

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE CANTONEIRAS  
DE AÇO FORMADAS A FRIO

por

Ricardo Bonatto

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, outubro de 2009

ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE CANTONEIRAS  
DE AÇO FORMADAS A FRIO

por

Ricardo Bonatto

Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Ignácio Iturrioz

Co-orientador: Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Aprovada por:

Prof. Dr. Eduardo de Miranda Batista

Prof. Dr. Zacarias Chamberlain Pravia

Prof. Dr. Alberto Tamagna

Prof. Dr. Horácio Antonio Vielmo

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, outubro de 2009

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu Professor de graduação da Universidade de Passo Fundo Prof. Agenor Dias de Meira Junior, pelo apoio, amizade e incentivo.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ignácio Iturrioz, por toda a atenção, orientação, apoio e amizade.

Ao meu amigo Dr. Gladimir Grigoletti, por sua colaboração, paciência, atenção e pelos seus ensinamentos. Muito obrigado!

Aos meus familiares pelo grande apoio, carinho e compreensão.

Aos colegas de Pós-Graduação, Luiz, Frank, Gilson Soares, Fábio Triches, Vicente Puglia, Tales Lisboa e Felipe Stumpf, pela ajuda e companheirismo.

Aos amigos, pelos momentos de descontração, fundamentais para o êxito no Mestrado.

A todos que, mesmo não citados, colaboraram direta ou indiretamente na elaboração deste trabalho, o meu reconhecimento.

## RESUMO

Perfis de chapa dobrada a frio são comumente utilizados não só em estruturas metálicas civis convencionais tais como estruturas de silos e depósitos entre outros, como também em estruturas metálicas típicas, tais como estruturas de veículos por exemplo.

A grande vantagem deste tipo de estrutura é sua versatilidade (é muito fácil criar formas de perfis adequados a sua utilização, otimizando assim uma relação peso/vão). Por outro lado em perfis formados a frio de formas não convencionais, a determinação da força de colapso exige um cuidado especial em seu cálculo.

O método tradicional de cálculo utilizado para determinar a força de colapso é o Método da Largura Efetiva, simples na sua conceituação, mas trabalhoso na sua implementação.

As mais modernas normas de projeto estão incorporando métodos de cálculo que possibilitam a utilização de ferramentas numéricas para determinar as forças de flambagem elástica, entre elas destacando-se o Método da Resistência Direta, proposto por Schafer e Peköz.

Programas de elementos finitos comerciais confiáveis que permitem avaliar diferentes tipos de não-linearidades são ferramentas que estão sendo cada vez mais utilizadas para determinar o colapso deste tipo de estruturas.

Neste contexto, no presente trabalho se realizam duas aplicações. Na primeira delas se comparam os resultados experimentais de perfis cantoneira de diferentes comprimentos submetidos à força axial centrada com os resultados obtidos teoricamente, para a determinação dos resultados teóricos utiliza-se o Método da Largura Efetiva, o Método da Resistência Direta e um modelo de Elementos Finitos que considera a não-linearidade física e geométrica, e que levam em conta as imperfeições dos elementos analisados.

Na segunda aplicação se realiza a otimização via Algoritmos Genéticos de um perfil cantoneira enrijecido nas bordas, onde a força de colapso foi determinada utilizando o Método da Resistência Direta interagindo com o Método das Faixas Finitas Restringidas.

Finalmente uma discussão sobre os resultados é realizada e conclusões tanto sobre o comportamento dos perfis estudados como das metodologias utilizadas para sua análise e otimização.

## **ABSTRACT**

The Steel cold form profile is commonly used not only in conventional civil steel structures such as warehouses, silo structures, among others, but also in typical mechanical structures such as vehicles structures.

The great advantage of this kind of structure is its versatility (it is very easy to create shapes of profiles adequate to their usages, thus optimizing a weight/opening ratio). On the other hand, collapse determination of non conventional cold formed profiles demands a special care in its calculus.

The traditional calculus method used to determine the collapse is the Effective Width Method (EWM), simple in its conceptualization, but very difficult in its implementation.

The most modern project norms for this kind of profiles have been incorporating alternative methods that permit to use numerical simulation to determine an elastic load buckling, being one of them the Direct Strength Method (DSM) proposed by Shaffer and Peköz.

Reliable commercial packages of Finite Elements that allow assessing different types of non linearities are tools that, nowadays, are employed to determine the collapse for this kind of structures.

In this context, at the present work, two applications are carried out. In the first application a comparison between the experimental and theoretical results for simple angle profiles of different lengths submitted to axial centered load is carried out. The theoretical collapse of the angle profile is obtained with different methodologies. These methodologies that determine the collapse are: The classical EWM, the DSM and a Finite Element Method Implementation, taking into account in the last case, the material and geometric non linearities and also the imperfections of the profile.

In the second application angles with stiffeners were optimized using the genetic algorithm.

The objective function used to optimize the profile was built using the DSM interacting with a version of Finite Strip Method (FSM).

Finally a discussion about the results obtained in the two applications is carried out.

## ÍNDICE

1. Introdução.....	1
1.1 Objetivos.....	2
1.2 Estrutura do Trabalho.....	2
2. Fundamentos Teóricos.....	4
2.1 Modos de Flambagem.....	4
2.1.1 Flambagem Local.....	4
2.1.2 Flambagem Distorcional.....	8
2.1.3 Flambagem Global.....	9
2.2 Procedimento da Revisão da Norma ABNT NBR 14762 minuta 6, junho de 2009.....	11
2.3 Método da Resistência Direta (MRD).....	12
2.4 Método das Faixas Finitas (MFF).....	17
2.5 Método das Faixas Finitas Restringidas (MFFr).....	21
2.6 Método dos Elementos Finitos (MEF).....	24
2.7 Algoritmos Genéticos na Otimização Estrutural.....	25
2.7.1 Estrutura do Algoritmo Genético.....	26
3. Revisão Bibliográfica.....	28
3.1 Cantoneira de Aço Formada a Frio.....	28
3.2 Tensões Residuais.....	28
3.3 Imperfeições Geométricas Iniciais.....	32
3.4 Otimização em Estruturas Metálicas.....	34
4. Metodologia.....	36
4.1 Análise via Método da Largura Efetiva (MLE).....	36
4.2 Análise Numérica via Método da Resistência Direta (MRD).....	36
4.3 Ensaio Experimentais.....	38
4.3.1 Caracterização do Material.....	38
4.3.2 Estrutura Desenvolvida para os Ensaio.....	40
4.4 Análise Numérica via Método dos Elementos Finitos (MEF).....	43
4.4.1 Aspectos Gerais da Modelagem Numérica.....	43
4.4.2 Elemento e Malha Utilizada na Aplicação Desenvolvida.....	44
4.4.3 Condição de Contorno e Carregamento.....	45
4.4.4 Relação Constitutiva Utilizada para o Aço.....	47
4.4.5 Imperfeições Geométricas Iniciais.....	49
4.4.6 Tensões Residuais.....	51

4.5	Otimização via Algoritmos Genéticos (AGs).....	52
4.5.1	Função Híbrida.....	56
5.	Aplicações .....	57
5.1	Aplicação 1 – Comportamento Estrutural da Cantoneira Simples.....	57
5.1.1	Descrição do Objeto em Estudo .....	57
5.1.2	Descrição do Ensaio Experimental.....	58
5.1.3	Cálculo Segundo a Revisão da Norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009...	60
5.1.4	Método da Resistência Direta.....	67
5.1.5	Método dos Elementos Finitos .....	72
5.1.6	Comparação dos Resultados entre os Métodos Analisados .....	85
5.2	Aplicação 2 – Otimização via AGs das Seções Transversais L Enrijecido nas Bordas....	87
5.2.1	Problema A.....	89
5.2.2	Problema B .....	91
5.2.3	Método dos Elementos Finitos .....	95
6.	Conclusão .....	101

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A$  – Área da seção transversal bruta do perfil
- $AA$  – Elemento plano com as duas bordas longitudinais vinculadas a outro elemento
- $A_{ef}$  – Área efetiva da seção transversal do perfil
- AGs – Algoritmos Genéticos
- AL – Elemento plano com apenas uma borda longitudinal vinculada a outro elemento
- $A_{ótim.}$  – Área otimizada da seção transversal do perfil
- $A_{ref.}$  – Área de referência para otimização da seção transversal do perfil
- $b$  – Largura da chapa
- $b_{ef}$  – Largura efetiva da chapa
- $b_f$  – Dimensão das abas da cantoneira enrijecida nas bordas
- $C_w$  – Constante de empenamento da seção
- CBL – Compressão na borda livre
- CBE – Compressão na borda enrijecida
- $D$  – Dimensão dos enrijecedores de borda
- $E$  – Módulo de elasticidade longitudinal
- $f(x)$  – Função que se quer otimizar, dependente do indivíduo  $x$
- FC – Fator de carga
- $F_{cr}$  – Força nodal crítica
- $F_{ref.}$  – Força de compressão de referência aplicada para otimização
- $f_y$  – Resistência ao escoamento do aço
- $g$  – Aceleração da gravidade
- $G$  – Módulo de elasticidade transversal
- $I_t$  – Momento de inércia à torção uniforme
- $I_x$  – Momento de inércia da seção bruta em relação ao eixo x-x
- $I_y$  – Momento de inércia da seção bruta em relação ao eixo y-y
- $k$  – Coeficiente de flambagem local
- $K_tL$  – Comprimento efetivo de flambagem por torção
- $K_xL$  – Comprimento efetivo de flambagem por flexão em relação ao eixo x
- $K_yL$  – Comprimento efetivo de flambagem por flexão em relação ao eixo y
- $L$  – Cantoneira simples
- $L_e$  – Cantoneira enrijecida nas bordas
- $L_f$  – Comprimento de meia onda
- $L_{perfil}$  – Comprimento de barra do perfil

$L_{teórico}$  – Comprimento de barra do perfil mais as extremidades  
 MEF – Método dos Elementos Finitos  
 MFF – Método das Faixas Finitas  
 MFFr – Método das Faixas Finitas Restringidas  
 MLE – Método da Largura Efetiva  
 MRD – Método da Resistência Direta  
 $N_{c,Rd}$  – Força axial de compressão resistente de cálculo  
 $N_{c,Rdist}$  – Força axial de compressão resistente distorcional  
 $N_{c,Re}$  – Força axial de compressão resistente global  
 $N_{c,Rk}$  – Força axial de compressão resistente  
 $N_{c,Rl}$  – Força axial de compressão resistente local  
 $N_{crd}$  – Força normal referentes à flambagem elástica do modo distorcional  
 $N_{crg}$  – Força normal referentes à flambagem elástica do modo global  
 $N_{crl}$  – Força normal referentes à flambagem elástica do modo local  
 $N_e$  – Força normal de flambagem global elástica da barra  
 $N_{et}$  – Força normal de flambagem elástica por torção  
 $N_{ex}$  – Força normal de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo x  
 $N_{ey}$  – Força normal de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo y  
 $N_{otim.}$  – Força resistente compressiva otimizada  
 PFF – Perfil Formado a Frio  
 $r$  – Raio médio da dobra do perfil  
 $r_0$  – Raio polar de giração  
 $r_i$  – Raio interno da dobra do perfil  
 $ROT_x$  – Rotação em torno do eixo x  
 $ROT_y$  – Rotação em torno do eixo y  
 $ROT_z$  – Rotação em torno do eixo z  
 $t$  – Espessura da placa do perfil  
 TBL – Tração na borda livre  
 TBE – Tração na borda enrijecida  
 $U_x$  – Deslocamento em relação ao eixo x  
 $U_y$  – Deslocamento em relação ao eixo y  
 $U_z$  – Deslocamento em relação ao eixo z  
 $x$  – Indivíduo (vetor) gerado na otimização através de Algoritmos Genéticos  
 $x_0$  – Distância do centro de gravidade ao centro de torção

$\delta$  – Flecha no meio da barra

$\nu$  – Coeficiente de Poisson

$\sigma$  – Máxima tensão normal de compressão admitida no elemento do perfil para o cálculo de larguras efetivas segundo a NBR 14762:2001

$\lambda_0$  – Índice de esbeltez reduzido

$\sigma_{cr}$  – Tensão crítica de flambagem elástica

$\sigma_{crd}$  – Tensão crítica de flambagem elástica distorcional do perfil

$\sigma_{crl}$  – Tensão crítica de flambagem elástica local do perfil

$\lambda_{dist}$  – Índice de esbeltez do perfil associado à flambagem distorcional

$\sigma_c$  – Tensão convencional

$\lambda_l$  – Índice de esbeltez do perfil associado à flambagem local

$\sigma_t$  – Tensão verdadeira

$\sigma_u$  – Tensão de ruptura do aço

$\sigma_y$  – Tensão de escoamento do aço

$\gamma$  – Coeficiente de ponderação das ações ou das resistências

$\varepsilon_c$  – deformação convencional

$\varepsilon_t$  – deformação verdadeira

$\chi$  – Fator de redução associado à resistência à compressão

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Flambagem local.....	4
Figura 2.2: Placa retangular submetida a tensões em seu plano .....	5
Figura 2.3: (a) Placa quadrada apoiada nos quatro lados sofrendo flambagem local. (b) Redistribuição de tensões na seção transversal da chapa .....	6
Figura 2.4: (a) Placa real sob compressão uniforme sofrendo flambagem local. A largura é $b$ e a distribuição de tensões é não-uniforme. (b) Placa efetiva, com largura efetiva $b_{ef}$ e distribuição de tensões uniforme .....	7
Figura 2.5: Curvas de resistência associadas à flambagem local de placas .....	8
Figura 2.6: Flambagem distorcional para diferentes tipos de perfis .....	9
Figura 2.7: Flambagem por flexão - 1 e flexo-torção - 2 : a) cantoneira simples e b) cantoneira enrijecida nas bordas .....	10
Figura 2.8: Largura efetiva juntamente com a ilustração dos tipos de elementos componentes de perfis formados a frio segundo a norma brasileira: a) Elementos AA e b) Elementos AL (Fonte: NBR 14762 revisão 6, junho 2009) .....	11
Figura 2.9: (a) Perfil I discretizado com faixas finitas. (b) Deslocamentos no plano da faixa (membranais). (c) Deslocamentos fora do plano da faixa (flexão de placa). (d) Distribuição de tensões longitudinais numa faixa. (Fonte: Grigoletti, 2008) .....	18
Figura 2.10: Curva de flambagem elástica obtida no CUFISM (Fonte: Grigoletti, 2008).....	20
Figura 2.11: Seção transversal indeformada e deformada (Fonte: Grigoletti, 2008).....	23
Figura 3.1: Influência da tensão residual no diagrama tensão-deformação (Fonte: Chodraui, 2006).....	29
Figura 3.2: Tensões residuais em perfis de aço formados a frio: de flexão e de membrana (Fonte: adaptado de Schafer e Peköz, 1998).....	30
Figura 3.3: Tensões residuais médias medidas em uma cantoneira simples, porcentagem de $f_y$ (Fonte: adaptado de Young, 2005) .....	31
Figura 3.4: Influência da tensão residual de flexão no diagrama tensão-deformação (Fonte: modificada de Schafer, 1997).....	31
Figura 3.5: Imperfeição global proposta por Young .....	32
Figura 3.6: Pontos onde foram medidas as imperfeições geométricas iniciais em uma cantoneira simples (Fonte: Chodraui, 2006) .....	33
Figura 3.7 - Parâmetros das imperfeições geométricas iniciais .....	34
Figura 4.1: Parte da rotina de cálculo desenvolvido no programa Mathcad 14.....	36

Figura 4.2: Análise de estabilidade elástica via programa CUFSM da cantoneira simples (MFF convencional).....	37
Figura 4.3: Análise de estabilidade elástica via programa CUFSM da cantoneira enrijecida (MFF convencional).....	37
Figura 4.4: Máquina utilizada para o ensaio de tração dos corpos de prova.....	38
Figura 4.5: Local da retirada dos corpos de prova na extremidade das barras .....	39
Figura 4.6: Dimensões dos corpos de prova com foto ao lado dos cinco protótipos ensaiados (dimensões em mm) .....	39
Figura 4.7: Dispositivo utilizado nas extremidades: a) Projeto utilizado para confecção com detalhe da dimensão entre a rótula e a chapa de fixação do perfil; b) Detalhe do dispositivo e da rótula confeccionado.....	40
Figura 4.8: Modelo da chapa soldada nas extremidades das cantoneiras .....	41
Figura 4.9: Instrumentos utilizadas nos ensaios experimentais .....	42
Figura 4.10: Visão geral dos aparatos prontos para os ensaios experimentais .....	43
Figura 4.11: Ilustração do modelo de ambas as cantoneiras em estudo.....	44
Figura 4.12: Detalhe da malha do canto.....	45
Figura 4.13: Representação das cantoneiras simples com os dispositivos de extremidades e suas dimensões .....	46
Figura 4.14: Seção transversal com a linha que passa pelo CG: a) L enrijecido nas bordas e b) L simples.....	46
Figura 4.15: Condições de contorno aplicadas.....	47
Figura 4.16: Gráfico tensão-deformação: Modelo elasto-plástico trilinear adotado.....	48
Figura 4.17: Sentidos da atualização da geometria inicial para o modo de flexão: 1) CBL e 2) Atualização com TBL.....	50
Figura 4.18: Modos referentes à análise de autovalor através do programa Ansys da seção L simples.....	50
Figura 4.19: Modos referentes à análise de autovalor através do programa Ansys da seção L enrijecida nas bordas .....	51
Figura 4.20: Seção transversal a ser otimizada .....	54
Figura 4.21: Passos básicos do AG utilizado .....	55
Figura 4.22: Fluxograma para calcular a função objetivo de um indivíduo .....	56
Figura 5.1: Seção transversal da cantoneira simples.....	57
Figura 5.2: Corpos de prova ensaiados à compressão centrada .....	58
Figura 5.3: Modo de colapso para cada comprimento de barra ensaiada .....	60

Figura 5.4: Gráfico fator x comprimento de barra correspondentes aos cálculos da cantoneira de seção 60x2,38mm via MLE.....	64
Figura 5.5: Gráfico fator x comprimento de barra correspondentes aos cálculos da cantoneira de seção 27x1,06mm via MLE.....	64
Figura 5.6: Ensaio experimentais comparados com valores da norma (MLE): F – flexão, F/T – flexo/torção e L – local (Modo de colapso ( $N_{EXP}/ N_{MLE}$ )).....	66
Figura 5.7: Análise de estabilidade elástica via programa CUFSM da seção L 60x2,38mm .....	67
Figura 5.8: Análise de estabilidade elástica via programa CUFSM da seção L 27x1,06mm .....	67
Figura 5.9: Gráfico $N_{MRD}/Afy$ x comprimento teórico das seções estudadas .....	70
Figura 5.10: Ensaio experimentais comparados com o MRD (Modos de colapso: F/T - flexo-torção, F – flexão e L – local, ( $N_{EXP}/ N_{MRD}$ )).....	72
Figura 5.11: Ensaio experimentais comparados com o MEF para calibração do modelo numérico: F – flexão, F/T – flexo/torção – (Modo de colapso ( $N_{EXP}/ N_{MEF}$ )).....	74
Figura 5.12: Comparação das configurações finais obtidas experimentalmente e via MEF para a cantoneira L 27x1,06mm ( $L_{teórico}=455,4$ mm).....	76
Figura 5.13: : Comparação das configurações finais obtidas experimentalmente e via MEF para a cantoneira L 27x1,06mm ( $L_{teórico}=555,4$ mm) .....	77
Figura 5.14: : Comparação das configurações finais obtidas experimentalmente e via MEF para a cantoneira L 27x1,06mm ( $L_{teórico}=655,4$ mm) .....	78
Figura 5.15: Imagem da configuração deformada de todos os ensaios experimentais .....	79
Figura 5.16: Gráfico da análise numérica via MEF para a seção transversal L 60x2,38mm.....	82
Figura 5.17: Gráfico da análise numérica via MEF para a seção transversal L 27x1,06mm.....	84
Figura 5.18: Gráfico comparativo dos resultados da força de colapso de todos os métodos utilizados para a seção L 60x2,38mm .....	85
Figura 5.19: Gráfico comparativo dos resultados da força de colapso de todos os métodos utilizados para a seção L 27x1,06mm .....	86
Figura 5.20: Seção transversal a ser otimizada .....	88
Figura 5.21: Comparação entre as seções de referência e as otimizadas .....	93
Figura 5.22: Gráfico gerado pelo programa CUFSM para o Problema A (força de colapso fixa com minimização da área da seção transversal) partindo do perfil 60x20x2mm.....	94
Figura 5.23: Gráfico gerado pelo programa CUFSM para o Problema B ( área da seção transversal fixa com maximização da força de colapso) partindo do perfil 60x20x2mm.....	94
Figura 5.24: Gráfico gerado pelo programa CUFSM para o Problema A (força de colapso fixa com minimização da área da seção transversal) partindo do perfil 60x20x1mm.....	94

Figura 5.25: Gráfico gerado pelo programa CUFMSM para o Problema B ( área da seção transversal fixa com maximização da força de colapso) partindo do perfil 60x20x1mm.....	95
Figura 5.26: Passos da otimização e verificação da seção de referência $L_e$ 60x20x2 mm para minimização da área da seção transversal (Problema A) .....	97
Figura 5.27: Passos da otimização e verificação da seção de referência 300,27 mm <sup>2</sup> para maximização da força de compressão resistente (Problema B) .....	98
Figura 5.28: Passos da otimização e verificação da seção de referência $L_e$ 60x20x1 mm para minimização da área da seção transversal (Problema A) .....	99
Figura 5.29: Passos da otimização e verificação da área de referência de 155,07 mm <sup>2</sup> para maximização da força de compressão resistente (Problema B) .....	100

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1: Critérios para a seleção dos modos de flambagem .....	24
Tabela 3.1: Análise probabilística CDF para imperfeições geométricas iniciais do tipo 1 e tipo 2. (Fonte: Chodraui, 2006) .....	34
Tabela 4.1: Resultados do ensaio de tração para caracterização do aço .....	40
Tabela 4.2: Restrições adotadas nas extremidades da barra.....	47
Tabela 4.3: Característica mecânica do aço utilizado em cada seção .....	49
Tabela 4.4: Imperfeições geométricas iniciais adotadas nos modelos estudados .....	51
Tabela 5.1: Propriedades geométricas e mecânicas dos perfis em estudo .....	57
Tabela 5.2: Resultados obtidos nos ensaios experimentais.....	59
Tabela 5.3: Cálculo da seção L 60x2,38mm via revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009 .....	61
Tabela 5.4: Cálculo da seção L 27x1,06 via revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009 .....	62
Tabela 5.5: Cálculo da seção L 27x1,06mm via revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009 para comparação com experimental .....	63
Tabela 5.6: Comparação entre resultados experimentais e valores obtidos utilizando o método da Largura efetiva.....	65
Tabela 5.7: Resultados da análise através do MRD para a seção L 60x2,38mm.....	68
Tabela 5.8: Resultados da análise através do MRD para a seção L 27x1,06mm.....	69
Tabela 5.9: Comparação dos resultados obtidos via MRD e obtidos experimentalmente para a seção L 27x1,06mm.....	71
Tabela 5.10: Comparação dos resultados obtidos via MEF e obtidos experimentalmente para a seção L 27x1,06mm.....	73
Tabela 5.11: Análise numérica via MEF para a seção transversal L 60x2,38mm .....	81
Tabela 5.12: Análise numérica via MEF para a seção transversal L 27x1,06mm .....	83
Tabela 5.13: Dados calculados das seções $L_e$ de referência.....	89
Tabela 5.14: Resultado da minimização da área da seção transversal via AGs com a espessura fixa.....	90
Tabela 5.15: Resultado da minimização da área da seção transversal via AGs com a espessura variando .....	90
Tabela 5.16: Resultado da maximização da força resistente de compressão via AGs com a espessura fixa.....	92

Tabela 5.17: Resultado da maximização da força resistente de compressão via AGs com a espessura variando.....	92
Tabela 5.18: Análise das seção $L_e$ através do MEF para verificação das otimizações .....	96

## 1. INTRODUÇÃO

A utilização de perfis de chapa dobrada tem sido impulsionada nas últimas décadas, tanto pela sua facilidade de fabricação (com equipamentos simples é possível fabricar uma variada gama de seções), como pela incorporação de novas metodologias de cálculo que permitem prever a força de colapso de perfis com geometrias mais complexas. Até duas décadas atrás os métodos disponíveis nas normas de projeto calculavam as forças de flambagem elástica e a partir delas as forças de colapso, utilizando expressões analíticas ajustadas (em alguns casos) com ensaios experimentais. Como consequência disso, quando não era possível o cálculo em forma analítica das forças de flambagem elástica, limitações nas relações geométricas da forma do perfil eram impostas. Com o aumento do poder de processamento dos computadores e a popularização de métodos numéricos de cálculo de forças de flambagem elástica mais robustos, entre eles, o Método das Faixas Finitas, o Método das Faixas Finitas Restringidas e o Método dos Elementos Finitos, permitiu que métodos de análises mais simples pudessem ser utilizados, entre eles o Método da Resistência Direta, que se apresenta como uma das alternativas que será explorada no presente trabalho. As sensíveis mudanças que tem ocorrido na revisão da norma de dimensionamento de perfis de aço formados a frio a NBR 14762 e a discussão no meio acadêmico entre as potencialidades desta nova alternativa de cálculo (Método da Resistência Direta) mostram um campo muito fértil para pesquisas nesta área. Não só procurando métodos mais fáceis e rápidos para o cálculo e projeto de perfis como aparentemente se apresenta o Método da Resistência Direta, mas também métodos que permitam uma melhor compreensão do comportamento estrutural deste tipo de perfil e assim aproveitar melhor as possibilidades estruturais proporcionadas por formas geométricas mais complexas.

A geometria da seção transversal do perfil no qual se foca o presente trabalho é a cantoneira. Este tipo de perfil é muito utilizado, devido a sua simplicidade construtiva, na fabricação, por exemplo, de elementos estruturais secundários como parte de estruturas treliçadas, elementos de ligações e contraventamentos.

A caracterização estrutural deste tipo de perfil é um desafio, pois por trás de sua simplicidade construtiva se esconde uma alta sensibilidade às imperfeições geométricas e uma grande interação entre flambagem local e modos globais de flambagem.

Desta forma os objetivos do presente trabalho são apresentados a seguir.

## 1.1 Objetivos

O objetivo geral consiste em explorar o comportamento estrutural de perfis cantoneira aproveitando as novas ferramentas de análise existente.

Como objetivos específicos têm:

- Avaliar a força de colapso de um conjunto de cantoneiras submetidas à compressão centrada utilizando diferentes metodologias de análise:

-Método da Largura Efetiva;

-Método da Resistência Direta;

-Método dos Elementos Finitos, incluindo a não-linearidade física e geométrica do perfil. O modelo desenvolvido é calibrado com resultados experimentais desenvolvidos neste estudo.

- Otimizar cantoneiras enrijecidas nas bordas submetidas à força de compressão axial.

## 1.2 Estrutura do Trabalho

O presente estudo é estruturado da seguinte forma:

Capítulo 1: introduz-se o tema de perfis de aço formados a frio, destacando-se suas características, vantagens, e aplicações, dando atenção especial às cantoneiras de aço formadas a frio, foco de estudo do presente trabalho.

Capítulo 2: mostra-nos uma fundamentação teórica, onde são apresentados os modos de flambagem aos quais os perfis de aço formados a frio estão sujeitos. Também se descreve neste capítulo os diversos métodos de análise utilizados (procedimento da revisão da norma brasileira NBR 14762 minuta 6, junho 2009, o Método da Largura Efetiva e o Método da Resistência Direta, Método das Faixas Finitas, Método das Faixas Finitas Restringidas e Método dos Elementos Finitos). Discutem-se, também, as características básicas do método do Algoritmo Genético empregado na otimização das seções L enrijecidas nas bordas.

Capítulo 3: apresenta-se uma revisão bibliográfica, tendo na primeira parte, alguns trabalhos desenvolvidos por outros autores que tratam da investigação experimental e teórica de perfis de aço formados a frio, bem como tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais. Numa segunda parte trata-se de trabalhos relacionados à otimização estrutural.

Capítulo 4: cita a metodologia empregada nesse estudo. São apresentadas as ferramentas e características utilizadas nos procedimentos teóricos e experimentais ao longo do trabalho.

Capítulos 5: Apresenta os dois desenvolvimentos realizados, o primeiro deles relacionado com a determinação da força de colapso de cantoneiras comprimidas utilizando várias metodologias de análises, comparando alguns com resultados experimentais. A segunda aplicação consiste na otimização via Algoritmos Genéticos de perfis cantoneira enrijecidos nas bordas, onde se utiliza para a determinação da função objetivo o Método da Resistência Direta auxiliado com as forças de flambagem elásticas obtidas através do Método das Faixas Finitas Restringidas.

Capítulo 6: são apresentadas conclusões e considerações finais obtidas, assim como as sugestões de continuação deste trabalho.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

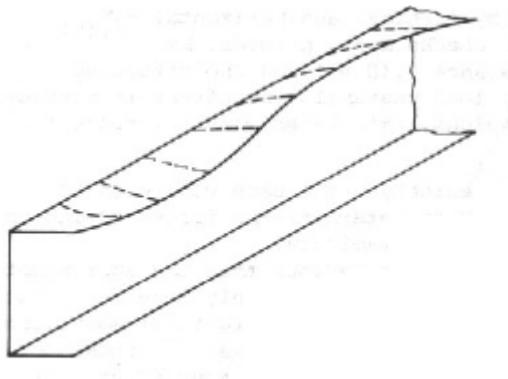
### 2.1 Modos de Flambagem

Uma das características dos perfis de chapa dobrada é sua elevada esbelteza. Esta característica faz com que o colapso do mesmo esteja relacionado com a interação de seus modos de flambagem elástica. Estes modos de flambagem interagem entre si e com o escoamento do material a predominância de um modo de flambagem sobre outro leva a um comportamento pós-crítico diferente.

Os modos clássicos de flambagem para perfis abertos de paredes finas são abordados a seguir, estes que são: flambagem local, global, e distorcional.

#### 2.1.1 Flambagem Local

Este modo de flambagem acontece quando cada placa que forma o perfil flamba em forma isolada, como se ilustra na Figura 2.1.

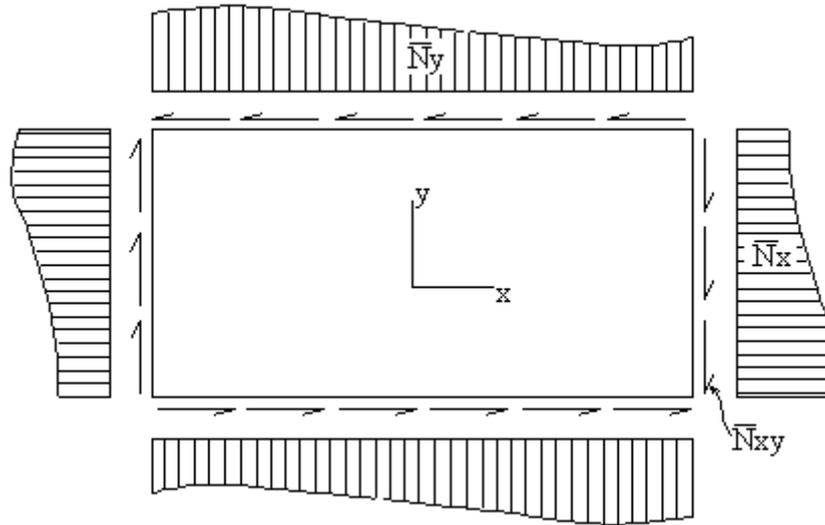


**Figura 2.1: Flambagem local**

As equações que permitem determinar esta força de flambagem estão intimamente relacionadas à flambagem de placas. A Eq. (2.1) corresponde à equação diferencial que governa o comportamento de uma placa submetida a tensões em seu plano.

$$\frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] = \bar{N}_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \bar{N}_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \cdot \bar{N}_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.1)$$

Onde  $h$  é a espessura da placa,  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $w$  o deslocamento na direção perpendicular ao plano da placa, e  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$  são as forças por unidade de comprimento que atuam, como se indica na Figura 2.2.



**Figura 2.2: Placa retangular submetida a tensões em seu plano**

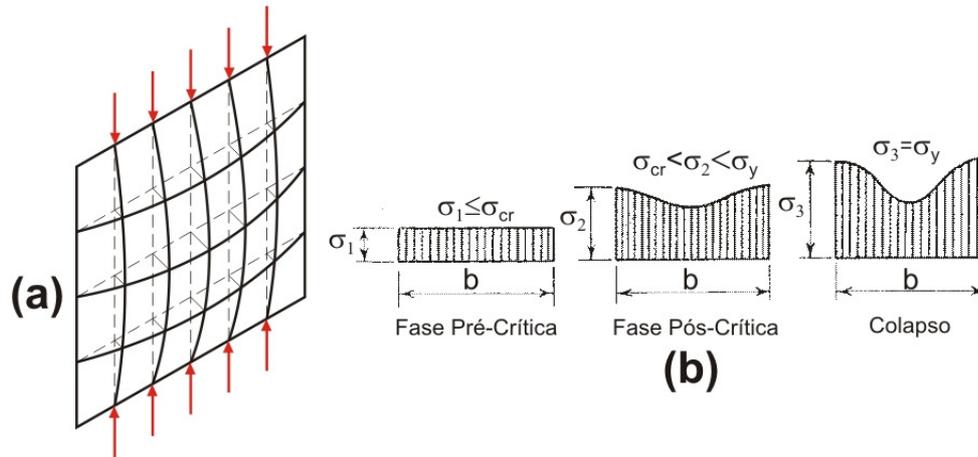
No caso de uma placa retangular só com  $N_x$  atuando, a expressão da tensão crítica é dada pela Eq. (2.2).

$$N_{xcr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(w/h)^2} \quad (2.2)$$

Onde o valor de  $k$  está relacionado às condições de contorno da placa e do carregamento, no caso de uma placa simplesmente apoiada em suas quatro bordas e a tensão  $N_x$  é uniforme,  $k=4$ , também se pode encontrar na bibliografia os valores de  $k$  de outros casos mais comuns [Allen e Bulson, 1980].

Como já mencionado, a reserva de resistência de placas que sofrem flambagem elástica é elevada e em geral aproveitada.

A resistência pós-flambagem pode ser compreendida com auxílio da Figura 2.3(a), onde se tem uma placa quadrada de largura  $b$  apoiada em seus quatro lados, submetida a um esforço de compressão uniforme. A partir da discretização da figura, observa-se que as linhas horizontais contêm os deslocamentos fora do plano da placa. Essa contenção é máxima nas bordas e menor no meio da placa. Por isso, a flambagem local provoca uma redistribuição de tensões na seção transversal da placa, conforme mostra a Figura 2.3(b). Aumentando o nível de força, a tensão passa a se concentrar cada vez mais nas bordas, até que seja atingida a tensão de escoamento nessa região. Na figura,  $\sigma_{cr}$  é a tensão crítica e  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento.



**Figura 2.3: (a) Placa quadrada apoiada nos quatro lados sofrendo flambagem local. (b) Redistribuição de tensões na seção transversal da chapa**

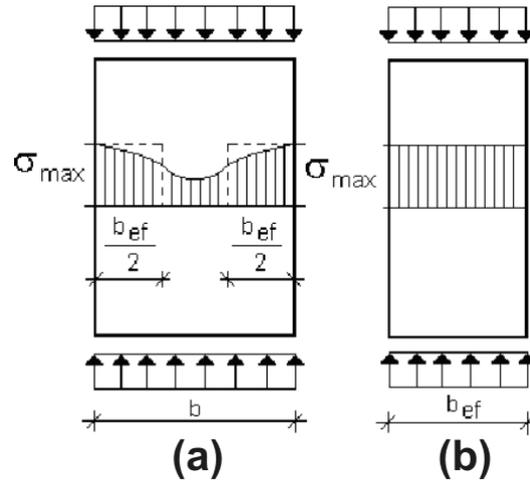
A tensão crítica de flambagem de uma placa como a apresentada na Figura 2.3 é dada pela Eq. (2.3):

$$\sigma_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)\left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (2.3)$$

Onde  $k$  é o coeficiente de flambagem da placa,  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal do material,  $\nu$  é coeficiente de Poisson e  $(b/t)$  é a relação largura/espessura da placa. O coeficiente  $k$  depende da distribuição de tensões à qual a placa é submetida e das condições de contorno das bordas. Para uma placa com os quatro lados simplesmente apoiados, sob compressão uniforme,  $k$  vale 4.

A redistribuição de tensões em uma placa que sofreu flambagem local, com perda de rigidez na parte central da mesma e com conseqüente concentração de tensões nas bordas, é responsável pela redução da capacidade resistente inicial, definida pela tensão de escoamento. Porém, o tratamento matemático do comportamento pós-crítico de uma placa é muito trabalhoso. Assim, uma previsão teórica simples desse comportamento pode ser encontrada a partir do Critério da Largura Efetiva, proposto por Von Karman [Yu, 2000].

Para considerar a redução de rigidez da chapa, Von Karman propôs que, ao invés de se utilizar uma distribuição de tensões não-uniforme em uma placa de largura  $b$ , se considerasse que toda a força aplicada fosse suportada por uma placa de largura fictícia  $b_{ef}$  (menor do que  $b$ ), sujeita a uma distribuição uniforme de tensões. A Figura 2.4 mostra esse procedimento. Assim, respeitado o equilíbrio de forças, a placa da Figura 2.4(a) com distribuição não-uniforme de tensões pode ser substituída pela placa da Figura 2.4(b), sob distribuição de tensões uniforme de valor  $\sigma_{max}$ .



