inicial, naquele momento, que estivesse preparado para desenvolver aulas com o conhecimento, suficiente, do conteúdo programático e, dessa forma, pudesse ministrar suas aulas. Da súmula da mencionada disciplina, no plano de ensino, extrai-se os seguintes tópicos: “Funções geradoras. Relações de recorrência. Introdução à teoria dos grafos. Caminhos eulerianos e hamiltonianos. Coloração. Planaridade.” (UFRGS, 2017, p.1).

A partir daí, os professores, em grupo ou não, tinham que decidir qual o assunto que iriam desenvolver. Assim, para um dos presentes, o terceiro item da lista acima (introdução à teoria dos grafos) foi o escolhido para a criação da dinâmica da aula que envolveria a utilização de barbantes e de uma revista em quadrinhos. Apresentado o trabalho, foi confeccionado o material e montado o plano de aula para que pudesse ser executado. Oportunamente, entendeu-se que a teoria da Cognição Corporificada tinha relação com a dinâmica e o aporte teórico da Transposição Didática seria útil no entendimento e execução da prática de ensino.

Em suma, o presente artigo objetiva, além relatar sobre as atividades, expor uma fundamentação teórica entendida como necessária à construção e execução da proposta. Além disso, expõem-se por meio da revisão de literatura, trabalhos e pesquisas confluentes à ideia exposta neste artigo. Em seguida, apresentam-se os materiais e métodos utilizados durante o experimento. Na forma de um produto educacional disponibiliza-se o endereço eletrônico onde seja possível acessar as atividades, com o objetivo de servir como inspiração aos interessados em refletir

sobre a prática docente em matemática. As análises sobre o experimento são feitas a partir de recortes das impressões e observações dos demais participantes, à luz das ideias debatidas na fundamentação.

2. ESTUDOS CORRELATOS

O foco desta seção é colocar os dois objetos de estudo, o passatempo e a teoria dos grafos, sob um olhar além de sua aplicação. É verificar o que se tem de pesquisas e discutir a respeito, fazendo a ligação necessária entre a prática e o que é dito no campo da Educação Matemática, assim como no que se tem acerca da Cognição Corporificada. Para isso, são utilizados estudos sobre dinâmicas que envolveram a teoria dos grafos no ensino básico; realiza-se o mesmo movimento no sentido de encontrar trabalhos que envolvam a brincadeira Cama de Gatos e, por fim, inserem-se os dois objetos contextualizados dentro de uma HQ (História em Quadrinhos).

Há algum tempo, já se indicava o uso da teoria dos grafos no ensino médio, pois:

Problemas dessa natureza podem ser utilizados para desenvolver uma série de habilidades importantes: modelar o problema, via estrutura de grafo - no exemplo, um diagrama em que cada ilha é representada por um ponto e cada ponte é um segmento conectando dois pontos; explorar o problema, identificando situações em que há ou não solução; convergir para a descoberta da condição geral de existência de uma tal solução (ainda no exemplo, o caso em que cada ilha tem um número par de pontes). Muitos outros exemplos de problemas combinatórios podem ser tratados de modo semelhante, tais como determinar a rota mais curta em uma rede de transportes ou determinar um eficiente trajeto para a coleta de lixo em uma cidade. (BRASIL, 2006, p.94).

Para Malta (2008, p.11) o estudo dos grafos “(...) apresenta aspectos pertinentes que merecem espaço no currículo da Escola Básica”, seguindo no caminho do exposto pelas diretrizes, criando uma didática baseada na resolução de problemas. Na percepção de Abreu (2016, p.82), por conta de ter aplicações em áreas diversas, tem “(...) poder de cativar a atenção dos alunos e despertar o interesse para a disciplina”. Será que a forma como surgiu tal teoria, por meio de um problema que se assemelhe com um labirinto, não é, justamente, este poder? Embora, no estudo de Abreu, apresente o conteúdo como relevante o fato de ser “novo”, não se pode tirar desta atividade um lado “gameficado” na sua abordagem. Um aluno não se mantém em uma atividade se não for impelido/desafiado a buscar uma solução para o caso. Talvez resida aí o estímulo para o aprendizado.

Outra abordagem é a de ver o estudo dos grafos como uma ponte para outro conteúdo. Este passo se deu com um grupo que desenvolveu um estudo para o ensino de algoritmos (DA SILVA *et al.*, 2011). Assim, dentro de uma série de conteúdos abordados, saber como otimizar uma rota para chegar num determinado local serviu como uma maneira para desenvolver o “pensamento algorítmico” e assim chegar no entendimento de informática. No que tange o trabalho aqui exposto “Cama de Grafos”, por sua vez, deu-se ao aluno uma forma palpável de “mexer” com as arestas, já que representa possíveis trajetos para problemas como os expostos na diretriz curricular nacional, quanto por Malta (2008).

