

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE MINAS,
METALÚRGICA E DE MATERIAIS

ESTUDO DA INSTABILIDADE ESTRUTURAL DE TUBOS COMPÓSITOS FINOS
SUBMETIDOS À PRESSÃO HIDROSTÁTICA EXTERNA

EDUARDO GERHARDT

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre

2019

ESTUDO DA INSTABILIDADE ESTRUTURAL DE TUBOS COMPÓSITOS FINOS
SUBMETIDOS À PRESSÃO HIDROSTÁTICA EXTERNA

EDUARDO GERHARDT

Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Sandro Campos Amico

Co-orientador: Prof. Dr. Rogério José Marczak

Porto Alegre

2019

ESTUDO DA INSTABILIDADE ESTRUTURAL DE TUBOS COMPÓSITOS FINOS
SUBMETIDOS À PRESSÃO HIDROSTÁTICA EXTERNA

EDUARDO GERHARDT

Engenheiro Mecânico

Esta dissertação foi analisada e julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, na área de Ciência e Tecnologia dos Materiais, e aprovada em sua forma final pelo Orientador, Co-orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Sandro Campos Amico

Co-orientador: Prof. Dr. Rogério José Marczak

Aprovado em: 30/01/2019

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Daniel de Leon (DEMEC/UFRGS)

Prof. Dr. Inácio Benvegnu Morsch (DECIV/UFRGS)

Prof. Dr. Volnei Tita (USP-SC)

AGRADECIMENTOS

Em especial aos professores Dr. Sandro Campos Amico e Dr. Rogério José Marczak pela disposição e confiança em orientar a presente dissertação e conduzir a realização do mestrado, e também aos membros da banca examinadora.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e seu Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, bem como seu corpo docente.

Ao Grupo de Materiais Compósitos e Nanocompósitos, do Laboratório de Materiais Poliméricos da universidade, GCOMP/LAPOL/UFRGS, pela receptividade, apoio e discussões durante os seminários do grupo. Bem como pela fabricação dos tubos utilizados, principalmente aos colegas Eng. Frederico Eggers e Eng. Cristiano Baierle.

Ao Instituto SENAI de Inovação em Engenharia de Polímeros por ceder a utilização de seus equipamentos de teste, me manter em seu quadro de colaboradores, apoiar as participações em congressos e apoiar a obtenção deste título de mestre, na pessoa da gerente de operações Viviane Meyer Lovison.

Ao Laboratório de Tecnologia Submarina da Universidade Federal do Rio de Janeiro, LTS/COPPE/UFRJ, pela realização dos testes em câmara hiperbárica, e pelo apoio de seus integrantes Dr. Ilson Paranhos Pasqualino, MSc. Eng. João Fabrício Machado de Castilho, e Eng. Luciano Figueiredo Crespo.

TRABALHOS PUBLICADOS

GERHARDT, E., AMICO, S. C. *Análise da estabilidade estrutural de tubos compósitos em aplicações submarinas*. In: Anais do 9º ETMQ - Encontro Técnico de Materiais e Química, 2017, Rio de Janeiro/RJ.

GERHARDT, E., AMICO, S. C., MARCZAK, R. J. *Numerical and computational analysis regarding buckling knockdown factor of composite cylinders*. In: Proceeding of the Meeting on Aeronautical Composite Materials and Structures, 2017, São Carlos/SP.

GERHARDT, E., MARCZAK, R. J., AMICO, S. C. *Composite structural behaviour prediction with the surrogate model and trace-based approach*. In: Proceeding of the 4th Brazilian Conference on Composite Materials, 2018, Rio de Janeiro/RJ.

RESUMO

Tubos de materiais compósitos poliméricos são amplamente utilizados como componentes estruturais em situações onde estão sujeitos a pressões externas ou cargas compressivas. Neste contexto, pode ocorrer o colapso do tubo, governado pela instabilidade ou pelo limite de resistência do material. Portanto, a predição da instabilidade é um fator crítico de projeto. Muitos parâmetros podem afetar as predições de instabilidade estrutural, e estas são normalmente realizadas por análises computacionais, incorporando no modelo geométrico as imperfeições da estrutura real. Entretanto, em um estágio inicial de projeto estes dados não estão disponíveis, exigindo abordagem alternativa para essas predições. Neste trabalho, foram estudados tubos compósitos de parede fina produzidos por enrolamento filamentar (*filament winding*), sujeitos à pressão hidrostática externa com o objetivo de prever instabilidades. Algumas soluções analíticas conhecidas foram avaliadas por comparação com o método dos elementos finitos, sendo que duas delas apresentaram grandes desvios relativos. Foi então desenvolvido um procedimento numérico-experimental de caracterização das propriedades mecânicas dos materiais envolvidos por calibração com dados experimentais representativos. As variáveis do problema de instabilidade foram avaliadas por uma análise de sensibilidade, elencando-as em ordem de influência, onde se destacaram a espessura do tubo e o módulo longitudinal do tubo. As propriedades calibradas foram implementadas em análises por elementos finitos lineares e não-lineares de instabilidade, e os resultados foram comparados com dados experimentais de ensaios em câmara hiperbárica. Também foram avaliadas estimativas de amplitude de imperfeição geométrica dos tubos produzidos, implementando-as nas análises não-lineares de elementos finitos com base nos primeiros modos de instabilidade bifurcacionais de cada tubo. Os resultados obtidos apresentaram boa correlação numérico-experimental.

Palavras-chave: Instabilidade estrutural, flambagem, tubos compósitos, elementos finitos.

ABSTRACT

Polymer composite tubes are widely used as structural components in situations where they are subject to external pressures or compressive loads. In this context, the collapse of the tube may be governed by structural instability or the material strength limit. Therefore, the prediction of structural instability is a critical design factor. Many parameters can affect structural instability predictions, and these are usually performed by computational analysis, incorporating in the geometric model geometrical imperfections of the real structure. However, at an early design stage these data are not available, demanding an alternative approach for these predictions. In this work, thin-walled composite tubes produced by filament winding, subjected to external hydrostatic pressure were analyzed in order to predict instabilities. Some widely known analytical solutions were evaluated by comparison with the finite element method, and two of them presented large relative deviations. A numerical-experimental procedure was then developed to characterize the mechanical properties of the materials involved by calibration with representative experimental data. The variables of the instability problem were evaluated by a sensitivity analysis, listing them in order of influence, where tube thickness and longitudinal modulus were the most influential. The calibrated properties were implemented in linear and nonlinear finite element analyses of instability, and the results were compared with experimental data obtained in tests in a hyperbaric chamber. Geometrical imperfection amplitude estimates of the produced tubes were also evaluated, implementing them in a nonlinear finite element analysis based on the first modes of bifurcational instability of each tube. The obtained results presented good numerical-experimental correlation.

Keywords: Structural instability, buckling, composite tubes, finite elements.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação dos modos de flambagem.	12
Figura 2 – Tipos de instabilidade (adaptado de Bushnell, 2012).	12
Figura 3 – (a) Processamento por <i>filament winding</i> , (a) (b) cruzamento dos filamentos, e (c) efeito do cruzamento sobre a espessura (Peters, 2011).	14
Figura 4 – Exemplo de <i>pattern</i> gerado pelo enrolamento (Peters, 2011).	15
Figura 5 – Modo de falha em função da razão D/t (adaptado de Choqueuse e Davies, 2014).	16
Figura 6 – Sistema básico da transformação de direções (adaptado de Jones, 1998).	17
Figura 7 – Discretização do laminado (Jones, 1998).	19
Figura 8 – Geometria de casca cilíndrica (Vinson, 2008).	21
Figura 9 – Direções positivas dos esforços solicitantes (Vinson, 2006).	21
Figura 10 – Imperfeição geométrica da superfície média (Arbelo <i>et al.</i> , 2014).	27
Figura 11 – (a) Modo torcional, (b) inclinação do eixo longitudinal (Nemeth, 2014).	36
Figura 12 – Típica resposta estática estruturalmente instável (Crisfield, 1991, ABAQUS, 2012).	40
Figura 13 – Fluxograma métodos analíticos.	42
Figura 14 – Estudo de convergência para elementos de casca e malha, (a) elemento S4R, (b) elemento S8R5.	43
Figura 15 – (a) Sistema de orientação do material, (b) empilhamento de lâminas.	44
Figura 16 – Modelo elementos finitos: (a) tubo real, (b) condições de contorno e cargas.	45
Figura 17 – Modelo elementos finitos: malha.	45
Figura 18 – Equipamento de <i>filament winding</i>	46
Figura 19 – Superfície do <i>liner</i> de alumínio.	47
Figura 20 – Tubos conforme produzidos pelo equipamento (a) e após corte dos corpos de prova (b).	48
Figura 21 – Ensaio de compressão radial entre placas paralelas.	49
Figura 22 – Fluxograma da otimização ABAQUS-MATLAB.	51
Figura 23 – Ensaio de compressão de anéis modelado no ABAQUS.	52
Figura 24 – Câmara hiperbárica.	54
Figura 25 – (a) Tubo compósito e (b) tubo híbrido fechados com seus flanges e bujão, (c) desenho do flange sem furo com anel de vedação o-ring.	54
Figura 26 – Partições para o estudo do <i>pattern</i> (a) e sua malha de elementos finitos(b).	56
Figura 27 – Variações da resposta em função das características dimensionais (a) t, (b) R, e (c) L.	59
Figura 28 – Variação da resposta em função da variação das propriedades E_1 (a), E_2 (b), G_{12} (c) e ν_{12} (d).	61
Figura 29 – Resultados de compressão monotônica de anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.	62
Figura 30 – Resultados de compressão monotônica de anéis $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.	63
Figura 31 – Resultados de compressão monotônica de anéis $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.	64

Figura 32 – Resultados de compressão monotônica para a porção do compósito $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.....	65
Figura 33 – Resultados de compressão monotônica para a porção metálica [AL]: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.	65
Figura 34 – Resultados de compressão cíclica para: (a) $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e (b) $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$	67
Figura 35 – Curvas de convergência do algoritmo de otimização para os anéis: (a) $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, (b) $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, (c) $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$, e (d) [AL].	69
Figura 36 – Calibração dos anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, n°1 (a), n°2 (b) e n°3 (c).	69
Figura 37 – Calibração dos anéis $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, n°1 (a), n°2 (b) e n°3 (c).	70
Figura 38– Calibração dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$, n°1 (a), n°2 (b) e n°3 (c).....	70
Figura 39 – Calibração dos anéis [AL], n°1 (a), n°2 (b) e n°3 (c).....	71
Figura 40 – Validação do escalonamento da resistência, pelo critério de Tsai-Wu: (a) $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ base camada externa, (b) $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$ base camada externa, (c-d) $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ topo camada externa e base camada interna, respectivamente.	73
Figura 41– Calibração dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$, n°1 (a), e n°2 (b).....	74
Figura 42– Verificação dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$, topo camada externa do compósito (a), e base camada interna do compósito (b).	75
Figura 43 – Ensaio hidrostático dos tubos $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$	76
Figura 44 – Tubos $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ após o ensaio: (a) Tubo número 1 e (b) tubo número 2.	77
Figura 45 – Ensaio hidrostático dos tubos $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$	77
Figura 46– Tubos $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$ após o ensaio: (a) Tubo número 1 e (b) tubo número 2.	78
Figura 47 – Tubo $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ número 1: (a) Compósito intacto, e (b) falha do <i>liner</i> metálico por infiltração pela interface metal-compósito.	78
Figura 48 – Ensaio hidrostático dos tubos híbridos $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$	79
Figura 49 – Tubos $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ número 2 com vedação eficiente da interface metal-compósito, aspecto externo (a) e aspecto interno (b) após o ensaio.	79
Figura 50 – Estabilidade linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, pressão crítica 4,68 MPa e modo de flambagem (1,3).	82
Figura 51 – Estabilidade não-linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Cargas críticas em função da imperfeição, (b) tensões na carga crítica de 4,08 MPa com 30% de imperfeição.	83
Figura 52 – Estabilidade não-linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ com 30% de imperfeição e critério de Tsai-Wu: (a) e (b) antes do início de falha, (c) e (d) no ponto limite de estabilidade.	84
Figura 53 – Estabilidade linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, pressão crítica 4,44 MPa com modo (1,3).	85
Figura 54 – Estabilidade não-linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Cargas críticas em função da imperfeição, (b) tensões na carga crítica de 3,56 MPa com 50% de imperfeição.	85
Figura 55 – Estabilidade não-linear por EF com 50% de imperfeição: Critério de Tsai-Wu, (a) e (b) em 3,51 MPa, antes do início de falha, (c) e (d) no ponto limite de estabilidade, 3,56 MPa.	86
Figura 56 – Estabilidade linear por EF para $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, pressão crítica 3,81 MPa com modo (1,3).	87
Figura 57 – Estabilidade não-linear por EF para $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$: (a) Cargas críticas em função da imperfeição, (b) tensões na carga crítica de 3,19 MPa com 45% de imperfeição.	87

Figura 58 – Estabilidade não-linear por EF com 45% de imperfeição: Critério de Tsai-Wu, (a) e (b) antes do início de falha, (c) e (d) no ponto limite de estabilidade.....	88
Figura 59 – Estabilidade linear por EF para $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, monobloco, pressão crítica 14,22 MPa e modo de flambagem (1,3).	89
Figura 60 – Estabilidade linear por EF para $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) <i>liner</i> , pressão crítica 2,01 MPa, modo de flambagem (1,4), (b) compósito, pressão crítica 3,23 MPa, modo de flambagem (1,3).	90
Figura 61 – Estabilidade não-linear por EF para $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Cargas críticas em função da imperfeição, (b) tensões na carga crítica de 4,58 MPa com 13% de imperfeição.....	91
Figura 62 – Estabilidade não-linear por EF com 13% de imperfeição: Critério de Tsai-Wu, (a) e (b) no ponto limite de estabilidade antes do início de falha, em 4,58 MPa, (c) e (d) pós-instabilidade, pressão 4,42 MPa.	92
Figura 63– Partições do cilindro para as regiões do <i>pattern</i> : (a) $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, (b) $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, (c) híbrido $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, sendo (d) (e) e (f) suas respectivas malhas.....	93
Figura 64– Resultados para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ n°1: (a) Instabilidade linear, (b) curvas limite de estabilidade em função das imperfeições, (c) critério de falha no limite de estabilidade, de 4,10 MPa, (d) indícios de falha pós-instabilidade.	94
Figura 65– Resultados para tubo $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ n°2: (a) Instabilidade linear, (b) curvas limite de estabilidade em função das imperfeições, (c) critério de falha no limite de estabilidade, de 3,55 MPa, (d) indícios de falha pós-instabilidade.	95
Figura 66– Resultados para tubo $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$: (a) Instabilidade linear, (b) curvas limite de estabilidade em função das imperfeições, (c) critério de falha no limite de estabilidade, de 3,17 MPa, (d) indícios de falha pós-instabilidade.	96
Figura 67– Resultados para tubo $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Instabilidade linear, monobloco, (b) curvas limite de estabilidade em função das imperfeições, (c) critério de falha no limite de estabilidade, de 4,56 MPa, sem indícios de falha.....	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Variáveis de entrada do problema de instabilidade avaliadas (valores nominais obtidos de Almeida Jr <i>et al.</i> (2016)).	46
Tabela 2 – Propriedades caracterizadas por Almeida Jr <i>et al.</i> (2016).	50
Tabela 3 – Propriedades elásticas das amostras planas e parâmetros da lâmina-mestre*.	53
Tabela 4 – Cargas e modos de instabilidade (m,n): Tubos com 200 mm de comprimento.	57
Tabela 5 – Cargas e modos de instabilidade (m,n): Tubos com 700 mm de comprimento.	57
Tabela 6 – Desvio relativo: Tubos com 200 mm de comprimento.	58
Tabela 7 – Desvio relativo: Tubos com 700 mm de comprimento.	58
Tabela 8 – Dimensões avaliadas dos anéis.	62
Tabela 9 – Análise de dispersão e de inclusão dos resultados pelo critério de Chauvenet.	66
Tabela 10 – Densidade do compósito e percentuais volumétricos dos constituintes.	68
Tabela 11 – Propriedades elásticas calibradas.	69
Tabela 12 – Propriedades elásticas calibradas.	70
Tabela 13 – Propriedades elásticas calibradas.	71
Tabela 14 – Propriedades calibradas.	72
Tabela 15 – Resistências mecânicas escalonadas.	72
Tabela 16 – Dimensões avaliadas para tubos.	75
Tabela 17 – Estimativas analíticas por SANDERS para cargas de flambagem.	80
Tabela 18 – Dimensões definidas para os modelos de elementos finitos.	81
Tabela 19 – Comparação numérico-experimental análises lineares por EF.	98
Tabela 20 – Comparação numérico-experimental análises não-lineares por EF.	98
Tabela 21 – Cargas e modos de instabilidade (m,n): Tubos com 200 mm de comprimento.	108
Tabela 22 – Cargas de flambagem e desvio relativo: Tubos com 200 mm de comprimento.	109
Tabela 23 – Cargas e modos de instabilidade: Tubos com 700 mm de comprimento.	110
Tabela 24 – Cargas de flambagem e desvio relativo: Tubos com 700 mm de comprimento.	111
Tabela 25 – Formulário de cálculo.	112
Tabela 26 – Análise dimensional da espessura dos anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$.	112
Tabela 27 – Análise dimensional da espessura dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e [AL].	113
Tabela 28 – Análise dimensional do diâmetro interno dos anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$.	113
Tabela 29 – Análise dimensional do diâmetro interno dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e [AL].	114
Tabela 30 – Análise dimensional da largura dos anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$.	114
Tabela 31 – Análise dimensional da largura dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e [AL].	114

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{ij}	Parâmetros de rigidez de membrana do laminado, com $i,j=1,2,6$
B_{ij}	Parâmetros de acoplamento da matriz de rigidez do laminado, com $i,j=1,2,6$
D	Diâmetro da superfície média do cilindro
D_i	Diâmetro interno do tubo
D_{ij}	Parâmetros de rigidez flexional do laminado, com $i,j=1,2,6$
D_o	Diâmetro externo do cilindro
E	Módulo elástico linear isotrópico
E_1	Módulo elástico longitudinal da lâmina e paralelo à fibra
E_2	Módulo elástico transversal da lâmina em relação à fibra e no plano da lâmina
$E_2^* E_2^*$	Parâmetros da lâmina-mestre relativos à E_1 e E_2
E_{at}	Módulo extensional axial do cilindro conforme norma ASME
E_{hf}	Módulo flexional tangencial do cilindro conforme norma ASME
$f(E_1)$	Função erro a ser minimizada pela variação de E_1
F	Fator de segurança definido pela norma ASME
F_1, F_2, F_{11}	Coefficientes do critério de Tsai-Wu
F_{22}, F_{66}, F_{12}	Coefficientes do critério de Tsai-Wu
$F_{i,experimental}$	Força obtida no ensaio no momento i
$F_{i,simulada}$	Força simulada no momento i
G_{12}	Módulo elástico de cisalhamento no plano da lâmina
G_{12}^*	Parâmetro da lâmina-mestre relativo à G_{12}
k	Índice da numeração de cada lâmina
k_1, k_2	Variáveis dependentes do carregamento na solução JONES
KD	Fator de colapso, definido pela norma ASME
L	Comprimento do cilindro
m	Número de meias-ondas do modo de instabilidade na direção axial do cilindro
M_x, M_y, M_{xy}	Momentos resultantes em x e y
n	Número de meias-ondas do modo de instabilidade na direção transversal
n_e	Coefficiente de encruamento do modelo elasto-plástico isotrópico
np	Número de pontos considerados para o ajuste de curva
N	Número de camadas do laminado
N_x, N_y, N_{xy}	Esforços normais resultantes em x e y
\bar{N}_x	Carga normal axial total agindo contra uma das faces do tubo, no eixo axial, durante carregamento hidrostático

\bar{N}_y	Carga transversal total agindo contra uma das laterais do tubo, no eixo transversal, durante carregamento hidrostático
p	Pressão hidrostática externa
\tilde{p}	Pressão de flambagem calculada
P_a	Pressão admissível de flambagem, conforme norma ASME
q_ζ	Cargas seguidoras que se mantêm normais a superfície em que atuam
Q_{ij}	Coefficientes da matriz de rigidez da lâmina, e no sistema local de coordenadas, com $i,j=1,2,6$
\bar{Q}_{ij}	Coefficientes da matriz de rigidez da lâmina transformada do sistema local 1 e 2 para o sistema global x e y, com $i,j=1,2,6$.
R	Raio da superfície média do cilindro
S_{12}	Limite de resistência ao cisalhamento da lâmina
t	Espessura do cilindro ou laminado
$Tr(Q)$	Traço da matriz de rigidez da lâmina pelo método da lâmina mestre
u, v, w	Deslocamento axial, tangencial, radial da superfície média do cilindro
\bar{u}, \bar{v} e \bar{w}	Amplitudes dos deslocamentos axial, tangencial, e radial (u, v e w)
V_f	Percentual volumétrico de fibras do compósito
V_m	Percentual volumétrico de matriz do compósito
V_v	Percentual volumétrico de vazios do compósito
X_1, X_2	Limites de resistências longitudinais do critério de Tsai-Hill
X_t, X_c	Limites de resistência longitudinal da lâmina em tração, compressão
Y	Limite de resistência transversal do critério de Tsai-Hill
Y_t, Y_c	Limites de resistência transversal da lâmina em tração e compressão
z	Distância da superfície média do laminado até o ponto de análise
z_k	Distância da superfície média do laminado a superfície da k -ésima camada

Caracteres gregos

γ	Fator de redução definido pela norma ASME
$\gamma_{12,u}$	Deformação limite de cisalhamento da lâmina
ε	Deformações extensionais
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ e γ_{12}	Deformações longitudinal, transversal e cisalhante no plano da lâmina, em seu sistema local 1-2 de coordenadas.
$\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{1,c}$	Deformações limites longitudinais da lâmina em tração e compressão respectivamente,
$\varepsilon_{2,t}, \varepsilon_{2,c}$	Deformações limites transversais da lâmina em tração e compressão,
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$ e γ_{xy}	Deformações longitudinal, transversal e cisalhante, nas direções globais x e y do laminado

$\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \text{ e } \gamma_x^0$	Deformações extensionais na superfície média do cilindro.
θ	Ângulo de orientação no sentido da fibra em relação ao sistema global
κ	Curvaturas da superfície média do cilindro
$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$	Curvaturas da superfície média do cilindro em relação a x e y
ν_{12}, ν_{21}	Coefficientes de Poisson da lâmina, maior e menor respectivamente
ν_f, ν_m	Coefficientes de Poisson da fibra e da matriz do compósito
ν_x, ν_y	Coefficientes de Poisson do cilindro no sentido axial e tangencial
ρ_c	Densidade do compósito
$\sigma_1, \sigma_2 \text{ e } \tau_{12}$	Tensões longitudinal, transversal e cisalhante no plano da lâmina, em seu sistema local 1-2 de coordenadas.
σ_{esc}	Tensão de escoamento do material isotrópico
$\sigma_x, \sigma_y \text{ e } \tau_{xy}$	Tensões longitudinal, transversal e cisalhante, nas direções globais x e y do laminado
σ_{rup}	Tensão de ruptura do material isotrópico
τ	Inclinação no eixo longitudinal do modo de instabilidade

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
1.1. Objetivos	10
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	11
2.1. Instabilidade Estrutural	11
2.2. Influência de Imperfeições	13
2.3. Instabilidade em Cilindros Compósitos	16
2.4. Teoria Clássica dos Laminados.....	17
2.5. Teoria de Cascas Cilíndricas	20
2.6. Critérios de falha em laminados.....	23
2.7. Predição da Instabilidade	26
2.8. Métodos de solução da análise clássica da estabilidade linearizada	28
2.9. Soluções Analíticas	32
2.10. Soluções Computacionais – Análises por Elementos Finitos.....	39
3. MÉTODOS	42
3.1. Instabilidade por Métodos Analíticos e Elementos Finitos.....	42
3.2. Análise de Sensibilidade das Variáveis do Problema de Instabilidade.....	45
3.3. Fabricação dos Tubos para Testes.....	46
3.4. Ensaio de Compressão Radial entre Placas Paralelas	48
3.5. Caracterização do Material e Calibração das Propriedades Elásticas	50
3.6. Ensaio Hidrostático em Câmara Hiperbárica	53
3.7. Simulação EF Linear e Não-Linear.....	55
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	57
4.1. Flambagem por Métodos Analíticos e EF.....	57
4.2. Análise de Sensibilidade das Variáveis do Problema	59
4.3. Ensaio de Compressão Radial entre Placas Paralelas	61
4.4. Caracterização do Material e Calibração das Propriedades Elásticas	68
4.5. Ensaio Hidrostático em Câmara Hiperbárica	75
4.6. Simulação EF Linear e Não-Linear.....	81
5. CONCLUSÕES.....	100
6. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	102
REFERÊNCIAS	103
APÊNDICE A – Tabelas de resultados.....	108
APÊNDICE B - Análise dimensional dos corpos de prova.	112

1. INTRODUÇÃO

O uso eficiente dos materiais na fabricação de componentes estruturais de engenharia exige que estes possuam uma alta relação entre resistência e peso específico, e isto torna os materiais compósitos poliméricos uma opção atrativa. No entanto, uma otimização estrutural visando minimizar o peso destes componentes leva à redução de espessura do material, podendo comprometer a estabilidade estrutural do componente e gerar sua flambagem.

A flambagem é um fenômeno de perda de estabilidade estrutural que ocorre de forma repentina, causada por cargas compressivas ou cisalhantes tangentes à espessura do material, principalmente quando essa espessura é relativamente fina, provocando o colapso prematuro do componente. Esta é caracterizada pela menor carga que gera instabilidade na estrutura e muitos parâmetros podem afetar as previsões dessa instabilidade, entre eles: propriedades mecânicas do material, imperfeições na geometria do componente, alinhamento de cargas, hipóteses atribuídas ao modelo, condições de contorno, tensões residuais de fabricação e sensibilidade a defeitos internos.

Tubos de materiais compósitos poliméricos são usados como componentes estruturais pela indústria automotiva, aeronáutica, marítima e de óleo e gás. Suas aplicações incluem eixos, estruturas, vasos de pressão, tubulações e cápsulas, que em diversos casos estão sujeitos a pressões externas ou cargas compressivas. Neste contexto, o colapso de um tubo compósito polimérico pode ser governado pela instabilidade ou pelo limite de resistência do material. A alternância entre estes modos de falha depende principalmente da razão entre diâmetro e espessura do tubo (Choqueuse e Davies, 2014), podendo haver ainda outras razões.

A previsão da instabilidade é um fator crítico de projeto em componentes esbeltos e envolve o uso de métodos analíticos, experimentais e computacionais. Nas últimas décadas, a previsão de instabilidade é normalmente realizada por análise computacional, por exemplo com o método dos elementos finitos não-linear, alcançando elevada correlação com ensaios experimentais precisos e incorporando no modelo geométrico as medições de imperfeição da estrutura real sendo analisada. Entretanto, em um estágio inicial de projeto, os dados de imperfeição geométrica não estão disponíveis e os dados experimentais são escassos, exigindo uma abordagem alternativa para a previsão da instabilidade.

A discrepância entre resultados experimentais e aqueles obtidos pela análise clássica da estabilidade linear devido à influência de pequenas imperfeições geométricas é amplamente reconhecida desde o trabalho pioneiro de Koiter em 1945 (Wang *et al.*, 2018, Khot *et al.*, 1970). Desde então, esta sensibilidade estrutural devido a imperfeições é investigada por diferentes

abordagens, que avaliam a influência da imperfeição geométrica baseados em desvios da superfície média do material. Alguns pesquisadores, como Arcboz *et al.* (2002), realizaram medições de imperfeição reais da estrutura fabricada, no entanto esta abordagem exige um grande número de testes além da fabricação da estrutura propriamente dita, sendo portanto inviável em estágio preliminar de projeto. Hühne *et al.* (2008) sugerem o uso de uma deformação virtual localizada como forma de determinar o limite inferior da instabilidade estrutural. Embora apresente resultados promissores, esta abordagem é dependente de uma ampla validação numérico-experimental para gerar dados confiáveis. E para materiais compósitos, a própria sequência de laminação pode afetar a sensibilidade a imperfeições (Degenhardt *et al.*, 2014).

As imperfeições geométricas são inerentes a qualquer componente produzido e são consideradas a principal responsável pela discrepância entre resultados numéricos e experimentais, tanto para materiais isotrópicos como ortotrópicos, podendo gerar uma diferença de mais de 50% entre eles (Messenger, 2001). Porém, as imperfeições que afetam a predição da instabilidade em estruturas em compósitos podem ter diferentes origens além daquelas puramente geométricas, incluindo variações de propriedades elásticas, imperfeições da carga aplicada e das condições de apoio da estrutura, além de variações da espessura do material e da orientação das fibras (Wang *et al.*, 2018).

No processo de *filament winding*, por exemplo, imperfeições na espessura surgem a partir do cruzamento ou superposição de filamentos, gerando um padrão global de imperfeição que é, em geral, desconsiderado (Messenger, 2001). Este processo consiste em enrolar feixes de fibras, impregnadas com resina, na forma de camadas cruzadas (*angle-ply*) que se formam pela combinação dos movimentos de translação horizontal do cabeçote que fornece o feixe, com o de rotação do mandril que serve de base ao enrolamento. Após o recobrimento total da superfície enrolada inicia-se a deposição da camada seguinte, conforme a espessura e empilhamento desejado (Peters, 2011).

O *filament winding* (enrolamento filamental), é um processo muito utilizado para a produção de peças cilíndricas e de superfícies de revolução, devido à sua alta precisão em relação à orientação das fibras depositadas. Além da geração de regiões de cruzamentos e superposições dos feixes, anteriormente comentadas, outra característica peculiar deste processo é a geração de um padrão de enrolamento (*pattern*) caracterizado por regiões de alternância do sentido de enrolamento com formato de rombóides (Peters, 2011).

Uma dificuldade adicional é que a maioria dos procedimentos normatizados para a caracterização de materiais compósitos requer o uso de amostras planas. Entretanto, superfícies planas fabricadas por *filament winding* não representam o estado real daquele material produzido na forma de uma superfície de revolução devido a diferenças no grau de compactação dos feixes (Peters, 2011). De fato, Perillo *et al.* (2014) compararam amostras planas e tubulares e constataram grandes diferenças nas suas propriedades elásticas e de resistência mecânica. Assim, Hwang *et al.* (2012) recomendam testes experimentais representativos em amostras tubulares ao invés de testes normatizados para amostras planas. É então necessário o estudo do comportamento de instabilidade de tubos compósitos poliméricos reais e de seus meios de predição, especialmente tubos de parede fina suscetíveis ao colapso por instabilidade.

1.1. Objetivos

O objetivo geral desta dissertação é propor uma metodologia numérico-experimental de análise de instabilidade estrutural para a predição da carga de flambagem em tubos compósitos poliméricos de parede fina, produzidos por *filament winding*, sujeitos à pressão hidrostática externa.

Os objetivos específicos são:

- Avaliar soluções analíticas para a predição da flambagem por comparação com o método dos elementos finitos;
- Desenvolver um procedimento para a calibração das propriedades elásticas do tubo compósito conforme fabricado, utilizando uma abordagem numérico-experimental;
- Aplicar as propriedades calibradas em análises por elementos finitos para a predição da instabilidade, incluindo a implementação de imperfeições geométricas e de características de processo;
- Analisar a correlação entre os resultados numéricos e experimentais.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Instabilidade Estrutural

Por definição, instabilidade estrutural ocorre quando uma pequena perturbação em uma estrutura resulta em uma abrupta mudança na configuração deformada do componente, e este busca um novo estado de equilíbrio sem retornar ao seu estado de equilíbrio original após o evento (Jones, 2006).

Sendo assim, pode-se entender a flambagem como um fenômeno de instabilidade estrutural, caracterizado pelo momento em que uma carga incremental à qual uma estrutura esteja sujeita irá atingir um valor crítico mínimo. Mesmo que a carga seja mantida em seu valor crítico, não haverá garantia de reestabelecimento da estabilidade, pois a estrutura em seu novo estado de equilíbrio responderá de forma diferente à solicitação. Nos casos em que não há estabilização após a instabilidade haverá uma progressão da deformação até o colapso.

Existem dois tipos de instabilidade, a bifurcacional e a de ponto limite:

- Instabilidade bifurcacional: É aquela em que seu ponto crítico (ponto de bifurcação) é predito através de uma análise de autovalores. Neste ponto, que é na verdade a carga crítica de flambagem, a curva tensão-deformação adota um novo comportamento que é bem diferente daquele anterior a este ponto, e a deformação continua progredindo até a falha. Portanto há uma mudança repentina no padrão de equilíbrio estrutural que pode ser caracterizada por dois caminhos de equilíbrio distintos, sendo por isso denominada instabilidade bifurcacional (Bushnell, 2012). Também é conhecida por instabilidade linear (*linear buckling*) ou instabilidade por autovalor (*eigenvalue buckling*).

A análise de autovalores fornece os pares autovalor e autovetor, e cada par correspondente a um modo de flambagem. Cada autovalor representa a carga crítica do modo de instabilidade, e o seu autovetor representa o seu modo de instabilidade, pois define o campo de deslocamentos (ondulações) da geometria da estrutura. A carga crítica de flambagem de uma estrutura será o menor autovalor encontrado. Usualmente, o modo de instabilidade é representado por um campo de deslocamentos senoidais, sendo caracterizado simbolicamente pelos números de meias-ondas nas direções axial (m) e transversal (n) da estrutura (Bushnell, 2012, Nemeth, 2014). A Figura 1 mostra duas representações de modos de instabilidade para cilindros elaboradas pelo autor.

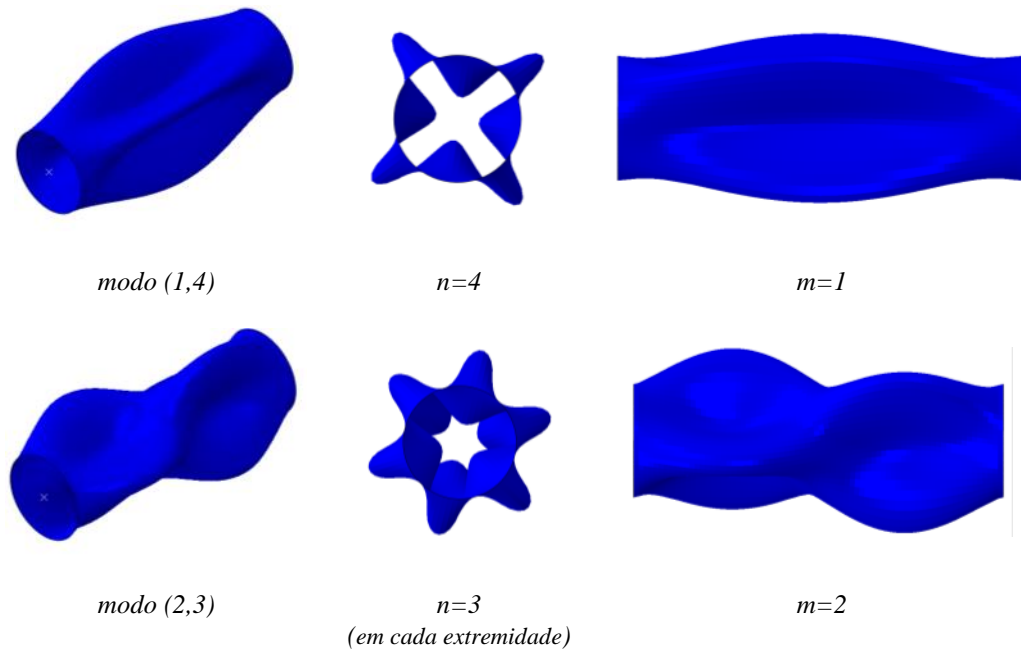


Figura 1 – Representação dos modos de flambagem.

▪ **Instabilidade de ponto limite:** A instabilidade de ponto limite é um processo não-linear de deformação ao longo do qual a inclinação da curva tensão-deformação diminui com o aumento da tensão até atingir o ponto limite, onde a inclinação será zero, sendo este o ponto limite de instabilidade. Após o ponto limite (na região de pós-instabilidade) sendo mantida a carga sobre a estrutura, ocorrerá a falha de modo drástico. Neste tipo de instabilidade muitas vezes ocorre o efeito de salto instantâneo (*snap-through*), que é quando o caminho de equilíbrio passa de um ponto de equilíbrio para outro por meio de uma grande deformação da estrutura (ponto limite para ponto 2, na Figura 2) (Bushnell, 2012).

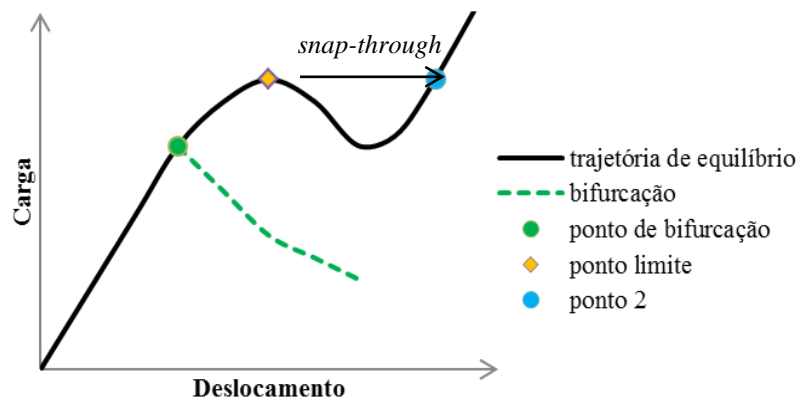


Figura 2 – Tipos de instabilidade (adaptado de Bushnell, 2012).

Este tipo de instabilidade é avaliada por uma análise não-linear (*non-linear buckling*), que envolve o uso de uma análise estática estrutural de grandes deslocamentos, aplicando uma carga gradual até encontrar o ponto de instabilidade. A análise não-linear permite a inclusão de características como imperfeições iniciais na geometria, comportamento não-linear do material, contato ou separações entre componentes, tornando esta análise mais realista que a linear. Apesar da análise linear permitir a modelagem de imperfeições geométricas, não permite as demais características citadas.

2.2. Influência de Imperfeições

Comparações entre resultados teóricos e experimentais de análises de instabilidade revelam discrepâncias. As principais causas para essas discrepâncias são (Tennyson, 1975):

- Efeito das condições de contorno sobre o cilindro durante o regime pré-instabilidade.
- Hipótese de comportamento linear elástico do material.
- Diferença entre módulos elásticos sob compressão e tração.
- Imperfeições geométricas.

Anterior ao ponto de instabilidade, o componente já sofre deformações devido à ação da carga sobre ele. O efeito do regime pré-instabilidade tem forte correlação com as condições de contorno aplicadas aos pontos de apoio do cilindro (Tennyson, 1975), portanto as condições de contorno devem ser devidamente modeladas no problema de forma a representar o comportamento físico.

Em análises de instabilidade é comum assumir que o material compósito possua um comportamento linear elástico, principalmente nas análises bifurcacionais, portanto deve-se observar a validade dessa hipótese sobre os resultados. Também é usual assumir que o material possua o mesmo módulo elástico quando submetido à tração (E_t) ou à compressão (E_c) uniaxial. Porém, estas propriedades podem diferir em materiais compósitos poliméricos, afetando o cálculo da carga crítica de flambagem. Para compósitos carbono/epóxi, por exemplo, a razão entre esses (E_c/E_t) módulos é da ordem de 0,89 (Kalnis *et al.*, 2015, Meng *et al.*, 2015).

Se a trajetória de equilíbrio pré-instabilidade de uma estrutura possui característica linear até o evento da instabilidade, uma análise de estabilidade linearizada pode ser utilizada. No entanto, é necessário que os deslocamentos pré-instabilidade sejam proporcionais à carga

aplicada, e que as deformações pré-instabilidade e a influência de imperfeições possam ser desprezadas (Bushnell, 2012).

Imperfeições do cilindro em análise, como variações na forma ou na espessura, são consideradas a principal causa de discrepância entre resultados teóricos e experimentais, tanto para cilindros de materiais isotrópicos como para compósitos (Messenger, 2001). Estes dois tipos de imperfeições são inerentes a qualquer cilindro real em virtude das condições de fabricação. Em um cilindro compósito produzido por *filament winding*, por exemplo, há uma imperfeição geométrica global devido à variação de espessura causada pelo padrão de cruzamento e superposição dos feixes durante o processo de enrolamento (Figura 3) (Peters, 2011, Messenger, 2001).

