UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

O ESTUDO DE FUNÇÃO AFIM NA EJA UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA

LEONARDO GABRIEL NOGUEIRA MUNIZ

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Porto Alegre
2018

LEONARDO GABRIEL NOGUEIRA MUNIZ

O ESTUDO DE FUNÇÃO AFIM NA EJA UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profª Drª Débora da Silva Soares

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática

O estudo de função afim na EJA utilizando Modelagem Matemática

Leonardo Gabriel Nogueira Muniz

Banca examinadora:

Profª Drª Débora da Silva Soares
Instituto de Matemática / UFRGS

Profª Drª Andréia Dalcin
Faculdade de Educação / UFRGS

Profº Dr. Rodrigo Dalla Vecchia
Faculdade de Educação / UNESP

AGRADECIMENTOS

Todas as vivências, acertos, erros, alegrias, tristezas e amizades que vivi nestes 5 anos de Universidade não seriam possíveis se eu não tivesse sido incentivado e apoiado pelos meus pais. Então o primeiro agradecimento vai para eles, Srª. Ilse Teresinha Nogueira e Sr. Luiz Alberto Olmedo Muniz, muito obrigado pela coragem e por acreditarem em mim e me oferecerem conforto nos momentos difíceis. Obrigado, pai e mãe, por me ajudarem nas minhas decisões e me apoiarem mesmo quando essas não iam de encontro com as suas. Tudo que sou, e que poderei ser um dia, eu devo a vocês.

Um agradecimento especial à minha orientadora, Profª Drª. Débora da Silva Soares, por toda a paciência, comprometimento e sabedoria compartilhada. Tive muitas dificuldades na graduação e tu me mostrou outro olhar sob a Educação Matemática, à isso serei eternamente grato.

Agradeço a minha namorada Amanda, que me fascina tanto com sua sede por conhecimento, pelo apoio e carinho em todos os momentos. Contigo eu aprendi que não adianta mesmo ser livre se tanta gente vive sem ter como viver. Tu me inspira, muito obrigado meu amor.

Aos meus amigos do Campus do Vale que tiver prazer de estar junto em ótimos momentos e vivências únicas. William Dutra, Henrique Fortuna, Guilherme Machado, Alexandre Capsi, Raphael Oliveira, Tiago “Macaco” Carvalho, Gabriel Schmit e todos os outros mas não menos importantes: nunca vou me esquecer dos finais de tarde no anfiteatro compartilhando experiências e propagando ideias democráticas enquanto incendiávamos um cenário de ideias. Obrigado meus companheiros, vamos seguir com coragem.

Aos meus colegas da matemática Felipe Borges, Mateus Dauã, Mauricio Dieckmann, Victor “Peruano” Ricardo, Filipe Marques, Mayara Becker e todos os que conviveram comigo: eu não estaria aqui se não fosse por vocês, minha total gratidão pela companhia e força que vocês me deram. Conseguimos, não é mesmo?

DEDICATÓRIA

Primeiramente, dedico a meus pais, Ilse e Luiz, que por toda vida me mostraram que o amor e a dedicação são a única solução possível para todos os problemas.

Dedico esta parte da minha vida à todos que estiveram ao meu lado nesta caminhada.

Dedico este trabalho para todos os professores e estudantes de licenciaturas do Brasil.

À todos os colegas, obrigado por res(ex)istirem.

Mas eu não quero ser o primeiro
Nem ser melhor do que ninguém
Eu só quero viver em paz
E ser tratado de igual para igual
Pois em troca do meu carinho e do meu amor
Eu quero ser compreendido e considerado
E, se for possível, também amado
Pois não importa o que eu tenho
E sim o que eu possa fazer com que eu tenho
Pois eu já não sou não não, o que foram os meus irmãos, não não
Pois, eu nasci de um ventre livre
Nasci de um ventre livre no século XX
Eu tenho fé e o amor, e a fé
No século XXI
Onde as conquistas científicas, espaciais, medicinais
E a confraternização dos povos
E a humildade de um rei
Serão as armas da vitória
Para a paz universal

Jorge Duílio Lima Meneses (Jorge Ben Jor)

A educação das massas se faz, assim, algo de absolutamente fundamental entre nós. Educação que, desvestida da roupagem alienada e alienante, seja uma força de mudança e de libertação. A opção, por isso, teria de ser também, entre uma "educação" para a "domesticação", para a alienação, e uma educação para a liberdade. "Educação" para o homem-objeto ou educação para o homem-sujeito. Todo o empenho do Autor se fixou na busca desse homem-sujeito que, necessariamente, implicaria em uma sociedade também sujeito.

Paulo Freire, 1965

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso propõe o uso de Modelagem Matemática aplicada ao ensino do conteúdo de Função Afim na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Foram desenvolvidas atividades com intuito de facilitar aos estudantes a aprendizagem do conceito de Função Afim, e de forma mais autônoma elaborar suas respostas e dúvidas. A problemática da pesquisa gira em torno das inquietações de como o professor pode transformar a sala de aula em um ambiente de problematizações e, talvez, soluções para impasses. A pergunta norteadora deste trabalho é "Como o trabalho em um espaço de modelagem pode colaborar para o entendimento do conceito de Função Afim pelos alunos?". A parte prática da pesquisa ocorreu no Colégio Estadual Coronel Afonso Emílio Massot, na cidade de Porto Alegre, com duas turmas de primeiro ano da EJA. Foram elaborados, e entregues aos alunos, problemas que envolvem situações rotineiras, com o intuito de motivá-los a descobrir as respostas. Estas atividades serviram como base para análise de dados, além do caderno de campo com anotações de percepções acerca do comportamento, e falas, dos alunos durante os encontros. A presente pesquisa permitiu uma discussão reflexiva em torno de temáticas sociais, problemas expostos pelos alunos e a construção do Caso 1 de Modelagem apresentado por Barbosa (2001). Além de trazer para a prática escolar ideias abordadas por autores como Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) e Skovsmose (2000). O texto explana como foram as práticas adotadas, bem como ocorreram as reflexões sobre as atividades realizadas em aula. Entre as atividades envolvidas estiveram o estudo de planos de telefonia celular, gráficos sobre vendas de um remédio ao decorrer de um ano, e problemas num geral que estão inseridos na sociedade contemporânea. Os estudantes desenvolveram, a partir das atividades, a construção do conhecimento do conteúdo de Função Afim, e em momentos trouxeram também contribuições de situações cotidianas pessoais relacionadas ao conteúdo, enriquecendo o ambiente de aprendizagem e discussão.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Funções. Educação Matemática.

ABSTRACT

This undergraduate thesis proposes the use of Mathematical Modeling applied to the teaching of the content of Linear Function in the Education of Young and Adults (EJA). Activities were developed with the purpose of facilitating the students to learn the concept of Linear Function, and more autonomously elaborate their answers and doubts. The research problem revolves around the concerns about how the teacher can transform the classroom into an environment of problematizations and, perhaps, solutions to impasses. The guiding question for this paper is "How can working in a modeling space contribute to the students understanding of the concept of the Function?" The practical part of the research took place in the Colégio Estadual Coronel Afonso Emílio Massot, in the city of Porto Alegre, with two first year classes of the EJA. Problems involving routine situations were elaborated and given to the students, in order to motivate them to discover the answers. These activities served as a basis for data analysis, in addition to the field notebook with annotations of perceptions about the behavior, and speeches, of the students during the meetings. The present research allowed a reflexive discussion around social themes, problems presented by the students and the construction of Case 1 of Modeling presented by Barbosa (2001). In addition to bringing to school practice ideas approached by authors such as Meyer, Caldeira and Malheiros (2011) and Skovsmose (2000). The text explains how the practices were adopted, as well as the reflections about the activities carried out in class. Among the activities involved were the study of cell phone plans, charts on sales of a drug over the course of a year, and problems in general that are embedded in contemporary society. The students developed, from the activities, the construction of the knowledge of the content of Linear Function, and in moments they also brought contributions of daily situations related to the content, enriching the environment of learning and discussion.

Keywords: Mathematical Modeling. Functions. Math Education.

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO**	**11**
2	**REFERENCIAL TEÓRICO**	**13**
2.1	ENSINO DE FUNÇÕES	13
2.2	ENSINO DE FUNÇÕES NA EJA	16
2.3	REFERENCIAL TEÓRICO PARA A PRÁTICA	18
3	**METODOLOGIA**	**25**
4	**PROPOSTA DIDÁTICA**	**28**
4.1	ATIVIDADE 1	28
4.2	ATIVIDADE 2	32
4.3	ATIVIDADE 3	38
4.4	ATIVIDADE 4	40
4.5	ATIVIDADE 5	42
5	**CONSIDERAÇÕES FINAIS**	**47**
6	**REFERÊNCIAS**	**50**
APÊNDICE A		**51**
APÊNDICE B		**52**

1. INTRODUÇÃO

Durante o percurso escolar os estudantes entram em contato com assuntos de variadas áreas, e ainda neste tempo muitos questionam a si, e ao professor, “para que serve isto?”. Essa pergunta pode ser chave para o início do interesse na construção de aprendizados. Pensando nisso, este trabalho tem como objetivo levar problemas contextualizados para a sala de aula, e pretendeu-se propor aos estudantes situações para chegarem à percepção de que a matemática está relacionada com as outras áreas e, assim como, com o cotidiano de todos nós. O conteúdo de funções, seja na EJA ou no ensino regular, nem sempre é abordado de forma contextualizada, deixando assim um “vazio” no questionamento do assunto. Ao fazer as observações dos estágios da graduação, que ao total determinam 40 horas-aula, percebi que correntemente se faz bastante uso de “exercícios de fixação”. Tais atividades têm como foco fazer com que o estudante retenha informações mecanizadas, como o decoro de fórmulas matemáticas ou estratégias para solução de determinado tipo de exercício. Segundo a primeira competência específica da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) cabe ao professor responsável pela turma:

> Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral. (BRASIL, 2018, p. 524)

Por este viés, não basta trazer para os alunos (apenas) atividades com respostas limitadas a certo ou errado. A busca deve ser pela problematização, e pela reflexão do uso do conteúdo com situações específicas, onde se aplica na prática o conteúdo de estudo.

Assim, ao professor cabe o papel de mediador entre os alunos, exercitando o senso crítico e levando o ambiente problematizador para a sala de aula. Um dos métodos que pode ser adotado é o do uso da Modelagem Matemática. Esse processo metodológico é pertinente pois não admite como resposta correta apenas um caminho, e leva em consideração o desenvolvimento do raciocínio, onde são construídos os conceitos matemáticos.

Tenho como propósito neste projeto de pesquisa procurar tornar a sala de aula em um ambiente de discussão e problematização. As propostas de atividades basearam-se em assuntos que são do cotidiano dos estudantes. Barbosa (2001) sugere que as atividades que envolvem Modelagem Matemática são consideradas como oportunidades para exploração dos papéis que a matemática desenrola na sociedade contemporânea. Ainda, segundo o autor “nem matemática nem Modelagem são “fins”, mas sim “meios” para questionar a realidade vivida” (BARBOSA, 2001, p. 4). Dessa forma, pude oportunizar um ambiente para suceder-se a construção do conteúdo com os discentes. A ideia primordial do projeto foi a de poder levar informações que possam vir a interessar os estudantes, e posteriormente analisando a postura dos mesmos em relação às atividades.