Além disso, dado que houve a utilização de um jogo, desenvolve o raciocínio, já que:

“Os jogos são instrumentos para exercitar e estimular um agir-pensar com lógica e critério, condições para jogar bem e ter um bom desempenho escolar. Particularmente, a participação em jogos de grupo permite conquista cognitiva, emocional, moral e social para o estudante, uma vez que poderão agir como produtores de seu conhecimento, tomando decisões e resolvendo problemas, o que consiste um estímulo para o desenvolvimento da competência matemática e a formação de verdadeiros cidadãos.” (SILVA; KODAMA, 2004, p.3).

A brincadeira Cama de Gato já possui uma possibilidade didática na matemática com a Geometria. Para Ferreira (2014), depois de relatada a tarefa em que os estudantes tinham que reconhecer elementos geométricos nas figuras apresentadas, conclui que o ensino da matemática poderia ser mais significativo com o uso de tais dinâmicas.

Como a ideia do trabalho era a de estimular o aprendizado utilizando os meios necessários (visão, tato, olfato e audição) o conteúdo foi exposto na forma de uma revista em quadrinhos. Este meio de divulgação de ensino é crescente. Há áreas de ensino que já utilizam desta demanda para polinizar conhecimentos, sendo as mais comuns voltadas para a literatura e história.

Na Matemática, por sua vez, sendo um conteúdo difícil de ser assimilado e unido ao interesse dos estudantes por questões que não envolvam a escola, torna-se emergente a utilização dessas ferramentas de ensino. Larry Gonick é um profissional que urge como uma possibilidade, no que se refere a criação de materiais deste tipo onde, não muito tempo atrás, nem se cogitava usar uma HQ como ferramenta didática, mas que atualmente já tem um apelo suficiente para chamar a atenção de uma turma. Para Eisner (1999):

As histórias em quadrinhos comunicam numa “linguagem” que se vale da experiência visual comum ao criador e ao público. Pode-se esperar dos leitores modernos uma compreensão fácil da mistura imagem-palavra e da tradicional decodificação de texto. A história em quadrinhos pode ser chamada “leitura” num sentido mais amplo que o comumente aplicado ao termo. (EISNER, 1999, p.7).

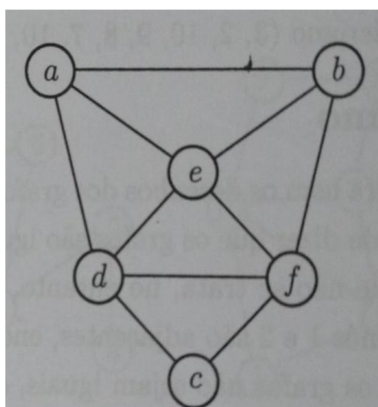
É uma ferramenta, portanto, importante atualmente e incita um processo de adaptação por parte do professor. Uma realidade em que já compartilham países como a França, onde já existem estudos que envolvem a utilização de uma HQ (ANDRADE *et al.*, 2013). Como existem tecnologias, como o uso de celulares em sala de aula, que interrompem uma dinâmica, torna-se necessária uma abordagem multi-ferramental a qual estimula a atenção do aluno, onde o uso de um conteúdo diferente é trabalhado com um jogo e estes são inseridos, contextualmente, numa HQ. Sobre a temática do uso de HQ pode-se citar no Brasil os trabalhos, relacionados com a Educação Matemática, de Pereira (2010), Parmegiani (2012), Andrade *et al.* (2013), Cunha (2009), Moraes (2009) e Silva *et al.* (2018), onde os autores apresentam contribuições pontuais a respeito do uso de HQ em aulas de matemática.

3. COGNIÇÃO CORPORIFICADA E TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA: REFLEXÕES PERTINENTES AO CONTEXTO DA PESQUISA

A origem da ligação entre a brincadeira de infância e a teoria dos grafos surgiu na época em que estavam sendo ministradas as aulas, o professor regente fez um

desenho no quadro, similar a Figura 2 (SANTOS *et al.*, 2007) e um dos alunos fez a relação entre o objeto 1 (passatempo) e o objeto 2 (grafos).

Figura 2 - Exemplo de Grafo.



Fonte: (SANTOS *et al.*, 2007, p.324).

A tomada de conhecimento se deu porque, conforme relatado, ao ver a figura no quadro, uma reminiscência do passado surgiu e dessa, foram vistas crianças fazendo objetos com os barbantes, conforme ilustrado na Figura 3 e, posteriormente, deu-se início a montagem da prática da aula.