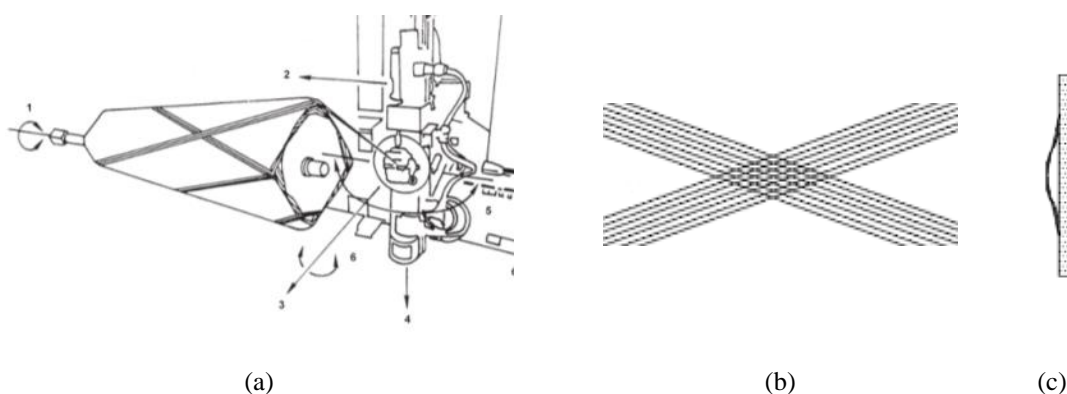


Figura 3 – (a) Processamento por *filament winding*, (a) (b) cruzamento dos filamentos, e (c) efeito do cruzamento sobre a espessura (Peters, 2011).

Outra característica do processo de *filament winding* é o padrão geométrico (*pattern*) gerado pelo cruzamento do filamento, que conforme completa a superfície do cilindro produz um mosaico de rombóides formados pelas orientações cruzadas alternadas. A Figura 4 (Peters, 2011) ilustra um desses padrões. Este padrão pode ser considerado uma imperfeição, pois afeta a distribuição de tensões e deformações. Alguns pesquisadores, como Moreno *et al.* (2008), Rousseau *et al.* (1999) e Morozov (2006), mostraram que a influência do *pattern* sobre o comportamento estrutural de tubos produzidos por *filament winding* depende da situação analisada, tendo ou não influência significativa. De modo geral, a influência é mais significativa nos casos em que o esforço ou deformação solicitante da estrutura é coerente com o padrão, devido ao fato das tensões ou deformações estarem alinhadas paralelamente com a fibra de reforço da camada de compósito em uma região do padrão e ortogonalmente alinhada com a região alternada. Em Morozov (2006) a influência é evidenciada pelo efeito de distribuição das

tensões com a presença do padrão, e devido ao número de regiões alternadas formadas em cada camada. Em Moreno *et al.* (2008) a falta de influência do padrão sobre a carga de flambagem se deve ao fato do mesmo não ser coerente com o modo de flambagem, pois os tubos flambam deformando-se nas orientações axiais e circunferenciais de modo ortogonal, sem que o modo de deformação sofra favorecimento ou desfavorecimento em razão da alternância de orientação causada pelo padrão de enrolamento. Também podem ser considerados casos de imperfeições aqueles referentes à aplicação da carga sobre o componente e referentes ao ponto de apoio de aplicação dessa carga (Tennyson, 1975, Singer *et al.*, 2002).



Figura 4 – Exemplo de *pattern* gerado pelo enrolamento (Peters, 2011).

A influência de imperfeições é reconhecida de longa data, podendo evidenciar os trabalhos de Khun (1939 e 1940), documentos NACA TN-2661 e NACA TN-2662 (Khun *et al.* 1952), e Koiter (1945). Desde o popular trabalho de Koiter em 1945, que destacou a influência de pequenas imperfeições sobre a instabilidade estrutural, os resultados das análises por bifurcação linear são amplamente adotados como o limite superior para uma predição de instabilidade (Wang *et al.*, 2018). Assim, para análises de instabilidade foi desenvolvido o conceito de fator de colapso (*knockdown-factor*) que é o parâmetro empírico que relaciona a carga crítica de instabilidade experimental com a teórica (limite superior), definido pela razão entre elas. O fator de colapso foi amplamente difundido após a publicação do procedimento NASA SP-8007 para cálculos de flambagem de cascas cilíndricas (Weingarten *et al.*, 1968). Neste procedimento é apresentada uma equação para o cálculo do fator de colapso baseada em uma ampla base de dados experimentais para cilindros metálicos (isotrópicos), porém sem confirmação de sua validade para cilindros compósitos (anisotrópicos). Atualmente, o procedimento NASA SP-8007 é reconhecido por recomendar fatores de colapso muito conservativos (Hühne *et al.*, 2008, Degenhardt *et al.*, 2014).

A necessidade de uma metodologia para quantificar essa divergência teórico-experimental resultou em diferentes métodos para determinar o limite inferior da carga crítica de instabilidade. Entre estes se pode citar rigidez reduzida, energia reduzida, deformação local de

perturbação, carga local de perturbação, e aqueles que implementam imperfeições com base nos modos de instabilidade linear ou em medições de imperfeições reais (Wang *et al.*, 2018).

Quando o formato das imperfeições não é conhecido, utilizar os modos de instabilidade linear como referência é uma forma relativamente simples de se avaliar a influência da imperfeição geométrica. Podem-se avaliar percentuais do primeiro modo de instabilidade ou percentuais de uma soma ponderada de diferentes modos (Tennyson, 1975).

2.3. Instabilidade em Cilindros Compósitos

Cilindros de materiais compósitos poliméricos produzidos por *filament winding* vêm sendo usados em aplicações submarinas (Moon *et al.*, 2010). Em geral, quando expostos a uma elevada pressão externa apresentam como principal mecanismo de falha a instabilidade (Cai *et al.*, 2012), que ocorre em uma carga abaixo do limite de resistência do material, representando uma falha prematura do componente. Devido à instabilidade, a geometria original (configuração) do componente se altera drasticamente, passando de um formato circular para um formato prismático, mudando completamente a resposta estrutural do cilindro.

Existe uma relação intrínseca entre a otimização estrutural para redução de massa e a estabilidade estrutural de um componente, que também é válida para tubos compósitos. Choqueuse e Davies (2014) observaram para tubos compósitos sujeitos a pressão hidrostática externa que o modo de falha alterna-se entre falha por limite de resistência (tubos com parede grossa) e falha por instabilidade (tubos com parede fina) dependendo da razão entre o diâmetro médio da superfície-média do tubo e a espessura do material como apresentado na Figura 5.

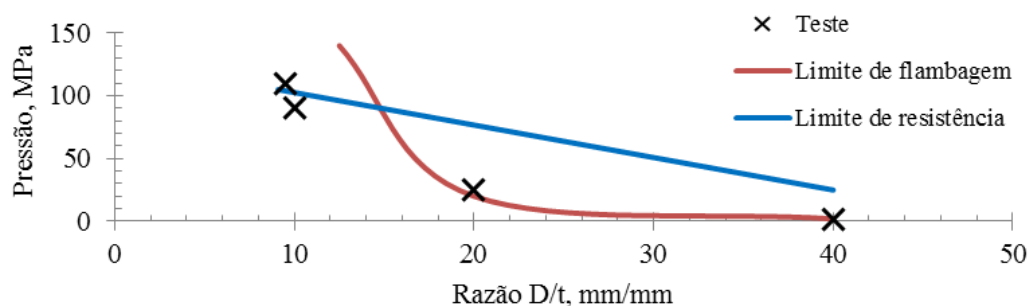


Figura 5 – Modo de falha em função da razão D/t (adaptado de Choqueuse e Davies, 2014).

O trabalho de Ghasemi (2016) também expõe essa relação, mostrando a necessidade de se incluir a análise de instabilidade em um processo de otimização, buscando-se a minimização

de massa e a maximização do limite de estabilidade simultaneamente, respeitando o critério de falha (limite de resistência) do compósito.

2.4. Teoria Clássica dos Laminados

A espessura de um compósito laminado é usualmente muito menor que suas outras duas dimensões. Sendo assim, compósitos laminados são geralmente analisados pela teoria clássica dos laminados, que é proveniente da teoria clássica de placas (Reddy, 2004). Compósitos poliméricos laminados são formados por empilhamentos de lâminas ortotrópicas, constituídas por fibras longas envoltas em uma matriz de resina polimérica. Cada lâmina possui uma determinada orientação em relação ao laminado, conferindo ao laminado características anisotrópicas. A anisotropia dos materiais compósitos laminados permite uma customização de suas propriedades mecânicas que não é possível com materiais isotrópicos. No entanto, isto incorre em maior complexidade no projeto estrutural (Jones, 1998). Um compósito produzido por *filament winding* só pode ser analisado pela teoria clássica dos laminados mediante adaptações do método, representativas do padrão de enrolamento, como a abordagem realizado no trabalho de Moreno *et al.* (2008), que adaptou a matriz de rigidez do laminado homogenizada levando em conta características peculiares do enrolamento.

Através da teoria clássica dos laminados são calculadas as propriedades elásticas de um laminado, a partir das propriedades elásticas de cada lâmina ortotrópica, considerando sua posição no empilhamento e o ângulo de orientação (θ) de suas direções locais (1, 2 e 3), de forma a se obter as propriedades elásticas do laminado em suas direções globais (x, y e z) (Jones, 1998). A Figura 6 apresenta o sistema de transformação de direções.

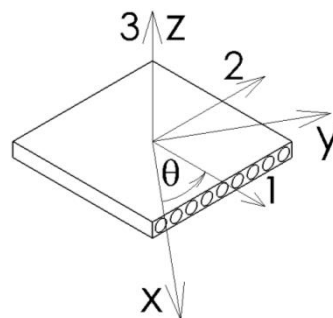


Figura 6 – Sistema básico da transformação de direções (adaptado de Jones, 1998).

A relação constitutiva para uma lâmina ortotrópica bidimensional (estado plano de tensões) é determinada pela Equação 1, onde há apenas 4 constantes elásticas independentes E_1 , E_2 , G_{12} e ν_{12} , na matriz de constitutiva (\mathbf{Q}) da lâmina. A constante ν_{21} é determinada pela Equação 6.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (2)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (3)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (4)$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (5)$$

$$\nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1} \quad (6)$$

onde, Q_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$) são os coeficientes da matriz constitutiva no sistema local, E_1 é o módulo longitudinal no plano da lâmina e paralelo à fibra, E_2 é o módulo transversal em relação à fibra no plano da lâmina, G_{12} é o módulo de cisalhamento no plano da lâmina, ν_{12} e ν_{21} são os coeficientes de Poisson da lâmina. Ainda, σ_1 , σ_2 e τ_{12} são as tensões longitudinal, transversal e cisalhante no plano da lâmina, e ε_1 , ε_2 e γ_{12} são as deformações longitudinal, transversal e cisalhante no plano da lâmina.

Para encontrar a relação constitutiva de cada lâmina nas direções globais do laminado (Equação 7), se efetua a transformação do sistema de coordenadas local para o global, para cada lâmina ($k=1\dots n^\circ$ de lâminas), em relação ao seu ângulo de orientação local da fibra (θ). O processo de transformação do sistema de coordenadas está descrito em Jones (1998).

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_k \quad (7)$$

onde, k é o índice da numeração de cada lâmina, \bar{Q}_{ij} ($i, j = 1, 2, 6$) são os coeficientes da matriz constitutiva transformada do sistema local 1 e 2 para o sistema global x e y. Ainda, σ_x , σ_y e τ_{xy}

são as tensões, e ε_x , ε_y e γ_{xy} são as deformações, transformadas para as direções globais x e y do laminado.

Em decorrência das hipóteses cinemáticas de Kirchhoff-Love, a deformação total do laminado é composta pela soma das deformações extensionais (ε) e de flexão, sendo esta última uma relação linear entre a distância da superfície média do laminado até o ponto de análise (z) e as curvaturas (κ) da superfície média, conforme a Equação 8, dando origem ao seu campo de deformações. Substituindo essa relação na Equação 7, pode-se calcular as tensões nas lâminas em qualquer posição do laminado.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde, ε_x^0 , ε_y^0 , e γ_{xy}^0 são as deformações extensionais.

Para transformar a matriz constitutiva de cada lâmina em uma única matriz constitutiva para o laminado, é realizada a integração das tensões ao longo da sua espessura. Esta transformação é realizada pela discretização do laminado (Figura 7), com a definição das tensões e momentos resultantes, conforme as Equações 9 e 10. Nestas, as integrais são substituídas por somatórios de todas as camadas do laminado, pois se considera que o laminado é constituído por camadas discretas nas quais as tensões e deformações são constantes (Reddy, 2004).

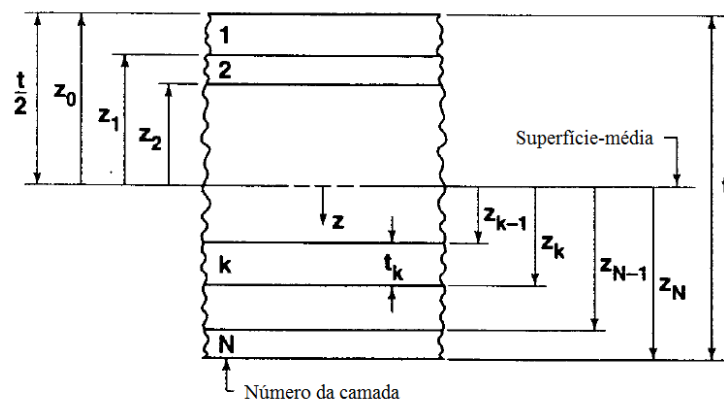


Figura 7 – Discretização do laminado (Jones, 1998).

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} (z_k - z_{k-1}) \\ + \\ \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \frac{1}{2} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \frac{1}{2} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ + \\ \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \frac{1}{3} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{array} \right\} \quad (10)$$

onde, N_x , N_y , N_{xy} , são os esforços normais resultantes em x e y, M_x , M_y , M_{xy} são os momentos resultantes em x e y, N é o número de camadas do laminado, t é a espessura total do laminado.

Utilizando-se destas relações, a relação constitutiva global do laminado, definida pela teórica clássica dos laminados, pode ser expressa pela Equação 11.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (11)$$

onde, A_{ij} , B_{ij} , e D_{ij} ($i, j=1,2,6$) são os parâmetros de rigidez do laminado, usualmente denominados matriz ABD do laminado.

Os parâmetros A_{ij} representam a rigidez extensional do laminado, os parâmetros D_{ij} a rigidez flexional do laminado, e os parâmetros B_{ij} são termos de acoplamento entre os parâmetros de extensão e flexão. Termos B_{ij} não-nulos na matriz ABD indicam que o laminado estará sujeito a efeitos acoplados entre os modos de deformação extensional e flexional.

2.5. Teoria de Cascas Cilíndricas

Uma placa fina que possui superfície curva em seu plano médio em ao menos uma de suas direções é denominada de casca. Um cilindro, por exemplo, é uma casca com apenas uma

curvatura. A Figura 8 apresenta o sistema de coordenadas cilíndricas (x , θ e ζ) de uma casca cilíndrica e a Figura 9 apresenta o sistema de tensões resultantes para uma porção elementar dessa casca (Vinson, 2008).

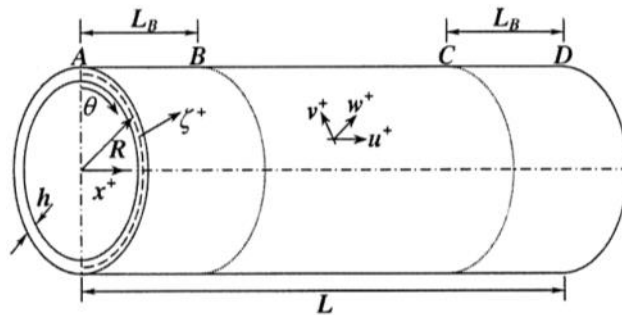


Figura 8 – Geometria de casca cilíndrica (Vinson, 2008).

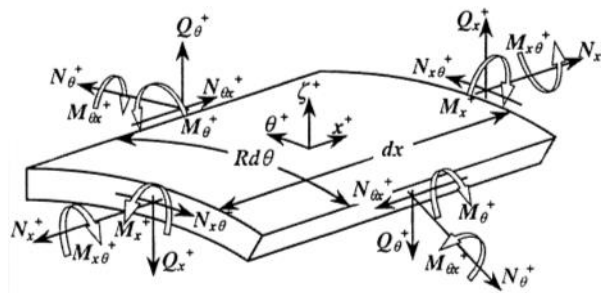


Figura 9 – Direções positivas dos esforços solicitantes (Vinson, 2006).

A presença de curvaturas torna a teoria de cascas um pouco mais complexa que a teoria de placas. Comparando-se os esforços resultantes para cascas cilíndricas (Equações 12-17) com aqueles para placas (Equações 9-10), nota-se a presença de termos dependentes do raio R da superfície média da casca (Nemeth, 2014).

$$N_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \quad (12)$$

$$N_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_y dz \quad (13)$$

$$N_{xy} = \frac{1}{2} \left(\int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{xy} dz + \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{xy} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \right) \quad (14)$$

$$+ \frac{1}{4R} \left(\int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{xy} \left(1 + \frac{z}{R}\right) z dz - \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{xy} z dz \right)$$

$$M_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{R}\right) z dz \quad (15)$$

$$M_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_y z dz \quad (16)$$

$$M_{xy} = \frac{1}{2} \left(\int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{xy} z dz + \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \sigma_{xy} \left(1 + \frac{z}{R}\right) z dz \right) \quad (17)$$

onde, N_{xy} e M_{xy} são simetrizações para que se obtenha as relações $N_{xy}=N_{yx}$ e $M_{xy}=M_{yx}$, conforme deduções apresentadas em Sanders (1959) pois, pela teoria de cascas, cilindros não apresentam essa simetria. Nestas equações (Equações 12-17), e nas subsequentes (Equações 18-21), o sistema de coordenadas cilíndricas (x , θ e ζ) apresentado nas Figuras 8 e 9, foi substituído por um sistema cartesiano local (x , y e z), conforme Nemeth (2014).

O mesmo ocorre para as deformações resultantes (Equações 18-21), obtidas por Nemeth (2014), a partir das Equações 12-17, em comparação com aquelas do caso da análise de placas (Equação 8).

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z\kappa_x^0 \quad (18)$$

$$\varepsilon_y = (\varepsilon_y^0 + z\kappa_y^0) \left(1 + \frac{z}{R}\right)^{-1} \quad (19)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{2} (\gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy}^0) \left(1 + \left(1 + \frac{z}{R}\right)^{-1}\right) + \frac{1}{4} \gamma_{xy}^0 \left(\frac{z}{R}\right)^2 \left(1 + \frac{z}{R}\right)^{-1} \quad (20)$$

$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \quad (21)$$

Do ponto de vista da análise estrutural, em geral considera-se cilindro de parede fina aquele que possui uma razão entre diâmetro (D) e espessura (t) maior ou igual a 20 ($D/t > 20$). Nestes casos é aplicável a teoria de cascas finas elásticas (*thin elastic shells theory*) que considera válidas as hipóteses de Kirchhoff-Love. Assim, desconsideram-se as tensões e deformações perpendiculares a sua superfície, e os termos z/R das Equações 12-21,

simplificando as equações constitutivas de uma casca cilíndrica para aquelas mesmas apresentadas na Equação 18 (Reddy, 2004). Nas análises por elementos finitos as hipóteses de Kirchhoff-Love são atendidas de acordo com a formulação programada do elemento de casca.

Um tubo de parede fina sujeito a uma pressão hidrostática externa, sofrerá 3 tipos de tensões: circunferencial, axial e radial. A tensão circunferencial é resultante da pressão exercida na lateral do tubo, a tensão axial é resultante da pressão exercida nas extremidades do tubo, e a radial é resultante da pressão exercida na direção normal a superfície do tubo. Sob a hipótese da teoria de cascas, a tensão radial é geralmente negligenciada, pois sua magnitude é muito menor que as das tensões circunferencial e axial (Vullo, 2014).

2.6. Critérios de falha em laminados

A falha de um laminado ocorre em geral de forma gradual, ou seja, a falha ocorre primeiro em uma de suas camadas, gerando redistribuição das tensões nas camadas remanescentes. Os modos de falha associados podem ser relativos à fibra, à matriz ou suas interfaces, mas em geral do ponto de vista estrutural o que define o limite de falha é a resistência mecânica da lâmina unidirecional, considerando seu comportamento anisotrópico.

Enquanto para descrever o limite de falha de um material isotrópico precisa-se apenas de um campo de tensões admissível em relação aos limites de resistência à tração, compressão e cisalhamento, para uma lâmina (ortotrópica) precisa-se de ao menos 5 tensões principais admissíveis: tensões longitudinais e transversais de tração e de compressão, e tensão de cisalhamento (Vinson, 2008, Jones, 1998, Kaw, 2005).

Várias teorias foram desenvolvidas para estudar a falha de uma lâmina, e estas podem ser divididas em categorias: baseadas em tensão máxima, baseadas em deformação máxima, ou interativas (Kaw, 2005). Os critérios de falha mais tradicionais, encontrados em Vinson (2008), Jones (1998) e Kaw (2005), estão descritos resumidamente a seguir.

- Critério da tensão máxima: Este critério determina que a falha em uma lâmina ocorre quando pelo menos uma das tensões locais da lâmina excede seu valor limite, conforme determinados em ensaios de tensão uniaxial, compressão uniaxial, ou cisalhamento puro. Definem-se estas condições analiticamente sob as formas (Vinson, 2008):

$$X_c \geq \sigma_1 \geq X_t \quad (22)$$

$$Y_c \geq \sigma_2 \geq Y_t \quad (23)$$

$$-S_{12} \geq \tau_{12} \geq S_{12} \quad (24)$$

onde, X_t e X_c são os limites de resistência longitudinal da lâmina em tração e compressão respectivamente, Y_t e Y_c são os limites de resistência transversal da lâmina em tração e compressão, e S_{12} é o limite de resistência ao cisalhamento da lâmina.

- **Critério da deformação máxima:** Determina que a falha na lâmina ocorre quando pelo menos uma de suas deformações locais excede seu valor limite, conforme as inequações (Kaw, 2005):

$$\varepsilon_{1,c} \geq \varepsilon_1 \geq \varepsilon_{1,t} \quad (25)$$

$$\varepsilon_{2,c} \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_{2,t} \quad (26)$$

$$-\gamma_{12,u} \geq \gamma_{12} \geq \gamma_{12,u} \quad (27)$$

onde, $\varepsilon_{1,t}$ e $\varepsilon_{1,c}$ são as deformações limites longitudinais da lâmina em tração e compressão respectivamente, $\varepsilon_{2,t}$ e $\varepsilon_{2,c}$ são as deformações limites transversais da lâmina em tração e compressão, $\gamma_{12,u}$ é a deformação limite de cisalhamento da lâmina.

Os critérios apresentados não consideram os efeitos interativos entre as tensões (ou deformações) principais atuantes na lâmina. Dentre os critérios interativos mais populares estão Tsai-Hill e Tsai-Wu, sendo o último mais refinado por considerar simultaneamente os limites de resistência à compressão e à tração da lâmina.

- **Critério de Tsai-Hill:** O critério de Tsai-Hill é uma extensão para materiais ortotrópicos do critério de Von-Mises usado em materiais isotrópicos. O critério de Tsai-Hill não considera a interação entre os limites de tração e compressão em uma dada orientação da lâmina, mas sim o mais crítico dos dois. Pela sua formulação mais aprimorada, que considera o limite de compressão, a lâmina irá falhar se (Kaw, 2005):

$$\left[\frac{\sigma_1}{X_1}\right]^2 - \left[\left(\frac{\sigma_1}{X_2}\right)\left(\frac{\sigma_2}{X_2}\right)\right] + \left[\frac{\sigma_2}{Y}\right]^2 + \left[\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right]^2 \geq 1 \quad (28)$$

onde, X_1 é o limite de resistência longitudinal à tração se σ_1 for positivo, e à compressão caso negativo, X_2 é o limite de resistência longitudinal à tração se σ_2 for positivo, e à compressão caso

negativo, Y é o limite de resistência transversal à tração se σ_2 for positivo, e à compressão caso negativo, e S_{12} é o limite de resistência ao cisalhamento da lâmina.

- Critério de Tsai-Wu: Este critério é baseado na teoria de falha da energia de deformação total de Beltrami, que foi aplicado a uma lâmina em um estado plano de tensões. Por este critério, uma lâmina irá falhar se (Kaw, 2005):

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 \geq 1 \quad (29)$$

sendo,

$$F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \quad (30)$$

$$F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \quad (31)$$

$$F_{11} = \frac{1}{X_t X_c} \quad (32)$$

$$F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c} \quad (33)$$

$$F_{66} = \frac{1}{S_{12}^2} \quad (34)$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2X_t X_c} \quad (35)$$

onde, F_1 , F_2 , F_{11} , F_{22} , F_{66} , F_{12} , são os coeficientes do critério de Tsai-Wu. F_{12} , que é um coeficiente biaxial, foi definido pelo critério de Hoffman (Kaw, 2005). Devido ao fato da determinação experimental do coeficiente F_{12} por ensaio biaxial apresentar grandes dificuldades, existem diferentes propostas de cálculo para o seu valor além do critério de Hoffman (Kaw, 2005, Jones, 1998, Tsai e Wu, 1971). Conforme deduzido por Tsai e Wu (1971), as magnitudes dos coeficientes de interação devem respeitar a restrição $F_{11}F_{22}-F_{12}^2 \geq 0$.

Pelo trabalho de Perillo (2014), que comparou critérios de falha para um componente compósito tubular sujeito a estados combinados de carregamento, foi demonstrado que o critério de Tsai-Wu obteve resultados melhores que os critérios de Tsai-Hill e de Hashin, e bem próximos ao de Puck. Com base nestes resultados, e no seu popular reconhecimento, o critério de Tsai-Wu foi escolhido para o presente trabalho. Uma deficiência do critério de Tsai-Wu é que ele não identifica o modo de falha, o que com o critério de Puck seria possível.

2.7. Predição da Instabilidade

Avaliando tubos produzidos em materiais compósitos sujeitos à pressão hidrostática externa, Choqueuse e Davies (2014) constataram a dificuldade de correlacionar os testes experimentais com modelos de predição. Existe a necessidade de se distinguir o modo de falha atuante, que pode ser por instabilidade ou por limite de resistência. Segundo eles, a qualidade da predição da instabilidade pode ser afetada pelas propriedades atribuídas ao material, imperfeições geométricas, simplificações usadas no modelo numérico, tensões residuais do processo de fabricação, ou pela sensibilidade a defeitos internos. Atualmente, análises precisas e detalhadas da resistência mecânica e à flambagem em compósitos envolvem o uso de programas computacionais de elementos finitos.

Moon *et al.* (2010) estudaram a falha de tubos compósitos produzidos pelo processo de *filament winding* sob pressão hidrostática externa. Os tubos possuíam diâmetro de 300 mm, espessura 8 mm e comprimento de 695 mm (razão $D/t = 37,5$), e suas extremidades foram fechadas com flanges de aço. Seu estudo confirmou a falha por instabilidade dos tubos, sendo coerente com a estimativa de que tubos com razão D/t maior que 20 falharão preferencialmente por instabilidade (ver Figura 5). Foram realizadas análises lineares de instabilidade por programas de elementos finitos e obtiveram-se desvios da ordem de 2 a 23% entre numérico e experimental.

Cai *et al.* (2011) utilizaram uma formulação analítica da instabilidade linear para avaliar a falha devido à pressão externa em um cilindro compósito com um forro (*liner*) metálico. Demonstrou-se, com base em estudo de confiabilidade, que a variabilidade estatística de módulo longitudinal, raio interno, comprimento livre, e pressão externa afetam significativamente as predições, enquanto a variabilidade de módulo transversal, módulo de cisalhamento, coeficiente de Poisson, e ângulos de laminação têm menor influência. Executando análises de instabilidade linear em programa de elementos finitos comercial, Cai *et al.* (2012) demonstraram que as incertezas nas propriedades dos materiais e dimensões do componente afetam o desempenho do cilindro com camada interna metálica sujeito à pressão externa. As variáveis que apresentaram maior influência foram módulo longitudinal e espessura, enquanto que ângulo de laminação, raio interno, módulo transversal, módulo de cisalhamento, coeficiente de Poisson e comprimento livre tiveram menor influência.

Sumana *et al.* (2015) realizaram análises de instabilidade linear por programa comercial de elementos finitos, em tubos compósitos. Os resultados numéricos foram próximos aos

experimentais, e verificou-se que variações da espessura e da sequência de laminação influem no resultado. Neste e nos estudos de Cai *et al.* (2011, 2012), os tubos compósitos possuíam uma camada interna (*liner*) metálica. No entanto, não foram feitas considerações quanto à sua influência no resultado. As razões D/t avaliadas foram aproximadamente 40, 26 e 20 em Sumana *et al.* (2015), e 23 em Cai *et al.* (2011, 2012), portanto, todos maiores ou iguais a 20.

Arbelo *et al.* (2014) utilizaram análises não-lineares por elementos finitos para comparar metodologias que visavam determinar fatores de colapso em cilindros com imperfeições geométricas baseadas em medições reais e sujeitos a compressão axial (Figura 10). A principal desvantagem dessa técnica é que as imperfeições reais devem ser previamente conhecidas, e confirma que as metodologias adotadas para a determinação do fator de colapso são em geral dependentes de ampla validação experimental. Além disso, por não haver um padrão, há necessidade de se empregar modelos de incerteza.

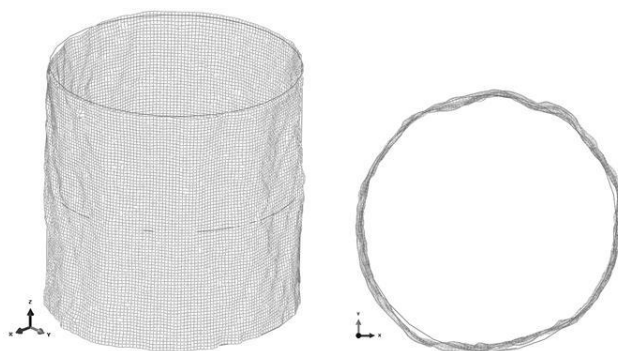


Figura 10 – Imperfeição geométrica da superfície média (Arbelo *et al.*, 2014).

Em muitos casos, a bifurcação linear é uma abordagem viável para a análise preliminar do fenômeno da flambagem em tubos de parede fina. Em situações apropriadas, fornecem resultados satisfatoriamente precisos e representam uma solução rápida, podendo agilizar um procedimento numérico iterativo de otimização, de análises paramétricas ou probabilísticas.

Rabede *et al.* (2014) utilizaram uma solução analítica da carga de flambagem para a minimização de custo de um tubo sujeito à pressão externa, com estudo paramétrico da incerteza das propriedades elásticas dos materiais. Ghasemi *et al.* (2016) também utilizaram uma solução analítica em seu estudo de otimização multi-objetivos para a minimização de massa e custo, com maximização da resistência à instabilidade, com restrição de critério de falha do compósito.

2.8. Métodos de solução da análise clássica da estabilidade linearizada

Soluções para o problema da instabilidade são usualmente obtidas pela análise clássica da bifurcação linear, através da resolução de um problema de autovalores. A formulação do problema de autovalores advém do equilíbrio das forças agindo sobre uma região infinitesimal do material, ou do equilíbrio energético entre o trabalho realizado por forças externas e a energia interna do material (Nemeth, 2014).

Quando o problema de autovalor não pode ser obtido diretamente pelas equações de equilíbrio, dois métodos baseados no equilíbrio energético que podem ser utilizados são o método de Rayleigh-Ritz, e o método de Galerkin. O método de Rayleigh-Ritz equaciona o problema da estabilidade através da minimização da energia potencial do sistema, ou seja, fazendo a minimização do funcional de energia. O método de Galerkin obtém o problema de autovalor através da resolução de sua equação variacional para o sistema de equações de equilíbrio. (Xu *et al.*, 2013)

No problema da estabilidade linear se presume que a estrutura (ou componente) é geometricamente perfeita e elástica, e que existem configurações de pré-instabilidade dadas pelo campo de deslocamentos na estrutura conforme um parâmetro de carregamento, inicialmente nulo, é incrementado monotonicamente. Este conjunto de configurações define a trajetória do equilíbrio pré-instabilidade (ou primário). Quando o parâmetro de carregamento é zero, a estrutura está em estado livre de tensões ou deformações, ou em estado associado a cargas passivas que não são relacionadas com o parâmetro de carregamento. A análise bifurcacional determina o valor crítico do parâmetro de carregamento para o qual existe um estado de equilíbrio diferente daquele correspondente ao equilíbrio pré-instabilidade de uma estrutura geometricamente perfeita. Este valor crítico representa a interseção da trajetória de equilíbrio primária com uma ou mais trajetórias de equilíbrio adjacentes, que são associadas a uma configuração deformada da estrutura (Nemeth, 2014, Bushnell, 2012).

Portanto, na análise de estabilidade por autovalor, assume-se uma configuração deformada e se investiga a existência de um nível de carga que admita essa configuração como um possível estado de equilíbrio. A análise de estabilidade por autovalor é uma linearização de um comportamento estrutural não-linear.

Dos equacionamentos para a análise de estabilidade bifurcacional origina-se um problema algébrico de autovalor do tipo generalizado, na forma:

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{B})\mathbf{x} = 0 \quad (36)$$

onde, \mathbf{A} é uma matriz real simétrica de ordem n , \mathbf{B} é uma matriz real simétrica definida positiva de ordem n , λ é o autovalor, e \mathbf{x} é o vetor autovetor.

Mais especificamente, na análise estrutural de estabilidade linear bifurcacional, considera-se (Bathe, 2014, Zienkiewicz, 2000):

$$\mathbf{K}\phi = \lambda\mathbf{K}_G\phi \quad (37)$$

onde, \mathbf{K} é a matriz de rigidez de pequenas deformações, \mathbf{K}_G é a matriz de rigidez geométrica que depende da distribuição de tensões pré-instabilidade, λ é o autovalor, e ϕ é o vetor autovetor.

Um problema de autovalor não possui uma solução única, então sua análise envolve calcular várias possíveis soluções. Calcular os autovalores significa obter soluções não-triviais calculando as raízes da equação característica, que possui a forma:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{B}) = 0 \quad (38)$$

As raízes da equação característica serão os autovalores. O valor crítico do parâmetro de carga (λ_{crit}) será o menor valor positivo que satisfaça essa igualdade. Quando a ordem do problema é maior que 4 ($n > 4$), o método de solução deve ser um procedimento iterativo, uma vez que resolvê-lo significa encontrar n raízes da equação característica, sendo que não existem fórmulas explícitas para ordem maior que 4.

Independentemente do método, um autovetor (\mathbf{x}_i) pode ser obtido a partir de seu correspondente autovalor (λ_i), resolvendo-se a equação:

$$(\mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{B})\mathbf{x}_i = 0 \quad (39)$$

Ou ainda, conhecendo-se um autovetor, pode-se calcular seu autovalor correspondente pelo quociente de Rayleigh, usando as equações:

$$\lambda_i = \mathbf{x}_i^T \mathbf{A} \mathbf{x}_i \quad (40)$$

$$\mathbf{x}_i^T \mathbf{B} \mathbf{x}_i = 1 \quad (41)$$

Existem vários métodos iterativos de solução do problema de autovalor generalizado. Estes métodos podem ser classificados pelas propriedades algébricas fundamentais do problema de autovalor que fazem uso, conforme segue (Bathe, 2014, Golub e Van Loan, 2012):

- Métodos vetoriais iterativos: Pertencem a esse grupo os métodos de iteração inversa, iteração direta (ou método da potência), e do quociente de Rayleigh.

- Métodos de transformação: Métodos de Jacobi, Jacobi generalizado, e de Householder-QR.
- Métodos polinomiais: Métodos de iteração polinomial explícita, iteração polinomial implícita, e da Sequência Sturm.

Dois métodos que são atualmente muito efetivos e aplicados na solução do problema de autovalor generalizado pelo método de elementos finitos são o de Lanczos e o Subespaço, apresentados resumidamente a seguir. Ambos fazem uso de diversas propriedades algébricas fundamentais do problema de autovalor.

- Método Lanczos: Criado originalmente em 1950 (Lanczos, 1950), esse método iterativo pode ser muito eficiente para o cálculo autovalores extremos de um problema de autovalor generalizado, e seus autovetores correspondentes.

O algoritmo Lanczos para o problema $\mathbf{Ax}=\lambda\mathbf{Bx}$ pode ser resumido como (Bathe, 2014):

- 1) Escolha de um vetor inicial \mathbf{x} , que será ortonormalizado, obtendo um vetor ortogonal a todas as aproximações de autovetores previamente calculadas, através de:

$$\mathbf{x}_1 = \frac{\mathbf{x}}{\gamma} \quad (42)$$

$$\gamma = (\mathbf{x}^T \mathbf{Bx})^{1/2} \quad (43)$$

- 2) Escolha de um passo (*shift*) μ (geralmente $\mu=0$ para o primeiro estágio Lanczos), e execução dos passos Lanczos, usando $i=1,2,\dots,n$; $\beta_0=0$:

$$(\mathbf{A} - \mu\mathbf{B})\bar{\mathbf{x}}_i = \mathbf{Bx}_i \quad (44)$$

$$\alpha_i = \bar{\mathbf{x}}_i^T \mathbf{Bx}_i \quad (45)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}'_i = \bar{\mathbf{x}}_i - \alpha_i \mathbf{x}_i - \beta_{i-1} \mathbf{x}_{i-1} \quad (46)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \tilde{\mathbf{x}}'_i - \sum_{k=1}^i (\tilde{\mathbf{x}}'_i{}^T \mathbf{Bx}_k) \mathbf{x}_k - \sum_{j=1}^{n_c} (\tilde{\mathbf{x}}'_i{}^T \mathbf{B}\phi_j) \phi_j \quad (47)$$

$$\beta_i = (\tilde{\mathbf{x}}_i^T \mathbf{B}\tilde{\mathbf{x}}_i)^{1/2} \quad (48)$$

$$\mathbf{x}_{i+1} = \frac{\tilde{\mathbf{x}}_i}{\beta_i} \quad (49)$$

onde, n_c é o número de autovalores convergidos nos estágios anteriores.

3) Cálculo dos r autovalores convergidos adicionais $\lambda_{nc+1}, \dots, \lambda_{nc+r}$ e os correspondentes autovetores $\phi_{nc+1}, \dots, \phi_{nc+r}$ resolvendo a Equação 50 (usando iteração inversa QR, por exemplo), onde v são os autovalores:

$$\mathbf{T}_q \mathbf{s} = \mathbf{v} \mathbf{s} \quad (50)$$

A convergência é definida pelo critério:

$$|\lambda_k^{-1} - v_i| \leq |\beta_q \mathbf{s}_{qi}| \quad (51)$$

onde k é estabelecido pela sequência Sturm, que determina o número de raízes do problema.

4) Reajuste de n_c para o novo valor. Se os autovalores e autovetores requeridos ainda não foram obtidos, reinicia um novo estágio Lanczos. Continua até que todos os autovalores e autovetores tenham sido calculados ou até o número máximo de passos terem sido executados.

No programa ABAQUS, uma versão em blocos, chamada *Block-Lanczos*, é implementada. Ao invés de iniciar o método com um único vetor de autovetores, usa-se um bloco de autovetores, permitindo o cálculo de múltiplos autovalores simultaneamente (ABAQUS, 2012).

▪ Método da Iteração por Subespaço: Este método foi proposto em 1971 (Bathe, 1971), e consiste nas seguintes etapas (Bathe, 2014):

- 1) Estabelece os q vetores iniciais, $q > p$, onde p é o número de autovalores e autovetores a ser calculado.
- 2) Usa iterações inversas simultâneas sobre os q vetores e uma análise Ritz para extrair as melhores aproximações de autovalores e autovetores a partir dos q vetores iterativos.
- 3) Após a convergência da iteração, utiliza a sequência Sturm para verificar se os autovalores e autovetores requeridos foram calculados.

O nome do método se deve ao fato de que a iteração é equivalente a uma iteração em um subespaço de dimensão q . Baseia-se em várias técnicas diferentes: iteração vetorial simultânea, Sequência Sturm e Rayleigh-Ritz. O objetivo básico do método é obter um número finito de autovalores extremos e seus autovetores correspondentes.