**Figura 2.4: (a) Placa real sob compressão uniforme sofrendo flambagem local. A largura é  $b$  e a distribuição de tensões é não-uniforme. (b) Placa efetiva, com largura efetiva  $b_{ef}$  e distribuição de tensões uniforme**

Assim, pode-se considerar que  $b_{ef}$  é a largura de uma placa que flamba quando a tensão chega ao valor de  $\sigma_{max}$ . Se o valor de  $\sigma_{max}$  chegar ao nível da tensão de escoamento  $\sigma_y$ , pode-se escrever que:

$$\sigma_y = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b_{ef}}{t}\right)^2} \quad (2.4)$$

Comparando as Eqs. (2.3) e (2.4), tem-se a expressão proposta por Von Karman para a largura efetiva de uma placa:

$$\frac{b_{ef}}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}} = \frac{1}{\lambda_p} \quad (2.5)$$

Onde  $\lambda_p$  é o índice de esbeltez reduzido da placa. Von Karman propôs uma formulação para uma chapa perfeita, o que fez com que outros pesquisadores incorporassem os efeitos das imperfeições mecânicas e geométricas no procedimento de cálculo, através da calibração experimental [Yu, 2000]. Com base nos resultados de testes realizados por Sechler e Winter [Winter, 1948], Winter propôs, inicialmente, a seguinte modificação para a fórmula da largura efetiva de placas simplesmente apoiadas em suas bordas longitudinais:

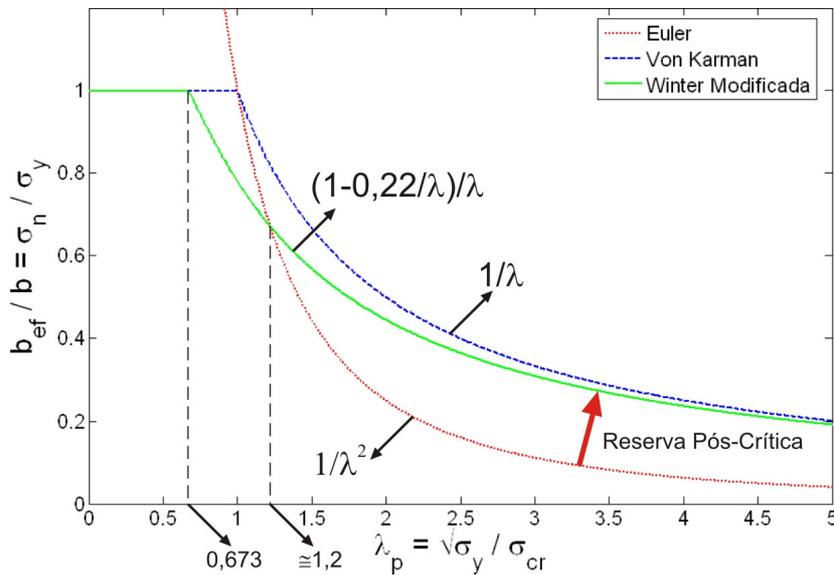
$$\frac{b_{ef}}{b} = \frac{1}{\lambda_p} \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_p}\right) \quad (2.6)$$

A Eq. (2.6) foi posteriormente corrigida [Winter, 1968], para se chegar à expressão de largura efetiva utilizada na Norma Americana AISI e na Norma Brasileira NBR 14762:

$$b_{ef} = b(1 - 0,22/\lambda_p) / \lambda_p \quad (2.7)$$

As formulações discutidas nessa seção podem ser expressas como curvas de resistência associadas à flambagem local de placas. Essas curvas consideram a interação da flambagem local das placas com o escoamento da seção das mesmas. Ou seja, a capacidade resistente inicial da placa, que é a tensão de escoamento do material, pode ser reduzida pela flambagem local. Essas curvas estão apresentadas na Figura 2.5, comparadas com a curva de flambagem elástica de Euler, dada pela seguinte equação:

$$\frac{b_{ef}}{b} = \frac{1}{\lambda_p^2} \quad (2.8)$$



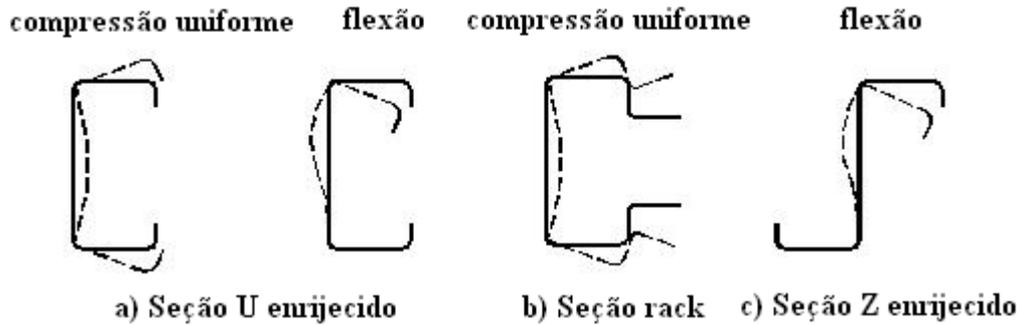
**Figura 2.5: Curvas de resistência associadas à flambagem local de placas**

A curva de Euler considera que, quando  $\lambda_p > 1$ , o colapso é determinado pela força crítica, ou seja, que não há resistência pós-crítica. Assim, comparando-se as outras formulações com a curva de flambagem elástica de Euler, pode-se visualizar a reserva pós-crítica das placas que sofrem flambagem local.

### 2.1.2 Flambagem Distorcional

Além da flambagem local, os elementos de um perfil estão sujeitos à flambagem distorcional. Basicamente, esse fenômeno é causado pela perda de estabilidade do conjunto composto por um elemento comprimido e um ou mais enrijecedores. Desse modo, ocorrem a rotação e a possível translação das arestas de união entre os elementos da seção. O modo distorcional ocorre, em geral, em perfis com comprimento intermediário entre os de perfis que sofrem flambagem local e global. Assim como na flambagem local, o modo distorcional se

desenvolve através de meias-ondas ao longo do comprimento da barra. Na Figura 2.6 se ilustram alguns casos de flambagem distorcional.



**Figura 2.6: Flambagem distorcional para diferentes tipos de perfis**

Este modo apresenta uma moderada reserva pós-flambagem.

### 2.1.3 Flambagem Global

Ocorre a translação da seção transversal sem distorção da seção. Os modos principais de flambagem global presentes em barras submetidas à compressão são os modos de flexão, torção e flexo-torção, a força crítica para estes três casos estão dados pelas Eqs. (2.9), (2.10) e (2.11).

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L)^2}, \quad N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L)^2} \quad (\text{flambagem por flexão}) \quad (2.9)$$

$$N_{et} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_t L_t)^2} \right] + GJ \quad (\text{flambagem por torção}) \quad (2.10)$$

$$N_{ext} = \frac{N_{ex} + N_{et}}{2 \left[ 1 - (x_0 / r_0)^2 \right]} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4N_{ex}N_{et} \left[ 1 - (x_0 / r_0)^2 \right]}{(N_{ex} + N_{et})^2}} \right] \quad (\text{flambagem por flexo-torção}) \quad (2.11)$$

Onde:

$N_{ex}$  é a força normal de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo x;

$N_{et}$  é a força normal de flambagem elástica por torção;

$x_0$  é a distância do centro de gravidade ao centro de torção;

$r_0$  é o raio polar de giração;

$I_x$  é o momento de inércia em relação ao eixo x;

$I_y$  é o momento de inércia em relação ao eixo y;

$K_x L$  é o comprimento efetivo de flambagem por flexão em relação ao eixo x;

$K_y L$  é o comprimento efetivo de flambagem por flexão em relação ao eixo  $y$ ;

$K_t L$  é o comprimento efetivo de flambagem por torção;

$I_t$  é o momento de inércia à torção uniforme;

$C_w$  é a constante de empenamento da seção;

$G$  é o módulo de elasticidade transversal;

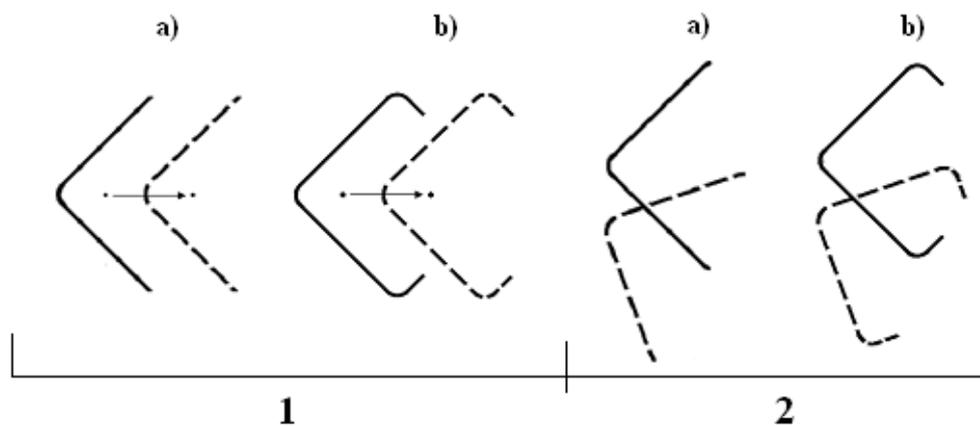
$E$  é o módulo de elasticidade.

Realizam-se a seguir algumas observações:

- Um perfil com dois eixos de simetria pode flambar por flexão ou por torção;
- No caso de perfis monossimétricos eles podem flambar globalmente frente a forças de compressão por flexão ou flexo-torção;

- As Eqs. 2.9, 2.10 e 2.11 são válidas para elementos solicitados a força de compressão aplicada no centro de gravidade da seção, para outros tipos de solicitações, no caso aplicação excêntrica, os modos de flexão e/ou torção vão interagir com a força modificando as expressões respectivas a estes modos, pode-se consultar mais sobre isso em uma bibliografia clássica como Yu, 2000.

Na Figura 2.7 se apresenta os modos de flambagem de flexão e flexo-torção nos caso de um perfil cantoneira simples e enrijecido nas bordas.

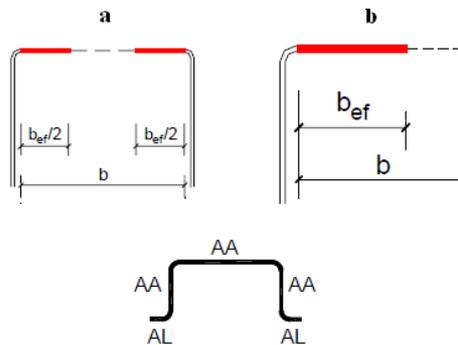


**Figura 2.7: Flambagem por flexão - 1 e flexo-torção - 2 : a) cantoneira simples e b) cantoneira enrijecida nas bordas**

## 2.2 Procedimento da Revisão da Norma ABNT NBR 14762 minuta 6, junho de 2009

Como mencionado na introdução da revisão da norma brasileira para dimensionamento de perfis estruturais de aço formados a frio ABNT NBR 14762 minuta 6, junho 2009, seus princípios se baseiam no método dos estados-limites, considerando o estado-limite último e o estado-limite de utilização.

Esta norma considera as seções que constituem o perfil como uma associação de chapas, portanto, utilizado o Método da Largura Efetiva, para que possamos considerar o efeito da flambagem local em cada um dos elementos de forma isolada, resultando em um perfil com propriedades geométricas efetivas. A Figura 2.8 ilustra a largura efetiva de um elemento AA ou elemento com borda vinculada (com as duas bordas longitudinais vinculadas a outros elementos) e de um elemento AL ou elemento com borda livre (com apenas uma borda longitudinal vinculada a outro elemento).



**Figura 2.8: Largura efetiva juntamente com a ilustração dos tipos de elementos componentes de perfis formados a frio segundo a norma brasileira: a) Elementos AA e b) Elementos AL (Fonte: NBR 14762 revisão 6, junho 2009)**

Para o cálculo da largura efetiva a norma brasileira utiliza a expressão de Winter modificada apresentada na seção 2.1.1 pela Eq. (2.7) e o índice de esbelteza reduzido do elemento se expressa a seguir na Eq. (2.12).

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}} \quad (2.12)$$

Onde para valores de  $\lambda_p \leq 0,673$  a largura efetiva é a própria largura do elemento.

O valor de  $k$  da Eq. (2.12) depende de uma das duas condições de contorno das bordas da placa (elemento AA ou elemento AL), e da distribuição linear de tensões na seção da placa. Podem-se encontrar os valores de  $k$  nas Tabelas 4 (para elementos AA) e na Tabela 5 (para elementos AL) da revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009.

A solicitação analisada neste trabalho é a de compressão centrada. Por isso, apresenta-se a formulação referente a esse tipo de solicitação.

Para barras submetidas à compressão centrada, a força axial de compressão resistente de cálculo  $N_{c,Rd}$  é dada pela Eq. (2.13).

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi A_{ef} f_y}{\gamma} \quad (2.13)$$

Onde:

$\gamma$  é o coeficiente de ponderação das ações ou das resistências;

$A_{ef}$  é a área efetiva da seção transversal da barra, calculada conforme Eq.(2.7), desta maneira a norma leva em consideração a interação entre a flambagem global e a flambagem local;

$f_y$  é a resistência ao escoamento do aço;

$\chi$  é o fator de redução associado à resistência à compressão, calculado pela Eq.(2.14).

$$\chi = \begin{cases} \left( 0,658^{\lambda_0^2} \right) \rightarrow \text{Para } \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left( \frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) \rightarrow \text{Para } \lambda_0 > 1,5 \end{cases} \quad (2.14)$$

Onde:

$\lambda_0$  é o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global, dado pela Eq.(2.15).

$$\lambda_0 = \left( \frac{A f_y}{N_e} \right)^{0,5} \quad (2.15)$$

Onde:

$A$  é a área bruta da seção transversal da barra;

$N_e$  é a força axial de flambagem global elástica da barra, mínimo entre  $N_{ey}$  (flambagem global elástica por flexão em relação ao eixo de menor inércia) e  $N_{exz}$  (flambagem global elástica por flexo-torção) descrito acima na seção 2.1.3 nas Eqs. (2.9), (2.10) e 2.11).

### 2.3 Método da Resistência Direta (MRD)

O MLE é um método amplamente utilizado atualmente, e no qual se baseiam as clássicas normas de PFF, porém este método apresenta as seguintes desvantagens:

- O cálculo da área efetiva da seção é trabalhoso, principalmente no caso de perfis compostos de vários elementos e/ou enrijecedores transversais (geometria da seção transversal complexa) bem como aqueles perfis submetidos à flexão, pois há necessidade de se realizar cálculos iterativos, embora isto possa ser contornado utilizando programas computacionais;

- A interação entre os elementos que formam a seção não é considerada, ou seja, os elementos trabalham de maneira isolada;

- Dificuldade de incluir no cálculo o modo de flambagem distorcional (muitas normas de cálculo contornam este problema limitando as dimensões e os tipos de perfis que podem ser utilizados);

- Dificuldade no aprendizado do método, pois em função do grande volume de cálculo algébrico envolvido deixa-se de compreender o comportamento estrutural do perfil, que deveria ser o foco principal.

Porém, para contornar os problemas expostos anteriormente, Schafer e Peköz, 1998, propuseram o Método da Resistência Direta (MRD) como uma alternativa ao MLE na determinação da resistência de perfis formados a frio.

É importante ressaltar que, o MRD foi utilizado pela primeira vez por Hancock, Kwon e Bernard, 1994, para resolver o problema de flambagem distorcional de perfis de parede fina submetidos à compressão centrada ou flexão simples. Posteriormente Schafer e Peköz, 1998 e 2002, estenderam a aplicação deste método para barras fletidas ou comprimidas considerando a flambagem local, distorcional e global.

Esse método consiste basicamente em utilizar curvas de resistência ajustadas experimentalmente, para a partir da força de flambagem elástica, considerando o perfil como uma unidade, calcular a força de colapso. Cabe salientar, neste caso, que os elementos que compõem o perfil trabalham de maneira conjunta, e não como elementos isolados.

Essas curvas de resistência ajustadas, que são a priori as mesmas curvas utilizadas pelo MLE, são apresentadas a seguir:

$$\frac{P_{nl}}{P_{lim}} = \left( \frac{P_{crl}}{P_{lim}} \right)^{0,5} \left[ 1 - 0,22 \left( \frac{P_{crl}}{P_{lim}} \right)^{0,5} \right] \quad (2.16)$$

Onde:

$P_{nl}$  - força de compressão resistente nominal por flambagem local considerando que a forma de colapso é do perfil como um todo e que leva em conta a interação entre a flambagem local e o colapso determinado pela força  $P_{lim}$ ;

$P_{lim}$  - força crítica de flambagem elástica global ou de escoamento e que interage com a flambagem local;

$P_{crl}$  - força crítica de flambagem elástica local do perfil como um todo.

Para obtenção da força  $P_{crl}$  pode-se utilizar métodos analíticos ou numéricos.

Para a análise da flambagem elástica de PFF (determinação de  $P_{crl}$ , modos de flambagem, etc.), Schafer, 1997 e 2001, desenvolveu um programa computacional baseado no Método das Faixas Finitas [Cheung, 1988], o CUFSM – “Finite Strip Method - Cornell University”. Este programa é de uso livre (“freeware”), e pode ser copiado do endereço eletrônico <http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/>. Neste endereço encontram-se, além do programa, os manuais e tutoriais respectivos.

Observações:

**a)** Para a flambagem local ( $P_{nl}$ ), do perfil como um todo, se utiliza atualmente as curvas de resistência propostas por Schafer e Peköz, 1998, obtidas modificando-se a Eq. (2.16) a partir de resultados obtidos de ensaios, para dar as expressões apresentadas a seguir:

$$P_{nl} = P_{lim} \quad \text{para } \lambda_l \leq 0,776 \quad (2.17)$$

$$\frac{P_{nl}}{P_{lim}} = \left( \frac{P_{crl}}{P_{lim}} \right)^{0,4} \left[ 1 - 0,15 \left( \frac{P_{crl}}{P_{lim}} \right)^{0,4} \right] \quad \text{para } \lambda_l > 0,776 \quad (2.18)$$

Onde:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{P_{lim}}{P_{crl}}} \quad (2.19)$$

**b)** Para determinar a força de colapso por flambagem distorcional ( $P_{nd}$ ) Hancock et al., 1994, propuseram curvas de resistência modificadas dadas pela equação abaixo:

$$P_{nd} = P_y \quad \text{para } \lambda_d \leq 0,561 \quad (2.20)$$

$$\frac{P_{nd}}{P_y} = \left( \frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0,6} \left[ 1 - 0,25 \left( \frac{P_{crd}}{P_y} \right)^{0,6} \right] \quad \text{para } \lambda_d > 0,561 \quad (2.21)$$

Onde:

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{P_y}{P_{crd}}} \quad (2.22)$$

$$P_y = A f_y \quad (2.23)$$

$f_y$  - resistência ao escoamento do aço;

$A$  - área bruta da seção transversal da barra;

$P_{crd}$  - força crítica de flambagem elástica distorcional do perfil como um todo.

Segundo Hancock et al., 1994, a interação entre a flambagem distorcional e a flambagem global pode ser desconsiderada, logo  $P_{lim} = P_y$ .

Observa-se que no caso de uma solicitação na barra de flexão, teríamos considerações similares às apresentadas acima.

Readequando a nomenclatura apresentada para a utilizada na revisão da norma NBR 14762 minuta 6, junho 2009, temos descrito nesta continuação os modos de flambagem com suas respectivas expressões para o MRD no caso de barras submetidas à compressão centrada. As expressões aqui apresentadas foram retiradas do Anexo C da revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009.

O valor da força axial de compressão resistente  $N_{c,Rk}$  deve ser considerado como o menor valor calculado entre os modos de flambagem global ( $N_{c,Re}$ ), local ( $N_{c,RI}$ ) e distorcional ( $N_{c,Rdist}$ ). A força axial de compressão resistente de cálculo  $N_{c,Rd}$  é dada por  $N_{c,Rk} / \gamma$ , onde  $\gamma$  é igual a 1,20.

#### a) Modo Global

O valor da força normal de compressão resistente para flambagem por flexão, torção ou flexo-torção é dado pela Eq. (2.24).

$$N_{c,Re} = \begin{cases} (0,658^{\lambda_0^2}) Afy \rightarrow Para \lambda_0 \leq 1,5 \\ \left( \frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) Afy \rightarrow Para \lambda_0 > 1,5 \end{cases} \quad (2.24)$$

Onde:

$\lambda_0$  é o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global, dado pela Eq. (2.25).

$$\lambda_0 = \left( \frac{Afy}{N_e} \right)^{0,5} \quad (2.25)$$

Onde:

$N_e$  é o menor valor da força normal crítica elástica entre a flexão, torção e flexo-torção;

$A$  é a área bruta da seção transversal do perfil;

$f_y$  é a resistência ao escoamento do aço.

### b) Modo Local

A força normal de compressão resistente para flambagem local é dada pela Eq.(2.26).

$$N_{c,RI} = \left\{ \begin{array}{l} N_{c,Re} \rightarrow Para \lambda_l \leq 0,776 \\ \left( 1 - \left( \frac{0,15}{\lambda_l^{0,8}} \right) \right) \frac{N_{c,Re}}{\lambda_l^{0,8}} \rightarrow Para \lambda_l > 0,776 \end{array} \right\} \quad (2.26)$$

Esta expressão é a mesma representada acima pela Eq. 2.18, somente com algumas simplificações matemáticas. Com isso podemos entender como o expoente vai de 0,4 para 0,8.

Onde:

$\lambda_l$  é o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem local, dado pela Eq. (2.27).

$$\lambda_l = \left( \frac{N_{c,Re}}{N_l} \right)^{0,5} \quad (2.27)$$

Onde:

$N_l$  é a força normal crítica elástica local.

### c) Modo Distorcional

Valor da força normal de compressão resistente para flambagem por distorção é dado pela Eq. (2.28).

$$N_{c,Rdist} = \left\{ \begin{array}{l} Afy \rightarrow Para \lambda_{dist} \leq 0,561 \\ \left( 1 - \left( \frac{0,25}{\lambda_{dist}^{1,2}} \right) \right) \frac{Afy}{\lambda_{dist}^{1,2}} \rightarrow Para \lambda_{dist} > 0,561 \end{array} \right\} \quad (2.28)$$

A Eq. 2.28 é idêntica a representada pela Eq. 2.21, somente com algumas simplificações matemáticas. Com isso podemos entender como o expoente vai de 0,6 para 1,2.

Onde:

$\lambda_{dist}$  é o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem distorcional, dado pela Eq. (2.29)

$$\lambda_{dist} = \left( \frac{Afy}{N_{dist}} \right)^{0,5} \quad (2.29)$$

Onde:

$N_{dist}$  é a força norma crítica elástica distorcional.

O MRD considera a interação do modo local com o modo global, não ocorrendo o mesmo com o modo distorcional. As forças de flambagem elástica solicitadas  $N_l$  e  $N_{dist}$  podem

ser obtidas aplicando métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos ou o Método das Faixas Finitas, este último realizamos uma breve explicação na seção abaixo.

#### **2.4 Método das Faixas Finitas (MFF)**

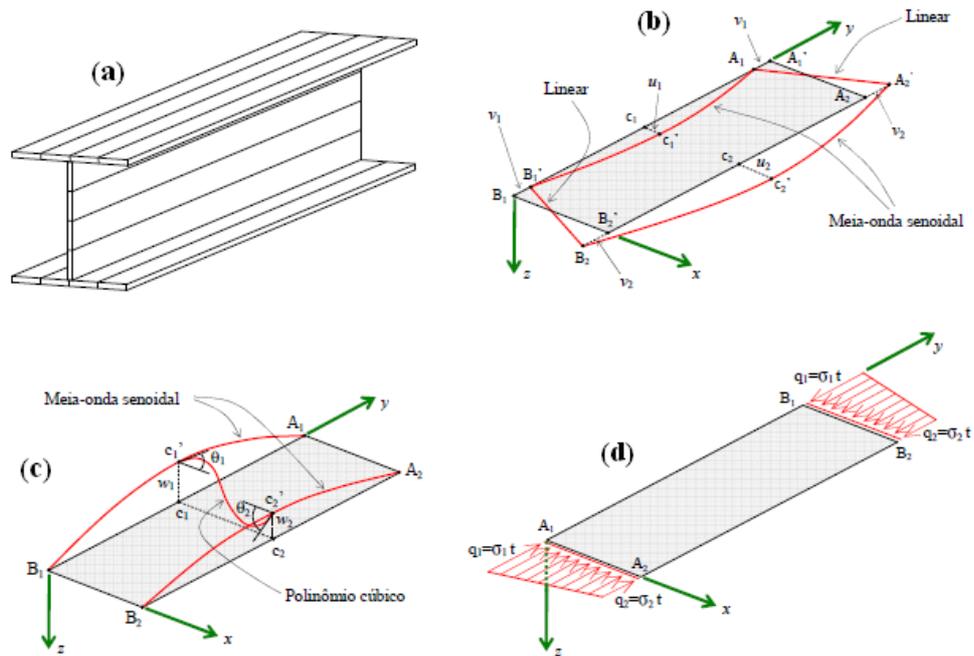
O método apresentado nesta seção é o mesmo descrito por Cheung e Tham, 1998, onde se baseia na subdivisão de um perfil formado a frio (PFF) em faixas longitudinais, cujo comprimento combina com o do próprio perfil, como pode ser visto na Figura 2.9(a). Desta maneira a discretização é feita apenas ao longo da linha média da seção transversal do perfil.

O Método das Faixas Finitas é uma ferramenta eficiente para a busca dos modos de flambagem de perfis formados a frio.

O MFF começou a ter valor para análise de flambagem elástica em perfis de paredes finas através do trabalho de Hancock, 1978, onde foi utilizado na aplicação de perfis do tipo I sob flexão.

Outro antecedente importante de se salientar é o trabalho desenvolvido por Batista, 1988 (apud Souza, 2005) onde realiza um estudo paramétrico para alguns tipos de seções transversais de aço formadas a frio, a partir de um programa baseado no Método das Faixas Finitas.

A variação dos deslocamentos na direção longitudinal das faixas finitas é representada por funções harmônicas, enquanto funções polinomiais interpolam a variação dos deslocamentos nas direções transversais da seção. Apenas meia onda senoidal é utilizada para descrever os deslocamentos na direção longitudinal.



**Figura 2.9: (a) Perfil I discretizado com faixas finitas. (b) Deslocamentos no plano da faixa (membranais). (c) Deslocamentos fora do plano da faixa (flexão de placa). (d) Distribuição de tensões longitudinais numa faixa. (Fonte: Grigoletti, 2008)**

Os deslocamentos de cada faixa finita estão apresentados na Figura 2.9(b) e (c). Os mesmos são representados pelas linhas nodais  $A_1B_1$  e  $A_2B_2$ , que possuem 4 graus de liberdade cada ( $U_x, U_y$  e  $U_z$  e  $ROT_z$ ). As faixas possuem rigidez de membrana e de flexão de placa. A rigidez membranal (plano  $xy$ ) é representada pelos deslocamentos  $u$  e  $v$ . Os deslocamentos membranais variam segundo uma meia-onda senoidal em  $y$  e segundo uma distribuição linear em  $x$ . A flexão de placa é representada pelo deslocamento  $w$  e pela rotação  $\theta$ . O  $w$  varia segundo um polinômio cúbico em  $x$  e acompanha a meia-onda senoidal em  $z$ . Os extremos das faixas finitas (linhas  $A_1A_2$  e  $B_1B_2$ ) podem deformar apenas no plano.

A escolha das funções longitudinais implica em se ter as extremidades da barra articuladas e o empenamento livre. Este conjunto clássico de proposições conduz a soluções analíticas para a matriz de rigidez.

A matriz de rigidez geométrica é formulada incluindo nas relações deformação-deslocamento os termos de segunda ordem.

Cada uma das faixas finitas pode ser submetida a uma distribuição de tensões normais de compressão com variação linear através da seção, porém constante ao longo do comprimento, como pode ser visto na Figura 2.9(d). Além do carregamento, as propriedades da seção e as restrições nodais (que na verdade são aplicadas sobre as linhas nodais) não podem variar na direção longitudinal das faixas.

No MFF, os deslocamentos em  $x$ ,  $y$  e  $z$  e a rotação em  $z$  são compatíveis em uma linha nodal comum a duas faixas adjacentes.

O Método das Faixas Finitas apresenta-se como uma ferramenta muito vantajosa para a análise dos modos de flambagem de PFF pelos motivos que segue:

- O método é eficiente no cálculo das forças críticas de flambagem elástica de perfis de parede fina e em termos computacionais não é custoso;

- As condições de compatibilidade de deslocamentos e rotação nas linhas nodais comuns entre duas faixas finitas adjacentes garantem a interação entre as mesmas. Assim, o fenômeno da flambagem distorcional pode ser tratado de maneira simples;

- A variação da força crítica em função do comprimento de flambagem, bem como os modos de flambagem, pode ser exibida através de gráficos desenhados por programas de computador, de maneira muito prática para a compreensão do comportamento do perfil.

Um programa computacional para análise de flambagem elástica que utiliza o MFF é o CUFSM, programa utilizado neste trabalho para o auxílio das análises feitas através do Método da Resistência Direta. O CUFSM foi desenvolvido pelos professores Benjamim W. Schafer e Teoman Peköz, de uso livre, este programa permite fazer a análise de estabilidade elástica de perfis constituídos de paredes finas submetidos a qualquer tipo de distribuição de tensão normal em suas extremidades, mas não é permitindo a aplicação de carregamentos ao longo de seu comprimento, variação das condições de contorno e variação da seção analisada.

Este programa examina a seção de interesse, fazendo uma análise de estabilidade elástica, fornecendo como resposta um gráfico com a tensão crítica de flambagem elástica com seus determinados modos de flambagem para cada comprimento de meia-onda analisado.

Ao ser aplicado para perfis mais complexos, o programa CUFSM não apresenta nenhuma dificuldade em relação aos perfis usuais, por apresentar uma solução numérica, portanto, facilitando o engenheiro a considerar qualquer seção transversal sem nenhuma complicação. Se comparado com métodos de cálculos manuais, a solução apresentada é muito mais direta e de fácil aplicação.

Os perfis podem ser modelados sem a separação dos elementos que constituem a seção transversal, considerando-se os raios de dobra da seção, portanto, a interação entre os elementos adjacentes que constituem o perfil é considerada. Com essa alternativa presente no software, faz com que ele tenha uma resposta, frente a suas análises, mais real, tendo uma vantagem em relação ao Método da Largura Efetiva e uma melhor aproximação dos resultados em comparação

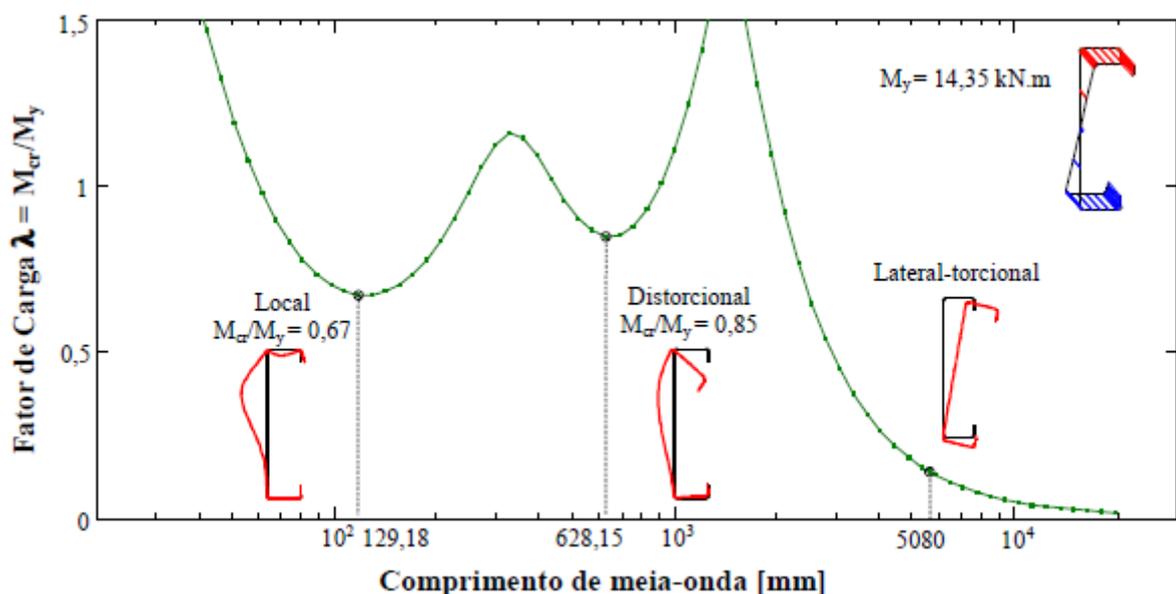
aos proporcionados pelos programas de Elementos Finitos. É, no entanto um programa de fácil uso, com tempo de processamento baixo, mas com algumas limitações:

- Há empenamento livre nas extremidades da barra e não há restrições ao empenamento.
- Os carregamentos e a seção transversal do perfil têm que permanecer constante ao longo do comprimento da barra.

Apresenta-se na Figura 2.10 o gráfico fornecido pelo programa CUFSM. Observa-se que os resultados obtidos pelo Método das Faixas Finitas são apresentados em termos do fator de carga ( $\lambda$  ou FC) versus comprimento de meia-onda. Esse tipo de gráfico, uma vez definido o comprimento da barra, permite determinar a força crítica de flambagem da mesma.

Está agregado ao fator de carga o modo de flambagem local, distorcional, global ou uma combinação desses e seu comprimento de meia onda.

Citando um exemplo da Figura 2.10, se o comprimento da barra for de 1291,8 mm, a flambagem elástica estará associada ao modo local com fator de carga igual a 0,67 e comprimento de meia-onda igual a 129,18 mm. Portanto o perfil flambou localmente com 10 meias ondas ao longo de seu comprimento.



**Figura 2.10: Curva de flambagem elástica obtida no CUFSM (Fonte: Grigoletti, 2008)**

O MFF quando utilizado em conjunto com o MRD permite determinar as forças críticas correspondentes a cada um dos modos de flambagem, para assim analisar a interação entre os diferentes modos. Essa tarefa consiste em encontrar, no gráfico, os pontos mínimos correspondentes a cada um dos modos.

Conforme descrito em Mezzomo, 2007 com a realização de diversas análises de estabilidade através do MFF é possível fazer as seguintes observações a respeito dos modos de flambagem dos perfis de aço formados a frio:

- O modo local ocorre para comprimentos de meia-onda inferiores à maior dimensão característica de um perfil. Isso se deve ao fato de que, para placas simplesmente apoiadas, a flambagem se manifesta em ondas quadradas ao longo do comprimento [Yu, 2000], ou seja, o comprimento de meia-onda é igual à largura da placa. Assim, qualquer restrição adicional que um elemento adjacente do perfil ofereça à borda da chapa analisada (interação), o comprimento de flambagem será menor;

- O modo global ocorre para grandes comprimentos de meia-onda. Não existem mínimos correspondentes à flambagem global, assim, uma barra sempre flamba globalmente com uma meia-onda ao longo do comprimento. Ou seja, o comprimento de flambagem de um perfil que sofra flambagem global, analisado pelo CUFSM, é sempre igual ao próprio comprimento do perfil, o que limita a análise desse modo de flambagem;

- O modo distorcional ocorre para comprimentos de flambagem intermediários. Muitas vezes, o modo distorcional interage com o modo global para um grande faixa de comprimentos de meia-onda. Nesses casos, o gráfico de  $FC$  em função de  $L_f$  não apresenta mínimos correspondentes a esse modo, o que pode dificultar a análise do Método da Resistência Direta.

Atualmente, estão sendo desenvolvidas técnicas de decomposição e identificação modal juntamente com o MFF. Essas técnicas permitem o tratamento de cada um dos modos isoladamente.

Para o cálculo da flambagem global, é conveniente o uso de expressões analíticas, como as apresentadas nos itens 9.7 e 9.8 da revisão da norma NBR 14762 minuta 6, junho 2009.

## **2.5 Método das Faixas Finitas Restringidas (MFFr)**

Nos atuais programas computacionais para a realização de análise de estabilidade em perfis formados a frio (PFF) não há uma forma clara e satisfatória para a identificação dos modos de flambagem.

Apesar disso, as normas de dimensionamento de PFF demandam o cálculo correto das tensões críticas de flambagem elástica, já que a força de colapso depende destes valores. Isto é implementado através de curvas de flambagem que definem as relações entre a força crítica elástica e a força última em função da esbelteza da barra ou da chapa. Estas curvas têm embutida a influência das imperfeições e da reserva de resistência de cada tipo de flambagem.

Não somente o valor da força crítica é crucial, mas evidentemente o modo de flambagem também, este que serve para determinar apropriadamente o efeito das imperfeições e a possível reserva pós-flambagem. Os perfis formados a frio estão sujeitos a três modos de flambagem, que são: local, distorcional e global.

Em Ádány, 2006 descreve-se que os modos de flambagem que não possuem nem um tipo de interação são chamados modos de flambagem puros, passando a denominar-se flambagem local pura, flambagem distorcional pura e flambagem global pura.

Os três modos distintos de flambagem apresentam características comportamentais de reserva pós-flambagem próprias. No caso do modo local, pode apresentar uma reserva pós-flambagem significativa, principalmente em elementos mais esbeltos, onde o comportamento é inicialmente elástico, já a flambagem distorcional apresenta reserva pós-flambagem, mas menor que a apresentada na flambagem local, a flambagem global não apresenta reserva pós-flambagem e a capacidade da barra é menor que sua força crítica elástica. Portanto, fica evidente a importância de se classificar claramente os modos de flambagem que a estrutura apresenta, para poder calcular corretamente a força de colapso.

O cálculo e a identificação unívoca da força crítica associada com um dado modo de flambagem não é um problema fechado, entretanto, vários métodos existem.

Uma alternativa é o MFF descrito na seção 2.4 acima, mas como se encontram seções transversais onde a identificação dos modos de flambagem não é clara, sendo difícil a assimilação via este método (MFF), Ádány e Schafer, 2006 propuseram uma extensão ao Método das Faixas Finitas convencional, este nomeado por Método das Faixas Finitas Restringidas (MFFr), apresentado com o intuito de identificar adequadamente os modos críticos de flambagem e de calcular corretamente as forças críticas elásticas. Este novo método tem como objetivo efetuar a decomposição total da solução de estabilidade elástica de uma barra de parede fina e seção transversal aberta, em modos de flambagem mecanicamente consistentes, vinculados com os três modos de flambagem tradicionais, isto é, global, local, distorcional e os que não se podem classificar dentre os três grupos anteriores serão considerados no grupo outros modos.