Sabendo disso a pergunta norteadora do meu projeto de pesquisa é: **"Como o trabalho em um ambiente de modelagem e uso de tecnologias pode contribuir para compreensão do conceito de função pelos alunos?"**. Como perguntas secundárias à serem investigadas no projeto proponho “Como os estudantes agem no ambiente de modelagem e uso de tecnologias? Quais relações são estabelecidas pelos alunos entre os conceitos de matemática e a realidade social que perpassa o problema estudado? De que modos os estudantes expõem seus pensamentos no ambiente de modelagem, com o uso de tecnologias?”

O presente texto é estruturado em 5 seções, sendo a primeira esta que vos introduz o tema abordado na pesquisa. A segunda seção, que é subdividida em 3 subseções, discorre sobre o referencial teórico adotado pelo pesquisador sobre Modelagem Matemática, abordando o ensino de funções. Na seção 3 consta a Metodologia, onde ocorrerá a explanação da parte prática da pesquisa, nesta parte apresento informações sobre o local de atuação e turmas, a estratégia adotada para o desenvolvimento dos conceitos de função e como foram documentadas as ações ocorridas em aula. Na quarta seção narro sobre a Proposta Didática, detalhando a forma como foi planejada elaborada e aplicada. Na seção 5 apresento as conclusões do trabalho. Para terminar, a seção 6 mostra as Referências Bibliográficas.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A presente seção pretende apresentar as fundamentações teóricas que serviram como base para a pesquisa. Nesta seção são citados autores que têm colaborações fundamentais no campo da Modelagem na Educação Matemática, como Barbosa (2001; 2004), Skovsmose (2000) e Meyer; Caldeira; Malheiros (2011), bem como análise de documentos que serviram como fonte para a pesquisa, como o PCNEM (1999) e a BNCC (2018).

2.1 ENSINO DE FUNÇÕES

Acredito estarmos vivenciando uma situação de transição em sala de aula, pois, de um lado temos professores pertencentes ao século XX, enquanto seus alunos, do outro lado, são pertencentes ao século XXI. O que isto pode significar? Talvez uma das respostas é que existem professores que ensinam exatamente da maneira como aprenderam, e neste sentido não buscam a diversidade teórica como base para seus planejamentos e reflexões pessoais, assim como aperfeiçoamentos para abordagens práticas de conceitos em sala de aula.

Toledo (2013) afirma em seu artigo, que aborda questões de modelagem do conteúdo de funções para uma situação do meio rural, que num geral os professores trabalham analiticamente com funções, e não em um engajamento sócio-crítico da matemática neste contexto:

> No ensino atual de funções e nos livros didáticos em geral, funções são identificadas com expressões analíticas, o que constitui um obstáculo à aprendizagem desse conceito. A apresentação do conceito de função é feita através de sua forma analítica, a partir dela é construída a tabela correspondente e com os dados da tabela é feita a representação gráfica no plano cartesiano. Essa é a ordem usual de apresentação das diversas formas de representar uma função. É importante salientar que *não estou sugerindo o abandono do estudo analítico das funções*. Não se trata disso. Estou negando a forma tradicional em que as funções são apresentadas, quase que exclusivamente na sua forma analítica, *sem que os alunos compreendam os seus significados em relação a situações reais*. (TOLEDO, 2013, p. 3, grifo nosso)

Essa perspectiva perpassa a visão educacional do ensino de matemática na maior parte do último século, onde as aplicações acabaram sendo deixadas de lado para dar lugar aos processos mais mecanizados. Parafraseando a autora, não sugiro o abandono do estudo analítico de qualquer área da matemática mas sim um estudo que leve a compreensão da aplicabilidade de tais estudos. Meyer; Caldeira; Malheiros (2011) reforçam que um dos papéis do professor é o de habilitar os estudantes a aprender e ter confiança para concluir suas linhas de raciocínio, assim como aprender a formular e resolver situações, e com base nisso realizar a construção de suas críticas a partir da realidade.

As funções, num geral, são correspondências efetuadas a partir de uma lei de formação matemática. A função afim (ou de primeiro grau, ou linear) explica matematicamente diversas situações cotidianas. A reflexão sobre o comportamento de equações com variáveis nos dá essa noção de correspondência. Segundo Meyer; Caldeira; Malheiros (2011) a matemática serve para que a gente possa fazer uso dela, e a partir deste uso possamos fazer uma análise para compreensão das situações reais. Deste modo podemos realizar construções matemáticas sobre acontecimentos rotineiros, envolvendo o uso da função afim como explicação de tais fenômenos, sejam eles sociais ou naturais.

As funções de primeiro grau podem ser algebricamente representadas por $f(x) = y = ax + b$, onde a, b pertencem ao conjunto dos números Reais ($\mathbb{R}$). A partir dessa lei é possível construir um Plano Cartesiano, onde as coordenadas (x,y) remetem aos pontos possíveis da reta. O Domínio e a Imagem da função são, respectivamente, os valores possíveis para a variável x e os valores correspondentes para y. No caso, o primeiro representa uma variável independente, enquanto o segundo a variável dependente[1]. Os valores para a e b determinam o coeficiente angular e de deslocamento (onde a reta encontra o eixo das ordenadas):

- se a > 0 a função f(x) será crescente
- se a = 0 a função f(x) será constante $(y = b)$
- se a < 0 a função f(x) será decrescente

[1] Fonte: https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-dominio-contradominio-imagem.htm

A partir dessas definições podemos fazer construções com os estudantes, exemplificando situações onde há crescimento, decrescimento ou constância em determinadas funções.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) a Matemática é uma linguagem que busca dar conta de aspectos da realidade, e que é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências como a Física, Química e Biologia. O documento reforça a necessidade de se trabalhar com gráficos, estatísticas e levar para os alunos as diversas relações existentes entre essa disciplina e as demais.

No documento dos PCNEM consta que “identificar variáveis relevantes e selecionar os procedimentos necessários para produção, análise e interpretação de resultados de processos ou experimentos científicos e tecnológicos” (BRASIL, 1999, p. 95) são habilidades e competências a serem desenvolvidas com o educando. Atrelado a isso está a necessidade da compreensão do caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais, assim como a utilização de instrumentos (tecnológicos ou não) adequados para medidas.

A BNCC afirma em documento que é necessário que o educando seja estimulado a ser o pesquisador das problemáticas abordadas em sala de aula. Acerca do conteúdo de função afim, as habilidades a serem desenvolvidas levam a turma à “resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas” (BRASIL, 2017, p. 528). É instigante o fato de que em grande parte dos manuscritos se fala da junção dos fatos cotidianos e a matemática, ficando evidente a busca por um espaço onde se discuta sobre os problemas de natureza social e biológicas.

A Competência Específica 5 da BNCC descreve como deve ocorrer o desenvolvimento da capacidade de investigação e de formulação de argumentos explicativos, de modo que consequentemente o estudante seja capaz de fazer induções e deduções pertinentes ao conteúdo (BRASIL, 2017), proporcionando experiências de reflexão e questionamento em grupo e individualmente. Vinculado a este pensamento está a importância do estudo das funções lineares, que representam diversas situações da vida que podemos explicitar através de algebrismo e da geometria no plano cartesiano. Uma das habilidades objetiva que o estudante deve:

> Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1o grau. (BRASIL, 2017, p. 532)

A proposta pedagógica que foi desenvolvida pretendeu mostrar tais aplicabilidades relacionadas à função afim, como aconteceu na atividade dos planos de telefonia celular, na tentativa que o estudante percebesse autonomamente que a matemática atua no cenário cotidiano. Nas seções seguintes irei abordar como planejei meus encontros com as turmas, e as atividades que foram feitas, assim como as reflexões que tomei nota no caderno de campo.

2.2 ENSINO DE FUNÇÕES NA EJA

Historicamente, segundo Oliveira (2007), o ensino na Educação de Jovens e Adultos tivera como primeiro plano a alfabetização para a população que teve dificuldade ao acesso à escolarização. Conforme a autora, pensadores como Paulo Freire e Moacir de Góes defendiam que a EJA deveria ter uma abordagem diferente do que se tem geralmente no ensino regular, necessitando então não de uma aprendizagem “infantilizada” mas sim de uma abordagem que fosse adequada à faixa etária e ao perfil socioeconômico-cultural dos educandos. Assim, o estudante tem direito de acesso à uma educação que seja correspondente a suas vivências diárias. A autora refere em seu artigo que os processos de aprendizagem, formais ou não, envolvem a possibilidade de atribuição de significado por parte dos discentes (OLIVEIRA, 2007). Desta forma as informações devem trazer ligações às experiências externas ao ambiente escolar dos alunos.

Em minha experiência pessoal procurei levantar problemáticas que pensei que poderiam ser de interesse dos estudantes, pois como relata Oliveira (2007), nas diversas vezes os alunos encontram dificuldades em realizar contas do tipo “arme e efetue”, onde não há contextualização do conteúdo. Considerei curioso o relato da autora em seu artigo:

> Outra história interessante, que mostra a dificuldade de comunicação entre as populações que procuram os cursos de EJA e a linguagem especificamente escolar, foi ouvida por uma amiga em um ponto de ônibus no Rio de Janeiro. Duas senhoras conversavam sobre as dificuldades que enfrentavam com a escola. No diálogo entre as duas, minha amiga ouviu: “Eu agora já entendi. *Problema é aquilo que a gente tenta resolver na escola e pobrema (sic) são as coisas que a gente tem que resolver na vida da gente*. Entendeu?” (OLIVEIRA, 2007, p. 8, grifo nosso)

Por este viés, dei maior importância para a aprendizagem do ensino de funções por intermédio de contas que se fazem necessárias na vida real, e não (apenas) nas operações matemáticas que se fazem exclusivamente na escola.

Autores como Oliveira (2007) e Ramos (2008) discorrem acerca da baixa auto estima dos estudantes da EJA, por terem abandonado os estudos escolares em algum momento, por encontrarem dificuldades de resolver as atividades propostas em aula, pelo formalismo da matemática "assustá-los" e diversos outros motivos que podem acarretar na desistência de alunos da EJA. Ainda em conformidade com Ramos (2008) o conteúdo de funções tem a possibilidade de acentuadamente contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático, por propiciar atividades de caráter exploratório, em “múltiplos sistemas de representação como tabelas, pares ordenados, gráficos, diagramas, equações, assim como possibilita a descrição de vários fenômenos da vida real” (RAMOS, 2008, p.10).

As questões foram inspiradas e criadas, ou adaptadas, a partir de relatos de autores como Barbosa (2001), que levou para a sala de aula aplicações da matemática tendo como base reflexiva problemáticas envolvendo contas de luz, tonéis de gasolina e situações olímpicas, proporcionando um ambiente de Modelagem. Assim, as atividades planejadas tiveram caráter exploratório, e o objetivo na parte prática desta pesquisa foi o de levar para os estudantes da EJA um motivo (ou mais de um) para a assemelhação das tarefas diárias com a matemática.

2.3 REFERENCIAL TEÓRICO PARA A PRÁTICA

De acordo com Magnus (2015) o conceito de Modelagem na Educação Matemática se consolidou ao final da década de 1990 e início da década de 2000. Esse interesse no ambiente de aprendizagem proporcionado pela modelagem pode ter sido motivado pela mudança de olhar sobre o currículo no período noventista, assim como as políticas inclusivas e demais orientações advindas dos Parâmetros Curriculares Nacionais (MAGNUS, 2015). Sob essa perspectiva, percebemos que a Modelagem Matemática é uma alternativa de ensino e aprendizagem que está presente no currículo, sendo discutida por diversos autores da área da educação. Segundo a autora, em 2009, constatou-se que foram desenvolvidos 288 trabalhos acadêmicos e 836 artigos sobre Modelagem Matemática, além disso também foi verificado que 112 cursos de licenciatura têm a disciplina de Modelagem, ou que abordam o tema de alguma maneira.

