

Fatoração Incompleta LU e Cholesky como Pré-Condicionadores

Hélia V. Thibes
UFRGS PPGMAP / URI - thibes@mat.ufrgs.br

Maria Paula G. Fachin
UFRGS PPGMAP - mpfachin@mat.ufrgs.br

Rudnei D. da Cunha
UFRGS PPGMAP - rudnei@mat.ufrgs.br

resumo

Neste trabalho analisamos alguns métodos iterativos e os processos de aceleração na solução de sistemas lineares grandes e esparsos com o uso de pré-condicionadores. Os métodos de fatoração incompleta analisados foram os métodos LU incompleto, ou ILU, e o método de Cholesky incompleto. Estes métodos citados foram utilizados como pré-condicionadores associados aos métodos iterativos: Método do Resíduo Mínimo Generalizado em sua versão reinicializada (RGMRES) e o método do Gradiente Conjugado (GC). O método de Jacobi também foi utilizado nos testes por ser um dos pré-condicionadores mais simples. Sobre os pré-condicionadores das fatorações incompletas na solução de sistemas que envolvem matrizes de coeficientes esparsas, o principal problema observado, refere-se ao fato de que durante o processo de eliminação de elementos em posições não nulas, pode-se encontrar pivôs zeros ou negativos, o que em alguns casos, dependendo do tipo de matriz ou método iterativo utilizado, pode levar a uma interrupção no processo e a não alcançar a convergência esperada. Utilizando os pré-condicionadores e os métodos iterativos citados, e fixando alguns parâmetros de parada, alguns testes foram aplicados utilizando algoritmos implementados no Matlab e matrizes de coeficientes esparsas e simétricas positivas definidas (SPD). Em relação aos dois métodos explorados, o GC, e o RGMRES, verificamos que para sistemas cujas matrizes de coeficientes são SPD, o GC se mostrou mais eficiente, por apresentar menor custo computacional que o RGMRES.

References

- [1] da Cunha, R. D., and Hopkins, T., PIM 2.2 The Parallel Iterative Methods Package for Systems of Linear Equations, User's Guide (Fortran 77 version),
- [2] da Cunha, R.D. and Hopkins, T., The Parallel Iterative Methods (PIM) Package for the solution of systems of linear equations on parallel computers, *Applied Numerical Mathematics*, vol. 19, pp. 33–50 (1995),
- [3] Saad, Y., A dual threshold incomplete ILU factorization, *Numer. Linear Algebra Appl.*, vol. 1(4), pp. 387–482 (1994)
- [4] Saad, Y. and Schultz, M.H., GMRES: a Generalized Minimal Residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems”, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, vol. 7, pp. 856–869 (1986),
- [5] Saad, Y., Iterative Methods for Sparse Linear Systems, *PWS Publishing Company, 20 Park Plaza, Boston*, (1995)