

Integrabilidade em Modelos de Tunelamento Quântico

Autor: Daniel Schneider Grün
Orientadora: Prof^a Angela Foerster

RESUMO

Nesse trabalho, estudamos sistemas de átomos em condensação de Bose-Einstein conectados via tunelamento quântico, analisando as soluções exatas por meio do Método Algébrico do Ansatz de Bethe. Para dois casos específicos, comparamos [3] os autovalores de energia obtidos algebricamente com aqueles obtidos via diagonalização exata, considerando poucas partículas. Por fim, foi feita uma discussão acerca das quantidades conservadas da família de modelos e foi dada a interpretação física [2] das cargas conservadas para os dois sistemas específicos escolhidos.

METODOLOGIA E RESULTADOS

a) HAMILTONIANO

A família de modelos estudados é descrita pelo hamiltoniano geral[1] de "n+m" poços:

$$\begin{aligned} H_{n,m} &= U(N_A - N_B)^2 + \mu(N_A - N_B) + J(AB^\dagger + A^\dagger B) \\ &= U(N_A - N_B)^2 + \mu(N_A - N_B) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m J_{ij}(a_i^\dagger b_j + a_i b_j^\dagger) \end{aligned} \quad (1)$$



Figura (1): à esquerda, caso com n=4, m=1. À direita, caso com n=m=3

b) MÉTODO DO ESPALHAMENTO QUÂNTICO INVERSO

Utilizando o Método Algébrico do Ansatz de Bethe, obtemos as seguintes equações de restrição:

$$(v_i + \omega + \sum_{i=1}^n \eta l_i)(v_i - \omega + \sum_{i=1}^m \eta k_j) = \prod_{j \neq i}^{N-r} \frac{v_i - v_j - \eta}{v_i - v_j + \eta} \quad (2)$$

De forma que as energias do sistema são dadas por:

$$E = J \left(\lambda_{\{l,k\}}(u) - 2\eta Nu - u^2 - \frac{\eta^2 N^2}{4} - \eta^{-2} + \omega^2 \right) \quad (3)$$

Onde $\lambda_{\{l,k\}}(u)$, os autovalores da matriz de transferência, dependem das soluções das equações (2).

Para que todos os autovalores de energia fossem fornecidos pelo MEQI, foi necessária a introdução de operadores extras $\Gamma_i, \bar{\Gamma}_j$. A partir desses operadores, construímos as cargas conservadas Q_1 e \bar{Q}_1 , tratando especificamente dos casos n=1, m=2 e n=m=2.

c) DOIS CASOS ESPECÍFICOS

i) n=2, m=1:

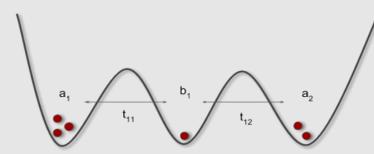


Figura (2): sistema de 2+1 poços

Para esse caso, a carga conservada adquire a forma explícita:

$$Q_i = \alpha_2^2 N_{a,1} + \alpha_1^2 N_{a,2} - \alpha_1 \alpha_2 (a_1^\dagger a_2 + a_1 a_2^\dagger)$$

ii) n=m=2:

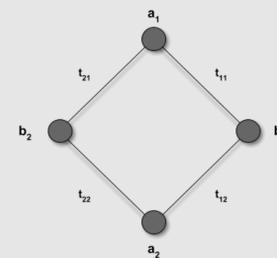


Figura (3): sistema de 2+2 poços

Aqui, além da carga Q_1 , igual à do caso (1), existe a carga \bar{Q}_1 :

$$\bar{Q}_1 = \beta_2^2 N_{b,1} + \beta_1^2 N_{b,2} - \beta_1 \beta_2 (b_1^\dagger b_2 + b_1 b_2^\dagger)$$

d) DINÂMICA E INTERPRETAÇÃO FÍSICA DAS CARGAS

Tomando as cargas como operador de translação temporal e considerando a constante Λ , obtida via Teoria de Perturbação, obtemos, para condição inicial

$$N_A(0) = N = 10, U = 0.5, J = 1, \mu = 0:$$

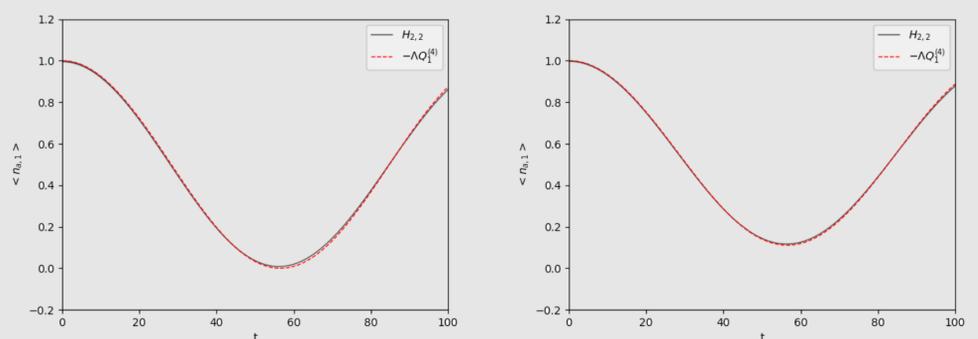


Figura (4): O gráfico à esquerda corresponde ao caso isotrópico e o à direita, ao anisotrópico. Além disso, para o caso (i) obtém-se as mesmas dinâmicas.

CONCLUSÃO

Através da figura (4), fica claro que, para condição inicial em que todos os bósons encontram-se em poços de uma mesma classe, as dinâmicas quânticas obtidas com o hamiltoniano do sistema e com a carga conservada "adequada" à classe considerada tornam-se equivalentes.

REFERÊNCIAS

- [1] L H Ymai, A P Tonel, A Foerster, J Links, 2017
- [2] Karin Wittmann Wilsmann et al. 2017 (submitted)
- [3] A. P. Tonel, L. H. Ymai, A. Foerster, J. Links, 2015