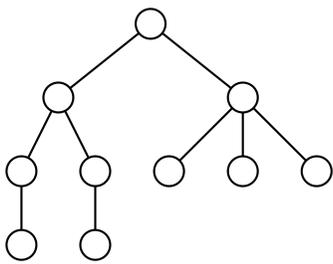


Resumo

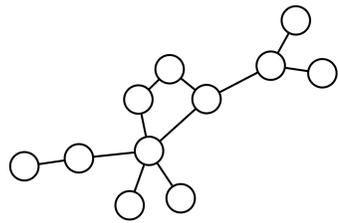
Neste trabalho desenvolvemos a ferramenta Tree Search Reporter (TSR), que gera relatórios em \LaTeX e em PDF para buscas em árvores com certas propriedades. O código pode ser expandido para outros tipos de grafos.

1. Árvores

Um **grafo** (simples) é um par ordenado $G = (V, E)$ que consiste em um conjunto finito V de vértices e um conjunto E de arestas, que são subconjuntos de cardinalidade 2 de V . Uma **árvore** é um grafo conexo e sem ciclos, enquanto um **grafo unicíclico** é um grafo que possui apenas um ciclo.



(a) uma árvore



(b) um grafo unicíclico

2. Matrizes de um Grafo

Dado um grafo $G = (V, E)$, podemos associá-lo às seguintes matrizes:

Matriz de adjacência, de ordem $|V|$, cujas entradas são

$$A_{ij} := \begin{cases} 1, & \text{se } \{i, j\} \in E \\ 0, & \text{cc} \end{cases}$$

Matriz laplaciana, dada por $L := D - A$, em que A é a matriz de adjacência e D a matriz diagonal dos graus de cada vértice.

3. TSR — Conjectura da transformação π

Em 2007, B. Mohar [1] sugeriu uma transformação em árvores, chamada de transformação π , que ao ser aplicada sucessivamente transforma uma árvore em um caminho. Acreditava-se que a transformação não aumentava a quantidade de autovalores laplacianos no intervalo $[0, \bar{d})$, em que \bar{d} é a média dos autovalores. Utilizando o TSR, encontramos uma árvore para qual toda transformação π aumenta a quantidade de autovalores laplacianos nesse intervalo, obtendo assim um contraexemplo para a conjectura.

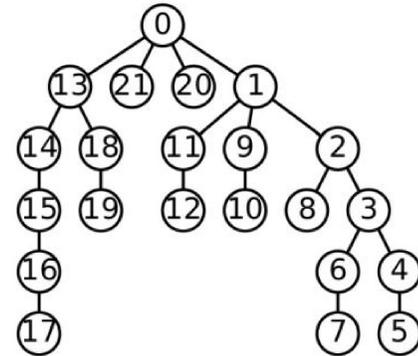
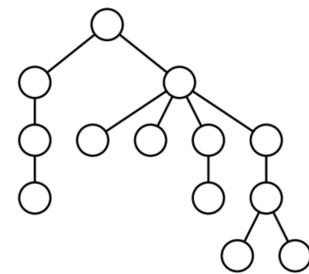


Figura 2: Contraexemplo para a conjectura da transformação π

4. TSR — Valor de Perron combinatório

E. Andrade e G. Dahl [2] sugerem uma aproximação para o valor de Perron da matriz bottleneck de uma árvore com raiz. Essa estimativa, chamada de *valor de Perron combinatório*, é interessante pois dispensa o uso de matrizes para ser calculada e possivelmente poderia ser utilizada para aproximar a conectividade algébrica da árvore, um parâmetro de grande interesse em Teoria Espectral de Grafos.

Implementamos ambos os algoritmos que retornam o valor de Perron para matrizes bottleneck e o valor de Perron combinatório em *SageMath* e estamos gerando relatórios computacionais extensivos utilizando a ferramenta TSR. Nosso objetivo é avaliar a qualidade das aproximações e encontrar famílias de árvores em que esses valores se aproximam ou se distanciam.



Combinatorial=23.3684210526
Bottleneck=24.380332569
Absolute Error=1.01191151641
Relative Error=0.0415052384355

Figura 3: Exemplo de cálculo efetuado com a nossa ferramenta

Referências

[1] B. Mohar, *On the Laplacian coefficients of acyclic graphs*, Linear Algebra and its Applications 722 (2007) 736-741.

[2] E. Andrade and G. Dahl, *Combinatorial Perron values of trees and bottleneck matrices* Linear and Multilinear Algebra 65 (2017) 2387-2405