Figura 3 - Retirada da HQ.



Fonte: HQ "Cama de Grafos" (arquivo pessoal).

A importância do presente relato se deve à forma como houve a tomada da informação. O futuro professor teve que ver a imagem para, depois desse momento, passar a imaginar a situação com o cordão para, ao final, fazer a relação. Dito isto, é importante salientar que a capacidade humana de interagir com o ambiente que a rodeia não se baseia somente no que o cérebro, pensando isoladamente, processa. Embora a capacidade corporal seja comandada pelo cérebro, não é óbvio pensar que o corpo participe, indiretamente, do processo de análise e, posterior, tomada de decisão.

Logo, com as ideias da Cognição Corporificada Lakoff e Núñez (2000), e também do contexto em que há uma união entre um conteúdo matemático e uma brincadeira

lúdica, foi possível, por meio do experimento de ensino aqui relatado, construir um melhor entendimento sobre a percepção e construção das ideias por parte da turma participante. Em última análise, refletiu-se que os aprendizados por meio das práticas realizadas no experimento de ensino tenham sido potencializados. Mais do que isso, a exemplo do que era feito na antiguidade, a relação entre os objetos 1 e 2, coloca o formalismo em segundo plano, para justamente, estimular o interesse dos alunos pela atividade que está sendo proposta pelo professor. Sobre isso, Alves (2001) disserta:

Spencer (1820-1903) elege o jogo como elemento que propicia o desenvolvimento da vida intelectual em todos os aspectos, pois produz uma excitação mental agradável e, ainda, as crianças que com ele se envolvem denotam interesse e alegria. (ALVES, 2001, p.18-19).

Outro fator que torna o aprendizado rico é que a atividade lúdica torna as informações mais palpáveis, não é somente um segmento que representa a aresta nos grafos, é uma imagem dinâmica. Neste momento é que vem o termo “Paradigma da Cognição Corporificada” (HOWISON, 2011). Em um trabalho que envolveu o estudo de equivalências e proporções por 22 alunos de quarta a sexta série, pesquisadores partiram do pressuposto de que “a partir da premissa de que conceitos da matemática básica poderiam aumentar com imagens dinâmicas, uma subclasse da imagem visual, que são requeridas quando codificadas pela experiência perceptiva e motora.” (HOWISON, 2011, p.1989).

O estudo mostrou que as dificuldades apresentadas por estes estudantes coincidiam com as dificuldades físicas para responder exercícios que envolviam proporções. Assim, foi desenvolvido e implementado com as crianças uma gradual construção de conceitos, usando como recurso um videogame que respondia sensorialmente os movimentos de quem fazia o teste. Outro teste similar, mas usando pessoas que tinham habilidade no manejo de um ábaco (HATANO, 1977), tinha como foco, solicitar diversos cálculos, aos participantes, mas sem o instrumento e foram submetidos a interferências enquanto em atividade. Mesmo assim, os resultados dos testes demonstraram que, independente da interferência proposital, foram positivos. De acordo com o pesquisador estas podem ter confiado em suas imagens mentais do ábaco.

A dinâmica “Cama de Grafo”, portanto, tenta construir conceitos primeiramente com os alunos para que os mesmos possam ter, posteriormente, uma imagem mental, feita através de atividades que envolviam o movimento dos dedos e mãos (cruzando uma aresta com a outra, por exemplo) para criar um novo modelo de figura. Logo, torna-se necessário agora explanar sobre a ideia de Transposição Didática, a qual favorece a reflexão sobre a inserção e execução metodológica de conteúdos ditos de Ensino Superior, no Ensino Básico.

A Transposição Didática, termo apresentado e definido por Chevallard (1991) permeia e é permeado por uma série de influências presentes no contexto educacional. Chevallard (1991) *apud* Pais (2011) define:

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (PAIS, 2011, p.19).

Com isso, torna-se necessário entender que a Transposição Didática seja uma espécie de transposição e enlace de saberes, os quais abrangem uma evolução das ideias, tanto no plano histórico quanto no plano intelectual da humanidade. Para os propósitos do presente artigo, não será feito minuciosamente um estudo sobre *saber e conhecimento*, *saber científico* e *saber escolar* nem da noção de *vigilância didática*⁵. Porém, torna-se necessário para os propósitos do texto discernir e refletir sobre o papel e importância da prática do professor inserido no contexto didático da sala de aula, enlaçado por suas relações com os conhecimentos por ele gerenciados. Para tal:

A contextualização do saber é uma das mais importantes noções pedagógicas que deve ocupar um lugar de maior destaque na análise didática contemporânea. Trata-se de um conceito didático fundamental para a expansão do significado da educação escolar. O valor educacional de uma disciplina expande na medida em que o aluno compreende os vínculos do conteúdo estudado com o contexto compreensível por ele. (PAIS, 2011, p.27).