No trabalho da coleção "Tendências em Educação Matemática", Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) relembram e analisam situações vividas em suas trajetórias enquanto professores, formadores de professores e pesquisadores em Educação Matemática. O foco do livro está na Modelagem em Educação Matemática e as experiências vivenciadas pelas práticas da matemática dentro e fora da sala de aula. Em um dos cursos coordenados por Rodney Carlos Bassanezi o objetivo era de explicitar que "a Matemática é tão necessária quanto outras ciências para se poder avaliar a vida à nossa volta" (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 13). Em diversos momentos a problematização e a "matematização" (termo adotado pelos autores) se fazem presentes no ambiente escolar, e é necessário que estudantes e professor façam reflexões e tenham inquietações acerca dos conteúdos abordados.

Segundo os autores a ideia de Modelagem Matemática pode ser praticada em qualquer nível escolar, basta que se deixe a criatividade florescer. Como na situação em que uma professora indaga de que modos se pode usar Modelagem com seus alunos da pré escola (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011). Após uma análise, em conjunto com outros professores, das situações que poderiam ser trabalhadas encontra-se uma atividade compatível ao nível de ensino, e igualmente importante para uma discussão sobre problemas sociais.

Em uma passagem, os autores fazem um retrocesso ao tempo dos pensadores gregos antigos como Heráclito, Parmênides e Platão. Os professores gregos eram considerados “bons mestres” se conseguissem que seus alunos “vissem” os objetos matemáticos, e além disso os aceitassem (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 24). Deste modo o aluno fica em segundo plano, sendo o professor um “transmissor” de conhecimentos. Em minha opinião, esta não é a forma mais adequada de se analisar um processo educativo, como o de ensinar matemática. O professor pode oferecer diversas oportunidades para que os alunos façam o trabalho investigativo e então seja iniciada uma discussão problematizadora acerca do trabalho produzido (SKOVSMOSE, 2000).

A “não utilidade” matemática, um problema em diversas salas de aula, pode ser devido à falta de relacionar essa ciência com as demais. O conhecimento se dá pela interação, na modelagem “o sujeito do processo cognitivo é o aprendedor, é o aluno” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 25). Por esse viés não se faz a construção do conhecimento apenas ouvindo e assistindo, mas interagindo, questionando, errando, acertando e, então, aprendendo.

Barbosa (2001) cita três tipos de conhecimentos que estão ligados à Modelagem Matemática, sendo eles o conhecimento matemático em si, o tecnológico (construir modelos matemáticos) e o reflexivo. Em conformidade com o autor há demasiado interesse nos dois primeiros tipos de conhecimento, sendo a parte reflexiva pouco estudada. Em contrapartida há um interesse crescente de autores que estudam este caso, o que é um avanço para as perspectivas educacionais da área da matemática.

Ao longo do projeto tive a pretensão de reproduzir um “cenário para investigação”, ou seja, pela definição de Skovsmose (2000) um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação. Seguindo essa perspectiva compatível com a Modelagem, os planejamentos da parte prática desta pesquisa foram elaborados de modo que a sala de aula pudesse proporcionar aos alunos um ambiente de ensino e aprendizagem, que trabalhasse problemas de referência à situações cotidianas . De acordo com o autor, um cenário para investigação é o que convida a turma a formular questões e procurar explicações (SKOVSMOSE, 2000).

Barbosa (2001) baseia-se nestas ideias de Skovsmose (2000) para definir sua perspectiva de Modelagem, a qual também foi assumida neste trabalho: “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2004, p. 3). Ainda, conforme o autor, a modelagem pode ser conduzida em sala de aula de acordo com os seguintes casos[2]:

Caso 1) Uma situação-problema é apresentada pelo professor. As informações necessárias à sua resolução devem estar contidas no enunciado, cabendo aos alunos o processo de resolução. Não é necessário que os estudantes procurem dados fora da sala de aula.

Caso 2) O professor leva aos estudantes um problema de outra área da realidade. O papel do aluno será o de coletar informações necessárias à sua resolução e, posteriormente, apresentar sua solução.

Caso 3) Partindo de temas não-matemáticos, os estudantes formulam e resolvem problemas. Também é de responsabilidade do aluno a coleta de informações e simplificação das situações-problema.

O caso adotado como sustentação para o planejamento das atividades deste trabalho de pesquisa é o caso 1. A tabela a seguir mostra a relação entre os casos de Modelagem e a participação do professor/aluno:

Figura 2 - O professor e o aluno nos casos de Modelagem

[2] Diferentes possibilidades de organização curricular da Modelagem. (BARBOSA, 2001, p. 8)

	Caso 1	*Caso 2*	*Caso 3*
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: (Barbosa, 2001, p.9)

De acordo com a tabela, o Caso 1 deixa o professor responsável por apresentar a descrição de uma situação-problema. Deste modo, encarreguei-me da busca por atividades que envolvam situações cotidianas, e também da procura pelos dados que solucionem as questões, enquanto a resolução dos problemas fica atribuída ao aluno, com intervenções do professor como mediador.

Por achar que se encaixava no perfil de problemas com abordagens sobre assuntos da realidade social escolhi questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), com adaptações feitas por mim, para introduzir à turma o conceito de Função Afim. Estas questões envolvem situações baseadas na realidade ou semi-realidade, com dados vindos de situações reais, deste modo podendo ser entendidas como problemas de Modelagem dentro do Caso 1. Apesar da estrutura das questões ser de problemas mais “fechados”, assemelhando-se com a Resolução de Problemas, as atividades foram conduzidas pelo professor para proporcionar um ambiente de discussão e problematização.

Assim, tendo em vista a perspectiva de modelagem adotada e a noção de cenários para investigação, a forma de trabalho priorizada durante os encontros foi a de conversação e troca de informações. Os alunos foram convidados (e, sempre que possível, incentivados pelo professor) à exporem fatos decorrentes de suas vidas, com intenção de contextualizar as situações matemáticas estudadas.

Skovsmose (2000) também apresenta uma tabela[3] com os ambientes de aprendizagem:

Figura 2 - Tabela de ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose, (2000)

O autor esclarece que é importante que todas as etapas, de 1 à 6, façam parte do cenário de investigação, pois em cada fase o aluno deverá apresentar uma postura diferente em relação à outra. Desse ponto de vista me inclino a refletir que a parte tradicional de ensino também é importante para dar segurança aos estudantes. Os ambientes (3) e (4) são um convite para que os alunos façam suas explorações e desenvolvam suas explicações. Sobre os ambientes (5) e (6) o autor deixa claro que “as referências são reais, tornando possível aos alunos produzirem diferentes significados para as atividades (e não somente os conceitos)” (SKOVSMOSE, 2000, p. 13).

Todas essas etapas são importantes para a educação matemática, e fizeram parte do planejamento do professor para a parte prática deste projeto de pesquisa. Um “erro” comum que se sucede ao planejar as aulas é o de, em todos momentos, optar por aplicar modelagem, porém os exercícios “tradicionais” também são essenciais para o conjunto educação matemática:

> Sustento que a educação matemática deve mover-se entre os diferentes ambientes [...] É importante que os alunos e professores, juntos, achem seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem. A rota “ótima” não pode ser determinada apressadamente, mas tem que ser decidida pelos alunos e pelo professor. A matriz dos ambientes de aprendizagem pode também ser usada como um instrumento analítico. (Skovsmose, 2000, p. 14)

[3] SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. University of Aalborg, Dinamarca. 2000.

Assim, o exercício do professor para com a sua turma é o de apresentar diversas oportunidades de aprendizagem. A diversidade cultural, ao meu ver, deve estar presente em todos os ambientes e metodologias que o professor possa vir a pensar para seu planejamento de aulas.

No livro de Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) é evidenciado a associação da Modelagem com as TIC[4], além da Etnomatemática[5] e Pedagogia de Projetos[6]. Os autores indicam que a relação da Modelagem com outras tendências pode ser uma "possibilidade de interlocução entre diferentes linhas de pesquisa em Educação e em Educação Matemática" (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 77). Faz-se de suma importância, então, o fim da distinção das áreas de educação como se fossem heterogêneas, pensando-se assim então em uma unificação das áreas de estudo, de modo que os contextos abordados em sala de aula tornem-se mais "aparentes" aos estudantes.

Ao longo da minha experiência prática procurei pensar atividades que envolvessem o uso de ferramentas tecnológicas, como o aplicativo Plickers[7]. Também utilizar, como inspiração metodológica, o método Peer Instruction, deste modo a experimentação com a Modelagem Matemática poderia se tornar mais expressiva para a presente pesquisa. Nas seções seguintes deste trabalho detalharei melhor como planejei, e como ocorreu o uso deste recurso nas aulas com as turmas de EJA.

Conheci este aplicativo através de uma disciplina na graduação, onde pudemos fazer experimentações didáticas sob supervisão de um professor. Fizemos o uso do aplicativo em uma sala de aula estruturada, com diversos computadores, projetor, caixas de som, quadro branco e etc. Pudemos explorar o uso do Plickers, aliando a metodologia Peer Instruction (explanação na seção 5.6) que induz o ambiente de discussão em aula. Na escola que realizei a atividade prática os alunos não tinham acesso à sala de informática, nem pude ter acesso à um projetor. Desta maneira percebi que estava limitado, mas mesmo assim poderia utilizar o aplicativo.

---

[4] Tecnologias de Informação e Comunicação. Diniz, 2007
[5] Kluber, 2009
[6] Malheiros, 2008
[7] Site de acesso ao Plickers: <link>

As maneiras de uso da ferramenta são irrestritas, podendo ser atrelada ao planejamento por qualquer disciplina. Percebi que a criatividade e o senso de empatia se fazem muito importantes em cenários de aprendizagem como esse, onde o professor se encontra limitado tecnologicamente, mas quer levar uma atividade integradora para a classe.

3. METODOLOGIA

O pano de fundo para o desenvolvimento desta pesquisa foi uma proposta que procurou tornar a sala de aula em um ambiente de discussão e problematização. A proposta didática foi a de trabalhar atividades de modelagem matemática, levando aos alunos propostas de questões que envolvessem assuntos de cunho social, que fossem do cotidiano dos estudantes. Tentar criar, em sala de aula, um ambiente de discussão e problematização. Dessa maneira pude tentar desenvolver a construção do conteúdo, e o mais importante, com a participação os alunos. Também propus alguns exercícios tradicionais de fixação, pois percebi fadiga por parte dos alunos, em consonância com relatos como em Meyer; Caldeira; Malheiros (2011, p. 64) “os alunos do noturno também (sic) sentiram indisposição e cansaço em desenvolver as atividades. Alguns até disseram que não gostam desse novo método”. Nesse sentido, a ideia central da prática foi levar informações que pudessem vir a interessar para os estudantes, e analisando se haveria interesse maior por parte dos mesmos.

A pergunta norteadora do meu projeto de pesquisa é: "Como o trabalho em um ambiente de modelagem e uso de tecnologias contribui para compreensão do conceito de função pelos alunos?". Como perguntas alternativas tem-se: “Como os estudantes agem no ambiente de modelagem e uso de tecnologias? Quais relações são estabelecidas pelos alunos entre os conceitos de matemática e a realidade social que perpassa o problema estudado? De que modos os estudantes expõem seus pensamentos no ambiente de modelagem, com o uso de tecnologias?”