O algoritmo Subespaço para o problema $\mathbf{Ax} = \lambda \mathbf{Bx}$ pode ser resumido na forma:

1) Fatorização Cholesky de \mathbf{A} (decomposição LDU):

$$\mathbf{A} = \mathbf{LDL}^T \quad (52)$$

2) Iteração Subespaço: Encontra as projeções das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} no subespaço, resolvendo as equações:

$$\mathbf{A}\bar{\mathbf{X}}_{k+1} = \mathbf{Y}_k \quad (53)$$

$$\mathbf{A}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1}^T \mathbf{Y}_k \quad (54)$$

$$\bar{\mathbf{Y}}_{k+1} = \mathbf{B}\bar{\mathbf{X}}_{k+1} \quad (55)$$

$$\mathbf{B}_{k+1} = \bar{\mathbf{X}}_{k+1}^T \bar{\mathbf{Y}}_{k+1} \quad (56)$$

3) Resolve, usando o método Householder-QR, o problema de autovalor reduzido:

$$\mathbf{A}_{k+1}\mathbf{Q}_{k+1} = \mathbf{B}_{k+1}\mathbf{Q}_{k+1}\mathbf{\Lambda}_{k+1} \quad (57)$$

4) Calcula uma aproximação aprimorada do autovetor:

$$\mathbf{Y}_{k+1} = \bar{\mathbf{Y}}_{k+1}\mathbf{Q}_{k+1} \quad (58)$$

5) Aplicação da seqüência Sturm:

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \mu\mathbf{B} \quad (59)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{LDL}^T \quad (60)$$

▪ Método Householder-QR: Nos algoritmos Lanczos e Subespaço implementados no programa ABAQUS, é utilizado o método Householder-QR. Este método é utilizado para transformar as matrizes \mathbf{A} reduzidas em uma matriz simétrica tridiagonal pelo método Householder, calcular os autovalores pelo método QR, aplicar uma iteração inversa para calcular os autovetores da matriz transformada tridiagonal e obter então os autovetores da matriz \mathbf{A} (ABAQUS, 2012).

2.9. Soluções Analíticas

Soluções analíticas para o problema da instabilidade em cilindros compósitos podem ser diretamente obtidas pela análise clássica da bifurcação linear, quando a ordem do problema é menor ou igual a 4, como aquelas apresentadas por Nemeth (2014). Existem também soluções numéricas simplificadas, como a sugerida pelo código ASME (2015).

O código ASME BPVC seção X de 2015 para projeto de vasos de pressão fabricados com materiais compósitos poliméricos sugere o uso de uma solução simplificada para a predição da carga de flambagem em cilindros compósitos (Equação 61), obtida a partir do procedimento NASA SP-8007 (ASME, 2015). Resultados obtidos pelo código ASME tendem a ser conservativos, devido aos fatores embutidos em suas formulações, e devem ser utilizados com cautela em relação à validade de seus resultados.

$$P_a = \frac{0,8531(KD)(\gamma)E_{hf}^{3/4}E_{at}^{1/4}t^{5/2}}{(1 - \nu_x\nu_y)^{3/4}L\left(\frac{D_o}{2}\right)^{3/2}F} \quad (61)$$

onde, P_a é a pressão admissível de flambagem, KD é o fator de colapso definido pelo código e com valor igual a 0,84, γ é um fator de redução definido pelo código, E_{hf} é o módulo flexional tangencial do cilindro, E_{at} é o módulo extensional axial do cilindro, ν_x e ν_y são os coeficientes de Poisson do cilindro no sentido axial e tangencial, respectivamente, L é o comprimento livre do cilindro, D_o é o diâmetro externo, t é a espessura do laminado, e F é o fator de segurança definido pelo código com valor igual a 5.

Os cálculos apresentados pelo procedimento NASA SP-8007 (Weingarten, 1968) provém do trabalho de Jones (1968) para cilindros compostos por múltiplas camadas ortotrópicas. Os cálculos foram deduzidos a partir das equações de equilíbrio de Donnel (Kraus, 1967) para uma casca cilíndrica sob a ação combinada de compressão axial e pressão lateral, conforme:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (62)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \quad (63)$$

$$\frac{N_y}{R} - \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial xy} - \frac{\partial M_{yx}}{\partial xy} - \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \bar{N}_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \bar{N}_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (64)$$

Para um carregamento hidrostático externo, as cargas totais axiais agindo contra cada uma das faces do tubo, no eixo axial do tubo, \bar{N}_x , e transversal agindo contra cada uma das laterais do tubo, no eixo transversal ao tubo, \bar{N}_y , são definidas pelas Equações 65 e 66, respectivamente.

$$\bar{N}_x = \frac{pR}{2} \quad (65)$$

$$\bar{N}_y = pR \quad (66)$$

onde, p é a pressão hidrostática externa, e R é o raio médio do cilindro.

Os modos de deformação foram determinados através dos campos de deslocamento definidos pelas Equações 67-69, que atendem às condições de contorno de simples-apoio.

$$u = \bar{u} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{ny}{R}\right) \quad (67)$$

$$v = \bar{v} \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{ny}{R}\right) \quad (68)$$

$$w = \bar{w} \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{ny}{R}\right) \quad (69)$$

onde, u é o deslocamento axial, v o deslocamento tangencial, w o deslocamento radial, e \bar{u} , \bar{v} e \bar{w} são as respectivas amplitudes.

Para o caso de um cilindro sujeito à condição de contorno de simples-apoio em suas extremidades ($N_x=0$, $M_y=0$, $w=v=0$, em $x=0$ e $x=L$), pela solução de Jones (1968) das equações de equilíbrio, a carga de flambagem pode ser calculada como o menor valor de \tilde{p} que satisfaça a Equação 70:

$$\tilde{p} = \frac{1}{k_1 \left(\frac{n}{R}\right)^2 + k_2 \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2} \frac{\begin{vmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{16} \\ H_{21} & H_{22} & H_{26} \\ H_{61} & H_{62} & H_{66} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{vmatrix}} \quad (70)$$

sendo,

$$H_{11} = A_{11} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 + A_{66} \left(\frac{n}{R}\right)^2 \quad (71)$$

$$H_{12} = H_{21} = (A_{12} + A_{66}) \left(\frac{m\pi}{L}\right) \left(\frac{n}{R}\right) \quad (72)$$

$$H_{16} = H_{61} = \frac{A_{12}}{R} \frac{m\pi}{L} + B_{11} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^3 + (B_{12} + 2B_{66}) \left(\frac{m\pi}{L}\right) \left(\frac{n}{R}\right)^2 \quad (73)$$

$$H_{22} = A_{22} \left(\frac{n}{R}\right)^2 + A_{66} \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \quad (74)$$

$$H_{26} = H_{62} = A_{22} \left(\frac{n}{R^2} \right) + (B_{12} + 2B_{66}) \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right) + B_{22} \left(\frac{n}{R} \right)^3 \quad (75)$$

$$H_{66} = D_{11} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{n}{R} \right)^4 + \frac{A_{22}}{R^2} + \frac{2B_{22}}{R} \left(\frac{n}{R} \right)^2 + \frac{2B_{12}}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \quad (76)$$

onde, A_{ij} , B_{ij} e D_{ij} são os termos da matriz ABD, L é o comprimento livre do tubo, m e n são os números de meia-onda que definem os modos de flambagem, R é o raio da superfície média do cilindro. As variáveis k_1 e k_2 permitem a aplicação de cargas combinadas. Para o caso de pressão hidrostática externa $k_1=2$ e $k_2=1$.

A solução de Jones (1968), obtida desta forma só é possível porque se considera que as propriedades de cada camada se mantêm ortotrópicas, mesmo depois de transformadas de suas direções locais para às direções globais do cilindro. Esta hipótese só se sustenta nos casos em que as direções locais de uma lâmina são coincidentes com as direções globais do laminado, pois mesmo após a transformação de coordenadas a lâmina continuará tendo propriedades ortotrópicas em relação às coordenadas globais, como é o caso de lâminas orientadas a 0° e a 90° da direção global do laminado. Ou ainda, caso a matriz ABD do laminado tenha as mesmas características de um material ortotrópico.

Nemeth (2014) propõe o uso de uma solução baseada na teoria não-linear de Sanders. Neste caso, as equações diferenciais de equilíbrio adquirem a forma:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{M_{xy}}{R} + (N_x + N_y) \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) + \tilde{p} \left(-\frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad (77)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} - \frac{1}{R} \left(\left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \left(-\frac{\partial w}{\partial x} \right) N_{xy} - \left(\frac{v}{R} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) N_y \right) + \tilde{p} \left(q_\zeta \left(\frac{v}{R} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[(N_x + N_y) \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] = 0 \quad (78)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \right) - \frac{N_y}{R} \\
& + \tilde{p} \left[q_\zeta + q_\zeta (\varepsilon_{xL}^0 + \varepsilon_{yL}^0) + \left(\frac{\partial q_\zeta}{\partial x} u + \frac{\partial q_\zeta}{\partial y} v + \frac{\partial q_\zeta}{\partial \zeta} w \right) \right] \\
& - \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(-\frac{\partial w}{\partial x} \right) N_x + \left(\frac{v}{R} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) N_{xy} \right) \\
& - \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(-\frac{\partial w}{\partial x} \right) N_{xy} + \left(\frac{v}{R} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) N_y \right) = 0
\end{aligned} \tag{79}$$

onde, q_ζ são cargas seguidoras que se mantêm normais conforme atuam.

Para a solução das Equações 77-79, é adotado um campo de deslocamentos definido pelas Equações 80-82 que inclui uma inclinação τ no eixo longitudinal ($\tau = \tan(\phi)$ pela Figura 11b). A inclusão desta inclinação é importante para simular o perfil torcional presente em diversos modos de instabilidade, principalmente devido aos efeitos acoplados gerados pela anisotropia ou por cargas de torção, representando assim um aprimoramento ao cálculo da carga de instabilidade. A Figura 11 apresenta um modo de flambagem com presença de efeito torcional induzido, e a inclinação do eixo longitudinal.

$$u = \bar{u} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n}{R}(y - \tau x)\right) \tag{80}$$

$$v = \bar{v} \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n}{R}(y - \tau x)\right) \tag{81}$$

$$w = \bar{w} \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n}{R}(y - \tau x)\right) \tag{82}$$

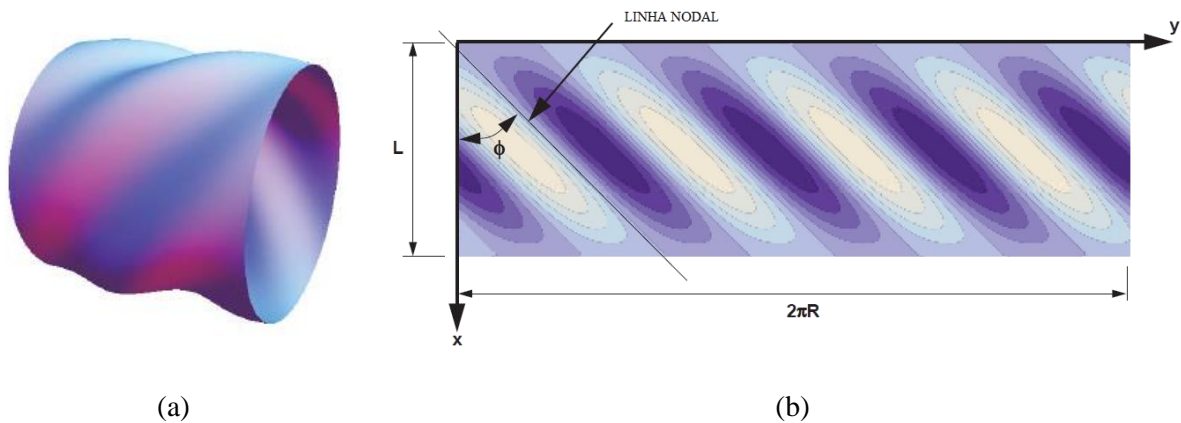


Figura 11 – (a) Modo torcional, (b) inclinação do eixo longitudinal (Nemeth, 2014).

A partir destas definições, e para considerar a anisotropia completa, Nemeth (2014), apresenta o problema de autovalores generalizado, a partir das equações de equilíbrio, pelo método variacional de Rayleigh-Ritz, resultando na Equação 83.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ m\pi \bar{v} \\ \frac{L}{R} \bar{w} \end{Bmatrix} = \tilde{p} \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{12} & G_{22} & G_{23} \\ G_{13} & G_{23} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ m\pi \bar{v} \\ \frac{L}{R} \bar{w} \end{Bmatrix} \quad (83)$$

sendo,

$$K_{11} = A_{11} + \left[1 + \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau^2 \right] \quad (84)$$

$$+ \left[A_{66} - \frac{1}{R} B_{66} + \frac{1}{4R^2} D_{66} - \left(2A_{16} - \frac{1}{R} B_{16} \right) \tau \right] \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2$$

$$K_{12} = - \left(\frac{nL}{m\pi R} \right) \left[A_{12} + A_{66} + \frac{1}{R} [B_{12} + B_{66}] - \frac{3}{4R^2} D_{66} - \left(2A_{16} + \frac{3}{R} B_{16} \right) \tau \right] \quad (85)$$

$$K_{13} = - \left[\left(\frac{A_{12}}{R} \right) \left(\frac{L}{m\pi} \right)^2 + B_{11} \right] \quad (86)$$

$$+ \left(B_{12} + 2B_{66} - \frac{1}{R} D_{66} - 3B_{11}\tau^2 - 6B_{16}\tau + \frac{1}{R} D_{16}\tau \right) \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau$$

$$K_{22} = \left(A_{66} + \frac{3}{R} B_{66} + \frac{9}{4R^2} D_{66} \right) \left[1 + \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau^2 \right] \quad (87)$$

$$+ \left(A_{22} + \frac{2}{R} B_{22} + \frac{1}{R^2} D_{22} \right) \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2$$

$$- \left(2A_{26} + \frac{5}{R} B_{26} + \frac{3}{R^2} D_{26} \right) \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau$$

$$K_{23} = \left(\frac{nL}{m\pi R} \right) \left\{ \frac{1}{R} \left(A_{22} + \frac{1}{R} B_{22} - \left(A_{26} + \frac{3}{2R} B_{26} \right) \tau \right) \left(\frac{L}{m\pi} \right)^2 \right. \quad (88)$$

$$+ \left(B_{12} + 2B_{66} + \frac{1}{R} [D_{12} + 3D_{66}] \right) \left(1 + \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau^2 \right)$$

$$+ \left(B_{22} + \frac{1}{R} D_{22} - 3 \left[B_{26} + \frac{7}{6R} D_{26} \right] \tau \right) \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2$$

$$\left. - \left(B_{16} + \frac{3}{2R} D_{16} \right) \left(3 + \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau^2 \right) \tau \right\}$$

$$\begin{aligned}
K_{33} = & \frac{A_{22}}{R^2} \left(\frac{L}{m\pi} \right)^4 + \frac{2}{R} \left(\frac{L}{m\pi} \right)^2 \left(B_{12} + (B_{22} + B_{12}\tau^2 + 2B_{26}\tau) \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \right) \left(\frac{L}{m\pi} \right)^2 \\
& + D_{11} \left(1 + 6 \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau^2 + \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^4 \tau^4 \right) \\
& + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \left(1 + \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau^2 \right) + D_{22} \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^4 \\
& - 4D_{16} \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \left(3 + \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau^2 \right) \tau - 4D_{26} \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^4 \tau
\end{aligned} \tag{89}$$

$$G_{11} = \frac{1}{4} \left(\frac{3R}{2} \right) \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tag{90}$$

$$G_{12} = \frac{1}{4} \left(\frac{3R}{2} \right) \left(\frac{nL}{m\pi R} \right) \tag{91}$$

$$G_{13} = \left(\frac{L}{m\pi R} \right)^2 \tag{92}$$

$$G_{22} = \frac{1}{4} \left(\frac{3R}{2} \right) \left(1 + \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 \tau^2 \right) \tag{93}$$

$$\begin{aligned}
G_{23} = & \left[\frac{1}{R} \left(R + \left((A_{12}A_{23} - A_{22}A_{13}) \frac{A_{22}}{A_{11}} - A_{12}^2 \right) \frac{R}{2} \right. \right. \\
& \left. \left. + \left((A_{12}A_{13} - A_{11}A_{23}) \frac{A_{22}}{A_{11}} - A_{12}^2 \right) R \right) \tau - 1 \right] \left(\frac{L}{m\pi} \right)^2 \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)
\end{aligned} \tag{94}$$

$$\begin{aligned}
G_{33} = & \left(\frac{L}{m\pi} \right)^2 \left[\frac{R}{2} + \left(\frac{R}{2} \tau^2 + R \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \left((A_{12}A_{23} - A_{22}A_{13}) \frac{A_{22}}{A_{11}} - A_{12}^2 \right) \frac{R}{2} \right. \right. \\
& \left. \left. + \left((A_{12}A_{13} - A_{11}A_{23}) \frac{A_{22}}{A_{11}} - A_{12}^2 \right) R \right) \tau \right] \left(\frac{nL}{m\pi R} \right)^2 - \left(\frac{L}{m\pi} \right)
\end{aligned} \tag{95}$$

As soluções não-triviais são obtidas pelo determinante (Equação 96), que é representado pela Equação 97.

$$\left| \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix} - \tilde{p} \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{12} & G_{22} & G_{23} \\ G_{13} & G_{23} & G_{33} \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (96)$$

$$C_3 \tilde{p}^3 + C_2 \tilde{p}^2 - C_1 \tilde{p} + C_0 = 0 \quad (97)$$

sendo,

$$C_0 = K_{33}(K_{11}K_{22} - K_{12}^2) + (K_{12}K_{13} - K_{11}K_{23})K_{23} + (K_{12}K_{23} - K_{22}K_{13})K_{13} \quad (98)$$

$$\begin{aligned} C_1 = & G_{11}(K_{22}K_{33} - K_{23}^2) + G_{22}(K_{11}K_{33} - K_{13}^2) + G_{33}(K_{11}K_{22} - K_{12}^2) \\ & + 2G_{12}(K_{13}K_{23} - K_{12}K_{33}) + 2G_{13}(K_{12}K_{23} - K_{13}K_{22}) \\ & + 2G_{23}(K_{12}K_{13} - K_{11}K_{23}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2 = & K_{11}(G_{22}G_{33} - G_{23}^2) + K_{22}(G_{11}G_{33} - G_{13}^2) + K_{33}(G_{11}G_{22} - G_{12}^2) \\ & + 2K_{12}(G_{13}G_{23} - G_{12}G_{33}) + 2K_{13}(G_{12}G_{23} - G_{13}G_{22}) \\ & + 2K_{23}(G_{12}G_{13} - G_{11}G_{23}) \end{aligned} \quad (99)$$

$$C_3 = G_{11}G_{23}^2 + G_{22}G_{13}^2 - G_{33}(G_{11}G_{22} - G_{12}^2) - 2G_{12}G_{13}G_{23} \quad (100)$$

A carga de flambagem será o mínimo valor positivo de \tilde{p} , que satisfaz a Equação 97, referente a um par (m,n) dos números de ondas, e um número real da inclinação τ .

As soluções analíticas apresentadas são válidas para tubos ou cilindros de parede fina, pois são baseadas na teoria clássica dos laminados e na teoria de cascas finas elásticas. Ou seja, fornecem resultados com precisão satisfatória caso $D/t \geq 20$. Para os outros casos, são necessárias soluções baseadas na teoria de cascas espessas ou teorias que considerem a relação constitutiva tridimensional de uma lâmina. As soluções apresentadas serão referenciadas como solução ASME (Equação 61), JONES (Equação 70) e SANDERS (Equação 96).

2.10. Soluções Computacionais – Análises por Elementos Finitos

Dentre os métodos computacionais, os elementos finitos são amplamente adotados. Para a análise de instabilidade por elementos finitos há basicamente duas categorias: a análise linear de estabilidade, que determina a carga de instabilidade por extração de autovalores, e a análise não-linear por métodos incrementais (Zienkiewicz *et al.*, 2000). A configuração de carregamento é definida sobre a geometria do modelo do componente, e este é o padrão de carregamento que servirá de base para a multiplicação do fator λ_i , assim seu valor inicial não é importante pois será escalonado pelo fator λ_i calculado.

A análise de instabilidade por métodos incrementais é geralmente realizada por algoritmos que permitem o controle do incremento de carga e/ou do deslocamento, e que sejam capazes de ultrapassar regiões de rigidez nula (inclinação da curva força-deslocamento igual a zero), pois métodos incrementais mais tradicionais como o de Newton-Raphson enfrentam dificuldades de convergência nesta situação. Estes algoritmos são chamados de métodos de comprimento de arco (Wriggers, 2008, Crisfield, 1991) e dentre eles encontra-se o método de Riks, que foi adotado no presente trabalho. Desta forma, pode-se analisar instabilidade e pós-instabilidade, e incluir imperfeições geométricas iniciais no componente e comportamento inelástico do material.

A análise pelo método de Riks obtém soluções de equilíbrio estático não-linear para problemas estruturalmente instáveis, isto é, para uma elevada não-linearidade entre cargas e deslocamentos (Crisfield, 1991). A Figura 12 apresenta um exemplo deste comportamento. No método de Riks, as cargas pré-existentes são mantidas constantes durante a análise e as cargas de cálculo prescritas são escalonadas por um fator de proporcionalidade λ . O término da análise é dado pela definição de um critério de parada, que pode ser um valor limite para o fator λ , ou um valor máximo de deslocamento. A carga calculada na análise incremental é dada por:

$$P_{total} = P_0 + \lambda(P_{ref} - P_0) \quad (101)$$

onde, P_{total} é a carga calculada, P_0 são as cargas pré-existentes, P_{ref} são as cargas prescritas que serão escalonadas, e λ é o fator de proporcionalidade de carga.

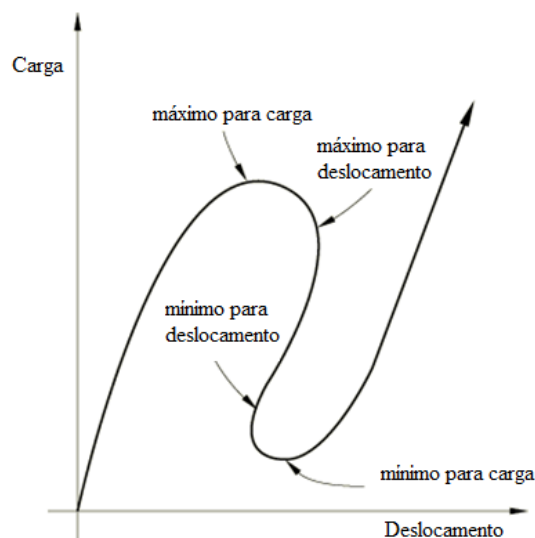


Figura 12 – Típica resposta estática estruturalmente instável (Crisfield, 1991, ABAQUS, 2012).

Imperfeições geométricas podem ser implementadas em uma análise não-linear de elementos finitos de diferentes formas. Pode-se citar 4 métodos (Castro *et al.*, 2013):

- Imperfeição baseada nos modos de instabilidade linear: Após uma análise de instabilidade linear, seus modos de instabilidade são usados como imperfeições iniciais para uma análise não-linear, aplicados sobre a geometria perfeita multiplicados por um fator de escala.
- Imperfeição por carga de perturbação: Uma carga pontual estática é aplicada de forma a produzir uma deformação localizada na geometria perfeita e seu efeito na carga de flambagem é avaliado à medida que essa força é aumentada. Em geral, é aplicado para determinar o fator de colapso (*knockdown-factor*) da estrutura.
- Imperfeição por deformação local de perturbação: Mesmo princípio da carga de perturbação, mas controlado por uma deformação local e não pela força. Portanto, sofre da mesma desvantagem que o anterior em termos de validação experimental.
- Imperfeições idealizadas na superfície média: Imperfeições no perfil da superfície média real de um cilindro são mensuradas e implementadas como imperfeições geométricas iniciais. Essas imperfeições podem ser virtuais, geradas numericamente por algum critério definido.

Em comum a todos esses métodos está o fato de que a influência de imperfeições geométricas se dá pela sua forma e magnitude. O programa ABAQUS possui em sua rotina recursos para implementação de imperfeições baseadas nos modos de instabilidade (ABAQUS, 2012). Como as imperfeições reais em geral não são conhecidas e os métodos de perturbações virtuais dependem de validação, os modos de instabilidade podem ser utilizados para avaliar a influência das imperfeições.

3. MÉTODOS

3.1. Instabilidade por Métodos Analíticos e Elementos Finitos

As formulações analíticas apresentadas anteriormente, denominadas JONES, SANDERS e ASME, foram adotadas para estudo de comparação com a análise linear de flambagem por elementos finitos modelada no software ABAQUS. As formulações analíticas foram implementadas e resolvidas através do software MATLAB conforme fluxograma da Figura 13, sem usar coeficientes de segurança, e considerando as camadas do compósito com mesma espessura.

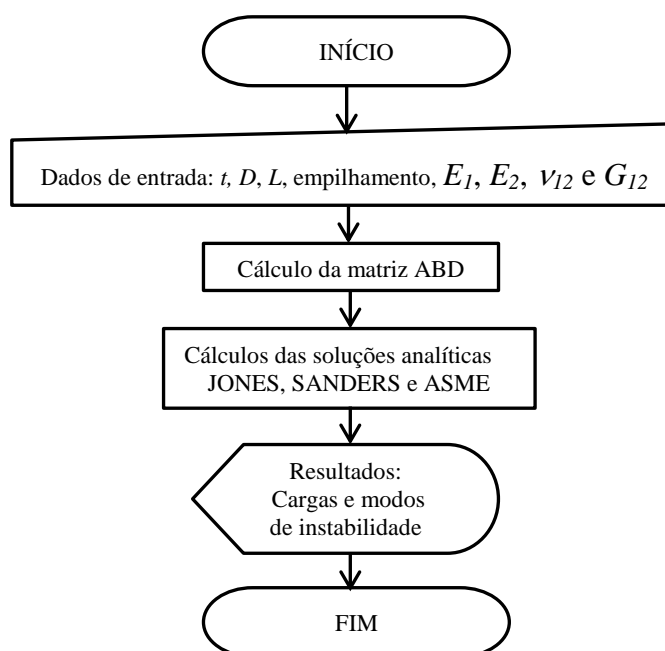


Figura 13 – Fluxograma métodos analíticos.

Foram realizadas análises de instabilidade para um tubo sujeito à pressão hidrostática externa considerando extremidades fechadas e condições de contorno de simples-apoio. A geometria do tubo foi definida com raio médio de 69,5 mm, e comprimentos de 200 e 700 mm, para se avaliar ao menos duas diferentes razões de aspecto (L/D), uma similar a adotada nas análises experimentais e outra 3,5 vezes maior, pois influi nos modos e cargas de instabilidade calculados. Foi realizado um projeto de experimentos de 3 níveis, avaliando laminações com 3 camadas cruzadas, totalizando 6 camadas individuais e espessura total de 2,5 mm, formado pelas combinações das orientações 60° , 75° e 90° (27 combinações).

A análise linear de instabilidade por elementos finitos foi modelada utilizando elementos quadriláteros de casca, quadráticos com 5 graus de liberdade por nó, e de integração reduzida (elemento S8R5 do software ABAQUS), escolhido com base em um estudo de convergência (Figura 14) para o tubo com 200 mm de comprimento e laminação $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$. O tamanho de malha foi definido neste mesmo estudo de convergência, sendo adotado o tamanho de elemento de 6 mm, totalizando 2376 elementos no modelo de tubo de 200 mm de comprimento. O elemento quadrático S8R5, foi escolhido por ter apresentado alta convergência para o primeiro modo de instabilidade, com resultado apenas 2% diferente em relação ao elemento linear S4R, e por ter apresentado comportamento convergente para os 3 primeiros modos de instabilidade com apenas 1/3 do número de elementos requerido para o tipo S4R (Figura 14).

O elemento S8R5 é um elemento de casca fina, portanto, despreza deformações por cisalhamento transversal, e sua geometria é definida a partir de uma superfície de referência. Além disso, neste elemento, mudanças na espessura com a deformação são ignoradas, e as restrições de Kirchhoff são satisfeitas mantendo a normal da superfície sempre ortogonal à superfície de referência. Este elemento não deve ser usado para modelar cascas espessas onde o efeito de variações na espessuras e de deformações cisalhantes transversais são significativos.

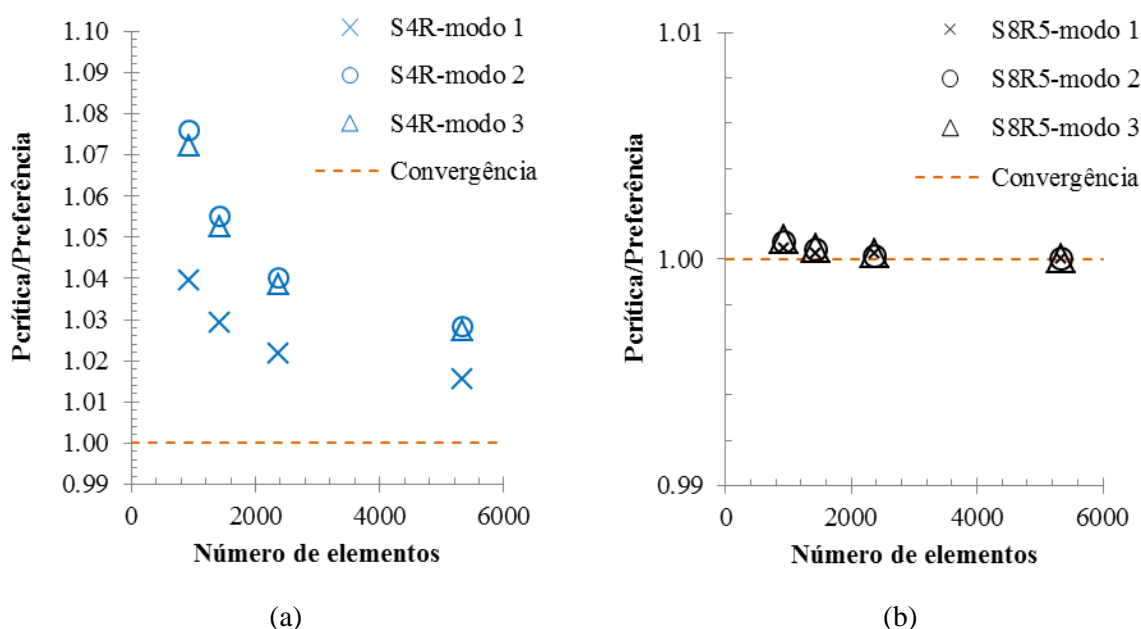


Figura 14 – Estudo de convergência para elementos de casca e malha, (a) elemento S4R, (b) elemento S8R5.

O método de extração dos autovalores adotado foi o método da iteração por subespaço, uma vez que este algoritmo é robusto e adequado se a quantidade de autovalores requerida é baixa (ABAQUS, 2012), como é o caso das análises de flambagem onde apenas o menor é necessário e alguns seguintes podem ser desejados. O laminado foi modelado como um empilhamento de lâminas elásticas ortotrópicas planas, com 3 pontos de integração, ao longo da espessura, por lâmina. A Figura 15 mostra a modelagem do empilhamento de lâminas, as espessuras e ângulos de orientação, os pontos de integração em cada lâmina, e o sistema de coordenadas global do laminado.

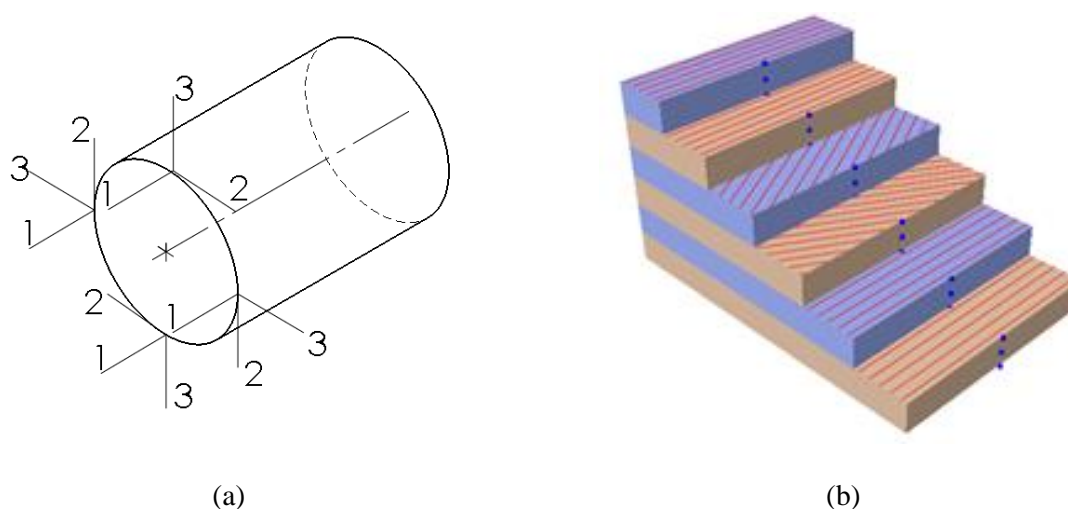


Figura 15 – (a) Sistema de orientação do material, (b) empilhamento de lâminas.

A pressão hidrostática foi modelada como uma pressão distribuída na superfície lateral dos tubos, e como cargas pontuais sobre os nós dos elementos nas extremidades dos tubos, simulando a carga devido à pressão externa sobre as extremidades do tubo tampado. A carga de referência empregada nas análises de autovalores foi de 1 MPa de pressão. As condições de contorno foram aplicadas nas bordas dos tubos, respeitando a condição de simples-apoio, restringindo apenas os movimentos radiais e tangenciais das bordas, ficando livre na direção axial coincidente com o eixo do tubo, e livre em todos os eixos de rotação. As condições de contorno e cargas, bem como a malha discretizada utilizada nos modelos de elementos finitos estão apresentados na Figura 16 e Figura 17, ilustradas sobre a geometria do tubo com 200 mm de comprimento.

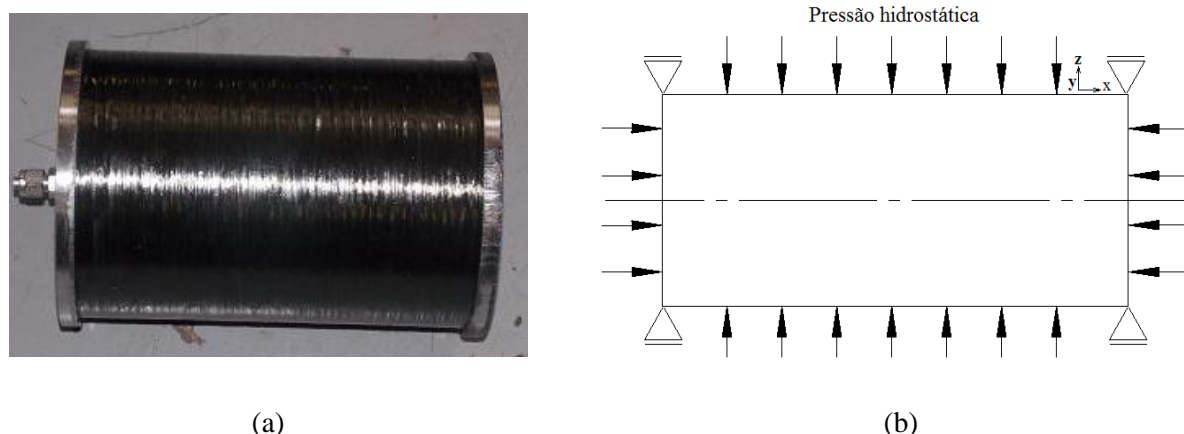


Figura 16 – Modelo elementos finitos: (a) tubo real, (b) condições de contorno e cargas.

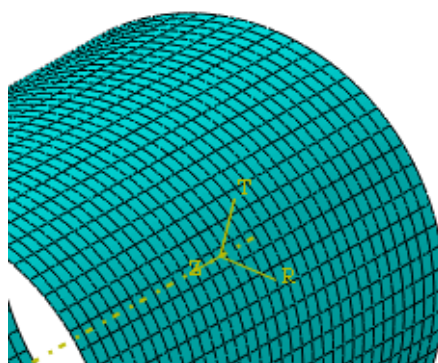


Figura 17 – Modelo elementos finitos: malha.

3.2. Análise de Sensibilidade das Variáveis do Problema de Instabilidade

Por comparação, foi possível identificar o desvio relativo de cada método analítico em relação ao método de elementos finitos, além de obter dados estatísticos destes resultados. Desta forma, o modelo pôde ser validado e o método analítico apropriado pôde ser identificado. Em seguida, uma análise de sensibilidade das variáveis de entrada do problema de instabilidade foi realizada. A escolha pelo método analítico para esta análise se deve ao fato de ser possível analisar o efeito das variações nas constantes elásticas do material e dos atributos geométricos do tubo sobre a resposta obtida de uma forma mais simples do que por elementos finitos. A análise foi executada alterando-se percentualmente uma variável por vez, mantendo-se as outras em seus valores nominais, e calculando-se o percentual de variação na resposta nominal. As variáveis escolhidas para essa análise e os limites adotados estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Variáveis de entrada do problema de instabilidade avaliadas (valores nominais obtidos de Almeida Jr *et al.* (2016)).

Grupo	Variável de entrada		Valor nominal	Variação
Material	Módulo longitudinal	E_1	129300 MPa	±50%
	Módulo transversal	E_2	9110 MPa	
	Coefficiente de Poisson maior	ν_{12}	0,32	
	Módulo de cisalhamento no plano	G_{12}	5440 MPa	
Geometria	Espessura do tubo	t	2,5 mm	±50%
	Raio médio do tubo	R	70,5 mm	
	Comprimento do tubo	L	200 mm	

3.3. Fabricação dos Tubos para Testes

Os tubos foram fabricados pelo processo de enrolamento filamental (*filament winding*) no equipamento robótico da marca MF Tech (Figura 18) do Laboratório de Polímeros da UFRGS. O material utilizado foi o feixe pré-impregnado (*towpreg*), com fibra de carbono Toray T700-12K-50C e resina epóxi UF3369 do fornecedor TCR Composites.

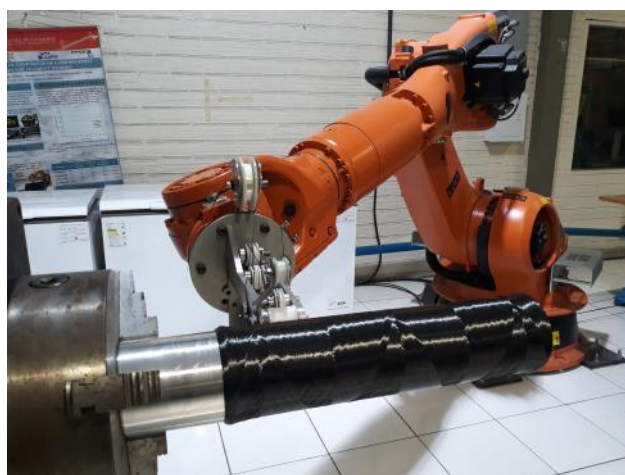


Figura 18 – Equipamento de *filament winding*.

Foram fabricados 2 tubos compósitos para cada uma das laminações de $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, enrolados sobre um mandril de aço com 136 mm de diâmetro, e 2 tubos híbridos compósitos com *liner* de alumínio $[Al/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ enrolados diretamente sobre o próprio *liner*, todos eles com aproximadamente 420 mm de comprimento. Devido às características do processo de enrolamento, os ângulos de orientação de 90° são na verdade ângulos de $89,6^\circ$. Notar que os tubos compósitos possuem enrolamentos simétricos e o tubo híbrido assimétrico.

Para a fabricação dos tubos apenas em compósito, foi aplicada uma leve camada de agente desmoldante WB-2700 da Axel Plastics sobre o mandril de aço para auxiliar na extração do tubo ao final da produção. O *liner* de alumínio foi produzido a partir de um tubo extrudado da liga 6063-T6 com 3 mm de espessura, usinando sua superfície externa, obtendo aproximadamente um diâmetro externo de 97,5 mm e 1,2 mm de espessura. Foram produzidas 2 peças de alumínio com 500 mm de comprimento cada. A superfície externa do *liner*, produzida por torneamento, possui uma rugosidade típica do processo (Figura 19) que não foi mensurada. O *liner* de alumínio foi limpo com desengraxante antes do enrolamento, e não foi aplicado nenhum tipo de adesivo ou promotor de adesão sobre sua superfície, a aderência deu-se apenas pela resina epóxi do feixe pré-impregnado. A opção de não se utilizar adesivo também foi influenciada pelo fato de o próprio poder ser um iniciador de falhas devido a sua força de adesão e rigidez, o que obrigaria a avaliar sua influência sobre os resultados obtidos.

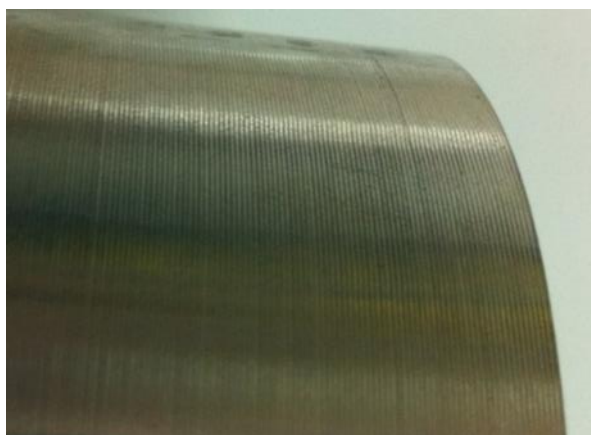


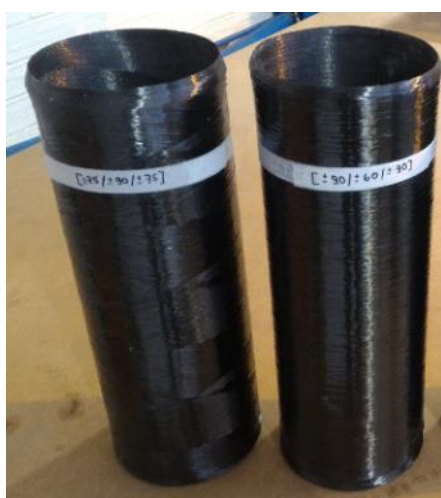
Figura 19 – Superfície do *liner* de alumínio.