A definição dos modos de flambagem local (L), distorcional (D), global (G) e outros (O) são determinados através de três critérios que estão descritos abaixo:

### **CRITÉRIO 1:**

Hipótese de Vlasov:

(a)  $\gamma_{xy} = 0$  (não existem deformações de corte (distorções) no plano da chapa (faixa));

(b)  $\varepsilon_x = 0$  (não existem deformações específicas transversais no plano da chapa);

(c)  $v = f(x)$  (deslocamento na direção longitudinal - eixo  $y$ ) é função linear de  $x$  dentro da parte plana (entre duas dobras), permitindo o empenamento.

### CRITÉRIO 2:

Empenamento Longitudinal:

(a) o deslocamento do empenamento ( $v$ ) não é igual a zero ao longo de toda a seção transversal (embora no critério 1 permita o empenamento, nada impede dele ser nulo, já no critério 2 ele obrigatoriamente tem que ser diferente de zero), o que implica que  $\varepsilon_y \neq 0$  já que

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y};$$

(b) a seção transversal está em equilíbrio transversal.

### CRITÉRIO 3:

Seção indeformada:

Curvatura (no plano  $xz$ )  $k = 0$  (não existe flexão transversalmente - a seção transversal permanece rígida).

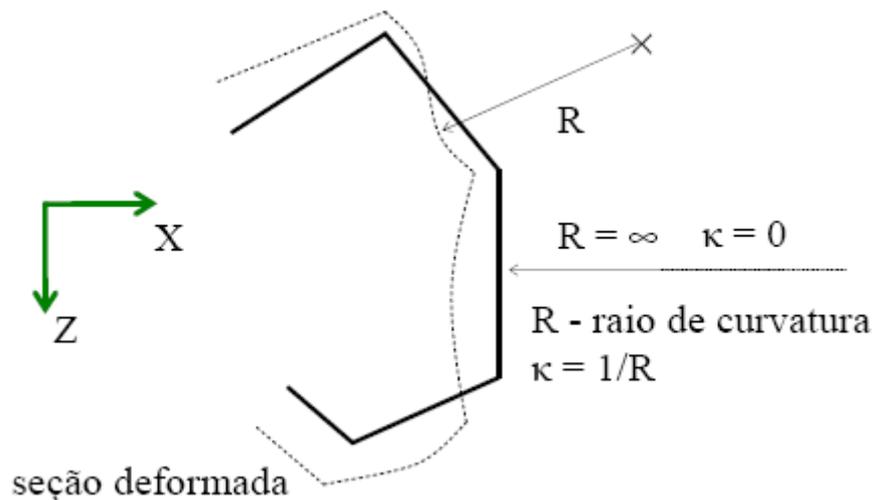


Figura 2.11: Seção transversal indeformada e deformada (Fonte: Grigoletti, 2008)

**Tabela 2.1: Critérios para a seleção dos modos de flambagem**

Critérios	Modos			
	Global	Distorcional	Local	Outros
Critério 1	sim	sim	sim	Não
Critério 2	sim	sim	não	-----
Critério 3	sim	não	-----	-----

Portanto, através da Tabela 2.1 podemos observar que:

Modo Global (G) – satisfaz os três critérios acima;

Modo Distorcional (D) – satisfaz apenas os critérios 1 e 2;

Modo Local (L) – satisfaz apenas o critério 1, o critério três é irrelevante;

Modo Outro (O) – são aqueles que não satisfazem o critério 1.

O critério 1 tem ligação com a teoria clássica de vigas, ou, hipótese de Vlasov, e restringe certas deformações de membrana, enquanto permite o empenamento. O critério 2 indica que o empenamento não deve ser nulo, tal condição define a separação entre as deformações locais de chapa que não tem nenhuma deformação no plano médio da chapa (somente flexão) e os outros modos de deformação. O critério 3 verifica se a seção transversal não se deforma (distorção da seção transversal) e fornece um meio de separar o modo global (G) do modo distorcional (D).

## 2.6 Método dos Elementos Finitos (MEF)

Segundo Zienkiewicz, 1982 o uso do MEF pode contornar as limitações apresentadas pelo MFF. O perfil também é discretizado na direção longitudinal, gerando uma malha de elementos finitos. São usadas funções polinomiais para interpolar os deslocamentos nodais tanto nas direções transversais da seção quanto na direção do comprimento da barra. Qualquer tipo de condições de contorno e carregamento pode ser utilizado. Além disso, o carregamento, as propriedades geométricas da seção e as restrições podem variar ao longo do comprimento da barra analisada.

O programa de elementos finitos com que se trabalha neste estudo foi o Ansys, sistema comercial que permite realizar diversos tipos de análises tanto na área estrutural como em outras áreas da engenharia [Ansys v.10.0]. Neste trabalho foram desenvolvidos cálculos das forças elásticas de flambagem e também se realizaram uma estimativa da força de colapso do perfil considerando no modelo dos perfis a não-linearidade física e geométrica.

## 2.7 Algoritmos Genéticos na Otimização Estrutural

Usando-se uma técnica matemática de otimização, podemos buscar melhores dimensionamentos com a eficácia necessária, porque se pode selecionar a melhor solução entre as inúmeras possíveis, tendo como base critérios e restrições de projeto definidos em um modelo matemático, no qual a solução ótima é obtida através de um processo sistemático de busca.

Perfis formados a frio têm sua resistência controlada por uma combinação dos modos de flambagem local, distorcional e global e resistência do material, tendo neste caso um comportamento não-linear. Isso faz com que esquemas de otimização tradicionais baseados nos cálculos de gradientes, que utilizam a formulação que descrevem o comportamento de perfis formados a frio para a função objetivo, sejam ineficientes e limitadas quanto a sua habilidade em pesquisar o espaço de soluções da forma da seção transversal [Liu, 2004].

Para não haver a necessidade de simplificações em formulações que avaliam a função objetivo ou pelo alto esforço computacional, há a necessidade de se escolher um algoritmo que seja suficientemente robusto para se adaptar a um espaço de busca com relativa complexidade e que ainda permita uma modelagem numérica refinada do problema físico apresentado.

Os Algoritmos Genéticos (AGs) são uma alternativa dentro destas características, pois são conhecidos como uma ferramenta de robustez elevada, tendo um caráter estocástico, utilizando um conjunto de operações que buscam a solução ótima seguindo regras onde o fator aleatório está presente, sem a necessidade de muitas informações a respeito do comportamento do gradiente da função estudada, apenas das informações contidas no valor da própria função a ser otimizada.

Os Algoritmos Genéticos constituem um método estocástico de solução de problemas de otimização, criado por Holland, 1975, e desenvolvido por diversos pesquisadores, com destaque para Goldberg, 1989. Os AGs são algoritmos matemáticos baseados nos mecanismos da evolução natural e recombinações genéticas. A técnica utilizada pelos AGs é baseada no princípio Darwiniano de reprodução e sobrevivência dos mais aptos. Isto é obtido a partir de uma população de indivíduos (soluções), representados por cromossomos (palavras binárias ou com outro tipo de codificação), cada um associado a uma aptidão (avaliação do problema), que são submetidos a um processo de evolução (seleção, reprodução, recombinação e mutação) por vários ciclos (gerações).

Nos Algoritmos Genéticos, busca-se a solução ótima a partir de uma população definida por diferentes pontos no domínio da função estudada. Ao término do processo tem-se um conjunto de soluções, das quais se pode escolher a melhor ou simplesmente, dentre as melhores,

aquela que for viável. A principal diferença entre os métodos clássicos de otimização e os AGs é que estes não se prendem tão facilmente a ótimos locais, uma vez que trabalham com uma população de prováveis soluções (pontos), realizando uma busca em uma grande região. Assim, diz-se que os AGs são bons algoritmos para localizar rapidamente regiões promissoras do espaço de procura, apesar de serem lentos para refinar estas mesmas soluções.

### 2.7.1 Estrutura do Algoritmo Genético

Os AGs partem de uma população inicial aleatória que gera indivíduos para a próxima geração, o processo só chega ao fim (converge) quando for atingido o número máximo de gerações ou então quando for satisfeito outro critério de parada como, por exemplo, a diversidade de população (medida através do desvio padrão das soluções encontradas) atinja um limite pré-estabelecido. As principais etapas de um Algoritmo Genético são apresentadas a seguir.

**Definição do Tamanho da População:** Indica quantos indivíduos existem em cada geração. Este tamanho geralmente é função da quantidade de variáveis de projeto envolvidas na otimização, assim como a complexidade da função a ser otimizada. Com um número maior da população, há mais chances do algoritmo varrer o espaço de procura, reduzindo assim a chance do algoritmo convergir para uma solução mínima local, que não seja um mínimo global. Porém um grande número de indivíduos na população significa mais avaliações da função objetivo a ser otimizada, fazendo com que o processo evolua mais lentamente, ocupando maior tempo computacional.

**Função de Aptidão:** A definição da função de aptidão é uma das mais importantes fases dos operadores genéticos porque é ela a responsável por mapear o problema real à formulação do algoritmo genético e sem uma boa definição desta função pode-se não alcançar com êxito a solução ótima. Esta função pontua cada conjunto de cromossomos de um indivíduo na população de acordo com a função objetivo, para posteriormente, baseado neste score, serem selecionados para a reprodução.

**Seleção:** Esse processo seleciona os indivíduos que servirão como pais para a próxima geração. Dentre os métodos clássicos mais comuns de seleção, pode-se citar o Método da Roleta e a Seleção por Torneio.

**Cruzamento (“Crossover”):** É a recombinação de material genético entre dois indivíduos, gerando novos indivíduos, obedecendo a uma probabilidade de cruzamento.

**Mutação:** Ocorre a modificação dos genes de um indivíduo que vai compor a próxima geração, satisfazendo uma probabilidade de mutação.

**Elitismo:** É um método que repete o melhor indivíduo de uma população para a geração seguinte sem passar pelo processo seletivo. Este processo visa não perder a informação genética adquirida a qual, pelo caráter eminentemente aleatório do processo, poderia vir a ser destruída, levando a oscilações próximas ao valor ótimo final.

**Finalização:** Verifica se as condições de encerramento da evolução foram atingidas, retornando para a etapa de avaliação em caso negativo e encerrando a execução em caso positivo.

### **3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### **3.1 Cantoneira de Aço Formada a Frio.**

Na literatura encontram-se trabalhos que estudam o comportamento de perfis de aço formados a frio convencionais. Embora as cantoneiras apresentem visivelmente seção transversal simples ao se comparar com outros perfis de aço formados a frio, na literatura ainda há discordâncias sobre o procedimento de cálculo com relação aos modos de flambagem e a interação entre eles. Apresenta-se a seguir alguns dos trabalhos encontrados na área.

Young, 2004 apresenta resultados experimentais feitos em cantoneiras simples submetidas à força de compressão centrada. Os resultados experimentais mostram que a norma norte-americana de 2001 e a australiana de 1996 para perfis de aço formados a frio são muito conservadoras, pelo fato destas normas considerarem os valores de força de flambagem global por torção e flexo-torção muito inferiores aos relativos à flexão, conduzindo a resultados teóricos muito inferiores a realidade dos ensaios por ele realizado. Tal fato conduziu Young a concluir que se consideraria somente o modo de flexão nos cálculos de resistência das barras, desconsiderando-se o modo de torção e flexo-torção.

Chodraui, 2006 realizou uma série de ensaios de compressão centrada em alguns tipos de perfis de aço formados a frio, neste incluindo cantoneira simples. Ao contrário dos ensaios realizados por Young (2004), Chodraui mostra em seus ensaios que desconsiderar o modo de flexo-torção no cálculo de resistência das barras pode resultar em valores contra a segurança.

Recentemente Maia, 2008 realizou ensaios em cantoneiras simples e enrijecidas, utilizando o Método da Largura Efetiva (MLE), o Método da Resistência Direta (MRD) via programa CUFISM, o Método dos Elementos Finitos (MEF) via Ansys e ensaios experimentais. O autor conclui que utilizando o MLE e o MRD à consideração somente do modo de flexão no cálculo da resistência das barras é contra a segurança, por outro lado considerar o modo de flexo-torção implica em resultados conservadores.

#### **3.2 Tensões Residuais**

Nesta seção fez-se uma revisão bibliográfica em relação às tensões residuais, para obter informações sobre a necessidade ou não de sua inclusão no modelo numérico de elementos finitos, onde são citadas algumas conclusões obtidas por determinados autores.

A presença das tensões residuais ocorre antes mesmo dos perfis serem solicitados. O resfriamento de forma desigual das chapas laminadas a quente e os processos de fabricação como, conformação a frio e soldagem são exemplos das principais formas de aparecimento

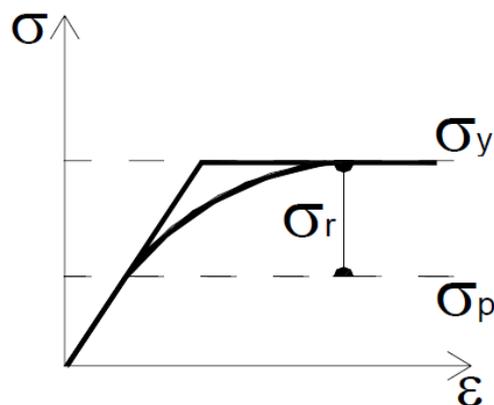
destas tensões residuais. Os valores e a distribuição destas tensões dependem basicamente da geometria da seção transversal, processo produtivo e tipo do aço.

Dentro dos métodos para avaliação das tensões residuais temos o método de seccionamento em tiras e métodos não destrutivos como o raio-X.

Em perfis laminados as tensões residuais são de origem térmica, pois quando há o término do processo de laminação, as partes mais expostas do perfil se resfriam mais rapidamente, para conter esse resfriamento do restante do perfil, essas partes se comprimem, tornando as demais conseqüentemente tracionadas. Nos perfis soldados, o processo de solda causa um gradiente térmico adicional às tensões de fabricação das chapas, enquanto em perfis formados a frio, as tensões residuais são provenientes do processo mecânico que ocorre em sua conformação.

Pode-se observar que os diferentes modos de inserção de tensões residuais nos perfis soldados, laminados e formados a frio originam comportamentos estruturais diferenciados. Por utilizarem chapas mais espessas, os perfis originados dos processos de laminação e soldagem, apresentam uma variação mais significativa no valor das tensões residuais ao longo da espessura comparada com os perfis formados a frio, onde isso não ocorre, por apresentarem espessuras de chapa menores.

Tensões residuais ( $\sigma_r$ ) causam a redução da tensão de proporcionalidade ( $\sigma_p$ ) (tensão máxima do trecho linear do diagrama tensão-deformação), através disso, para tensões com valores acima da tensão de proporcionalidade, o regime elástico passa para elasto-plástico, como pode ser visto na Figura 3.1.



**Figura 3.1: Influência da tensão residual no diagrama tensão-deformação (Fonte: Chodraui, 2006)**

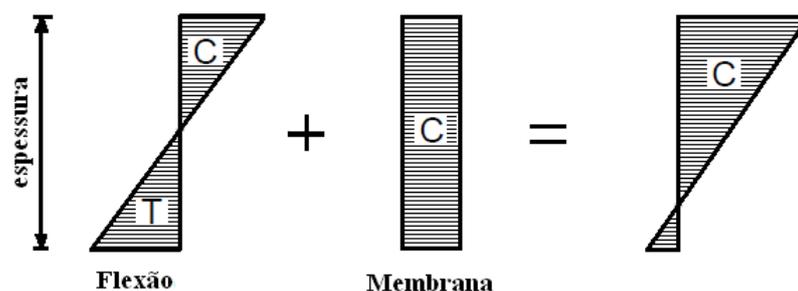
Conforme Huber, 1954 a presença de tensões residuais é um dos principais motivos da não-linearidade do trecho do diagrama tensão-deformação para tensões superiores a tensão de

proporcionalidade, portanto, para seções sem tensões residuais o comportamento do diagrama tensão-deformação tenderia para elasto-plástico perfeito.

Weng e Peköz, 1990 chegaram a conclusões a partir de resultados experimentais em perfis U de aço formados a frio, que as tensões residuais apresentam algumas particularidades:

- Há tensões residuais de tração na superfície externa e de compressão na superfície interna do perfil;
- Devido ao trabalho a frio, as tensões residuais nos cantos da seção transversal do perfil podem ser desconsideradas no cálculo, pois há um aumento da resistência ao escoamento compensado isso;
- Os valores das tensões residuais estão entre 0,25 e 0,75 da resistência ao escoamento do aço virgem;
- A forma geral de distribuição de tensões residuais segue um padrão igual para todas as seções transversais.

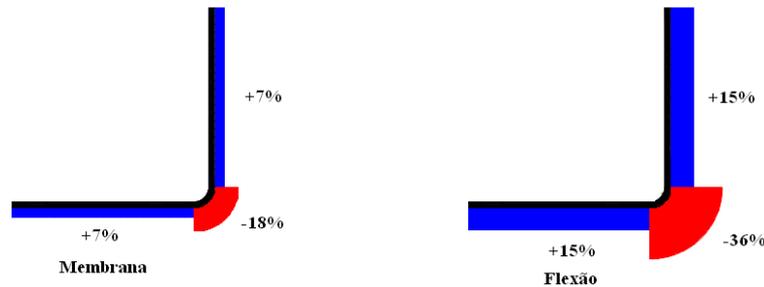
Schafer, 1997 e Schafer e Peköz, 1998 destacam que as tensões residuais nos perfis formados a frio são constituídas de duas parcelas, uma de membrana e outra de flexão (Figura 3.2). Chegou-se a essa conclusão pelo fato de se medir as tensões residuais em laboratório, extensômetros colocados na mesma posição (um externo e outro interno) geralmente fornecem leituras de compressão em uma das faces e de tração na outra, porém com diferentes magnitudes. Portanto pode-se sobrepor as tensões de compressão constante ao longo da espessura com um gradiente simétrico de tensão ao longo da espessura com tração em uma face e compressão na oposta.



**Figura 3.2: Tensões residuais em perfis de aço formados a frio: de flexão e de membrana (Fonte: adaptado de Schafer e Peköz, 1998)**

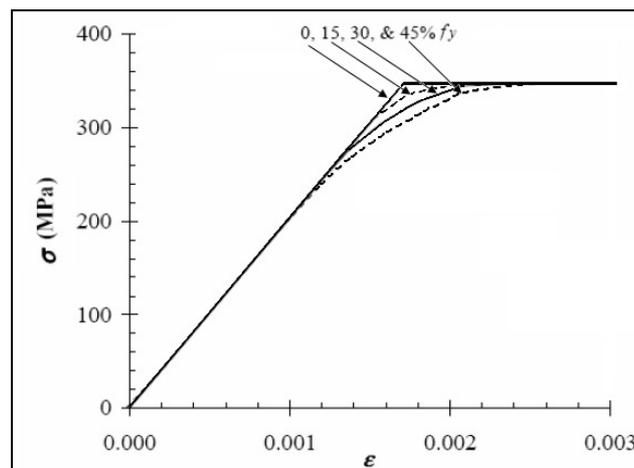
Schafer, 1997 cita que as tensões residuais de membrana estão muito mais presentes em perfis soldados e laminados, apresentando valores muito baixos nos formados a frio, isso ocorre especialmente nas regiões de dobras do perfil, o que torna justificável sua adoção nos modelos numéricos somente se for considerado também o efeito do trabalho a frio nesta região. Por outro

lado, as tensões residuais de flexão apresentam valores maiores com relação aos de membrana para perfis formados a frio, portanto a adoção deste tipo de tensão residual no modelo numérico pode ser feita utilizando-se um valor médio conforme apresentado na Figura 3.3.



**Figura 3.3: Tensões residuais médias medidas em uma cantoneira simples, porcentagem de  $f_y$  (Fonte: adaptado de Young, 2005)**

Schafer, 1997 apresenta um modelo bilinear para o diagrama tensão-deformação como alternativa aproximada à utilização das tensões residuais de flexão, para ser utilizado quando as tensões residuais não forem utilizadas explicitamente (Figura 3.4).



**Figura 3.4: Influência da tensão residual de flexão no diagrama tensão-deformação (Fonte: modificada de Schafer, 1997)**

Por não existir consenso quanto a este aspecto das tensões residuais, um dos motivos principais é pelo fato de não existir muitos trabalhos referentes a esta questão, com isso, na maioria dos casos as tensões residuais são negligenciadas nos modelos numéricos, ou então, utiliza-se diagramas de tensão-deformação modificados, buscando considerar as tensões residuais de forma aproximada.

Chodraui, 2006 faz uma revisão bibliográfica sobre a influência das tensões residuais na resistência das barras e conclui através de análises feitas por ele que os resultados de resistência máxima dos perfis não apresentam diferenças significativas com relação a modelos sem a inserção de tensões residuais nos perfis de aço formados a frio.

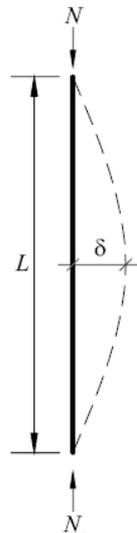
### 3.3 Imperfeições Geométricas Iniciais

As imperfeições geométricas iniciais são geralmente naturais do processo produtivo dos perfis formados a frio, por isso considerar barras perfeitamente retas e chapas retilíneas ao longo de seu eixo é uma prática inadequada.

Barra submetida à compressão centrada na verdade sofre uma flexo-compressão desde o início do carregamento, devido aos esforços de flexão originados pelas imperfeições iniciais, ocorrendo deslocamentos laterais nos elementos que constituem o perfil, isso resulta em esforços adicionais que por sua vez podem vir a comprometer a resistência máxima de uma barra comprimida.

Em 1807 Young propôs uma função senoidal para poder representar a imperfeição inicial global da barra, essa função por sua vez é de modo aproximado, mas pode ser aceitável em vários casos em virtude da variação das imperfeições verificada na prática. Mas essa função senoidal aproximada de Young representa somente a imperfeição global do eixo da barra, não abordando as imperfeições localizadas das chapas que compõem o perfil.

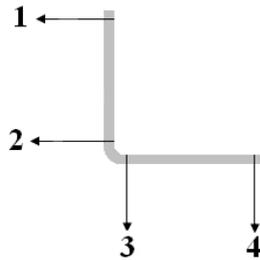
Para esse modo global a imperfeição máxima é considerada na metade da barra, assumindo uma forma de senóide (Figura 3.5).



**Figura 3.5: Imperfeição global proposta por Young**

Chodraui, 2006 apresenta resultados de medições de imperfeições realizadas em cantoneiras simples. Foram feitas as medidas em quatro pontos da seção transversal da cantoneira simples, conforme ilustrado na Figura 3.6. No entanto, os deslocamentos máximos, por sua vez, resultam da superposição de deslocamentos oriundos da configuração deformada do eixo da barra (global), da ondulação dos elementos (chapas) e distorção da seção transversal, e não há uma maneira segura para se dividir tais imperfeições respectivas a cada modo.

Conforme Chodraui, 2006 uma maneira coerente, é ler os deslocamento máximo somente nos pontos referentes aos cantos da seção transversal, por serem regiões mais rígidas apresentam menos influência dos deslocamentos associados aos modos locais. Tendo em mente que a função senoidal de Young é conhecida por se avaliar a imperfeição geométrica relativa ao modo global, foi criada uma estratégia para avaliar as imperfeições geométricas globais, que consistiu em minimizar o erro ao longo do comprimento das barras entre os valores medidos de imperfeição e a curva senoidal clássica de Young. Os valores obtidos variaram de  $L/672$  a  $L/11950$ .



**Figura 3.6: Pontos onde foram medidas as imperfeições geométricas iniciais em uma cantoneira simples (Fonte: Chodraui, 2006)**

Young, 2004 analisa três cantoneiras simples e apresenta seus resultados com relação às imperfeições geométricas iniciais, para a leitura destas imperfeições localizadas o autor citado mede as duas abas do perfil ao longo de seu comprimento, encontrando como resposta valores máximos de  $L/2950$ ,  $L/2150$  e  $L/1970$  em cada uma das seções.

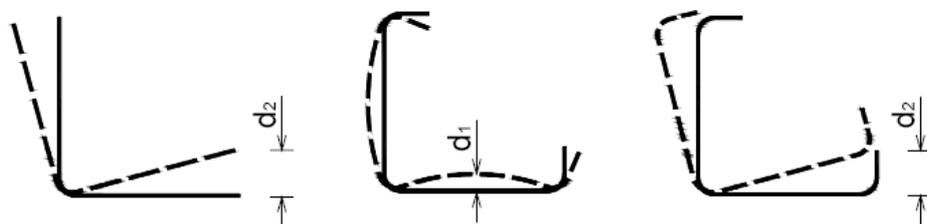
Para as imperfeições localizadas, Schafer e Peköz, 1998 apresentam uma pesquisa analisando dados disponíveis na literatura referente às imperfeições geométricas de elementos com borda apoiada e livre. Apresentam também uma análise CDF (função de distribuição cumulativa estimada) elegendo quantis de probabilidade de excedência das imperfeições a serem adotadas em modelos numéricos. Esta análise foi sumarizada em uma tabela, que foi adaptada por Chodraui, 2006, e apresentada abaixo (Tabela 3.1).

Na tabela,  $p$  significa a probabilidade de que um valor de imperfeição selecionado aleatoriamente  $\Delta$  exceda um valor de imperfeição discreto determinístico  $d$ , ou seja, a probabilidade de que os valores da imperfeição geométrica inicial medidos e que constam desse banco de dados sejam maiores que os adotados nos modelos numéricos. Como exemplo na Tabela 3.1,  $p(\Delta > d) = 0,5$  corresponde a um valor de  $d/t$  de 0,34 para o tipo 1 e 0,94 para o tipo 2 de imperfeições, portanto, adotando esses valores de relação  $d/t$ , existem 50% de chance de que o banco de dados de imperfeições coletados na literatura exceda os valores adotados para a análise numérica.

Também na Figura 3.7 pode ser visto os parâmetros das imperfeições geométricas iniciais.

**Tabela 3.1: Análise probabilística CDF para imperfeições geométricas iniciais do tipo 1 e tipo 2. (Fonte: Chodraui, 2006)**

$p(\Delta > d)$	Tipo 1 - $d_1/t$	Tipo 2 - $d_2/t$
0,75	0,14	0,64
0,50	0,34	0,94
0,25	0,66	1,55
0,05	1,35	3,44
0,01	3,87	4,47



**Figura 3.7 - Parâmetros das imperfeições geométricas iniciais**

Chodraui, 2006 apresenta comparações entre resultados experimentais e numéricos em sua tese de doutorado de vários tipos de perfis submetidos à força de compressão centrada, este, no entanto, com relação a cantoneiras simples concluiu que a imperfeição geométrica local que melhor apresentou resultados comparativos com os ensaios experimentais foi a do quantil de 75%, ou seja, tipo 2 com  $d_2/t = 0,64$ .

Maia, 2008 realizou ensaios teóricos e experimentais em cantoneiras simples e enrijecidas nas bordas e concluiu que a utilização das imperfeições geométricas iniciais nas análises pelo MEF mostra que os resultados mais próximos dos experimentais foram de  $d_2/t$  igual a 0,64 para o modo local e para o modo de flexo-torção e  $L/1500$  para o modo global de flexão. Já nas cantoneiras enrijecidas nas bordas os resultados que melhor se compararam com os ensaios experimentais foi com a utilização das imperfeições geométricas iniciais do tipo 1 com  $d_1/t = 0,14$  para o modo local, do tipo 2 com  $d_2/t = 0,64$  para o modo de flexo-torção e  $L/1500$  para o modo global de flexão.

### 3.4 Otimização em Estruturas Metálicas

Trabalhos que abordem otimizações de perfis de aço formados a frio podem ser encontrados em trabalhos como o de Seaburg e Salmon, 1971 onde foi feita a otimização de perfis com seção transversal cartola, neste, utiliza-se a técnicas de busca baseada em métodos

gradientes. Utilizam-se os critérios de projeto prescritos pela AISI de 1968 para avaliar a função objetiva. Foi apresentado apenas um único exemplo devido à complexidade numérica do problema.

Lu, 2003 faz a otimização de terças de aço formadas a frio. As terças devem satisfazer critérios prescritos na Eurocode 3, levando em conta a flambagem local e a flambagem distorcional. Com o programa de otimização foi utilizado o MFF para a determinação das forças críticas de flambagem elástica local e distorcional.

Liu et al., 2004 apresentam um novo método de otimização global, apropriado na otimização de PFF submetidos à compressão, onde usa a implementação numérica do método da resistência direta (MRD) como função objetivo, dispensando o cálculo de propriedades efetivas para obtenção da força última.

Kripka e Pravia, 2006 desenvolvem um estudo numérico com o objetivo de determinar o peso mínimo de perfis formado a frio de seção transversal U e U enrijecido nas bordas, submetidos à força de compressão. Os modos de falha considerados incluem escoamento da seção, flambagem global por flexão, flexo-torção e flambagem local de chapa. A função objetiva se baseia nos preceitos da norma AISI, 2001. Diversas simulações numéricas são apresentadas com o intuito de validar o procedimento empregado.

Mezzomo, 2007, faz um estudo da otimização de telhas de aço formadas a frio utilizando AGs. Neste trabalho foram propostas diferentes funções objetivo, relacionadas com a minimização da flecha, a maximização da força crítica de flambagem elástica e a maximização da área de cobertura, baseando-se na análise feita pelo software de elementos finitos ANSYS.

Recentemente Grigoletti, 2008 desenvolveu um estudo otimizando perfis de aço formados a frio com seções transversais U e U enrijecido nas bordas sob compressão centrada, utilizando como função objetivo o MRD trabalhando em conjunto com o Método das Faixas Finitas Restringidas (MFFr). Análises numéricas não-lineares físicas e geométricas foram desenvolvidas para verificação dos resultados das seções otimizadas.

## 4. METODOLOGIA

### 4.1 Análise via Método da Largura Efetiva (MLE)

As barras submetidas à força de compressão centrada através do MLE foram analisadas por meio da revisão da norma brasileira de perfis de aço formados a frio ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009.

Para o desenvolvimento dos cálculos foi utilizado o programa Mathcad 14 (parte da rotina de cálculo desenvolvido está ilustrado na Figura 4.1 para melhor entendimento) que é uma ferramenta onde foi possível aplicar a formulação da norma, nos dando os respectivos resultados para cada comprimento de barra, tendo assim uma boa ferramenta de auxílio para a determinação dos resultados com mais agilidade e confiabilidade.

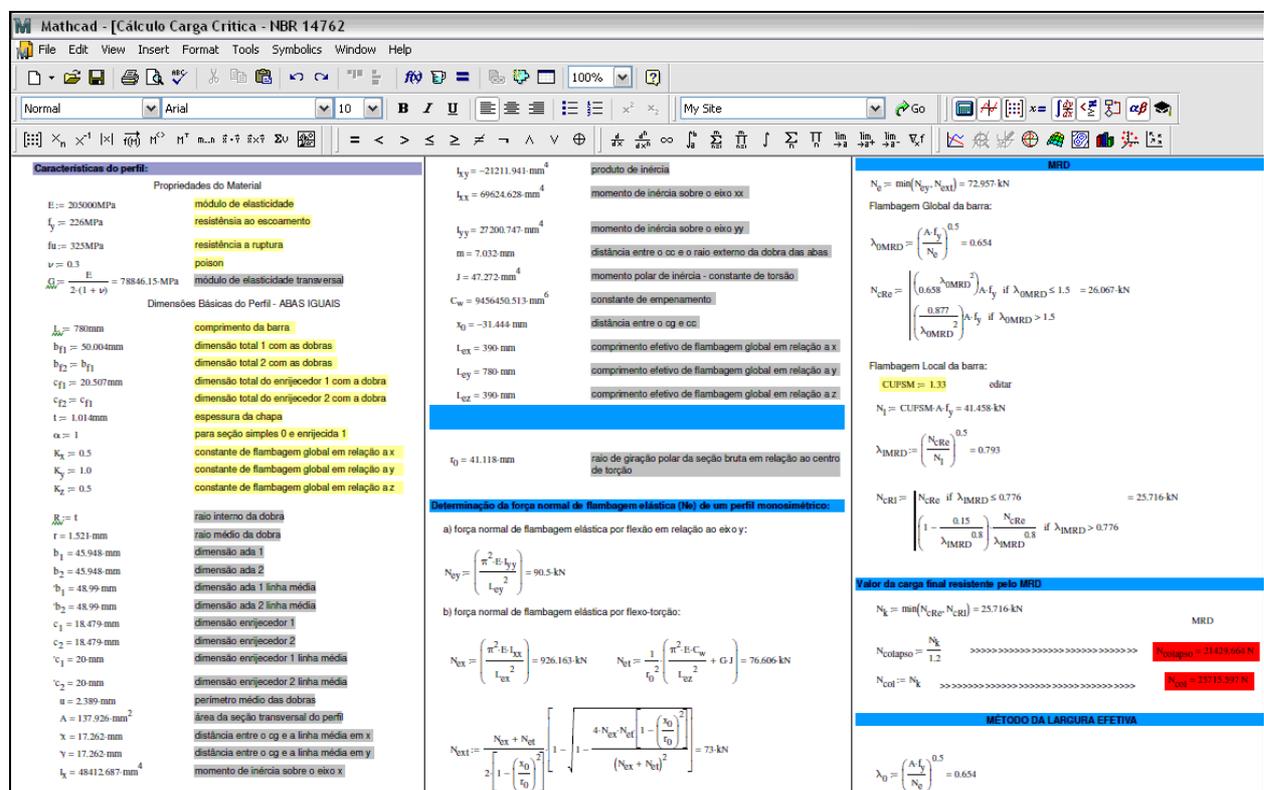


Figura 4.1: Parte da rotina de cálculo desenvolvido no programa Mathcad 14

### 4.2 Análise Numérica via Método da Resistência Direta (MRD)

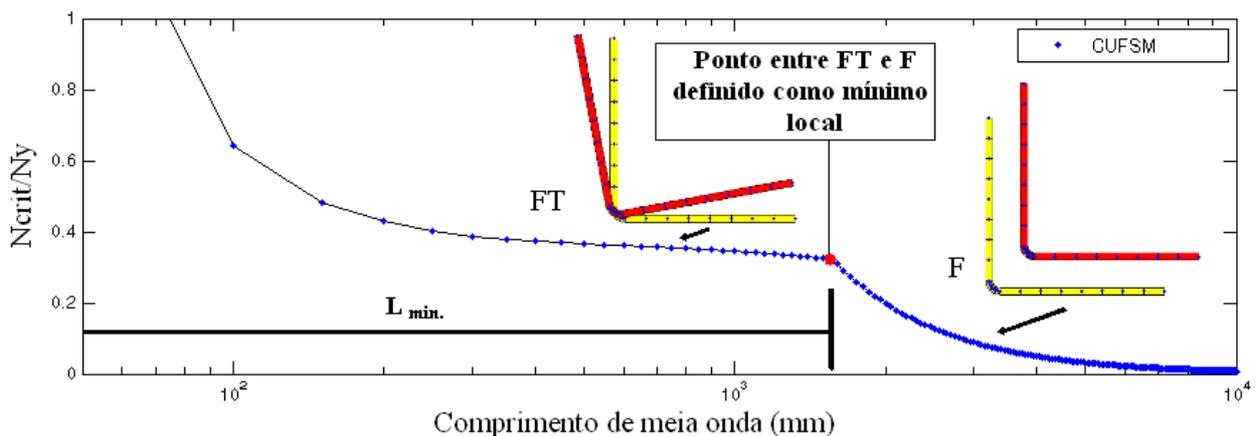
Nas análises através do MRD utiliza-se o programa CUFISM para as análises de flambagem elástica, já para a determinação da força de colapso utiliza-se a formulação contida no Anexo C da revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009.

Observa-se que para a determinação das forças críticas elásticas, no caso das cantoneiras simples e na comparação das cantoneiras enrijecidas utilizou-se o MFF convencional, já na

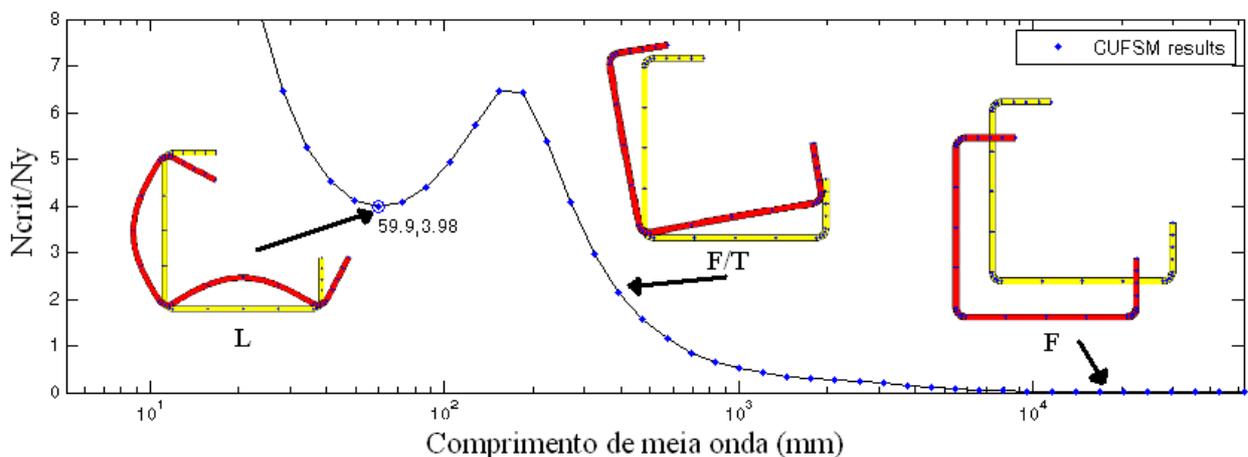
rotina de otimização de cantoneiras enrijecidas, se utilizou o MFFr, devido a que este último determina as forças críticas de flambagem elástica dos modos puros, com os quais o problema de otimização a ser resolvido fica bem posto (como discutido em Grigoletti, 2008).

