VOZES DIVERSAS DIFERENTES SABERES

SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA XXX SIC

15 A 19 OUTUBRO CAMPUS DO VALE

UFRGS PROPESQ

Modelo toroidal de Kitaev em uma rede quadrada

Enrique Augusto Tiran Calderoli

Orientador: Gerardo Guido Martínez Pino

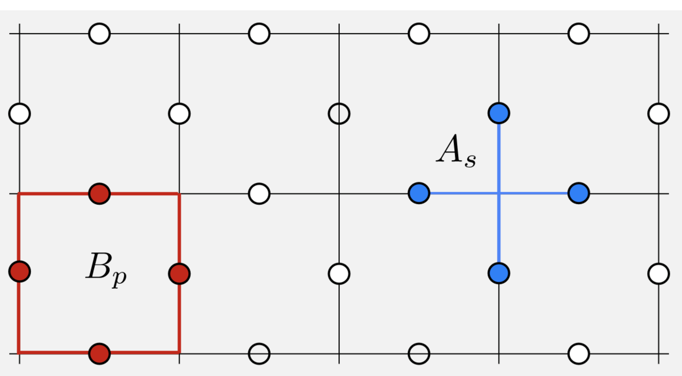
IF - UFRGS

Introdução

O estudo de modelos exatamente solúveis representa um desafio na física teórica porquanto as suas soluções distam muito de serem triviais. Neste exemplo estudamos um modelo bidimensional de spins, que têm solução exata, chamado modelo toroidal de Kitaev, cujas excitações elementares são *anyons*, partículas não-locais compostas por spins alocados em estruturas de estrelas e plaquetas. O estudo deste sistema é também de interesse uma vez que representa uma classe mais geral de códigos para correção de erros na computação quântica.

Metodologia

O modelo toroidal de Kitaev em uma rede quadrada é caracterizado por um modelo de spins fortemente correlacionados, com interações a spins vizinhos formando estrelas e plaquetas. Condições periódicas de contorno são definidas, e esta rede é posicionada na superfície de um toro. Definem-se os conjuntos de operadores "estrelas"e "plaquetas", dados por:

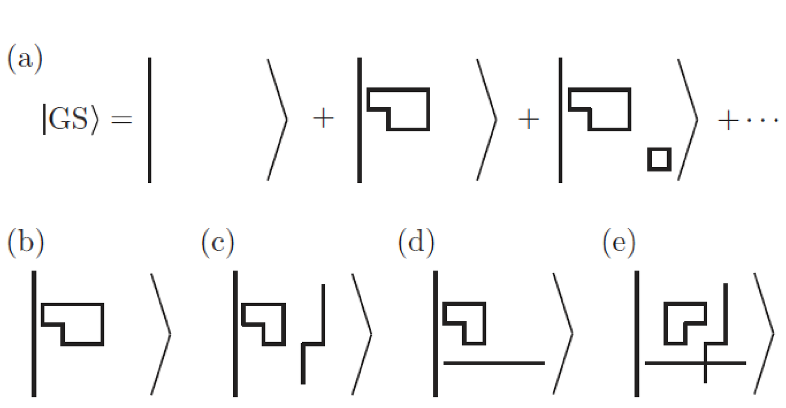


$$A_s := \prod_{j\in s} \sigma_j^x$$
$$B_p := \prod_{j\in p} \sigma_j^z$$

os A_s representam produtos da matriz-x de Pauli agindo sobre os spins de uma estrela (s), e B_p são produtos da matriz-z de Pauli atuando sobre os spins de uma plaqueta (p). Define-se o hamiltoniano do sistema como

$$H = -J_e \sum_s A_s - J_m \sum_p B_p$$

onde J_e e J_m representam interações tipo elétricas e tipo magnéticas, respectivamente. Deste modo, o estado fundamental (GS) corresponde a um estado de loops fechados para as estrelas e plaquetas, com autovalores iguais a +1 para ambos os operadores A_s e B_p, como mostra a figura.



$$|\psi\rangle = \frac{|c\rangle + B_p|c\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|GS\rangle = \left(\prod_p \frac{1+B_p}{\sqrt{2}}\right)|c\rangle$$