Procedeu-se o enrolamento dos tubos, iniciando pela fixação do mandril, ou do *liner*, na placa rotativa do equipamento. O braço robótico foi posicionado e o feixe foi enrolado manualmente para se obter um ponto de apoio inicial. Concluída esta etapa de ajuste, o programa do equipamento foi executado até que o enrolamento estivesse concluído. O programa foi elaborado através da interface CAD/CAM por intermédio do software CADWind.

Os tubos foram dimensionados de forma a colapsarem preferencialmente por flambagem e não por limite de resistência. As dimensões aproximadas foram 136 mm de diâmetro interno e espessura total de 2,5 mm para os tubos $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, e 95,1 mm de diâmetro interno e espessura total de 3 mm para os tubos $[Al/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, correspondendo às razões D/t aproximadas de 55 e 32, respectivamente.

Após o enrolamento, cada tubo foi envelopado manualmente com uma fita termo-contrátil de poliéster, de 0,05 mm de espessura e 32 mm de largura, da marca DUNSTONE, para auxiliar na compactação dos compósitos. O processo de cura foi então efetuado na temperatura de 120 °C por 4 h em estufa com circulação de ar. Os tubos foram retirados da estufa e resfriados ao ar na temperatura ambiente. Os tubos compósitos foram posteriormente extraídos de seu mandril, o que não foi necessário para os tubos híbridos, pois foram enrolados em seu próprio *liner* de alumínio. Ao final, removeu-se a fita termo-contrátil.

Os tubos produzidos possuem em suas extremidades regiões de acúmulo de fibras e de mudança de ângulo de enrolamento, devido ao retorno do feixe durante o processo, que podem ser vistas na Figura 20a. Estas extremidades foram descartadas durante o processo de corte dos corpos de prova, obtendo tubos e anéis apenas com os ângulos de enrolamento especificados. A Figura 20b mostra alguns dos corpos de prova obtidos a partir dos tubos compósitos e híbridos.



(a)



(b)

Figura 20 – Tubos conforme produzidos pelo equipamento (a) e após corte dos corpos de prova (b).

3.4. Ensaio de Compressão Radial entre Placas Paralelas

Para efetuar a calibração das propriedades elásticas, foi realizado ensaio de compressão radial entre placas paralelas dos anéis (≈ 20 mm de largura) obtidos a partir dos tubos (Figura 21). Utilizou-se uma máquina universal de ensaios Instron 3382 operando a uma velocidade de 5 mm/min, com uma célula de carga de 5 kN e à temperatura ambiente (23 °C).

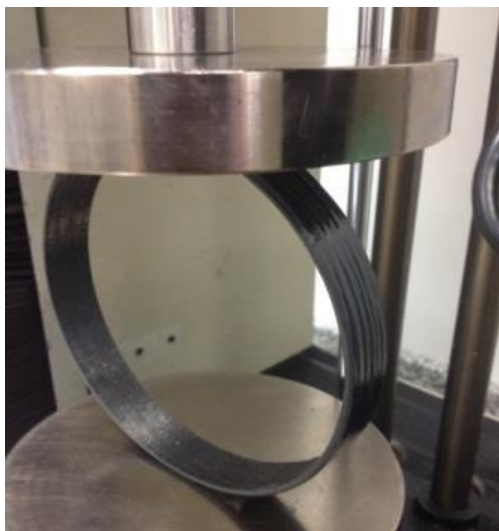


Figura 21 – Ensaio de compressão radial entre placas paralelas.

As dimensões dos anéis foram mensuradas por paquímetro digital (resolução 0,01 mm). Foram coletadas 8 medidas de largura, 4 medidas de diâmetro interno, e 20 medidas de espessura, ao longo do perímetro do anel em pontos equidistantes, para o cálculo de sua média. A espessura e diâmetro interno foram obtidas próximas às bordas dos corpos de prova devido ao alcance do paquímetro. Para as dimensões até 150 mm utilizou-se um paquímetro digital com resolução 0,01 mm, e para as dimensões maiores utilizou-se uma trena calibrada com resolução 1,0 mm.

Os testes foram conduzidos de forma monotônica para identificar o momento de falha e também de forma cíclica, comprimindo e descomprimindo em ciclos incrementais, para identificar um possível dano progressivo e identificar a zona de comportamento elástico-linear do material. Foram ensaiados 3 anéis de cada tubo $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$. Para os tubos híbridos, foram ensaiados 2 anéis $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e 3 anéis de seus componentes separados, ou seja, 3 anéis metálicos $[AL]$ e 3 anéis compósitos $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$. O processo de desmontagem dos anéis híbridos foi efetuado cuidadosamente com ferramentas manuais (estilete, morsa de bancada e macete plástico) evitando danos.

A largura do anel foi selecionada a partir da norma ASTM D7264-15 para determinação das propriedades em flexão de compósitos poliméricos, que especifica uma largura de 13 mm para um laminado com 4 mm de espessura. A largura de 20 mm foi selecionada considerando que em uma largura maior se reduz o risco da falha iniciar pelas bordas ou por delaminações a partir destas. Além disso, o objetivo deste ensaio no presente trabalho não está relacionado à

determinação da falha, somente das propriedades elásticas do laminado. Para uma melhor caracterização do comportamento de falha essa largura deve ser maior.

3.5. Caracterização do Material e Calibração das Propriedades Elásticas

As propriedades elásticas do material foram calibradas tendo como ponto de partida os valores estimados por Almeida Jr *et al.* (2016) (Tabela 2), que utilizou ensaios ASTM tradicionais e corpos de prova planos curados com auxílio de prensa com aquecimento. Apesar de ter sido utilizada a mesma condição de cura, sabe-se que pode haver diferença entre o grau de compactação e de teor de vazios do compósito das amostras planas em relação às amostras cilíndricas, influenciando nas propriedades mecânicas resultantes, portanto, torna-se necessário um procedimento de calibração destas propriedades.

Tabela 2 – Propriedades caracterizadas por Almeida Jr *et al.* (2016).

E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	ν_{12}	G_{12} (MPa)	G_{23} (MPa)	V_f (%)
129300	9110	0,32	5440	2100	72
X_t (MPa)	X_c (MPa)	Y_t (MPa)	Y_c (MPa)	S_{12} (MPa)	
1409,9	-764,0	42,5	-134,5	68,9	

Existem alguns métodos normatizados para a caracterização de amostras tubulares (ASTM D2290, ASTM D5448, ASTM D5449 e ASTM D5450), no entanto estes são trabalhosos. O desenvolvimento de métodos alternativos e econômicos aplicados à caracterização de tubos produzidos por *filament winding* é uma necessidade. Muitos engenheiros e projetistas preferem ensaios representativos ao invés de testes normatizados, por serem mais fiéis ao componente fabricado (Hwang *et al.*, 2012, Perillo *et al.*, 2014).

Neste contexto, foi inicialmente realizado um ensaio de determinação do teor de fibra dos compósitos produzidos conforme a norma ASTM D3171-15, por digestão ácida com ácido nítrico aquecido a 60 °C. As densidades dos constituintes fibra e matriz foram obtidas de seus fabricantes, e a densidade do compósito foi determinada pelo método hidrostático da norma ASTM D792-13. Testou-se 3 corpos de prova de cada compósito $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$ e estes resultados foram comparados com aqueles de Almeida Jr *et al.* (2016), para identificar diferenças advindas dos processos de fabricação utilizados.

Assim como em Rahmani *et al.* (2013), a técnica de calibração de modelos numéricos pode ser aplicada para a identificação inversa de ajuste das propriedades mecânicas dos materiais compósitos. Com base no erro entre o resultado simulado e o experimental, os parâmetros de propriedades mecânicas vão sendo iterativamente ajustados por um método de otimização até a minimização deste erro (problema de mínimos quadrados).

Para a calibração das propriedades elásticas, a compressão radial dos anéis foi simulada computacionalmente no software ABAQUS, em conjunto com uma rotina iterativa de otimização implementada em software MATLAB (MATLAB, 2015). Desta forma, a análise por elementos finitos no ABAQUS foi sendo chamada pelo programa MATLAB seguindo os passos de otimização do algoritmo *fminsearch* que utiliza o método *Simplex Nelder-Mead* de busca direta (MATLAB, 2015, Lagarias *et al.*, 1998, Nelder e Mead, 1965), conforme ilustrado no fluxograma da Figura 22.

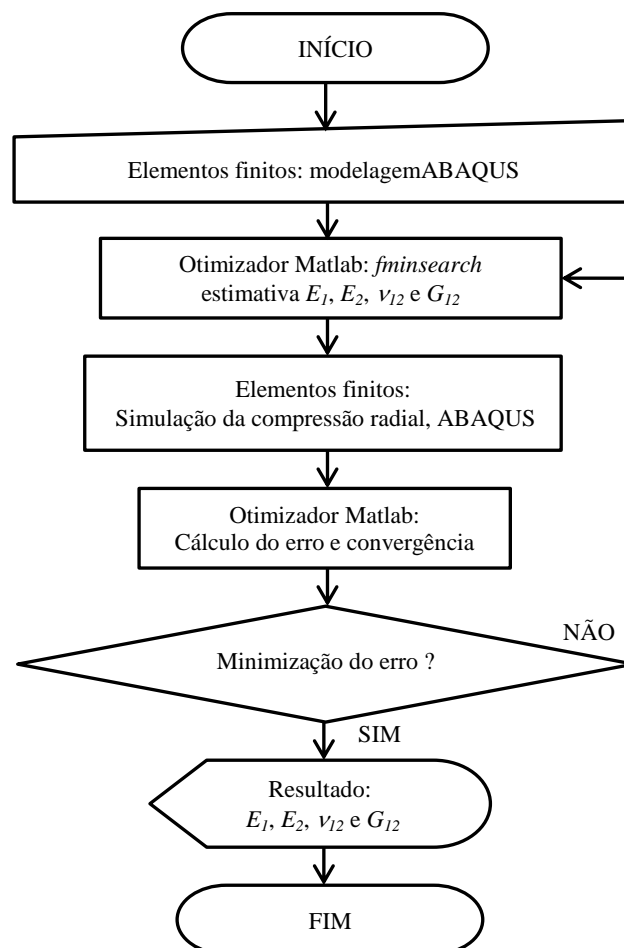


Figura 22 – Fluxograma da otimização ABAQUS-MATLAB.

Os platôs foram modelados com superfícies rígidas e o anel foi modelado utilizando elementos quadriláteros de casca, quadrático (S8R5), com hipótese de grandes deslocamentos e tamanho de malha definido após estudo de sensibilidade. As dimensões das seções de anel (espessura, raio e largura) foram iguais às amostras reais (Figura 23). A interação de contato entre os componentes foi modelada pela discretização entre superfícies, adotando a abordagem de rastreamento do contato por deslizamento finito, com coeficiente de atrito de 0,3 entre as superfícies.

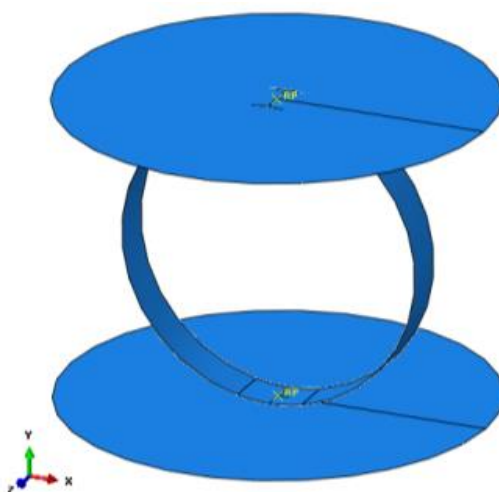


Figura 23 – Ensaio de compressão de anéis modelado no ABAQUS.

Procurando reduzir o esforço necessário para a caracterização elástica de um material compósito, Tsai e colaboradores propuseram uma abordagem baseada no traço da matriz de rigidez (Tsai *et al.*, 2014). Nesta, uma lâmina-mestre de carbono-epóxi é utilizada, correspondendo a uma relação estatística dos parâmetros de rigidez com base em observações de valores típicos para estes materiais, e as propriedades elásticas de uma lâmina são estimadas a partir do seu módulo de elasticidade longitudinal apenas (Melo *et al.*, 2017). Em Tsai *et al.* (2015), é proposto o uso dessa abordagem em projetos estruturais de forma a escalonar as propriedades do material a partir de amostras retiradas da estrutura real.

O problema de otimização para a caracterização das constantes elásticas foi definido de forma a minimizar o erro entre as curvas força-deslocamento simulada e experimental, para a região de comportamento elástico linear, baseado na metodologia de lâmina-mestre.

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar} && f(E_1) = \sum_{i=1}^{np} (F_{i,\text{experimental}} - F_{i,\text{simulada}})^2 \\
 & \text{sujeito a} && \text{Tr}(Q) = E_1/E_1^* \\
 & && E_2 = \text{Tr}(Q)E_2^* \\
 & && G_{12} = \text{Tr}(Q)G_{12}^* \\
 & && \nu_{12} = \text{cte}
 \end{aligned} \tag{102}$$

onde, $f(E_1)$ é a função erro a ser minimizada variando o módulo E_1 , $F_{i,\text{experimental}}$ é a força obtida no ensaio no momento i , $F_{i,\text{simulada}}$ é a força simulada no momento i , np é o número de pontos considerados para o ajuste. As constantes elásticas E_2 e G_{12} são determinadas com base no parâmetro traço $\text{Tr}(Q)$ da matriz de rigidez da lâmina, calculado por $\text{Tr}(Q) = Q_{11} + Q_{22} + 2Q_{66}$, e seus parâmetros correspondentes da lâmina-mestre E_2^* e G_{12}^* . A partir das propriedades caracterizadas tradicionalmente para corpos de prova planos (Tabela 2), determinou-se o valor do traço e os parâmetros de lâmina-mestre E_1^* , E_2^* e G_{12}^* (Tabela 3). Assim, a única constante elástica que o algoritmo necessitou encontrar foi o E_1 . A metodologia de lâmina-mestre foi necessária para que as constantes otimizadas não extrapolassem numericamente suas relações constitutivas físicas.

Tabela 3 – Propriedades elásticas das amostras planas e parâmetros da lâmina-mestre*.

E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	ν_{12}	G_{12} (MPa)	Tr (MPa)	E_1^* (MPa)	E_2^* (MPa)	G_{12}^* (MPa)
129300	9110	0,32	5440	150233	0,8606	0,0606	0,0362

3.6. Ensaio Hidrostático em Câmara Hiperbárica

Realizou-se ensaio hidrostático dos tubos sujeitos a uma pressão externa na câmara hiperbárica do Laboratório de Tecnologia Submarina/COPPE da Universidade Federal do Rio de Janeiro. A câmara possui 5 metros de comprimento, 380 mm de diâmetro interno, e capacidade de carga de 50 MPa de pressão (Figura 24).

Foram testados 2 tubos $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{\text{FW}}$, 2 tubos $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{\text{FW}}$, e 2 tubos $[\text{Al}/\pm 60/\pm 90]_{\text{FW}}$, todos com 200 mm de comprimento. Alerta-se que esta quantidade de amostras é bastante reduzida, portanto, os resultados devem ser considerados qualitativos em termos de confiabilidade e dispersão.

As extremidades dos tubos foram fechadas por meio de flanges de aço com anéis de vedação do tipo o-ring, respeitando a condição de simples-apoio nas extremidades. Um dos

flanges possui furo rosqueado para bujão de fechamento, que permite a saída de ar de dentro do tubo no fechamento, montando o bujão após o flange já posicionado. Os tubos e o desenho do flange são apresentados na Figura 25.



Figura 24 – Câmara hiperbárica.

Os tubos, montados com seus flanges, foram colocados na posição horizontal na câmara hiperbárica, conforme apresentado na Figura 24. A câmara foi então fechada, e preenchida com água por meio de bomba hidráulica para pressurização. Sujeitou-se o tubo a uma pressão externa a uma taxa constante de 0,4 MPa/min, em temperatura ambiente, até ocorrer a queda de pressão na câmara, indicando o colapso do componente. Alerta-se que o monitoramento pela queda de pressão da câmara possui baixa sensibilidade de detecção de microfalhas, pois necessita que a falha provoque uma alteração no volume ocupado pelo fluido pressurizado, capaz de gerar uma queda de pressão perceptível. O ideal seria instrumentar diretamente o tubo.



(a)



(b)



(c)

Figura 25 – (a) Tubo compósito e (b) tubo híbrido fechados com seus flanges e bujão, (c) desenho do flange sem furo com anel de vedação o-ring.

A câmara hiperbárica possui sistema de aquisição de dados composto por um módulo condicionador de sinais SCXI-1121, marca National Instruments, acoplado a um computador com software Labview. A pressão de ensaio foi obtida pelo sistema de aquisição através do sinal emitido pelo transdutor de pressão da câmara, marca Druck para até 100 MPa. Os resultados de pressão em função do tempo foram monitorados e armazenados ao longo do ensaio.

3.7. Simulação EF Linear e Não-Linear

A estabilidade estrutural dos tubos sujeitos à pressão externa foi simulada em análises de instabilidade por elementos finitos, linear e não-linear, e os resultados foram comparados com os obtidos experimentalmente. As análises linear e não-linear seguiram o mesmo procedimento da etapa de comparação com métodos analíticos e em ambas utilizou-se o mesmo tamanho de malha e elemento.

O método incremental Riks do software ABAQUS foi utilizado, com a implementação de imperfeições geométricas baseadas em percentuais do primeiro modo de instabilidade da análise linear por elementos finitos. Ou seja, o deslocamento máximo de cada modo é igual a um e os demais são normalizados em relação a este. Desta forma, a imperfeição implementada é proporcional ao primeiro modo de instabilidade. Em um estudo prévio, não documentado aqui, analisou-se ponderações combinando os 5 primeiros modos de instabilidade, onde foi observado que o caso mais crítico (de menor resistência a instabilidade) foi aquele que levou em conta apenas o primeiro modo, e que um valor unitário do primeiro modo como imperfeição geométrica inicial seria um valor excessivo de se atribuir.

As propriedades elásticas do material e a espessura do tubo utilizadas nestas simulações foram aquelas médias obtidas pelo procedimento de calibração. Assim, foi obtido um modelo representativo para cada tubo, $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, e $[Al/\pm 60/\pm 90]_{FW}$. O tubo híbrido foi modelado por duas cascas cilíndricas, uma para o *liner* de alumínio e outra para o compósito. Como a análise linear de estabilidade não permite contato entre as partes, foi realizada uma simulação de estabilidade linear, onde o material foi considerado um monobloco, em que a interface alumínio-compósito é considerada perfeitamente aderida, e outra sem o contato analisando seus componentes de forma individualizada. Na análise linear individualizada, a pressão lateral foi aplicada sobre a superfície lateral do componente em análise e a pressão axial foi dividida proporcionalmente conforme atua sobre cada componente do tubo híbrido. Já para a análise não-linear, modelou-se o tubo com duas cascas cilíndricas com

suas superfícies apoiadas uma na outra, sem folga, e com contato por atrito. Optou-se por não modelar a interface de adesão entre *liner* e compósito devido a não ter sido aplicado nenhum adesivo ou promotor de contato entre eles, e dessa forma a adesão que há entre eles é fraca, vindo a separar-se com relativa facilidade.

Por fim, foi avaliada a importância do padrão de enrolamento (*pattern*) na predição da instabilidade, verificando se este deve ser considerado uma imperfeição oriunda do processo ou se há um efeito direto sobre a matriz de rigidez do compósito. O *pattern* foi criado sobre os modelos anteriores, dividindo a casca cilíndrica em regiões de modo a ficar de acordo com a sequência de enrolamento dos tubos.

Para o tubo $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ foram criadas regiões com limites orientados na angulação $\pm 60^\circ$ em relação ao eixo do tubo, para o tubo $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$ na angulação $\pm 75^\circ$. O *pattern* do tubo $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ foi modelado apenas na porção $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ usando angulação de $\pm 60^\circ$, pois a porção $[AL]$ é homogênea e necessita apenas de uma casca homogênea para representá-la. Em cada uma das regiões foi atribuído o empilhamento adequado, respeitando a alternância gerada pelo enrolamento, iniciando o empilhamento por uma orientação positiva ou negativa conforme necessário. Os enrolamentos de $\pm 90^\circ$ foram modelados iniciando todas as regiões com orientação positiva, pois estes enrolamentos formam-se em apenas em um passe. A Figura 26 apresenta a modelagem das regiões do padrão de enrolamento, para o tubo $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, e sua malha de elementos. O padrão afeta a distribuição dos elementos na malha.

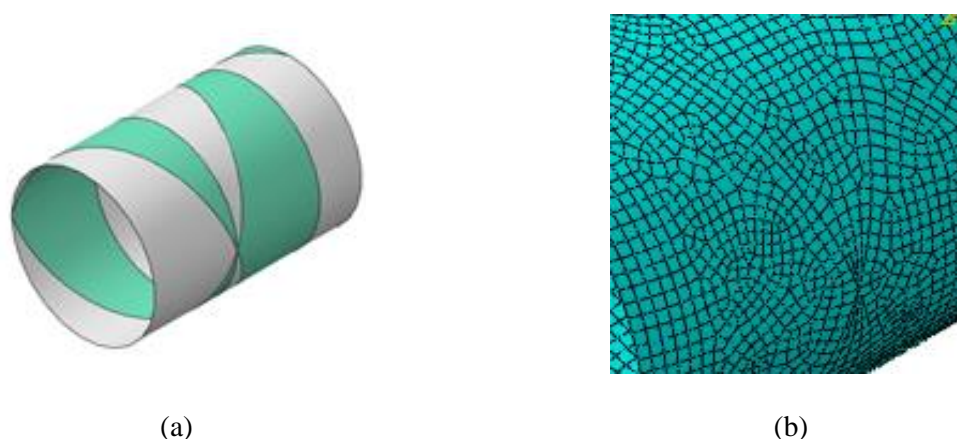


Figura 26 – Partições para o estudo do *pattern* (a) e sua malha de elementos finitos(b).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Flambagem por Métodos Analíticos e EF

Os principais resultados da análise comparativa entre as soluções analíticas e o método dos elementos finitos para o problema da instabilidade linear são apresentados da Tabela 4 a Tabela 7. A íntegra destes resultados se encontra no APÊNDICE A, Tabela 21 a Tabela 24. A Tabela 4 e a Tabela 5 foram organizadas de forma a apresentar as cargas de instabilidade para o 1° e 2° modos de instabilidade, indicando em suas colunas, abaixo do indicador do modo, entre parênteses, os números de onda (m,n) para as cargas obtidas. Para o primeiro modo esses números foram (m=1,n=3), e para o segundo modo (m=1, n=4) ou (m=1,n=2).

Tabela 4 – Cargas e modos de instabilidade (m,n): Tubos com 200 mm de comprimento.

Laminado [±θ/±θ'/±θ''] _{FW}			Pressões de instabilidade, MPa								
			ABAQUS			JONES			SANDERS		
θ	θ'	θ''	1° modo	2° modo	1° modo	2° modo	1° modo	2° modo	1° modo	2° modo	
			(1,3)	(1,4)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,2)
		60	4,24	5,74		4,75	6,62		4,40	6,16	
75	90	75	4,04	6,30		4,65		7,10	4,19	6,75	
		90	3,98	6,44		4,56		6,53	4,12	6,91	
		60	4,43	5,92		4,95	6,87		4,63	6,47	
	75	75	4,31	6,63		4,94		7,32	4,50	7,21	
		90	4,30	6,94		4,91		6,72	4,46	7,45	
90		60	4,39	5,99		4,86	6,84		4,56	5,48	
	90	75	4,32	6,74		4,89		6,81	4,48	7,28	
		90	4,30		6,96	4,88		6,12	4,44		6,95

Tabela 5 – Cargas e modos de instabilidade (m,n): Tubos com 700 mm de comprimento.

Laminado [±θ/±θ'/±θ''] _{FW}			Pressões de instabilidade, MPa								
			ABAQUS			JONES			SANDERS		
θ	θ'	θ''	1° modo	2° modo	1° modo	2° modo	1° modo	2° modo	1° modo	2° modo	
			(1,3)	(1,4)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,2)
		60	1,39		2,98	1,81	3,22		1,42		3,14
90	60	75	1,48	2,67		1,98	2,91		1,51	2,71	
		90	1,52	2,56		2,04	2,81		1,55	2,59	

Pela Tabela 4 e Tabela 5, observa-se que a formulação JONES produz resultados não coerentes com aqueles das análises por elementos finitos em relação ao 2° modo de instabilidade e seus números de onda (m,n). Isto é observado nas laminações [±75/±90/±75], [±75/±90/±90], [±90/±75/±75], [±90/±75/±90], [±90/±90/±75] da Tabela 4 e na laminação [±90/±60/±60] da Tabela 5 (valores realçados). Este fato revela que esta formulação não possui boa precisão para a predição dos modos de instabilidade, enquanto a formulação SANDERS obteve com precisão

todos os modos de instabilidade. A fórmula simplificada indicada pela norma ASME não fornece os modos de instabilidade, portanto não foi incluída nesta análise modal.

Com base no projeto de experimento realizado, obteve-se uma análise estatística dos resultados para as formulações JONES, SANDERS, e ASME em relação aos resultados de elementos finitos (Tabela 6 e Tabela 7). Para os tubos curtos (200 mm), a formulação ASME resultou nos maiores desvios, 47% em média, com um mínimo de 11,7% e máximo de 78,5%, seguida pela formulação JONES. O melhor resultado foi da formulação SANDERS com desvio médio de +4,2%, mínimo +3,3%, máximo 5,2%, e baixo desvio-padrão (0,5%).

Tabela 6 – Desvio relativo: Tubos com 200 mm de comprimento.

	Desvio relativo, %		
	JONES	SANDERS	ASME
Média	14,9	4,2	47,0
Desvio padrão	2,2	0,5	19,2
Mínimo	10,7	3,3	11,7
Máximo	18,9	5,2	78,5
Amplitude (máx-mín)	8,2	1,9	66,9

Para os tubos longos (700 mm), apesar do desvio médio da formulação ASME ter ficado menor que o da formulação JONES, resultou novamente nos maiores desvios, +50,5% de máximo, +44,0% de amplitude, e +13,0% de desvio-padrão. Embora menos dispersa, com apenas +4,0% de desvio-padrão, a formulação JONES também resultou em grandes desvios, com 36,2% em média, mínimo de 28,6% e máximo de 44,3%. O melhor resultado foi novamente da formulação SANDERS com desvio médio de +1,9%, mínimo +1,0%, máximo 2,4%, e baixo desvio-padrão (0,4%). Portanto, a formulação SANDERS foi considerada a mais adequada dentre as formulações analíticas avaliadas, pois gerou os resultados mais consistentes com a análise por elementos finitos modelada.

Tabela 7 – Desvio relativo: Tubos com 700 mm de comprimento.

	Desvio relativo, %		
	JONES	SANDERS	ASME
Média	36,2	1,9	29,0
Desvio padrão	4,0	0,4	13,0
Mínimo	28,6	1,0	6,5
Máximo	44,3	2,4	50,5
Amplitude (máx-mín)	15,8	1,4	44,0

4.2. Análise de Sensibilidade das Variáveis do Problema

A solução analítica SANDERS foi utilizada para realizar a análise de sensibilidade das variáveis do problema de instabilidade. A Figura 27 e a Figura 28 apresentam a faixa de variação de cada variável e seu efeito no resultado do cálculo da carga de flambagem (resposta) para as laminações consideradas.

A Figura 27 apresenta as avaliações realizadas para as variáveis dimensionais do tubo, espessura (t), raio médio (R) e comprimento (L). Observa-se que a espessura foi a mais influente, e que um aumento de 50% gera 200% de aumento da carga de flambagem, enquanto uma redução de 50% a reduz 80%. Este resultado era de certa forma esperado, pois os termos elongacionais (A_{ij}) da matriz de rigidez de um laminado são diretamente proporcionais à espessura e os termos flexionais (D_{ij}) são diretamente proporcionais ao cubo da espessura.

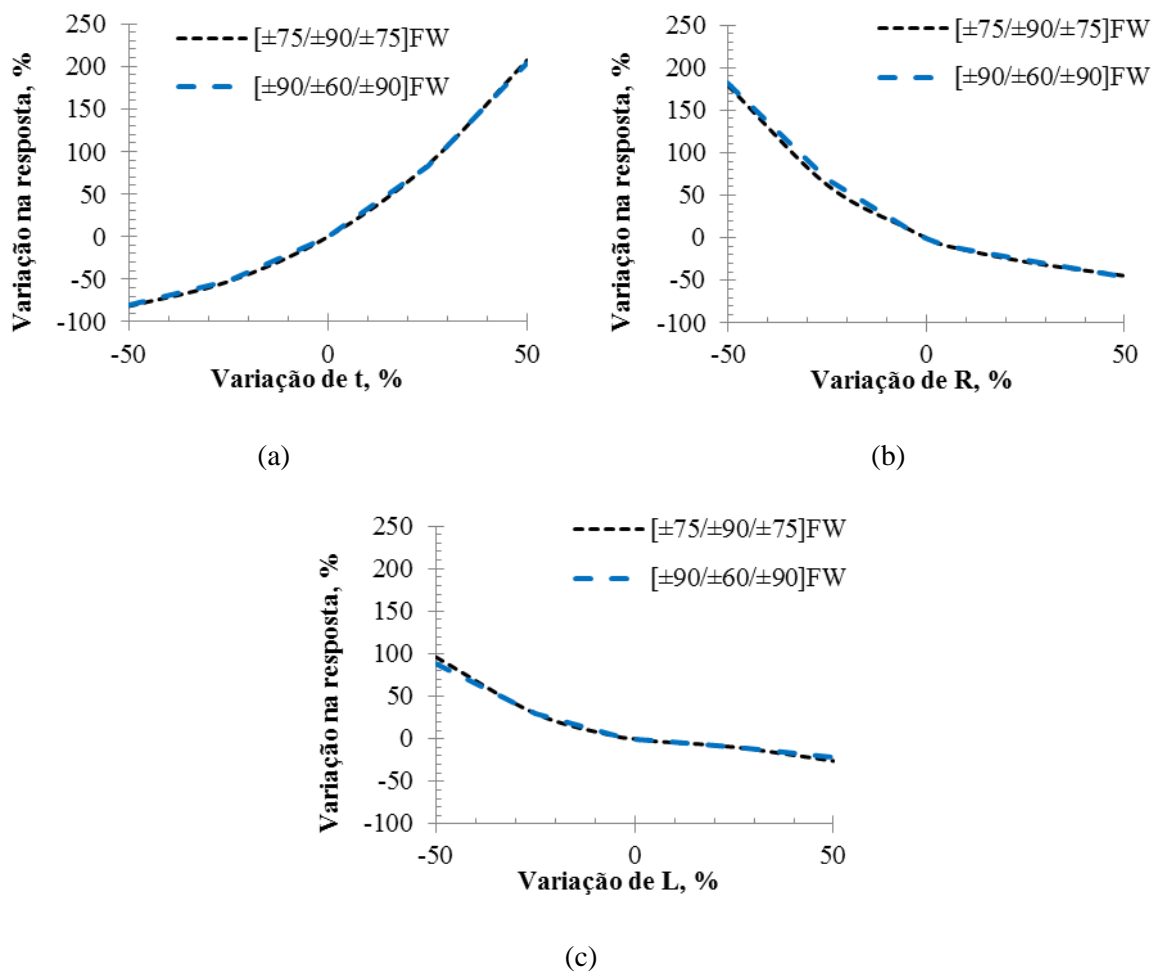


Figura 27 – Variações da resposta em função das características dimensionais (a) t , (b) R , e (c) L .

Com relação ao raio médio do tubo (R), um aumento de 50% reduz a carga de flambagem em torno de 45%, e uma redução de 50% a aumenta em 180%. O raio médio do tubo afeta sua relação D/t , e conseqüentemente, a suscetibilidade à falha por instabilidade. Já para o comprimento (L) do tubo, que foi a terceira variável dimensional em grau de influência, um aumento de 50% reduz a carga de flambagem em 20%, e uma redução de 50% aumenta em 90%. Este resultado também é esperado se for considerado que quanto maior o comprimento do tubo, maior será o comprimento livre sujeito a uma carga lateral distribuída, portanto maior será sua liberdade flexional.

Pelas boas práticas de fabricação espera-se que não haja grandes variações percentuais no diâmetro, comprimento e espessura do tubo. Avaliando uma variação hipotética de $\pm 0,25$ mm, em uma espessura de 2,5 mm ($\pm 10\%$), para $D/t > 20$, tem-se que $D = 50$ mm. Se este diâmetro variar $\pm 1,0$ mm, seriam $\pm 2\%$ de seu valor. Para um comprimento de 200 mm, $\pm 2,0$ mm, são 2% de seu valor. Essas variações, apesar de hipotéticas, são factíveis do ponto de vista fabril, e também indicam que o efeito da variação da espessura sobre a carga de instabilidade será superior ao do diâmetro e comprimento. No entanto, em um componente sempre há ondulações em toda sua superfície na forma de imperfeições.

A Figura 28 apresenta as avaliações realizadas para as variáveis materiais da lâmina unidirecional, módulo elástico longitudinal (E_1), transversal (E_2), módulo cisalhante (G_{12}) e coeficiente de Poisson maior (ν_{12}). O E_1 foi destacadamente o mais influente, representando mais de 5 vezes a influência das demais. Para um aumento de 50%, a resistência à flambagem aumentou em 40% e, para uma redução de 50%, reduziu 40%. Isto revela uma influência linear e simétrica coerente com o fato de que a rigidez do laminado depende linearmente do módulo longitudinal da lâmina. De fato, o módulo longitudinal de uma lâmina carbono-epóxi unidirecional representa em geral uma parcela de 86% entre os módulos, conforme preconiza a metodologia da lâmina-mestre de Tsai, justificando sua relevância.

A segunda variável material mais influente foi o E_2 , com influência aproximadamente linear e simétrica para os tubos e laminações considerados. Seu aumento de 50% resultou em aumento da carga de flambagem de 6%, e sua redução de 50% uma redução da carga também de 6%. O G_{12} teve pouca influência para o intervalo avaliado, aumentando ou reduzindo a resposta em torno de 3%. O E_2 e o G_{12} tiveram pouca influência pelo caso avaliado, sendo possível que apresentem influência bem maior em outras condições, como em um tubo sujeito à torção. O coeficiente de Poisson maior (ν_{12}) foi o menos influente, com variações na carga de flambagem

menores que 1%, para uma variação de 50% em seu valor, o que representaria um intervalo extremo de valores, entre 0,16 e 0,47.

Assim, lista-se em ordem de influência t , R , L , E_1 , E_2 , G_{12} e ν_{12} . Quando não houver variações consideráveis de R e L , apenas t e E_1 apresentarão influência significativa. A resposta apresentou sensibilidade não-linear e assimétrica para as variáveis t , R e L nas faixas estudadas, já as variáveis E_1 , E_2 e G_{12} apresentaram sensibilidade aproximadamente linear e simétrica. Para a variável ν_{12} , a resposta apresentou a menor sensibilidade, simetria e pequena não-linearidade.

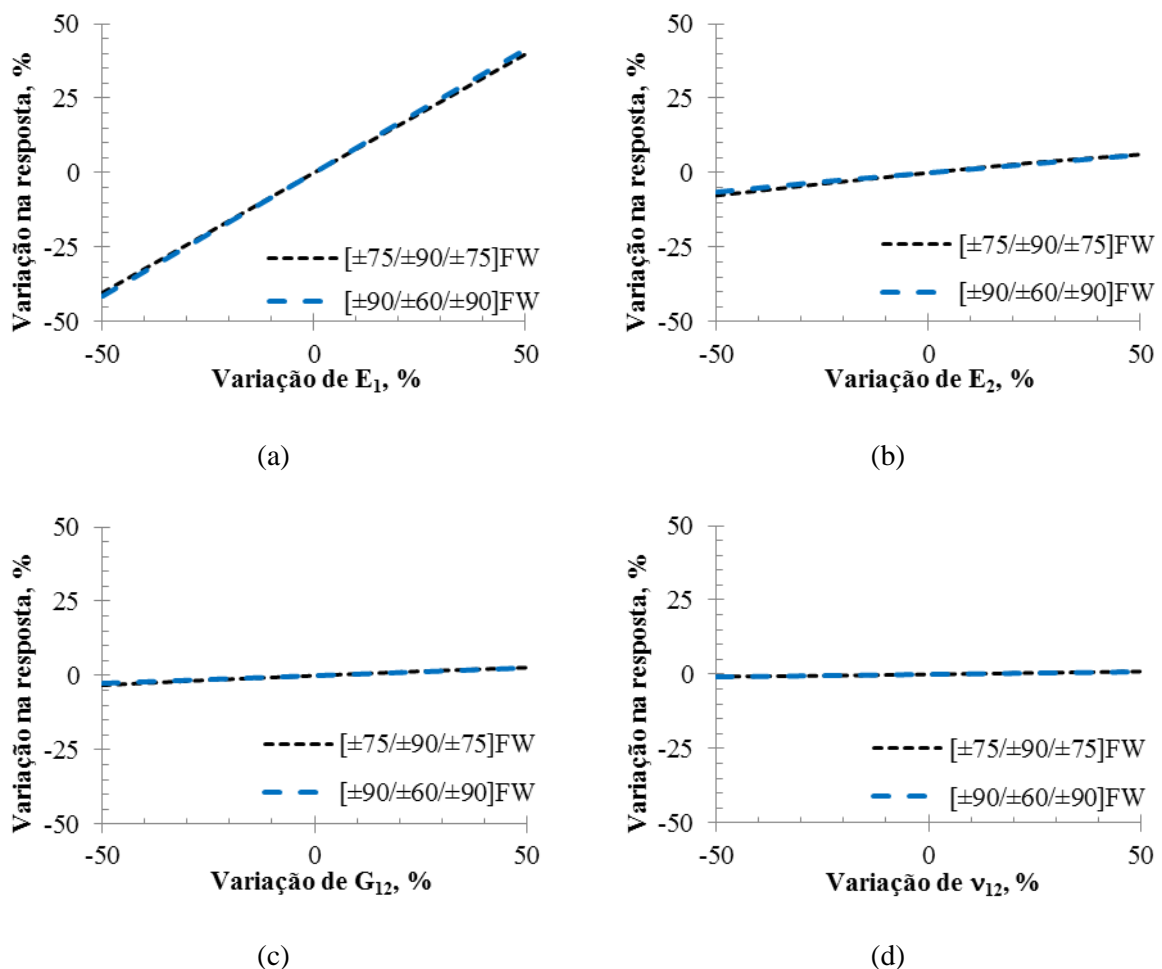


Figura 28 – Variação da resposta em função da variação das propriedades E_1 (a), E_2 (b), G_{12} (c) e ν_{12} (d).

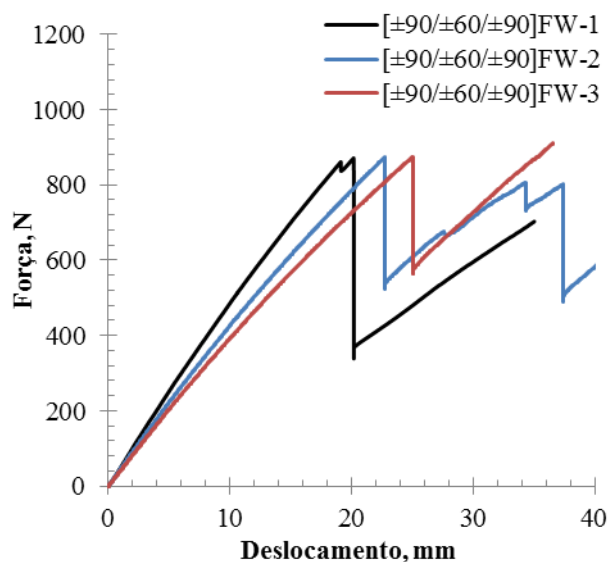
4.3. Ensaio de Compressão Radial entre Placas Paralelas

Antes dos ensaios, os corpos de prova tiveram suas dimensões avaliadas, ou seja, diâmetro interno (D_i), espessura (t), e largura (L). A Tabela 8 apresenta os resultados para os anéis avaliados e os resultados integrais da avaliação estão contidos no APÊNDICE B.