Para a aplicação do MRD em ambas as seções (L e  $L_e$ ) optaram-se em considerar para o modo global o mínimo entre flexão e flexo-torção calculada conforme revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009. Como a cantoneira simples não apresenta um ponto de mínimo definido no programa CUFSM, como pode ser visto na Figura 4.2, utiliza-se para o modo local o ponto onde há mudança entre a flambagem flexo-torcional (F/T) e a flambagem flexional (F) [Maia, 2008] para barras com comprimento a partir desse ponto, porém para barras com comprimento menor que o comprimento  $L_{min.}$  (ver Figura 4.2) considerou-se o valor do fator de força respectivo ao comprimento da barra.

Na Figura 4.3 podemos visualizar uma análise de estabilidade elástica feita em uma cantoneira enrijecida utilizada na comparação das otimizadas.



**Figura 4.2: Análise de estabilidade elástica via programa CUFSM da cantoneira simples (MFF convencional)**



**Figura 4.3: Análise de estabilidade elástica via programa CUFSM da cantoneira enrijecida (MFF convencional)**

No caso da rotina de otimização da cantoneira enrijecida, se utiliza o Método das Faixas Finitas Restringidas para determinar as forças críticas de flambagem elástica. Uma explicação detalhada da metodologia empregada para isto pode-se encontrar em Grigoletti, 2008.

### 4.3 Ensaios Experimentais

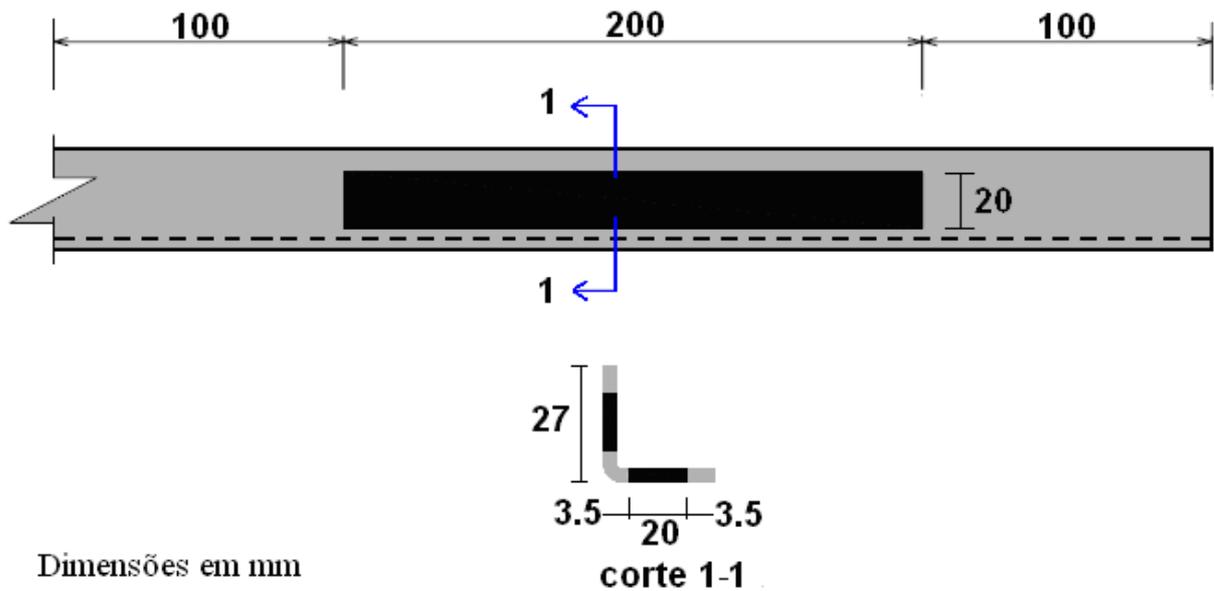
#### 4.3.1 Caracterização do Material

O material das chapas para a confecção das cantoneiras simples ensaiadas foi um aço SAE 1020 com espessura nominal de 1,06mm. Mesmo tendo as propriedades mecânicas tabeladas deste aço, buscou-se através do ensaio de tração determinar os valores da tensão ao escoamento e ruptura mais precisos para calibrar melhor os modelos numéricos. Na Figura 4.4 tem-se ilustrado a máquina utilizada para os ensaios de tração para a caracterização do aço e no detalhe o ensaio de um dos corpos de prova no momento da ruptura.



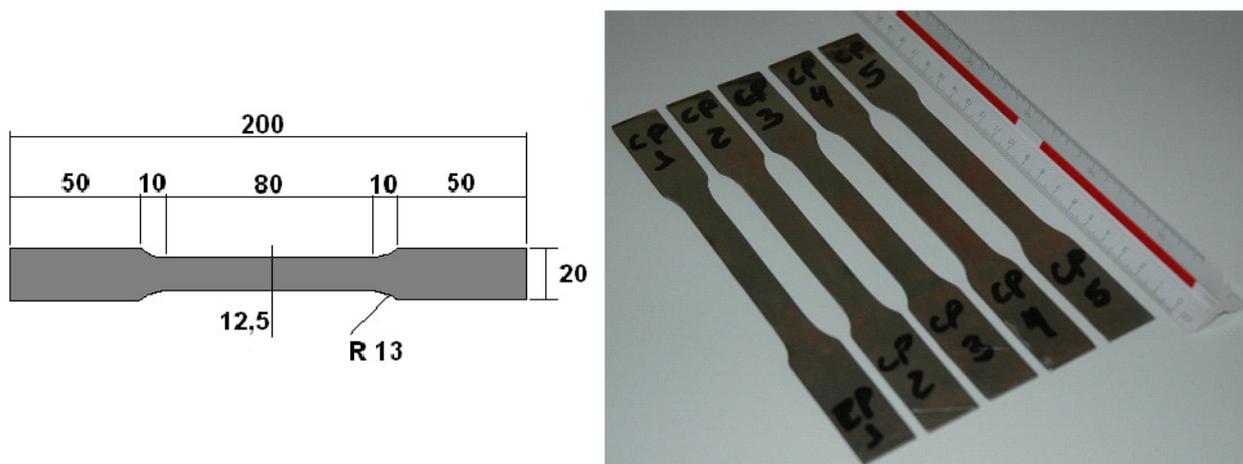
**Figura 4.4: Máquina utilizada para o ensaio de tração dos corpos de prova**

Como a revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009 no item 11.5 determina que para ensaios experimentais deve-se no mínimo realizar três ensaios com três corpos de prova idênticos, para a caracterização do aço, neste trabalho, foram selecionados as extremidades de 3 barras e delas foram extraídos 5 corpos de prova (Figura 4.5).



**Figura 4.5: Local da retirada dos corpos de prova na extremidade das barras**

Na Figura 4.6 temos as dimensões dos corpos de prova utilizados no ensaio de tração juntamente com uma foto dos cinco protótipos que foram submetidos ao ensaio de tração.



**Figura 4.6: Dimensões dos corpos de prova com foto ao lado dos cinco protótipos ensaiados (dimensões em mm)**

Apresenta-se na Tabela 4.1 os resultados dos ensaios com relação à resistência ao escoamento e ruptura juntamente com o alongamento dos cinco corpos de prova.

Observa-se que ocorreu um erro na aquisição de dados no ensaio do corpo de prova quatro, portanto este foi desconsiderado, mesmo sem este, permaneceu-se dentro das exigências da norma ABNT NBR 14762, onde esta recomenda no mínimo três ensaios idênticos.

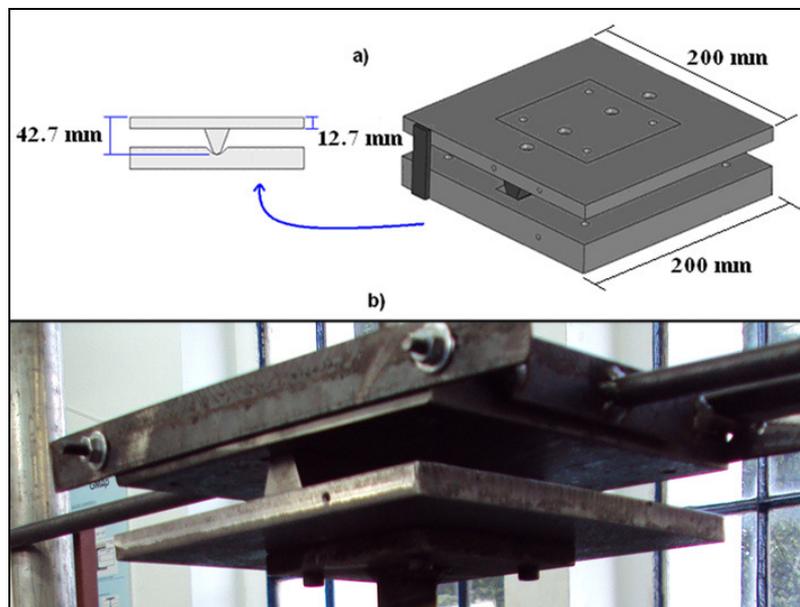
**Tabela 4.1: Resultados do ensaio de tração para caracterização do aço**

CP Nº	Área Média (mm <sup>2</sup> )	Escoamento			Ruptura			Alongamento % (L=80mm)
		Força (kN)	Tensão (MPa)	Tensão Média (MPa)	Força (kN)	Tensão (MPa)	Tensão Média (MPa)	
1	13,18	2,92	221,2	226,1	4,25	322,9	325,2	28,75
2	13,13	2,90	220,9		4,20	319,7		28,00
3	13,21	2,99	226,5		4,31	326,1		23,75
4	13,25	<i>Falha*</i>	<i>Falha*</i>		<i>Falha*</i>	<i>Falha*</i>		<i>Falha*</i>
5	13,21	3,11	235,7		4,39	332,1		30,63

\* Falha no software na hora da aquisição dos dados do ensaio

#### 4.3.2 Estrutura Desenvolvida para os Ensaios

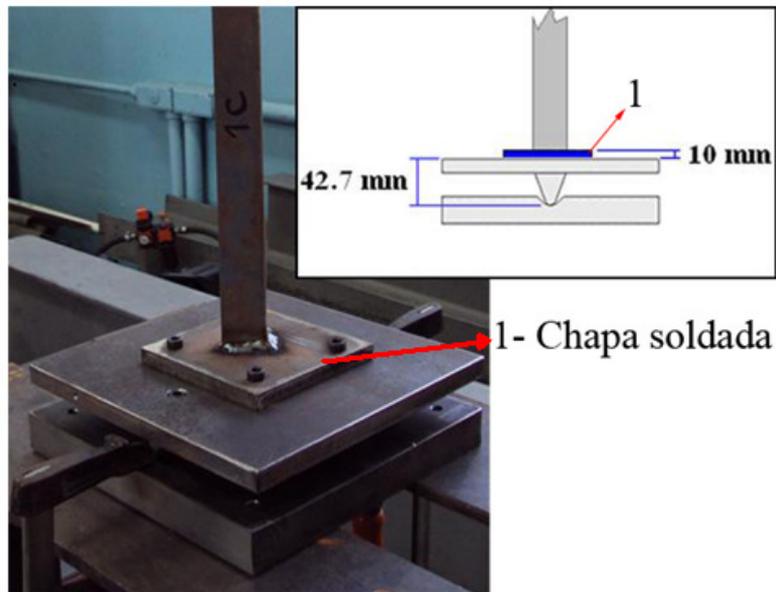
Foram confeccionados dispositivos de apoio para a fixação das extremidades dos perfis, feitos com base nos usados por Chodraui, 2006, dispositivos estes que permitem somente giro do perfil em relação ao eixo de menor inércia, restringindo, portanto giro com relação ao eixo de maior inércia, torção e empenamento, como pode ser visto na Figura 4.7.



**Figura 4.7: Dispositivo utilizado nas extremidades: a) Projeto utilizado para confecção com detalhe da dimensão entre a rótula e a chapa de fixação do perfil; b) Detalhe do dispositivo e da rótula confeccionado**

Observa-se que foram soldadas chapas de aço com espessura de 10,0 mm nas extremidades das barras para garantir o contato entre o perfil e o dispositivo de aplicação de

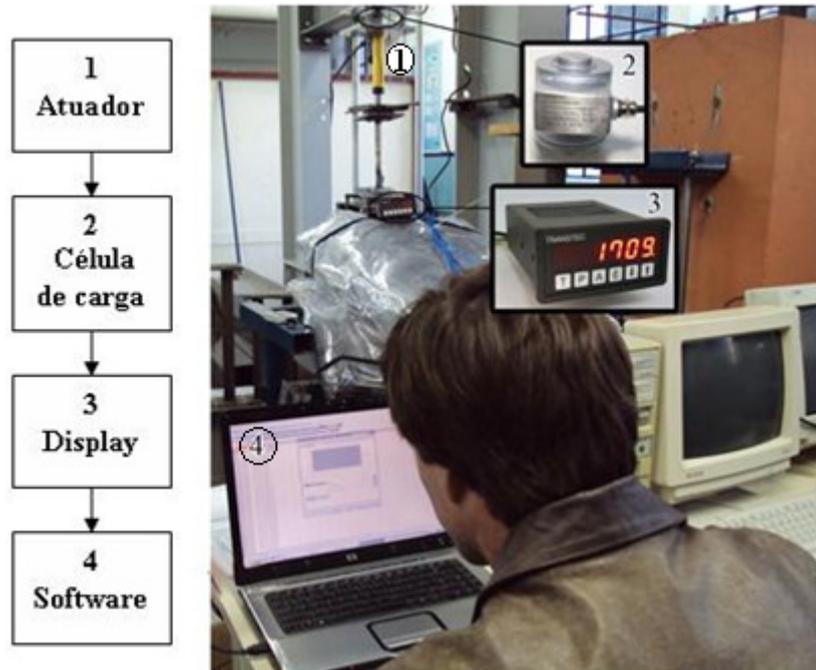
força. Foram feitos quatro furos alinhados nestas chapas com os dispositivos de extremidade, para garantir o alinhamento entre o eixo de menor inércia e as rótulas, como pode ser visto na Figura 4.8.



**Figura 4.8: Modelo da chapa soldada nas extremidades das cantoneiras**

Para o desenvolvimento dos ensaios experimentais foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Como atuador de força uma bomba hidropneumática Enerpac Turbo II de capacidade máxima de 10000 kgf (ponto 1 na Figura 4.9);
- Para medição dos esforços utilizou-se uma célula de carga Transtec N-500 com capacidade máxima de 10000 kgf (ponto 2 na Figura 4.9);
- Na leitura dos dados usou-se um display digital com um micro-processador Micropan com capacidade máxima de 10000 kgf, juntamente com o programa myPcLab versão 1.22. (ponto 3 na Figura 4.9).



**Figura 4.9: Instrumentos utilizadas nos ensaios experimentais**

Na Figura 4.10 apresenta-se outra vista dos equipamentos, corpo de prova e do pórtico utilizados antes de realizar os ensaios.



**Figura 4.10: Visão geral dos aparatos prontos para os ensaios experimentais**

#### **4.4 Análise Numérica via Método dos Elementos Finitos (MEF)**

##### **4.4.1 Aspectos Gerais da Modelagem Numérica**

A análise numérica via MEF adotada neste estudo utiliza os mesmos procedimentos testados por Grigoletti, 2008 (em sua tese de doutorado), onde consiste inicialmente em uma análise de flambagem elástica (“buckling”) por autovalores, no qual se solicitou do programa Ansys os 100 primeiros modos de flambagem, para poder capturar os modos de flambagem e a força crítica correspondente. Estes modos são utilizados para incorporar as imperfeições geométricas iniciais utilizadas na análise não-linear física e geométrica. Após esta análise de autovalores, incorporam-se as imperfeições geométricas obtidas partindo para uma análise não-linear física e geométrica, obtendo, no entanto a força e a forma de colapso da cantoneira de aço formada a frio sob compressão centrada (a análise não-linear realizada no Ansys para calcular a força de colapso permite considerar grandes deslocamentos e/ou deformações e a possibilidade de que aconteça plasticidade). Uma boa revisão dos fundamentos deste tipo de não-linearidade assim como a sua implementação no Método dos Elementos Finitos pode ser encontrada em Bathe, 1998. Para resolver as equações não lineares resultantes da implementação destas não-linearidades no contexto de elementos finitos, existem algoritmos específicos, o mais clássico é o método de Newton Raphson que é claramente apresentado na citada bibliografia.

Se acontecer “softening” na curva da resposta global do modelo força versus deslocamento é necessário utilizar algoritmos mais sofisticados, um dos mais empregados é o algoritmo de comprimento de arco proposto por Crisfield, 1981 e utilizado nos modelos numéricos deste estudo.

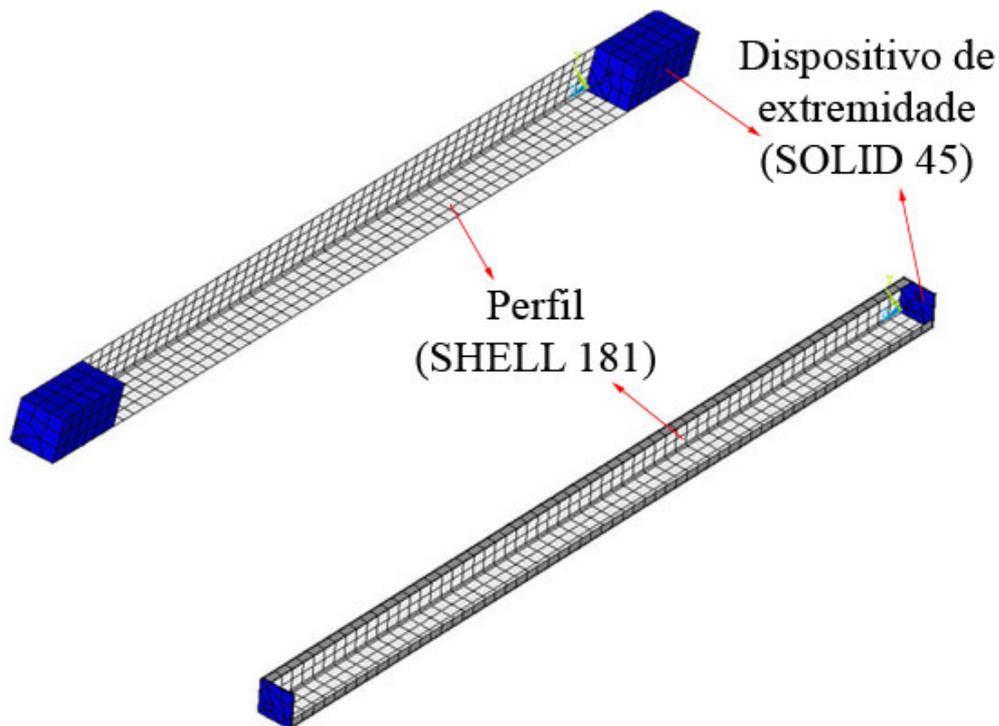
Observa-se que a rotina criada para as análises numérica via MEF foi calibrada através de ensaios experimentais feitos neste próprio trabalho e descrita na seqüência.

#### 4.4.2 Elemento e Malha Utilizada na Aplicação Desenvolvida

Para modelar os perfis formados a frio (PFF) utilizou-se um elemento do tipo casca, o elemento SHELL 181, que é um elemento que possui rigidez de membrana e de flexão, apresenta quatro nós, com seis graus de liberdade cada, três de rotação (ROT<sub>x</sub>, ROT<sub>y</sub> e ROT<sub>z</sub>) e três de translação (U<sub>x</sub>, U<sub>y</sub> e U<sub>z</sub>) em relação aos eixos x, y e z. Esse elemento pode considerar grandes deformações e grandes rotações.

Já para os dispositivos das extremidades, onde são aplicadas as restrições e a força utilizou-se um elemento sólido, o elemento SOLID 45, com oito nós, sendo três graus de liberdade por nó, os três de translação (U<sub>x</sub>, U<sub>y</sub> e U<sub>z</sub>).

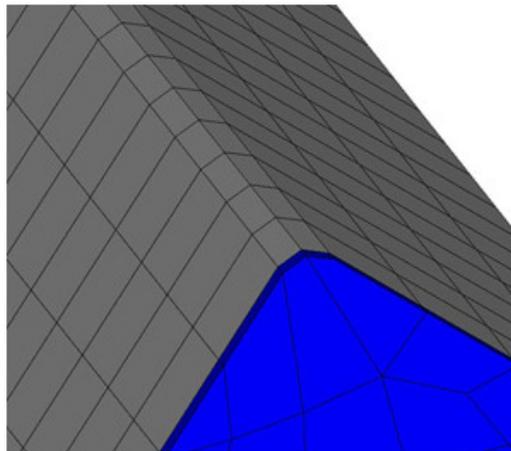
Na Figura 4.11 podemos visualizar o modelo discretizado com os dispositivos de extremidade e com a malha gerada.



**Figura 4.11: Ilustração do modelo de ambas as cantoneiras em estudo**

Desenvolveram-se os perfis de tal forma que as suas seções transversais estão sobre os eixos  $x$  e  $y$  e o comprimento das barras fica, portanto no eixo  $z$ . Para as modelagens das seções transversais foi considerada a linha média e com cantos sempre arredondados, com raio interno igual à espessura do perfil.

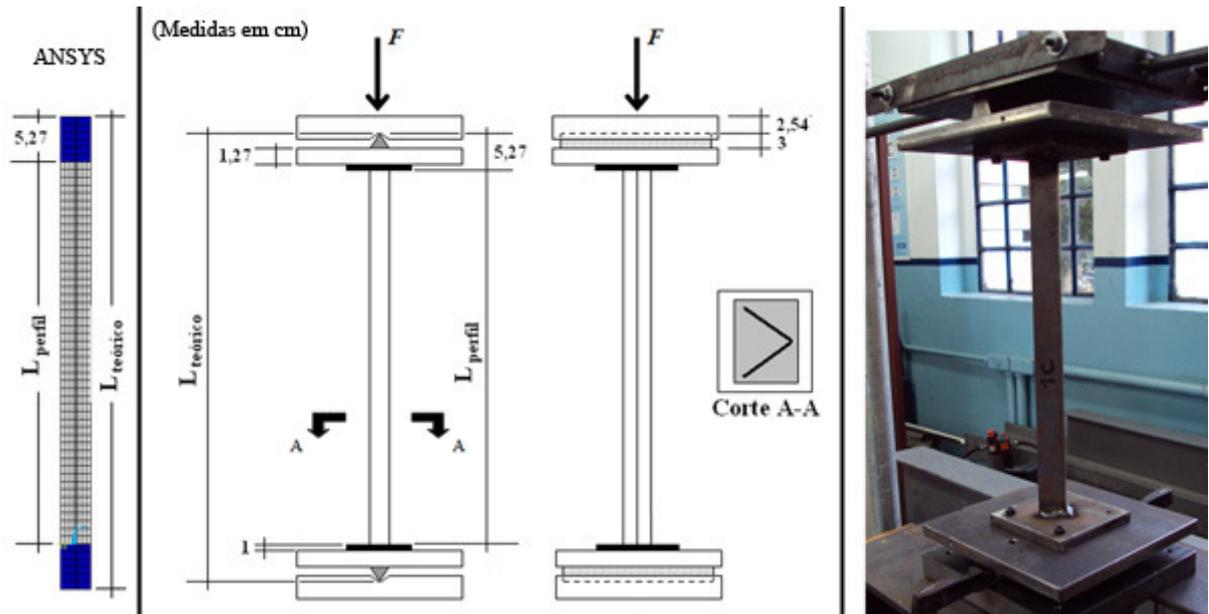
Para a discretização utilizou-se a malha de tal forma que os elementos são retangulares (casca) ou cúbicos (sólido) com lados não ultrapassando 10mm, com exceção da dobra (canto arredondado), onde foram utilizados dois elementos (ver Figura 4.12). Para definir o grau de discretização adotado foram tomados como base os resultados obtidos em Chodraui, 2006.



**Figura 4.12: Detalhe da malha do canto**

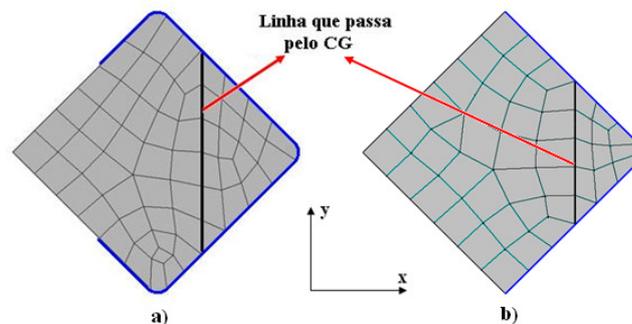
#### **4.4.3 Condição de Contorno e Carregamento**

Nas cantoneiras simples, somente aquelas comparadas com os modelos experimentais, a espessura do dispositivo de extremidade foi adotada como sendo a soma da espessura da chapa do dispositivo de extremidade (rótula) (42,7mm) mais a espessura da chapa de topo soldada ao perfil (10,0mm), sendo então adotada a espessura total de 52,7mm para cada extremidade. Com isso, o comprimento entre as rótulas ( $L_{teórica}$ ) é o comprimento das barras ( $L_{perfil}$ ) mais 105,4mm (duas vezes 52,7mm). Detalhes podem ser visualizados na Figura 4.13 para melhor compreensão.



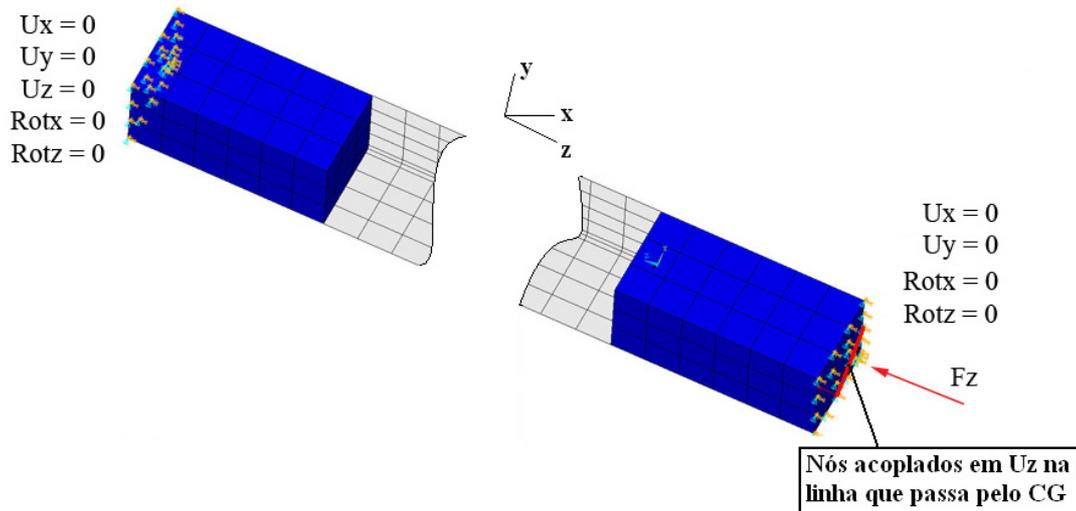
**Figura 4.13: Representação das cantoneiras simples com os dispositivos de extremidades e suas dimensões**

Para que a análise representa-se compressão centrada, os dispositivos das extremidades foram constituídos de forma que uma linha de nós da sua malha passasse pelo CG da seção transversal do perfil, com direção ao eixo de menor inércia (neste caso adotado como o eixo  $y$ ). A Figura 4.14 apresenta as seções transversais das cantoneiras com a linha que passa pelo CG.



**Figura 4.14: Seção transversal com a linha que passa pelo CG: a) L enrijecido nas bordas e b) L simples**

A força foi aplicada na linha que passa pelo CG de uma das extremidades da seção, enquanto a outra permanece sem deslocamento (ver Figura 4.15), como mostrado na Tabela 4.2, onde são definidas as restrições adotadas em ambas as cantoneiras estudadas.



**Figura 4.15: Condições de contorno aplicadas**

**Tabela 4.2: Restrições adotadas nas extremidades da barra**

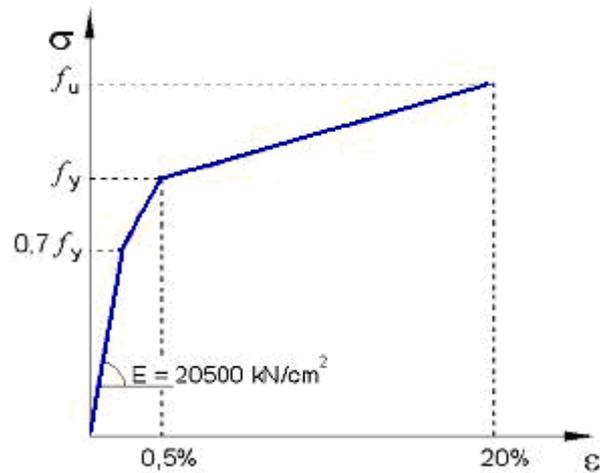
Posição	Graus de liberdade restringidos
Nós da extremidade das chapas de topo	$U_x, U_y, ROT_x, ROT_z$
Nós da linha que passam pelo CG (aplicação da força)	Acoplamento em $U_z$ $U_x, U_y, ROT_x, ROT_z$
Nós da linha que passam pelo CG (oposto à aplicação da força)	$U_x, U_y, U_z, ROT_x, ROT_z$

Obs.: Eixo z é o comprimento da barra

#### 4.4.4 Relação Constitutiva Utilizada para o Aço

As análises foram feitas com aço, sendo modelado com material homogêneo e isotrópico, cujo comportamento é descrito por duas leis constitutivas, uma linear elástica (análise de estabilidade) e outra elasto-plástica trilinear (análise de pós-flambagem).

A Figura 4.16 mostra o gráfico do comportamento do aço adotado.



**Figura 4.16: Gráfico tensão-deformação: Modelo elasto-plástico trilinear adotado**

Ressaltamos que para a construção do gráfico tensão-deformação do aço, os valores adotados correspondem a valores convencionais, portanto as tensões e deformações convencionais obtidas deste gráfico foram convertidas para as tensões e deformações verdadeiras (*true values*), uma vez que o Ansys quando realiza a análise não-linear para grandes deformações, utiliza rotinas com valores verdadeiros de tensão e deformação (ver Eq. (4.1) e (4.2))

$$\varepsilon_t = \ln(1 + \varepsilon_e) \quad (4.1)$$

$$\sigma_t = \sigma_e(1 + \varepsilon_e) \quad (4.2)$$

Onde:

$\varepsilon_t$  é deformação verdadeira;

$\sigma_t$  é tensão verdadeira;

$\varepsilon_e$  é deformação convencional;

$\sigma_e$  é tensão convencional.

Os valores das tensões de escoamento e tensão de ruptura para a cantoneira L 27x1,06mm foram obtidos experimentalmente como indicado na seção 4.3 para o perfil L 60x2,38mm foram adotados os valores utilizados por Maia, 2008. (ver Tabela 4.3).

**Tabela 4.3: Característica mecânica do aço utilizado em cada seção**

<b>L 60x2,38mm</b>		<b>L 27x1,06mm</b>	
$f_y (MPa)$	357,0	$f_y (MPa)$	226,0
$f_u (MPa)$	500,0	$f_u (MPa)$	325,0

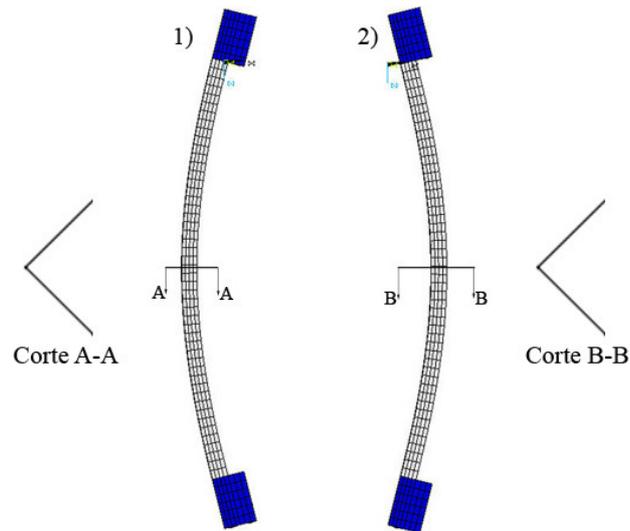
#### 4.4.5 Imperfeições Geométricas Iniciais

Um aspecto muito importante na análise numérica não-linear de perfis de aço formados a frio são as imperfeições geométricas iniciais (ver valores na Tabela 3.1 da seção 3.3), diferentes configurações iniciais podem mudar sensivelmente o resultado da análise. Ainda não existe um consenso, quanto à magnitude, forma e modo de como aplicar as imperfeições a serem utilizadas nos modelos numéricos.

Neste estudo utilizou-se a mesma estratégia adotada por Chodraui, 2006 e Grigoletti, 2008 para a inserção das imperfeições geométricas, onde inicialmente é feita uma análise de estabilidade por autovalores via programa Ansys, o qual nos fornece os valores das forças críticas (autovalores) e os modos de flambagem (autovetores) associados do modelo (Figura 4.18 e Figura 4.19).

Os modos de flambagem são escolhidos e superpostos como imperfeições geométricas à configuração inicial do modelo, para então obtermos a nova geometria do perfil.

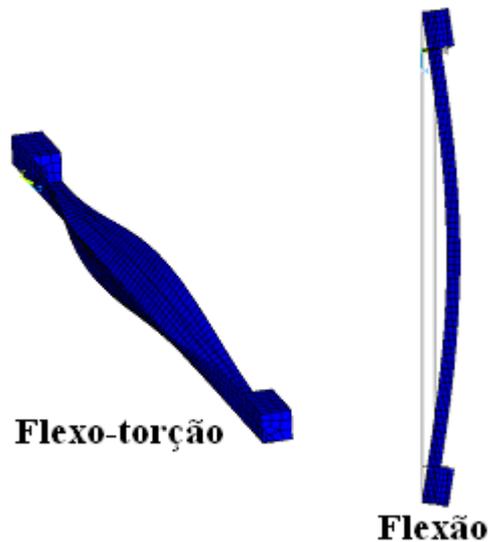
Para as cantoneiras simples, foram analisados os mesmos comprimentos de barra, atualizando a geometria dos perfis para as configurações onde o modo de flambagem (flexão) produzia compressão nas bordas livres (CBL) e quando o modo de flambagem (flexão) produz tração nas bordas livres (TBL). Estas configurações podem ser visualizadas na Figura 4.17. Observa-se que as atualizações geométricas de flexão representadas na Figura abaixo estão em escala amplificada para melhor visualização, portanto, não sendo o valor real utilizado nas análises que é de  $L/1500$ .



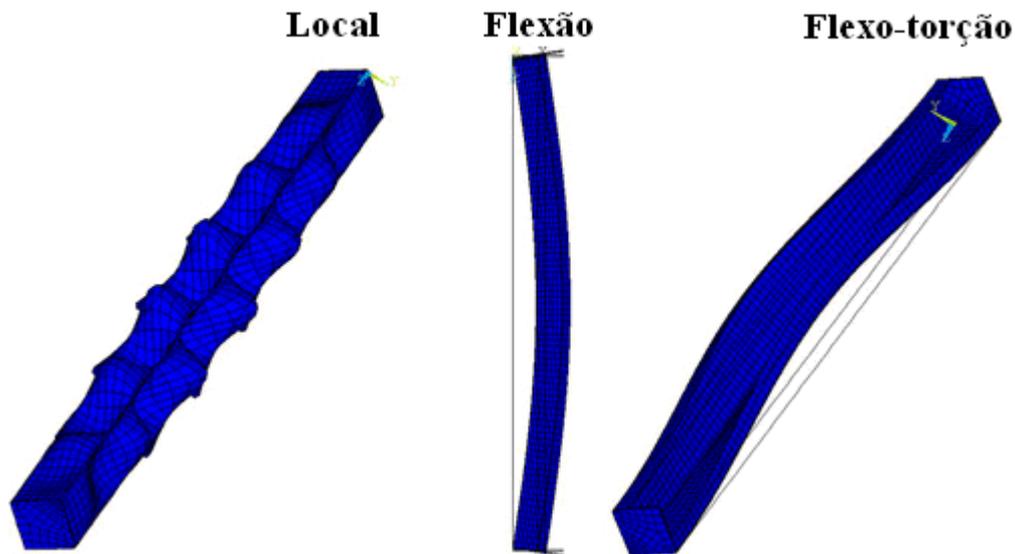
**Figura 4.17: Sentidos da atualização da geometria inicial para o modo de flexão: 1) CBL e 2) Atualização com TBL**

Já nas cantoneiras enrijecidas (estudadas na parte de otimização), atualizou-se a geometria com sentido onde apresenta a combinação mais crítica, atualiza-se o modo de flexão com compressão nos bordos enrijececidos (CBE).

Na Figura 4.18 e Figura 4.19 podem ser visualizados os modos de flambagem apresentados na análise de autovalor para as cantoneiras em estudo.



**Figura 4.18: Modos referentes à análise de autovalor através do programa Ansys da seção L simples**



**Figura 4.19: Modos referentes à análise de autovalor através do programa Ansys da seção L enrijecida nas bordas**

Na Tabela 4.4 podemos visualizar os valores das imperfeições geométricas iniciais utilizadas nos modelos de elementos finitos analisados neste estudo, das cantoneiras simples e enrijecidas.

**Tabela 4.4: Imperfeições geométricas iniciais adotadas nos modelos estudados**

Seção	Flexão	Local – Tipo 1	Flexo-torção – Tipo 2
L simples	L/1500	xxx	$d_2 = 0,64t$
L enrijecida		xxx	$d_2 = 0,94t$
		$d_1 = 0,14t$	$d_2 = 0,64t$

#### 4.4.6 Tensões Residuais

Chodraui, 2006 observa que ainda não há um consenso na literatura de como considerar essas tensões no que diz respeito a sua distribuição e magnitude, concluindo através de ensaios que os resultados de resistência máxima também não apresentam diferenças significativas com relação a resultados de modelos sem tensões residuais.

