Geometria Esférica: uma abordagem utilizando o software GeoGebra

Raira Rössner da Silva; Josias Neubert Savóis

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul – *Campus* Osório

Contato: raira.rossner@gmail.com; josias.savois@osorio.ifrs.edu.br

Introdução

A geometria euclidiana plana tem grande aplicabilidade no nosso cotidiano e é um conteúdo fundamental e indispensável nos currículos escolares. Apesar disso, esta geometria possui limitações, fato este que pode ser facilmente percebido ao se tentar calcular distâncias entre dois pontos ou medidas de ângulos em superfícies curvas, tais como superfícies esféricas, elípticas ou hiperbólicas.

Sendo assim, é importante o ensino de outras geometrias na educação básica, como por exemplo a geometria esférica, visto que possibilitará ao estudante o entendimento de que a geometria euclidiana não é a única possível e aceitável quando se quer explicar alguns fenômenos do mundo real. Além disso, o estudo e a realização de atividades sobre a mesma pode proporcionar reflexões importantes acerca da validade, coerência e rigor de sistemas axiomáticos, bem como pode auxiliar na compreensão e interação com o meio em que vivemos.

Objetivos

Este trabalho visa apresentar uma proposta para o ensino de geometrias não euclidianas, em particular a geometria esférica, no ensino médio e superior, tendo como principais objetivos o estudo das propriedades da geometria esférica e a produção de material didático que contribua para inserção desta geometria na educação básica.

Metodologia

O projeto foi dividido em três etapas. A primeira consistiu no desenvolvimento de uma pesquisa bibliográfica sobre o tema. A segunda refere-se ao estudo das características e propriedades matemáticas da geometria esférica e a exploração do software livre de geometria dinâmica GeoGebra 3D e análise de suas funcionalidades para a construção dessas propriedades. A última etapa trata da elaboração de um material didático composto por atividades elaboradas no software GeoGebra 3D para introduzir este tema, visando um aperfeiçoando das aulas de geometria.

Resultados

Ao contrário da geometria euclidiana, essa geometria é definida sobre a superfície de uma esfera, sendo convencionado que uma superfície esférica possui curvatura positiva.

Uma definição informal para curvatura nula, negativa ou positiva, consiste em considerar uma superfície de acordo com a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo contido nesta superfície, sendo esta soma igual, menor ou maior do que 180º, respectivamente.

- Curvatura nula: soma dos ângulos igual a 180º (geometria plana);
- Curvatura negativa: soma dos ângulos inferior a 180º (geometria hiperbólica); e
- Curvatura positiva: soma dos ângulos superior a 180º (geometria esférica).

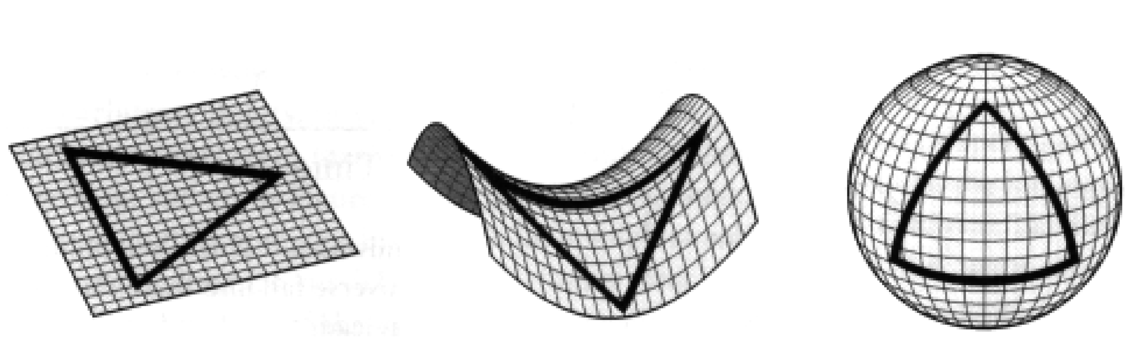

Figura 1: Ilustração de triângulo na superfície plana, hiperbólica e esférica.

Conceitos e propriedades

Seja O um ponto do espaço e r um número real positivo. A **superfície esférica** é o lugar geométrico dos pontos do espaço cuja distância a O é igual a r. Esfera é o lugar geométrico dos pontos do espaço cuja distância a O é menor ou igual a r.