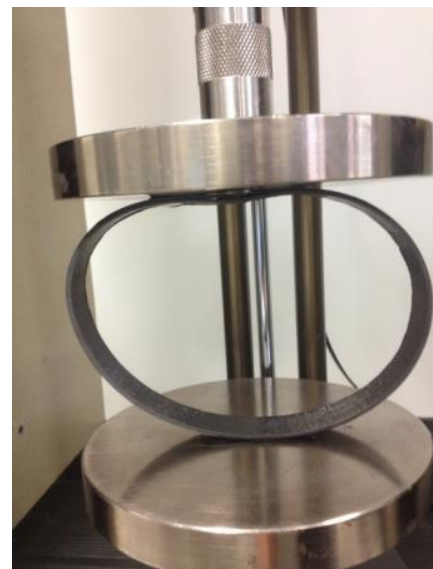
A Figura 29, a Figura 30 e a Figura 31 apresentam os resultados de força por deslocamento para as compressões monotônicas das seções em anel dos tubos $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$ e $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$. Ao lado de cada resultado está exposta a primeira falha típica observada em cada caso. Para os anéis em compósito, todas as falhas se iniciaram através da compressão da camada mais externa do anel em contato com os platôs de compressão, seguida por delaminação da camada mais interna. Para os anéis em alumínio, a falha foi iniciada por deformação plástica do material.

Tabela 8 – Dimensões avaliadas dos anéis.

Anel	n°	D_i (mm)	t (mm)	L (mm)
$[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$	1	$136,0 \pm 0,25$	$2,45 \pm 0,04$	$20,9 \pm 0,15$
	2	$136,2 \pm 0,20$	$2,37 \pm 0,06$	$21,7 \pm 0,25$
	3	$135,9 \pm 0,30$	$2,34 \pm 0,05$	$21,4 \pm 0,15$
$[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$	1	$136,1 \pm 0,20$	$2,40 \pm 0,06$	$19,5 \pm 0,40$
	2	$136,2 \pm 0,20$	$2,34 \pm 0,11$	$19,0 \pm 0,60$
	3	$136,0 \pm 0,20$	$2,33 \pm 0,07$	$20,0 \pm 0,30$
$[\pm 60/\pm 90]_{FW}$	1	$97,7 \pm 0,05$	$1,95 \pm 0,11$	$20,2 \pm 0,10$
	2	$97,6 \pm 0,10$	$2,00 \pm 0,12$	$20,4 \pm 0,10$
	3	$97,5 \pm 0,10$	$2,00 \pm 0,10$	$18,1 \pm 0,17$
[AL]	1	$95,1 \pm 0,10$	$1,15 \pm 0,04$	$20,2 \pm 0,10$
	2	$95,1 \pm 0,10$	$1,20 \pm 0,03$	$20,4 \pm 0,05$
	3	$95,1 \pm 0,10$	$1,20 \pm 0,05$	$18,1 \pm 0,20$



(a)

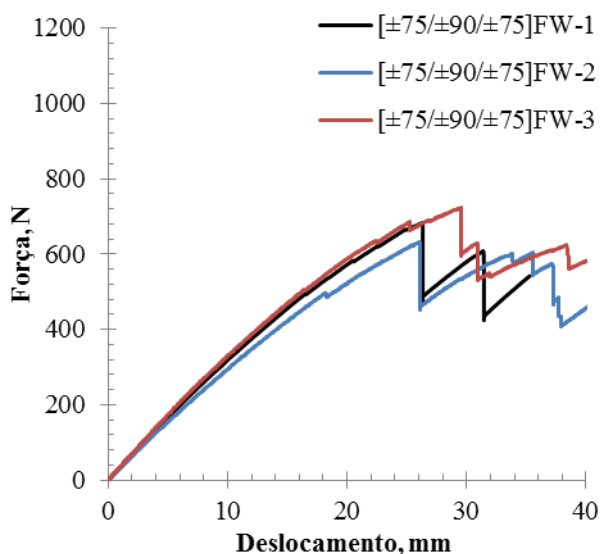


(b)

Figura 29 – Resultados de compressão monotônica de anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.

As curvas obtidas para os anéis compósitos apresentaram uma não linearidade em forma de curvatura na região anterior a primeira queda de força, essa curvatura é decorrente da grande flexibilidade dos anéis verificada durante a realização das compressões. E também devido a deformações permanentes na matriz, regime inelástico do material, ainda antes da primeira queda de força nas curvas. O comportamento apresentado foi de uma resposta estrutural não-linear geométrica, devido a flexibilidade dos anéis, com o material em regime elástico linear até certo ponto, alternando para um regime inelástico até a primeira ruptura, passando então para mecanismos de falha mais complexos de delaminação e propagação de falhas.

Em todos os anéis compósitos, a primeira queda de força é atribuída à ruptura da camada mais externa devido à falha por compressão da fibra, provocando uma dano intralaminar, com uma imediata delaminação interlaminar. Comparando a Figura 29 com a Figura 30, a queda de força é maior para o compósito que possui camada externa de 90° , pois esta possui maior rigidez a flexão, liberando maior energia quando danificada.



(a)



(b)

Figura 30 – Resultados de compressão monotônica de anéis $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.

Nos anéis híbridos testados, observou-se interação entre a porção metálica e o compósito (Figura 31). O compósito falhou por compressão da camada mais externa em contato com os

platôs de compressão, enquanto a porção metálica falhou por deformação plástica e separação do compósito, por estar confinada por este e por ser dúctil. Por haver uma relativa fraca adesão entre a porção metálica e o compósito, foi observado durante o ensaio que as falhas de adesão foram menos significativas para a resposta estrutural do que os outros mecanismos de falha.

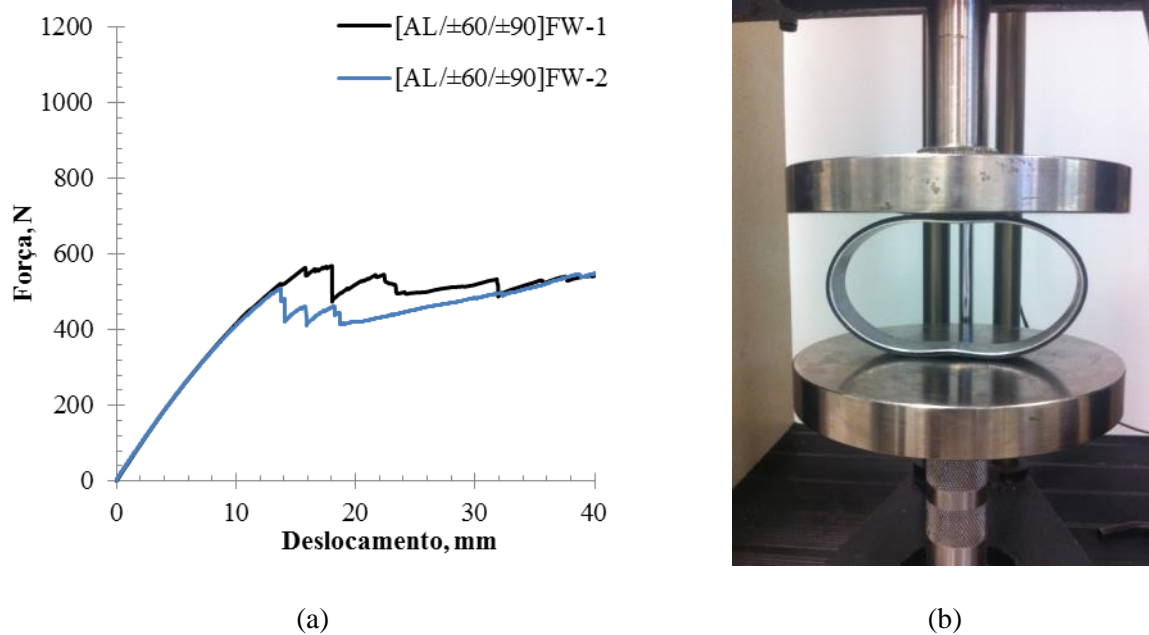
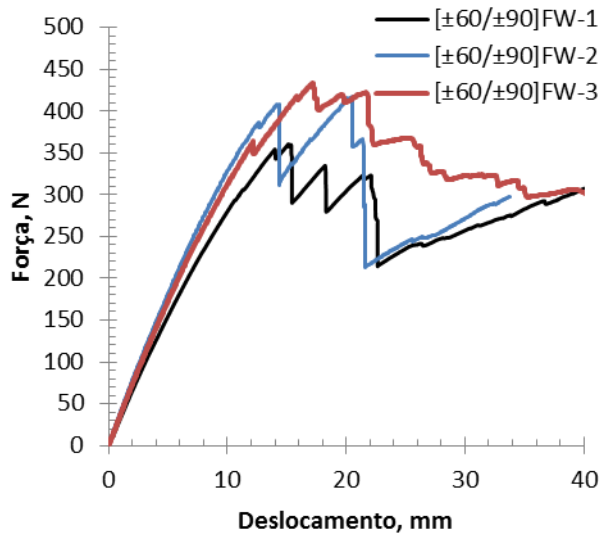


Figura 31 – Resultados de compressão monotônica de anéis $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.

Devido à interação entre a porção metálica e o compósito, estes foram caracterizados individualmente após separação das partes, como apresentado na Figura 32 e Figura 33. Novamente, o compósito apresentou falha por compressão da camada mais externa, seguida por delaminação da camada mais interna, e o anel metálico falhou por deformação plástica.

Estes resultados obtidos, relacionando força em função do deslocamento de compressão, apresentam uma dispersão que é dependente da variação de larguras e espessuras entre as amostras ensaiadas, pois são proporcionais ao módulo flexional da seção do anel (Timoshenko, 1936, Jones, 1998). Sendo assim, para que fosse efetuada uma análise da dispersão de resultados, averiguando se os mesmos estão adequados a ser inclusos no processo de calibração das propriedades, foi utilizado o critério de Chauvenet considerando como dado amostral uma força normalizada. Esta força normalizada (F_{norm}) foi definida para um dado deslocamento, na região

de suposto comportamento elástico linear, e seu valor foi dividido pela espessura do anel ao cubo, e pela sua largura ($F_{\text{norm}}=F_{x-xi}/t^3/L$).

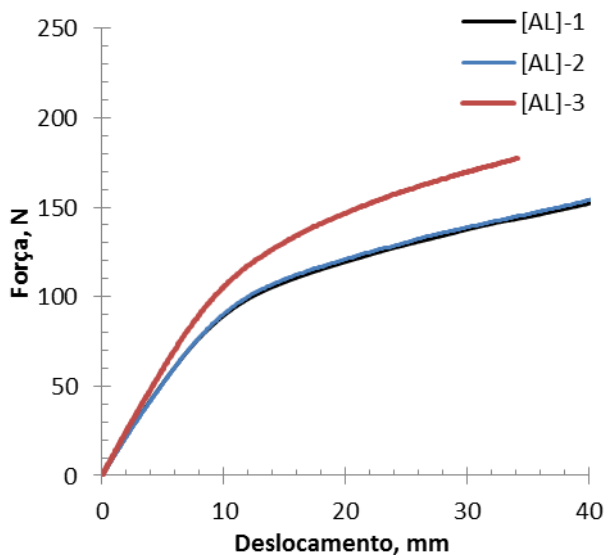


(a)

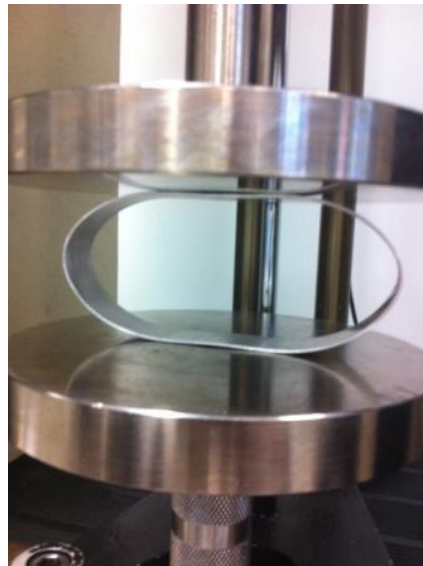


(b)

Figura 32 – Resultados de compressão monotônica para a porção do compósito $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.



(a)



(b)

Figura 33 – Resultados de compressão monotônica para a porção metálica [AL]: (a) Curvas força-deslocamento, (b) falha típica.

O critério de Chauvenet para amostragem de 3 observações é igual a 1,38 vezes o desvio-padrão da amostragem, e o resultado da amostra é julgado adequada caso o seu desvio da média da amostra ($|F_{\text{norm}} - \text{média}|$) seja menor que o critério de Chauvenet (Holman *et al.*, 2001). A Tabela 9 mostra essa análise, todos os resultados foram considerados adequados ao processo de calibração de propriedades, pois atendem ao critério de Chauvenet. A amostragem de 3 observações adotada neste trabalho é julgada pequena em virtude da variabilidade que um material compósito pode apresentar em suas propriedades elásticas, uma maior amostragem proporcionaria maior robustez aos resultados de média e desvio-padrão.

Tabela 9 – Análise de dispersão e de inclusão dos resultados pelo critério de Chauvenet.

Anel	Amostra	Deslocamento (mm)	Força normalizada (N/mm ⁴)	Desvio da média (N)	Atende ao critério?
[±90/±60/±90] _{FW}	1		1,867	0,101	Sim
	2	12	1,742	0,025	Sim
	3		1,691	0,075	Sim
		Média	1,767		
		Desvio-padrão	0,091		
		Critério Chauvenet	0,125		
[±75/±90/±75] _{FW}	1		1,391	0,058	Sim
	2	12	1,427	0,022	Sim
	3		1,530	0,080	Sim
		Média	1,449		
		Desvio-padrão	0,072		
		Critério Chauvenet	0,099		
[±60/±90] _{FW}	1		1,875	0,139	Sim
	2	10	2,009	0,005	Sim
	3		2,158	0,144	Sim
		Média	2,014		
		Desvio-padrão	0,142		
		Critério Chauvenet	0,196		
[AL] _{FW}	1		1,686	0,003	Sim
	2	5	1,459	0,225	Sim
	3		1,905	0,222	Sim
		Média	1,684		
		Desvio-padrão	0,223		
		Critério Chauvenet	0,308		

A Figura 34 apresenta os resultados de força-deslocamento para as compressões cíclicas sobre as seções em anel obtidas dos tubos [±90/±60/±90]_{FW} e [±75/±90/±75]_{FW}. Através destes resultados, não foram evidenciados danos até o deslocamento de 23 mm para o anel [±90/±60/±90]_{FW}, e até o deslocamento de 26 mm para o anel [±75/±90/±75]_{FW}, sendo então admissível assumir comportamento linear elástico até 20 mm para ambos. Essa definição é importante para determinar o intervalo de dados experimentais a ser utilizado na etapa de

calibração das propriedades elásticas, pois caso contrário o modelo numérico linear elástico seria ajustado sobre um comportamento experimental não linear. Os anéis provenientes do tubo híbrido tiveram seus intervalos de comportamento linear elástico determinados pelas análises de elementos finitos.

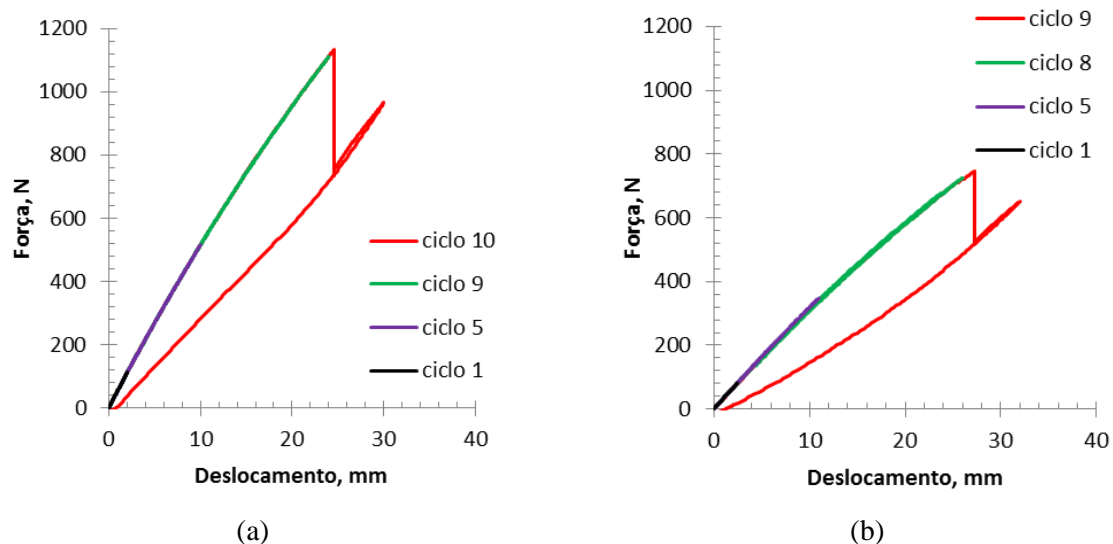


Figura 34 – Resultados de compressão cíclica para: (a) $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e (b) $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$.

Embora os resultados cíclicos da Figura 34 não tenham evidenciado danos até o deslocamento de 20 mm para os anéis compósitos, isto não significa que não hajam danos causados ao material em virtude da deformação aplicada durante os ciclos de compressão e descompressão. Na verdade, o que se constatou através destas avaliações foi que a imposição cíclica de compressão e descompressão não afeta a resposta elástica do anel, na forma avaliada, para este intervalo considerado linearmente elástico.

Mesmo pequenas deformações podem gerar ou propagar danos ao material compósito e seus constituintes, fibra e matriz, sem que estes afetem a resposta estrutural mensurada. Ou seja, um dano estrutural só é percebido pela resposta elástica se o mesmo é severo o suficiente para isso, e participa do modo de deformação. Uma forma de se investigar a presença de danos não evidentes é com o uso de modelos de danos que simulem de forma precisa todos os modos de falha de um compósito.

4.4. Caracterização do Material e Calibração das Propriedades Elásticas

A Tabela 10 apresenta os resultados da determinação da densidade do compósito (ρ_c), e percentuais volumétricos de fibra (V_f), de matriz (V_m) e de vazios (V_v).

Tabela 10 – Densidade do compósito e percentuais volumétricos dos constituintes.

Tubo	Amostra	ρ_c (g/cm ³)	V_f (%)	V_m (%)	V_v (%)
[±90/±60/±90] _{FW}	1	1,47	63,6	26,9	9,6
	2	1,48	64,5	26,9	8,5
	3	1,48	64,1	26,9	9,1
[±75/±90/±75] _{FW}	1	1,46	63,7	26,6	9,8
	2	1,48	64,5	26,9	8,7
	3	1,48	64,5	26,8	8,7
	Média	1,48	64,0	26,9	9,1

Notas: Fibra Toray T700-12K-50C, densidade 1,8 g/cm³; resina epóxi TCR Composites UF3369, densidade 1,2 g/cm³.

O percentual volumétrico de fibras estimado para as amostras planas normatizadas reportado por Almeida Jr *et al.* (2016) foi de $\approx 72\%$, contra os 64% aqui encontrados. Portanto, entendeu-se necessário calibrar as propriedades elásticas. A partir da lei das misturas para o coeficiente de Poisson maior, Equação 103 (Barbero, 2017), e com base nos dados da Tabela 10, é esperada alteração em seu valor de 0,32 para 0,27, valor adotado para o material compósito em todos os ajustes.

$$\nu_{12} = \nu_f V_f (1 - V_v) + \nu_m V_m (1 - V_v) \quad (103)$$

onde, ν_f e ν_m são os coeficientes de Poisson da fibra e da matriz, com valores de 0,3 e 0,375, respectivamente, conforme informações dos fabricantes.

O anel metálico de alumínio, por ser um material dúctil, foi calibrado por um modelo constitutivo elasto-plástico, utilizando dados de literatura (obtidos de Boyer, 1987) para a liga de alumínio 6063-T6 extrudada. Foram adotados os parâmetros de coeficiente de encruamento (n) de 0,08, tensão de escoamento (σ_{esc}) de 214 MPa e tensão de ruptura (σ_{rup}) de 243 MPa.

As curvas de convergência para o módulo elástico longitudinal (E_l), geradas pelo algoritmo de otimização implementado no software MATLAB interagindo com o software ABAQUS, com base nos dados experimentais de compressão radial dos anéis, são apresentadas na Figura 35. Menos de 60 iterações foram necessárias para a convergência.

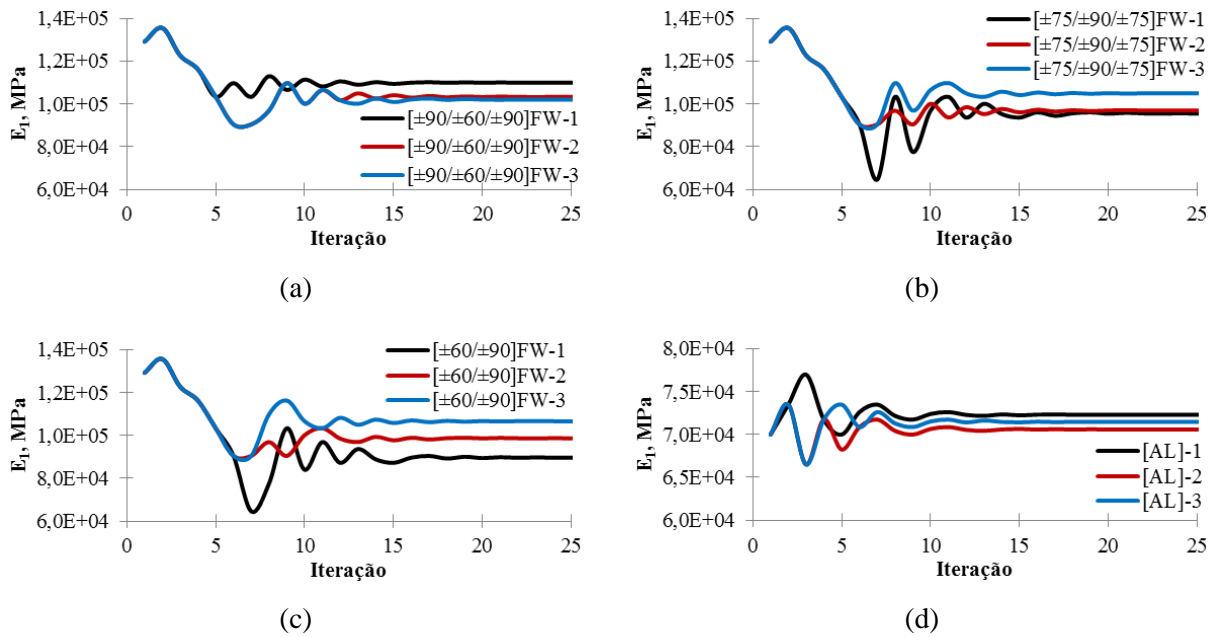


Figura 35 – Curvas de convergência do algoritmo de otimização para os anéis: (a) $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, (b) $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, (c) $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$, e (d) [AL].

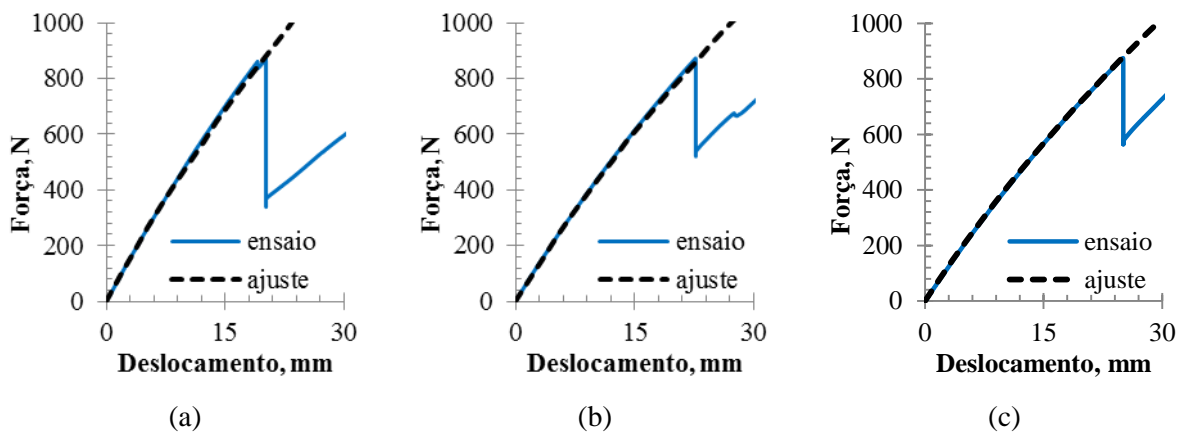


Figura 36 – Calibração dos anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, n°1 (a), n°2 (b) e n°3 (c).

Tabela 11 – Propriedades elásticas calibradas.

Anel	n°	Espessura (mm)	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	ν_{12}	G_{12} (MPa)	G_{23} (MPa)
$[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$	1	2,45	110100	7757	0,27	4632	1788
	2	2,37	103407	7286	0,27	4351	1679
	3	2,34	102142	7197	0,27	4297	1659
	Média	2,39	105216	7413	0,27	4427	1709
	Desvio-padrão	0,06	4276	301	0,00	180	69

Para os materiais compósitos é possível identificar, na Figura 37 e Figura 38, as regiões onde a elasticidade do material perde sua linearidade, uma vez que não foi implementado modelamento de dano progressivo. Pelo mesmo motivo, as curvas ajustadas não seguem o perfil de dano após a falha inicial. Ressalta-se que o dano progressivo não foi implementado, pois se estima que, em virtude do dimensionamento dos tubos, a falha por instabilidade ocorra na região de comportamento linear do material.

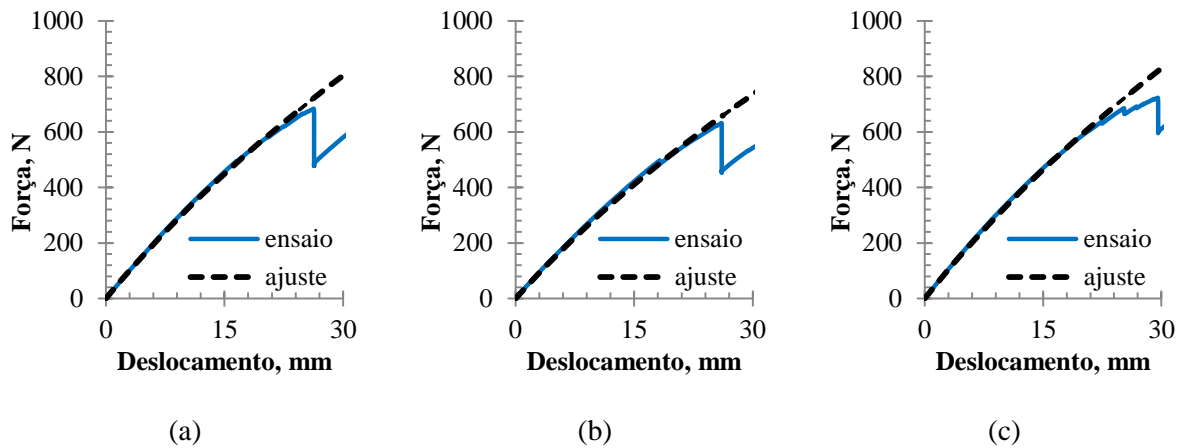


Figura 37 – Calibração dos anéis $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, n°1 (a), n°2 (b) e n°3 (c).

Tabela 12 – Propriedades elásticas calibradas.

Anel	n°	Espessura (mm)	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	ν_{12}	G_{12} (MPa)	G_{23} (MPa)
$[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$	1	2,40	95674	6741	0,27	4025	1554
	2	2,35	97034	6837	0,27	4083	1576
	3	2,33	105086	7404	0,27	4421	1707
	Média	2,36	99265	6994	0,27	4176	1612
	Desvio-padrão	0,04	5087	358	0,00	214	83

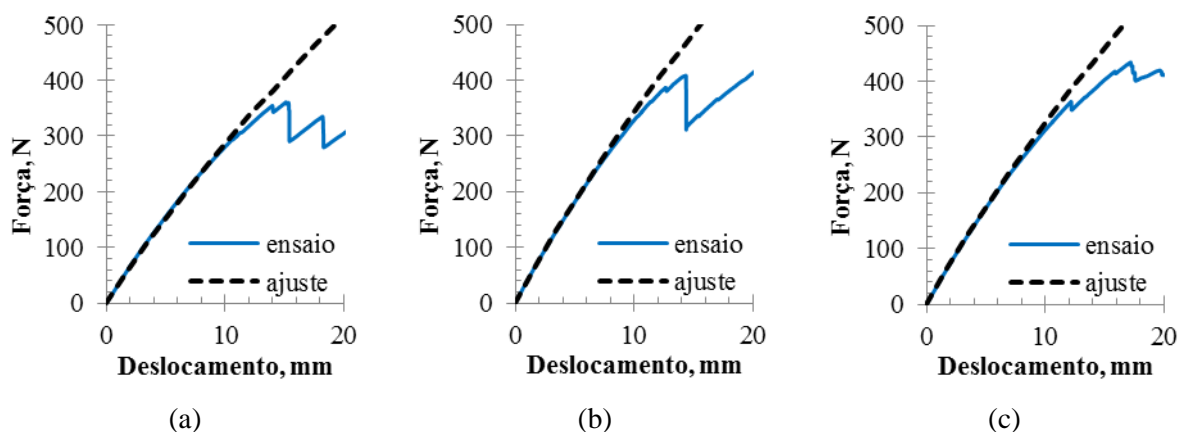


Figura 38– Calibração dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$, n°1 (a), n°2 (b) e n°3 (c).

Tabela 13 – Propriedades elásticas calibradas.

Anel	n°	Espessura (mm)	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	ν_{12}	G_{12} (MPa)	G_{23} (MPa)
[±60/±90] _{FW}	1	1,95	89660	6317	0,27	3772	1456
	2	2,00	98755	6958	0,27	4155	1604
	3	2,00	106710	7518	0,27	4490	1733
	Média	1,98	98375	6931	0,27	4139	1598
	Desvio-padrão	0,03	8531	601	0,00	359	139

Os resultados das propriedades elásticas ajustadas apresentaram desvios-padrões coerentes com os desvios obtidos pela técnica convencional de caracterização. O módulo longitudinal E_1 caracterizado pela técnica convencional por Almeida Jr *et al.*(2016), apresentou um desvio-padrão de 3600 MPa (2,8% do valor de E_1), e neste trabalho o desvio-padrão de E_1 ficou entre 4276 MPa (4,1%) e 8531 MPa (8,7%). Para os módulos E_2 e G_{12} estes percentuais foram de 5,4% e 8,8% pela técnica convencional, e também entre 4,1% e 8,7% neste trabalho. Além disso, fazendo uma estimativa do módulo elástico longitudinal E_1 pelos teores médios de volume de fibra, matriz e vazios, apresentados na Tabela 10, obteríamos pela Lei das Misturas, um valor de 104532 MPa para o E_1 , que é próximo aos valores obtidos pela calibração, validando a calibração.

A Figura 39 mostra as curvas experimentais e simuladas para a compressão do anel de alumínio, evidenciando o bom ajuste das regiões de deformação elástica e plástica. Estas regiões podem ser distinguidas pelos pontos de inflexão das curvas de ajuste. Os valores calibrados para o módulo elástico apresentaram baixo desvio-padrão indicando um procedimento bem sucedido.

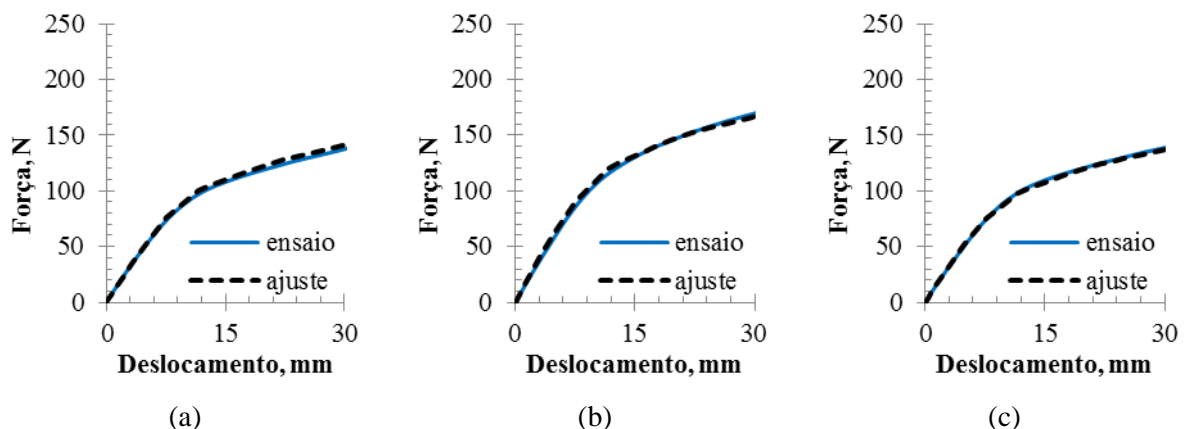


Figura 39 – Calibração dos anéis [AL], n°1 (a), n°2 (b) e n°3 (c).

Tabela 14 – Propriedades calibradas.

Anel	n°	Espessura (mm)	E (MPa)	ν	σ_{esc} (MPa)	n
[AL]	1	1,15	72312	0,27	214	0,08
	2	1,20	70601	0,27	214	0,08
	3	1,20	71482	0,27	214	0,08
Média		1,18	71465	0,27	214	0,08
Desvio-padrão		0,03	856	0,00	0,00	0,00

A resistência mecânica do compósito foi escalonada devido à estimada mudança no teor de fibra e de vazios, e seus valores são apresentados na Tabela 15. Como a mudança no teor de fibra foi menor que 10% (72% para 64%), assim como no teor de vazios (9,1%), o escalonamento das resistências à tração e compressão paralelas à fibra foi calculado por (DNV, 2013):

$$X_{t,c} = \frac{X_{t0,c0} V_f}{V_{f0}} \quad (104)$$

$$E_1 = \frac{E_{10} V_f}{V_{f0}} \quad (105)$$

onde, $X_{t,c}$ é a resistência na direção longitudinal em tração ou compressão, e os índices 0 representam os valores de referência.

Tabela 15 – Resistências mecânicas escalonadas.

Anel	n°	X_t (MPa)	X_c (MPa)	Y_t (MPa)	Y_c (MPa)	S_{I2} (MPa)
[±90/±60/±90] _{FW}	1	1200,5	-650,5	42,5	-134,5	68,9
	2	1127,5	-611,0			
	3	1113,7	-603,5			
	Média	1147,2	-621,6			
[±75/±90/±75] _{FW}	1	1043,2	-565,3	42,5	-134,5	68,9
	2	1058,1	-573,4			
	3	1145,9	-620,9			
	Média	1082,4	-586,5			
[±60/±90] _{FW}	1	977,7	-529,8	42,5	-134,5	68,9
	2	1076,8	-583,5			
	3	1163,6	-630,5			
	Média	1072,7	-581,3			

Alerta-se que um procedimento de correção de resistências deve ser avaliado com cautela, pois envolvem mecanismos de interações muito mais complexos do que os envolvidos em relação às propriedades elásticas. Escalonamentos de propriedades elásticas costumam ser aceitáveis, o que nem sempre é verdade em relação aos escalonamentos de resistência mecânica.

Neste trabalho foi considerado aceitável devido à mudança nos teores de fibra e de vazios terem sido inferiores a 10% (DNV, 2013), e sua utilização ser restrita a ele, servindo ao propósito que se destina.

As resistências calibradas foram aplicadas ao modelo de elementos finitos dos anéis para validação numérica. Foram simulados os anéis de número 1 de cada compósito, utilizando as suas propriedades calibradas, e avaliados os resultados no momento da ruptura como apresentado na Figura 40.

Pelos resultados experimentais, o anel $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ falhou a um deslocamento radial de 20,2 mm, e a Figura 40a mostra a falha prevista pelo critério de Tsai-Wu na região da base da camada externa do anel, havendo total ruptura desta camada por compressão da fibra em 21 mm de deslocamento. Similarmente, a Figura 40b apresenta a falha total por ruptura por compressão da fibra na camada externa do anel $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$ na região da base, a um deslocamento de 26,2 mm, sendo que a falha experimental deste anel ocorreu em 26,3 mm, também por compressão das fibras.

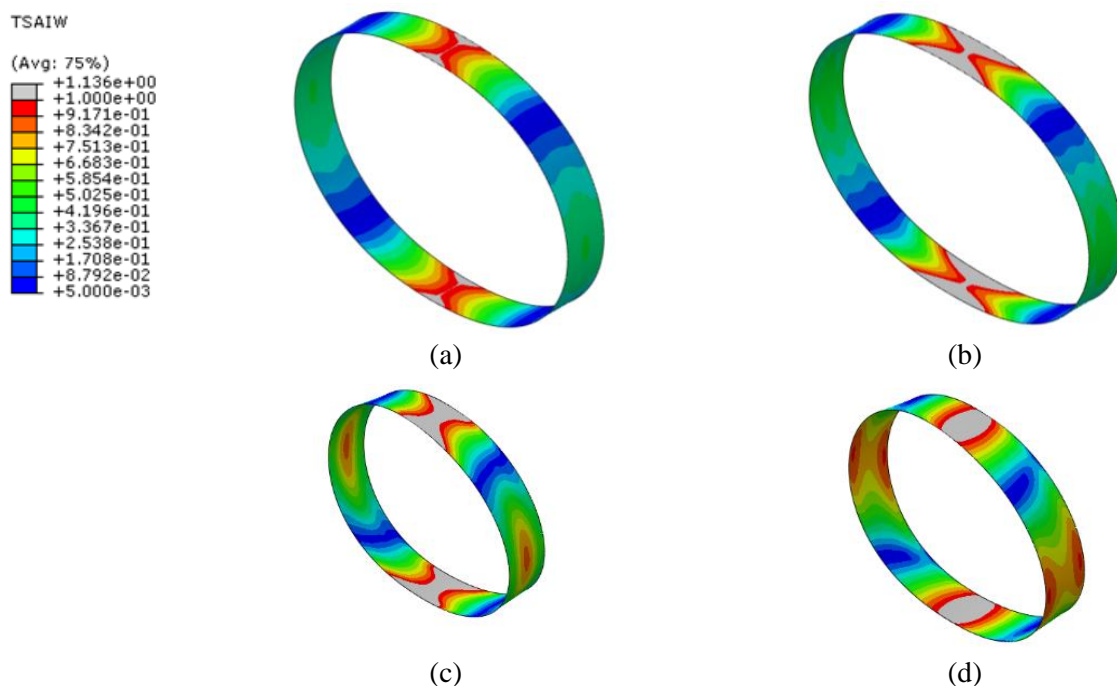


Figura 40 – Validação do escalonamento da resistência, pelo critério de Tsai-Wu: (a) $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ base camada externa, (b) $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$ base camada externa, (c-d) $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ topo camada externa e base camada interna, respectivamente.

O anel $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ apresentou uma falha mais complexa pela simulação. A 14,5 mm de deslocamento, sua camada externa falha por compressão na fibra (Figura 40c) e sua camada interna falha por cisalhamento planar (Figura 40d). Ainda assim, o resultado experimental acusou falha em 15,4 mm. Pelos resultados avaliados, e dado o objetivo desta caracterização mecânica, o escalonamento das resistências mecânicas foi considerado adequado e em grande concordância com os resultados experimentais.

A Figura 41 apresenta as curvas força-deslocamento dos ensaios para o anel híbrido do enrolamento $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ em comparação com a curva simulada por elementos finitos (EF). Nesta figura ficam evidentes o bom ajuste da região linear elástica entre ensaio e simulação, a região onde o resultado experimental apresentou comportamento não-linear diferindo do comportamento elástico linear simulado, e a região de dano progressivo após a primeira falha durante o ensaio. Como o intuito do trabalho é modelar a falha por instabilidade, anterior a danos significativos no material, este resultado valida a relação numérico-experimental.

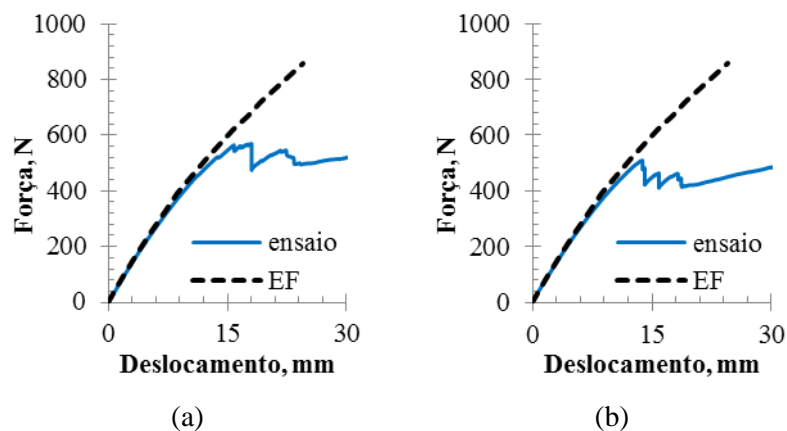


Figura 41– Calibração dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$, n°1 (a), e n°2 (b).