Neste trabalho consideraram-se as tensões residuais implicitamente através do modelo elasto-plástico trilinear adotado, conforme feito por Grigoletti, 2008.

#### 4.5 Otimização via Algoritmos Genéticos (AGs)

Nesta seção será apresentada a metodologia utilizada para a otimização das cantoneiras enrijecidas nas bordas de aço formadas a frio, submetidas à força de compressão centrada.

Neste trabalho implantou-se a mesma metodologia de otimização usada por Grigoletti, 2008, onde otimiza seções U e U enrijecido nas bordas.

A função objetivo utilizada usa o Método da Resistência Direta para determinar a força de colapso determinando as forças de flambagem elástica utilizando o Método das Faixas Finitas Restringidas proposto por Ádány e Schafer, 2006, as características básicas destes métodos foram desenvolvidos nos fundamentos teóricos. Como restrições relativas às relações entre as dimensões da cantoneira enrijecida nas bordas foram empregadas as mesmas utilizada na seção U enrijecida pré-qualificada para ser usada pelo MRD, conforme Tabela 1.1.1-1 do Apêndice 1 da NAS:2007, uma vez que a cantoneira enrijecida não é pré-qualificada até o momento para ser calculada via MRD.

As dimensões da seção transversal foram consideradas como contínuas e com um limite superior e inferior para cada dimensão variável.

Serão avaliadas nesta dissertação duas opções de otimização, a saber:

**Problema A:** minimizar a área da seção transversal da cantoneira enrijecida nas bordas para que suporte uma determinada força de compressão minimizando o consumo de material e;

**Problema B:** maximizar a força resistente de compressão mantendo a área da seção transversal fixa.

Para a seção cantoneira enrijecida nas bordas utilizou-se como variáveis de projeto a largura da cantoneira ( $b_f$ ) e a largura do enrijecedor de borda ( $D$ ), fixando-se a espessura ( $t$ ) em 1 e 2 mm e também deixando a espessura ( $t$ ) variável para ambos os problemas (Problema A e B).

Um esquema da seção cantoneira enrijecida onde se indica os parâmetros antes mencionados se ilustra na Figura 4.20.

O problema de minimização da seção cantoneira enrijecida (Problema A), utilizando o vocabulário empregado em otimização pode ser apresentado como segue:

**Minimizar:**

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = A_{\text{otim.}}$$

$$\text{Onde: } (x_1 = b_f, x_2 = D, x_3 = t)$$

**Sujeito a restrições:**

Comportamentos de desigualdade:

$$N = \text{fixa (força normal fixa)}$$

$$D \leq b_f$$

$$2t + 2r_i \leq b_f$$

$$t + r_i \leq D$$

$$b_f / t \leq 159$$

$$4 \leq D / t \leq 33$$

$$0,05 \leq D / b_f \leq 0,41$$

$$\lambda \leq 200$$

Restrições Laterais:

$$5 \text{ mm} \leq b_f \leq 100 \text{ mm}$$

$$5 \text{ mm} \leq D \leq 100 \text{ mm}$$

$$0,5 \text{ mm} \leq t \leq 2,5 \text{ mm e } t = \text{fixo}$$

O problema de maximização da força resistente de compressão da seção cantoneira enrijecida (Problema B) é representado como:

**Maximizar:**

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = N_{\text{otim.}}$$

$$\text{Onde: } (x_1 = b_f, x_2 = D, x_3 = t)$$

**Sujeito a restrições:**

Comportamentos de desigualdade:

$$A = \text{fixa (área da seção transversal fixa)}$$

$$D \leq b_f$$

$$2t + 2r_i \leq b_f$$

$$t + r_i \leq D$$

$$b_f / t \leq 159$$

$$4 \leq D / t \leq 33$$

$$0,05 \leq D / b_f \leq 0,41$$

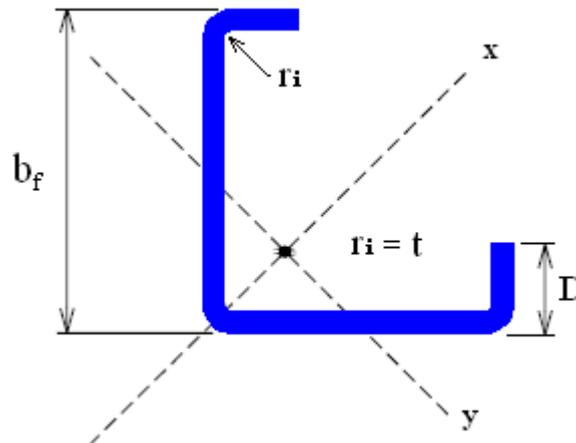
$$\lambda \leq 200$$

Restrições Laterais:

$$5 \text{ mm} \leq b_f \leq 100 \text{ mm}$$

$$5 \text{ mm} \leq D \leq 100 \text{ mm}$$

$$0,5 \text{ mm} \leq t \leq 2,5 \text{ mm e } t = \text{fixo}$$



**Figura 4.20: Seção transversal a ser otimizada**

Para o processo de otimização da seção cantoneira enrijecida nas bordas de aço formada a frio proposto neste estudo, utilizou-se como ferramenta o programa MatLab 7.6 [The MathWorks, Inc., 2008], fazendo-se uso do “Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox” [The MathWorks, Inc., 2007], que utiliza o método dos Algoritmos Genéticos. Essa aplicação do MatLab apresenta um conjunto de funções que facilitam a implementação de problemas de otimização utilizando o algoritmo dos Algoritmos Genéticos.

O fluxograma que descreve o esquema de otimizado é apresentado na Figura 4.2. Todas as etapas do fluxograma estão implementadas no Matlab.

As características das opções selecionadas para realizar a otimização estão descritas em Grigoletti, 2008.

Na Figura 4.22 é esquematizado os passos para o cálculo da função objetivo (“fitness function”), passos estes que fazem a avaliação dos indivíduos gerados pelo AG.

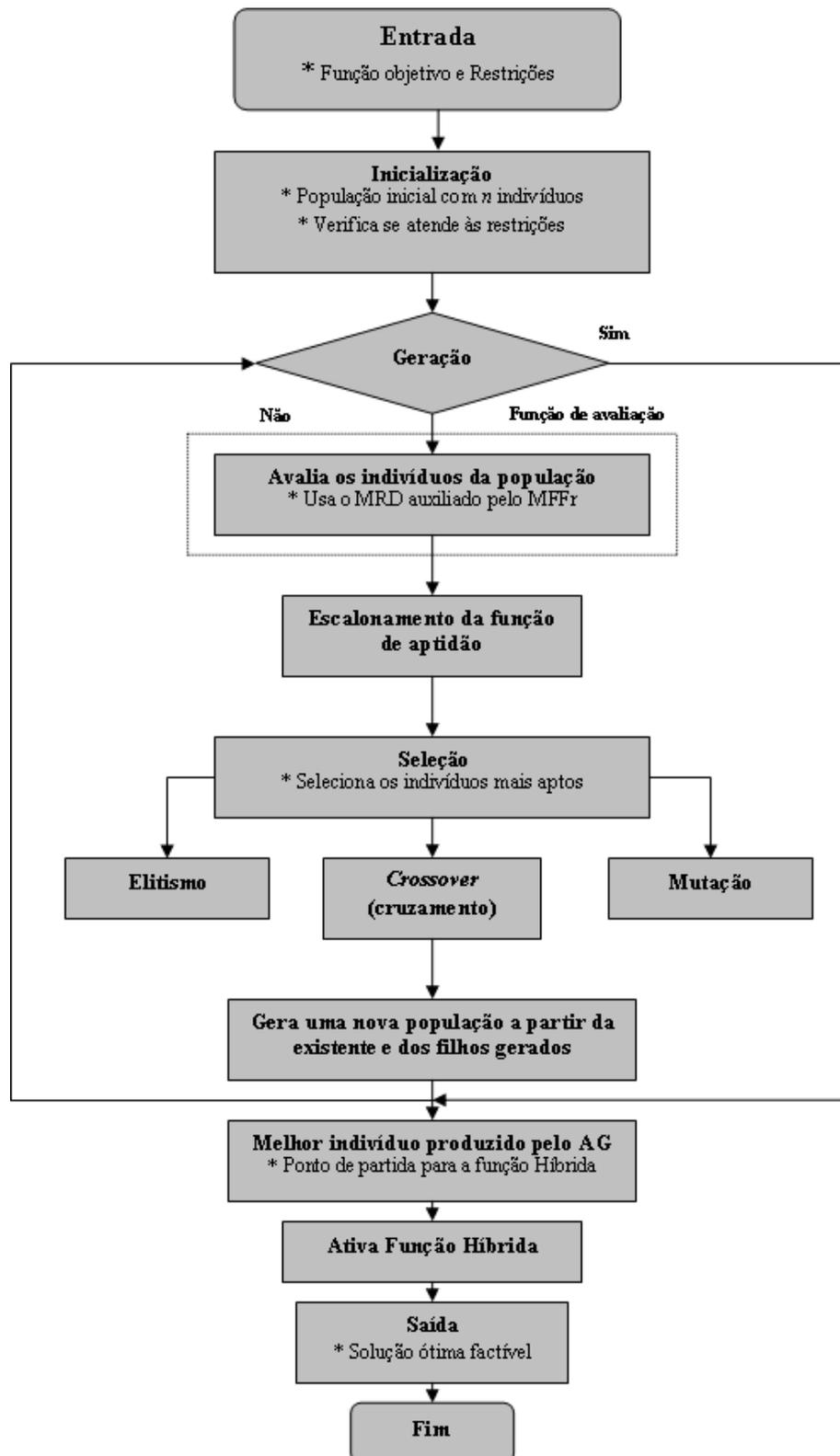
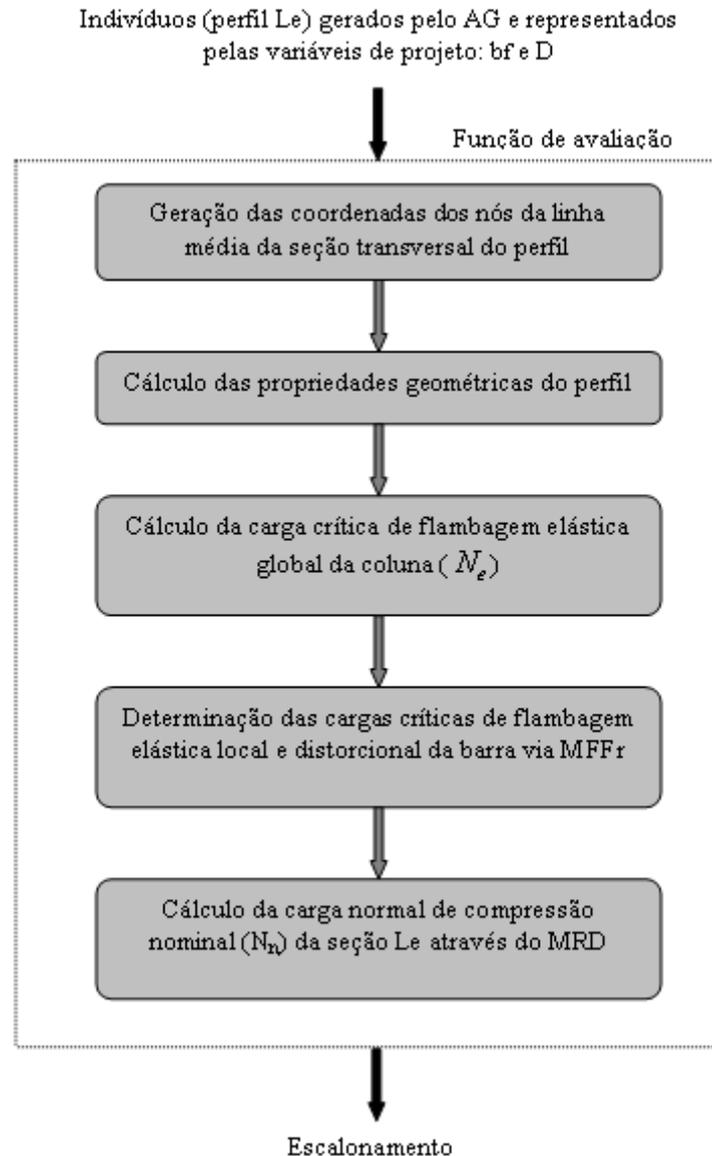


Figura 4.21: Passos básicos do AG utilizado



**Figura 4.22: Fluxograma para calcular a função objetivo de um indivíduo**

#### 4.5.1 Função Híbrida

Após o AG terminar e apresentar sua melhor solução é executada a função Híbrida, onde esta função usa como ponto de partida a solução final do AG. Neste trabalho utilizou-se a função *fmincon* contida no “toolbox” do Matlab. Essa rotina resolve problemas de várias variáveis com restrições lineares e/ou não-lineares, essa função usa o método de *Hill Climbing* (Subida de Encosta) que investigam os pontos adjacentes do espaço de busca movendo-se para a direção que melhora o valor da função objetivo.

O objetivo de utilizar esta função Híbrida é de que os AGs são bons para localizar regiões promissoras do espaço de busca, ou seja, são bons na procura do mínimo global, no entanto é lento para refinar as soluções, já esse método de “Subida de Encosta” é bom para encontrar com agilidade a solução uma vez que se tenha a encosta no mínimo global.

## 5. APLICAÇÕES

### 5.1 Aplicação 1 – Comportamento Estrutural da Cantoneira Simples

#### 5.1.1 Descrição do Objeto em Estudo

Foram estudados dois tipos diferentes de seções transversais de cantoneira simples de aço formado a frio. A Figura 5.1 representa a seção transversal com a nomenclatura das dimensões das cantoneiras.

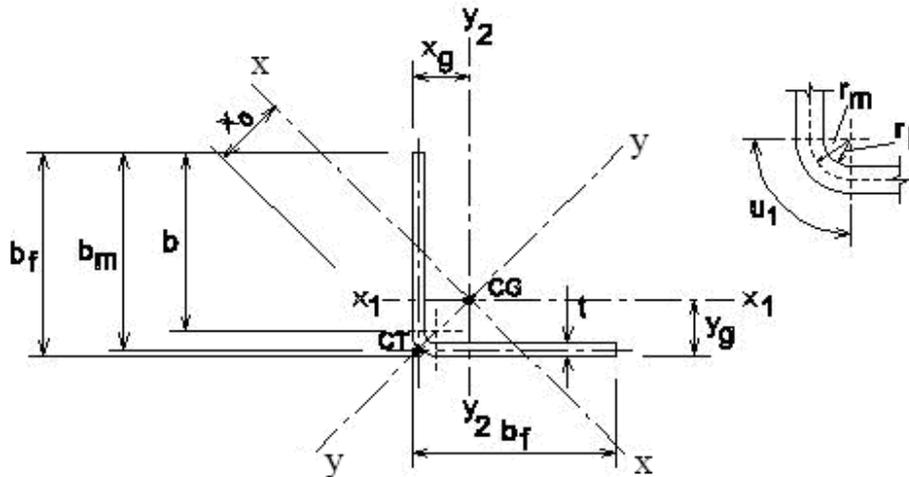


Figura 5.1: Seção transversal da cantoneira simples

Na Tabela 5.1 se apresentam as propriedades geométricas e mecânicas associadas às cantoneiras analisadas.

Tabela 5.1: Propriedades geométricas e mecânicas dos perfis em estudo

L 60x2,38 mm				L 27x1,06 mm			
$b_f(mm)$	60,00	$I_x(cm^4)$	16,14	$b_f(mm)$	27,00	$I_x(cm^4)$	0,655
$b(mm)$	55,24	$I_y(cm^4)$	3,86	$b(mm)$	24,88	$I_y(cm^4)$	0,157
$t(mm)$	2,38	$I_t(cm^4)$	0,0522	$t(mm)$	1,06	$I_t(cm^4)$	0,002
$A(cm^2)$	2,76	$f_y(MPa)$	357,0	$A(cm^2)$	0,554	$f_y(MPa)$	226,0
$x_0(cm)$	2,11	$f_u(MPa)$	500,0	$x_0(cm)$	0,95	$f_u(MPa)$	325,0
$r_0(cm)$	3,42	$E(GPa)$	205,0	$r_0(cm)$	1,54	$E(GPa)$	205,0
$r_m(cm)$	0,357			$r_m(cm)$	0,159		

Foram realizadas análises para vários comprimentos das cantoneiras quando submetidas à compressão centrada.

As condições de contorno aplicadas nos extremos das barras foram detalhadas no capítulo 4 (ver Figura 4.15). Estas condições de contorno conduzem aos coeficientes de flambagem por torção e flexão com respeito aos eixos 1 e 2 (segundo disposição indicada na Figura 5.1)  $K_1 = K_t = 0,5$  (restrição a torção e a flexão ao redor do eixo x) e  $K_2 = 1,0$  (rotação liberada ao redor do eixo y). Na Figura 4.13 se apresenta um desenho esquemático e a fotografia da barra disposta na máquina de ensaio identificando claramente a diferença entre  $L_{\text{perfil}}$  e  $L_{\text{teórico}}$ .

### 5.1.2 Descrição do Ensaio Experimental

Para a realização dos ensaios experimentais de compressão centrada nas cantoneiras simples, utilizou-se uma única dimensão de seção transversal (L 27x1,06 mm). Ensaiou-se três comprimentos diferentes de barra, estas com tamanho ( $L_{\text{perfil}}$ ) de 350, 450 e 550 mm, como mostra a Figura 5.2. Foram feitos três corpos de prova idênticos para cada comprimento de barra ensaiado, mantendo o número mínimo de protótipos exigido pela norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009 no seu item 11.5.



**Figura 5.2: Corpos de prova ensaiados à compressão centrada**

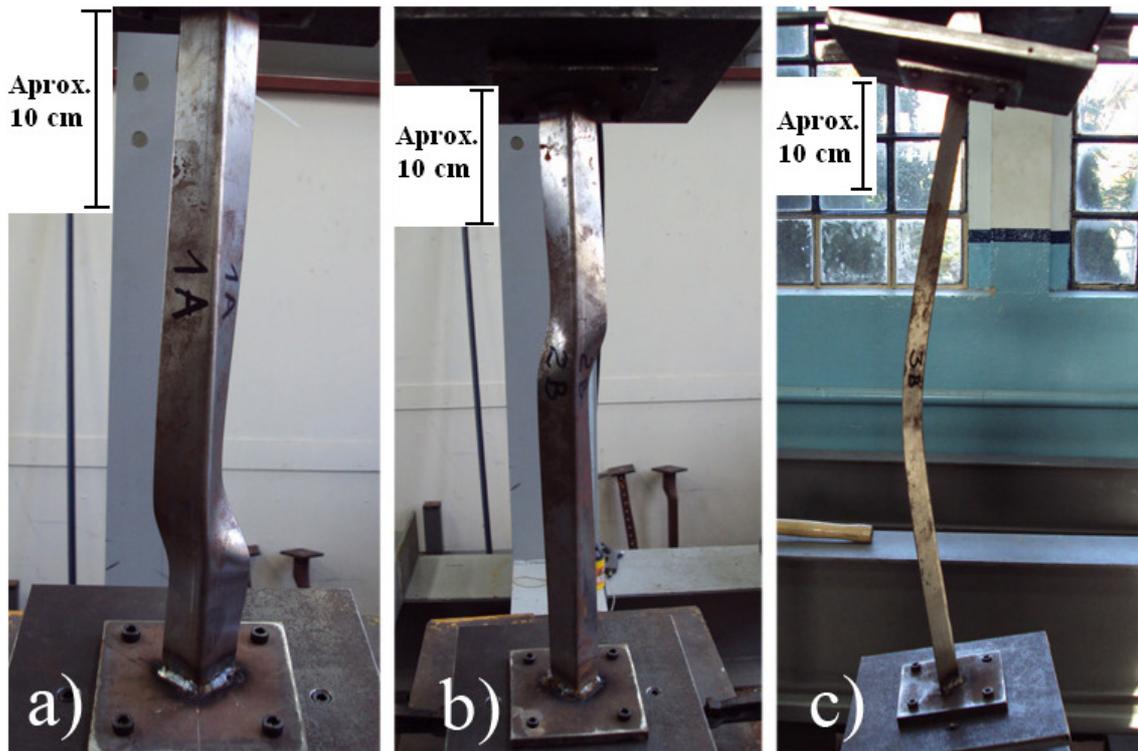
Os resultados obtidos nos ensaios são apresentados na Tabela 5.2 onde se apresentam todos os resultados, as médias e desvios obtidos.

**Tabela 5.2: Resultados obtidos nos ensaios experimentais**

	<b>N<sub>colapso</sub> (kN)</b>	<b>N<sub>colapso</sub> (kN)</b>	<b>N<sub>colapso</sub> (kN)</b>
	<b>L<sub>perfil</sub>=350mm</b>	<b>L<sub>perfil</sub>=450mm</b>	<b>L<sub>perfil</sub>=550mm</b>
	<b>L<sub>teórico</sub>=455,4mm</b>	<b>L<sub>teórico</sub>=555,4mm</b>	<b>L<sub>teórico</sub>=655,4mm</b>
<b>Cantoneira A</b>	4,90	5,71	4,42
<b>Cantoneira B</b>	5,13	4,57	5,40
<b>Cantoneira C</b>	5,20	4,76	4,36
<b>Média</b>	<b>5,08</b>	<b>5,01</b>	<b>4,73</b>

Observa-se que os resultados obtidos nos ensaios cumprem com a condição prevista na norma ABNT NBR 14762, no qual, para cada comprimento analisado nenhum dos resultados apresente desvio superior a 15% do valor médio.

Na Figura 5.3 apresentam-se as configurações finais de três corpos de prova, um para cada comprimento, ilustrando aqui, que para os dois comprimentos menores ( $L_{\text{perfil}}=350$  mm – a) e 450 mm – b)) o modo de colapso foi de flexo-torção e para o maior comprimento ( $L_{\text{perfil}}=550$  mm – c)) o modo de colapso foi de flexão.



**Figura 5.3: Modo de colapso para cada comprimento de barra ensaiada**

### 5.1.3 Cálculo Segundo a Revisão da Norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009

A seguir se apresentam os resultados obtidos para a força de colapso de cantoneiras submetidas à força de compressão centrada utilizando o procedimento de revisão da norma brasileira de perfis de aço formados a frio ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009. Observa-se que no cálculo da força resistente ( $N_{c,Rd}$ ) desconsiderou-se o coeficiente de ponderação das resistências, uma vez que a força resistente será comparado com os resultados experimentais. Então, seguindo-se o procedimento da norma, pode-se calcular a força de compressão resistente, pela Eq. 5.1, abaixo:

$$N_{c,Rd} = \chi A_{ef} f_y \quad (5.1)$$

Onde  $\chi$  é o fator de redução da força axial de compressão resistente, associado à flambagem global,  $A_{ef}$  é a área efetiva da seção transversal calculada segundo o Método da Largura Efetiva que leva em conta a influência da flambagem local e,  $f_y$  a tensão de escoamento do aço.

Os resultados obtidos para comprimentos entre 100 mm a 1900 mm para as duas seções estudadas são apresentados na Tabela 5.3 e Tabela 5.4, onde  $A_{ef}$  representa a área efetiva,  $N_{ey}$  representa a força de flambagem elástica por flexão ao redor ao eixo de menor inércia,  $N_{ext}$  e a força de flambagem elástica por flexo-torção e a  $N_{MLE}$  representa a força de colapso obtida

utilizando o Método da Largura Efetiva ou seja empregando a Eq. (5.1) anteriormente apresentada.

Na Tabela 5.5 se apresentam os resultados obtidos utilizando o Método da Largura Efetiva para as três configurações ensaiadas.

**Tabela 5.3: Cálculo da seção L 60x2,38mm via revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009**

<i>L 60x2,38mm</i>									
$f_y=357\text{MPa}; A=2,76\text{cm}^2; r_y=1,18\text{cm}; K_1=K_r=0,5 \text{ e } K_2=1,0$									
$L_{\text{teórico}}$ (mm)	$A_{\text{ef.}}$ ( $\text{cm}^2$ )	$N_{\text{ey}}$ (kN)	$N_{\text{ext}}$ (kN)	$N_{\text{MLE}}$ (kN)	$L_{\text{teórico}}$ (mm)	$A_{\text{ef.}}$ ( $\text{cm}^2$ )	$N_{\text{ey}}$ (kN)	$N_{\text{ext}}$ (kN)	$N_{\text{MLE}}$ (kN)
200	2,39	1953,8	35,2	26,72 (L + F/T)	1100	2,40	64,6	34,8	26,50 (L + F/T)
300	2,39	868,4	35,2	26,71 (L + F/T)	1200	2,40	54,3	34,7	26,46 (L + F/T)
400	2,39	488,5	35,2	26,70 (L + F/T)	1300	2,40	46,2	34,6	26,41 (L + F/T)
500	2,39	312,6	35,1	26,68 (L + F/T)	1400	2,41	39,9	34,5	26,36 (L + F/T)
600	2,39	217,1	35,1	26,66 (L + F/T)	1500	2,41	34,7	34,4	26,30 (L + F/T)
700	2,40	159,5	35,0	26,64 (L + F/T)	1600	2,50	30,5	34,3	24,21 (L + F)
800	2,40	122,1	35,0	26,61 (L + F/T)	1700	2,59	27,0	34,2	22,21 (L + F)
900	2,40	96,5	34,9	26,58 (L + F/T)	1800	2,67	24,1	34,0	20,44 (L + F)
1000	2,40	78,2	34,8	26,54 (L + F/T)	1900	2,74	21,6	33,9	18,86 (L + F)

L+ F/T – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexo-torção

L+ F – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexão

**Tabela 5.4: Cálculo da seção L 27x1,06 via revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009**

<i>L 27x1,06mm</i>									
$f_y = 226\text{MPa}$ ; $A = 55,39\text{mm}^2$ ; $r_y = 0,532\text{cm}$ ; $K_1 = K_r = 0,5$ e $K_2 = 1,0$									
$L_{\text{teórico}}$ (mm)	$A_{\text{ef.}}$ ( $\text{mm}^2$ )	$N_{ey}$ (kN)	$N_{\text{ext}}$ (kN)	$N_{\text{MLE}}$ (kN)	$L_{\text{teórico}}$ (mm)	$A_{\text{ef.}}$ ( $\text{mm}^2$ )	$N_{ey}$ (kN)	$N_{\text{ext}}$ (kN)	$N_{\text{MLE}}$ (kN)
100	48,42	317,5	6,9	5,13 (L + F/T)	900	55,39	3,9	6,6	3,44 (F)
200	48,44	79,4	6,9	5,12 (L + F/T)	1000	55,39	3,2	6,6	2,78 (F)
300	48,47	35,3	6,9	5,12 (L + F/T)	1100	55,39	2,6	6,5	2,30 (F)
400	48,51	19,8	6,9	5,11 (L + F/T)	1200	55,39	2,2	6,4	1,93 (F)
500	48,56	12,7	6,8	5,09 (L + F/T)	1300	55,39	1,9	6,3	1,65 (F)
600	48,62	8,8	6,8	5,08 (L + F/T)	1400	55,39	1,6	6,2	1,42 (F)
700	49,17	6,5	6,7	4,95 (L + F)	1500	55,39	1,4	6,1	1,24 (F)
800	52,83	5,0	6,7	4,15 (L + F)	1600	55,39	1,2	6,0	1,09 (F)

F – indica que o colapso ocorreu por flexão não havendo interação com a flambagem local

L+ F/T – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexo-torção

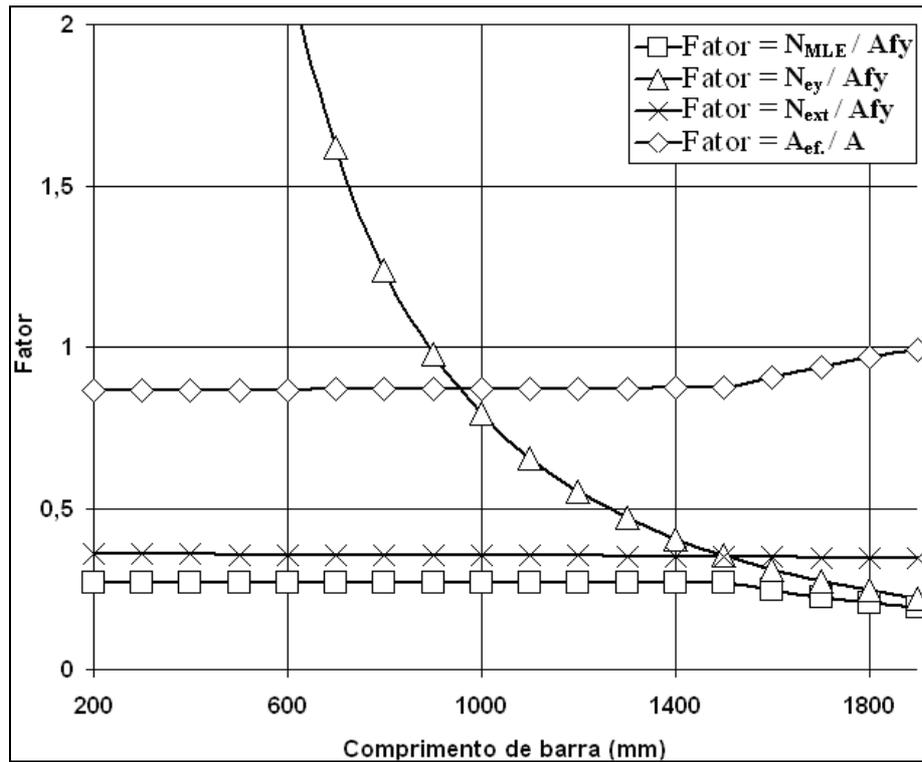
L+ F – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexão

**Tabela 5.5: Cálculo da seção L 27x1,06mm via revisão da norma ABNT NBR 14762, minuta 6, junho 2009 para comparação com experimental**

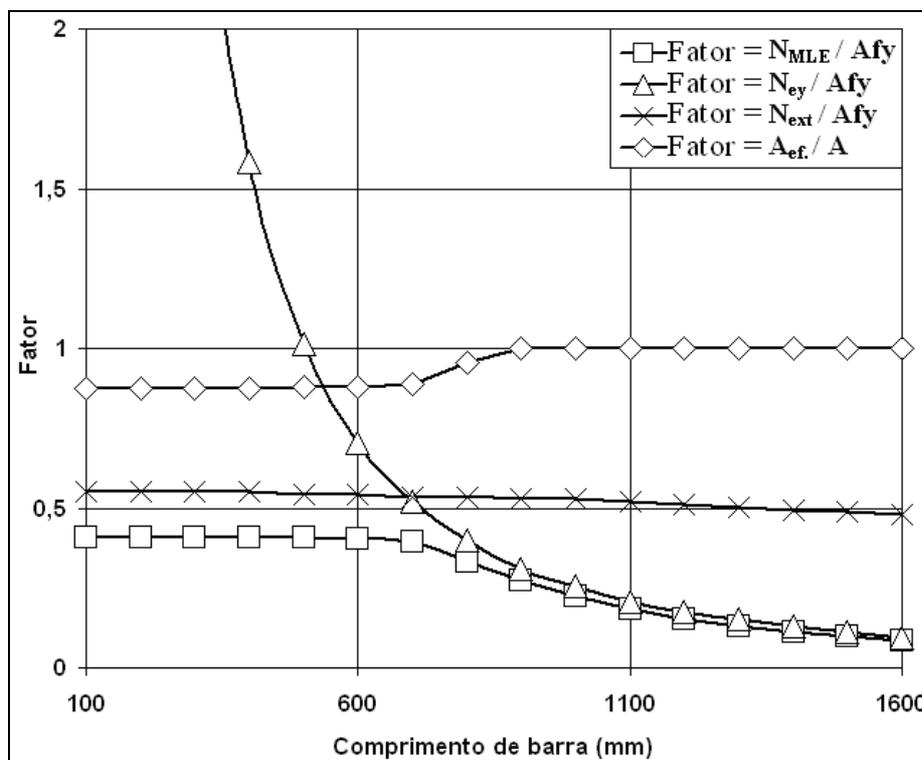
<i>L 27x1,06mm</i>					
$f_y = 226\text{MPa}$ ; $A = 55,39\text{mm}^2$ ; $r_y = 0,532\text{cm}$ ; $K_1 = K_r = 0,5$ e $K_2 = 1,0$					
$L_{\text{teórico}}$ (mm)	$L_{\text{perfil}}$ (mm)	$A_{\text{ef.}}$ (mm <sup>2</sup> )	$N_{ey}$ (kN)	$N_{\text{ext}}$ (kN)	$N_{\text{MLE}}$ (kN)
455,4	350	48,53	15,31	6,84	5,10 (L+F/T)
555,4	450	48,59	10,29	6,81	5,09 (L+F/T)
655,4	550	48,66	7,39 (*)	6,76 (**)	5,07 (L+F/T)

L+ F/T – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexo-torção

Na Figura 5.4 e Figura 5.5 se apresentam dois gráficos que nos permitem visualizar com maior clareza os resultados apresentados na Tabela 5.3 e Tabela 5.4 respectivamente.



**Figura 5.4:** Gráfico fator x comprimento de barra correspondentes aos cálculos da cantoneira de seção 60x2,38mm via MLE



**Figura 5.5:** Gráfico fator x comprimento de barra correspondentes aos cálculos da cantoneira de seção 27x1,06mm via MLE

Nas Figura 5.4 e Figura 5.5 é possível observar claramente como as diversas possibilidades de colapso interagem. Verifica-se, por exemplo, nas duas Figuras, a redução da

força de colapso devida a presença da flambagem local que interage com a flambagem global, esta diferença desaparece quando a área do perfil se torna toda efetiva ( $A_{ef}/A=1$ ), ou seja, já não há mais interação da flambagem local com a global.

Na Tabela 5.16 é apresentada a comparação entre os valores experimentais obtidos e os calculados utilizando o Método da Largura Efetiva.

**Tabela 5.6: Comparação entre resultados experimentais e valores obtidos utilizando o método da Largura efetiva**

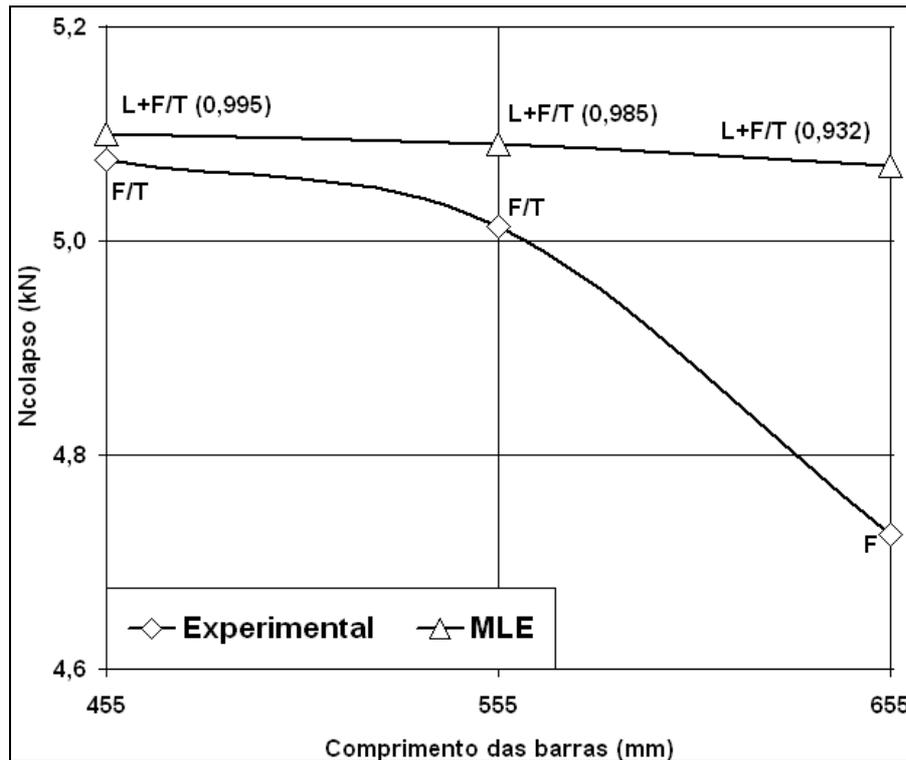
<i>L 27x1,06mm</i>						
$f_y = 226\text{MPa}; A = 55,39\text{mm}^2; K_1 = K_t = 0,5 \text{ e } K_2 = 1,0$						
<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>L<sub>perfil</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>NBR 14762</b>		<b>Experimental</b>		<b>N<sub>EXP.</sub></b> <b>/</b> <b>N<sub>MLE</sub></b>
		<b>N<sub>MLE</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>Modo de</b> <b>colapso</b>	<b>N<sub>EXP.</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>Modo de colapso</b>	
455,4	350	5,10	L+F/T	5,08	F/T	0,995
555,4	450	5,09	L+F/T	5,01	F/T	0,985
655,4	550	5,07	L+F/T	4,73	F	0,932
<b>Média</b>						<b>0,97</b>
<b>Desvio Padrão</b>						<b>0,03</b>

L+ F/T – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexo-torção

F/T – indica que o colapso ocorreu por flexo-torção

F – indica que o colapso ocorreu por flexão

O gráfico da Figura 5.6 resume a informação apresentada na Tabela 5.6.



**Figura 5.6: Ensaio experimentais comparados com valores da norma (MLE): F – flexão, F/T – flexo/torção e L – local (Modo de colapso ( $N_{EXP}/N_{MLE}$ ))**

A partir dos resultados apresentados na Tabela 5.6 e Figura 5.6 é possível obter as seguintes observações:

- Os dois primeiros comprimentos de barra (455,4 mm e 555,4 mm) apresentaram flambagem por flexo-torção, porém a cantoneira com comprimento de 655,4 mm apresentou no ensaio experimental flambagem por flexão, diferentemente do cálculo utilizando a norma NBR14762 que continua sendo flexo-torção. Esta mudança de comportamento para  $L_{teórico}=655,4\text{mm}$  vem justificar a diferença entre os valores experimentais e os valores teóricos (obtido via norma). O fato de esta barra colapsar por flexão, diferentemente do modo de colapso determinado via norma (flexo-torção) pode estar ligado às imperfeições geométricas iniciais provenientes do processo de fabricação destas cantoneiras.