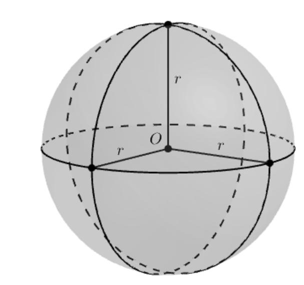

Figura 2: Superfície esférica de centro O e raio *r*.

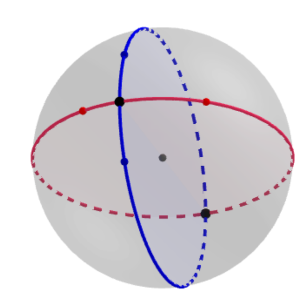

Figura 3: Circunferências máximas.

Reta ou circunferência máxima: uma reta é uma circunferência máxima da esfera, ou seja, é obtida através da interseção da superfície esférica com um plano que passa pelo centro desta. Além disso, não existe retas paralelas, pois quaisquer duas circunferências máximas sempre se intersectam em dois pontos antipodais.

Segmento de reta ou arco de circunferência máxima: dados dois pontos, A e B sobre a superfície de uma esfera, define-se a distância entre eles como o comprimento do menor arco da circunferência máxima que contém esses pontos. Dessa forma, na geometria esférica, este é o caminho mais curto entre dois pontos.

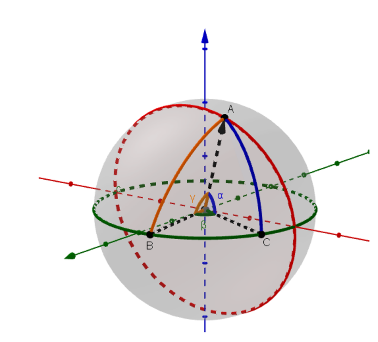

Figura 4: Arcos de circunferência máxima.

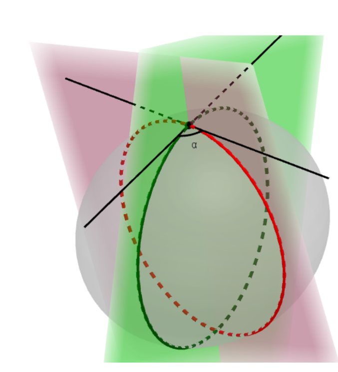

Figura 5: Ângulo esférico.

Ângulo esférico: é a intersecção de duas circunferências máximas e sua medida é a mesma medida do ângulo formado pelas retas tangentes às mesmas em seu ponto de intersecção. Também podemos definir que a medida do ângulo esférico é a medida do ângulo diedro formado por dois planos que geram as circunferências máximas.

Triângulo esférico é a figura formada por três arcos de circunferências máximas e, nessa geometria, temos que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é sempre maior do que 180º.

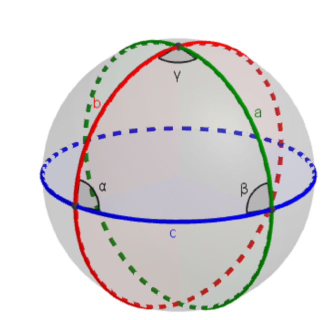

Figura 6: Triângulo esférico.

Nesta geometria inexiste o conceito de semelhança de triângulos, sendo observado somente triângulos congruentes. Ademais, para calcular o ângulo esférico de cada triângulo, basta calcular a medida do diedro formado pelos planos que geram os lados do triângulo esférico e, para calcular o comprimento do arco ou lado do triângulo, basta calcular, em radianos, a medida dos ângulos da face do triedro formado por estes mesmos planos.

Referências

[1] CARVALHO, O. A. *Uma abordagem de Geometrias Não-Euclidianas na Educação Básica: Geometria Esférica.* Dissertação – UFRB, Cruz das Almas – BA, 2014.

[2] GANS, D. *An introduction to non-Euclidean geometry.* New York: Academic Press, 1973.

[3] SILVA, J. P. A. *As geometrias Euclidiana e Não-Euclidianas.* Dissertação - IMPA, Rio de Janeiro, 2017.