A partir da citação anterior torna-se notável o destaque que a *reflexão* sobre o que e como está se ensinando algo deva permear o fazer didático do professor. Com isso, além de aproximar a matemática dita acadêmica da matemática escolar, o professor cria as condições necessárias para que os estudantes produzam significado diante do conteúdo o qual se deparam. Nas palavras de Civiero e Sant'Ana (2013):

A Transposição Didática é o trabalho que transforma um objeto do saber em um objeto de ensino. Assim, todo projeto social de ensino e de aprendizagem se constitui dialeticamente com a identificação da designação dos conteúdos dos saberes com os conteúdos a serem ensinados. No processo de sucessivas adaptações, muitas vezes tais conteúdos são verdadeiras criações didáticas, que se fazem necessárias pelas exigências do funcionamento didático, suprimindo uma necessidade do ensino. Recebe esse nome, justamente, por não existir quando da produção do saber científico original. São estabelecidas como artifícios para favorecer a apropriação, pelos alunos, do conhecimento em questão. Para que um conteúdo do saber possa ocupar um lugar entre os objetos de ensino, em geral, é necessário passar por transformações para, então, ser designado como saber a ser ensinado. Uma constante análise desse objeto de ensino é essencial, pois se percebe, muitas vezes, que a distância entre o objeto do saber e o objeto de ensino é imensa. (CIVIERO; SANT'ANA, 2013, p.684).

Com isso, no presente trabalho, o uso da Transposição Didática aliada à Cognição Corporificada oportunizou refletir, enquanto professor e pesquisador em formação inicial, modos de como relacionar e abordar com estudantes da Educação Básica algum dos conteúdos visitados na disciplina de Combinatória II da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. No escopo teórico estudado e apresentado nesta seção nota-se que há predominante responsabilidade por parte do professor, enquanto partícipe e mediador das discussões, na promoção e construção dos conceitos que serão oportunamente trabalhados em aula. A próxima seção visa caracterizar o escopo metodológico, materiais e métodos utilizados durante a experimentação didática.

⁵ Para mais informações sobre, consulte PAIS (2011).

4. MATERIAIS E MÉTODOS NO EXPERIMENTO

Para que a aula pudesse ser realizada, foram usados: doisovelos de lã devidamente cortados nos tamanhos⁶, aproximados, de 1,5m; uma HQ com uma contextualização histórica, as definições sobre a forma de jogar a Cama de Gato com a incorporação de novas regras relacionadas aos grafos; quadro negro/branco; giz/caneta.

A partir do uso de uma revista em quadrinhos, ocorreu uma introdução à Teoria de Grafos, iniciando-se com um problema, solucionado por Leonhard Euler no século XVII, cujo método de solução surgiu com um desenho constituído de um conjunto de pontos e segmentos (vértices e arestas, respectivamente). A contextualização feita, de forma resumida, com a motivação de Euler perpassou o período do matemático e chegou até os dias atuais, apresentando os grafos como solução para problemas de maximização de rotas de envio de correspondências, bem como para algoritmos construídos em redes sociais.

Após esse momento, a turma participante realizou uma dinâmica, em duplas, munidas de barbantes (ou similares), executando o jogo “Cama de Gatos”. Foi solicitado aos estudantes que eles produzissem registros fotográficos ou desenhos das figuras que construíssem, para que em seguida relacionassem com grafos, conforme material disponibilizado. Os materiais e demais informações necessários para a execução da atividade podem ser acessados no site construído na plataforma *PBWorks*, conforme mostrado na Figura 4.

Figura 4 - Página da atividade.



Fonte: Site “Cama de Grafos” (arquivo pessoal).