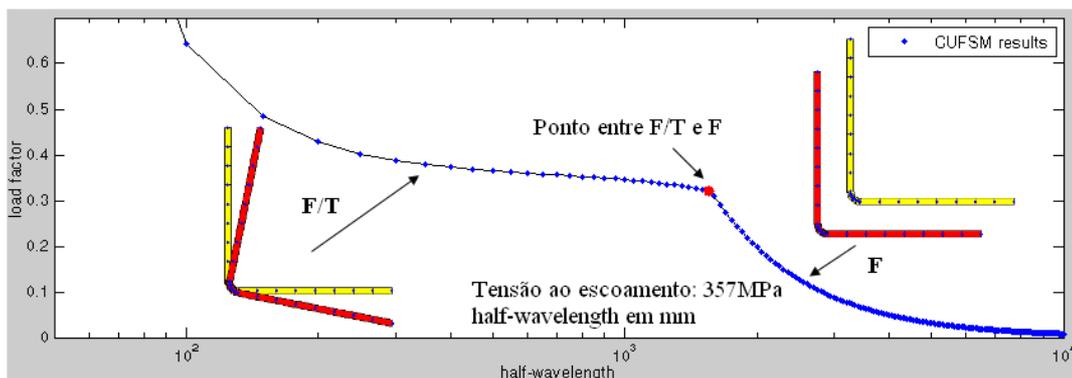
- Na Tabela 5.5 os valores de força de flambagem elástica 7,39kN(\*) e 6,36kN(\*\*) (correspondentes aos modos de flexão (Ney) e flexo-torção (Next) respectivamente) estão bem próximos para o comprimento de barra de 655,4mm, deixando a barra numa região de transição entre os modos de flexo-torção e flexão. Mais uma razão que justifica a diferença na forma do colapso observado experimentalmente e a determinada teoricamente.

### 5.1.4 Método da Resistência Direta

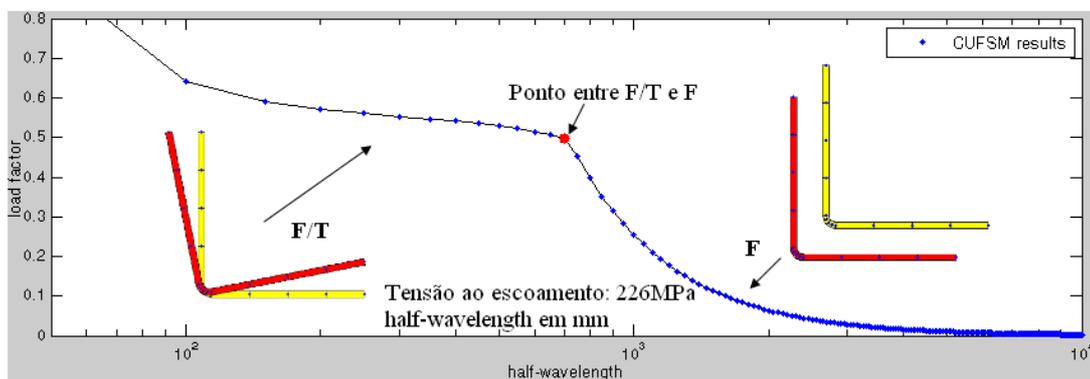
A descrição desta metodologia foi apresentada na seção 4.2 desta dissertação, seguindo os passos especificados se apresentam a seguir os resultados obtidos ao analisar as cantoneiras estudadas. Na Figura 5.7 e Figura 5.8 se apresentam análises de estabilidade elástica das seções L 60x2,38mm e L 27x1,06mm feitas com o auxílio do programa CUFSM (Schafer & Peköz, 1998) que utiliza o Método das Faixas Finitas.

Vale ressaltar que na análise de cantoneiras simples via programa CUFSM não há definido um ponto de mínimo para o modo local, portanto neste estudo optou-se em utilizar para este modo o ponto onde há mudança entre a flambagem flexo-torcional (F/T) e a flambagem flexional (F), conforme sugerido por Maia, 2008.

Os fatores de força (“*load factor*”) determinados para comprimentos de barra inferiores ao comprimento de meia onda correspondente ao mínimo estabelecido (ponto entre F/T e F da Figura 5.7 e Figura 5.8) são àqueles correspondentes aos seus comprimentos.



**Figura 5.7:** Análise de estabilidade elástica via programa CUFSM da seção L 60x2,38mm



**Figura 5.8:** Análise de estabilidade elástica via programa CUFSM da seção L 27x1,06mm

Na Tabela 5.7 e Tabela 5.8 são apresentados os resultados das análises utilizando o MRD e o programa CUFSM para as seções L 60x2,38mm e L 27x1,06mm respectivamente.

**Tabela 5.7: Resultados da análise através do MRD para a seção L 60x2,38mm**

<i>L 60x2,38mm</i>							
$f_y = 357\text{MPa}; A = 2,76\text{cm}^2$							
<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>N<sub>MRD</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>N<sub>MRD</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>N<sub>MRD</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>N<sub>MRD</sub></b> <b>(kN)</b>
200	29,02 (L+F/T)	700	27,27 (L+F/T)	1200	26,62 (L+F/T)	1700	22,00 (L+F)
300	28,11 (L+F/T)	800	27,15 (L+F/T)	1300	26,47 (L+F/T)	1800	20,34 (L+F)
400	27,74 (L+F/T)	900	27,02 (L+F/T)	1400	26,29 (L+F/T)	1900	18,89 (L+F)
500	27,54 (L+F/T)	1000	26,91 (L+F/T)	1500	26,12 (L+F/T)	2000	17,13 (F)
600	27,39 (L+F/T)	1100	26,76 (L+F/T)	1600	23,88 (L+F)		

F – indica que o colapso ocorreu por flexão não havendo interação com a flambagem local

L+ F/T – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexo-torção

L+ F – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexão

**Tabela 5.8: Resultados da análise através do MRD para a seção L 27x1,06mm**

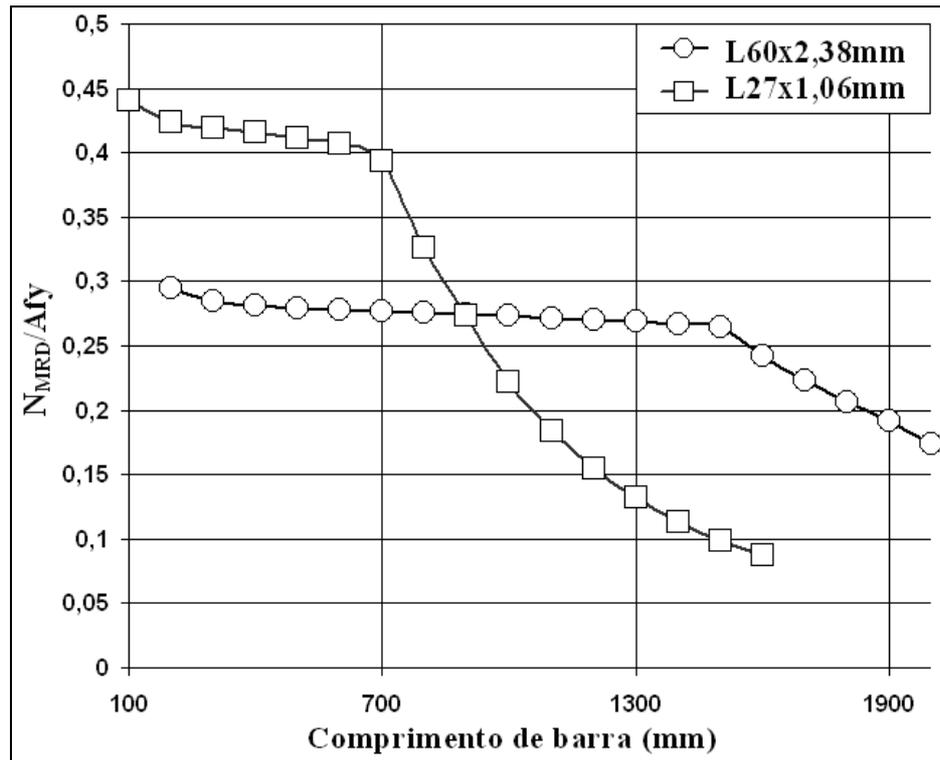
<i>L 27x1,06mm</i>							
$f_y = 226\text{MPa}; A = 55,39\text{mm}^2$							
<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>N<sub>MRD</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>N<sub>MRD</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>N<sub>MRD</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>N<sub>MRD</sub></b> <b>(kN)</b>
100	5,52 (L+F/T)	500	5,15 (L+F/T)	900	3,43 (F)	1300	1,65 (F)
200	5,31 (L+F/T)	600	5,09 (L+F/T)	1000	2,78 (F)	1400	1,42 (F)
300	5,25 (L+F/T)	700	4,92 (L+F)	1100	2,30 (F)	1500	1,24 (F)
400	5,20 (L+F/T)	800	4,09 (L+F)	1200	1,93 (F)	1600	1,09 (F)

F – indica que o colapso ocorreu por flexão não havendo interação com a flambagem local

L+ F/T – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexo-torção

L+ F – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexão

Na Figura 5.9 se apresentam os resultados obtidos em termos de  $N_{MRD}/A f_y$  versus o comprimento teórico das barras para ambas as seções apresentadas na Tabela 5.7 e Tabela 5.8.



**Figura 5.9: Gráfico  $N_{MRD}/Afy$  x comprimento teórico das seções estudadas**

Observando a Figura 5.9 é possível identificar claramente onde acontece a mudança da forma de colapso de flambagem por flexo-torção (comprimentos menores) e flambagem por flexão (maiores comprimentos). Se salienta novamente que o perfil ensaiado (L 27x1,06mm) com comprimento de ( $L_{teórico}$ ) 655,4 mm se encontra próximo a região de transição dos modos de colapso.

Na Tabela 5.9 está descrito a comparação dos valores obtidos segundo o Método da Resistência Direta e os resultados experimentais.

**Tabela 5.9: Comparação dos resultados obtidos via MRD e obtidos experimentalmente para a seção L 27x1,06mm**

<b>L 27x1,06mm</b>			
$f_y = 226\text{MPa}; A = 55,39\text{mm}^2$			
<b><math>L_{\text{teórico}}</math> (mm)</b>	<b><math>N_{\text{EXP.}}</math> (kN)</b>	<b><math>N_{\text{MRD}}</math> (kN)</b>	<b><math>N_{\text{EXP.}} / N_{\text{MRD}}</math></b>
455,4	5,08 (F/T)	5,18 (L+F/T)	0,98
555,4	5,01 (F/T)	5,12 (L+F/T)	0,98
655,4	4,73 (F)	5,06 (L+F/T)	0,93
<b>Média</b>			<b>0,96</b>
<b>Desvio Padrão</b>			<b>0,03</b>

L+ F/T – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexo-torção

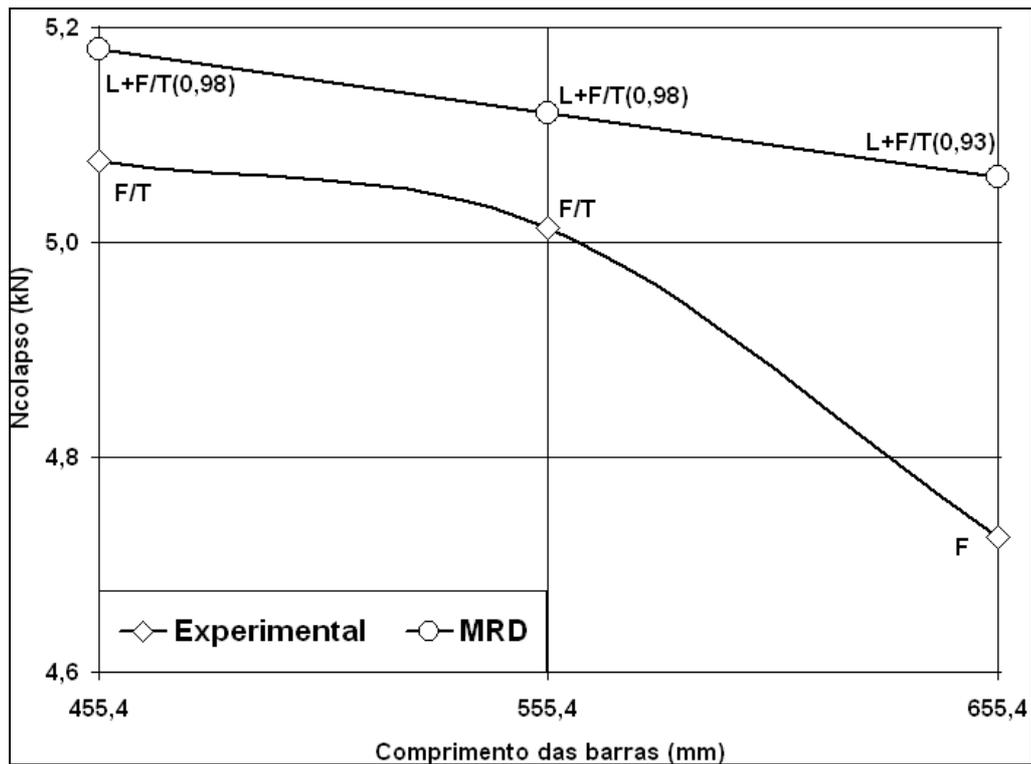
F/T – indica que o colapso ocorreu por flexo-torção

F – indica que o colapso ocorreu por flexão

$N_{\text{EXP.}}$  – força de colapso obtida experimentalmente

$N_{\text{MRD}}$  – força de colapso obtida pelo MRD

Na Figura 5.10 ilustra-se um gráfico onde pode ser visto as forças de colapso para os comprimentos analisados entre o MRD e o ensaio experimental.



**Figura 5.10: Ensaios experimentais comparados com o MRD (Modos de colapso: F/T - flexo-torção, F – flexão e L – local, ( $N_{EXP}/N_{MRD}$ ))**

Através dos resultados apresentados acima se pode afirmar que a opção de considerar o ponto mínimo para o modo local como sendo a região de interseção entre os modos de flambagem de flexo-torção e flexão é uma boa e prática alternativa, pois apresentou resultados satisfatórios quando comparados aos ensaios experimentais.

### 5.1.5 Método dos Elementos Finitos

Para simular o comportamento das barras analisadas neste estudo, foram criados modelos em elementos finitos com o auxílio do programa Ansys versão 10.0. Detalhes sobre o modelo em elementos finitos implementado podem ser encontrados na seção 4.4 do presente trabalho e na tese de Grigoletti, 2008.

Na Tabela 5.10 podemos visualizar a comparação dos resultados da análise numérica via MEF e os valores experimentais.

Nesta calibração, para o modo de flexo-torção utilizou-se a imperfeição geométrica inicial de  $0,64t$  e para o modo de flexão adotou-se  $L/1500$ , valores de imperfeições iniciais propostos por Chodraui, 2006.

Analisaram-se duas opções com respeito ao sentido em que foi adotado a atualização da geometria inicial em consideração a imperfeição geométrica de flexão, considerando a maneira

que produz tração nas bordas livres (TBL) e a maneira que produz compressão nas bordas livres (CBL).

**Tabela 5.10: Comparação dos resultados obtidos via MEF e obtidos experimentalmente para a seção L 27x1,06mm**

<b>L 27x1,06mm</b>								
$f_y = 226\text{MPa}$ ; $f_u = 325\text{MPa}$ ; $K_1 = K_t = 0,5$ e $K_2 = 1,0$								
Imperfeições geométricas adotadas:								
Fator de imperfeição para o modo de flexo-torção: 0,64t								
Fator de imperfeição para o modo de flexão: L/1500.								
<b>L<sub>teórico</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>L<sub>perfil</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>MEF – Ansys</b>			<b>Experimental</b>		<b>N<sub>EXP.</sub></b> <b>/</b> <b>N<sub>MEF</sub></b> <b>(CBL)</b>	<b>N<sub>EXP.</sub></b> <b>/</b> <b>N<sub>MEF</sub></b> <b>(TBL)</b>
		<b>N<sub>MEF</sub></b> <b>CBL</b> <sup>(1)</sup> <b>(kN)</b>	<b>N<sub>MEF</sub></b> <b>TBL</b> <sup>(2)</sup> <b>(kN)</b>	<b>Modo</b> <b>de</b> <b>falha</b> <sup>(3)</sup>	<b>N<sub>EXP.</sub></b> <b>(kN)</b>	<b>Modo</b> <b>de</b> <b>falha</b> <sup>(3)</sup>		
455,4	350	4,81	5,26	F/T	5,08	F/T	1,06	0,96
555,4	450	4,65	5,33	F/T	5,01	F/T	1,08	0,94
655,4	550	4,34	5,57	F/T	4,73	F	1,09	0,85
<b>Média</b>							<b>1,07</b>	<b>0,92</b>
<b>Desvio Padrão</b>							<b>0,02</b>	<b>0,06</b>

<sup>(1)</sup>CBL– Compressão nas bordas livres

<sup>(2)</sup>TBL – Tração nas bordas livres

<sup>(3)</sup> F/T – indica que o colapso ocorreu por flexo-torção e F – indica que o colapso ocorreu por flexão

N<sub>EXP.</sub> – força de colapso obtida experimentalmente

N<sub>MEF</sub> – força de colapso obtida pelo MEF via ANSYS

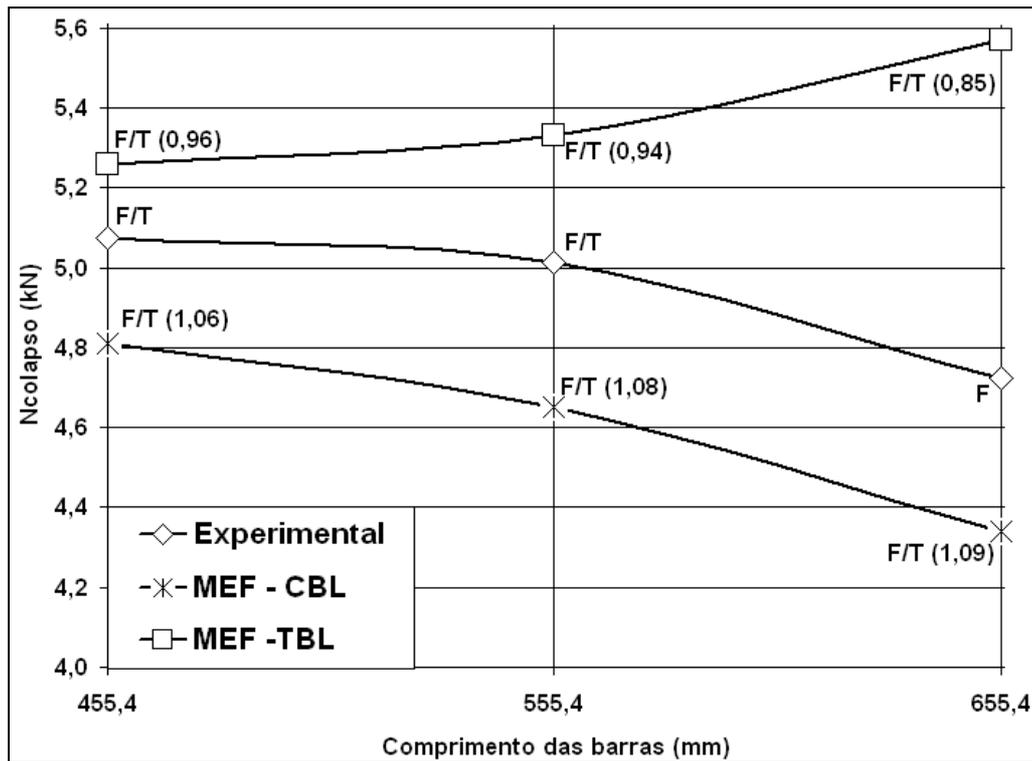
A seguir se realizam algumas observações sobre os resultados apresentados na Tabela 5.10:

- O comprimento de barra de 655,4 mm apresentou no ensaio experimental modo de colapso por flexão, modo distinto dos resultados obtidos pelo MEF, Método da Largura Efetiva e

da Resistência Direta, que é o de flexo-torção. O fato de esta barra apresentar modo de colapso por flexão pode estar ligado à forma de considerar as imperfeições geométricas iniciais.

- Os mesmos modos de falha foram apresentados em ambas as análises numéricas, não importando o sentido da atualização da geometria inicial de flexão, se TBL ou CBL.

Na Figura 5.11 apresenta-se o gráfico com as forças de colapso resultantes do ensaio experimental e das análises através do MEF mostrados na Tabela 5.10.



**Figura 5.11: Ensaio experimental comparados com o MEF para calibração do modelo numérico: F – flexão, F/T – flexo/torção – (Modo de colapso ( $N_{EXP}/N_{MEF}$ ))**

- Pode ser visto na Figura 5.11 acima que o sentido do sinal da atualização geométrica inicial de flexão altera significativamente os resultados da força de colapso, dando valores contrários à segurança.

- Os valores encontrados através das análises numéricas utilizando a atualização geométrica inicial com CBL mostraram-se mais seguros e mais próximos dos resultados experimentais do que os apresentados pelas análises com atualização geométrica inicial com TBL, por este motivo adotou-se a atualização geométrica inicial CBL.

- A partir dos resultados obtidos pode-se considerar que o modelo construído no ANSYS levando em conta a não-linearidade física e geométrica pode ser utilizado para outros comprimentos com relativa confiabilidade, já que as diferenças entre os valores experimentais e numéricos oscilaram entre 6 a 9%, que são considerados aceitáveis.

- Ilustra-se na Figura 5.12, Figura 5.13 e Figura 5.14 a comparação das configurações finais das cantoneiras ensaiadas ( $L_{\text{teórico}} = 455,4 \text{ mm}$ ,  $555,4 \text{ mm}$  e  $655,4 \text{ mm}$ ) com as configurações finais obtidas via Método dos Elementos Finitos. Nestas figuras apresentam-se também a curva força versus deslocamento axial  $U_z$  da barra, com a indicação do ponto onde foi obtida a configuração final.

- Observa-se que nos ensaios não foi utilizado deslocamento prescrito, desta forma não obtivemos o gráfico da força pelo deslocamento experimentalmente.

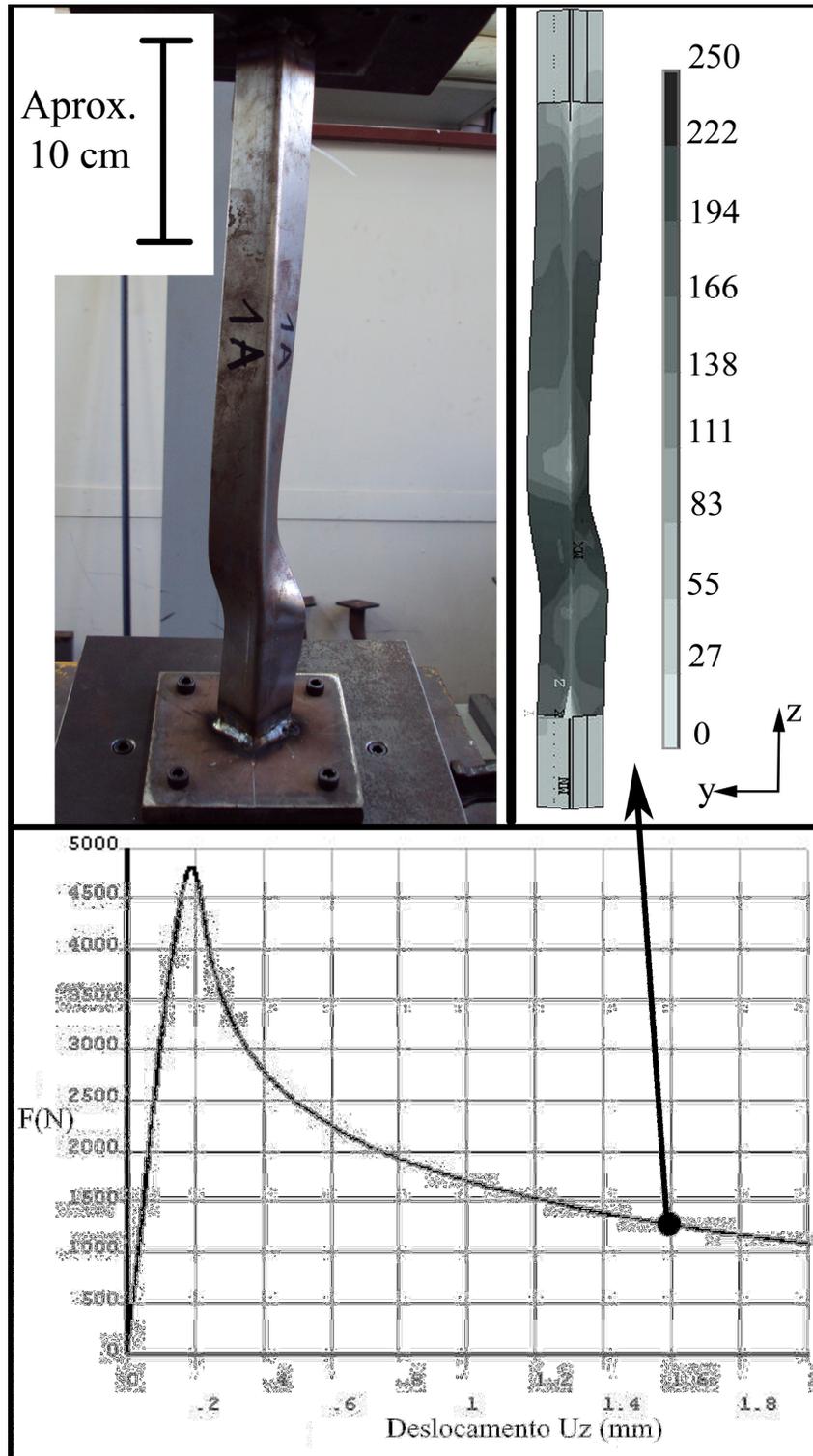


Figura 5.12: Comparação das configurações finais obtidas experimentalmente e via MEF para a cantoneira L 27x1,06mm ( $L_{\text{teórico}}=455,4$  mm)

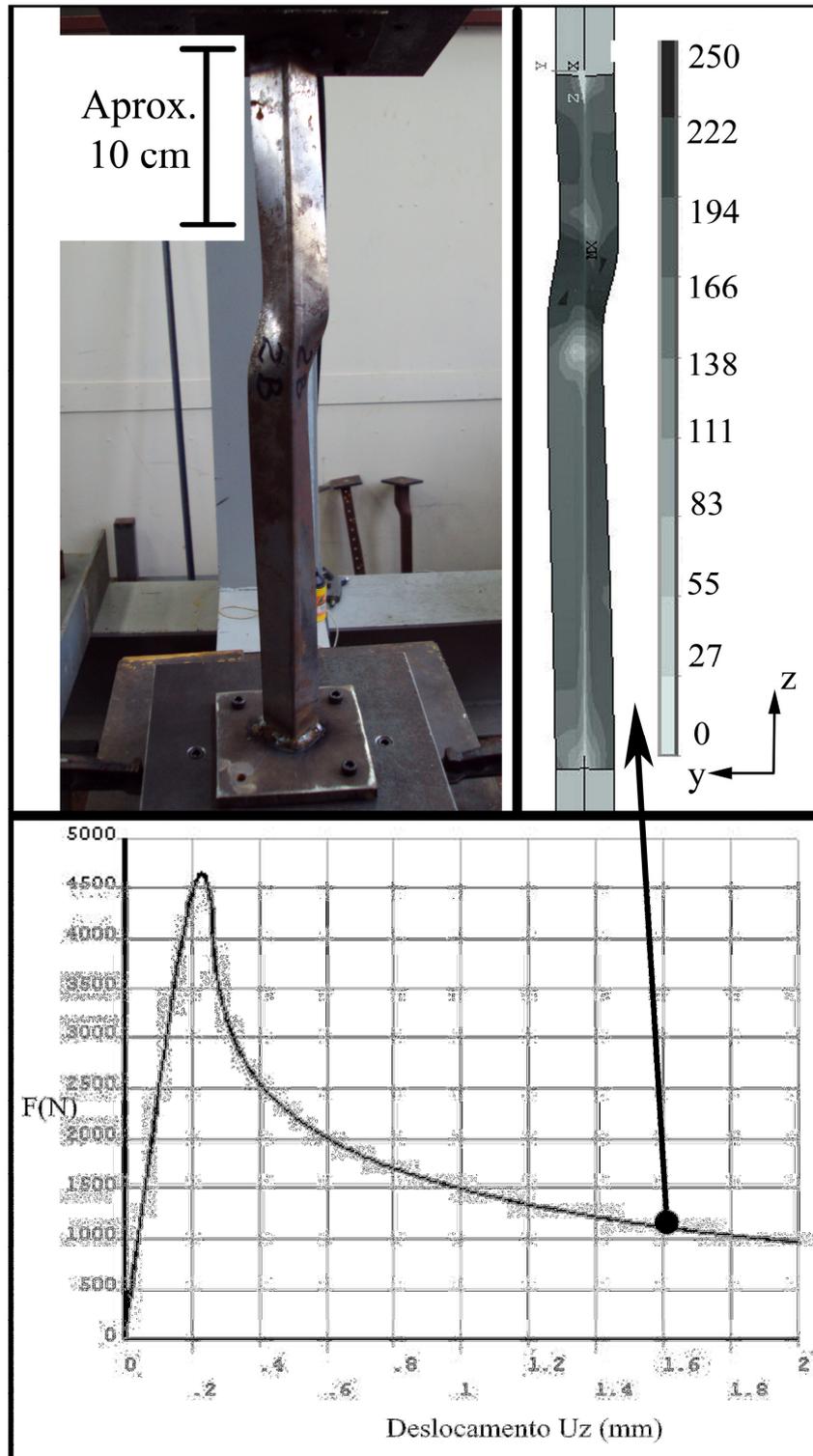


Figura 5.13: : Comparação das configurações finais obtidas experimentalmente e via MEF para a cantoneira L 27x1,06mm ( $L_{\text{teórico}}=555,4$  mm)

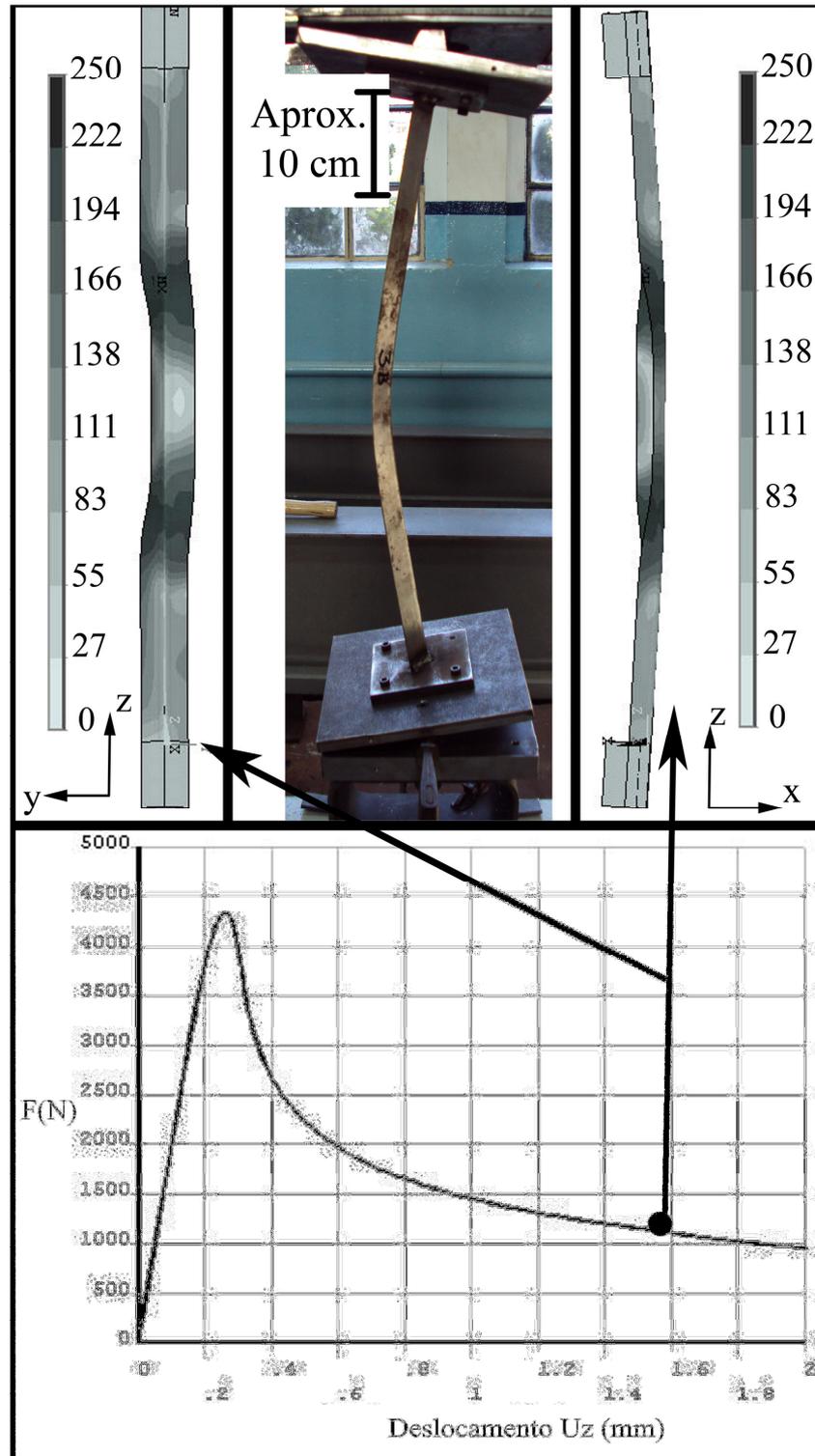
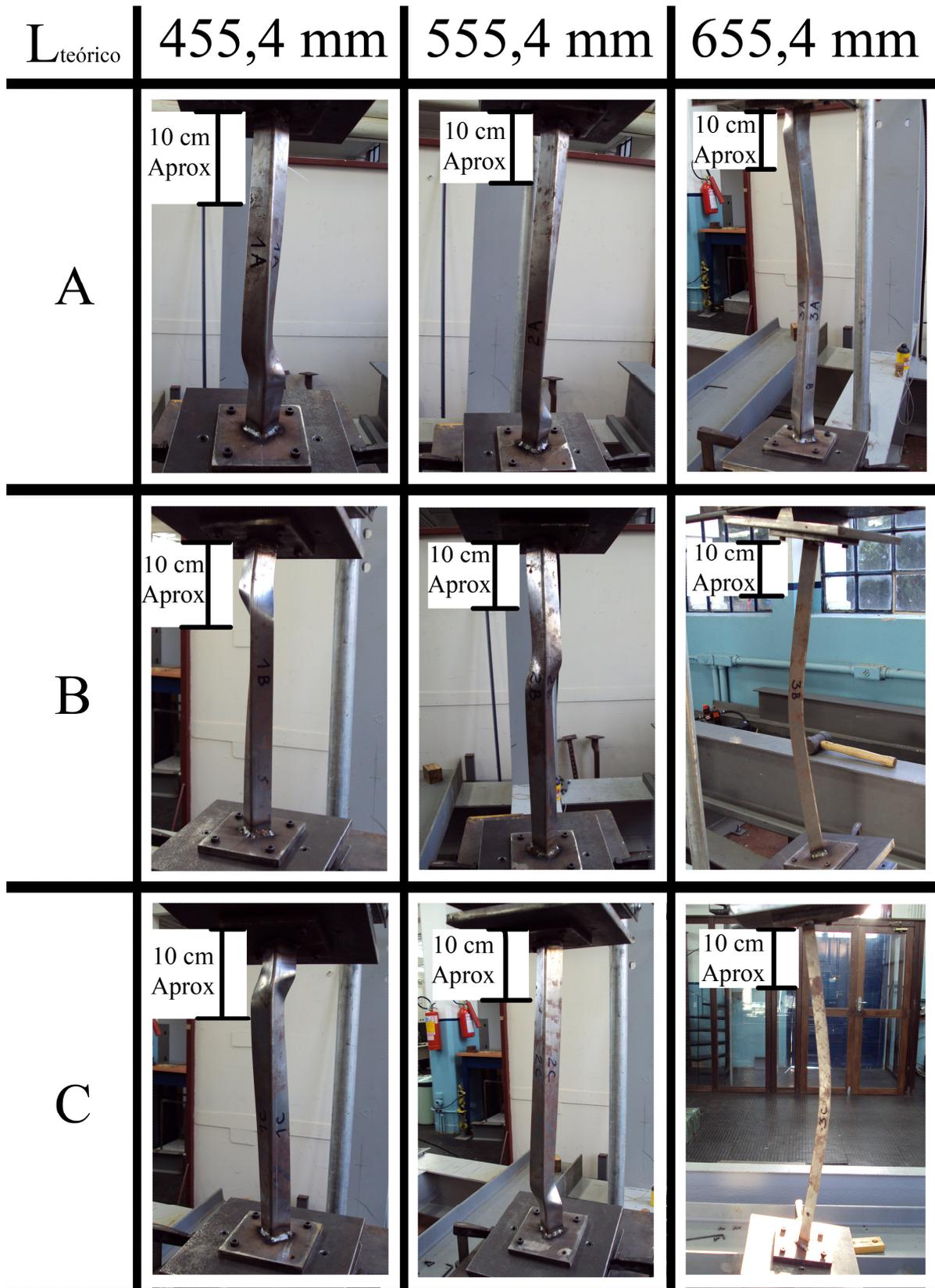


Figura 5.14: : Comparação das configurações finais obtidas experimentalmente e via MEF para a cantoneira L 27x1,06mm ( $L_{teórico}=655,4$  mm)



**Figura 5.15: Imagem da configuração deformada de todos os ensaios experimentais**

Na Figura 5.15 acima, ilustra-se as imagens de todos os ensaios experimentais realizados. Pode-se verificar que os três corpos de prova com comprimentos teóricos de 455,4mm e

555,4mm sofreram flexo-torção e os três corpos de prova com comprimento teórico de 655,4mm sofreram flexão.