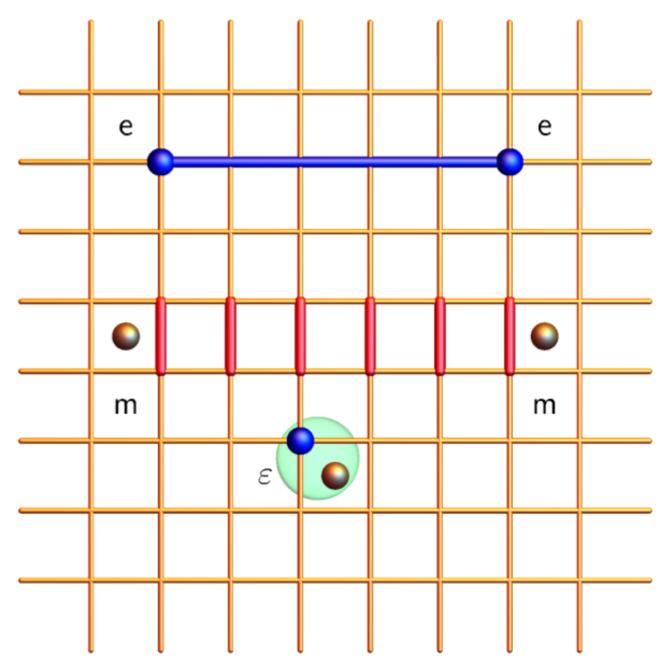
Os estados (b), (c), (d) e (e) representam configurações de estados excitados, com cordas abertas, nas direções x e y. O espaço de Hilbert possui dimensão $2^{2L_xL_y}$, uma vez que a rede apresenta $2L_xL_y$ spins. Um número igual de operadores A_s e B_s, L_xL_y, estabelece um total de $2L_xL_y$ de vínculos no estado fundamental neste espaço de Hilbert, dos quais $2L_xL_y - 2$ são de fato independentes, em virtude das equações de vínculo abaixo:

$$1 = \prod_s A_s$$
$$1 = \prod_p B_p$$

A degenerescência do estado fundamental (GS) do sistema é dada pela razão entre a dimensão do espaço de Hilbert e a dimensão do subespaço

$$\text{deg} = \frac{2^{2L_xL_y}}{2^{2L_xL_y-2}} = 4$$

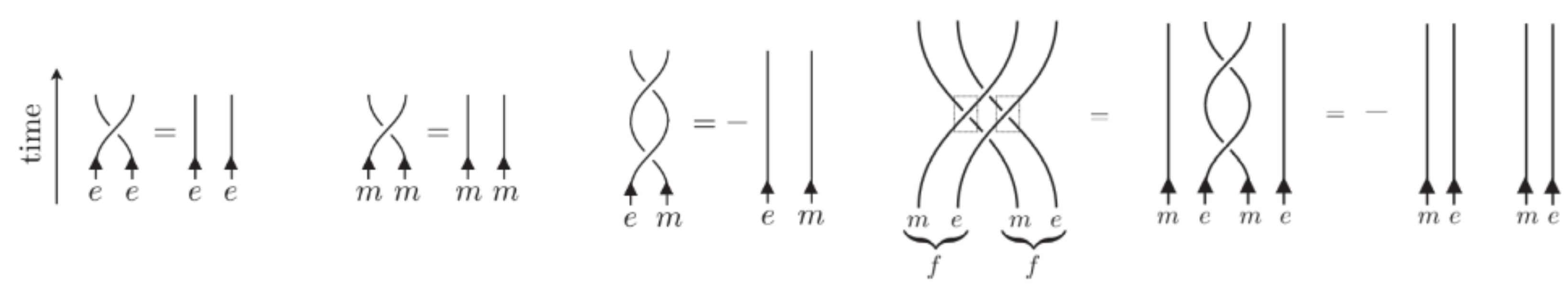
Este resultado está associado às propriedades topológicas do modelo. Cada estado fundamental é dado por um número de laços fechados envolvendo o toro na direções x e y, respectivamente. Abrindo esses laços criam-se os defeitos. Há dois tipos de defeitos, os de tipo "carga elétrica": $e_1 - e_2$, e os de tipo "vórtice magnético": $m_1 - m_2$. Porém, associando estes dois tipos de defeitos, ainda é possível criar um terceiro defeito f (ou ε na figura), dado pela presença de uma excitação m em uma plaqueta que possui, concomitantemente, uma excitação e em um de seus cantos. A representação simbólica deste fenômeno pode ser dada pela figura e pelas regras de fusão:



regras de fusão:

$$e \times m = f$$
$$e \times e = 1$$
$$m \times m = 1$$

O estudo das estatísticas quânticas às quais estas excitações estão sujeitas revelam fatos peculiares, dados pela fase topológica associada à permutação de duas partículas idênticas. No caso 3D, esta fase restringe-se a bósons (com fase $+1$) e a férmions (com fase -1). Contudo, tal fase pode assumir o valor de qualquer número complexo no círculo unitário para um sistema bidimensional, dando origem aos *anyons*. A seguinte figura ilustra algumas propriedades dos *anyons*:



Conclusão:

O procedimento aqui relatado objetivou estudar o modelo toroidal de Kitaev em uma rede quadrada sob a ótica de um modelo exatamente solúvel, cujas excitações elementares são descritas por *anyons*, caracterizados por qualquer (*any*) fase entre -1 e +1. O estudo começou há dois meses.

Referências:

[1] CHAMON, C.; GOERBIG, M. O.; MOESSNER, R.; CUGLIANDOLO, L. F. (Eds.) *Topological Aspects of Condensed Matter Physics*. Les Houches 2014 Session CIII