Também foi simulada a falha pelo critério de Tsai-Wu, e os resultados são apresentados na Figura 42. A falha, que ocorreu a um deslocamento de 14 mm apresentou os mesmos modos de falha do anel $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$, falha por compressão da fibra no topo da camada externa (Figura 42a), e por cisalhamento planar na base da camada mais interna (Figura 42b).

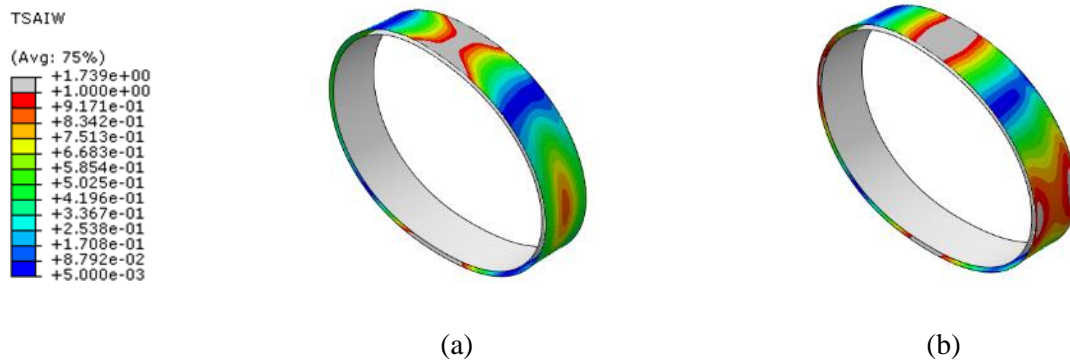


Figura 42– Verificação dos anéis $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, topo camada externa do compósito (a), e base camada interna do compósito (b).

Novamente o modo de falha foi similar ao observado nos testes experimentais que ocorreram aproximadamente entre 14 e 16 mm. Desta forma, foram obtidas boas correlações numérico-experimentais em todos os casos analisados.

4.5. Ensaio Hidrostático em Câmara Hiperbárica

A Tabela 16 apresenta a análise dimensional realizada para os tubos ensaiados, onde os valores de diâmetro interno (D_i) e espessura (t) se referem aos anéis obtidos a partir deles (amostras dos tubos 1 e 2), e a largura (L) medida do próprio tubo. Os resultados denominados *Modelo* se referem às médias dos anéis (amostras de anéis 1, 2 e 3), que foram utilizadas nas simulações do ensaio hidrostático.

Tabela 16 – Dimensões avaliadas para tubos.

Tubo	n°	D_i (mm)	t (mm)	L (mm)
$[90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$	1	$136,0 \pm 0,25$	$2,45 \pm 0,04$	$200,0 \pm 1,0$
	2	$135,9 \pm 0,30$	$2,34 \pm 0,05$	$200,0 \pm 1,0$
	Modelo	$136,0 \pm 0,50$	$2,39 \pm 0,06$	$200,0 \pm 1,0$
$[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$	1	$136,2 \pm 0,20$	$2,34 \pm 0,11$	$200,0 \pm 1,0$
	2	$136,0 \pm 0,20$	$2,33 \pm 0,07$	$200,0 \pm 1,0$
	Modelo	$136,1 \pm 0,30$	$2,36 \pm 0,04$	$200,0 \pm 1,0$
$[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$	1	$97,6 \pm 0,10$	$2,00 \pm 0,12$	$200,0 \pm 1,0$
	2	$97,5 \pm 0,10$	$2,00 \pm 0,10$	$200,0 \pm 1,0$
	Modelo	$97,6 \pm 0,20$	$1,98 \pm 0,03$	$200,0 \pm 1,0$
AL	1	$95,1 \pm 0,10$	$1,20 \pm 0,03$	$200,0 \pm 1,0$
	2	$95,1 \pm 0,10$	$1,20 \pm 0,05$	$200,0 \pm 1,0$
	Modelo	$95,1 \pm 0,10$	$1,18 \pm 0,03$	$200,0 \pm 1,0$

Figura 43 a Figura 49 apresentam os resultados dos ensaios hidrostáticos em câmara hiperbárica, caracterizando o momento de colapso dos tubos pela queda repentina e significativa de pressão, e pelas condições dos tubos fotografados após o colapso.

Pela Figura 43, observa-se diferença entre as pressões de colapso para os 2 tubos $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, sendo 4,07 MPa e 3,53 MPa, que pode ser justificada por uma pequena diferença nas suas espessuras (2,45 mm e 2,34 mm na Tabela 16). Também pode ter relação com o fato destes tubos terem sido fabricados e curados em dias diferentes, com possível variação em fatores como preparação de máquina, bobina de *towpreg* utilizada, envelopamento pela fita termo-contrátil, ou mesmo variação das propriedades mecânicas, já que um determinado nível de dispersão sempre existirá. Fatores estatísticos de processo demandam grande número de testes, portanto não foram contemplados neste estudo de forma quantitativa.

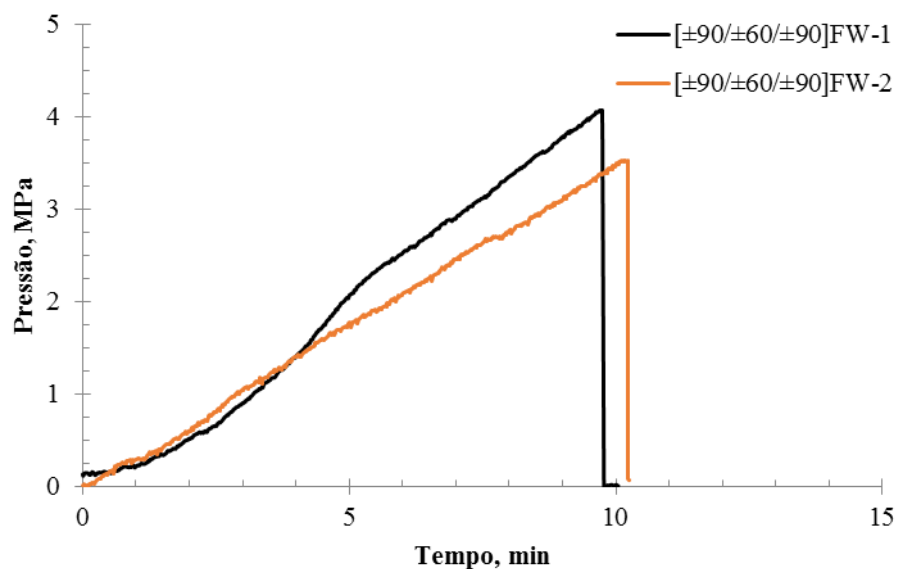


Figura 43 – Ensaio hidrostático dos tubos $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$.

A Figura 44 apresenta o aspecto final destes tubos após o ensaio hidrostático onde foram observadas falhas na região central dos dois tubos testados, a camada mais externa com orientação de 90° apresentou uma falha paralela ao eixo do tubo, que é condizente com uma falha por compressão no sentido da fibra.

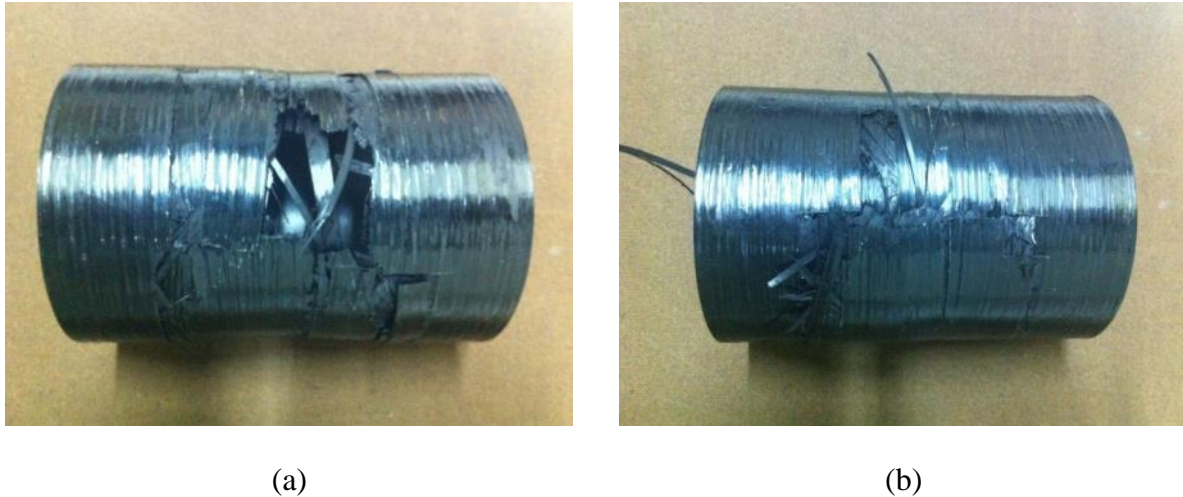


Figura 44 – Tubos $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ após o ensaio: (a) Tubo número 1 e (b) tubo número 2.

A Figura 45 apresenta os resultados dos testes hidrostáticos para os tubos $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, que indicaram falha em valores de pressão bastante próximos, 3,20 MPa e 3,18 MPa. Ao contrário dos tubos $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, foram fabricados e curados no mesmo dia, o que favorece a padronização da fabricação. Esta maior padronização pode ser verificada também nos dados dimensionais de suas espessuras médias (Tabela 16), sendo de 2,34 mm e 2,33 mm. A Figura 43 apresenta os tubos após os ensaios, e novamente a falha se localizou na região central dos dois tubos, no entanto, por possuir uma orientação de $\pm 75^\circ$ em sua camada mais externa, houve maior dispersão da falha sobre o tubo.

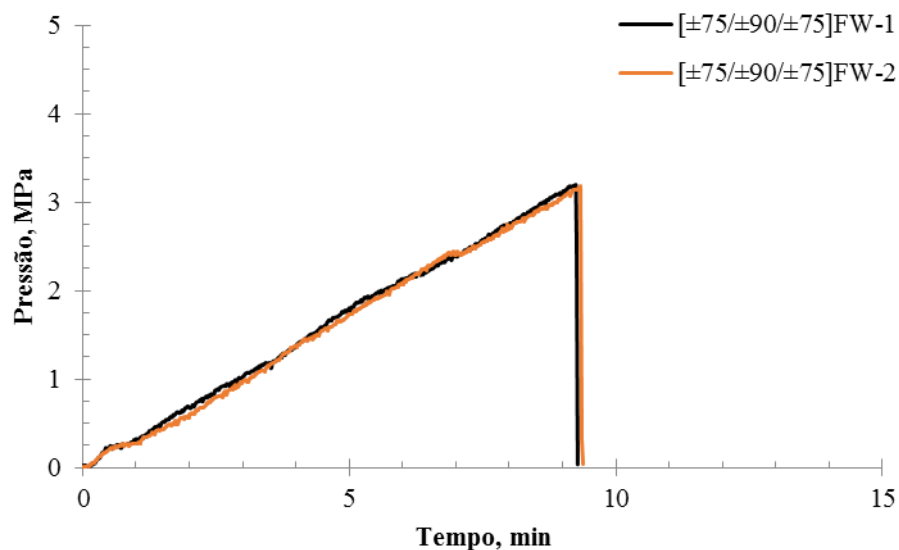
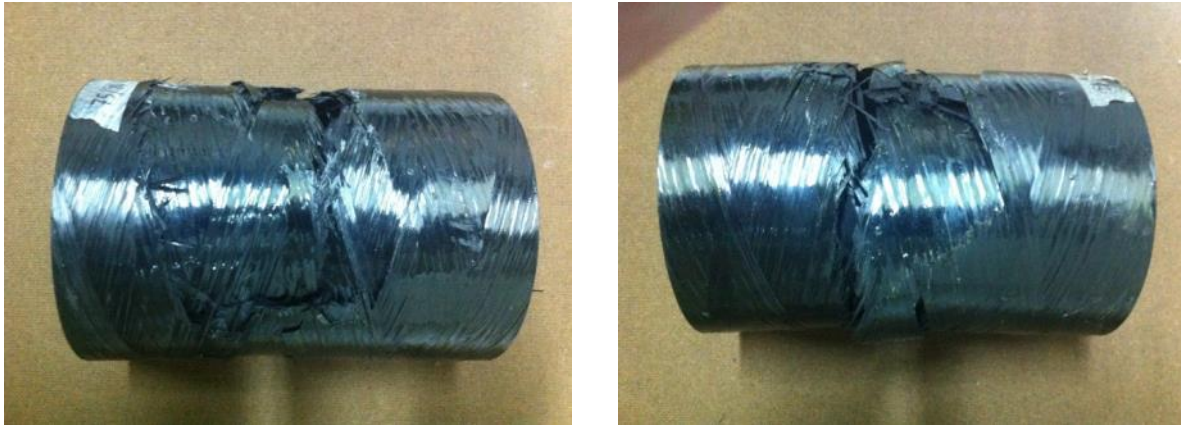


Figura 45 – Ensaio hidrostático dos tubos $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$.



(a)

(b)

Figura 46– Tubos $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$ após o ensaio: (a) Tubo número 1 e (b) tubo número 2.

A Figura 48 apresenta o resultado do teste hidrostático para o tubo híbrido $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ número 1. Observa-se uma sequência eventos de oscilação de pressão em 3,30 MPa, uma pressão máxima em 3,50 MPa seguida de uma queda para 1,52 MPa, com recuperação até 2,12 MPa e subsequente colapso catastrófico. Pela condição final deste tubo após o ensaio (Figura 47a), onde se vê que o compósito ficou intacto enquanto o alumínio sofreu falha catastrófica (Figura 47b), deduziu-se que houve infiltração na interface entre o alumínio e o compósito devido à pressão externa.



(a)



(b)

Figura 47 – Tubo $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ número 1: (a) Compósito intacto, e (b) falha do *liner* metálico por infiltração pela interface metal-compósito.

O tubo híbrido número 2, foi ensaiado depois de providenciada uma melhor vedação da interface por meio de um anel plano de borracha colado com adesivo de silicone na face do tubo (Figura 49). Esta adaptação foi eficaz e a pressão de colapso subiu para 4,58 MPa, como mostra a Figura 48. A condição final para o tubo híbrido número 2 foi de falha catastrófica dos dois materiais conforme apresentado na Figura 49.

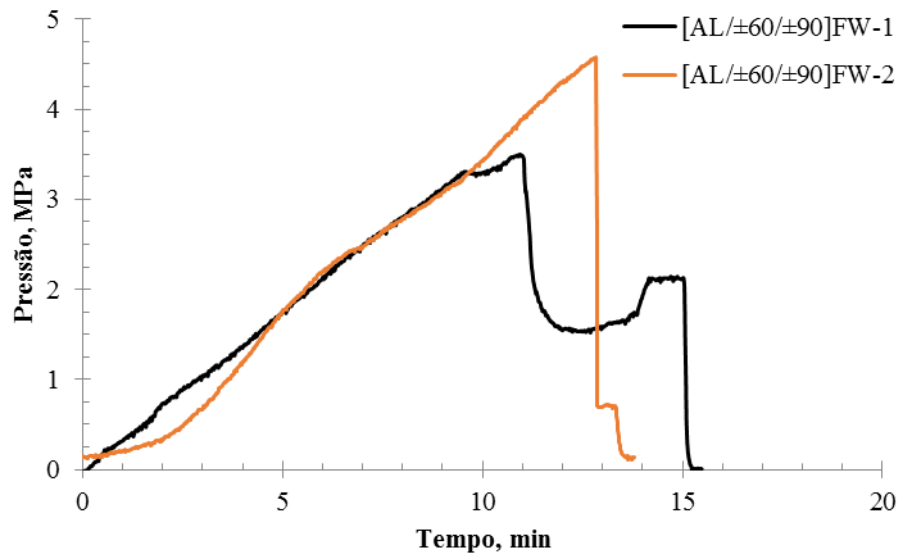


Figura 48 – Ensaio hidrostático dos tubos híbridos [AL/±60/±90]_{FW}.



(a)



(b)

Figura 49 – Tubos [AL/±60/±90]_{FW} número 2 com vedação eficiente da interface metal-compósito, aspecto externo (a) e aspecto interno (b) após o ensaio.

Com exceção do tubo híbrido que sofreu infiltração em sua interface, todos os outros resultados apresentaram uma queda de pressão instantânea no momento de máxima pressão.

Pelas amostras estarem confinadas dentro da câmara hiperbárica sem meios de visualização, e também devido à falta de uma instrumentação diretamente na amostra, e de uma maior sensibilidade às variações de volume interno da câmara hiperbárica, a ocorrência da flambagem não é observada. Com base nos resultados, uma das possíveis hipóteses de falha é a de uma instabilidade do tipo ponto limite que fez o componente falhar sem que a instabilidade fosse detectada pelo sensor de pressão da câmara hiperbárica, apenas detectando a colapso por ter gerado uma grande variação no volume interno da câmara que gerou a queda instantânea de pressão. Outra hipótese é a da falha material sem evento de instabilidade.

Para avaliar estas hipóteses, foram realizados cálculos analíticos, com o software MATLAB, para estimar a carga de flambagem e o critério de falha. Utilizou-se a solução analítica SANDERS como uma primeira estimativa das cargas de flambagem para os tubos compósitos, e o critério de falha de Tsai-Wu, com as propriedades mecânicas médias obtidas na etapa de calibração obtendo-se os resultados da Tabela 17. Por estes resultados, conclui-se que a pressão de colapso experimental está aproximadamente de acordo com a estimativa analítica de instabilidade para os casos analisados. E também, pelos valores máximos calculados para o critério de Tsai-Wu, percebem-se todos os valores muito menores do que 1, indicando haver grande margem de resistência do material compósito.

Tabela 17 – Estimativas analíticas por SANDERS para cargas de flambagem.

Tubo	Pressão de flambagem por SANDERS (MPa)	Tsai-Wu máximo	Pressão de colapso experimental (MPa)	Tsai-Wu máximo
$[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$	3,62	-0,09	4,07 3,53	-0,07 -0,10
$[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$	3,01	-0,21	3,20 3,18	-0,21 -0,21

A hipótese mais provável é então a de uma instabilidade do tipo ponto limite, que por apresentar uma transição suavizada entre as trajetórias de equilíbrio, diferentemente da instabilidade bifurcacional, conduziu os tubos a uma falha material sem que o evento de instabilidade fosse detectado pela pressão na câmara hiperbárica. O comportamento de ponto limite tem relação direta com a presença de imperfeições geométricas, geralmente, quanto maior a imperfeição geométrica mais suavizada é a transição pelo ponto limite. Quanto maior for esta suavização mais difícil é de se identificar um evento de instabilidade, pois tende a confundir-se com a própria progressão da deformação. No ensaio executado, isto é entendido considerando

que a instabilidade não gerou uma variação de volume interno na câmara suficiente para ser observada pela pressão medida, por haver progressão da deformação enquanto a pressão era aumentada a partir de um determinado ponto antes da instabilidade.

4.6. Simulação EF Linear e Não-Linear

Os resultados das análises de estabilidade, linear e não-linear, realizadas pelo método de elementos finitos são apresentados nesta seção. As propriedades elásticas e de resistências mecânicas atribuídas aos tubos foram as médias definidas na fase de caracterização do material por calibração. A Tabela 18 apresenta as dimensões atribuídas aos modelos geométricos, onde diâmetro interno (ϕ_i) e espessura (t) foram definidas a partir das médias obtidas para os anéis na fase de caracterização do material (Tabela 11 a Tabela 14), e o comprimento (L) foi definido pelo valor nominal medido nos tubos (Tabela 16).

Para o tubo híbrido, a medida de diâmetro interno foi definida a partir da interface *liner*-compósito, portanto sendo adotada a dimensão do compósito ($\phi_i=97,6$ mm) como superfície de referência, obtendo-se então a medida de 95,2 mm para o diâmetro interno. A espessura total é a soma das espessuras das porções metálica (AL) e compósito (6090).

Tabela 18 – Dimensões definidas para os modelos de elementos finitos.

Tubo	Modelo	ϕ_i (mm)	t (mm)	L (mm)
$[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$	1	136,0	2,39	200,0
$[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$	1	136,1	2,36	200,0
$[\pm 60/\pm 90]_{FW}$	1	95,2	1,98	200,0
[AL]			1,18	

Da Figura 50 à Figura 52 são apresentados os resultados para o tubo $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$. Para definir o limite superior da carga de flambagem, e obter o modo de flambagem a ser atribuído como imperfeição nas análises não-lineares, foi realizada primeiramente a simulação linear da estabilidade, com carga de referência empregada na análise de autovalores de 1 MPa de pressão. Por esta análise, a pressão crítica resultante, i.e. a menor carga que gera instabilidade, foi de 4,68 MPa, como mostra a Figura 50. Esta figura mostra a distribuição de tensões no topo da camada mais externa do tubo, sendo seus valores numéricos apenas para referência, pois são relativos ao modo de instabilidade, que por sua vez é fornecido pelo software na forma normalizada, com amplitude entre -1 mm e +1 mm.

O modo de flambagem normalizado obtido possui configuração de ondas (1,3), ou seja, uma meia-onda no sentido axial e três ondas no sentido tangencial, e foi implementado como imperfeição da superfície do tubo, em níveis percentuais, na análise de elementos finitos não-linear. Assim, 10% de imperfeição representa um deslocamento máximo de +0,1 mm na superfície perfeita no ponto de máximo de deslocamento.

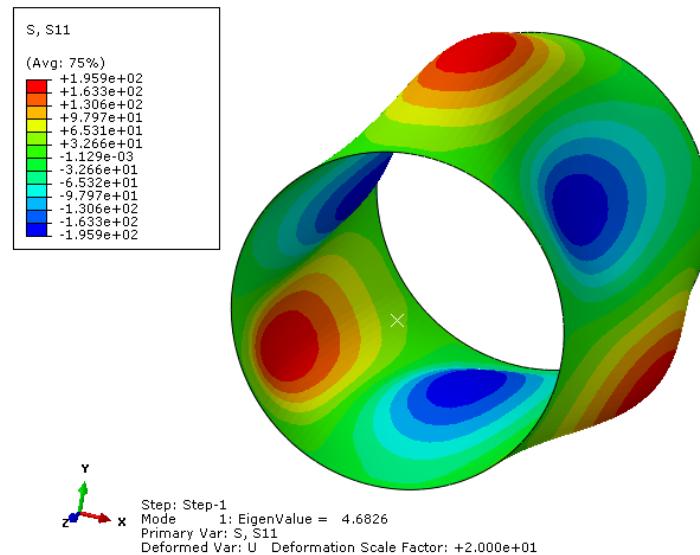


Figura 50 – Estabilidade linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, pressão crítica 4,68 MPa e modo de flambagem (1,3).

O resultado da análise não-linear é apresentado na Figura 51. A Figura 51a apresenta as curvas de carga crítica para os percentuais de imperfeição avaliados entre 1% e 60%. Observa-se que o resultado obtido com 30% de imperfeição do primeiro modo de instabilidade linear é o mais próximo ao resultado experimental de 4,07 MPa (tubo n° 1). A curva para 30% de imperfeição mostra que a instabilidade é do tipo ponto limite, acarretando em falha do material. Isto explica porque a flambagem não foi detectada pela curva de variação de pressão na câmara hiperbárica, pois na falta de uma abrupta mudança na deformação do tubo não houve sensibilidade suficiente para evidenciá-la.

Na Figura 51b está ilustrada a distribuição de tensões, na direção da fibra, no topo da camada mais externa do tubo, a região onde se verificou as tensões mais críticas para o caso analisado com 30% de imperfeição no ponto de limite de estabilidade onde a pressão hidrostática é de 4,08 MPa. Nesta figura, verifica-se que a carga compressiva sobre a fibra (-788,4 MPa) excede o limite de resistência de -621,6 MPa.

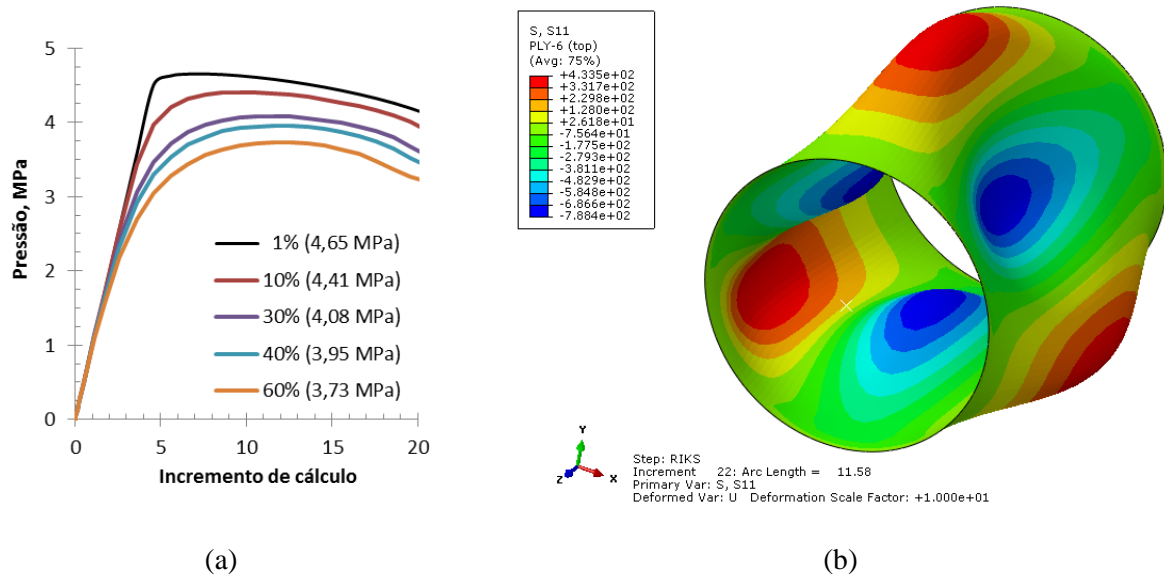


Figura 51 – Estabilidade não-linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Cargas críticas em função da imperfeição, (b) tensões na carga crítica de 4,08 MPa com 30% de imperfeição.

A distribuição do critério de Tsai-Wu no topo da camada mais externa do tubo, e anterior ao primeiro indício de falha no tubo, é apresentada na Figura 52a para o caso com 30% de imperfeição. Na Figura 52b é apresentada, em forma de gráfico, sua distribuição ao longo da seção do tubo, no ponto mais crítico identificado pelo ponto de máximo do critério de Tsai-Wu da Figura 52a. Observa-se que não se ultrapassa o limite no momento que a pressão hidrostática atinge 4,02 MPa.

A Figura 52c e Figura 52d apresentam as mesmas análises, no limite de estabilidade, onde a pressão hidrostática é de 4,08 MPa. Neste caso, as duas camadas externas já apresentam falha pelo critério (valores acima de 1,0), restando apenas as demais para suportar as tensões. Portanto é plausível afirmar que o tubo suporta na condição avaliada uma pressão hidrostática entre 4,02 e 4,08 MPa, que são bem próximas da carga experimental de 4,07 MPa.

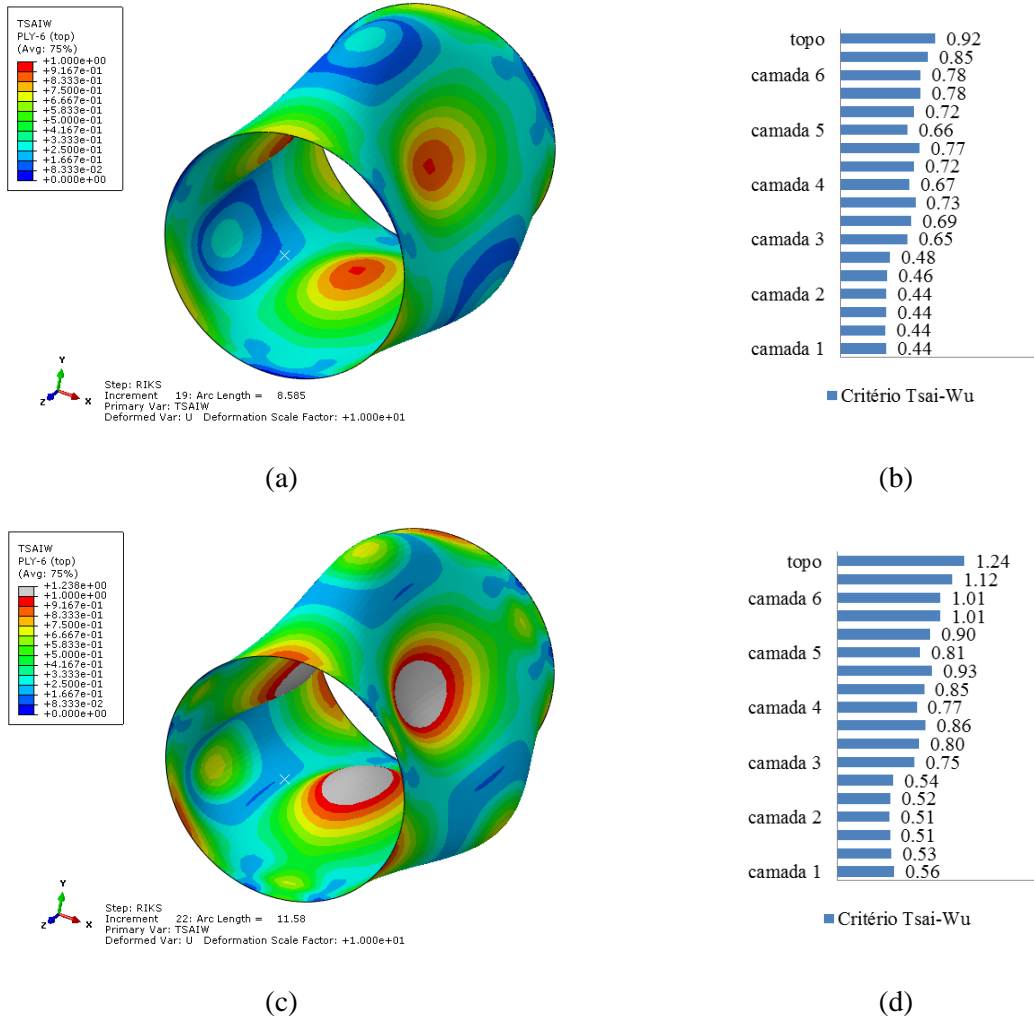


Figura 52 – Estabilidade não-linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ com 30% de imperfeição e critério de Tsai-Wu: (a) e (b) antes do início de falha, (c) e (d) no ponto limite de estabilidade.

O segundo tubo com enrolamento $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ apresentou carga de colapso experimental de 3,53 MPa, que é inferior às cargas estabelecidas (entre 4,02 e 4,08 MPa) para o tubo com 30% de imperfeição. Na Figura 51a vê-se que mesmo atribuindo uma imperfeição inicial de 60% (máxima 0,6 mm), baseada no primeiro modo de instabilidade na superfície do tubo, obter-se-ia uma carga de colapso de 3,73 MPa, ainda superior aos 3,53 MPa. Deve-se lembrar que pelos dados da Tabela 16 a imperfeição avaliada para os tubos seria da ordem de $\pm 0,3$ mm, portanto atribuir mais de 0,6 mm de imperfeição máxima poderia ser excessivo. Foi então realizada uma nova análise para o tubo $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, seguindo os mesmos passos anteriores porém com espessura reduzida, conforme dados do anel número 3 da Tabela 8, alterando a espessura de 2,39 mm para 2,34 mm. Também utilizou-se as propriedades elásticas e

de resistências mecânicas do mesmo anel, conforme Tabela 11 e Tabela 15. Da Figura 53 até a Figura 55 são apresentados esses resultados.

A Figura 53 apresenta a pressão crítica de flambagem (4,44 MPa) pela análise linear e a Figura 54a apresenta as curvas de carga crítica (limite de estabilidade) para os percentuais de imperfeição avaliados.

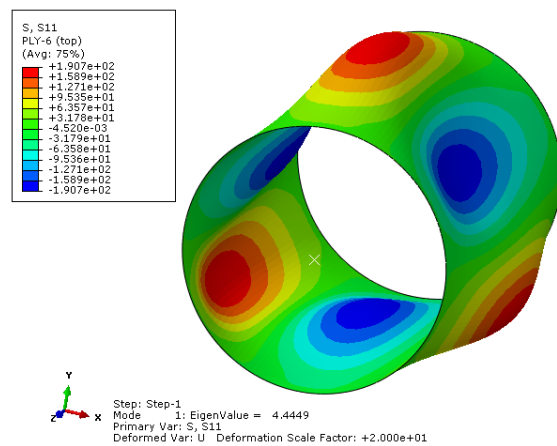


Figura 53 – Estabilidade linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, pressão crítica 4,44 MPa com modo (1,3).

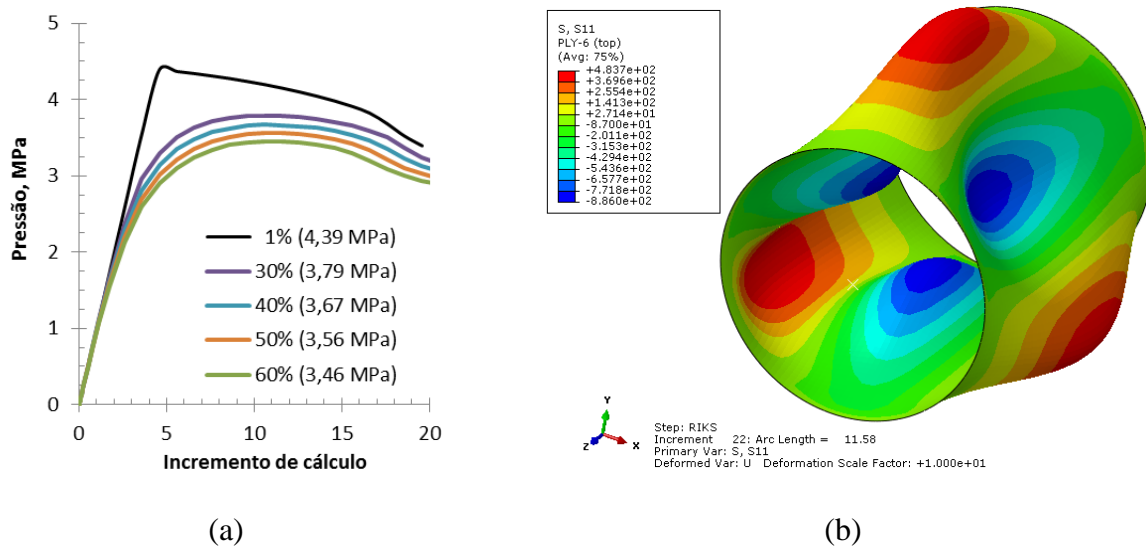


Figura 54 – Estabilidade não-linear por EF para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Cargas críticas em função da imperfeição, (b) tensões na carga crítica de 3,56 MPa com 50% de imperfeição.

O resultado para 50% de imperfeição do primeiro modo de instabilidade linear, pressão crítica de 3,56 MPa, é o mais próximo ao experimental de 3,53 MPa (tubo n° 2). A Figura 54b ilustra a distribuição de tensões, na direção da fibra no topo da camada mais externa do tubo, a

região onde também se verificou as tensões mais críticas, no ponto de limite de estabilidade (pressão hidrostática de 3,56 MPa). Verifica-se que a carga máxima compressiva sobre a fibra (-886,0 MPa) excede o limite de resistência de -603,5 MPa.

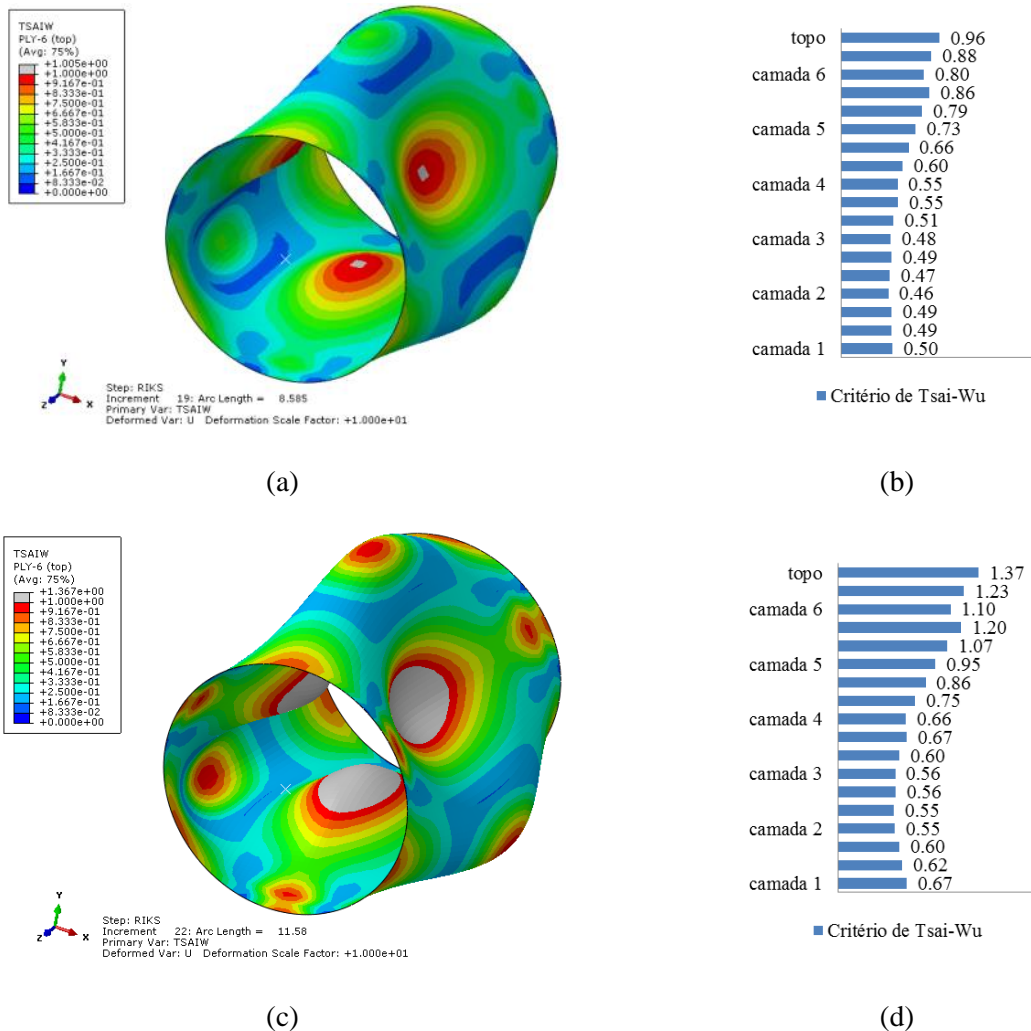


Figura 55 – Estabilidade não-linear por EF com 50% de imperfeição: Critério de Tsai-Wu, (a) e (b) em 3,51 MPa, antes do início de falha, (c) e (d) no ponto limite de estabilidade, 3,56 MPa.

A Figura 55a apresenta a distribuição do critério de Tsai-Wu no topo da camada mais externa do tubo, e anterior ao primeiro indício de falha no tubo. Na Figura 55b é apresentada a distribuição do critério de falha ao longo da seção do tubo, no ponto mais crítico. Observa-se que o limite do critério de falha não é ultrapassado quando a pressão hidrostática está em 3,51 MPa. A Figura 55c e Figura 55d apresentam as mesmas análises, no limite de estabilidade (pressão hidrostática de 3,56 MPa). Vê-se que as duas camadas externas apresentam falha pelo critério

(valores acima de 1,0), restando às demais camadas suportar a redistribuição de tensões. É plausível afirmar que o tubo suporta na condição avaliada uma pressão hidrostática entre 3,51 e 3,56 MPa, próximos da carga experimental de 3,53 MPa.

Da Figura 56 à Figura 58 apresentam-se os resultados das análises de estabilidade, linear e não-linear, para o tubo $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$. A análise linear resultou em uma carga de flambagem de 3,81 MPa (Figura 56), enquanto a análise não-linear obteve um resultado mais próximo ao experimental para o caso onde atribuiu-se uma imperfeição inicial de 45% (Figura 57a).

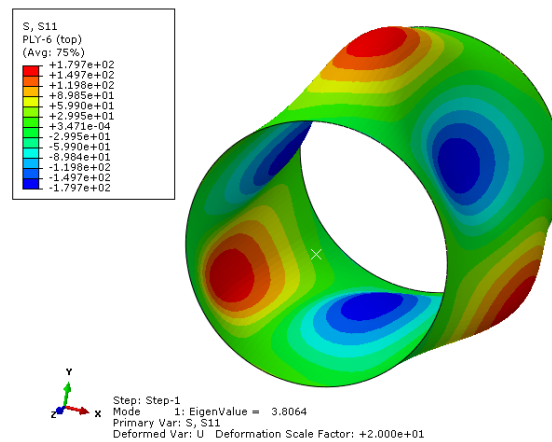


Figura 56 – Estabilidade linear por EF para $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, pressão crítica 3,81 MPa com modo (1,3).