A seguir se apresenta na Tabela 5.11 o cálculo das duas seções que estão sendo analisadas para comprimentos que variam entre  $L_{\text{perfil}} = 100$  até 1900 mm.

Para simular as imperfeições geométricas iniciais da cantoneira foi montado um campo de deslocamentos iniciais pela combinação linear de um modo de flexo-torção e flexão, escalados por fatores de imperfeições.

Como fator de imperfeição do modo de flexo-torção foi utilizado os fatores  $0,64t$  e  $0,94t$  (onde  $t$  é a espessura do perfil).

Como fator de imperfeição do modo de flexão foi utilizado  $L/1500$ .

Mais detalhes sobre a forma de simular o campo de imperfeições geométricas iniciais deste tipo de perfil pode ser encontrada na seção 4.4.5, deste trabalho e em Chodraui, 2006.

Também foi feito um estudo variando o sentido da imperfeição geométrica de flexão (ver Figura 4.17), ou seja, considerando tração nas bordas livres (TBL) e compressão nas bordas livres (CBL).

Observe-se que para estas análises numéricas utilizaram-se os dispositivos das extremidades com espessura igual à espessura da chapa do perfil, uma vez que as análises usando o modelo com dispositivos de extremidades com as espessuras reais das chapas mostraram que esta espessura não influi nos resultados.

Na Tabela 5.11 e Tabela 5.12 apresentam-se os resultados para as duas seções estudadas.

Já na Figura 5.16 e Figura 5.17 ilustra-se a representação gráfica dos resultados apresentados nas tabelas.

**Tabela 5.11: Análise numérica via MEF para a seção transversal L 60x2,38mm**

<i>L 60x2,38mm</i>									
$f_y = 357\text{MPa}; f_u = 500\text{MPa}; K_1 = K_t = 0,5$ e $K_2 = 1,0$									
$L_{\text{teórico}}$ (mm)	TBL		CBL		$L_{\text{teórico}}$ (mm)	TBL		CBL	
	$d_2/t$ <b>0,64</b>	$d_2/t$ <b>0,94</b>	$d_2/t$ <b>0,64</b>	$d_2/t$ <b>0,94</b>		$d_2/t$ <b>0,64</b>	$d_2/t$ <b>0,94</b>	$d_2/t$ <b>0,64</b>	$d_2/t$ <b>0,94</b>
200	35,56	31,67	35,18	31,34	1100	27,95	26,18	26,08	24,73
300	32,57	29,55	32,17	29,19	1200	27,66	25,69	25,23	24,00
400	30,87	28,38	30,71	28,23	1300	27,52	25,25	24,33	23,16
500	30,06	27,88	29,69	27,57	1400	27,68	24,92	23,39	22,25
600	29,60	27,57	29,00	27,13	1500	30,44	24,80	22,38	21,31
700	29,24	27,23	28,57	26,82	1600	27,02	27,14	21,29	20,34
800	29,07	27,10	28,00	26,33	1700	24,14	24,20	20,13	19,31
900	28,76	26,88	27,46	25,88	1800	21,70	21,73	18,90	18,24
1000	28,37	26,59	26,82	25,37	1900	19,59	19,62	17,65	17,13

CBL– Compressão nas bordas livres

TBL – Tração nas bordas livres

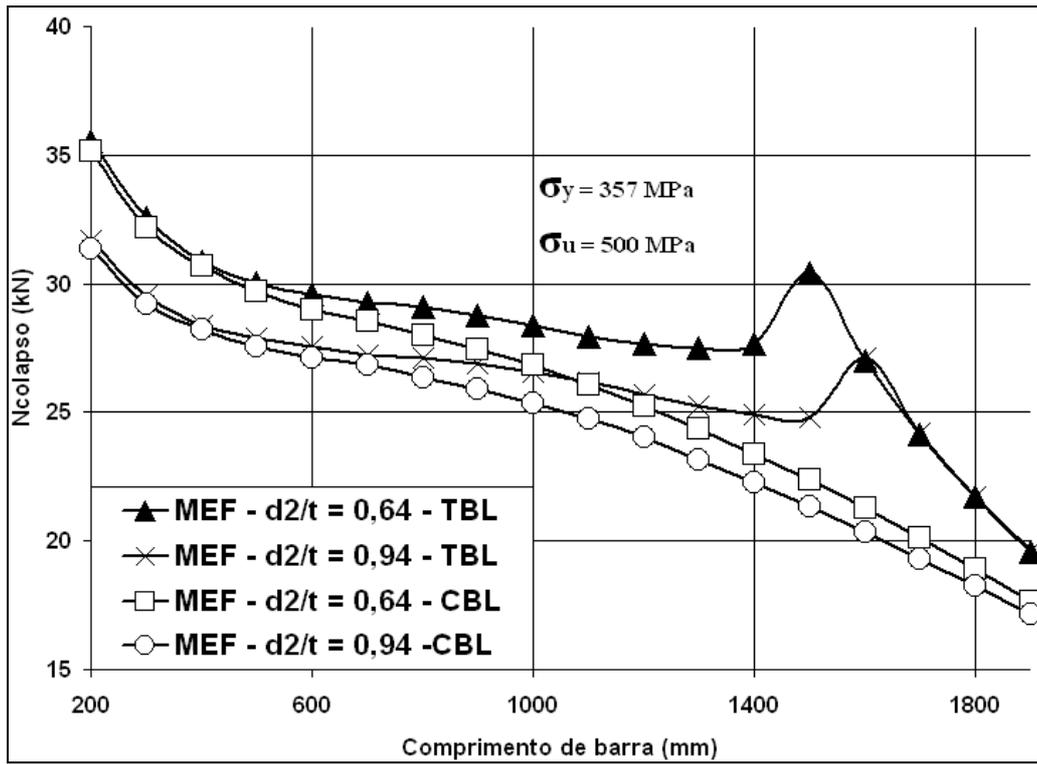


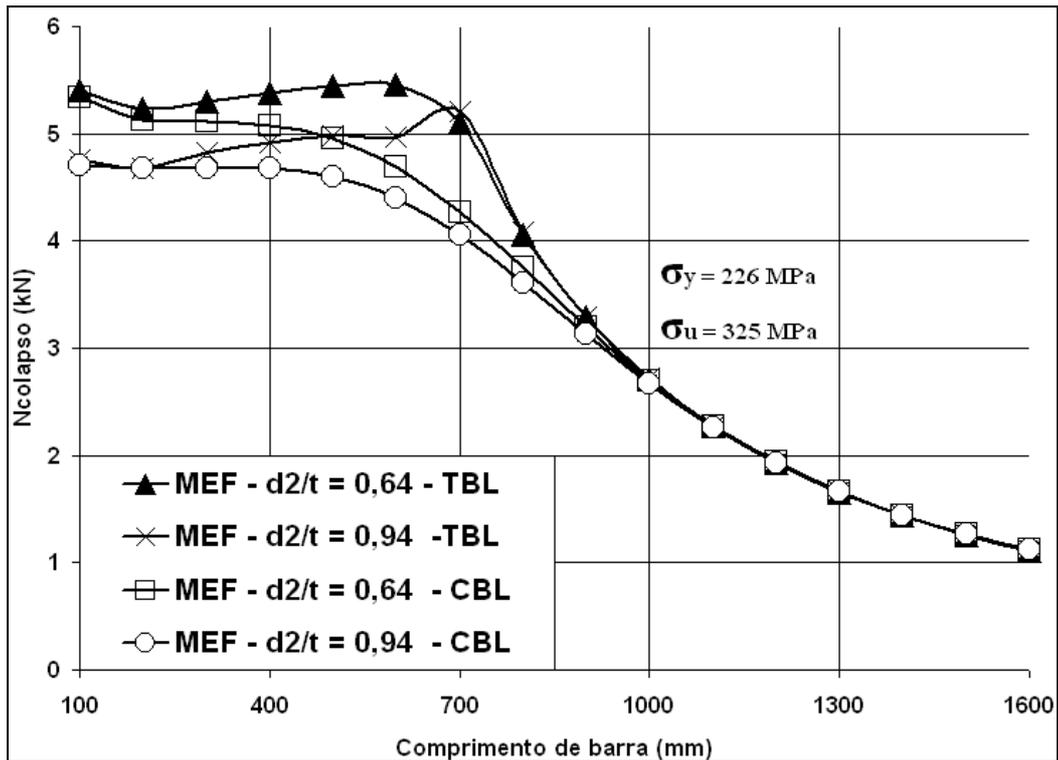
Figura 5.16: Gráfico da análise numérica via MEF para a seção transversal L 60x2,38mm

**Tabela 5.12: Análise numérica via MEF para a seção transversal L 27x1,06mm**

<i>L 27x1,06mm</i>									
$f_y = 226\text{MPa}; f_u = 325\text{MPa}; K_1 = K_t = 0,5 \text{ e } K_2 = 1,0$									
$L_{\text{teórico}}$ (mm)	TBL		CBL		$L_{\text{teórico}}$ (mm)	TBL		CBL	
	$d_2/t$ <b>0,64</b>	$d_2/t$ <b>0,94</b>	$d_2/t$ <b>0,64</b>	$d_2/t$ <b>0,94</b>		$d_2/t$ <b>0,64</b>	$d_2/t$ <b>0,94</b>	$d_2/t$ <b>0,64</b>	$d_2/t$ <b>0,94</b>
100	5,40	4,76	5,34	4,70	900	3,30	3,30	3,20	3,13
200	5,24	4,68	5,13	4,68	1000	2,71	2,72	2,70	2,67
300	5,30	4,83	5,12	4,67	1100	2,27	2,27	2,28	2,27
400	5,38	4,92	5,07	4,67	1200	1,93	1,93	1,94	1,94
500	5,45	4,98	4,95	4,59	1300	1,65	1,66	1,67	1,67
600	5,46	4,97	4,69	4,40	1400	1,44	1,44	1,45	1,45
700	5,10	5,20	4,27	4,05	1500	1,26	1,26	1,27	1,27
800	4,06	4,08	3,75	3,61	1600	1,11	1,11	1,12	1,12

CBL– Compressão nas bordas livres

TBL – Tração nas bordas livres



**Figura 5.17: Gráfico da análise numérica via MEF para a seção transversal L 27x1,06mm**

Com os valores obtidos na Tabela 5.11 referente à seção L 60x2,38mm e na Tabela 5.12 correspondente à seção L 27x1,06mm e visualizando o gráfico da Figura 5.16 e Figura 5.17 pode-se observar que:

- É de fundamental importância verificar o sentido das imperfeições geométricas iniciais de flexão (casos TBL ou CBL), isto fica claro ao perceber a diferença nos resultados obtidos em ambos os casos.

- Verifica-se que ao ser utilizado a imperfeição geométrica inicial de flexão onde produz TBL, não importando o valor do fator de imperfeição geométrica inicial usada para flexo-torção, ocorre um aumento acentuado da força de colapso. Esse aumento da força de colapso ocorre na região de transição entre os modos de flambagem dominantes (no caso, de flexo-torção para flexão).

- Quando se atualiza a geometria inicial do modo de flexão que produz TBL, nos comprimentos de barra onde o colapso final está associado ao modo de flexo-torção, o perfil tem que fazer um caminho inverso da atualização da geometria inicial de flexão, para que ocorra a flexo-torção (para ocorrer a F/T é necessário que a parte enrijecida tracione e as bordas livres comprimam) isso faz com que haja um incremento na força de colapso.

- Quando o valor de força do modo de flambagem global elástica por flexo-torção é muito maior que o modo de flexão (barras mais longas), percebe-se que o sentido da atualização da

geometria inicial de flexão (com TBL ou CBL) não influencia no resultado da força de colapso. Isso também vale quando o valor de força do modo de flambagem global elástica por flexão é muito maior que o modo de flexo-torção (barras mais curtas).

### 5.1.6 Comparação dos Resultados entre os Métodos Analisados

Apresentam-se na Figura 5.18 e Figura 5.19 gráficos comparando todos os métodos utilizados na Aplicação 1 (análise das cantoneiras simples submetidas à força de compressão centrada com seção transversal L 60x2,38mm e L 27x1,06mm).

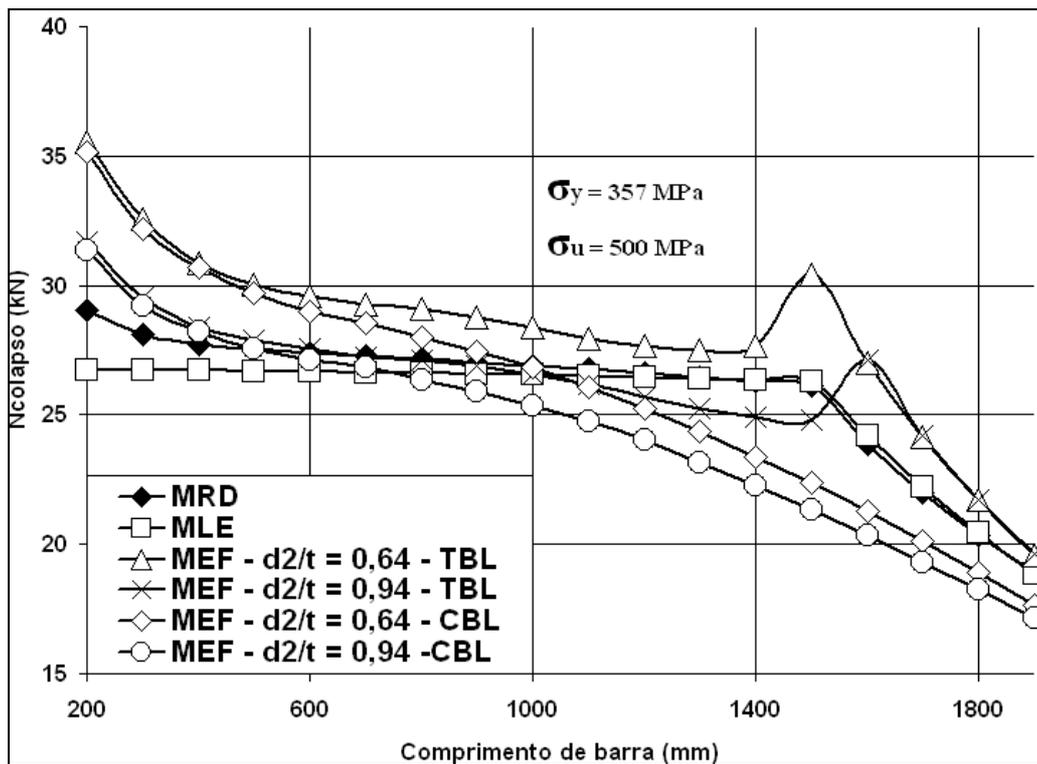
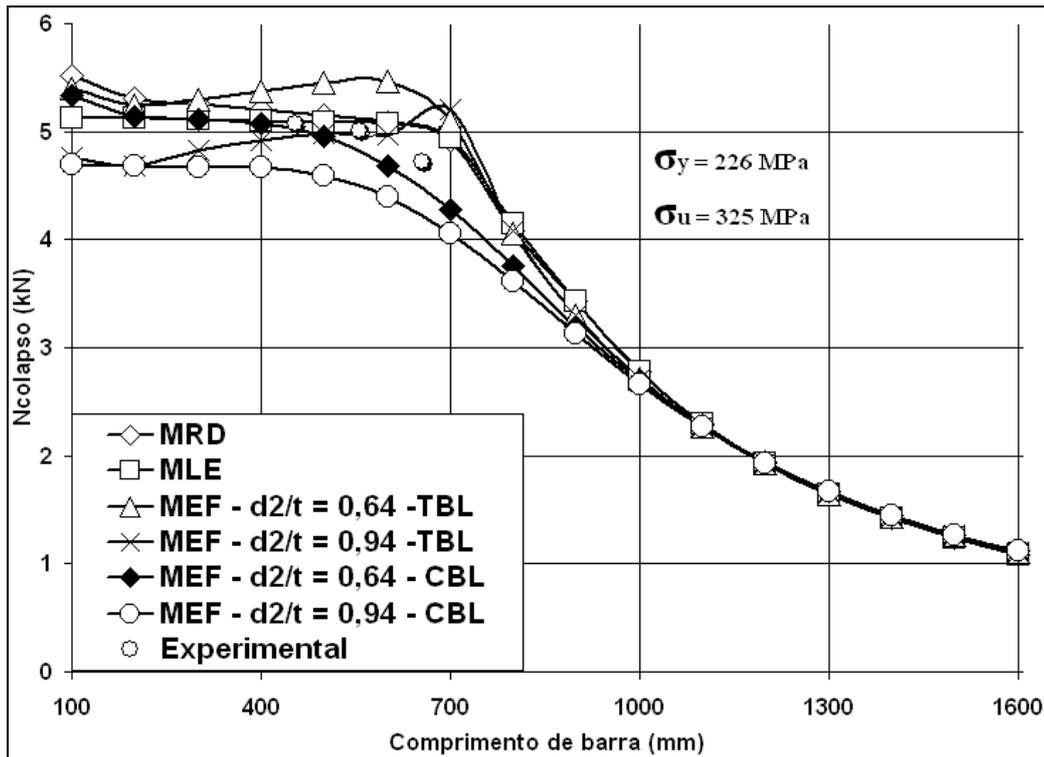


Figura 5.18: Gráfico comparativo dos resultados da força de colapso de todos os métodos utilizados para a seção L 60x2,38mm



**Figura 5.19: Gráfico comparativo dos resultados da força de colapso de todos os métodos utilizados para a seção L 27x1,06mm**

Realizam-se na seqüência algumas observações relativas à comparação destes resultados:

- O fator de imperfeição para o modo de flambagem de flexão utilizado para construir o campo de deslocamento da imperfeição geométrica inicial aplicada foi de  $L/1500$  em todos os casos analisados.

- Para a seção L 60x2,38mm comparando os resultados da força de colapso entre o MLE e MRD (métodos da norma) com a MEF pode se perceber que até um determinado comprimento de barra ( $\pm 800\text{mm}$ ) o valor da imperfeição geométrica inicial para o modo flexo-torçional de 0,94t apresenta resultados mais próximos aos do MLE e MRD, porém a partir desse comprimento de barra o valor de imperfeição geométrica inicial de flexo-torção de 0,64t predomina com valores mais parecidos aos dos métodos da norma (considerando atualização geométrica de flexão com CBL, situação mais crítica).

- Para o perfil L 27x1,06mm a imperfeição geométrica inicial de flexo-torção com valor de 0,64t predominou com valores próximos dos apresentados pelo MLE e MRD em todos os comprimentos de barras analisados para esta seção (também considerando atualização geométrica de flexão com CBL, situação mais crítica).

- Pode-se também verificar no gráfico da Figura 5.19 do perfil com seção L 27x1,06mm que a análise numérica que utiliza a imperfeição inicial de flexo-torção de 0,64t e de flexão de

L/1500 (com atualização geométrica de CBL) apresenta resultados muito próximos aos experimentais, por isso a utilização destas imperfeições geométricas iniciais podem ser consideradas adequadas.

- Aqui cabe uma observação da importância do coeficiente de ponderação das resistências utilizada pela norma (no caso 1,20), uma vez que usando este coeficiente a força de compressão resistente de cálculo fica abaixo dos valores obtidos experimentalmente.

- O fato da curva do MLE (revisão da NBR 14762 minuta 6, junho 2009), nos comprimentos de barra iniciais, não apresentar uma tendência semelhante aos outros, pode ser dado pelo fato do MLE não considerar o perfil como um todo e sim separadamente em placas ou também pela ocorrência de se calcular o fator de redução associado à resistência à compressão  $\chi$  através da área bruta da seção transversal, não havendo uma interação com a nova área efetiva.

- Pode-se notar nos gráficos das figuras acima que o MRD comparado com o tradicional MLE tem uma grande semelhança (curvas muito parecidas). Concluindo neste caso, que a utilização do MRD para determinação da força de colapso de perfis cantoneira (embora este perfil não faça parte das colunas pré-qualificadas do apêndice 1 da NAS e muito menos do projeto de revisão da NBR 14762 minuta 6, junho 2009 que não menciona a respeito de colunas pré-qualificadas para o MRD) é promissor, porém requerendo mais resultados para uma melhor avaliação.

- Na questão do sentido da atualização da geometria inicial de flexão, comparado com os outros métodos implantados neste estudo, percebe-se que a maneira mais crítica e a favor da segurança é atualizar a geometria inicial de flexão considerando compressão nas bordas livres (CBL).

## 5.2 Aplicação 2 – Otimização via AGs das Seções Transversais L Enrijecido nas Bordas

Como segunda aplicação, se estuda a otimização de cantoneiras enrijecidas nas bordas. No processo de otimização a força de compressão resistente nominal ( $N$ ) é determinada usando o Método da Resistência Direta e para determinação das forças críticas de flambagem elástica o Método das Faixas Finitas Restringidas, a mesma metodologia proposta por Grigoletti, 2008.

Dois problemas de otimização são resolvidos:

**Problema A:** Minimizar a área da seção transversal ( $A$ ) para uma força de compressão aplicada ( $N$ ) e comprimento da barra ( $L_{teórico}$ ) constante.

Ou seja:

Minimizar  $A=f(b_f, D, t, L_{teórico}, N)$ , onde  $L_{teórico}$  e  $N$  permanecem constantes.

Foram realizadas duas análises: uma considerando a espessura ( $t$ ) fixa e outra considerando a espessura ( $t$ ) variável.

O significado de  $b_f, D, t$  pode-se encontrar na Figura 5.20.

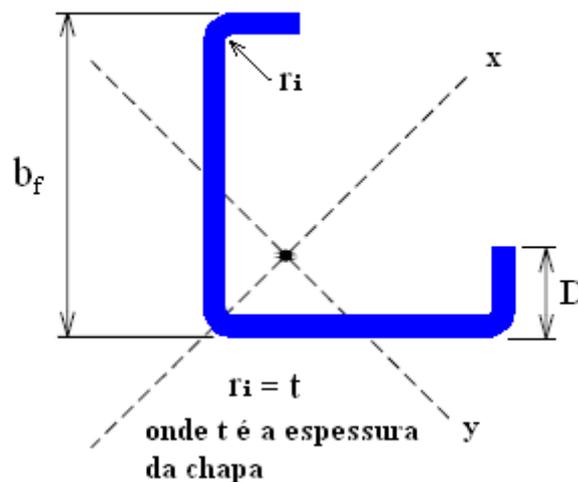
**Problema B:** Maximizar a força resistente nominal de compressão ( $N$ ) mantendo a área da seção transversal ( $A$ ) e o comprimento da barra ( $L_{teórico}$ ) constante.

Ou seja:

Maximizar  $N=g(b_f, D, t, L_{teórico}, A)$ , onde  $L_{teórico}$  e  $A$  permanecem constantes.

Foram realizadas duas análises: uma considerando a espessura ( $t$ ) fixa e outra considerando a espessura ( $t$ ) variável.

O significado de  $b_f, D, t$  pode ser encontrar na Figura 5.20.



**Figura 5.20: Seção transversal a ser otimizada**

Para ambos os problemas estudados, as restrições adotadas são indicadas na seção 4.5.

Na Tabela 5.13 se apresentam as dimensões das cantoneiras tomadas como referência nos estudos de otimização. Calculou-se através do MRD auxiliado pelo MFF convencional a força de compressão resistente destas seções de referência. Esses valores juntamente com a área da seção transversal serão referenciados como parâmetros fixos para cada problema proposto de otimização (força nominal aplicada fixa no Problema A e área da seção transversal fixa no Problema B).

O cálculo da força de compressão resistente utilizando o Método da Largura Efetiva foi feito para se ter mais um valor de comparação.

**Tabela 5.13: Dados calculados das seções  $L_e$  de referência**

$f_y = 226 \text{ MPa}; K_1 = K_t = 0,5 \text{ e } K_2 = 1,0; L_{\text{teórico}} = 780 \text{ mm}$						
Seção transversal de referência ( $b_f \times D \times t$ ) (mm)	Referências		Modo de colapso	$N_{MLE}$ (kN) <sup>(2)</sup>	$A_{ef}/A$	Modo de colapso
	A (mm <sup>2</sup> )	$N_{MRD}$ (kN) <sup>(1)</sup>				
$L_e$ 60x20x2	300,27	56,59	F/T	56,59	1,00	F/T
$L_e$ 60x20x1	155,07	25,98	L+F/T	24,82	0,855	L+F/T

<sup>(1)</sup>  $N_{MRD}$  – força de compressão resistente obtida via MRD usando o MFF convencional

<sup>(2)</sup>  $N_{MLE}$  – força de compressão resistente obtida via MLE

$A_{ef}$  – Área efetiva da seção transversal

A – Área da seção transversal

### 5.2.1 Problema A

Na Tabela 5.14 e Tabela 5.15 se apresentam os resultados obtidos ao minimizar a área transversal mantendo constante o valor força de compressão aplicada. Na primeira tabela se apresentam os resultados considerando a espessura fixa e na segunda tabela se apresenta com a espessura variável.

Como dito anteriormente, no processo de otimização utilizou-se para cálculo da força de compressão resistente ( $N$ ) o Método da Resistência Direta auxiliado pelo MFFr. O cálculo da força de compressão resistente (força de colapso) utilizando o Método da Resistência Direta via MFF convencional ( $N_{MRD}$ ) e Método da Largura Efetiva ( $N_{MLE}$ ) presentes nas tabelas só foram feitos para se ter valores de comparação.

**Tabela 5.14: Resultado da minimização da área da seção transversal via AGs com a espessura fixa**

$$f_y = 226 \text{ MPa}; K_1 = K_t = 0,5 \text{ e } K_2 = 1,0; L_{\text{teórico}} = 780 \text{ mm}$$

$N_{\text{ref.}}$ (kN)	Seção transversal otimizada ( $b_f \times D \times t$ ) (mm)	A ( $\text{mm}^2$ )	A/ $A_{\text{ref.}}$	$N_{\text{MRD}}$ (kN) <sup>(1)</sup>	Modo de colapso	$N_{\text{MLE}}$ (kN) <sup>(2)</sup>	$A_{\text{ef.}}/A$	Modo de colapso
56,59	$L_e$ 55,07x22,58x2	290,87	0,968	56,90	F/T	56,90	1,00	F/T
25,98	$L_e$ 54,66x21,86x1	148,11	0,955	26,32	L+F/T	24,91	0,871	L+F/T

<sup>(1)</sup>  $N_{\text{MRD}}$  – força de compressão resistente obtida via MRD usando o MFF convencional

<sup>(2)</sup>  $N_{\text{MLE}}$  – força de compressão resistente obtida via MLE

$A_{\text{ef.}}$  – Área efetiva da seção transversal

$A_{\text{ref.}}$  – Área da seção transversal de referência

$N_{\text{ref.}}$  – Força de compressão resistente de referência

A – Área da seção transversal

**Tabela 5.15: Resultado da minimização da área da seção transversal via AGs com a espessura variando**

$$f_y = 226 \text{ MPa}; K_1 = K_t = 0,5 \text{ e } K_2 = 1,0; L_{\text{teórico}} = 780 \text{ mm}$$

$N_{\text{ref.}}$ (kN)	Seção transversal otimizada ( $b_f \times D \times t$ ) (mm)	A ( $\text{mm}^2$ )	A/ $A_{\text{ref.}}$	$N_{\text{MRD}}$ (kN) <sup>(1)</sup>	Modo de colapso	$N_{\text{MLE}}$ (kN) <sup>(2)</sup>	$A_{\text{ef.}}/A$	Modo de colapso
56,59	$L_e$ 66,93x27,44x1,53	277,23	0,923	56,63	F/T	55,22	0,973	L+F/T
25,98	$L_e$ 50x20,51x1,01	137,92	0,889	25,72	L+F/T	24,3	0,932	L+F/T

<sup>(1)</sup>  $N_{\text{MRD}}$  – força de compressão resistente obtida via MRD usando o MFF convencional

<sup>(2)</sup>  $N_{\text{MLE}}$  – força de compressão resistente obtida via MLE

$A_{\text{ef.}}$  – Área efetiva da seção transversal

$A_{\text{ref.}}$  – Área da seção transversal de referência

$N_{\text{ref.}}$  – Força de compressão resistente de referência

A – Área da seção transversal

Com relação ao Problema A se pode fazer as seguintes observações:

- Com o perfil de referência  $L_e$  60x20x2 mm e força de compressão nominal aplicada, igual a 56,59 kN, obteve-se uma redução de 3,33% (de 300,27 mm<sup>2</sup> para 290,27 mm<sup>2</sup>) na área da seção transversal, mantendo a espessura ( $t$ ) fixa (ver Tabela 5.14). Já na opção onde foi permitida a variação da espessura, a área transversal reduziu 7,67% (de 300,27 mm<sup>2</sup> para 277,23 mm<sup>2</sup>) (Tabela 5.15).

- Com o perfil de referência  $L_e$  60x20x1 mm e força de compressão nominal aplicada igual a 25,98 kN (calculado via MRD), conseguiu-se via otimização uma redução na área da seção transversal de 4,5% (de 155,07 mm<sup>2</sup> para 148,11 mm<sup>2</sup>) com a espessura fixa (Tabela 5.14). Na otimização com a espessura variando, a área da seção transversal reduziu em 11,06%. (de 155,07 mm<sup>2</sup> para 137,92 mm<sup>2</sup>) conforme Tabela 5.15.

- Pelas observações anteriores verifica-se que a otimização é mais eficiente quando se considera além das variáveis de projeto  $b_f$  e  $D$  a espessura  $t$ .

Com relação aos valores obtidos para a força de compressão resistente para as cantoneiras de referência e as otimizadas utilizando o MLE e o MRD prescrita pelo projeto de revisão da norma brasileira NBR 14762 minuta 6 de junho de 2009 (MRD e MLE) observou-se que:

- Somente quando em ambos os métodos o modo de colapso é global os valores de força de compressão resistente são iguais (caso da seção  $L_e$  60x20x2 mm), o que já era esperado uma vez que o MLE e o MRD utilizam a mesma curva de resistência. Já nos casos onde um ou ambos os métodos apresentam modo de colapso local, os valores das forças resistentes são diferentes tendo visto que neste caso a forma de determinar a força de colapso utiliza metodologias diferentes, fato que justifica isto.

### 5.2.2 Problema B

Na seqüência se apresenta os resultados da otimização que maximiza a força aplicada mantendo a área da seção transversal constante. Os resultados são apresentados na Tabela 5.16 e Tabela 5.17, tendo a consideração e a não consideração da espessura ( $t$ ) constante.

Para auxiliar na verificação, consta nestas tabelas o cálculo da força de colapso utilizando o MLE e o MRD via MFF convencional.

**Tabela 5.16: Resultado da maximização da força resistente de compressão via AGs com a espessura fixa**

$$f_y = 226 \text{ MPa}; K_1 = K_t = 0,5 \text{ e } K_2 = 1,0; L_{\text{teórico}} = 780 \text{ mm}$$

$A_{\text{ref.}}$ (mm <sup>2</sup> )	Seção transversal otimizada (b <sub>f</sub> x D x t) (mm)	A (mm <sup>2</sup> )	$N_{\text{MRD}}$ (kN) <sup>(1)</sup>	$N_{\text{MRD}}$ / $N_{\text{ref.}}$	Modo de colapso	$N_{\text{MLE}}$ (kN) <sup>(2)</sup>	$A_{\text{ef.}}/A$	Modo de colapso
300,27	L <sub>e</sub> 56,77x23,27x2	300,43	59,21	1,05	F/T	59,21	1,00	F/T
155,07	L <sub>e</sub> 57,17x22,86x1	155,13	27,04	1,04	L+F/T	25,53	0,84	L+F/T

<sup>(1)</sup>  $N_{\text{MRD}}$  – força de compressão resistente obtida via MRD usando o MFF convencional

<sup>(2)</sup>  $N_{\text{MLE}}$  – força de compressão resistente obtida via MLE

$A_{\text{ef.}}$  – Área efetiva da seção transversal

$A_{\text{ref.}}$  – Área da seção transversal de referência

$N_{\text{ref.}}$  – Força de compressão resistente de referência

A – Área da seção transversal

**Tabela 5.17: Resultado da maximização da força resistente de compressão via AGs com a espessura variando**

$$f_y = 226 \text{ MPa}; K_1 = K_t = 0,5 \text{ e } K_2 = 1,0; L_{\text{teórico}} = 780 \text{ mm}$$

$A_{\text{ref.}}$ (mm <sup>2</sup> )	Seção transversal otimizada (b <sub>f</sub> x D x t) (mm)	A (mm <sup>2</sup> )	$N_{\text{MRD}}$ (kN) <sup>(1)</sup>	$N_{\text{MRD}}$ / $N_{\text{ref.}}$	Modo de colapso	$N_{\text{MLE}}$ (kN) <sup>(2)</sup>	$A_{\text{ef.}}/A$	Modo de colapso
300,27	L <sub>e</sub> 69,24x28,39x1,6	300,33	61,75	1,09	F/T	60,21	0,975	L+F/T
155,07	L <sub>e</sub> 52,45x21,5x1,09	155,35	29,69	1,14	L+F/T	28,11	0,942	L+F/T

<sup>(1)</sup>  $N_{\text{MRD}}$  – força de compressão resistente obtida via MRD usando o MFF convencional

<sup>(2)</sup>  $N_{\text{MLE}}$  – força de compressão resistente obtida via MLE

$A_{\text{ef.}}$  – Área efetiva da seção transversal

$A_{\text{ref.}}$  – Área da seção transversal de referência

$N_{\text{ref.}}$  – Força de compressão resistente de referência

A – Área da seção transversal

Através dos resultados obtidos no desenvolvimento do Problema B pode-se observar que:

- Para a seção de referência  $L_e$  60x20x2 mm com área de seção transversal de 300,27 mm<sup>2</sup> (parâmetro fixo na otimização), este processo obteve um ganho de resistência de 4,63% para a seção com espessura fixa e de 9,12% para a otimização ( $t$ ) com a espessura variando.

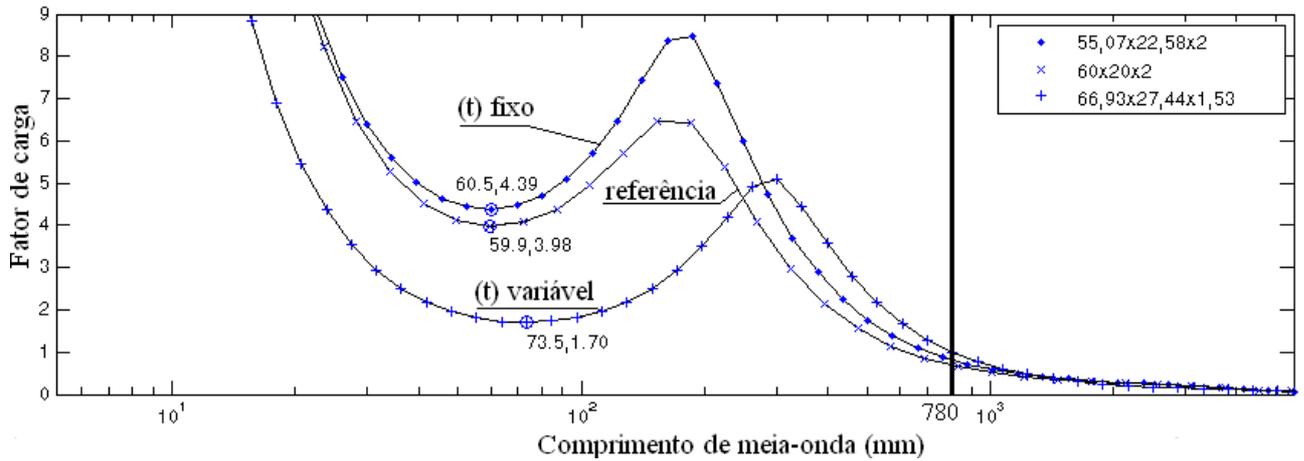
- Já na seção de referência  $L_e$  60x20x1 mm com área transversal de 155,07 mm<sup>2</sup> (parâmetro fixo na otimização), obteve-se um aumento de 4,08% para a seção com espessura ( $t$ ) fixa e 14,28% na seção com espessura ( $t$ ) variável.

As dimensões das cantoneiras enrijecidas otimizadas referentes aos Problemas A e B estão ilustradas na Figura 5.21, estando apresentadas em escala para melhor compreensão.