A pesquisa em questão tem caráter qualitativo, visando a melhor análise dos fatos ocorridos durante a parte prática do trabalho. Segundo Bogdan e Biklen (1994) a coleta de dados pode ser feita de diversas maneiras, como anotações no caderno de campo, coletar textos (atividades) feitos pelos estudantes, fotografias, estatísticas oficiais e outros dados quantitativos. Seguindo esta linha, fiz uso de um caderno onde fiz anotações após as aulas (quase que imediatamente). Estas notas me ajudaram a relembrar e reviver cada encontro em sala de aula. Levando em consideração que “os dados são simultaneamente as provas e as pistas” (BOGDAN, BIKLEN, 1994, p. 149), acredito que se faz de suma importância ter estas escritas junto comigo na confecção da análise do processo prático da pesquisa.

Os dados coletados dos estudantes são as atividades feitas em sala de aula, estas que foram impressas e entregues aos alunos em quase todos os encontros, e ao final sempre recolhidos. Incentivei os estudantes para que fizessem anotações, escrevessem o máximo que pudessem e não tivessem receio em anotar suas reflexões. Também como forma de dados estão as fotografias tiradas do quadro, nos momentos nos quais os alunos foram convidados a ir ao quadro apresentarem suas respostas e (com frases ou desenhos) o raciocínio desenvolvido ao responder as perguntas. Além disso, como já citado anteriormente, o caderno de campo deverá servir como um meio de lembrar das atividades desenvolvidas durante o período de prática na escola, assim como das intervenções por mim realizadas e dos questionamentos feitos pelos alunos.

O local no qual a parte prática desta pesquisa foi realizada é o Colégio Estadual Coronel Afonso Emílio Massot, localizado no bairro Cidade Baixa, entre a região central e a zona sul de Porto Alegre. O colégio é de fácil acesso para quem vem de qualquer lugar da cidade, fica localizado próximo a hospitais, ao Palácio da Polícia e paradas de ônibus. Entrando para o pátio da escola temos uma pracinha para os alunos sentarem-se ao intervalo, vários bancos espalhados, quadra de esportes e dois prédios com dois andares cada. No período da noite, além do EJA, estudam alunos dos cursos técnicos e do cursinho pré-vestibular Coletivo pela Educação Popular (COLEP). As turmas nas quais lecionei são dois primeiros anos do EJA. Nas duas turmas haviam poucos alunos, numa turma 28 matriculados e em média 8 frequentadores, na outra turma eram 31 matriculados e em média 10 que frequentaram as aulas. As idades dos estudantes variavam, mas a maioria eram pessoas que tinham entre 18 e 21 anos, e outros que estavam entre 30 e 50 anos. São, no geral, trabalhadores durante o dia e à noite estudantes, com vontade de terminar o ensino médio. Na primeira aula perguntei aos estudantes o motivo de estarem terminando os estudos, recebi diversas respostas, entre elas a necessidade que viram em motivar seus filhos aos estudos, também a vontade de cursar o ensino superior, como o aluno C. que gostaria de fazer gastronomia, ou a qualificação para o mercado de trabalho. Trabalhei com as turmas um total de 30 horas, com 2 períodos de 45 minutos semanais para cada uma delas (exceto em semanas de feriado).

Também no primeiro dia entreguei os termos de consentimento da pesquisa para a direção e para os estudantes. Expliquei o que era este documento e recomendei que realizassem a leitura antes de assinar. Algumas preocupações surgiram, como se seriam chamados depois, ou se teriam que fazer algum tipo de entrevista, assegurei que apenas era para fins acadêmicos e que seus dados ficariam ocultos. A proposta didática desta pesquisa é a de desvencilhar a imagem do professor à de um detentor do conhecimento, fazendo com que o protagonista da sala seja o estudante. O professor precisa exercitar seu papel de liderança, estando a frente das colocações, dos questionamentos e com liberdade de se expressar. Deste modo o aluno pode falar, perguntar, errar e acertar, tudo isso em conjunto com o restante da turma e mediação do professor.

Nos primeiros encontros foi pedido aos alunos que se apresentassem, deste modo eu poderia refletir melhor acerca dos problemas que seriam trabalhados posteriormente em sala de aula. As questões basearam-se nos princípios da Modelagem Matemática e na busca pela problematização no ambiente escolar. Concordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) quando dizem que o professor de matemática deve estar disposto a discutir problemas advindos da realidade dos estudantes. Analisando o contexto de vivência dos estudantes, que mostraram-se utilizadores de aparelhos telefônicos smartphones, usuários de aplicativos de corridas, do meio de transporte público e com desejos de empreendedorismo, as questões abordadas a seguir tiveram como tema estes assuntos, entre outros. As questões foram retiradas de concursos públicos como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), vestibulares, e questões criadas autoralmente a partir de inspirações derivadas dos livros didáticos de matemática do ensino médio.

4. PROPOSTA DIDÁTICA

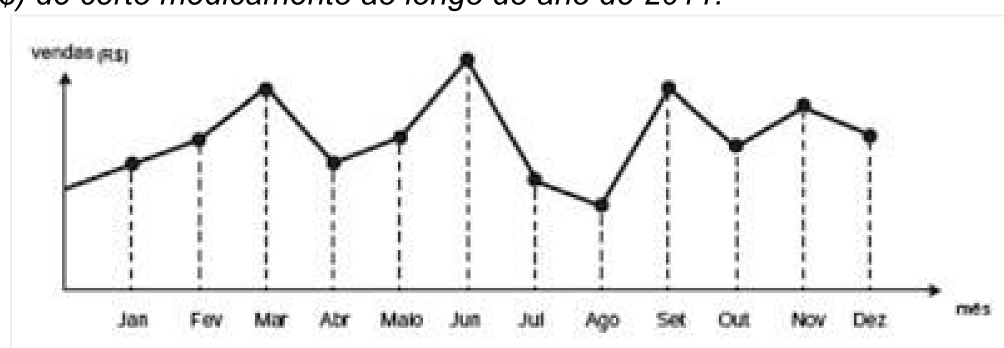
Nesta seção irei apresentar as tarefas que foram desenvolvidas com os estudantes, bem como as reflexões que aconteceram em sala de aula e análise dos dados coletados. Em cada tópico constarão os motivos que me levaram à levar cada uma das atividades para os alunos, de onde foi retirado a questão ou, se autoral, de onde me inspirei para a elaboração da atividade.

4.1 ATIVIDADE 1

A primeira atividade que propus aos alunos foi, para mim, uma “aula teste”. Neste encontro distribuí uma folha de atividade para cada aluno, com uma questão do ENEM (2012). Esta questão foi adaptada, pretendendo-se analisar que tipos de comentários fariam acerca da mesma. Também entreguei uma folha com um breve resumo dos tipos de gráficos mais usados no cotidiano. Após isso, usando o quadro, fiz a exibição de exemplos de algumas usuais aplicações dos mesmos, como o percentual de votantes de dois candidatos a algum cargo político numa região do RS, usando o gráfico de setores.

A seguir se encontra a atividade estudada no encontro:

(ENEM 2012 - ADAPTADO) O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em R$) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



Após analisar o gráfico com atenção, responda às seguintes perguntas:
a) Qual foi o mês onde o medicamento foi mais consumido?
b) Qual foi o mês onde o medicamento foi menos consumido?
c) Observando a linha preta contínua, podemos dizer se o número de vendas em Janeiro de 2012 será maior ou menor do que Janeiro de 2011?

d) Existe algum outro tipo de gráfico que poderia mostrar as mesmas informações? Se sim, desenhe este gráfico abaixo, se não então diga o por quê.

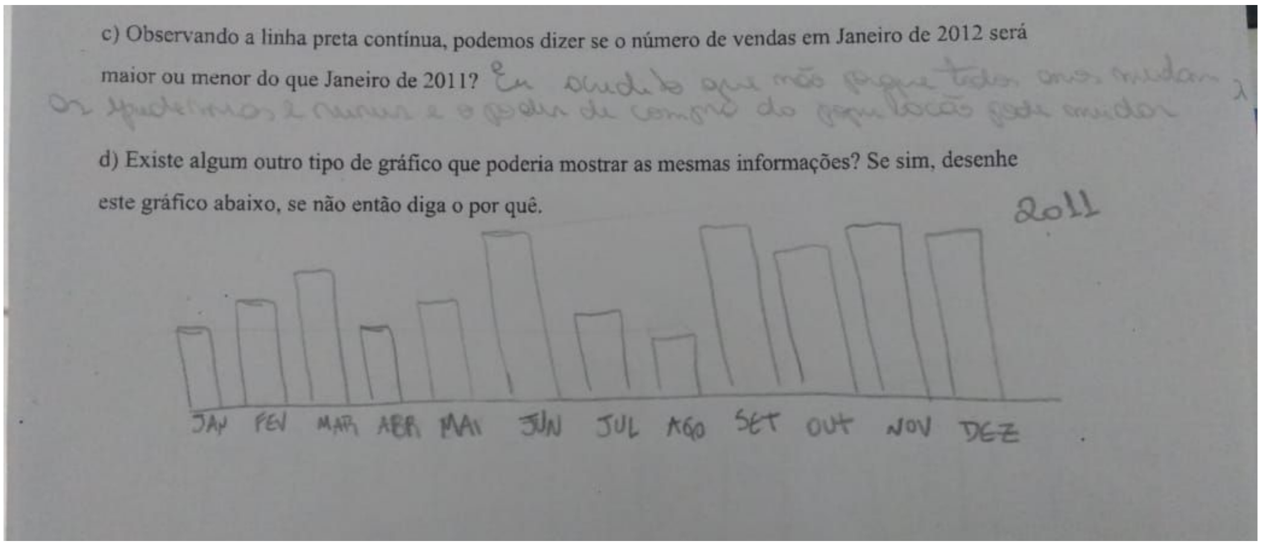
Os estudantes em geral não encontraram muitas dificuldades para chegar à conclusões corretas sobre os itens a) e b). As perguntas foram mais direcionadas para as perguntas c) e d), nas quais questionei os estudantes para que não me dessem uma resposta "pronta", mas sim refletissem sobre o gráfico das vendas do medicamento.

Na pergunta c), como os alunos tiveram a liberdade para escrever suas opiniões, obtive respostas diversificadas. Entre as respostas estão as simples como "maior" ou "menor", mas também explicações onde os estudantes mostraram preocupações com causas sociais. O Aluno B que disse "*acredito que menor, por que o grafico ja (sic) está descendo em dezembro (sic) de 2011 e o ano começa vendendo menos*", neste caso o estudante quis afirmar que no final do ano anterior (2010) as vendas caíram e a partir de Janeiro de 2011 cresceram, a partir disso o ano seguinte também tenderia a isto. Outra reflexão interessante foi do Aluno C, que disse que "*não, pois a cada mês que dá um pico de vendas o outro mês caí*", levantando uma discussão interessante a partir deste ponto, pois para essa perspectiva tivemos indagações de como nos meses de pico ocorreram mais acidentes ou epidemias. Já o Aluno D disse que "*eu acho que será menor porque a linha preta esta (sic) diminuindo*".

As respostas destes estudantes sugerem que sua expressão da matemática veio acompanhada de aspectos extra-matemáticos sugeridos pelo contexto do problema proposto. Acredito que estas expressões foram estimuladas por um cenário investigativo, para que os alunos formulem suas explicações com base em suas experiências. Skovsmose (2000) afirma que o convite é simbolizado pelo "o que acontece se … T?" vindo do professor, levando os alunos a aceitarem, ou não, a invitação para uma reflexão acerca das questões propostas. Segundo o autor "quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem" (SKOVSMOSE, 2000, p. 6).