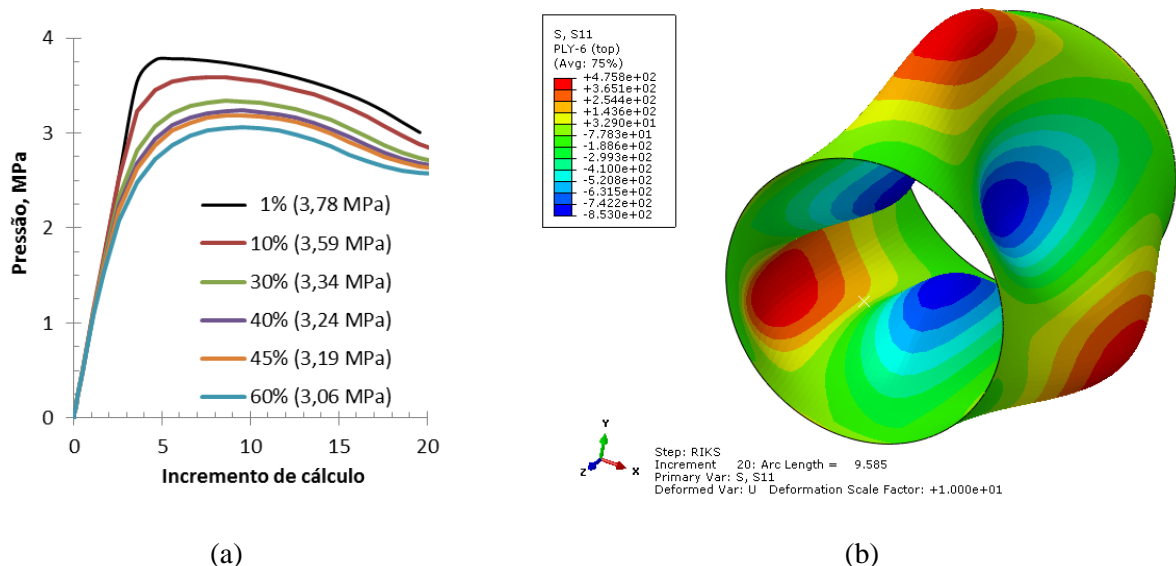


Figura 57 – Estabilidade não-linear por EF para $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$: (a) Cargas críticas em função da imperfeição, (b) tensões na carga crítica de 3,19 MPa com 45% de imperfeição.

A distribuição do critério de Tsai-Wu no topo da camada mais externa do tubo anterior ao primeiro indício de falha no tubo é apresentada na Figura 58a para o caso com 45% de imperfeição inicial. Na Figura 58b, observa-se que o limite do critério de falha não é ultrapassado em nenhuma camada para pressão hidrostática de 3,11 MPa. A Figura 58c e Figura 58d apresentam os resultados no limite de estabilidade, com pressão hidrostática de 3,19 MPa, e se vê que as duas camadas externas apresentam falha pelo critério de Tsai-Wu. É possível estimar que o tubo suporta uma pressão hidrostática entre 3,11 e 3,19 MPa, próximos aos experimentais de 3,18 e 3,20 MPa.

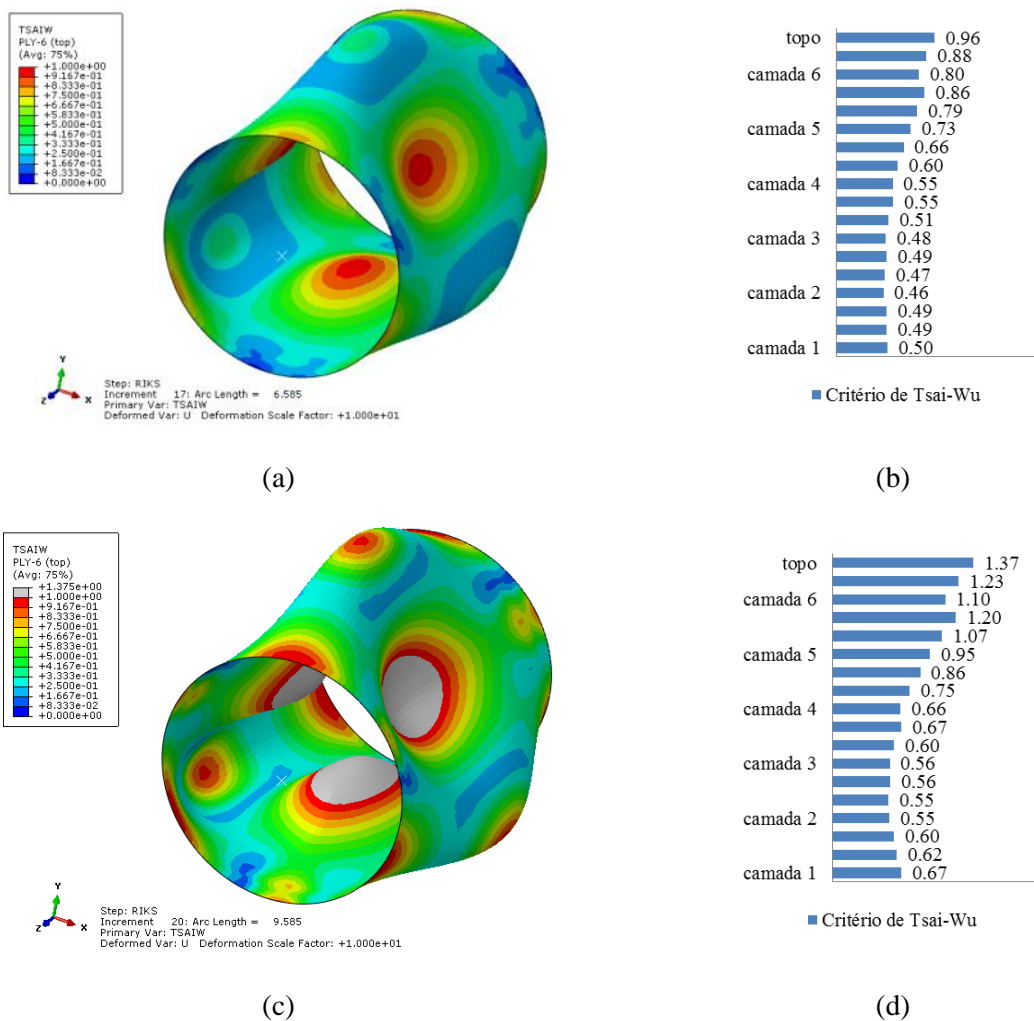


Figura 58 – Estabilidade não-linear por EF com 45% de imperfeição: Critério de Tsai-Wu, (a) e (b) antes do indício de falha, (c) e (d) no ponto limite de estabilidade.

Os resultados obtidos nas análises de estabilidade, linear e não-linear, para o tubo híbrido $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ são apresentados na Figura 59 a Figura 62. Primeiramente, foi realizada uma análise de estabilidade linear como se o *liner* e o compósito fossem rigidamente ligados formando um monobloco (Figura 59), sendo obtida uma carga de flambagem de 14,22 MPa, que é muito superior às cargas de colapso experimentais. Como o dimensionamento do tubo tende a gerar uma falha por instabilidade, pode-se concluir que a abordagem monobloco não representa o comportamento estrutural real do tubo. Portanto, é necessário analisar o tubo híbrido como formado por dois tubos solidários, com uma interface modelada da mesma forma realizada na análise de compressão do anel híbrido.

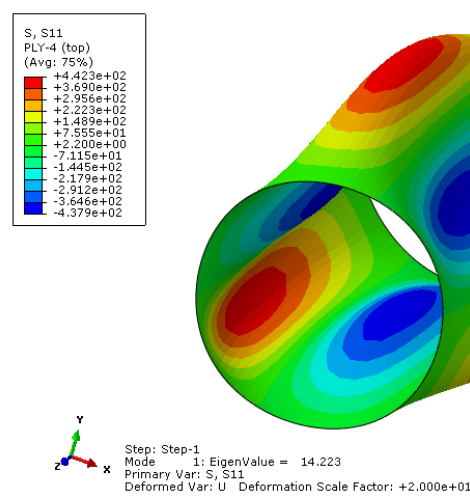


Figura 59 – Estabilidade linear por EF para $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, monobloco, pressão crítica 14,22 MPa e modo de flambagem (1,3).

Ainda fazendo uso de análises lineares de estabilidade, foram considerados os casos com o *liner* e compósito agindo como materiais independentes, sem contato entre eles. Para isso foi realizada uma análise para cada material, onde a pressão lateral foi aplicada sobre a superfície lateral daquele material, e a pressão axial foi dividida proporcionalmente, conforme atua sobre cada material.

Dessas análises, foram obtidos os resultados da Figura 60a para a porção metálica (*liner*) e Figura 60b para a porção compósito. Vê-se que, individualmente, a porção compósito falharia por instabilidade sob uma pressão de 3,23 MPa, e a porção metálica sob uma pressão de 2,01 MPa. Entretanto, como na realidade há contato entre estes componentes durante a sujeição da pressão externa hidrostática, com efeitos de interação estrutural, avaliou-se esta interação pelo método não-linear de análise por elementos finitos.

Assim, foi realizada a análise não-linear para o tubo híbrido $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ para comparação com o resultado experimental do tubo que não sofreu infiltração. A imperfeição geométrica atribuída ao modelo não-linear foi obtida a partir do primeiro modo de instabilidade considerando o tubo híbrido como um monobloco, sendo esta imperfeição atribuída na interface *liner*-compósito.

A Figura 61a apresenta as curvas de ponto limite de estabilidade para os percentuais de imperfeição avaliados. O resultado para 13% de imperfeição do primeiro modo de instabilidade linear iguala-se ao resultado experimental de 4,58 MPa (resultado para o tubo híbrido n° 2 da Figura 48). A Figura 61b ilustra a distribuição de tensões, na direção da fibra, no topo da camada mais externa do tubo, a região com as tensões mais críticas, no ponto de limite de estabilidade para pressão hidrostática de 4,58 MPa. Nesta figura, verifica-se que a máxima carga compressiva sobre a fibra (-432,8 MPa) não excede o limite de resistência de -581,3 MPa.

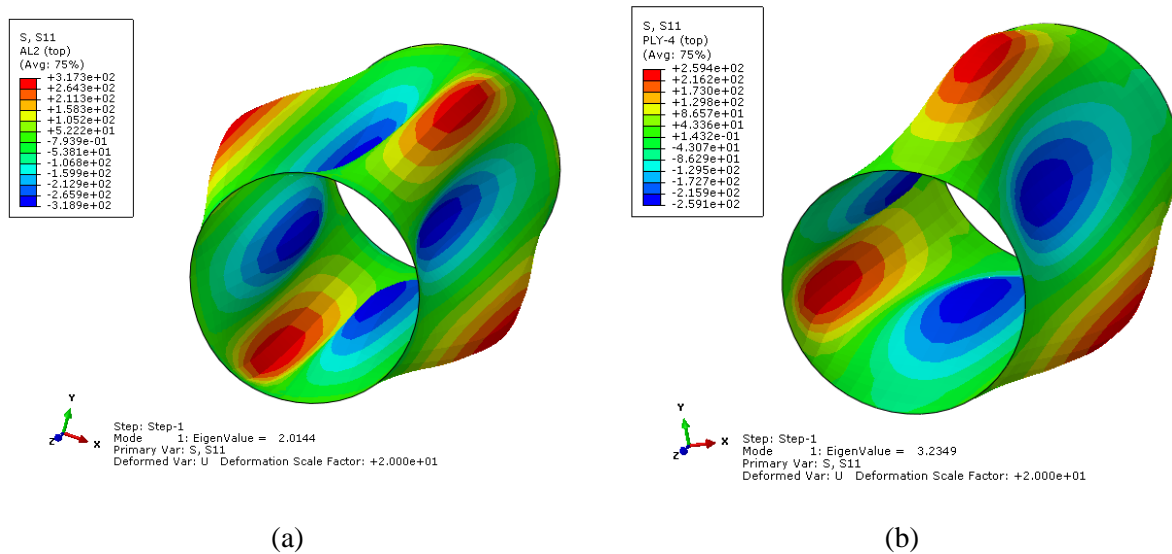


Figura 60 – Estabilidade linear por EF para $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) *liner*, pressão crítica 2,01 MPa, modo de flambagem (1,4), (b) compósito, pressão crítica 3,23 MPa, modo de flambagem (1,3).

A Figura 62a apresenta a distribuição do critério de Tsai-Wu no topo da camada mais externa do tubo, no limite de instabilidade para o caso com 13% de imperfeição, com pressão hidrostática de 4,58 MPa. Na Figura 62b é apresentada a distribuição do critério de falha ao longo da seção do tubo, no ponto mais crítico. Para a porção metálica foi utilizado o critério de falha de Von Mises, pela razão entre a tensão de Von Mises avaliada e a admissível. Observa-se

que o limite do critério de falha não é ultrapassado, mesmo com pressão crítica de 4,58 MPa. Para a porção metálica, limites acima de 0,85 representam regiões deformadas plasticamente, ou seja, acima do limite de elasticidade linear.

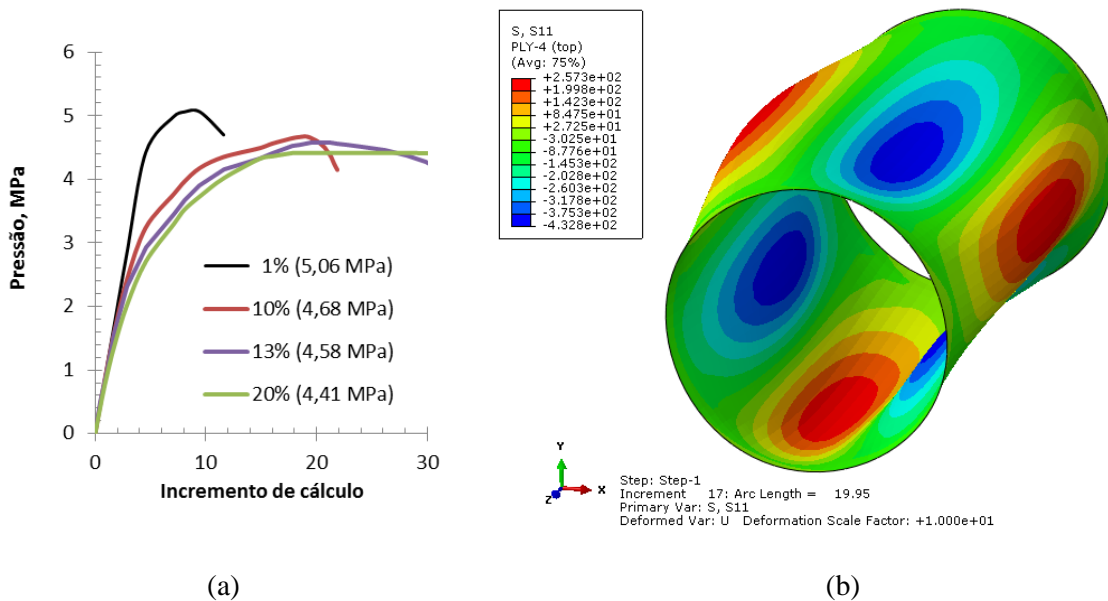


Figura 61 – Estabilidade não-linear por EF para $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Cargas críticas em função da imperfeição, (b) tensões na carga crítica de 4,58 MPa com 13% de imperfeição.

A Figura 62c e Figura 62d apresentam as mesmas análises, mas após o limite de estabilidade, onde há indícios de falha pelos critérios considerados. Após o limite de estabilidade, a pressão hidrostática requerida para que haja a progressão da deformação do tubo é sempre menor que a pressão crítica, como pode ser visto na curva de 13% de imperfeição da Figura 61a.

A camada mais externa do compósito apresenta indício de falha em seu topo pelo critério de Tsai-Wu, enquanto o *liner* ainda se mantém na região de plastificação sem falhar quando a pressão hidrostática está em 4,42 MPa. Como o indício de falha só foi verificado em um momento pós-instabilidade, pode-se afirmar que o tubo híbrido suporta, para uma imperfeição inicial de 13%, uma pressão hidrostática de 4,58 MPa, coerente com a carga experimental de 4,58 MPa.

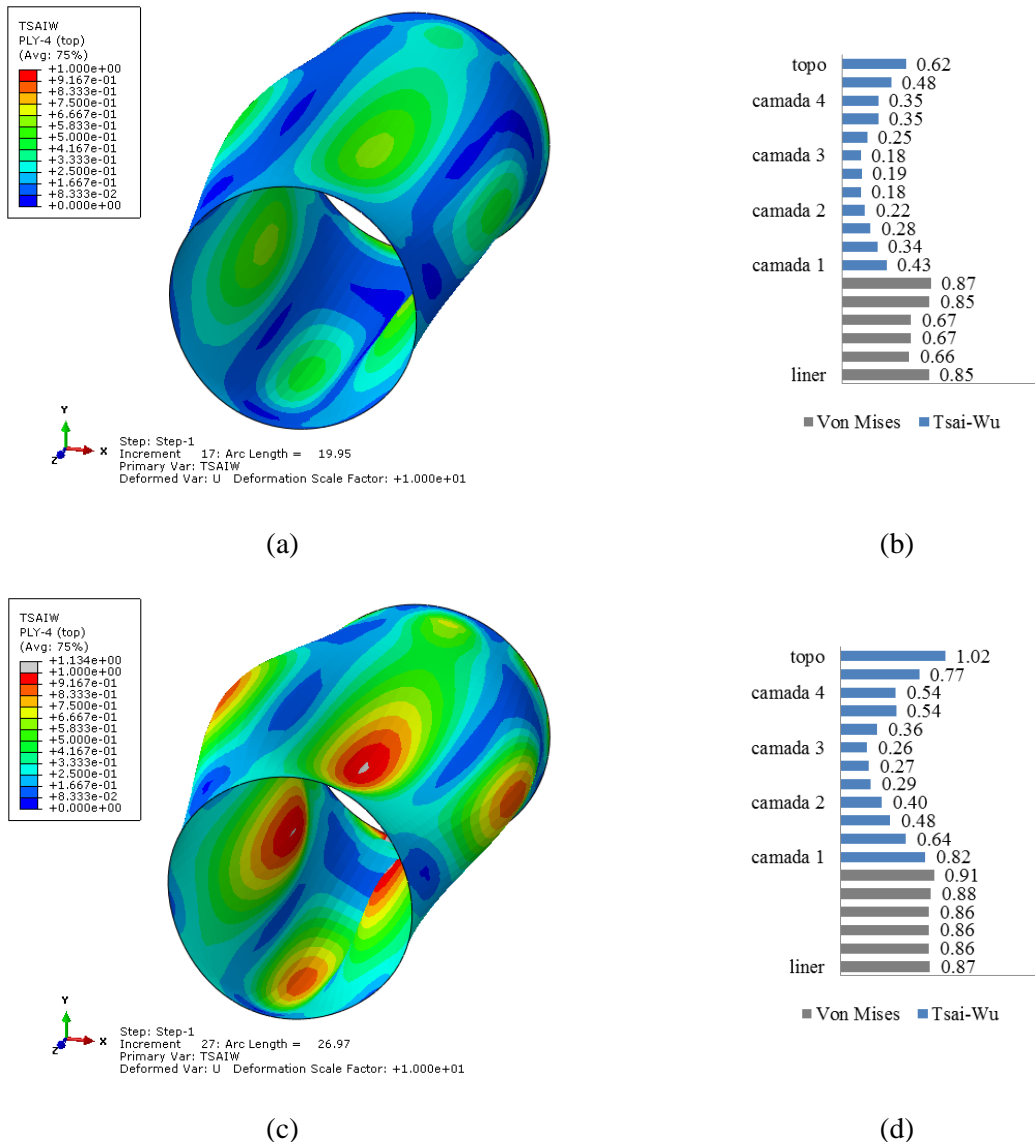


Figura 62 – Estabilidade não-linear por EF com 13% de imperfeição: Critério de Tsai-Wu, (a) e (b) no ponto limite de estabilidade antes do início de falha, em 4,58 MPa, (c) e (d) pós-instabilidade, pressão 4,42 MPa.

As análises executadas até aqui não incluem o *pattern* do enrolamento, que pode ser considerado uma forma de imperfeição, uma vez que existe variação de orientações devido ao cruzamento dos feixes onde antes só havia orientações homogêneas em cada camada. Para isso, foram utilizadas as modelagens e malhas apresentadas na Figura 63, onde as bandas cinza e verde representam as regiões alternadas do *pattern*, uma iniciando com orientação de enrolamento positiva e outra negativa. As camadas a 90° foram mantidas homogêneas e a camada metálica do tubo híbrido foi modelada separadamente, como nos casos anteriores. O *pattern* influi na distribuição dos elementos da malha quando estes são gerados sobre o modelo.

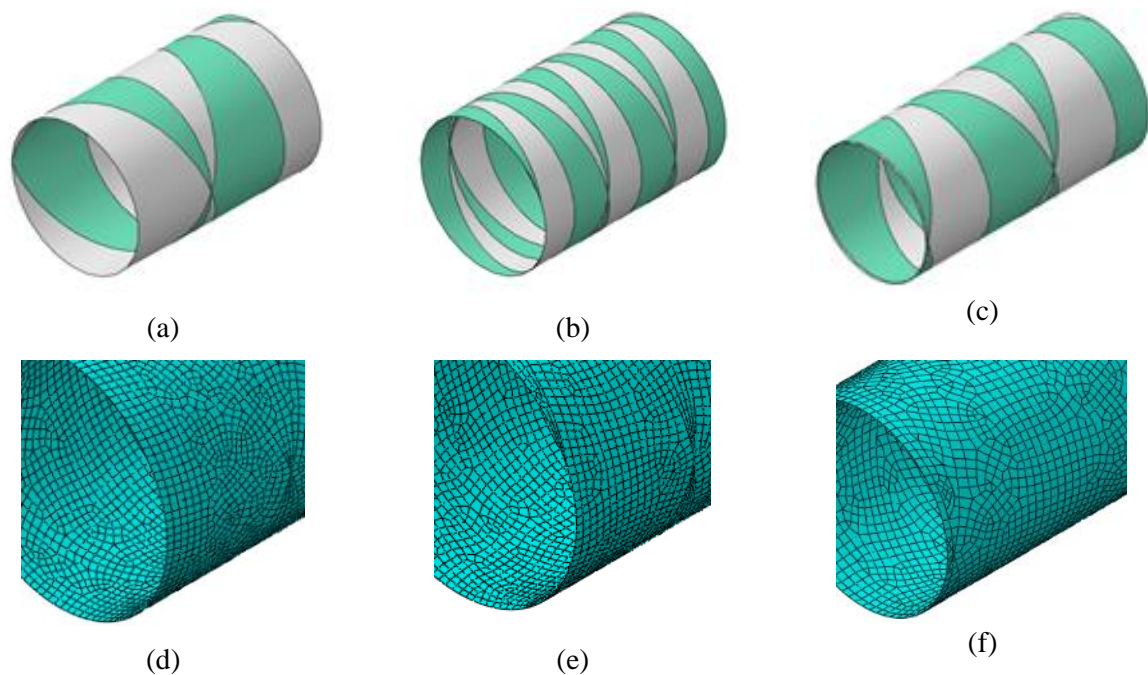


Figura 63– Partições do cilindro para as regiões do *pattern*: (a) $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, (b) $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, (c) híbrido $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, sendo (d) (e) e (f) suas respectivas malhas.

Com relação ao efeito do *pattern*, a Figura 64 apresenta os resultados para o tubo $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ número 1, onde o *pattern* não apresentou influência pela análise linear, e a carga de instabilidade calculada foi a mesma sem o *pattern*, 4,68 MPa de pressão (Figura 64a). Isto se repetiu para as análises seguintes, nas Figura 65a, Figura 66a e Figura 67a, pois as linhas nodais do modo de instabilidade sem o *pattern* não são coerentes com as linhas de orientação do *pattern*.

Com o *pattern* modelado e uma imperfeição geométrica de 20% do modo de instabilidade linear, a carga limite de estabilidade obtida foi de 4,10 MPa (Figura 64b). Nesta condição, o tubo não apresenta indício de falhas pelo critério de Tsai-Wu (Figura 64c). Após o limite de estabilidade, a deformação progride em níveis de pressão mais baixo (Figura 64b), danificando o tubo até o colapso. Pela Figura 64d, vê-se que o tubo apresenta falha a uma pressão de 4,07 MPa.

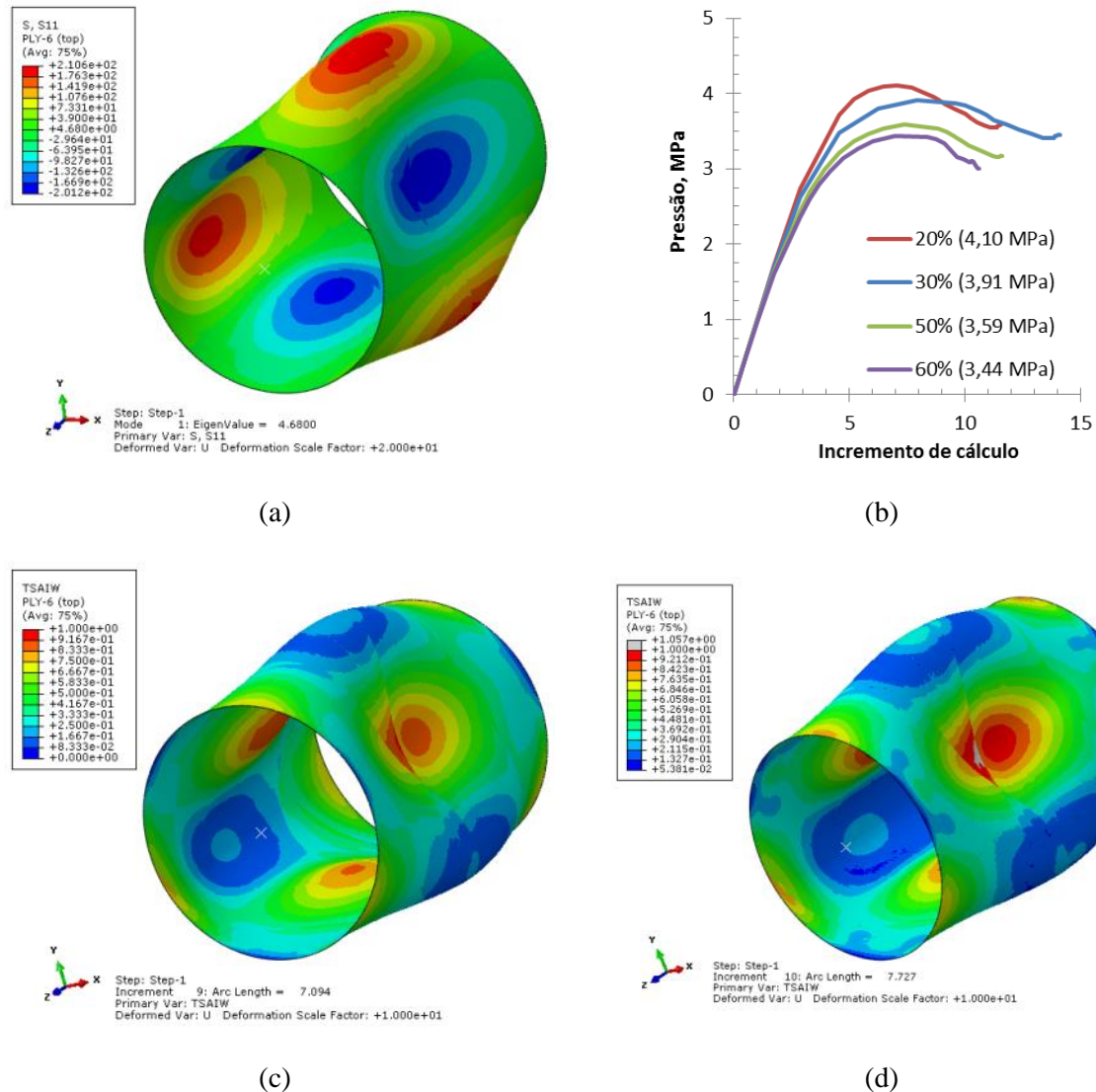


Figura 64– Resultados para $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ n°1: (a) Instabilidade linear, (b) curvas limite de estabilidade em função das imperfeições, (c) critério de falha no limite de estabilidade, de 4,10 MPa, (d) indícios de falha pós-instabilidade.

A Figura 65 apresenta os resultados para o tubo $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ número 2. Com o *pattern* modelado e uma imperfeição geométrica de 40% do primeiro modo de instabilidade linear, a carga limite de estabilidade foi de 3,55 MPa (Figura 65b). O tubo só apresentou indício de falhas pelo critério de Tsai-Wu após o limite de estabilidade (Figura 65c). Pela Figura 65d, vê-se que o tubo apresenta falha a uma pressão de 3,48 MPa pós-instabilidade.

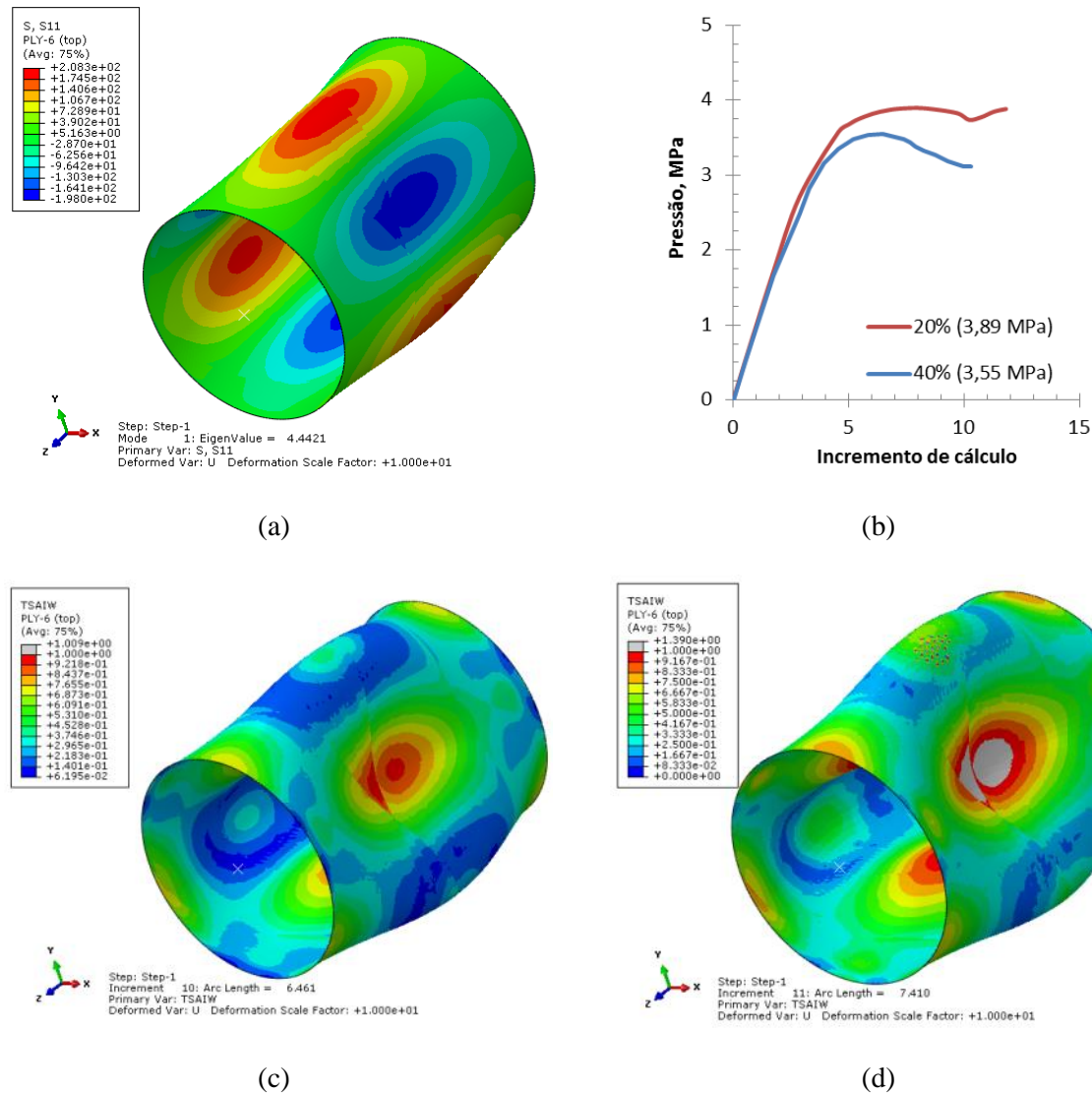


Figura 65– Resultados para tubo $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ n°2: (a) Instabilidade linear, (b) curvas limite de estabilidade em função das imperfeições, (c) critério de falha no limite de estabilidade, de 3,55 MPa, (d) indícios de falha pós-instabilidade.

Para o tubo $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$, a carga limite de estabilidade foi de 3,17 MPa quando atribuída uma imperfeição geométrica de 30% (Figura 66b). Novamente, o tubo só apresentou indício de falhas pelo critério de Tsai-Wu, após o limite de estabilidade (Figura 66c). Pela Figura 66d, vê-se indício de falha a uma pressão de 3,12 MPa pós-instabilidade.

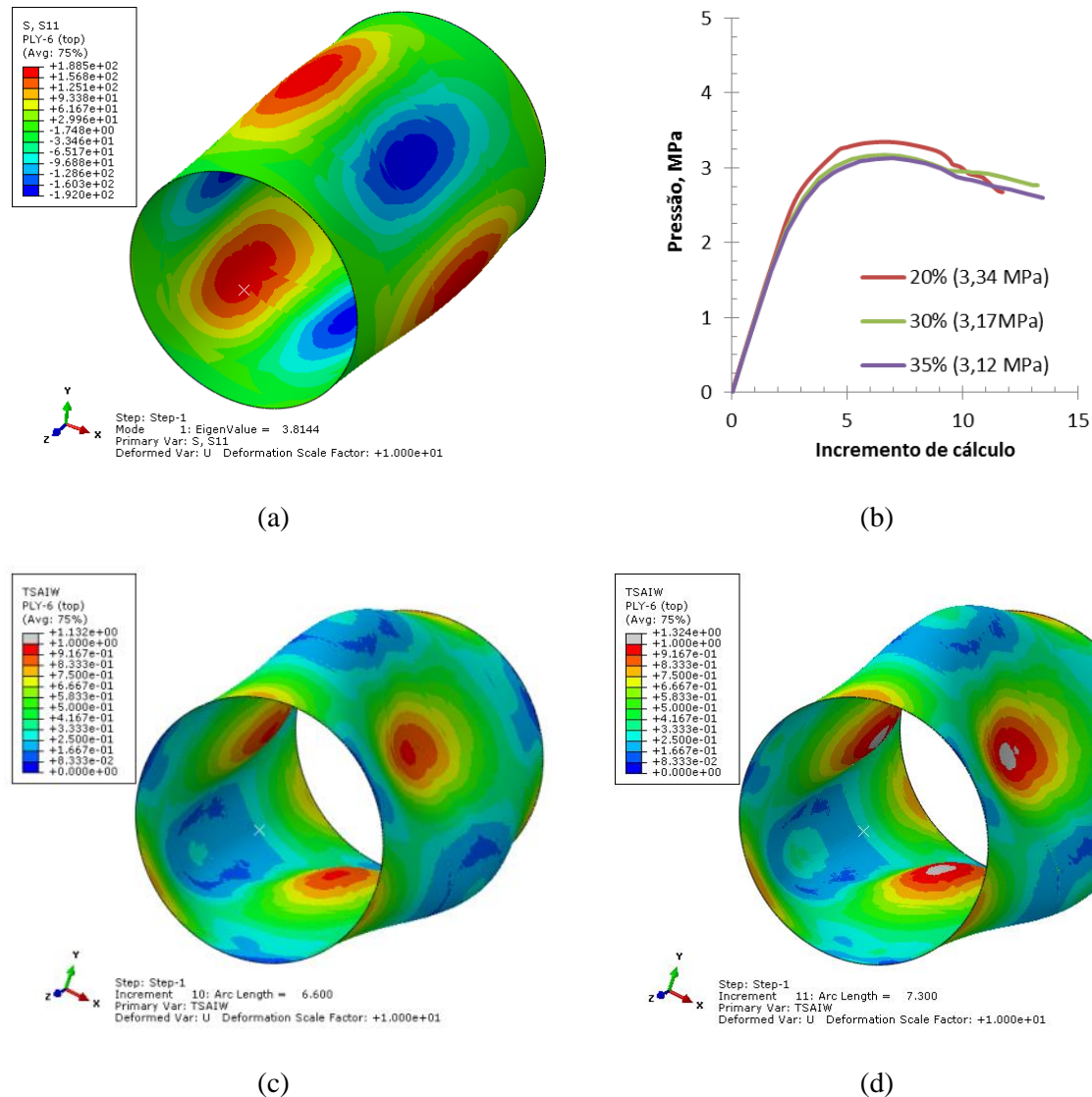


Figura 66– Resultados para tubo $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$: (a) Instabilidade linear, (b) curvas limite de estabilidade em função das imperfeições, (c) critério de falha no limite de estabilidade, de 3,17 MPa, (d) indícios de falha pós-instabilidade.

Para o tubo híbrido $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$, a presença do *pattern* na modelagem fez com que a imperfeição atribuída fosse de 20% do primeiro modo de instabilidade linear (Figura 67b) para se obter a carga limite de estabilidade de 4,56 MPa . Até o limite de estabilidade, o tubo não apresentou indícios de falhas pelo critério de Tsai-Wu (Figura 67c).

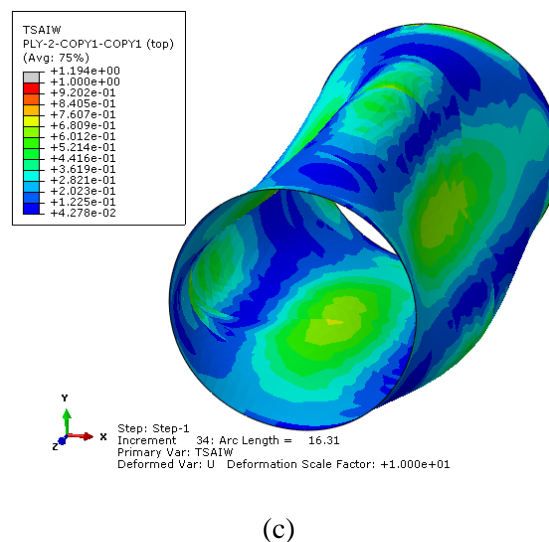
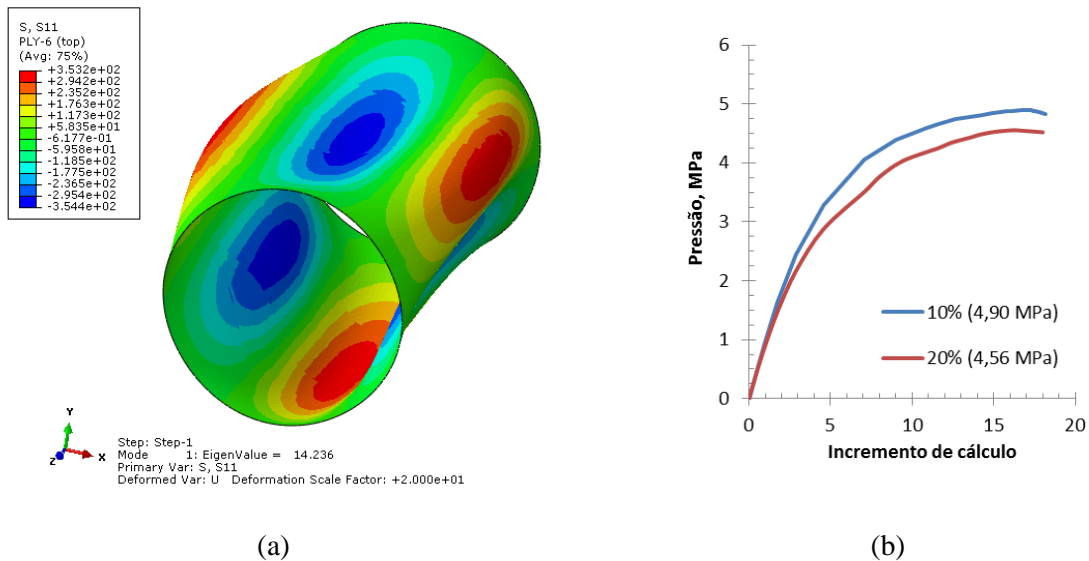


Figura 67– Resultados para tubo $[AL/\pm 60/\pm 90]_{FW}$: (a) Instabilidade linear, monobloco, (b) curvas limite de estabilidade em função das imperfeições, (c) critério de falha no limite de estabilidade, de 4,56 MPa, sem indícios de falha.