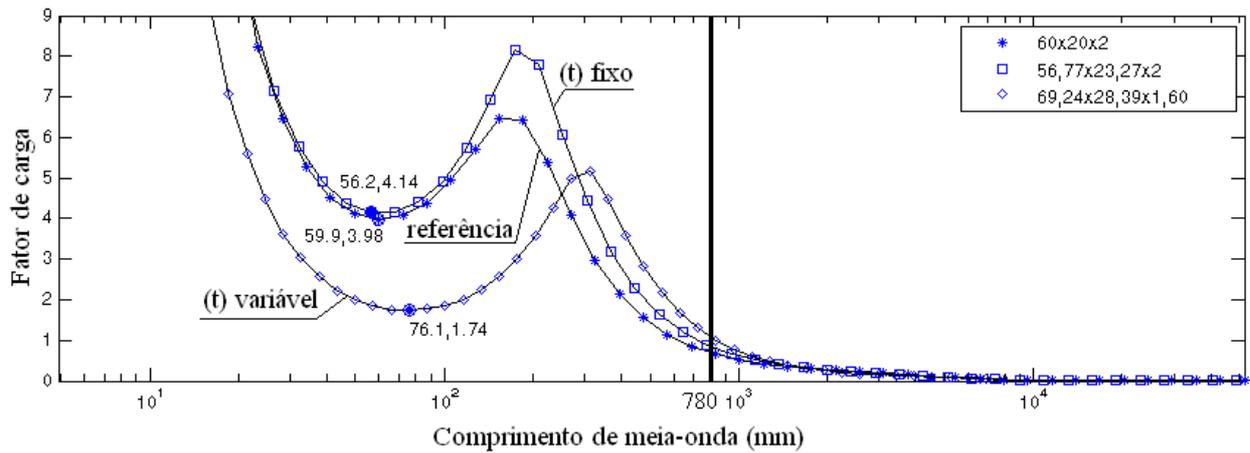
		Carga axial fixa Minimizar área da seção transversal		Área da seção transversal fixa Maximizar carga axial	
$b_f \times D \times t$ (mm)	Referência 60x20x2	Problema A 55,07x22,58x2 espessura fixa	Problema A 66,94x27,44x1,53 espessura variável	Problema B 56,77x23,27x2 espessura fixa	Problema B 69,24x28,39x1,6 espessura variável
	$D/b_f$	0,33	0,41	0,41	0,41
$b_f t$	30,00	27,54	43,75	28,39	43,27
$A_{ref./A}$	1,00	1,03	1,08	0,99	0,99
$A_{ef./A}$	1,00	1,00	0,973	1,00	0,975
$N_{ref.MRD}/N_{otim.MRD}$	1,00	0,99	1,00	0,96	0,92
$b_f \times D \times t$ (mm)	Referência 60x20x1	Problema A 54,66x21,86x1 espessura fixa	Problema A 50x20,51x1,01 espessura variável	Problema B 57,17x22,86x1 espessura fixa	Problema B 52,45x21,5x1,09 espessura variável
	$D/b_f$	0,33	0,40	0,41	0,40
$b_f t$	60,00	54,66	49,50	57,17	48,12
$A_{ref./A}$	1,00	1,05	1,12	1,00	1,00
$A_{ef./A}$	0,855	0,871	0,932	0,840	0,942
$N_{ref.MRD}/N_{otim.MRD}$	1,00	0,99	1,01	0,96	0,88

**Figura 5.21: Comparação entre as seções de referência e as otimizadas**

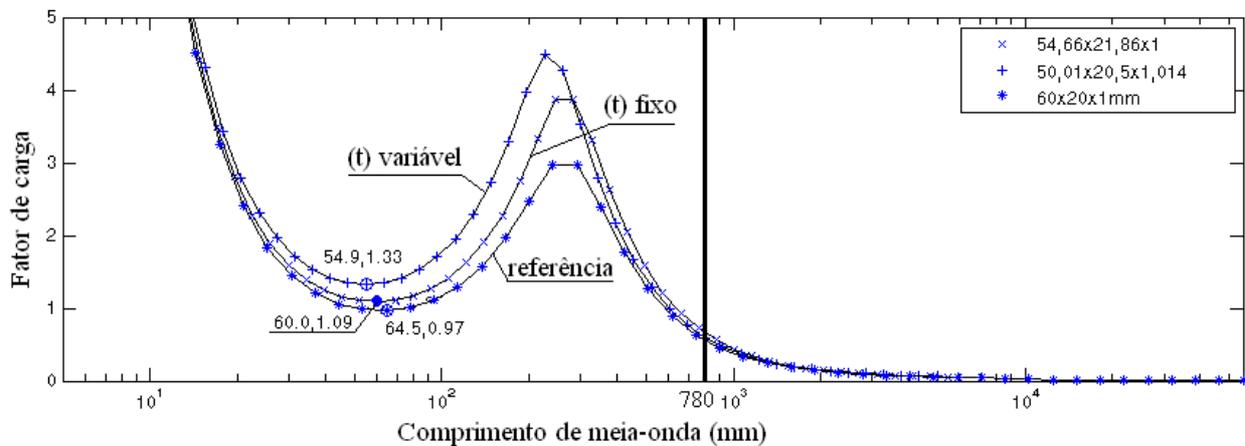
Na Figura 5.22 até a Figura 5.25 apresentam-se as curvas obtidas via programa CUFMSM para a análise da estabilidade elástica das seções de referência e otimizadas vistas nos Problemas A e B.



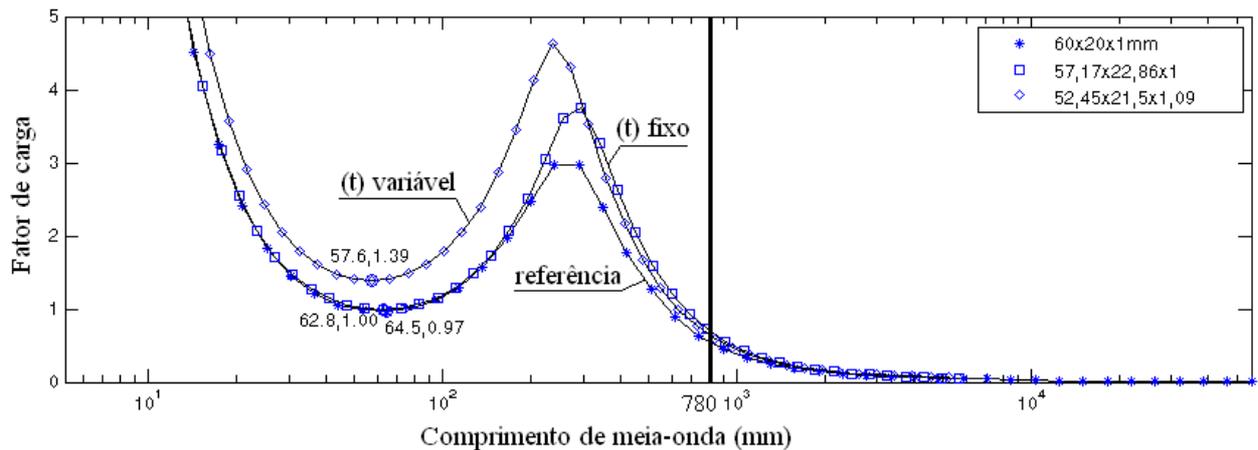
**Figura 5.22:** Gráfico gerado pelo programa CUFSM para o Problema A (força de colapso fixa com minimização da área da seção transversal) partindo do perfil 60x20x2mm.



**Figura 5.23:** Gráfico gerado pelo programa CUFSM para o Problema B (área da seção transversal fixa com maximização da força de colapso) partindo do perfil 60x20x2mm.



**Figura 5.24:** Gráfico gerado pelo programa CUFSM para o Problema A (força de colapso fixa com minimização da área da seção transversal) partindo do perfil 60x20x1mm.



**Figura 5.25: Gráfico gerado pelo programa CUFSM para o Problema B ( área da seção transversal fixa com maximização da força de colapso) partindo do perfil 60x20x1mm.**

Na Figura 5.22 até a Figura 5.25 apresentam-se os gráficos obtidos no programa CUFSM para os perfis e referência e os otimizados, com a espessura ( $t$ ) fixa e variável nos dois Problemas propostos (A e B). Partindo dos dois perfis enrijecidos de referência (60x20x2mm e 60x20x1mm).

Na Figura 5.22 e Figura 5.23 pode-se observar claramente que os perfis otimizados (partindo do perfil de referência 60x20x2mm) tanto para o Problema A como para o Problema B, apresentaram uma tendência em igualar as forças de flambagem elástica local e global, no caso dos perfis otimizados com espessura ( $t$ ) variável.

Nas Figura 5.24 e Figura 5.25 para ambos os Problemas otimizados (A e B), partindo do perfil 60x20x1mm como referência, se observa que como neste caso a flambagem local é predominante na definição da força de colapso, os perfis otimizados apresentam uma tendência em aumentar a força de flambagem local comparando com a força de flambagem local do perfil de referência.

### 5.2.3 Método dos Elementos Finitos

Para verificar os resultados obtidos se realizou um modelo em elementos finitos da cantoneira enrijecida considerando a não-linearidade física e geométrica na análise, assim como imperfeições geométricas iniciais no modelo, considerando para a construção do campo das imperfeições geométricas iniciais um fator de imperfeição do modo local de  $0,14t$ , um fator de imperfeição do modo de flexo-torção de  $0,64t$  e um fator de imperfeição de  $L/1500$  para o modo global de flexão. Mais detalhes sobre o modelo implementado podem ser encontrados na seção 4.4 deste trabalho. Foram analisadas as seções de referência e as otimizadas para o Problema A e para o Problema B, cujos resultados são apresentados na Tabela 5.18.

**Tabela 5.18: Análise das seção  $L_e$  através do MEF para verificação das otimizações**

$$f_y = 226 \text{MPa}; f_u = 325 \text{MPa}; K_1 = K_t = 0,5 \text{ e } K_2 = 1,0; L_{teórico} = 780 \text{mm}$$

Seção transversal ( $b_f \times D \times t$ ) (mm)	A ( $\text{mm}^2$ )	$A_{ref}/A$	MEF - Ansys			MRD	MLE
			$N_{MEF}$ (kN)	$\frac{N_{MEF}^{ref.}}{N_{MEF}^{otim.}}$	Modo de colapso <sup>(1)</sup>	$\frac{N_{MRD}^{ref.}}{N_{MRD}^{otim.}}$	$\frac{N_{MLE}^{ref.}}{N_{MLE}^{otim.}}$
60x20x2 (Referência)	<b>300,27</b>	-----	<b>40,93</b>	-----	F/T	-----	-----
55,07x22,58x2 (Prob. A) <sup>(2)</sup>	290,87	1,03	40,94	1	F/T	0,99	0,99
66,93x27,44x1,53 (Prob. A) <sup>(3)</sup>	277,23	1,08	40,42	1,01	L + F/T	1	1,02
56,77x23,27x2 (Prob. B) <sup>(2)</sup>	300,43	1	42,54	0,96	F/T	0,96	0,96
69,24x28,39x1,6 (Prob. B) <sup>(3)</sup>	300,33	1	43,89	0,93	L + F/T	0,92	0,94
60x20x1 (Referência)	<b>155,07</b>	-----	<b>21,07</b>	-----	L + F/T	-----	-----
54,66x21,86x1 (Prob. A) <sup>(2)</sup>	148,11	1,05	20,66	1,02	L + F/T	0,99	1
50x20,51x1,01 (Prob. A) <sup>(3)</sup>	137,92	1,12	19,36	1,09	L + F/T	1,01	1,02
57,17x22,86x1 (Prob. B) <sup>(2)</sup>	155,13	1	21,18	0,99	L + F/T	0,96	0,97
52,45x21,5x1,09 (Prob. B) <sup>(3)</sup>	155,35	1	22,00	0,96	L + F/T	0,88	0,88

<sup>(1)</sup>F/T – indica que o colapso ocorreu por flexo-torção não havendo interação com a flambagem local

<sup>(1)</sup>L+ F/T – indica que houve colapso com a interação entre a flambagem local e a flambagem por flexo-torção

<sup>(2)</sup>Espessura (t) fixa e <sup>(3)</sup>Espessura (t) variável

$A_{ref}$ . – Área da seção transversal de referência e A – Área da seção transversal

$N_{MEF}^{ref.}$  - Força de colapso obtida pelo MEF via Ansys para as seções de referência

$N_{MEF}^{otim.}$  - Força de colapso obtida pelo MEF via Ansys para as seções otimizadas

$N_{MRD}^{ref.}$  - Força de colapso obtida pelo MRD via MFF convencional para as seções de referência

$N_{MRD}^{otim.}$  - Força de colapso obtida pelo MRD via MFF convencional para as seções otimizadas

$N_{MLE}^{ref.}$  - Força de colapso obtida pelo MLE para as seções de referência (revisão NBR 14762)

$N_{MLE}^{otim.}$  - Força de colapso obtida pelo MLE para as seções otimizadas (revisão NBR 14762)

Através dos resultados apresentados na Tabela 5.18 pode-se observar que:

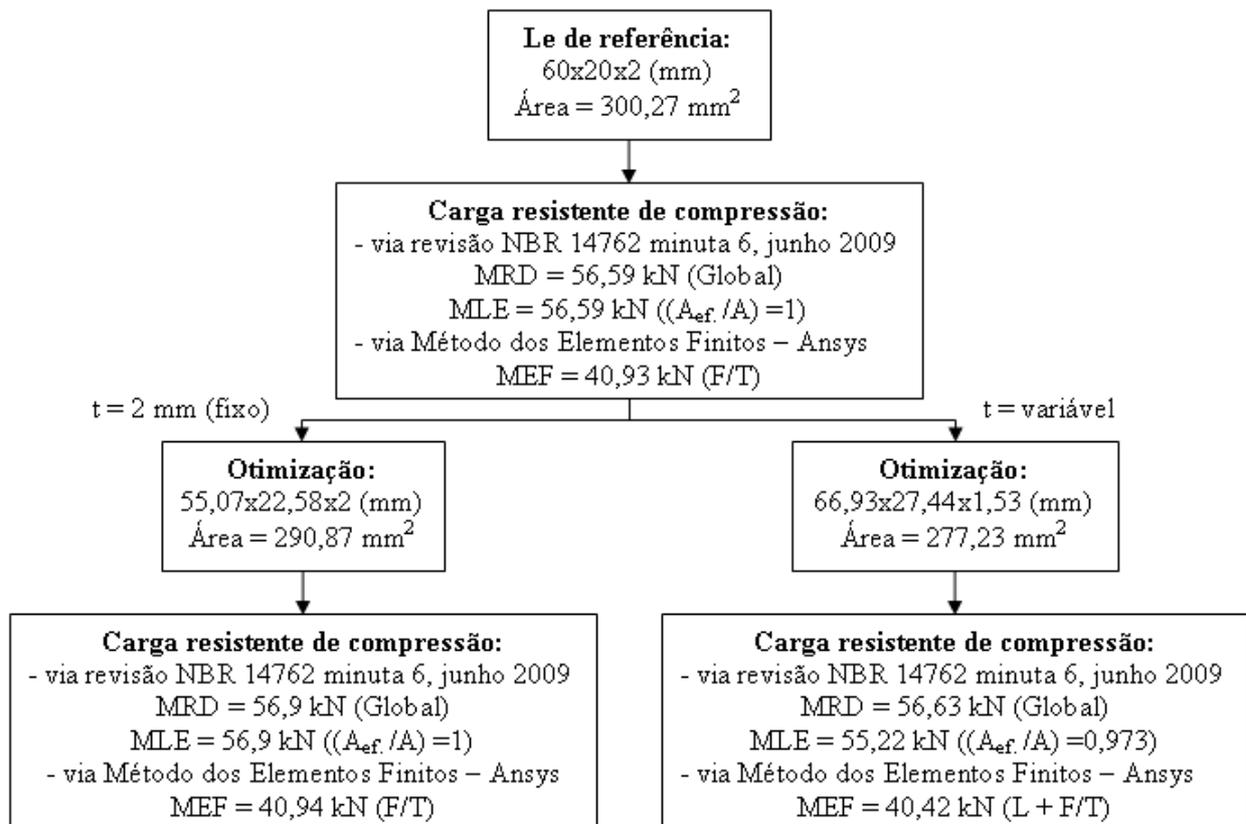
### Problema A

- Os perfis otimizados têm o comportamento esperado, ou seja, ocorre a redução da área mantendo a força resistente constante (relação  $N_{ref\_MEF}/N_{otim\_MEF}$ ,  $N_{ref\_MRD}/N_{otim\_MRD}$  e  $N_{ref\_MLE}/N_{otim\_MLE}$  aproximadamente igual a 1).

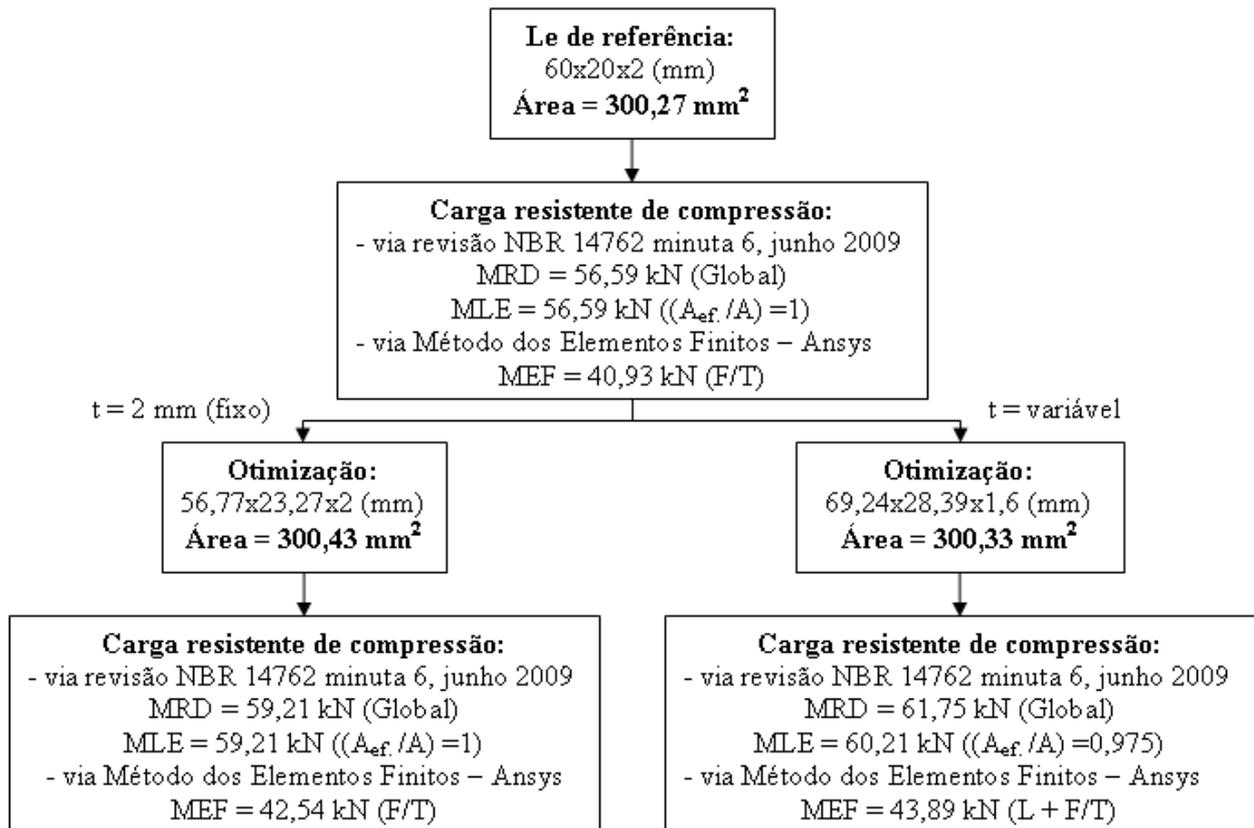
### Problema B

- Em todos os casos obtivemos ganho da força resistente mantendo a área fixa. Mas sempre obtendo um melhor resultado nos casos onde foi otimizado com a espessura variando.

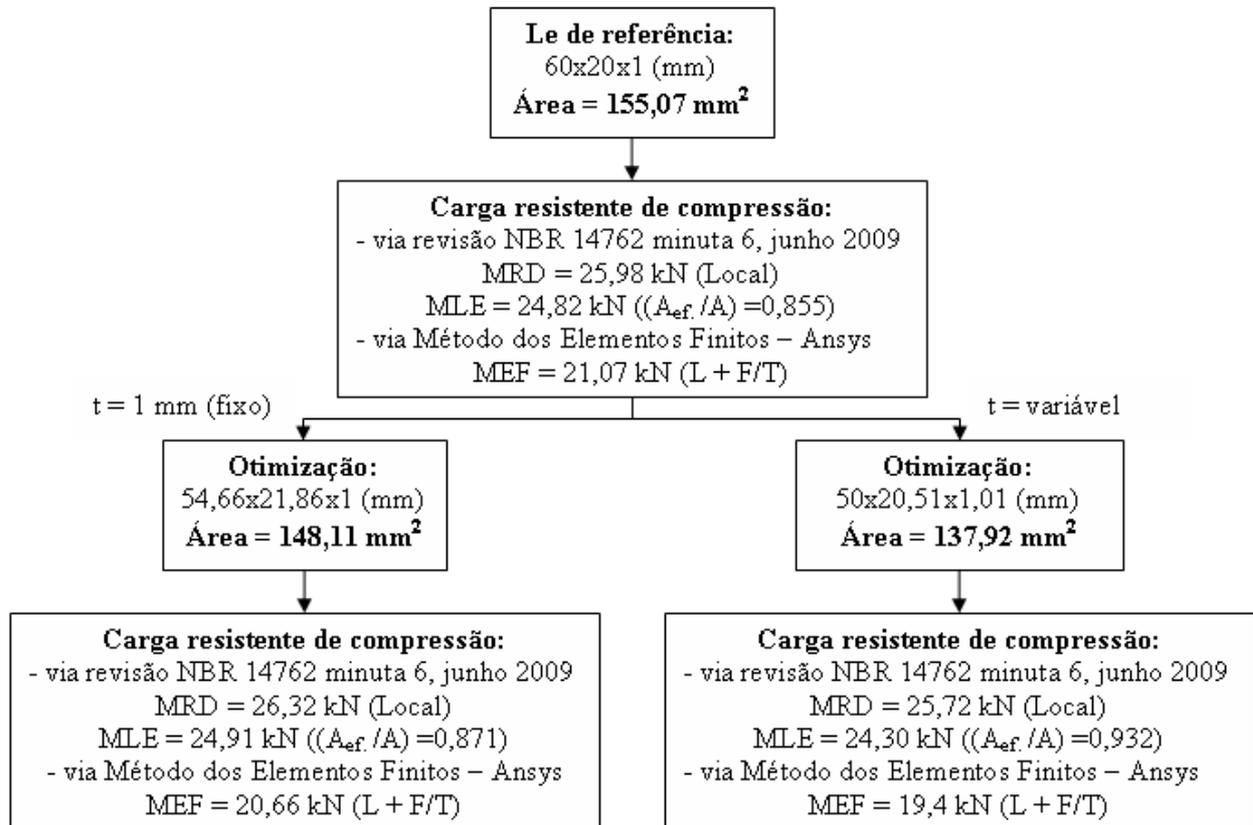
Finalmente na Figura 5.26 a Figura 5.29 se organiza os resultados obtidos para os problemas de otimização apresentados e da verificação realizada pelo Método dos Elementos Finitos, Método da Resistência Direta via MFF convencional e Método da Largura Efetiva. (Problema A e Problema B com e sem espessura ( $t$ ) fixa).



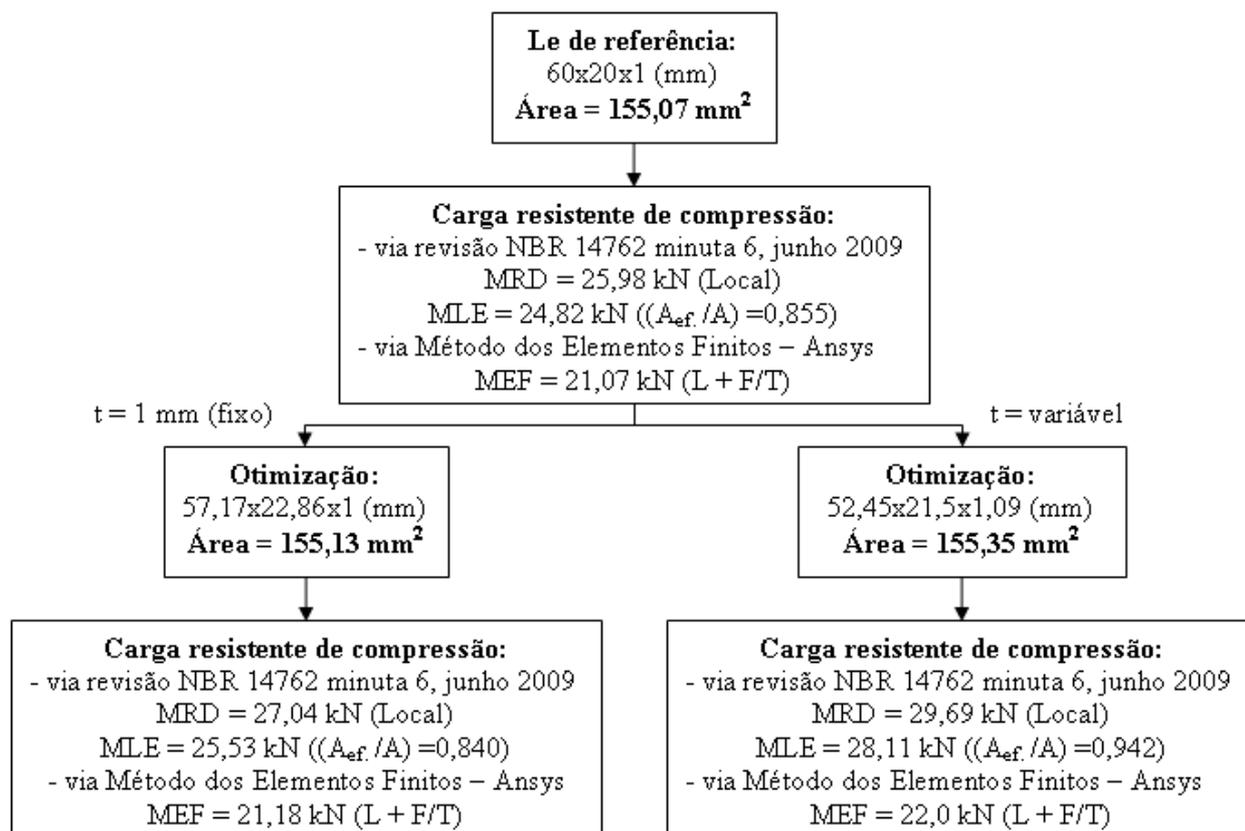
**Figura 5.26: Passos da otimização e verificação da seção de referência  $L_e$  60x20x2 mm para minimização da área da seção transversal (Problema A)**



**Figura 5.27: Passos da otimização e verificação da seção de referência 300,27 mm<sup>2</sup> para maximização da força de compressão resistente (Problema B)**



**Figura 5.28: Passos da otimização e verificação da seção de referência  $L_e$  60x20x1 mm para minimização da área da seção transversal (Problema A)**



**Figura 5.29: Passos da otimização e verificação da área de referência de 155,07 mm<sup>2</sup> para maximização da força de compressão resistente (Problema B)**

## 6. CONCLUSÃO

Neste trabalho desenvolveu-se um estudo sobre cantoneiras de aço formadas a frio, realizando-se especificamente duas aplicações. A primeira relacionada à determinação da força de colapso utilizando diversos métodos de análise e verificando experimentalmente os resultados. Na segunda aplicação foi realizada, via Algoritmos Genéticos, a otimização de cantoneiras enrijecidas nas bordas, sendo empregado para a determinação das forças de flambagem elásticas o Método das Faixas Finitas Restringidas e para determinação da força axial de compressão resistente o Método da Resistência Direta. No decorrer do trabalho foi possível obter as seguintes conclusões:

Com relação ao estudo sobre o comportamento das cantoneiras simples de aço formadas a frio submetidas à força de compressão:

- O Método da Resistência Direta mostrou-se de modo geral eficiente na busca da força axial de compressão resistente das cantoneiras analisadas, submetidas à força de compressão centrada, pois apresentaram respostas coerentes com as determinadas através do Método da Largura Efetiva (projeto de revisão da norma ABNT NBR 14762 minuta 6, junho 2009) e ensaios experimentais realizados.

- A utilização do programa CUFSM apresentou-se como uma ótima ferramenta para a análise de estabilidade elástica das cantoneiras simples estudadas, conduzindo a resultados semelhantes aos obtidos via MEF, adicionado ao fato de ser um software relativamente fácil de manusear e de uso livre.

- Foi importante utilizar o MEF na busca das forças de compressão resistentes das cantoneiras em estudo para diferentes comprimentos de barra, uma vez que foi possível no decorrer das análises, perceber que a consideração das imperfeições geométricas iniciais e o sentido da atualização (com TBL e CBL), principalmente para o modo de flexão são de extrema importância já que podem mudar significativamente a resposta final se usadas inadequadamente, obtendo-se valores contrários a segurança ou muito conservadores.

Com relação à otimização das cantoneiras enrijecidas nas bordas:

- A otimização via Algoritmos Genéticos, trabalhando em conjunto a função híbrida mostrou-se eficiente na busca do ótimo global, pois apresentou respostas coerentes com as obtidas através dos métodos utilizados da revisão da norma ABNT NBR 14762 minuta 6, junho 2009 e MEF.

- A utilização da função Híbrida mostrou-se uma ótima ferramenta no auxílio para refinar a busca da solução ótima, isso foi comprovado partindo-se de diferentes pontos, com diferentes

números de indivíduos e mesmo assim a função Híbrida utilizando a resposta do AG convergia para o mesmo mínimo global, dando o mesmo resultado.

- Não deixando de observar mais uma vez que este perfil não faz parte das colunas pré-qualificadas do apêndice 1 da NAS muito menos do projeto de revisão da NBR 14762 minuta 6, junho 2009 que não menciona a respeito de colunas pré-qualificadas para o MRD e os fatores de imperfeição geométrica iniciais utilizadas no modelo por elementos finitos ainda seja objeto de estudo (não havendo ainda consenso quanto aos seus valores) ainda assim a metodologia de otimização apresentada neste estudo, mostrou-se satisfatória para as aplicações desenvolvidas, uma vez que as comparações feitas utilizando o MRD, MLE e MEF estarem coerentes quando compara-se os perfis de referência com os otimizados.

- Conclui-se que os métodos implantados neste trabalho atingiram os resultados esperados, podendo assim provar a eficiência e praticidade da utilização do MRD juntamente com o MFF ou MFFr para determinação da força crítica elástica de flambagem das cantoneiras estudadas.

Como sugestões de trabalhos futuros, continuações naturais das implementações realizadas nesta dissertação se mencionam:

- Medir o campo de imperfeições dos perfis cantoneira utilizados neste trabalho empregando um scanner tridimensional e comparar com as propostas teóricas apresentadas para avaliar o efeito deste fator. Um trabalho similar sobre cantoneira laminadas já foi desenvolvido por Puglia, 2009.

- Desenvolver um estudo similar ao aqui apresentado na Aplicação 1, no caso de perfis compostos formados por duas cantoneiras ligadas em suas abas (cantoneira dupla) agregando o Método da Seção Efetiva (MSE).

- Acrescentar nos métodos aqui estudados o Método da Seção Efetiva proposto na revisão da norma NBR 14762, mas ainda não calibrados para perfis cantoneira.

- Incrementar opções na otimização da seção cantoneira enrijecidas (possibilidade de mudar o ângulo do enrijecedor por exemplo).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2001. “**Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio – Procedimento**”, NBR 14762, Rio de Janeiro.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2008 revisão 3. “**Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio – Procedimento**”, NBR 14762, Rio de Janeiro.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2008 revisão 5. “**Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio – Procedimento**”, NBR 14762, Rio de Janeiro.

Ádány, S., Schafer, B.W., 2006. “**Buckling Mode Decomposition of Single Branched Open Cross-Section Members Via Finite Strip Method: Derivation**”, Thin-Walled Structures, v. 44, p.563-84.

AISI – American Iron and Steel Institute, 2001. “**North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**”, Washington.

Allen, H. G., Bulson, P. S., 1980. “**Background to Buckling**”, McGraw Hill, London.

Ansys, Inc., 2007. “**Ansys Release 10.0 Documentation**”.

Bathe, K. J., 1998. “**Finite Element Procedures in Engineering**”, Prentice-Hall, Englewood-Cliffs.

Batista, E.M., “**Stability of Steel Cold-Formed Columns and Beams: Integrating Effective Width and Direct Strength Methods for Design**”, 7th EUROMECH Solid Mechanics Conference, J.Ambrósio et al. (eds.), Lisboa, Setembro 7-11, 2009.

Batista, E.M. “**Local-Global Buckling Interaction Procedures for the Design of Cold-Formed Columns: Effective Width and Direct Method Integrated Approach**”. Thin-Walled Structures, 2009.

Batista, E. M., 1988, “**Etude de la Stabilité des Profils à Parois Minces et Section Ouverte de Types U et C**”, Collection des publications de La Faculté des Sciences Appliquées no. 119, Université de Liège, 1989.

Carvalho, Paulo Roberto M. de, ... [et al.]. “**Curso Básico de Perfis de Aço Formados a Frio**”. Porto Alegre 2006, 374p.

- Cheung, Y. K., Tahn, L.G., 1998. **“Finite Strip Method”**, CRC Press.
- Chodraui, G. M. de B., 2003. **“Flambagem por Distorção da Seção Transversal em Perfis de Aço Formados a Frio Submetidos à Compressão Centrada e à Flexão”**, Dissertação de Mestrado. E.E.S.C./USP, São Carlos.
- Chodraui, G. M. de B., 2006. **“Análise Teórica e Experimental de Perfis de Aço Formados a Frio submetidos à Compressão”**. Tese de Doutorado. EESC/USP, São Carlos.
- Crisfield, M.A., 1981 **“A Fast Incremental-Iterative Solution Procedure that Handles Snap-Through”**, Computer & Structures, v. 13, p. 55-62.
- Goldberg, D. E., 1989. **“Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”**, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Grigoletti, G. C., 2008. **“Otimização via Algoritmos Genéticos de Perfis U Formados a Frio Submetidos à Compressão Utilizando o Método Da Resistência Direta”**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Promec. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Hancock, G. J., 1978. **“Local, Distortional, and Lateral Buckling of I-beams”**, Journal of the Structural Division, ASCE, v.104, n.11, p.1787-1798.
- Hancock, G. J. 1981. **“Nonlinear Analysis of thin Sections in Compression”**, Journal of the Structural Division, ASCE, v.107, n.3, p.455-471.
- Hancock, G. J., Kwon, Y. B. and Bernard, E. S., 1994. **“Strength Design Curves for Thin-Walled Sections Undergoing Distortional Buckling”**, Journal of Constructional Steel Research, v.31, n.2-3, p.169-186.
- Hancock, G. J., Murray, T. M., Ellifritt, D. S, 2001. **“Cold-Formed Steel Structures to the AISI Specification”**, Marcel Dekker, New York.
- Holland, J. H., 1975. **“Adaptation in Natural and Artificial Systems”**. University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan.
- Huber, A. W.; Beedle, L. S. 1992. **“Residual Stress and Compressive Strength of Steel”**. Welding Journal, v.33, n.12, p.589s-614s.
- Kalyanaraman, V.; Peköz, T.; Winter, G. 1977. **“Unstiffened Compression Elements”**. Journal of the Structural Division, ASCE, v.103, no.ST9, Proc. paper 13197, p.1833 1848, September.

Kripka, M.; Pravia, Z. C., 2006. **“Otimização de Perfis U Conformados a Frio”**. In: XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Campinas. Anais. 2006. p. 2745-55.

Liu, H.; Igusa, T.; Schafer, B. W., 2004. **“Knowledge-based Global Optimization of Coldformed Steel Columns”**. Thin-Walled Structures, v. 42, n. 6, p. 785-801.

Lu, W., 2003. **“Optimum Design of Cold-formed Steel Purlins Using Genetic Algorithms”**, Helsinki, Thesis (Science in Technology) - Department of Civil and Environmental Engineering, Helsinki University of Technology.

Maia, W. F. 2008. **“Sobre a Estabilidade de Cantoneiras de Aço Formadas a Frio Submetidas à Compressão”**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Mezzomo, G. P. 2007. **“Análise Estrutural de Telhas de Aço Trapezoidais Formadas a Frio”**. Dissertação (Mestrado) – Promec – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Puglia, V. B. 2009. **“Análise de Diferentes Aspectos a serem Levados em Conta no Estudo de Torres Estaiadas”**. Dissertação (Mestrado) – Promec – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Schafer, B.W. 1997. **“Cold-formed Steel Behavior and Design: Analytical and Numerical Modeling of Elements and Members with Longitudinal Stiffeners”**. PhD. dissertation, Cornell University, Ithaca.

Schafer, B. W.; Peköz, T. 1998. **“Computational Modeling of Cold-Formed Steel: Characterizing Geometric Imperfections and Residual Stresses”**. Journal of Constructional Steel Research, v. 47, p. 193-210, January.

Schafer, B. W., 2002. **“Design Manual for Direct Strength Method of Cold-Formed Steel Design”**. Draft for American and Iron Steel Institute – Committee on Specifications, January 7, 2002.

Schafer, B. W., Ádány, S., 2006. **“Buckling Analysis of Cold-Formed Steel Members Using CUFSM: Conventional and Constrained Finite Strip Methods”**, Proceeding of the Eighteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, Orlando, Florida, October.

Seaburg, P. A.; Salmon, C. G., 1971. **“Minimum Weight Design of Light Gage Steel Members”**. Journal of the Structural Division, ASCE, v. 97, n. 1, p.203-22.

Souza Djaniro Álvaro d. “**Análise Numérica de Coluna com Seção Enrijecidas e Não-Enrijecidas em Perfis Formados a Frio**” 2005.

The Mathworks, Inc., 2008. **Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox™ 2** User’s Guide. Third printing Revised for Version 2.3 (Release 2008a).

Winter, G., 1948. “**Performance of thin steel compression flanges**”, preliminary publication, 3<sup>rd</sup> Congress, The International Association for Bridge and Structural Engineering, Liege.

Winter, G., 1968. “**Theoretical solutions and tests results**”, preliminary publication, 8<sup>th</sup> Congress, The International Association for Bridge and Structural Engineering, p. 101-112.

Weng, C.C.; Peköz, T. 1990. “**Residual Stresses in Cold-Formed Steel Members**”. Journal of Structural Engineering, ASCE, v.116, n.6, p.1230-1246, May.

Young, B. 2004. “**Tests and Design of Fixed-Ended Cold-Formed Steel Plain Angle Columns**”. Journal of Structural Engineering, v. 130, n. 12, p. 1931-1940.

Young, B. 2005. “**Experimental Investigation of Cold-Formed Steel Lipped Angle Concentrically Loaded Compression Members**”. Journal of Structural Engineering, v. 131, n. 9, p. 1390-1396.

Yu, W. W., 2000. “**Cold-Formed Steel Design**”. 3 ed. New York: John Wiley & Sons. 756p.

Zienkiewicz, O. C., 1982. “**El Método de Los Elementos Finitos**”, Editorial Reverté, S.A., Barcelona-Bogotá-Buenos Aires-Caracas-México-Rio de Janeiro.