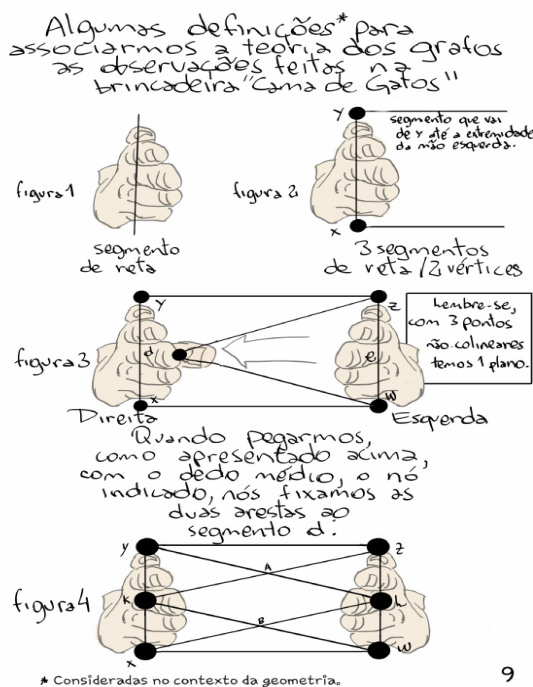
A atividade “Cama de Grafos”, quando confeccionada durante a disciplina de Combinatória II, havia sido planejada como uma história em quadrinhos inspirada em um desenho da Hanna-Barbera chamado Manda-Chuva⁷. O motivo residia no fato que o personagem título, um gato, além de ser a base da brincadeira, tinha vários amigos e, dentro deste contexto, poderiam ser desenhados outros personagens na HQ usando os barbantes.

⁶ Conforme instruções fornecidas em “Como jogar Cama de Gato” (Disponível em: <<https://pt.wikihow.com/jogar-Cama-de-Gato>>. Acesso em: 04/08/2018).

⁷ Desenho animado Manda-Chuva-Hanna-Barbera. Disponível em: <https://www.imdb.com/title/tt0054572/?ref=mv_sr_1>. Acesso em: 05/08/2018.

Uma dificuldade encontrada à época era como fazer com que os alunos percebessem a relação entre os grafos e a brincadeira. A resposta surgiu por meio do estabelecimento de relações com a geometria. Uma representação para ilustrar a solução é a que está abaixo na figura 5:

Figura 5 - Uso da Geometria na atividade.



Fonte: Site "Cama de Grafos" (arquivo pessoal).

Os desenhos da figura 5 foram feitos posteriormente, quando da preparação para as aulas. A dinâmica foi desenvolvida para ser ministrada em 3 turmas de Educação de Jovens e Adultos (EJA) em uma escola pública de Porto Alegre (RS), sendo combinado previamente que o mesmo conteúdo seria ministrado também pelo professor responsável. O material didático foi alterado, colocando o personagem principal, já com o nome de *EulerCat*, interagindo somente com o leitor, em outras palavras "quebrando a 4ª parede"⁸, já que a narrativa sai das páginas para trazer o leitor/aluno na contextualização histórica, da mesma forma, depois do preâmbulo, com a atividade envolvendo os barbantes, tal como se fosse um participante/personagem da história.

O objetivo era fazer com que o aluno participasse de todos os momentos apresentados pelo professor e este, por sua vez, apresentasse um teatro, imaginando um ou mais dos presentes na sala a serem carteiros que tentassem responder a pergunta que Euler conseguiu solucionar. Como a atividade foi produzida antes que o professor pudesse fazer a recontextualização do conhecimento, a significação entre os conteúdos matemático/brincadeira foram fornecidos antes pelo docente para que o estudante pudesse fazer uma relação entre a sua própria vida, com alguma experiência própria, o que de fato ocorreu em sala de aula, com o problema proposto em sala.

Do material confeccionado e utilizado nestas práticas, somente os romances de lã e o plano foram utilizados pelos professores. A HQ, por conta de questões financeiras, não

⁸ BRECHT, Bertolt. **Escritos sobre Teatro**. p.47. Traduzido por Fiana Pais Brandão. Editora Nova Fronteira. 1978.

pode ser entregue no formato impresso, apenas digitalmente. Para ter condições de afirmar se houve alguma assimilação, mesmo que parcial, por parte das turmas, tomou-se por base a iniciativa de realizar uma avaliação com os alunos. Esta avaliação consistia em quatro questões que abordavam o conteúdo da seguinte forma:

I) **Definições:** o aluno tinha que indicar se entendeu o que eram arestas, vértices e como se informava o grau de um grafo a partir de um corte de mapa;

II) **Problema de Euler:** verificar se o aluno entendeu o problema, tentando deixá-lo o mais confortável possível com uma pergunta bem informal, como se não fosse um professor a fazê-la;

III) **Impossibilidade:** saber qual será a atitude do aluno quando tem que responder que não é possível fazer uma travessia com um grafo dado;

IV) **Pesquisa:** a última questão tinha o objetivo de verificar o interesse do aluno pelo assunto durante a atividade.