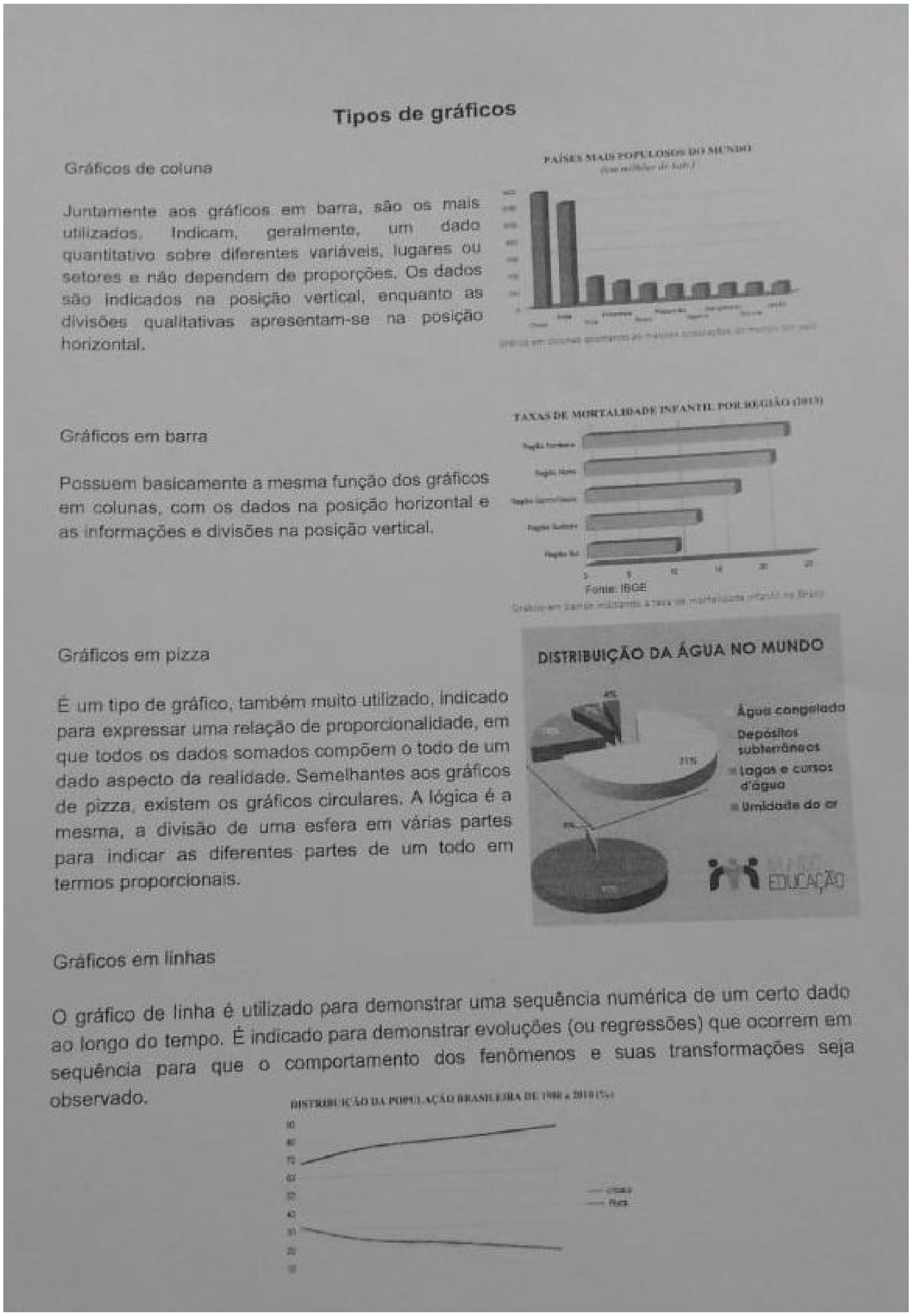
Para a questão d) foi, em consenso com a turma, decidido que seria coerente usar o gráfico de colunas, então deste modo todos os estudantes redesenharam o gráfico de linhas.

Figura 3 - Questões c) e d) da Atividade 1 (Aluno A)



Fonte: Acervo pessoal

Figura 4 - Folha dos tipos de gráficos



Tipos de gráficos

Gráficos de coluna

Juntamente aos gráficos em barra, são os mais utilizados. Indicam, geralmente, um dado quantitativo sobre diferentes variáveis, lugares ou setores e não dependem de proporções. Os dados são indicados na posição vertical, enquanto as divisões qualitativas apresentam-se na posição horizontal.

Gráficos em barra

Possuem basicamente a mesma função dos gráficos em colunas, com os dados na posição horizontal e as informações e divisões na posição vertical.

Gráficos em pizza

É um tipo de gráfico, também muito utilizado, indicado para expressar uma relação de proporcionalidade, em que todos os dados somados compõem o todo de um dado aspecto da realidade. Semelhantes aos gráficos de pizza, existem os gráficos circulares. A lógica é a mesma, a divisão de uma esfera em várias partes para indicar as diferentes partes de um todo em termos proporcionais.

Gráficos em linhas

O gráfico de linha é utilizado para demonstrar uma sequência numérica de um certo dado ao longo do tempo. É indicado para demonstrar evoluções (ou regressões) que ocorrem em sequência para que o comportamento dos fenômenos e suas transformações seja observado.

Fonte: Acervo pessoal

Na figura 4 está a folha entregue aos alunos, contendo alguns tipos de gráficos que acreditamos ser os mais usuais no cotidiano, que também foram os mais abordados no período da prática. O motivo que me levou a distribuir essa folha foi o de poder facilitar a compreensão dos estudantes, mostrando por meio de informações reais a utilização de cada um dos 4 tipos colocados na folha, a saber: gráfico de colunas, gráfico de barras, gráfico de setores e gráfico de linhas. A figura 3 mostra a resposta do Aluno A, que escreveu “*eu acredito que não porque todos os anos mudam as epidemias e vírus, e o poder de compra da população* **(também)** *pode mudar*”. Assim, o Aluno A refletiu sobre questões de cunho biológico (ao falar de “epidemias e vírus”), assim como trouxe a questão do poder aquisitivo da população brasileira, que “pode mudar”. Deste modo o estudante acabou estabelecendo relações entre um gráfico de venda de um medicamento com os contextos sociais.

4.2 ATIVIDADE 2

A segunda atividade constituiu-se em duas questões que também foram retiradas da prova do ENEM, e também foram adaptadas. Para esta atividade eu pensei em levar para os alunos o conceito informal de função linear. Essa atividade levou quatro períodos (duas semanas) para ser completada.

1) (ENEM 2016 - ADAPTADA) O governo de um estado irá priorizar investimentos financeiros, na área de saúde, em uma das cinco cidades apresentadas na tabela.

Figura 5 - Tabela 1 da Atividade 2

Cidade	Número total de habitantes	Número total de médicos
M	136 000	340
X	418 000	2 650
Y	210 000	930
Z	530 000	1 983
W	108 000	300
Total	1 402 000	6 203

Fonte: ENEM (2016)

A cidade a ser contemplada será aquela que apresentar a maior <u>razão entre número de habitantes e quantidade de médicos</u>.

Sabendo disso, responda às perguntas:

a) Calcule as razões do número de habitantes pelo número de médicos, para cada cidade. Qual cidade receberá maior ajuda do governo?

b) Construa um gráfico que tenha a informação do número de médicos na linha horizontal e, na linha vertical, o número de habitantes.

Primeiramente, foi preciso explicar para os alunos o que seria a razão entre dois números. Expliquei ao quadro, exemplificando com números, que razão é a relação existente entre dois valores de uma mesma grandeza. Houveram dúvidas, pois não estava se entendendo o sentido atribuído à essa divisão. Para tentar esclarecer, propus que contassem o número total de alunos, e depois o total de meninos e de meninas. Desse modo mostrei aos alunos a razão entre o número de alunos e a quantidade de meninas, ou meninos. Aparentemente os estudantes aceitaram melhor esta explicação, mas individualmente alguns alunos ainda me pediram esclarecimentos. Também fiz uma breve explanação sobre o plano cartesiano, seus eixos que nomeei como abscissa (x) e ordenada (y), e as coordenadas (x,y). Na questão b) os estudantes construíram um plano cartesiano e colocaram as coordenadas de acordo com a tabela.

Depois discutimos sobre as resoluções, e também se faria sentido o governo tomar a decisão sobre investimentos na área da saúde a partir da razão do número de habitantes pelo número de médicos. Os estudantes chegaram ao consenso de que não seria eficiente este plano, pois deixa de fora diversas questões, como o quanto essas cidades arrecadam financeiramente, ou qual as condições de vida (num geral) dos moradores dessas cidades. Essa visão vai ao encontro da fala de Barbosa (2001) quando diz que a Modelagem é um estímulo aos alunos para a investigação de situações de outras áreas que não a matemática por meio da matemática. Neste caso, os estudantes refutaram a ideia de concessão de preferência de investimentos financeiros pelo governo à uma cidade, tendo como motivação o valor numérico da razão entre o número de habitantes e o número de médicos. Para chegar a esta conclusão os estudantes, em grupo, analisaram a proposta da questão, refletiram sobre sua aplicação na vida real e chegaram a uma conclusão sobre a problemática proposta.

A segunda questão foi inspirada na atividade didática proposta por Silva e Kist (2014) na qual é discorrido uma discussão acerca dos preços e condições de planos para telefonia celular. Segundo os autores esta questão poderia privilegiar a colaboração e cooperação entre os alunos, indo ao encontro do pensamento de que “o ambiente de aprendizagem que o professor organiza pode apenas colocar o convite. O envolvimento dos alunos ocorre na medida em que seus interesses se encontram com esse" (BARBOSA, 2001, p. 6). A seguir encontra-se a questão discutida com os alunos.

2) (ENEM 2017 - ADAPTADA) Os consumidores X, Y e Z desejam trocar seus planos de internet móvel na tentativa de obterem um serviço de melhor qualidade. Após pesquisarem, escolheram uma operadora que oferece cinco planos para diferentes perfis, conforme apresentado no quadro.

Figura 6 - Tabela 2 da Atividade 2

Plano	Franquia	Preço mensal da assinatura	Preço por MB excedente
A	150 MB	R$ 29,90	R$ 0,40
B	250 MB	R$ 34,90	R$ 0,10
C	500 MB	R$ 59,90	R$ 0,10
D	2 GB	R$ 89,90	R$ 0,10
E	5 GB	R$ 119,90	R$ 0,10

Dado: 1 GB = 1 024 MB

Fonte: ENEM (2017)

Em cada plano, o consumidor paga um valor fixo (preço mensal da assinatura) pela franquia contratada e um valor variável, que depende da quantidade de MB utilizado além da franquia. Considere que a velocidade máxima de acesso seja a mesma, independentemente do plano, que os consumos mensais de X, Y e Z são de 190 MB, 450 MB e 890 MB, respectivamente, e que cada um deles escolherá apenas um plano.

a) Com base nos dados do quadro, as escolhas dos planos com menores custos para os consumidores X, Y e Z, respectivamente, são:
b) Como no primeiro exercício, construa um gráfico para o preço mensal da assinatura pela franquia.