A Tabela 19 compila os resultados das análises lineares por elementos finitos e os dados experimentais. Nesta, KDF representa o fator de colapso (*knockdown-factor*) definido pela razão entre resultado experimental e o do EF linear que ficou entre 0,80 e 0,87, representando um bom acordo entre estes. Para os tubos híbridos essa comparação não foi feita, pois as análises lineares realizadas na forma de monobloco não representam a realidade física do problema. Assim, o *pattern* não influenciou os resultados das análises lineares por elementos finitos para os casos analisados, embora possa ter influência em outros casos.

Tabela 19 – Comparação numérico-experimental análises lineares por EF.

Tubo	n°	Experimental	Elementos finitos Linear (sem imperfeição)			
			Sem <i>pattern</i>		Com <i>pattern</i>	
		Pcr (MPa)	Pcr (MPa)	KDF	Pcr (MPa)	KDF
[±90/±60/±90] _{FW}	1	4,07	4,68	0,87	4,68	0,87
	2	3,53	4,44	0,80	4,44	0,80
[±75/±90/±75] _{FW}	1	3,20	3,81	0,84	3,81	0,84
	2	3,18	3,81	0,83	3,81	0,83
[AL/±60/±90] _{FW}	2	4,58	*	*	*	*

A Tabela 20 compara as análises não-lineares por EF e os dados experimentais, considerando ou não a modelagem do *pattern*. As análises por EF objetivaram obter o grau de imperfeição com base no primeiro modo de instabilidade linear. A imperfeição experimental de cada tubo foi determinada com base nas medições de ovalização de seus diâmetros internos, considerando como valor mínimo o menor desvio-padrão dos diâmetros internos medidos, e como valor máximo a maior amplitude (máximo-mínimo) entre as medidas de diâmetro interno dos diâmetros internos médio (ver dados da Tabela 28 e Tabela 29). Esta consideração se deve ao fato de que as ovalizações medidas podem não estar concêntricas, causando uma maior amplitude de imperfeição.

Tabela 20– Comparação numérico-experimental análises não-lineares por EF.

Tubo	n°	Experimental		Elementos finitos Não-linear			
		Pcr (MPa)	Imperfeição (mm)	sem <i>pattern</i>		com <i>pattern</i>	
				Pcr (MPa)	Imperfeição (mm)	Pcr (MPa)	Imperfeição (mm)
[±90/±60/±90] _{FW}	1	4,07	0,20 - 0,60	4,08	0,30	4,10	0,20
	2	3,53	0,20 - 0,60	3,56	0,50	3,55	0,40
[±75/±90/±75] _{FW}	1	3,20	0,20 - 0,40	3,19	0,45	3,24	0,30
	2	3,18	0,20 - 0,40				
[AL/±60/±90] _{FW}	2	4,58	0,10 - 0,20	4,58	0,13	4,56	0,20

Os resultados mostram que houve leve influência do *pattern* sobre as análises não-lineares por EF, em relação ao grau de imperfeição atribuído aos casos com e sem *pattern*, pois houve uma redução de ≈10% na imperfeição geométrica quando o *pattern* foi modelado. Além disso, com a modelagem do *pattern* os valores de imperfeição aproximaram-se dos valores de ovalização considerados para os tubos testados, entre 0,2 e 0,4 mm (20% e 40%), diferindo da faixa de 0,13 a 0,50 mm quando este efeito não foi incluído. Esta influência se explica pelo fato

do padrão (sendo heterogêneo) atuar em conjunto com a imperfeição geométrica durante a sujeição da carga hidrostática.

O resultado mais importante das análises não-linear por elementos finitos com a implementação do *pattern* foi a constatação de sua influência no critério de falha avaliado. Nas avaliações não-lineares que não consideraram o *pattern*, os tubos compósitos já apresentavam falha pelo critério de Tsai-Wu no ponto limite de estabilidade. Entretanto, quando o *pattern* foi considerado, estes tubos só atingiram o critério de falha após o limite de estabilidade. Isto se deve ao fato do padrão de enrolamento distribuir as tensões de forma diferente de quando ele não está presente.

5. CONCLUSÕES

Foi estudada uma metodologia numérico-experimental para análises de predição da instabilidade estrutural de tubos compósitos finos, produzidos por *filament winding*, incluindo a calibração das propriedades mecânicas e a implementação de imperfeições geométricas. Aspectos envolvendo os procedimentos usuais normatizados de caracterização mecânica e sua divergência para um componente real foram considerados. Enfatizou-se a influência das variáveis do problema de instabilidade e a necessidade de se incluir no modelo as imperfeições geométricas intrínsecas a qualquer componente fabricado e aquelas decorrentes das características do próprio processo.

Soluções analíticas disponíveis na literatura técnica para o caso de instabilidade bifurcacional de tubos compósitos sujeitos à pressão hidrostática externa foram avaliadas. Verificou-se divergências em relação à análise por elementos finitos para as soluções aqui denominadas ASME e JONES. A solução ASME é uma simplificação da solução JONES, e a solução JONES não considera a anisotropia completa do material compósito, tratando-o como um material ortotrópico. A melhor solução neste trabalho foi a SANDERS, que considera a anisotropia completa do compósito, e utiliza um campo de deslocamentos mais complexo incluindo inclinações no eixo nodal. Estas conclusões devem ser consideradas válidas no âmbito deste trabalho, necessitando novas análises para outros casos.

As principais variáveis do problema de instabilidade foram avaliadas, individualmente, por análises de sensibilidade. Os resultados definiram em ordem de maior influência as variáveis: espessura (t), raio-médio do tubo (R), comprimento do tubo (L), módulo longitudinal (E_1), módulo transversal (E_2), módulo cisalhante (G_{12}) e coeficiente de Poisson (ν_{12}). Também se mostrou viável utilizar a metodologia da lâmina-mestre (*trace design*) proposta por Tsai.

O procedimento de calibração das propriedades mecânicas foi essencial para o sucesso da correlação numérico-experimental da carga limite de estabilidade. A irregularidade na superfície dos tubos gerada pelo processo de *filament winding*, e por consequência, a imprecisão na determinação da espessura real foram amenizadas por esse procedimento. As propriedades elásticas otimizadas convergiram para valores representativos e adequados às espessuras médias determinadas, representando adequadamente o compósito real fabricado.

Pelas análises de elementos finitos realizadas, importantes aspectos e comportamentos do problema de instabilidade foram avaliados, como imperfeição geométrica, caracterização do material, e interação entre materiais distintos (no tubo híbrido). Tanto as análises lineares quanto

as não-lineares forneceram resultados próximos aos experimentais. Portanto, julgou-se adequada a modelagem adotada, com elementos de casca e um critério de falha tradicional, embora uma modelagem tridimensional com o uso de um critério de falha mais complexo possa produzir resultados diferentes.

A metodologia desenvolvida foi efetiva na predição de instabilidade para os casos analisados. A influência do grau de imperfeição foi observada de forma qualitativa e quantitativa, com grande correlação com os resultados experimentais. As imperfeições atribuídas durante a etapa de calibração do modelo possuem ordem de magnitude compatível com as medidas de ovalização do diâmetro interno dos tubos, corroborando estas afirmações. No entanto, pode-se reavaliar esta concordância aplicando métodos mais sofisticados para a determinação da imperfeição geométrica inicial, como técnicas de escaneamento digital tridimensional e de mapeamento da espessura por varredura de ultrassom.

Deve-se lembrar que as imperfeições não se restringem apenas aos desvios geométricos da superfície do tubo, mas incluem oscilações de espessura e variações no teor de defeitos internos, variações de grau de cura e de propriedades mecânicas, entre outras. Muitas destas se relacionam às características de processamento e fabricação, tornando análises estatísticas necessárias para que se determine o grau de confiabilidade de predições de instabilidade. O padrão de enrolamento gerado pelo processo de *filament winding*, conhecido como *pattern*, foi modelado como uma imperfeição oriunda da fabricação. O *pattern* teve uma influência pequena, mas significativa quando da sujeição de carga, embora não tenha influenciado as cargas de instabilidade linear para os casos aqui estudados. A influência do *pattern* na distribuição das tensões no tubo foi evidenciada com base no critério de falha avaliado. A presença do *pattern* fez com que os tubos compósitos avaliados atingissem o critério de falha apenas após o ponto limite de estabilidade, embora que com pouca margem de segurança.

Conclui-se então que a predição da instabilidade é um processo que envolve fatores e comportamentos complexos, mas tratáveis, quando abordados de forma sistemática, possibilitando seu entendimento. A presença de imperfeições no componente implica em estimar que a instabilidade, caso ocorra, poderá ser do tipo ponto limite. A instabilidade do tipo ponto limite, por ser um processo não-linear incremental de deformação, torna a distinção entre falha por instabilidade e falha material uma tarefa desafiadora. Esta dificuldade foi apresentada aqui através das comparações numérico-experimentais, uma vez que os ensaios hidrostáticos não deixaram evidente a presença da instabilidade, e as análises numéricas evidenciaram a influência da imperfeição sobre o comportamento de falha do material.

6. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Aprimorar o procedimento de calibração das propriedades mecânicas, utilizando amostras representativas do tubo fabricado, reproduzindo a variabilidade esperada para as propriedades mecânicas.
- Instrumentar o ensaio hidrostático de modo a obter dados de deformação do componente durante o incremento de pressão para comparação com os resultados numéricos.
- Estudar as imperfeições geométricas dos tubos utilizando técnicas mais sofisticadas, como escaneamento tridimensional e ultrassom, para varredura da variação da espessura.
- Implementar nas simulações por elementos finitos, modelo de dano progressivo dos materiais, e substituir os elementos de casca por elementos tridimensionais.
- Realizar estudo de instabilidade em tubos compósitos de parede espessa em situações onde há risco de delaminação ou deslocamento, como para painéis *sandwich*, ou devido ao comportamento não-linear de compósitos com algumas matriz termoplásticas. Neste caso, rever algumas teorias utilizadas que não se aplicam para o modelamento tridimensional.
- Realizar estudos estatísticos de processo visando sua correlação com resultados de predição de instabilidade, incluindo o nível de discrepância numérico-experimental esperado e parâmetros relevantes de processamento e fabricação.
- Utilizar outros critérios de falha para o compósito, como Hashin ou Puck, por exemplo.
- Estudar cilindros com outras razões de aspecto (D/t e L/D) e outras espessuras.

REFERÊNCIAS

- ABAQUS. *ABAQUS® Documentation*. Providence: Dassault Systèmes Simulia Corporation, 2012.
- ALMEIDA JR, J. H. S, RIBEIRO, M. L., TITA, V., AMICO, S. C. Damage and failure in carbon/epoxy filament wound composite tubes under external pressure: Experimental and numerical approaches. *Materials & Design*, v. 96, p. 431-438, 2016.
- ARBELO, M., ZIMMERMANN, R., CASTRO, S. G., DEGENHARDT, R. *Comparison of new design guidelines for composite cylindrical shells prone to buckling*. In: Proceedings of the 9th International Conference on Composite Science and Technology (ICCST-9), April 24-26, Sorrento, Italy. Destech Publications Incorporated, 2013.
- ARBOCZ, J., STARNES JR, J. H. Future directions and challenges in shell stability analysis. *Thin-Walled Structures*, v. 40, n. 9, p. 729-754, 2002.
- ASME. *ASME Boiler and Pressure Vessel Code - Section X: Fiber Reinforced Plastic Pressure Vessels*. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2015.
- BATHE, K. *Solution methods for large generalized eigenvalue problems in structural engineering*. SESM Report 71-20, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1971.
- BATHE, K. *Finite element procedures in engineering analysis*. 2nd ed. Massachusetts: Klaus-Jürgen Bathe, 2014.
- BARBERO, E. J. *Introduction to composite materials design*. 3rd ed. Boca Raton: CRC press, 2017.
- BOYER, H. E. *Atlas of stress-strain curves*. Ohio: ASM International, 1987.
- BUSHNELL, D. *Computerized buckling analysis of shells*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2012.
- CAI, B., LIU, Y., LIU, Z., TIAN, X., JI, R., ZHANG, Y. Probabilistic analysis of composite pressure vessel for subsea blowout preventers. *Engineering Failure Analysis*, v. 19, p. 97-108, 2012.
- CAI, B., LIU, Y., LIU, Z., TIAN, X., JI, R., LI, H. Reliability-based load and resistance factor design of composite pressure vessel under external hydrostatic pressure. *Composite Structures*, v. 93, n. 11, p. 2844-2852, 2011.
- CASTRO, S. G. P., ZIMMERMANN, R., ARBELO, M. A., KHAKIMOVA, R., HILBURGER, M. W., DEGENHARDT, R. Geometric imperfections and lower-bound methods used to calculate knock-down factors for axially compressed composite cylindrical shells. *Thin-Walled Structures*, v. 74, p. 118-132, 2014.
- CHOQUEUSE, D., DAVIES, P. *Durability of Composite Materials for Underwater Applications*. In: DAVIES P., RAJAPAKSE Y. *Durability of Composites in a Marine Environment*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2014. p. 195-207.

- CRISFIELD, M. A. *Non-linear finite element analysis of solids and structures*. New York: Wiley, 1991.
- DAVIES, P., CHOQUEUSE, D. *Fatigue and Durability of Marine Composites*. In: HARRIS, B. *Fatigue of Composites*. Boca Raton: Woodhead, 2003. p. 709-729
- DEGENHARDT, R., ZIMMERMANN, R., KLING, A., WILCKENS, D. *New robust design guideline for imperfection sensitive composite launcher structures*. In: Proceedings of the 13th European Conference on Spacecraft Structures, Materials & Environmental Testing, L. Ouwehand (ed.), ESA-SP. 2014.
- DNV . *DNV-OS-C501 Composite Components*. Offshore Standard. Oslo: Det Norske Veritas AS, 2013.
- GERHARDT, E., AMICO, S.C., MARCZAK, R. J. *Numerical and computational analysis regarding buckling knockdown factor of composite cylinders*. In: Proceeding of the Meeting on Aeronautical Composite Materials and Structures, 2017, São Carlos/SP.
- GHASEMI, A. R., HAJMOHAMMAD, M. H. Multi-objective optimization of laminated composite shells for minimum mass/cost and maximum buckling pressure with failure criteria under external hydrostatic pressure. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 55, n. 3, p. 1051-1062, 2016.
- GOLUB, G. H., VAN LOAN, C. F. *Matrix computations*. 4th ed. Baltimore: JHU Press, 2012.
- HERNANDEZ-MORENO, H., DOUCHIN, B., COLLOMBET, F., CHOQUEUSE, D., DAVIES, P. Influence of winding pattern on the mechanical behavior of filament wound composite cylinders under external pressure. *Composites Science and Technology*, v. 68, n. 3-4, p. 1015-1024, 2008.
- HOLMAN, J. P., GAJDA, W. J. *Experimental methods for engineers*. New York: McGraw-Hill, 2001.
- HÜHNE, C., ROLFES, R., BREITBACH, E., TEßMER, J.. Robust design of composite cylindrical shells under axial compression - simulation and validation. *Thin-Walled Structures*, v. 46, n. 7-9, p. 947-962, 2008.
- HWANG, T., PARK, J., KIM, H. Evaluation of fiber material properties in filament-wound composite pressure vessels. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, v. 43, n. 9, p. 1467-1475, 2012.
- JONES, R. M. Buckling of circular cylindrical shells with multiple orthotropic layers and eccentric stiffeners. *AIAA Journal*, v. 6, n. 12, p. 2301-2305, 1968.
- JONES, R. M. *Mechanics of composite materials*. 2nd ed. Boca Raton: CRC press, 1998.
- JONES, R. M. *Buckling of bars, plates, and shells*. Blacksburg: Bull Ridge Corporation, 2006.
- KALNIS, K., ARBELO, M., OZOLINS, O., CASTRO, S., DEGENHARDT, R. *Numerical characterization of the knock-down factor on unstiffened cylindrical shells with initial geometric imperfections*. In: Proceeding of 20th International Conference on Composite Materials. Copenhagen, Denmark, 2015.

- KAW, A. K. *Mechanics of composite materials*. 2nd ed. New York: Taylor & Francis Group, 2006.
- KHOT, N. S., VENKAYYA, V. B. *Effect of fiber orientation on initial postbuckling behavior and imperfection sensitivity of composite cylindrical shells*. Report AFFDL-TR-70-125. Air Force Flight Dynamics Lab, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 1970.
- KRAUS, H. *Thin elastic shells*. New York: John Willey & Sons, 1967.
- KUHN, P. *NACA TN-687 Loads imposed on intermediate frames of stiffened shells*. NACA Technical Note. Hampton: NACA Langley Aeronautical Lab, 1939.
- KUHN, P. *NACA TR-697 Investigations on the incompletely developed plane diagonal-tension field*. NACA Technical Report. Hampton: NACA Langley Aeronautical Lab, 1940.
- KUHN, P., PETERSON, J. P., LEVIN, L. R. *NACA TN-2661 A summary of diagonal tension: part I – Methods of analysis*. NASA Technical Note. Hampton: NACA Langley Aeronautical Lab, 1952.
- KUHN, P., PETERSON, J. P., LEVIN, L. R. *NACA TN-2662 A summary of diagonal tension: part II - Experimental evidence*. NASA Technical Note. Hampton: NACA Langley Aeronautical Lab, 1952.
- LANCZOS, C. An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v.45, p. 255-282, 1950.
- LAGARIAS, J. C., REEDS, J. A., WRIGHT, M. H., WRIGHT, P. E. Convergence properties of the Nelder--Mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal on Optimization*, v. 9, n. 1, p. 112-147, 1998.
- MATLAB. *MatLab® 8.0 Documentation*. Natick: The Mathworks Inc., 2015.
- MELO, J.D., BI, J., TSAI, S.W. A novel invariant-based design approach to carbon fiber reinforced laminates. *Composite Structures*, v. 159, p. 44-52, 2017.
- MENG, M., LE, H. R., RIZVI, M. J., GROVE, S. M. The effects of unequal compressive/tensile moduli of composites. *Composite Structures*, v.126, p. 207-215, 2015.
- MESSAGER, T. Buckling of imperfect laminated cylinders under hydrostatic pressure. *Composite Structures*, v. 53, n. 3, p. 301-307, 2001.
- MOON, C. J., KIM, I. H., CHOI, B. H., KWEON, J. H., CHOI, J. H. Buckling of filament-wound composite cylinders subjected to hydrostatic pressure for underwater vehicle applications. *Composite Structures*, v. 92, n. 9, p. 2241-2251, 2010.
- MOROZOV, E. V. The effect of filament-winding mosaic patterns on the strength of thin-walled composite shells. *Composite structures*, v. 76, n. 1-2, p. 123-129, 2006.
- NELDER, J.A., MEAD, R. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, v. 7, n. 4, p. 308-313, 1965.

- NEMETH, M. P. *NASA TM-2014-218176 Buckling analysis for stiffened anisotropic circular cylinders based on Sanders nonlinear shell theory*. NASA Technical Memorandum. Hampton: NASA Langley Research Center, 2014.
- PERILLO, G., VACHER, R., GRYTEN, F., SØRBØ, S., DELHAYE, V. Material characterization and failure envelope evaluation of filament wound GFRP and CFRP composite tubes. *Polymer Testing*, v. 40, p. 54-62, 2014.
- PETERS, S. T. (Ed.). *Composite filament winding*. Novelty: ASM International, 2011.
- RADEBE, I. S., ADALI, S. Minimum cost design of hybrid cross-ply cylinders with uncertain material properties subject to external pressure. *Ocean Engineering*, v. 88, p. 310-317, 2014.
- RAHMANI, B., MORTAZAVI, F., VILLEMURE, I., LEVESQUE, M. A new approach to inverse identification of mechanical properties of composite materials: Regularized model updating. *Composite Structures*, v. 105, p. 116-125, 2013.
- REDDY, J. N. *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*. 2nd ed. Boca Raton: CRC press, 2004.
- ROUSSEAU, J., PERREUX, D., VERDIERE, N. The influence of winding patterns on the damage behaviour of filament-wound pipes. *Composites Science and Technology*, v. 59, n. 9, p. 1439-1449, 1999.
- SANDERS JR, J. L. *NASA TR-24 An improved first approximation theory for thin shells*. NASA Technical Report. Hampton: NASA Langley Research Center, 1959.
- SINGER, J., ARBOCZ, J., WELLER, T. *Buckling experiments: experimental methods in buckling of thin-walled structures*, Shells, built-up structures, composites and additional topics. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- SUMANA, B. G., VIDYA SAGAR, H. N., SHARMA, K. V., KRISHNA, M. Numerical analysis of the effect of fiber orientation on hydrostatic buckling behavior of fiber metal composite cylinder. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, v. 34, n. 17, p. 1422-1432, 2015.
- TENNYSON, R. C. Buckling of laminated composite cylinders: a review. *Composites*, v. 6, n. 1, p. 17-24, 1975.
- TIMOSHENKO, S.P. *Theory of Elastic Stability*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1936.
- TSAI, S.W., MELO, J.D.D. An invariant-based theory of composites. *Composites Science and Technology*, v. 100, p. 237-243, 2014.
- TSAI, S.W., SIHN, S., MELO, J.D. D. Trace-based stiffness for a universal design of carbon-fiber reinforced composite structures. *Composites Science and Technology*, v. 118, p. 23-30, 2015.
- TSAI, S. W., WU, E. M. A general theory of strength for anisotropic materials. *Journal of composite materials*, v. 5, n. 1, p. 58-80, 1971.

VINSON, J. R., SIERAKOWSKI, R. L. *The behavior of structures composed of composite materials*. 2nd ed. Dordrecht: Springer Science & Business Media, 2008.

VULLO, V. *Circular cylinders and pressure vessels: Stress Analysis and Design*. Switzerland: Springer International Publishing, 2014.

WANG, B., ZHU, S., HAO, P., BI, X., DU, K., CHEN, B., CHAO, Y. J. Buckling of quasi-perfect cylindrical shell under axial compression: A combined experimental and numerical investigation. *International Journal of Solids and Structures*, v. 130, p. 232-247, 2018.

WEINGARTEN, V. I., SEIDE, P., PETERSON, J. P. *NASA SP-8007: Buckling of thin-walled circular cylinders*. NASA Space Vehicle Design Criteria – Structures. Hampton: NASA Langley Research Center, 1968.

WRIGGERS, P. *Nonlinear finite element methods*. Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.

XU, J., ZHAO, Q., QIAO, P. A critical review on buckling and post-buckling analysis of composite structures. *Frontiers in Aerospace Engineering*, v. 2, n. 3, p. 157-168, 2013.

ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L. *The finite element method: solid mechanics*. 5th ed. Oxford: Butterworth-heinemann, 2000.

APÊNDICE A – Tabelas de resultados

Resultados do projeto de experimento da comparação entre a análise linear de flambagem por elementos finitos modelada no software ABAQUS e as formulações analíticas implementadas e resolvidas através do software MATLAB.

Tabela 21 – Cargas e modos de instabilidade (m,n): Tubos com 200 mm de comprimento.

Laminado [±θ/±θ'/±θ''] _{FW}			Pressões de instabilidade (MPa)										
			ABAQUS			JONES			SANDERS				
θ	θ'	θ''	1° modo	2° modo	(1,2)	1° modo	2° modo	(1,2)	1° modo	2° modo	(1,2)		
60	60	60	3,46	4,64		4,01	5,55		3,64	5,01			
		75	3,02	4,77		3,59	5,79		3,17	5,16			
		90	2,89	4,78		3,41	5,79		3,02	5,17			
	75	60	60	3,51	4,72		4,04	5,62		3,67	5,08		
			75	3,08	4,90		3,66	5,91		3,22	5,28		
			90	2,95	4,92		3,47	5,91		3,06	5,30		
		90	60	60	3,62	4,87		4,09	5,65		3,76	5,20	
				75	3,22	5,08		3,73	5,97		3,35	5,44	
				90	3,07	5,07		3,54	5,96		3,18	5,44	
			60	60	4,34	5,59		4,93	6,62		4,54	6,08	
				75	4,05	6,07		4,73	7,26		4,25	6,58	
				90	3,98	6,23		4,62	7,41		4,15	6,73	
75	60	60	4,21	5,61		4,79	6,62		4,39	6,07			
		75	3,96	6,13		4,65	7,31		4,14	6,61			
		90	3,91	6,29		4,55	6,86		4,06	6,77			
	90	60	60	4,24	5,74		4,75	6,62		4,40	6,16		
			75	4,04	6,30		4,65		7,10	4,19	6,75		
			90	3,98	6,44		4,56		6,53	4,12	6,91		
		60	60	4,62	5,91		5,17	6,90		4,85	6,50		
			75	4,45	6,58		5,09	7,72		4,66	7,20		
			90	4,41	6,85		5,03	7,95		4,60	7,41		
	90	60	60	4,43	5,92		4,95	6,87		4,63	6,47		
			75	4,31	6,63		4,94		7,32	4,50	7,21		
			90	4,30	6,94		4,91		6,72	4,46	7,45		
60		60	4,39	5,99		4,86	6,84		4,56	5,48			
		75	4,32	6,74		4,89		6,81	4,48	7,28			
		90	4,30		6,96	4,88		6,12	4,44		6,95		

Tabela 22 – Cargas de flambagem e desvio relativo: Tubos com 200 mm de comprimento.

Laminado [±θ/±θ'/±θ''] _{FW}			Pressões de flambagem (MPa)				Desvio (%)		
			ABAQUS	JONES	SANDERS	ASME	JONES	SANDERS	ASME
θ	θ'	θ''	1° modo (1,3)	1° modo (1,3)	1° modo (1,3)	1° modo (*,*)	%	%	%
		60	3,46	4,01	3,64	4,62	15,9	5,2	33,5
	60	75	3,02	3,59	3,17	5,10	18,9	5,0	68,9
		90	2,89	3,41	3,02	5,16	18,0	4,5	78,5
		60	3,51	4,04	3,67	4,73	15,1	4,6	34,8
60	75	75	3,08	3,66	3,22	5,13	18,8	4,5	66,6
		90	2,95	3,47	3,06	5,18	17,6	3,7	75,6
		60	3,62	4,09	3,76	4,91	13,0	3,9	35,6
	90	75	3,22	3,73	3,35	5,31	15,8	4,0	64,9
		90	3,07	3,54	3,18	5,32	15,3	3,6	73,3
		60	4,34	4,93	4,54	5,10	13,6	4,6	17,5
	60	75	4,05	4,73	4,25	6,12	16,8	4,9	51,1
		90	3,98	4,62	4,15	6,38	16,1	4,3	60,3
		60	4,21	4,79	4,39	5,13	13,8	4,3	21,9
75	75	75	3,96	4,65	4,14	5,94	17,4	4,5	50,0
		90	3,91	4,55	4,06	6,16	16,4	3,8	57,5
		60	4,24	4,75	4,40	5,31	12,0	3,8	25,2
	90	75	4,04	4,65	4,19	6,05	15,1	3,7	49,8
		90	3,98	4,56	4,12	6,21	14,6	3,5	56,0
		60	4,62	5,17	4,85	5,16	11,9	5,0	11,7
	60	75	4,45	5,09	4,66	6,38	14,4	4,7	43,4
		90	4,41	5,03	4,60	6,94	14,1	4,3	57,4
		60	4,43	4,95	4,63	5,18	11,7	4,5	16,9
90	75	75	4,31	4,94	4,50	6,16	14,6	4,4	42,9
		90	4,30	4,91	4,46	6,66	14,2	3,7	54,9
		60	4,39	4,86	4,56	5,32	10,7	3,9	21,2
	90	75	4,32	4,89	4,48	6,21	13,2	3,7	43,8
		90	4,30	4,88	4,44	6,67	13,5	3,3	55,1
Média							14,9	4,2	47,0
Desvio padrão							2,2	0,5	19,2
Mínimo							10,7	3,3	11,7
Máximo							18,9	5,2	78,5
Amplitude (máx-mín)							8,2	1,9	66,9

Tabela 23 – Cargas e modos de instabilidade: Tubos com 700 mm de comprimento.

Laminado			Pressões de instabilidade (MPa)									
			ABAQUS		JONES			SANDERS				
[±θ/±θ'/±θ''] _{FW}			1° modo	2° modo	1° modo	2° modo	1° modo	2° modo				
θ	θ'	θ''	(1,3)	(1,4)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,2)	
60	60	60	0,96	2,20		1,33	2,32		0,98	2,23		
		75	0,97	1,80		1,40	1,95		0,99	1,83		
		90	0,99	1,72		1,41	1,84		1,00	1,74		
	75	60	60	0,98	2,23		1,35	2,34		1,00	2,26	
			75	1,00	1,78		1,43	1,96		1,02	1,81	
			90	1,02	1,68		1,45	1,84		1,04	1,70	
		90	60	1,01	2,32		1,36	2,39		1,03	2,34	
			75	1,04	1,86		1,45	2,02		1,06	1,89	
			90	1,06	1,75		1,47	1,89		1,08	1,77	
75	60	60	1,26	2,77		1,69	3,00		1,29	2,88		
		75	1,32	2,40		1,83	2,65		1,35	2,43		
		90	1,36	2,30		1,87	2,53		1,39	2,32		
	75	60	60	1,26	2,68		1,69	2,85		1,28	2,71	
			75	1,33	2,23		1,84	2,53		1,35	2,27	
			90	1,37	2,13		1,88	2,42		1,39	2,15	
		90	60	1,28	2,68		1,69	2,83		1,31	2,72	
			75	1,36	2,25		1,85	2,52		1,38	2,28	
			90	1,40	2,14		1,89	2,41		1,42	2,16	
90	60	60	1,39		2,98	1,81	3,22		1,42		3,14	
		75	1,48	2,67		1,98	2,91		1,51	2,71		
		90	1,52	2,56		2,04	2,81		1,55	2,59		
	75	60	60	1,38	2,87		1,81	3,03		1,41	2,91	
			75	1,48	2,45		1,99	2,74		1,50	2,48	
			90	1,52	2,34		2,05	2,64		1,55	2,37	
		90	60	1,40	2,83		1,80	2,97		1,42	2,86	
			75	1,50	2,42		1,99	2,70		1,53	2,45	
			90	1,54	2,30		2,05	2,60		1,56	2,32	

Tabela 24 – Cargas de flambagem e desvio relativo: Tubos com 700 mm de comprimento.

Laminado [$\pm\theta/\pm\theta'/\pm\theta''$] _{FW}			Pressões de flambagem (MPa)				Desvio (%)		
			ABAQUS 1° modo (1,3)	JONES 1° modo (1,3)	SANDERS 1° modo (1,3)	ASME 1° modo (*,*)	JONES	SANDERS	ASME
θ	θ'	θ''							
60	60	60	0,96	1,33	0,98	1,32	38,5	2,1	37,5
		75	0,97	1,40	0,99	1,46	44,3	2,1	50,5
		90	0,99	1,41	1,00	1,48	42,4	1,0	49,5
	75	60	0,98	1,35	1,00	1,35	37,8	2,0	37,8
		75	1,00	1,43	1,02	1,47	43,0	2,0	47,0
		90	1,02	1,45	1,04	1,48	42,2	2,0	45,1
	90	60	1,01	1,36	1,03	1,40	34,7	2,0	38,6
		75	1,04	1,45	1,06	1,52	39,4	1,9	46,2
		90	1,06	1,47	1,08	1,52	38,7	1,9	43,4
75	60	60	1,26	1,69	1,29	1,46	34,1	2,4	15,9
		75	1,32	1,83	1,35	1,75	38,6	2,3	32,6
		90	1,36	1,87	1,39	1,82	37,5	2,2	33,8
	75	60	1,26	1,69	1,28	1,47	34,1	1,6	16,7
		75	1,33	1,84	1,35	1,70	38,3	1,5	27,8
		90	1,37	1,88	1,39	1,76	37,2	1,5	28,5
	90	60	1,28	1,69	1,31	1,52	32,0	2,3	18,8
		75	1,36	1,85	1,38	1,73	36,0	1,5	27,2
		90	1,40	1,89	1,42	1,75	35,0	1,4	25,0
90	60	60	1,39	1,81	1,42	1,48	30,2	2,2	6,5
		75	1,48	1,98	1,51	1,82	33,8	2,0	23,0
		90	1,52	2,04	1,55	1,98	34,2	2,0	30,3
	75	60	1,38	1,81	1,41	1,48	31,2	2,2	7,2
		75	1,48	1,99	1,50	1,76	34,5	1,4	18,9
		90	1,52	2,05	1,55	1,90	34,9	2,0	25,0
	90	60	1,40	1,80	1,42	1,52	28,6	1,4	8,6
		75	1,50	1,99	1,53	1,77	32,7	2,0	18,0
		90	1,54	2,05	1,56	1,91	33,1	1,3	24,0
Média						36,2	1,9	29,0	
Desvio padrão						4,0	0,4	13,0	
Mínimo						28,6	1,0	6,5	
Máximo						44,3	2,4	50,5	
Amplitude (máx-mín)						15,8	1,4	44,0	

APÊNDICE B - Análise dimensional dos corpos de prova.

A análise dimensional da espessura dos corpos de prova do tipo anel foi realizada com base em 20 medições ao longo do perímetro do anel, em sua borda, sendo 10 em cada lado do anel. Os dados estatísticos foram calculados segundo formulário da Tabela 25 (Holman *et al.*, 2001). Os resultados são apresentados na Tabela 26 e Tabela 27.

Tabela 25 – Formulário de cálculo.

Média	Desvio-padrão	Tolerância pela distribuição t-student
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$	$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$	$\Delta = \pm t_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$
Critério de Chauvenet (n=20)	Critério de rejeição da medição	Coeficiente t-student
d=2,23	$d_i = x_i - \bar{x} > d \cdot S$	$t_{95\%} = 2,093$ $t_{99,9\%} = 3,883$

Tabela 26 – Análise dimensional da espessura dos anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$.

#	Espessura do anel (mm)					
	$[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$			$[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$		
	1	2	3	1	2	3
1	2,43	2,40	2,30	2,37	2,50	2,15
2	2,40	2,25	2,30	2,40	2,50	2,21
3	2,44	2,28	2,28	2,33	2,51	2,36
4	2,45	2,30	2,33	2,36	2,30	2,34
5	2,43	2,30	2,38	2,30	2,35	2,31
6	2,52	2,30	2,49	2,50	2,38	2,46
7	2,50	2,40	2,50	2,35	2,22	2,33
8	2,50	2,25	2,50	2,38	2,40	2,30
9	2,51	2,25	2,40	2,46	2,32	2,34
10	2,49	2,35	2,39	2,40	2,30	2,35
11	2,40	2,40	2,36	2,36	2,23	2,34
12	2,43	2,30	2,42	2,50	2,30	2,43
13	2,52	2,32	2,46	2,50	2,38	2,41
14	2,50	2,40	2,42	2,43	2,42	2,26
15	2,46	2,42	2,38	2,35	2,60	2,36
16	2,44	2,40	2,30	2,40	2,58	2,40
17	2,42	2,45	2,28	2,36	2,15	2,32
18	2,40	2,33	2,30	2,38	2,15	2,26
19	2,38	2,30	2,40	2,30	2,18	2,28
20	2,42	2,30	2,29	2,50	2,20	2,42
Média	2,45	2,34	2,37	2,40	2,35	2,33
Desvio-padrão	0,045	0,062	0,075	0,065	0,139	0,076
Int. confiança:	Tolerância Δ , mm					
95%	$\pm 0,021$	$\pm 0,029$	$\pm 0,035$	$\pm 0,030$	$\pm 0,065$	$\pm 0,035$
99,9%	$\pm 0,039$	$\pm 0,054$	$\pm 0,065$	$\pm 0,057$	$\pm 0,121$	$\pm 0,066$

Tabela 27 – Análise dimensional da espessura dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e [AL].

#	Espessura do anel (mm)					
	$[\pm 60/\pm 90]_{FW}$			[AL]		
	1	2	3	1	2	3
1	2,00	1,97	2,15	1,10	1,24	1,15
2	1,80	2,08	2,20	1,10	1,22	1,15
3	1,85	2,10	1,96	1,12	1,20	1,16
4	1,95	2,10	1,92	1,12	1,16	1,18
5	1,92	2,10	1,90	1,20	1,16	1,22
6	2,00	2,20	2,04	1,15	1,17	1,20
7	1,75	2,15	1,95	1,15	1,17	1,21
8	1,73	2,10	1,93	1,15	1,20	1,25
9	1,82	2,20	1,95	1,16	1,21	1,27
10	1,80	2,03	2,10	1,18	1,22	1,28
11	1,90	2,07	1,79	1,23	1,22	1,30
12	2,00	1,87	1,80	1,18	1,27	1,28
13	2,00	1,92	1,80	1,22	1,28	1,31
14	2,03	2,02	2,08	1,22	1,26	1,30
15	2,04	2,00	2,14	1,18	1,25	1,20
16	2,13	2,08	2,12	1,14	1,25	1,15
17	2,10	1,80	2,08	1,12	1,22	1,10
18	2,04	1,78	2,00	1,12	1,21	1,20
19	2,13	1,80	2,03	1,12	1,20	1,15
20	1,97	1,80	2,08	1,10	1,20	1,20
Média	1,95	2,01	2,00	1,15	1,22	1,21
Desvio-padrão	0,122	0,136	0,121	0,042	0,035	0,061
Int. confiança:	Tolerância Δ , mm					
95%	$\pm 0,057$	$\pm 0,064$	$\pm 0,057$	$\pm 0,020$	$\pm 0,016$	$\pm 0,029$
99,9%	$\pm 0,106$	$\pm 0,118$	$\pm 0,105$	$\pm 0,036$	$\pm 0,031$	$\pm 0,053$

A imperfeição do diâmetro interno dos anéis foi avaliada dimensionalmente, utilizando um paquímetro com resolução 0,01 mm, medindo 4 posições equidistantes (0° , 45° , 90° , 135°). Os resultados obtidos foram arredondados em uma casa decimal, e são apresentados na Tabela 28 e Tabela 29.

Tabela 28 – Análise dimensional do diâmetro interno dos anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$.

#	Diâmetro interno do anel (mm)					
	$[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$			$[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$		
	1	2	3	1	2	3
1	135,7	136,5	136,2	136,2	136,3	135,8
2	136,2	136,1	135,7	136,1	136,0	136,2
3	136,2	136,3	136,2	136,3	136,4	136,1
4	135,7	136,1	135,6	135,9	136,0	136,0
Média	136,0	136,2	135,9	136,1	136,2	136,0
Desvio-padrão	0,3	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2
Máximo-mínimo	0,5	0,4	0,6	0,4	0,4	0,4

Tabela 29 – Análise dimensional do diâmetro interno dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e [AL].

#	Diâmetro interno do anel (mm)					
	$[\pm 60/\pm 90]_{FW}$			[AL]		
	1	2	3	1	2	3
1	97,8	97,5	97,4	95,2	95,1	95,0
2	97,7	97,7	97,5	95,1	95,2	95,2
3	97,7	97,6	97,6	95,0	95,2	95,0
4	97,7	97,5	97,6	95,2	95,0	95,1
Média	97,7	97,6	97,5	95,1	95,1	95,1
Desvio-padrão	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Máximo-mínimo	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

A largura dos anéis foi avaliada dimensionalmente, utilizando um paquímetro com resolução 0,01 mm, medindo 8 posições equidistantes. Os resultados são apresentados na Tabela 30 e Tabela 31.

Tabela 30 – Análise dimensional da largura dos anéis $[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e $[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$.

#	Largura do anel (mm)					
	$[\pm 90/\pm 60/\pm 90]_{FW}$			$[\pm 75/\pm 90/\pm 75]_{FW}$		
	1	2	3	1	2	3
1	20,8	21,7	21,5	19,2	18,8	20,2
2	20,9	21,6	21,3	19,4	19,2	19,9
3	20,8	21,7	21,4	19,5	18,8	19,7
4	21,1	21,8	21,4	19,8	19,0	20,2
5	21,0	21,8	21,6	19,6	19,9	19,8
6	20,9	21,8	21,4	19,7	18,9	20,1
7	20,9	21,4	21,5	19,7	18,7	20,0
8	20,8	21,9	21,4	19,0	19,0	20,3
Média	20,9	21,7	21,4	19,5	19,0	20,0
Desvio-padrão	0,1	0,2	0,1	0,3	0,4	0,2

Tabela 31 – Análise dimensional da largura dos anéis $[\pm 60/\pm 90]_{FW}$ e [AL].

#	Largura do anel (mm)					
	$[\pm 60/\pm 90]_{FW}$			[AL]		
	1	2	3	1	2	3
1	20,3	20,4	18,2	20,3	20,3	18,0
2	20,3	20,3	18,1	20,2	20,3	18,4
3	20,1	20,4	18,1	20,3	20,4	18,2
4	20,1	20,4	18,2	20,1	20,3	18,2
5	20,2	20,5	18,2	20,2	20,4	18,4
6	20,1	20,4	18,0	20,2	20,4	18,4
7	20,2	20,4	17,9	20,2	20,3	18,3
8	20,1	20,4	17,9	20,3	20,4	18,2
Média	20,2	20,4	18,1	20,2	20,4	18,2
Desvio-padrão	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1