Como o material impresso só foi disponibilizado digitalmente, a aula foi de caráter expositivo. Independente dessa situação é possível fazer alguns levantamentos tanto por parte das questões, quanto das respostas. Da primeira, conforme a ordem acima se tem que os itens (I) e (II) foram os que mais consumiram tempo, com os professores mostrando, através de desenhos e também de gestos como e quais eram os elementos dos grafos, assim como foi dada liberdade aos alunos de comentarem seus exemplos; o item (III) era para observar a reação e a resposta dos alunos perante uma impossível resposta, ou seja, não era esperado deles certa resposta, mas pelo menos uma incredulidade (precisavam de atenção); com relação ao último item, o (IV), era para verificar opiniões e manifestações sobre a prática pela qual tinham passado.

Para finalizar, a prática de ensino “Cama de Grafos” foi desenvolvida com 29 alunos distribuídos em três turmas de nível médio noturno de Ensino de Jovens e Adultos (EJA) em Porto Alegre (RS). Antes de ter sido iniciada as aulas, o professor que estava conduzindo a pesquisa juntamente com o responsável pelos estudantes acertou que para um dos grupos quem iria gerenciar o conteúdo não seria o pesquisador e sim o outro professor. A próxima seção apresenta e reflete sobre os achados inerentes à prática de ensino feita a partir do material produzido.

5. ANÁLISES E REFLEXÕES PÓS-EXPERIMENTAÇÕES

A atividade envolvendo grafos, apesar de inicial, consistia em um experimento piloto de elaboração e execução de uma transposição didática envolvendo o assunto explanado na disciplina Combinatória II. Faz-se nesta seção uma análise seguida de reflexão sobre o que ocorreu durante a experimentação didática.

A figura 6, a seguir, apresenta o panorama do desempenho dos participantes da atividade. Um primeiro olhar sobre o quantitativo obtido permite inferir que os estudantes, apesar das dificuldades inerentes à compreensão e assimilação do conteúdo proposto na atividade, participaram de modo ativo da aula. Portanto é válido, apesar de ser uma experiência de transposição didática possivelmente ínfima sobre o conteúdo Grafos, a mesma serviu como uma maneira de abordar em sala de

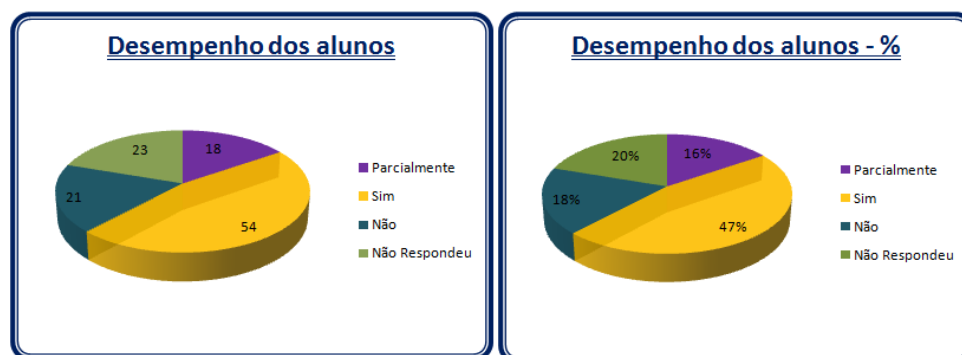
aula, com alguma contextualização, elementos matemáticos e uma aplicação desse campo da matemática.

Figura 6 - Resultado quantitativo da experiência.

RESULTADOS DOS EXERCÍCIOS							
	1	2	3	4	Legenda	Total	%
P	17	0	0	1	Parcialmente	18	16%
S	7	29	11	7	Sim	54	47%
N	5	0	16	0	Não	21	18%
NR	0	0	2	21	Não Respondeu	23	20%
	29	29	29	29		116	100%

P	RESPONDEU PARCIALMENTE	INDICADO QUANDO HÁ SUBITENS.
S ou N	RESPONDEU CORRETAMENTE?	Sim (S) ou Não (N)
NR	NÃO RESPONDEU	

29	Alunos
4	Questões



Fonte: arquivo pessoal.

Quanto ao experimento de ensino realizado, a transposição didática consistiu em uma série de etapas desenvolvidas ao longo do trabalho, tais como: planejamento e criação do material sobre Grafos com relação aos referenciais teóricos estudados sobre produção de HQ; execução prática das atividades, as quais procuraram mobilizar os estudantes participantes quanto ao estudo de um novo assunto na aula de matemática e a observação da cognição corporificada, enquanto elemento com potencial durante a percepção e criação de relações pelos estudantes sobre o assunto em estudo.