Nesta questão o grupo demorou mais tempo para finalizar. Entretanto, combinei com a direção da escola e professores um dia para que eu pudesse aplicar três períodos seguidos, assim poderíamos trabalhar com mais calma nesta atividade. Os estudantes tiveram muitas dúvidas, como "o que significa cada uma das informações" (franquia, preço da assinatura, preço por MB excedente) então resolvi iniciar uma discussão para que, em grupo, pudéssemos achar uma solução na qual todos concordássemos. Os estudantes concluíram que:

- O “preço mensal da assinatura” é uma taxa fixa para todos os meses de uso do serviço
- O valor de MB excedentes ao fim do mês é obtido através da multiplicação do “preço por MB excedente” pelo número de MB excedidos
- O valor do custo mensal seria calculado pelo preço mensal mais o nº excedente de MB multiplicado pelo preço/MB excedente
- Iríamos nomear C(x) o custo mensal do plano, onde x seria o número de MB excedentes
- C(x) = Preço mensal da assinatura + (Preço/MB excedente) $\cdot$ x, onde x é o número de MB excedidos no mês

Alguns estudantes demoraram para concordar, e alguns ainda ficaram com dúvidas após a explicação. Segundo Barbosa (2001) é importante indagar, pois assim pode se ultrapassar a formulação ou compreensão de um problema. Os estudantes fizeram diversas perguntas, expuseram suas dúvidas e foram estimulados à perguntar. Ao decorrer da aula consegui ajudar a grande maioria dos estudantes em aula, explicando particularmente porquê chegamos no consenso do cálculo de C(x).

O aluno F, na sua folha de atividades, mostrou a consonância da turma sobre o resultado da questão, expondo que para “*X seria mais vantajoso o Plano B, para o Y mais vantajoso o Plano B, para o Z seria o Plano D*”. Assim, pode-se perceber, a partir da palavra “vantagem”, que o aluno percebeu que se trata de uma pergunta sobre finanças, onde fora analisado cada um dos planos para determinados clientes, com determinados gastos mensais. Com esta atividade tive intenção de apresentar um propósito mais profundo do que apenas resolver os exercícios. Baseado em Skovsmose (2000), exercícios que colocam situações de uma semi-realidade não levam em consideração informações externas à questão. Como o autor relata “uma semi-realidade é um mundo sem impressões dos sentidos” (SKOVSMOSE, 2000, p. 9). A situação da escolha de assinatura de planos de telefonia é uma situação real e atual na vida de todos os alunos presentes, levando o grupo a refletir sobre suas próprias condições.

A partir desse olhar, após todos terminarem, discutimos em grupo novamente. Convidei os estudantes para que fossem ao quadro explicarem suas respostas, prontamente uma aluna se voluntariou para explicar e desenhar o gráfico pedido no item b). Após isso expliquei a definição de Função Afim, e expliquei que estávamos trabalhando em um caso que era feita sua aplicação conceitual. Consta no plano de aula[8] que foi registrado no quadro a seguinte definição sobre Função Afim:

- *Uma função f: R→R é uma função afim quando existem dois números reais a e b tais que satisfaçam a seguinte condição, ∀ x ∈ R e b ≠ 0 temos f(x) = ax + b.*

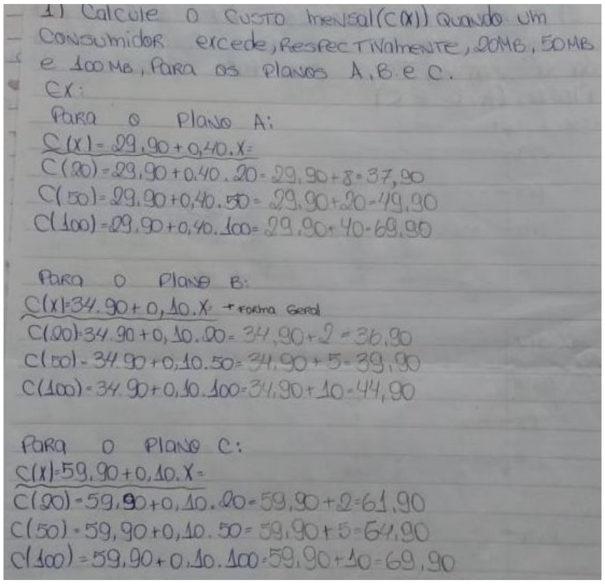
Foi explicado aos estudantes os significados das simbologias usadas nesta definição.

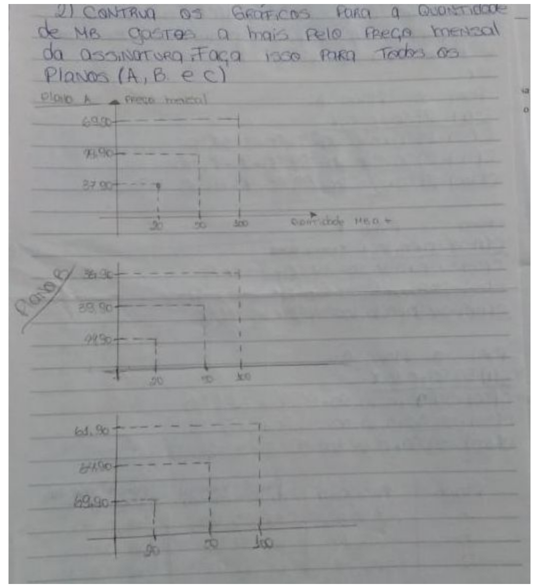
A partir da abordagem conceitual de função afim feita por via da problemática dos planos telefônicos, levei para os estudantes uma outra atividade também de viés reflexivo, porém sobre o comportamento de funções. O enunciado da questão:

1. *Calcule o custo mensal (C(x)) quando um consumidor excede, respectivamente, 20 MB, 50 MB e 100 MB, para os planos A, B e C.*
2. *Construa os gráficos para a quantidade mensal de MB gastos a mais pelo preço mensal da assinatura. Faça isso para todos os planos (A, B, e C)*

Figura 7 e 8 - Folha de Respostas do Aluno B

[8] Consultar Apêndice C





Fonte: Acervo pessoal

As figuras 7 e 8 foram registradas a partir do caderno do Aluno B. Os estudantes foram aconselhados a primeiro escrever a lei de formação da função para cada plano, e após isso calcularem o valor de C(x) para cada x em questão. Ao “aconselhar” os estudantes procurei não falar de maneira que aparentasse ser uma ordem, mas sim como uma dica, para então, como Skovsmose (2000) relata, evitar que um convite soe como um comando. O importante nessa questão era que os estudantes refletissem sobre os resultados dos cálculos (Skovsmose, 2000), para que então construíssem o gráfico da função no plano cartesiano.

Esta atividade foi mais analítica do que as demais, porém com boas contribuições por parte dos alunos. O mais importante no desenvolvimento da resolução, em minha opinião e apoiado pelos pensadores já aqui citados, foi a formulação de dúvidas e questionamentos. Em consonância com passagem já citada anteriormente nesse texto, escrita por Toledo (2013), não acredito que os professores devam abandonar exercícios como esse, mas sim procurar um engajamento sócio-crítico que se encaixe no perfil de questão. A procura é pela contextualização e, desse modo, tentar procurar motivações para levar a turma a se inserir em um ambiente de discussão e problematização.

4.3 ATIVIDADE 3

Nesta aula propus um exercício de fixação para que os estudantes pudessem se familiarizar com o processo mecânico das funções, e a construção do gráfico da lei de formação.

1) Complete a tabela para cada função e depois esboce o gráfico correspondente no plano cartesiano:

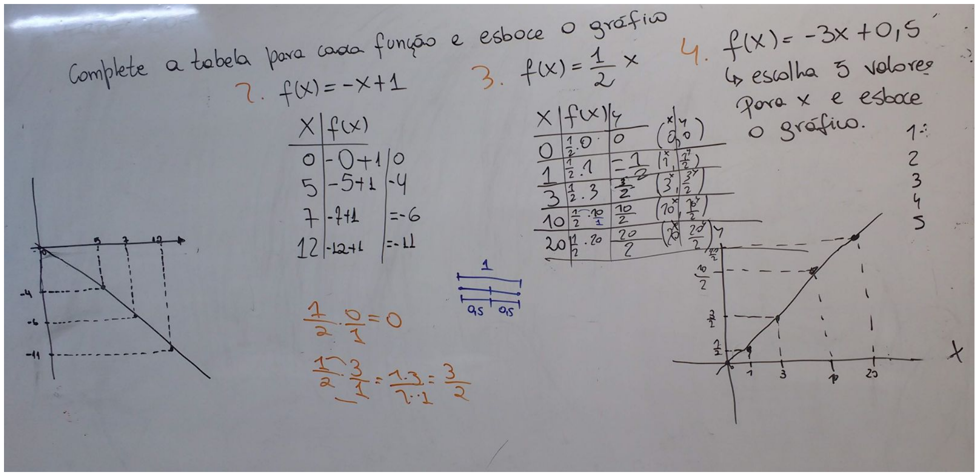
a) f(x) = -x + 1, para x = 5, 7, 12; para f(x) = 0

b) f(x) = (1/2) · x, para x = 5, 7, 12; para f(x) = 0

c) f(x) = -3x + 0,5; escolha cinco valores para x

Os alunos demonstravam ter bastante dificuldade no que se diz operação algébrica, não conseguiam realizar as multiplicações entre um número negativo e um positivo. Também demoraram a associar o valor de x como sendo qualquer valor a ser determinado por mim, ou por eles como em c). Foi complicado na questão b) onde havia uma conta com número fracionário, pois também não lembravam como se chegava ao valor numérico dessa expressão. Foi interessante ter essa atividade pois pude ajudar os estudantes individualmente em suas dificuldades, e também deixar que respondessem uns às perguntas dos outros. Grande parte das dúvidas dos estudantes estavam acerca das quatro operações fundamentais, também na interpretação da tabela como quando eram feitas perguntas do tipo "*o que faço com esse x?*" ou "*qual é o valor de y?*".

Figura 9 - Respostas dos estudantes no quadro



Fonte: Acervo pessoal

A figura 9 mostra a resolução dos estudantes no quadro. Foi proposta a atividade para que completassem as tabelas dadas. A ideia de usar uma tabela para mostrar quais valores deveriam colocar em x, e qual o valor resultante em f(x), foi pensada para mostrar que a organização facilita a compreensão, como relata Barbosa (2001) em sua atividade de modelagem que envolve gastos com contas de luz. Na atividade o professor sugeriu que os alunos organizassem uma tabela, tomo nota para a palavra “organizar” que surgiu do latim medieval *organizare*[9], sentido literal “aquele que funciona”.

Os estudantes, inicialmente, mantiveram suas dúvidas do tipo “*o que fazer com o x?*”, mas logo lembraram das outras atividades e foram, entre eles, formulando explicações e corrigindo uns aos outros sem necessitar (tanto) da intervenção do professor. Os alunos, ao meu ver, já estavam mais acostumados com esse ambiente em que todos podem participar, e onde o “canetão” também pertence ao aluno. Segundo Skovsmose (2000) um sujeito crítico tem que ser um sujeito que age, e por esse viés acredito que sentar ao lado dos alunos quando estão fazendo suas tarefas pode ajudar o professor a se inserir cada vez mais no contexto dos estudantes, mostrando que o conteúdo aprendido em aula é uma construção do docente com o discente.