A última questão envolvia uma avaliação, por parte dos estudantes, das atividades que haviam sido realizadas. Nossa reflexão sobre o que foi mencionado pelos estudantes permitiu inferir que a atividade, com um tom inovador, na sala de aula da EJA contribuiu para que os estudantes pensassem e refletissem sobre uma matemática aplicada ao cotidiano e que parecia ser um conteúdo distante, apenas aprendido em cursos superiores. O quadro a seguir ilustra que todos os 29 estudantes participantes das atividades de alguma forma classificaram ou contribuíram com comentários sobre a prática de ensino vivenciada. Entendemos que o *feedback* por parte do público participante seja um elemento importante para o aperfeiçoamento tanto na criação quanto na execução das atividades.

Tabela 1 - Comentários e percepções dos participantes.

Aluno	Comentário
1	Foi uma aula muito aproveitável, aprendi matéria nova, sobre geometria e a relação de Euler. O que me muito ajudou foi o método usado pelo professor que facilitou o meu aprendizado. Obrigado e boa sorte.
2	Precisamos estudar mais.
3	Foi uma aula diferente não tinha visto esse conteúdo ainda.
4	Foi uma aula diferente não tinha visto esse assunto ainda.
5	Eu gostei do trabalho que é muito importante para pensar a memória da cabeça. A turma está muito assunto em aula.
6	Foi uma aula legal, diferente das outras.

- 7 Dinâmica diferente. Gostaria de entender melhor. Muitos nós me deu nó.
 - 8 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 9 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 10 Não fez comentário. Apenas classificou como mais ou menos.
 - 11 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 12 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 13 Usou o espaço para apresentar a pesquisa solicitada no exercício 4. Apenas classificou como mais ou menos.
 - 14 Sim achei boa inteligente, alegre, participatória. Aprendemos brincando. Bem esclarecida. Consegui entender o que o professor passou.
 - 15 O que ficou difícil de eu entender foi os nós e as arestas.
 - 16 Adorei as atividades em aula, diferentes, dinâmicas e interessantes. Despertando o fogo matemático sobre "Teoria de Grafos".
 - 17 Classificou como mais ou menos. Na última aula eu não estava então estou com um pouco de dificuldade, mas peguei as explicações com meus colegas e entendi mais ou menos. Enfim, gostei.
 - 18 Gostei muito da aula, achei muito produtiva. Deu para aprender mais. Modo mais fácil de entender.
 - 19 Gostei muito da aula, achei bem produtiva. Deu para aprender mais, foi um modo mais fácil de entender.
 - 20 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 21 Não fez comentário, muito menos classificou.
 - 22 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 23 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 24 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 25 Não fez comentário. Apenas classificou como mais ou menos.
 - 26 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 27 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 28 Não fez comentário. Apenas classificou como boa.
 - 29 Faz usar o raciocínio e nos faz passar em pontes sem cruzar várias vezes.
-

Fonte: arquivo pessoal.

Por fim, à luz da transposição didática, pode-se pensar e executar uma prática de ensino, mesmo que de forma inicial, sobre um assunto considerado de “matemática superior”. Ao oportunizar no ensino básico momentos de discussão que tenham como norte o estudo de noções matemáticas, consideradas “superiores”, a matemática torna-se uma ciência alcançável a todos e aplicável aos mais diversos contextos práticos. A exploração debatida ao longo deste texto envolve o início do estudo dos grafos, porém poderia ser feita com outros conteúdos considerados de matemática superior. A partir da análise do experimento de ensino realizado com grafos e mostrado no presente artigo, almeja-se incitar e provocar mais interessados na temática para que reflitam sobre a possibilidade de fazer tais experimentações didáticas em vossas salas de aula.

6. CONSIDERAÇÕES NEM TÃO FINAIS

O momento da aula ocorreu e houve uma coleta de dados a qual ainda há muito que se refletir a respeito. Entendemos que em uma nova oportunidade seja possível verificar com mais detalhes o que foi discutido neste texto. A título de exemplo, pode-se questionar se o uso de uma didática multi-ferramental (conteúdo + tarefa manual + HQ) é de fato propulsor e influencia nas tomadas de decisão do sujeito durante vossa caminhada na construção de conhecimentos.

Os estudos que envolvem a Cognição Corporificada mostraram-se importantes, desde a elaboração dos materiais até a execução das aulas na escola. Diante do que ocorreu durante a experimentação, o que se quer dizer a respeito disso é o seguinte: é possível que o material seja constantemente aperfeiçoado no sentido de se buscar mais informações sobre a forma como os alunos aprendem e, com o benefício de ter a atenção deles voltada para o professor e para o conteúdo que se pretende ensinar.

Espera-se deste artigo que a discussão continue e novas propostas de ensino surjam com o foco de criar na sala de aula um ambiente propício à discussão e construção de conhecimentos, independente do nível da matemática envolvida.