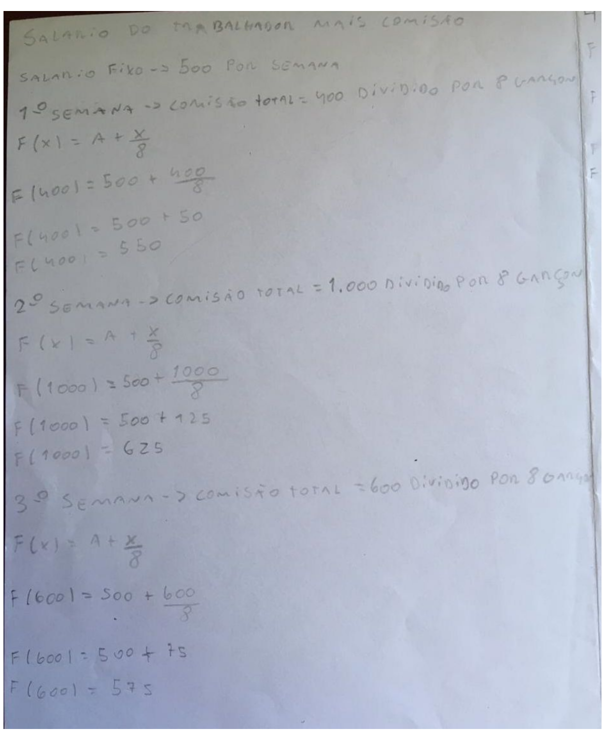
[9] Fonte: <link>

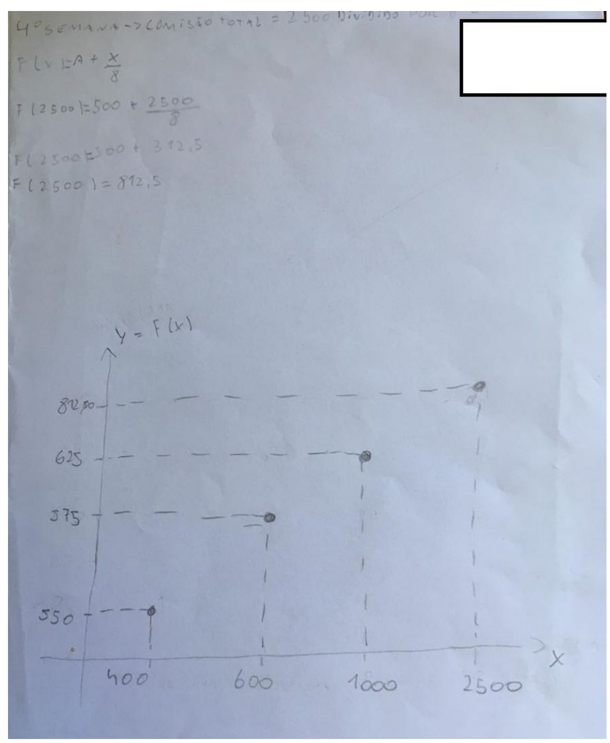
4.4 ATIVIDADE 4

Pedi para os estudantes que criassem, inspirados no exercício da telefonia celular, e em outro exemplo que escrevi no quadro, uma atividade que envolvesse o conceito de Função Afim que eles percebessem no seu cotidiano. Foi uma tentativa de fazer com que refletissem em algum momento fora do tempo da aula. Neste sentido procurei oportunizar aos alunos atividades que trouxessem discussões, intentando explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade atual (Barbosa, 2001). Eu sabia que os alunos, em grande parte, eram trabalhadores e poderiam não ter tempo ou energia para se dedicarem ao "dever de casa".

Apenas uma estudante (Aluna G) apresentou o exercício. No caso esta mesma conversou comigo anteriormente, pedindo dicas de como ela poderia estruturar sua pergunta. Procurei ser sucinto em minha fala para não acabar influenciando totalmente a aluna com minhas ideias.

Figuras 10 e 11 - Atividade desenvolvida pela Aluna G





Fonte: Acervo Pessoal

As figuras 10 e 11 mostram como a Aluna G descreveu, por meio de funções, a situação na qual seu cônjuge trabalha em uma pizzaria, e ganha um salário semanal de R$ 500,00 por semana mais comissão total de todos os garçons. A comissão é dividida por todos os garçons (no caso, oito). Ela apresentou a lei de função f(x) = 500 + $\frac{x}{8}$, onde x representa o valor da comissão da semana. A estudante coletou os dados do último mês de trabalho, a saber:

- 1ª semana: R$ 400 de comissão; f(400) = 550
- 2ª semana: R$ 1000 de comissão; f(1000) = 625
- 3ª semana: R$ 600 de comissão; f(600) = 575
- 4ª semana: R$ 2500 de comissão; f(2500) = 812,50

Após verificar quais são os valores de f(x) para cada semana, a Aluna G fez a construção do gráfico. A discente foi convidada a falar sobre como desenvolveu a questão, e também concordou em desenhar o gráfico resultante no quadro. Discutimos também acerca do motivo da variação da comissão, foi interessante assistir os alunos debatendo sobre a situação colocada pela Aluna G.

Essa reflexão com a turma foi muito importante, pois evidencia que “o ambiente de aprendizagem de Modelagem, baseado na indagação e investigação [...] busca estabelecer relações com outras áreas e o dia-dia” (BARBOSA, 2001, p.8). A estudante acabou por estabelecer uma conexão com realidades que ela conhece, trazendo para a sala de aula uma situação que tem real sentido no estudo das funções. A educação matemática deve mostrar-se presente em diferentes ambientes (SKOVSMOSE, 2000), fazendo relações sólidas do uso da ciência com circunstâncias importantes para a sociedade contemporânea.

Outra estudante aproveitou para falar sobre uma situação que pensou na hora, que talvez pudesse se encaixar em uma lei de formação de função afim. A Aluna H relatou que vendia quadrinhos no centro da cidade como renda extra em um dia da semana. Sugeri à aluna que poderia relacionar seu lucro anual com a função linear, o valor variável seriam os meses, pois ela indicou que haveria determinados períodos do ano onde se vendia mais quadrinhos. Skovsmose (2000) afirma que as referências à vida real parecem ser necessárias para trazer uma meditação sobre a maneira como a matemática pode estar sendo aplicada a contextos da nossa sociedade. Assim, a ligação quase que imediata feita pela Aluna H à sua vivência nos mostra que a relação entre as vivências dos estudantes, e o conteúdo de funções neste caso, pode influenciar um ambiente de discussão e problematização.

4.5 ATIVIDADE 5

Nesta aula utilizei o aplicativo Plickers. O Plickers é um aplicativo utilizável em qualquer sistema operacional para, em geral, promover um ambiente de aprendizagem e discussão. Os alunos têm uma resposta rápida sobre sua aprendizagem, assim como o professor pode analisar a sua prática pedagógica (DITZZ; GOMES, 2017). Desta forma, o aplicativo Plickers é um recurso que pode ser utilizado pelos estudantes e pelo professor nos processos de ensino e aprendizagem.

O uso do aplicativo Plickers pode ser aliado ao método Peer Instruction[10], que consiste na interação entre pares. Esse método tem sete etapas a serem seguidas, estas que vão desde uma reflexão pessoal até a discussão em grupo. Mais precisamente estas etapas[11] são:

1. O professor apresenta questões baseadas nas respostas dos estudantes a sua leitura pré-aula

2. Os estudantes refletem sobre as questões

3. Os estudantes se empenham para uma resposta individual

4. O professor revisa as respostas dos alunos

5. Os estudantes discutem suas ideias e respostas com seus pares

6. Os estudantes então se empenham novamente para uma resposta individual

7. Por último, novamente o professor revisa as respostas e decide se é necessário mais explicações antes de passar para o conceito seguinte

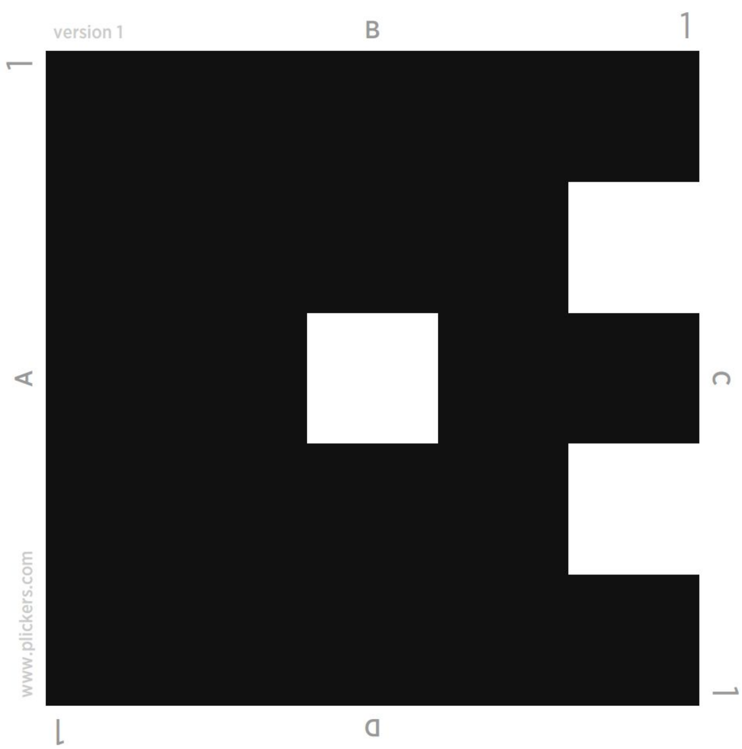
---

[10] Método educacional desenvolvido por Eric Mazur (1990)
[11] Fonte: <link> (Texto adaptado)

O método apresentado por Mazur (1990) é relevante ao se procurar construir uma sala de aula rica em problematizações. A interação por pares pode estimular os alunos a exporem suas ideias referentes a determinado assunto, desconstruindo a concepção de que o professor deve ser o detentor do conhecimento.

O aplicativo funciona por intermédio da leitura do código QR[12] dos cards, que são escaneados pelo smartphone. Os cards contém quatro alternativas de respostas possíveis, sendo elas diferidas em “a”, “b”, “c” e “d”. A posição do card representa a resposta do estudante, a letra que ficar virada para cima é alternativa escolhida pelo aluno. O professor tem, em tempo real, as respostas de cada um dos cards, além de um gráfico contendo as informações de número de respostas e um gráfico de colunas, que aponta a quantidade de resposta para cada alternativa.

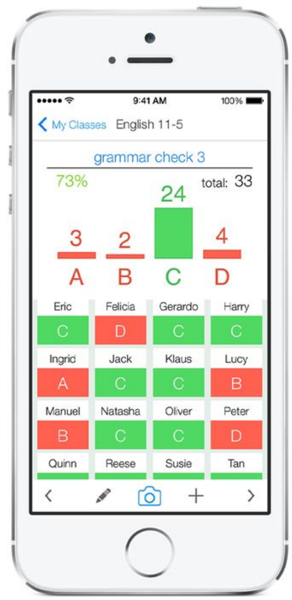
Figura 12 - Exemplo de card



Fonte: Plickers.com

Figura 13 - Exemplo de estatísticas criadas

[12] Código QR (sigla do inglês Quick Response, resposta rápida em português) é um código de barras bidimensional que pode ser facilmente escaneado usando a maioria dos telefones celulares equipados com câmera. Fonte: <link>



Fonte: Pinterest.com

As figuras 12 e 13 mostram, respectivamente, um exemplo de card e um exemplo de representação estatística das respostas uma questão. Após a abordagem inicial sobre a ferramenta e a atividade que faríamos, fiz uma questão "teste" com eles, na qual coloquei no quadro:

"Para qual time você torce?"

a) Internacional S.C. *b) Grêmio FBPA* *c) Outro* *d) Nenhum*

Os alunos responderam com os cards, assim entendendo como deveriam fazer o uso correto dos mesmos.