E por fim, conjecturamos que o exercício de criação e execução de práticas de ensino que tem no cerne a reflexão sobre possíveis Transposições Didáticas inerentes a matemática, oportunizam que, se realizadas desde a formação inicial dos professores de matemática, os mesmos assumam com mais disposição os desafios relativos ao magistério. Tal conjectura torna-se válida num contexto onde cada vez mais há a necessidade de professores que sejam autônomos, pró-ativos e que se arrisquem no exercício de suas funções, independente do nível de ensino em que atuam.

7. REFERÊNCIAS

ABREU, Igor Cardoso de; OLIVEIRA, Larissa Console de; GONÇALVES, Thiago Fragoso. **Grafos eulerianos no ensino médio**: uma imersão à luz da resolução de problemas. 106 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal Fluminense, Campos dos Goytacazes, 2016.

ALVES, Eva Maria Siqueira. **Ludicidade e o Ensino de Matemática**. 4. ed. Campinas: Editora Papirus, 2001.

ANDRADE, Vladimir Lira Veras Xavier De; RÉGNIER, Nadja Maria Acioly; ANDRADE, Paula Virgínia Chaves Cabral. Utilização de um dispositivo pedagógico envolvendo histórias em quadrinhos na formação de professores na França: o lugar da matemática em situações-problema evocadas pelos estudantes. **Revista Espaço Pedagógico**, v.20, n.1, p.136-157. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto - Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, v.2, 2006.

CIVIERO, Paula Andrea Grawieski; SANT'ANA, Marilaine de Fraga. Roteiros de aprendizagem a partir da transposição didática reflexiva. **Bolema**, Rio Claro, v.27, n.46, p.681-696, ago. 2013.

CHEVALLARD, Yves. **La Transposition Didactique**. Paris: La Pensée Sauvage. 1991.

CUNHA, Igor Guilherme da. **Liga matemática**: uma história em quadrinhos interativa. 54 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

DA SILVA, Tatyane S. C.; DA SILVA, Amanda S. C.; DE MELO, Jeane C. B. Ensino de algoritmos a nível médio utilizando música e robótica: uma abordagem lúdica. In: CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO, 31., p.1699-1702, 2011, Natal. **Anais...** Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2011.

EISNER, Will. **Quadrinhos e arte sequencial**. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

FERREIRA, Edna Cristina; RIBEIRO, Genes Duarte. HQs em Matemática: aprendendo Matemática de forma criativa. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., v.1, n.2, p.1-12, 2014, Campina Grande. **Anais...** Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba, 2014.

HATANO, Giyoo; MIYAKE, Yoshio; BINKS, Martin G. Performance of expert abacus operators. **Cognition**, v.5, n.1, p.47-55, 1977.

HOWISON, Mark *et al.* The mathematical imagery trainer: from embodied interaction to conceptual learning. In: THE SIGCHI CONFERENCE ON HUMAN FACTORS IN COMPUTING SYSTEMS, 29., p.1989-1998, 2011, Vancouver. **Anais...** Vancouver: Vancouver Convention Centre, 2011.

LAKOFF, George; NÚÑES, Rafael E. **Where mathematics comes from**. New York: Basic Books, 2000.

MALTA, Gláucia Helena Sarmiento. **Grafos no ensino médio**: uma inserção possível. 154 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

MORAES, Priscila. **HQs e matemática**. 42 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2011.

PARMEGIANI, Roselice. A história da matemática em quadrinhos. In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4.; JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., 2012, Passo Fundo. **Anais...** Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo, 2012.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. O uso de quadrinhos no ensino da matemática: um ensaio com alunos de licenciatura em matemática da UECE. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Salvador: Universidade Católica de Salvador, 2010.

SANTOS, Jose Plínio *et al.* **Introdução à análise combinatória**. 4. Ed. Rio de Janeiro: Editora Moderna, 2007.

SILVA, Rodrigo Sychocki da *et al.* "Em busca do astronauta perdido": um experimento na formação inicial de professores de matemática envolvendo Geometria Analítica & História em Quadrinhos. **Revista Thema**, v.15, n.2, p.485-497, 2018.

SILVA, Aparecida Francisco da; KODAMA, Helia Matiko Yano. Jogos no Ensino da Matemática. In: BIENAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DA MATEMÁTICA, 2., p.1-19, Salvador, 2004. **Anais...** Salvador: Universidade Federal da Bahia, 2004.

UFRGS. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. **Plano de Ensino da disciplina de Combinatória II** (MAT01067). 2017.

Submissão em: **16/09/2018**

Aceito em: **22/02/2019**