Iniciei então a escrita no quadro da atividade, que foi inspirada em uma questão[13] que encontrei na internet.

1) Fernando toma um táxi comum e cobra R$ 5,50 pela bandeirada e R$ 0,65 por quilômetro rodado. Ele quer ir à casa de um amigo que foca a 12 Km dali. Quanto Fernando vai gastar de táxi?

a) R$ 13,30 *b) R$ 15,60* *c) R$ 10,20* *d) R$ 11,50*

[13] Fonte: <link>

Em um primeiro momento foi sugerido aos alunos que não se preocupassem apenas com a resposta correta, mas sim que procurassem entender o problema proposto e anotar suas reflexões. Os estudantes tiveram um tempo de aproximadamente 8 minutos para responder. Após isso eu pedi que levantassem os cards, indicando suas respostas. Passei com o celular escaneando as respostas e assim tivemos um primeiro parâmetro geral do que a turma estava pensando. A turma ficou dividida entre a) e b), então eu deixei um tempo de 3 minutos para que pudessem discutir sobre a questão. Percebi que os alunos conversavam com os que estavam ao lado, mas também levantaram para pedir respostas aos que consideravam ser os “mais inteligentes em matemática”. Percebi que os alunos estavam se esforçando para chegar de alguma maneira na resposta correta, seja buscando a resposta final ou perguntando ao professor ou colegas. Deste modo, houve envolvimento por parte dos alunos. Mesmo que tenham se importado apenas em responder corretamente os estudantes foram atrás de informações, procuraram entender e, em geral, fizeram a investigação dentro do cenário proposto (SKOVSMOSE, 2000). Após a discussão pedi novamente que levantassem o card, e então obtivemos, num geral, a resposta a).

Perguntei aos estudantes por que seria este o resultado, e como chegaram nele. Alguns explicaram que estavam multiplicando o preço do quilômetro rodado por 12, pois foi o número que o taxista andou, e somando com o preço inicial da bandeirada, fazendo semelhante como haviam feito com a atividade da telefonia celular (seção 5.2). Convidei se alguém gostaria de resolver a questão no quadro para a turma, então um estudante (Aluno I) que eu pouco via nas aulas se acusou para ir responder. Vi que ele estava sentado sozinho e não conversou com os colegas quando fora permitido. O aluno fez as contas no quadro, indo ao encontro com a resposta, porém ele utilizou números sem a vírgula, ou seja, a operação feita foi $550 + 65 \cdot 12$, o que resulta em 1330, e não 13,30.

Questionei a turma sobre o resultado, o grupo respondeu que “estava faltando a vírgula, mas estava no valor certo”. Lembrei os alunos da medida utilizada na questão (R$), e perguntei se o valor final era R$ 1330 ou R$ 13,30. Todos falaram que era R$

13,30 e desse modo fiz uma pergunta para refletirem, se os valores trabalhados eram adequados ou não. Deste modo, percebi que os estudantes expuseram seus pensamentos e reflexões de forma clara, tendo a possibilidade de concordar ou discordar dos colegas. Barbosa (2001) deixa claro que as questões de modelagem se situam na dimensão do conhecimento reflexivo, e no caso de termos alunos com respostas divergentes mas ao mesmo tempo “corretas” nos trouxe uma discussão rica, que propôs a importância de se fazer observância das medidas trabalhadas. Como era fim do período e não teria tempo para aplicar outra atividade deixei que pensassem nas suas respostas. A maioria conversava em duplas, como estavam dispostos na sala de aula, mas alguns estudantes também vieram falar comigo.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após ter contato com as turmas de EJA na escola onde fui estagiário pude ter a oportunidade de analisar os dados da pesquisa, e então realizar reflexões referente às práticas pedagógicas. Essas práticas adotadas foram baseadas em autores que em conjunto com minha orientadora julgamos fundamentais para o estudo da Modelagem Matemática.

Percebi que não é tarefa fácil utilizar a Modelagem Matemática, pois o professor precisa se envolver com a turma, procurar motivos significativos para levar os alunos a concentrarem-se num determinado assunto, e ainda procurarem desenvolver questionamentos sobre. O professor precisa sair da condição de detentor da palavra e do conhecimento, para ser mediador e incentivar a participação do grupo com discussões. O professor necessita refletir e estar atualizado.

Foi gratificante poder trabalhar a EJA, pois o aprendizado neste caso ocorreu mutuamente, tive a oportunidade de refletir sobre minhas práticas e condutas como professor. Foram pessoas que me ensinaram muito a partir de suas preocupações e reflexões. Os estudantes se engajaram em aprender, mesmo cansados de um dia de rotinas exaustivas que grande parte dos alunos têm. Fizeram perguntas, analisaram as respostas dos colegas e do professor, trouxeram exemplos de situações que vivenciaram para situações matemáticas. Conheci turmas com muitos medos e anseios sobre a matemática, alunos que ao primeiro dia falaram que “nada sabiam de matemática” e fizeram boas participações nas discussões e atividades propostas, desconstruindo o conceito de que aprender matemática é difícil.

A resposta para a pergunta norteadora “como o trabalho em um espaço de modelagem pode colaborar para o entendimento do conceito de Função Afim pelos alunos?” foi observada a partir do retorno que os alunos deram às atividades. Os alunos trouxeram problemáticas pessoais, como o caso da aluna que formulou a lei de função do salário do cônjuge que trabalha como garçom, fazendo assim com que os colegas refletissem junto e até formulassem (mesmo que apenas oralmente) suas próprias questões de modelagem. Na análise dos dados tive percepção que os estudantes se mostraram positivamente colaborativos quanto à inserção das atividades propostas, que se apoiaram no caso 1 descrito por Barbosa (2001). Assim também, respondendo a pergunta secundária “quais relações são estabelecidas pelos alunos entre os conceitos de matemática e a realidade social que perpassa o problema estudado?”.

A resposta para a pergunta “como os estudantes agem no ambiente de modelagem e uso de tecnologias?” foi presenciar um ambiente de discussão e problematização, no qual os estudantes expuseram suas opiniões, compartilharam suas ideias com colegas e professor, também fizeram conexões da matemática com suas realidades vividas. Ocorreram boas participações dos alunos em debates sobre situações matemáticas em contextos sociais, como na atividade sobre o crescimento de vendas de um remédio, ou no caso em que os alunos refletiram sobre planos de telefonia celular, que foi o ponto de partida para a construção do conceito de função afim.

Percebi também que o uso de tecnologias, como o Plickers, é importante para a aprendizagem e discussão nas atividades. Durante o uso da ferramenta na Atividade 5 observei a curiosidade dos alunos ao se depararem com o emprego do celular em aula, que contribuiu para alavancar uma discussão importante com a turma sobre a relevância das medidas.

Ao final, constatei que o trabalho em um ambiente de modelagem e uso de tecnologias contribuiu para compreensão dos conceitos de função pelos alunos, pois proporcionou a oportunidade para que todos, inclusive o professor, pudessem construir juntos a concepção do que é, e como se comporta matematicamente, uma Função Afim. Após estes encontros e reflexões com a turma da EJA entendi a importância de salientar que vivemos em um mundo onde a matemática está presente, e como o professor deve procurar dar “significado” aos planejamentos.

Nem todos os planejamentos ocorreram de fato como se esperava, houveram dias em que os estudantes não queriam participar, por razões pessoais, por estarem cansados do dia, por não se interessarem na atividade proposta. O importante para mim foi que neste tempo do trabalho refleti sobre os acontecimentos em sala de aula, e assim repensei atividades para o futuro. Uma das possibilidades para os próximos trabalhos é o de evoluir os planejamentos para o Caso 2 e Caso 3 de Modelagem de Barbosa (2001), onde acho que poderia ser mais proveitoso para os estudantes, visto que poderá haver uma participação maior nestes casos, em função do caráter mais aberto das situações problema e da possibilidade de os alunos escolherem o tema para pesquisar.

6. REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM

MAGNUS, M. C. M. **História da Modelagem Matemática na Educação Matemática Escolar Brasileira**. XIX EBRAPEM, Juiz de Fora. Minas Gerais. 2015. Disponível em: <link>

MEYER, J. F.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte. Editora Autêntica, 2011. 142 páginas.

OLIVEIRA, I. B. **Reflexões acerca da Organização Curricular e das Práticas Pedagógicas na EJA**. Educar, Curitiba, n. 29, p. 83-100, 2007. Editora UFPR. Disponível em: <link>

RAMOS, E. E. L. **Possibilidades e desafios para o Ensino de Funções em Turmas de EJA – Ensino Médio**. XII EBRAPEM, UNESP, Rio Claro/SP, 2008. Disponível em: <link>

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 1999.

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2017.

DITZZ, A. J. M.; GOMES, G. R. R.; **A utilização do aplicativo plickers no apoio à avaliação formativa**. Revista Tecnologias na Educação- Ano 9-Número/Vol.19. Rio de Janeiro/RJ. 2017.

SILVA, D. Q.; KIST, M. **Proposta pedagógica de Ensino de Função Afim através da Modelagem Matemática**. Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 2, N. 1. Curitiba/PR. 2014.

TOLEDO, N.T. **Modelagem Matemática e o conceito de Função a partir situações do meio rural**. VII CIBEM. Montevideo/UY. 2013.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade**. 22ª Edição. Editora Paz e Terra. Rio de Janeiro/RJ. 1996. 158 páginas.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?**. Veritati, n. 4, p. 73- 80, Rio Claro/SP, 2004.

APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA

O Colégio Estadual Coronel Afonso Emílio Massot, neste ato representado pela direção e por intermédio do presente instrumento, autoriza Leonardo Gabriel Nogueira Muniz, brasileiro, estudante, CPF 028.303.410-66, a aplicar a proposta de ensino: “O ESTUDO DE FUNÇÕES REAIS UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA E O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS” nas turmas T7A e T7B do 1º ano do Ensino Médio Jovens e Adultos (EJA). A Escola está ciente de que a referida proposta de ensino subsidiará o trabalho de conclusão de curso (TCC) de Leonardo Gabriel Nogueira Muniz, o qual é uma exigência parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul e é orientado pela Profª. Drª. Débora da Silva Soares. O autorizado, por sua vez, se obriga a manter em absoluto sigilo a identidade dos discentes e docentes da Escola que irão participar da aplicação da proposta de aula.

Porto Alegre, _____ de ________________ de 2018

Leonardo Gabriel Nogueira Muniz

Profª. Drª. Débora da Silva Soares

Direção da Escola

APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. _________________, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada "*O ESTUDO DE FUNÇÕES REAIS UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA E O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS*", desenvolvida pelo pesquisador Leonardo Gabriel Nogueira Muniz. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pela Profª. Drª. Débora da Silva Soares, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone *(51) 9.8159.2878* ou e-mail *debbie.soares@gmail.com*.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Análise das respostas aos estímulos dados pelo professor, através de explicações, no quadro e oralmente
- Observar o comportamento de estudantes da EJA ao serem colocados em situações-problema

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre *O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA*, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o pesquisador responsável no telefone 51 9.9968.0876/e-mail leonardo.gabrielnm@gmail.com.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Porto Alegre, _____ de _________________ de _______.

Assinatura do Voluntário:

Assinatura do pesquisador:

Assinatura do Orientador da pesquisa: