UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

QUADRINHOS E MATEMÁTICA:
ALGUMAS POSSÍVEIS CONSTRUÇÕES USANDO A IMAGINAÇÃO.

LEANDRO CARLOS BLUM

Porto Alegre
2018

LEANDRO CARLOS BLUM

QUADRINHOS E MATEMÁTICA:
ALGUMAS POSSÍVEIS CONSTRUÇÕES USANDO A IMAGINAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr Francisco Egger Moellwald.

Porto Alegre
2018/2

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

QUADRINHOS E MATEMÁTICA:
ALGUMAS POSSÍVEIS CONSTRUÇÕES USANDO A IMAGINAÇÃO

Leandro Carlos Blum

Banca examinadora:

Professor Doutor Rodrigo Sychocki da SIlva
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Professora Doutora Andréia Dalcin
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Professor Doutor Francisco Egger Moellwald (Orientador)
Faculdade de Educação - UFRGS

Porto Alegre, janeiro de 2019.

AGRADECIMENTOS

É início de outubro do ano de 2018 e até este momento tenho dito que a confecção deste TCC começou há pouco mais de três anos, mas o fato é que não posso mais fazer tal afirmação. A construção deste Trabalho começou, de fato, há oito anos, quando entrei no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. De lá para cá, tive contato com pessoas diferentes, com pensamentos diferentes, com posturas diferentes. Algumas me mostraram uma paisagem magnífica da matemática, suas várias formas de ser vista, formas distintas de serem resolvidos alguns de seus problemas, suas particularidades; já outras, embora tenha tido dificuldade em compreendê-las e, confesso, de aceitar suas ideias, me mostraram que, durante um aprendizado, também temos que aprender a nos harmonizarmos. Isto porque na matemática também somos (e devemos ser) críticos, pois, simplesmente, estamos envoltos em um ambiente de relações humanas e, por conseguinte, sujeitos a errar, caso sejamos irredutíveis, ou acertar, se admitirmos que não estamos certos 100%. Ou seja, olhando para trás, o caminho realizado é bonito de ser visto porque houve um aprendizado. Dito isto, gostaria de agradecer à comunidade acadêmica do Instituto de Matemática, professores e alunos, que passaram por mim durante esse tempo e ajudaram, direta ou indiretamente, na elaboração deste Trabalho. Seguem alguns destaques: Yuri Theodoro Barbosa de Lima, Ernani Luiz Vittorazzi de Freitas, João Carlos Tavares Pereira e Rafael Marques Gonçalves, pessoas sensacionais que me ajudaram de diversas formas. Também agradeço às escolas onde estagiei, Escola Estadual de Ensino Médio Anne Frank, Escola Estadual de Ensino Fundamental Luciana de Abreu e ao Programa Educacional Alternativa Cidadã, assim como seus diretores e responsáveis. Nessas instituições tive experiências que vou levar às minhas próximas aulas, seguindo as orientações que recebi dos professores Lucas Balthazar Leite e Paulo Gnoatto, o apoio à utilização do material que desenvolvi. Além disso, também quero agradecer aos professores Dr. Rodrigo Sychocki da Silva, pelo grande apoio que tem dado à pesquisa relacionada aos quadrinhos; à Drª Andréia Dalcin, que me guiou no meu trabalho durante os estágios, e ao meu orientador, o Dr. Francisco Egger Moellwald, pelos papos que tivemos durante a construção deste Trabalho de Conclusão. Não posso deixar de lado meus irmãos de coração, Eduardo Fischli Laschuk; Sandro Barboza Rembold e Sérgio Guimarães

Kehrwald, pelo apoio, pelo ombro amigo sempre disponível e pela paciência de elefante que tiveram comigo, já que, confesso, considero-me um tremendo chato. Por fim, sou grato ao senhor Larry Gonick, por ter sido muito solicito aos meus questionamentos e ter dado algumas dicas muito boas, que pretendo usar no meu trabalho didático com os desenhos daqui por diante, e ao senhor Edgar Vasques por ter me autorizado o uso de uma de suas tirinhas neste TCC.

Dedico este trabalho à minha esposa, Daiani dos Santos, e aos meus pais, Alberto Herman Blum e Maria Luiza Badino Blum.

Sempre me pareceu estranho que todos aqueles que estudam seriamente esta ciência acabam tomados de uma espécie de paixão pela mesma. Em verdade, o que proporciona o máximo prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse mas a aquisição, não é a presença mas o ato de atingir a meta.

Carl Friedrich Gauss

RESUMO

Este Trabalho apresenta e reflete a respeito de certas formas de produção de um material em formato de HQ (História em Quadrinhos), buscando estabelecer conexões entre determinados aspectos da teoria da Cognição Corporificada (LAKOFF & NÚÑES, 2000) e uma perspectiva didática que propõe a utilização de revistas em quadrinhos no ensino da matemática escolar. Essa perspectiva se desenvolve por meio de três situações exemplares, e sua prática inclui a utilização de materiais disponíveis aos alunos, como barbantes, papelões e outros, não os considerando isoladamente, mas como uma forma de imersão dos estudantes no conteúdo matemático em estudo. Trata-se de uma prática didática que implica em estimulá-los do início ao fim do período de aulas como um processo de potencial aprendizagem.

Palavras-chave: História em Quadrinhos. Cognição Corporificada. Estímulo. Aprendizagem. Matemática Escolar.

ABSTRACT

This Term paper presents and reflects on certain forms of production of a comic book format material, trying to establish connections between some aspects of the Corporal Cognition theory (LAKOFF & NÚÑES, 2000) and a didactic perspective that proposes the employment of comic magazines in the teaching of school mathematics. Such a perspective is developed through three exemplary situations, and its practice includes the utilization of material available to students, such as pieces of string, cardboard and others, not considering these in isolation, but as a form of immersion of the students in the mathematical subject matter. It refers to a didactic practice designed to stimulate them from the beginning to the of the class period as a process of potential learning.

Keywords: Comic Book. Corporal Cognition. Stimulus. Learning. School Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

EMENDAS REFERENTES A PASSAGENS TEXTUAIS DE ALGUMAS FIGURAS

Figura 2 - A palavra on composta por três esquemas de imagens:

Leia-se "O livro está acima da mesa."

Figura 5 – Distributix: Orientações:

Leia-se "Quando encosta em alguém, multiplica essa pessoa tantas vezes quantas quiser."

Figura 27 – HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 4:

Substitua-se "... a reta s do ponto C até P" por "... a reta s, que passa pelos pontos C e P."

Figura 28 – HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 5.

Substitua-se "... usando o centro C até o ponto D" por "... com centro em C e passando pelo ponto D".

Substitua-se "A distância $\overline{CD}$ será o nosso segmento fixo que o usaremos para construirmos outro arco a partir de P até E; por fim..." por "Usaremos a distância CD para construir um arco com centro em P e passando pelo ponto E. Por fim..."

Figura 30 – HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 7.

Mantenha-se as posições dos pontos I' e I'' como na figura 26;

Substitua-se "Como ambos triângulos foram obtidos a partir do diâmetro da circunferência e os pontos C, I' e P ε C_2, temos que θ, ângulo deste triângulo, é de 90º." por "Como ambos os triângulos foram obtidos a partir do diâmetro da circunferência C_2 e dos pontos C, I', I'' e P, temos que os ângulos θ_1 e θ_2 medem 90º."; Substituir "esse caso" por "este caso".}

Leia-se "Pergunta que não quer calar: ─ Você saberia outra forma de demonstrar este caso?"

Figura 31 - Uma conversa sobre matemática

Leia-se "Sabiam que gony, joelho no grego arcaico e, depois, gonos significam ângulo?";

Leia-se "Os matemáticos dividiram o círculo em 360 partes iguais, sendo que cada parte corresponde à unidade de ângulo, mais tarde denominada grau e indicada pelo símbolo º."

Leia-se "Com essas novas informações, os matemáticos tinha a preocupação de compreender a astronomia e suas relações com o calendário e as estações do ano, o que era importante para o conhecimento dos períodos de plantio de lavouras."

Figura 32 - Anexo ao plano de aula 2

Leia-se "Assim, para que cada um deles complete as bases que faltam.";

Leia-se "A corrida serve para chegarmos na base antes que um dos adversários jogue a bola para o parceiro que está na base, à qual estamos nos dirigindo, senão somos eliminados.

No comentário acima e ao lado da figura, substitua-se "numa operação dada" por "em uma expressão numérica".

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O presente Trabalho consiste do relato de um exercício de preparação didática voltada para a sala de aula e da apresentação e da reflexão de algumas ideias centrais referentes ao uso de quadrinhos como meio didático. O texto não é linear e é apresentado ao leitor, na medida do possível, com análises de matérias em seu nascimento.

Para o leitor entender a posição do autor, precisa saber que o mesmo tenta resgatar, pelo menos no imaginário, o prazer em ver a matemática com outros olhos e também discuti-la, já que seu ensino – infelizmente – ainda é considerado muito formal. Assim, neste contexto, é necessário pensar um pouco na história da matemática, mais especificamente, em seus primórdios, antes dos registros históricos, fazendo um exercício de imaginação. Nesta tarefa, talvez pudesse ser considerada uma pessoa que, por necessidade, tenha usado objetos disponíveis ao seu redor para descrever ou representar algo que estava vendo – um grupo de animais, por exemplo, ou um punhado de pedras –, ou para realizar uma travessia de uma margem a outra de um rio, determinando quantas toras de madeira seriam necessárias para cruzar esse rio ou, ainda, simplesmente para imitar o comportamento das formigas, dando as mãos aos membros de sua comunidade e, aos poucos, transpondo algum obstáculo. De lá para cá, muito se passou, mas a abstração permanece.

Neste Trabalho alguns assuntos são considerados, como geometria, teoria dos grafos e álgebra, todos estudados no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, durante a caminhada do autor na confecção dos desenhos, com uma nova representação e também ─ por que não? ─ apreciando o limite que a imaginação poderia dar ao extrapolar um conteúdo para explicar conceitos matemáticos. Por exemplo, estudos que tratam de uma possível forma de mostrar a propriedade da distributividade existem, mas ao contrário de um tratamento numérico, este Trabalho apresenta o procedimento com “pessoas” (entre aspas, porque como o plano é o da imaginação, estas têm certas capacidades para justificar a possibilidade). Outro caso refere à apresentação de um conjunto numérico particular como sendo um reino, sendo seus habitantes representantes de uma categoria numérica. Então o argumento que poderia justificar o uso da situação seria "Dada uma pessoa, com certas características, pertencente a um dado conjunto, temos que se ele se multiplica então certa situação acontecerá." Por outro lado, se o objetivo for não trabalhar com a álgebra, mas com a geometria analítica, então um exemplo, já aplicado com um grupo de alunos, seria ver a equação da reta, na forma de uma função afim, mostrada como uma gangorra.

Todos os trabalhos feitos durante a graduação tiveram elementos visuais, que intuitivamente já eram criados a partir de analogias, para que uma turma pudesse estabelecer determinadas relações. Tais elementos já podiam ser considerados como metáforas. Um caso que foi além do uso do sentido da visão, refere-se à abordagem lúdica sobre grafos, intitulada Cama de Grafos. Neste, os estudantes tinham à sua disposição lã para que pudessem relacionar o que aprenderam com os grafos com as formas geométricas que adquiriam à medida que iam brincando/estudando com os segmentos de lã (análogos às arestas). Mais adiante serão dados detalhes desta dinâmica, criada em 2017 na disciplina de Combinatória II do curso de Licenciatura em Matemática, e que também foi tema de uma palestra apresentada durante a Semana Acadêmica da UFRGS, realizada no mesmo ano.

Posteriormente, percebe-se que tarefas cognitivas são construídas/moldadas a partir do conhecimento do corpo como um todo. Os sentidos, como é o caso da visão, do tato, do paladar e do olfato, tornam-se neste momento pontes para a mente, sendo o cérebro o órgão a receber as informações/estímulos provenientes do corpo, mas há outras formas de um indivíduo entender o mundo que o cerca. Trabalhos como o de LAKOFF e NÚÑES (2000) discorrem a respeito destes sentidos, que se tornaram paradigmas da Cognição Corporificada e são descritas como metáforas – analogias – para o seu entendimento.

Assim, este TCC transita por diversos materiais, alguns no formato de quadrinhos, confeccionados ao longo do período acadêmico. Tais materiais são apresentados em conexão com determinados conceitos matemáticos, visando salientar procedimentos de natureza algébrica ou geométrica, por exemplo, para que seja possível conjecturar sobre o potencial de sua utilização em sala de aula. No entanto, este Trabalho não visa validar esta hipótese. Pretende apenas colocá-la em discussão através do que foi estudado e produzido ao longo de sua realização.

A abstração e a aquisição do conhecimento nos primórdios da humanidade não podem ser visitadas, mas talvez, com um pouco de imaginação, elas possam contribuir conosco, fornecendo-nos formas de entender e aprender matemática. Quem sabe?

No capítulo 2, o autor considera os sentidos como fonte para a criação de materiais em um formato de HQ, e apresenta exemplos que podem ser utilizados em sala de aula. Tais exemplos são elaborados a partir de alguns desses sentidos e dirigidos a eles, pela via da imaginação. Considera, ainda, possibilidades que visam associar personagens ou ambientes com objetos e conteúdos matemáticos. O capítulo 3 apresenta algumas razões para o emprego da cognição corporificada como referência para a produção de revistas em quadrinhos didáticas. No capítulo 4, o autor dedica-se a vários aspectos próprios à produção de desenhos em quadrinhos. São apresentadas e analisadas duas situações, considerando a presença da imaginação em sua criação. A primeira delas envolve uma questão formulada em uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática, cuja resolução envolve uma modelagem matemática. A segunda, elaborada nesse curso, foi criada para ser utilizada em escolas de ensino médio, e envolve algumas demonstrações de natureza geométrica. No capítulo 5, o autor trata do conceito de grafo por meio de uma revista em quadrinhos. O capítulo 6, Vermeer e Fermat a serviço da educação, volta-se a um paralelo entre o pintor e o matemático e a arte dos quadrinhos e a matemática escolar, considerando o desenvolvimento de material didático elaborado em formato de quadrinhos.

2. O ESBOÇO E A IDEIA, O QUE NASCEU PRIMEIRO?

Para que um conteúdo seja adaptado, diversos fatores devem estar presentes quando se objetiva uma didática de fácil entendimento. É uma tarefa complicada. Qual será o público alvo? Em que ordem o assunto deverá ser organizado? Como será desenvolvido, com ferramentas digitais ou quadro e exposição do tema? Utilizando o conceito de revista em quadrinhos, que pode ser chamada de HQ ou gibi, por exemplo, pode representar muito mais do que inserir um personagem na frente de outro e os colocar discutindo (o que não pode ser descartado), esta e os anteriores não são os únicos recursos disponíveis. Por se tratar de imagens e falas (ambas carregadas de informações), o leitor assume uma posição de intérprete da escrita e analista das figuras e ambientes que estão sendo expostos. Tanto o intérprete quanto o analista aqui são a mesma pessoa. A experiência de alguém que usa os sentidos se torna mais rica e a mente trabalha para que esse momento seja o de fazer um aluno incorporar para si a situação que o professor preparou na HQ.

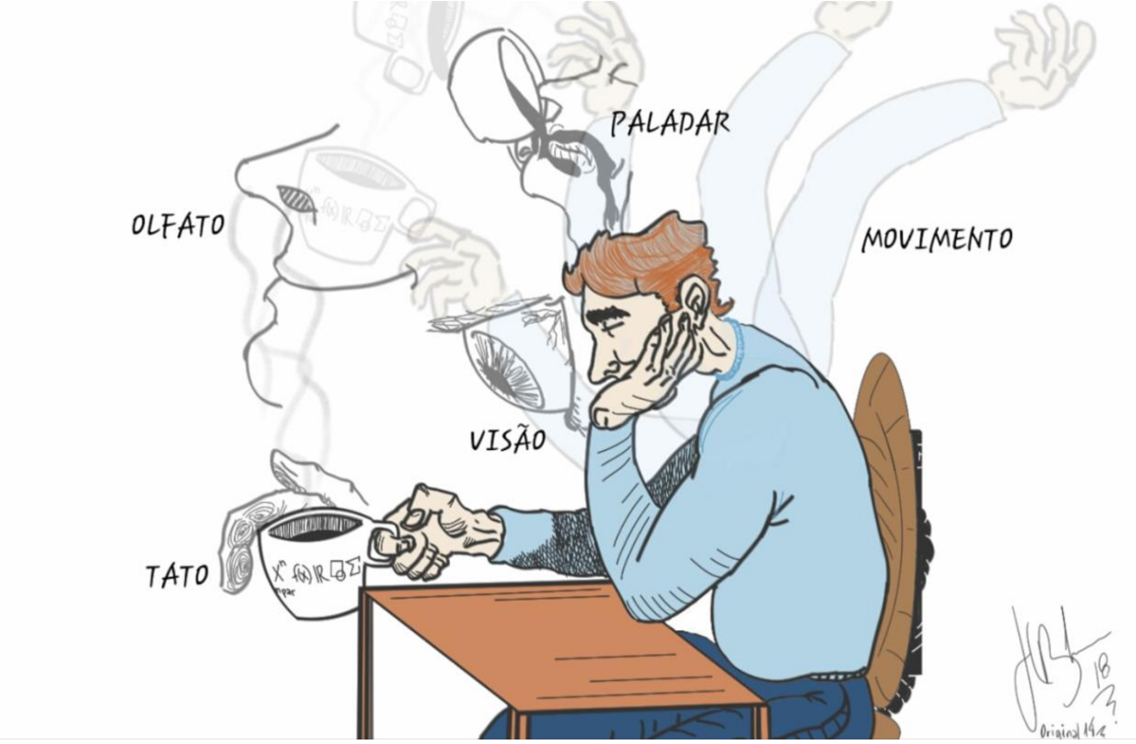
Pensando no leitor, primeiramente, veja uma contextualização. **Imagine** uma criança de cinco anos de idade. Num dado momento, ela **pega** um livro de biologia da irmã e começa a **copiar** o desenho do corpo humano. A figura que vai sendo rascunhada parece mais o Michelin[1], boneco que representa a marca de pneus de mesmo nome. Passam os anos e esta mesma criança desenvolve um gosto por quadrinhos e por desenhos animados. Assiste e lê de tudo. Ela **admira** traços complexos, rostos, mãos e pés, os quais são difíceis de serem desenhados. Próximo dos 20 anos o gosto por literatura fantástica dá lugar à história (da civilização, do Brasil), e a **vontade** de **desenhar** como seria um determinado evento faz com que a imaginação seja mais desenvolvida, com mais personagens, com ambientes, tentando reproduzir os momentos vistos nas leituras. Começando a trabalhar, tanto a criança quanto o adolescente que fora dão lugar ao adulto. As dificuldades com

[1] Disponível em: <https://corporativo.michelin.com.br/sobre_nos/timeline/>. Acesso em: dia 25 jul., 2018.

problemas matemáticos – que no tempo da escola eram relegados ao último momento do ano letivo, numa recuperação – tornam o trabalho complicado e fazem com que o rapaz **procure** ajuda profissional de um professor de matemática. O estalo provoca o gosto por esta área específica das Exatas. O **prazer** pela docência se dá pouco tempo depois, quando o rapaz conhece outras pessoas com o mesmo sentimento, só que por química e física, ambas também da área das Exatas. A partir daí, ele é convidado e começa a dar aulas num cursinho pré-vestibular.

As palavras em negrito expõem algumas ações e sentidos que vão sendo desenvolvidos da infância até a vida adulta. Constituem uma sequência de eventos que vão culminando naquilo que a pessoa representa, um sujeito dotado de uma série de informações e que destas faz uso para interagir com o mundo que o cerca.

Figura 1 - O aprendizado se dá, entre muitos fatores, com a percepção de mundo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Pesquisas têm mostrado que bebês possuem as seguintes habilidades numéricas (LAKOFF & NÚÑES, 2000, p. 15-16):

> 1. Aos três ou quatro dias, um bebê pode discriminar entre coleções de dois e três itens (Antell& Keating, 1983). Sob certas condições, infantes podem inclusive distinguir três itens de quatro (Strauss & Curtis, 1981; van Loosbrock&Smitsman, 1990).

> 2. Estas habilidades não são restritas a arranjos visuais. Bebês também podem discriminar números de sons. Aos três ou quatro dias, um bebê pode discriminar entre sons de duas ou três sílabas (Bijeljac-Bahic, Bertoncini, &Mehler, 1991).
> 3. E em torno dos sete meses, bebês podem reconhecer a equivalência numérica entre conjuntos de objetos e batidas de tambor de mesmo número (Starkey, Spelke, &Gelman, 1990). [traduzido pelo autor do TCC]
> 4. Aos quatro anos e meio, um bebê "pode dizer" que um mais um é dois e que dois menos um é um (Wynn, 1992a).
> 5. Um pouco mais tarde, infantes "podem dizer" que dois mais um é três e que três menos um é dois (Wynn, 1995).

Estas conclusões foram extraídas de procedimentos experimentais, descritos no livro *Where Mathematics Comes From* (LAKOFF & NÚÑES, 2000), e mostram que existe um mínimo de capacidades numéricas inatas em um recém-nascido. No entanto, com pouco mais de um ano de idade ainda não é possível saber se as crianças são capazes de ordenar conjuntos numéricos maiores, mesmo que de forma rudimentar, e de saber em que lugar esses números devem ser postos.

É importante acrescentar que o ser humano, de maneira geral, tem uma habilidade para contar sem que isso seja feito de forma consciente. O nome desta habilidade é *subitizing*, "um processo de discriminação visual em que é possível detectar até três objetos com uma rapidez de milésimos de segundos (Chi &Klahr, 1975), a qual não requer uma contagem consciente" (BARBOSA, 2007, p. 183).

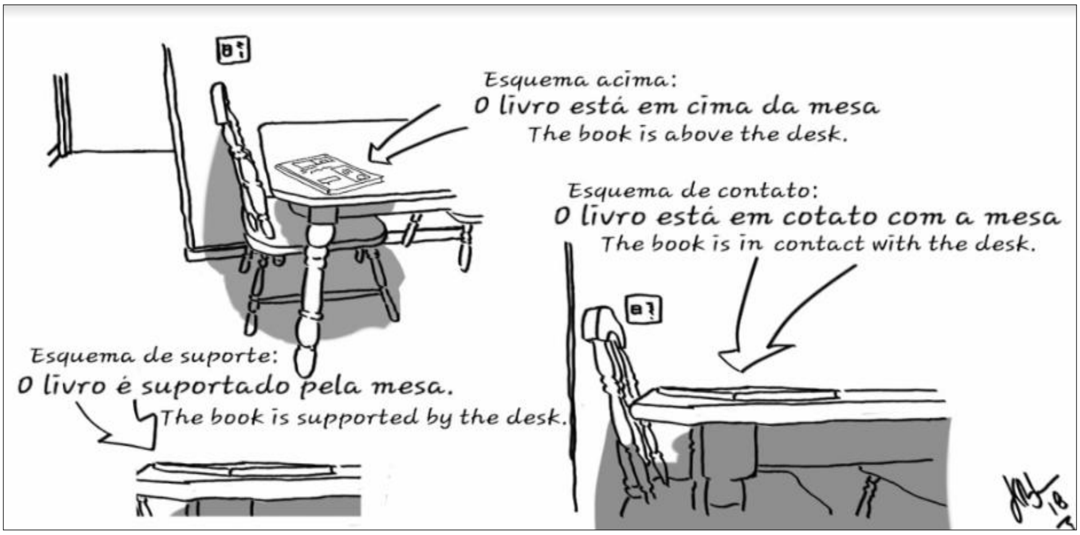
Trata-se de um processo biológico complexo. Imagine, por hipótese, que uma pessoa encontra-se na frente de uma mesa e nesta há um livro. Seja quem for, caso nunca tenha visto o objeto em questão, o que pode ocorrer? Pode haver um momento de curiosidade, e aí, para entender o que está sendo apresentado, a pessoa olha em volta, toca no objeto, percebendo que há várias folhas, toca e sente a textura com o toque. A análise é um procedimento apenas, leva alguém a separar o todo em partes. Ocorre que no cérebro a análise já é feita em partes porque existe uma região responsável pelo entendimento do tato, outra pelo do olfato, e assim por diante.

Assim, embora o foco deste trabalho de conclusão de curso resida na apresentação e na reflexão de algumas produções de quadrinhos para a matemática escolar, é necessário saber se esses quadrinhos podem ser utilizados em alguns momentos específicos ou se podem ser utilizados de forma mais frequente em uma aula de matemática. Então, em momentos, talvez seja necessário conhecer eventos/fenômenos que ocorrem no cérebro ao falarmos, escrevermos e desenharmos para verificar se podem proporcionar resultados positivos em termos de aprendizado. As ações de falar e escrever, para o autor, parecem ter sido criadas para obedecer a regras impostas por um gramático. As pessoas passam uma vida na escola para aprenderem regras vindas do português e, respeitadas as devidas proporções, a nossa fala acaba sendo fundada em uma gramática.

Ocorre que antes de se saber quem impôs tais regras ou mesmo o porquê de se saber uma lei, uma regra, um corolário, por exemplo, deve-se entender o que fez esta comunicação existir. Em outras palavras, antes de explicar a forma como uma pessoa se comunica, é preciso entender que “o que acontece nos bastidores de nossas mentes é enormemente complexo e largamente inacessível para nós” (LAKOFF & NÚÑES, 2000, p. 27).

Nesse sentido, estudos apresentados em LAKOFF & NÚÑES (2000) mostram que, independentemente de um idioma, existem relações espaciais (dentro, fora, alto e assim por diante) para cada palavra, que se dividem em conceitos primitivos chamados esquemas de imagens, e esses, por sua vez, parecem ser universais. Na figura 2, três desses esquemas de imagens compõem a preposição inglesa *on*, no sentido empregado em “The book is *on* the desk”.

Figura 2 - A palavra *on* composta por três esquemas de imagens



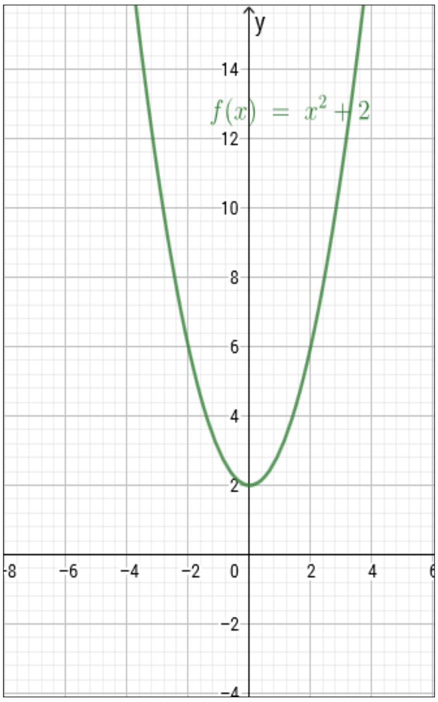
Fonte: Elaborado pelo Autor.Adaptado do texto de LAKOFF & NÚÑES (2000, p. 30).

Todos os esquemas têm uma função cognitiva e servem como “uma ponte entre linguagem e raciocínio em uma mão e visão na outra” (LAKOFF & NÚÑES, 2000, p. 30). Cada esquema se combina um com o outro para dar sentido ao que se está pensando e, o mais importante, de forma inconsciente. Os esquemas são assimilados conforme se usa uma ou mais percepções (tátil, olfativa, visual, auditiva), que são reunidas de maneira a produzirem um sentido.

De acordo com Lakoff e Núñes (2000, p. 31), um esquema importante para a matemática é o do container, "que ocorre como a parte central do significado de palavras como *dentro* e *fora*. Esse esquema consiste de "três partes: um Interior, uma Fronteira e um Exterior" (p. 30-31). "Esta estrutura forma uma gestalt, no sentido de que as partes não fazem sentido sem o todo. Não há Interior sem uma Fronteira e um Exterior, Exterior sem uma Fronteira e um Interior, e Fronteira sem lados, neste caso um Dentro e um Fora" (p. 31).

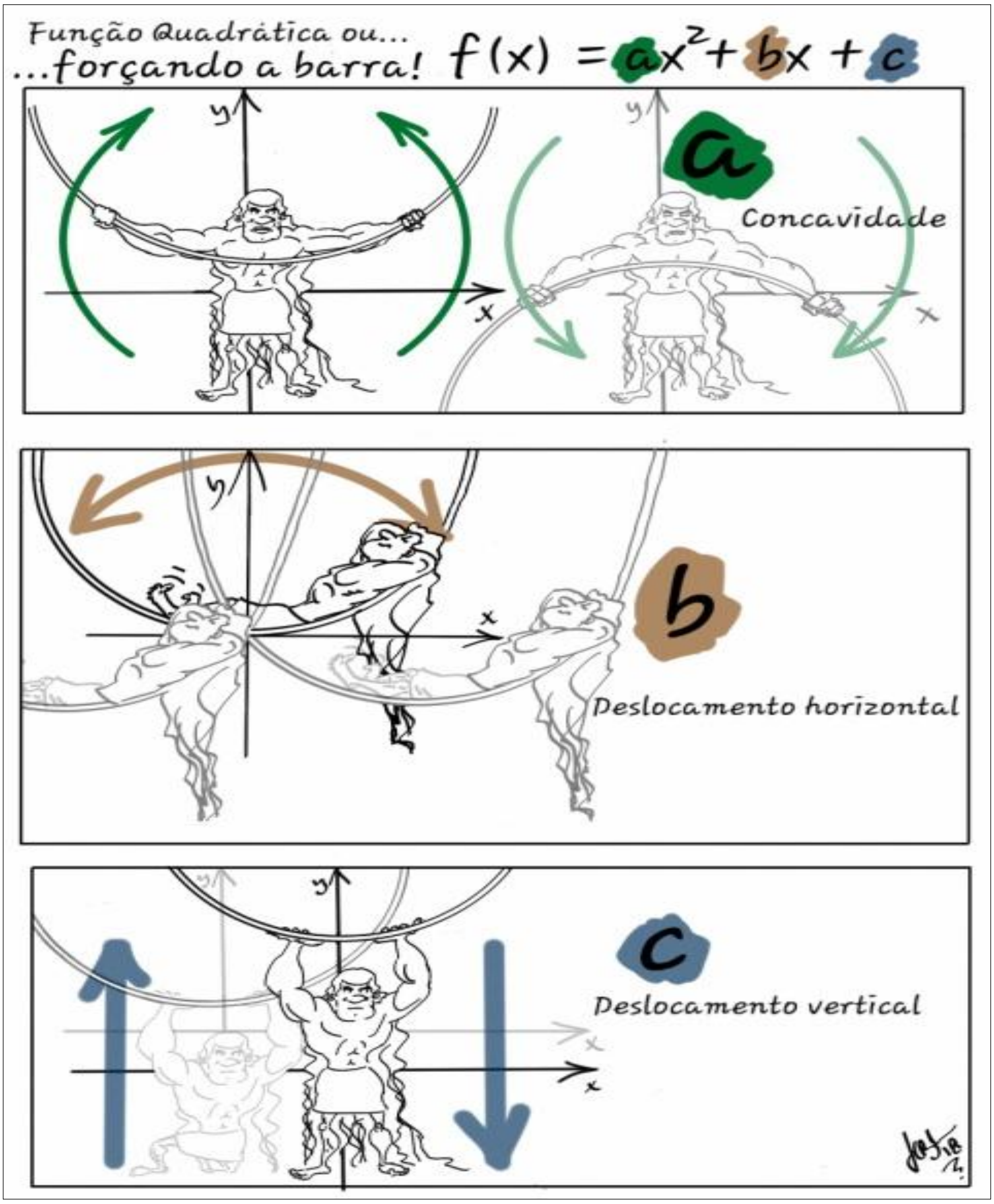
As figuras 3 e 4 mostram, respectivamente, o desenho de um gráfico de uma função de 2º grau e uma possível representação para o mesmo, a qual serve para despertar os sentidos do leitor.

Figura 3 - Gráfico produzido com o software Geogebra



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4 - Tirinha alterada de uma produzida durante o Estágio III



Fonte: Elaborado pelo autor.

A menção do esquema acima serve para mostrar que as partes não terão sentido sem o todo, o que aproxima o estudo das funções cognitivas da teoria *Gestalt*, que assume justamente como as pessoas organizam a informação e como esta terá sentido quando agrupada de forma a ter sentido.

Em um primeiro vislumbre, possivelmente o gráfico da Figura 3 não faça sentido para um aluno, mas sua representação em outra circunstância talvez torne possível a obtenção de um entendimento. Assim, não fará nenhum sentido dizer para uma turma que:

a) o objeto verde, a parábola, parece estar acima de algo? Do eixo que representa o x? Dos números informados ali?
b) é possível entortar a parábola?
c) os eixos podem ser movidos?

Outra possível representação visa possibilitar ao leitor relacionar o gráfico, por exemplo, com uma barra de ferro, tentando fazer com que o estudante use os sentidos para tentar ver o que antes, talvez, não fosse possível. Tal representação, como recurso didático, pode envolver quais sentidos?

a) visão - O personagem aparenta ser forte, as roupas indicam ser de tempo antigo, o que mostra que o cérebro buscou algo da memória, evocada por esse sentido;
b) tato - A parábola “dobra” como se fosse uma barra de ferro. É bem possível que o leitor tenha tido, em algum momento da vida, algum contato com uma situação análoga a esta, conseguindo estabelecer uma relação entre ambos os objetos.

Outro exemplo, mostrado nas figuras 5, 6, 7 e 8, o autor utiliza a imaginação na construção do personagem Distributix. Ainda se encontra em fase de amadurecimento a ideia de desenvolvê-lo no sentido de que seus poderes representem a distributividade da multiplicação em relação à adição. Em seu estágio atual, esse personagem tem o poder de efetuar multiplicações, pois “Quando encosta em alguém, multiplica essa pessoa tantas vezes quantas quiser.

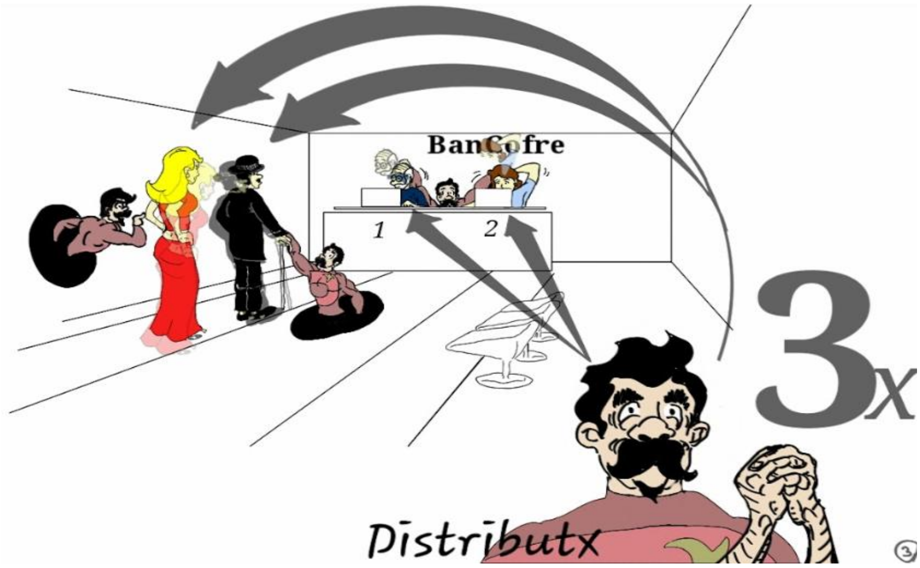
Figura 5 - Distributix: Orientações

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 6 - Distributix: Procedimento parte I

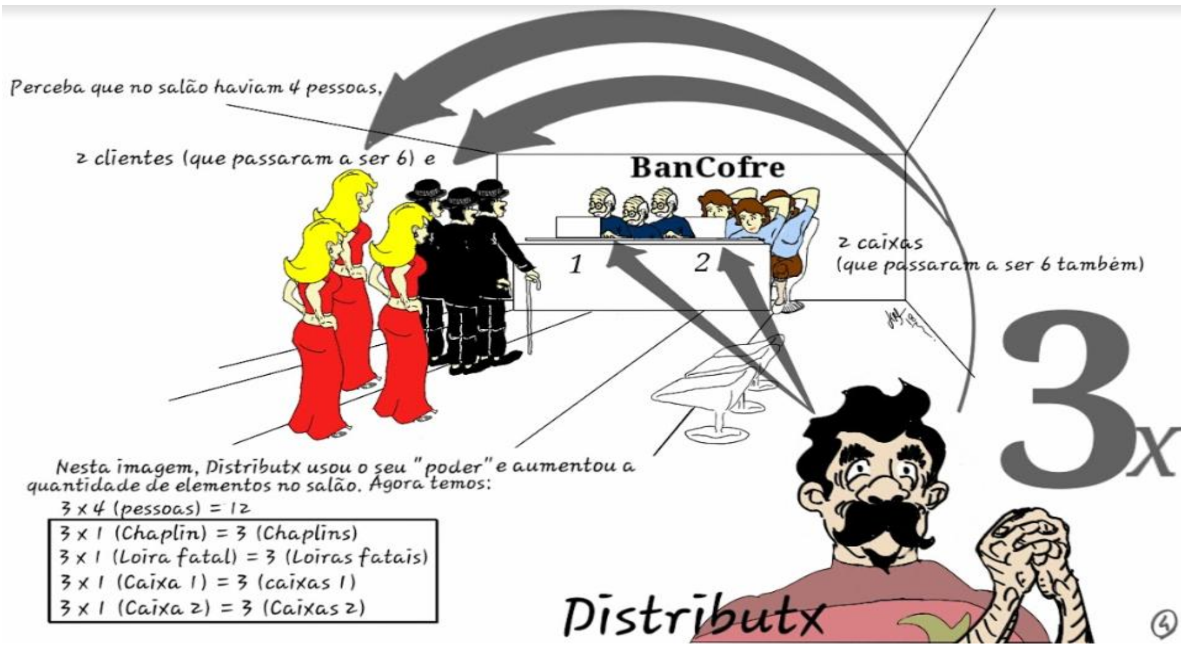
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 7 - Distributix: Procedimento parte II



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 8 - Distributix: Procedimento parte III



Fonte: Elaborado pelo autor.

Poderiam ser citados outros exemplos referentes à forma como as imagens podem ser entendidas. Ocorre que o cérebro, concebido de forma a entender o que nos cerca, junta todas as informações, partindo da figura 4, a saber: a barra e a curva, os braços e os eixos, a forma como o personagem interage com o ambiente e o gráfico é exposto no plano, para criar uma ideia, um entendimento do que é ensinado. Além disso, com o apoio do docente, o estudante recebe mais informações para conseguir dar o sentido matemático correspondente à imagem do gráfico em estudo. De forma parecida é feita da mesma forma nas figuras acima.

Em outro exemplo, Lakoff e Núñes (2000, p. 32) apresentam um jarro (J) com líquido (L) e, no interior deste, um objeto (x). Se um discente observar o jarro, será possível ver que se x está em L, então x está em J.

Agora, se forem dados dois diagramas de Venn, A e B, que interseccionados contém um ponto x, está se apresentando algo que talvez não seja tão claro, já que são dois círculos interseccionados e um ponto nesta intersecção. Ilustrando a situação, se a aula discorrer sobre conjuntos, haverá possibilidades de interpretação, as quais, se restritas ao uso de símbolos, podem aumentar ainda mais a dificuldade. Imagine o leitor que, ao contrário do que foi visto na situação anterior, o conteúdo fosse dado como: $x \in L\ e\ L\ C\ J \rightarrow x \in J$ que diz respeito à transitividade de x.

Quais dessas situações serão entendidas por alguém? Será que em termos de pertinência e inclusão seriam mais fáceis de serem compreendidas? Quem sabe se, ao invés de inserir os diagramas de Venn, fossem usados objetos que os representassem? Assim, uma didática quiçá divertida poderia tornar tais situações possíveis e perceptíveis através da imaginação e da conceitualização, considerando que “esquemas container são as estruturas cognitivas que nos permitem entender o sentido de diagramas de Venn familiares” (LAKOFF & NÚÑES, 2000, p. 32).

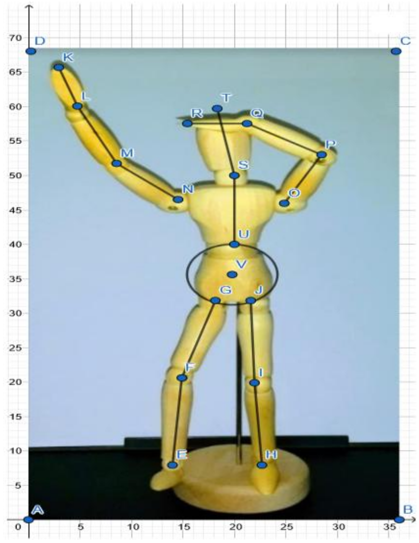
Retornando ao rapaz mencionado no início deste capítulo, este imaginava inserir um personagem em uma história que tinha como objetivo apresentar uma equação de 2º grau por meio de segmentos, retas, arcos, parábolas. Fisicamente, é difícil pensar que existe uma maneira viável destas interações ocorrerem, mas cognitivamente e, em última análise, “imaginativamente”, elas são possíveis. “Pegar” um segmento ou uma reta será relacionado com algo conhecido ao leitor, como uma régua ou uma vara que não seja curva. Imaginar uma reta como uma vara nada mais é do que uma comparação, é inferir algo a partir de objetos conhecidos. Talvez para o rapaz, mas e para um aluno?

Até bem pouco tempo atrás, em meados de 2018, muito do que o autor produzia em matéria de desenhos era intuitivo, e o restante extraído de conceitos vindos de cursos de memorização e também de adaptações de materiais didáticos usados em escolas. A figura 9, produzida nesse ano, serve como um rascunho para confeccionar uma versão do livro *Os Elementos de Euclides*, partindo do pressuposto de que o famoso matemático e filósofo tenha pensado nas definições a partir das articulações do próprio corpo. Observando a figura 10, tendo dois pontos é possível traçar uma reta passando por eles. As articulações das pernas fariam o papel de pontos e o segmento de reta ficaria entre a patela e o calcanhar, ambas na parte inferior da perna. Esses desenhos servem apenas para mostrar como a história se desenvolverá e de que forma a matemática será inserida. Não será a única forma para explicar um determinado conteúdo.

Figura 9 - Será que Euclides pensava a geometria desta forma?

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 10 - Boneco articulado



Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma abordagem de um determinado conteúdo de matemática também poderia partir do pressuposto de que uma lista de livros necessita ser gravada. A pessoa com esta tarefa pode pensar em ler diversas vezes a lista ou usar um gravador e repetir até que os itens sejam decorados. Poderiam ser disponibilizadas, ao longo de uma HQ, diversas dicas, como a de associar determinadas definições importantes a locais conhecidos. Assim, toda vez que o estudante tiver que lembrar de determinada parte de um livro, poderá fazê-lo simplesmente lembrando que no hall de entrada do seu apartamento encontra-se a informação solicitada.

Outro método é o de associar essa lista com algo absurdo, a partir de figuras de linguagem, largamente utilizadas durante os estágios de docência realizados pelo autor durante a graduação. Foi daí que surgiu a ideia de trazer Sansão aos quadrinhos, conforme mostrado na figura 4. Com o uso da hipérbole, uma figura de linguagem[2], pretende-se aumentar a dimensão da ideia que se quer expressar, exagerando-a.

A prosopopeia é outra figura útil para este Trabalho. Numa das disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, Geometria Analítica, certo professor, para

---

[2]As figuras de linguagem aqui foram usadas como uma analogia entre a linguística e os desenhos que produzi. Então, se as figuras de linguagem, para um texto, são usadas para darmos “expressão” ao que foi escrito (ornamentando-o), os desenhos, com ou sem exageros,constituem para a matemática figuras de linguagem análogas. A matemática ganha assim uma expressão que ela não tinha.

referir-se ao espaço tridimensional, usou o próprio corpo[3] e se postou num canto da sala. Em seguida explicou que um dos planos era formado pelo chão sob seus pés, e fez o mesmo para mostrar o que representariam os eixos coordenados. Tal procedimento pode ser mostrado em desenhos, usando-se de exageros.

Estas são algumas formas de caracterizar alguns objetos, dando destaque a eles. Elas também se fazem presentes em atividades preparadas para serem realizadas com crianças. No ensino infantil, o autor lembra-se de desenhar as letras, colar feijões no alfabeto e, desta forma, aprender a ler e a escrever. Foi um método de ensino, que se mostrou estimulante para fazer com que os alunos pudessem assimilar os símbolos que, unidos, formavam uma palavra. Tal estímulo pode ser usado com pessoas de várias idades, sofrendo adaptações em relação ao nível em que estiverem.

Os desenhos apresentados em quadrinhos são estímulos que funcionam com a matemática. Usar uma folha de papel, um lápis e uma borracha para esboçar um gráfico já é uma realidade que remonta a um tempo muito antigo. Usar os mesmos instrumentos e um computador para esboçar um projeto de um robô ─ o que já é pensado e realizado nas escolas hoje em dia –, tornou a construção de tal projeto um avanço na área das Ciências. O fato é que para produzir esse robô, um aluno envolvido neste tipo de projeto precisou passar por diversas etapas até ter condições de executar a montagem. Intuitivamente, esse aluno teve que entender do que se tratava o projeto, teve que esboçá-lo, e dessa forma seguiu até entregar o robô solicitado.

A ideia e o esboço têm significados distintos. No entanto, a primeira palavra tem como significado uma “representação mental de algo concreto, abstrato...” (Dicionário Michaelis), e esboço, por sua vez, em um dos seus vários significados, pode ser “qualquer figura indistinta, que apresenta apenas contornos de um vulto” (Dicionário Michaelis). Nos últimos anos em que a tarefa de confeccionar HQs foi sendo desenvolvida, o autor buscava uma abordagem que considerasse a produção e a inclusão de quadrinhos no ensino de conteúdos da matemática escolar; era tudo muito intuitivo. Só existia um esboço do que ele queria ensinar. Posteriormente,

[3] Sobre a caracterização do termo, o professor não é uma reta y, mas ele passou a representar esta reta. A prosopopeia se caracteriza por darmos sentimento ou “qualidade” para um objeto inanimado, pressupondo um agente, aquele que dá a característica ao objeto. No caso citado, o professor representou o eixo da abscissa, sendo ao mesmo tempo agente e objeto.

surgiram informações interessantes que culminaram em um conhecimento novo, e a ideia de tornar os quadrinhos uma ferramenta de uso contínuo tomou vulto. Assim, o que nasceu primeiro, a ideia ou o esboço? Importa?

3. A METÁFORA, A COGNIÇÃO CORPORIFICADA E AS HQ’s

O ser humano, da sua concepção até o seu perecimento, adquire diversas experiências que o fazem lidar com o ambiente externo. Afirmar, então, que sua interação com o mundo e seu consequente aprendizado ocorrem com o próprio pai, mãe e/ou com um professor sem vínculo de parentesco, aprendendo uma atividade como a lide com um computador, é algo que está incluído naquelas experiências. Mais recentemente, em salas de aula, tem-se mostrado que uma pessoa, um estudante, pode, tendo um docente como guia, construir seu próprio conhecimento como parte do processo de aprendizagem, independentemente da área de conhecimento.

Segue uma pergunta importante, provocada por Lakoff e Núñes (2000), focando na Matemática, depois do que foi mencionado: Em que lugar reside a consciência que origina a capacidade humana de entender e, ao mesmo tempo, criar uma matemática, com todos os seus recursos disponíveis? A Matemática como ciência, sozinha, não dá conta de responder essa questão. Assim, psicólogos e linguístas têm se juntado para tentar respondê-la, de forma rigorosa. Um recurso importante que estes pesquisadores utilizam nesta busca é a Ciência Cognitiva, e uma de suas grandes descobertas afirma que “nossas ideias – dentre as quais a matemática – são formadas por nossas experiências corporais – não por meio de uma simples correspondência biunívoca mas, indiretamente, fundamentando todo o nosso sistema conceitual no cotidiano” (LAKOFF& NÚÑES, 2000, p.xiv. Tradução do autor). Por conta da relação corpo/conhecimento foi traçada outra linha de pesquisa, denominada Cognição Corporificada, constituindo um de seus princípios a utilização da metáfora.

A partir dessa pesquisa é possível construir didáticas que utilizam os sentidos no ensino. Uma das várias construções possíveis envolve a utilização de Revistas em Quadrinhos, cujos desenhos seriam criados pensando-se em vários procedimentos matemáticos em formas análogas às experiências corporais, ou seja, fazendo o estudante associar movimentos diários ao que é mostrado na HQ. Assim, se um aluno ver em uma revista em quadrinhos que percorrer a fronteira de um campo quadrado será como percorrer um perímetro, ele terá não só a definição de um termo matemático, como também associará uma representação para o mesmo.

O que isso significa? Vejam, como exemplo, o diagrama de Venn. Geralmente, esse diagrama é apresentado por círculos fechados que representam conjuntos, por exemplo. Embora os conjuntos possam ser representados de tal forma, essa é a maneira como muitas pessoas os entendem e não como eles, de fato, são. O próprio autor dos diagramas[4] não assumia a autoria, nomeando-os simplesmente de Círculos Eulerianos, o que aumenta a dificuldade de saber de onde surgiu esse esquema de representação, e isso poderia significar que poderia haver várias respostas. Uma delas reside, por exemplo, na experiência que os seres humanos tiveram ao guardarem frutas ou legumes em sacos ou caixas. A própria Matemática, na utilização do diagrama, já dá vários procedimentos análogos ao de um saco para guardar algo, mas em formato de diagramas de Venn.

No Livro Where Mathematics Comes From (LAKOFF & NÚÑES. 2000) é discutida, entre muitos casos, a equação de Euler, $e^{\pi i} + 1 = 0$. Tenta-se dar um sentido a esta equação, procurando-se algo que possa ser análogo à ela. Mostra-se que a possível intuição inicial nada mais é do que uma obtenção de conhecimento a partir de uma série de experiências vividas por quem a criou. A rigor, afirma-se que a Matemática é uma manifestação da experiência humana, partindo de ideias e, consequentemente, a relação que se dá entre estas e uma fórmula, por exemplo, não é evidente.

E como a metáfora entra no estudo? Citando os mesmos autores (p.XVI)

> "... grande parte das mais fundamentais ideias da matemática possuem uma natureza inerentemente metafórica:
>
> A *linha numérica*, onde os números são conceitualizados metaforicamente como pontos em uma linha;
> A *álgebra de classes* de Boole, onde a formação de classes de objetos é conceitualizada metaforicamente em termos de operações algébricas e seus elementos: mais, vezes, um e assim por diante;
> *Funções trigonométricas*, onde os ângulos são conceitualizados metaforicamente como números;
> O *plano complexo*, onde a multiplicação é conceitualizada metaforicamente em termos de rotação.

Retomando a equação de Euler, coube a Núñes utilizá-la e analisá-la, valendo-se de conceitos literais e metafóricos para entender o infinito. Para esse autor, a ideia metafórica do infinito não é necessária para a obtenção de um resultado, porém a noção do que ela de fato representa fica perdida. Numa aula de

[4] SANDIFER, Ed (2003). «How Euler Did It» (pdf). The Mathematical Association of America: MAA Online.

Cálculo, por exemplo, qual seria o limite quando a seguinte situação aparece: infinito dividido por infinito? Um estudante que já sabe como lidar com problemas que envolvam esta situação, tenta se livrar da indeterminação por meio de alguns métodos algébricos ou por ter conhecimento da regra de L'Hôpital.

Por indeterminação, entenda-se que não se sabe que valores são estes no infinito. Ocorre que se tem aí o sentido literal, de contar sem parar. O sentido metafórico, por outro lado, refere a algo que não é possível ver, o infinito real. Para LAKOFF & NÚÑES (2000), "(...) todas as formas de infinito real – pontos no infinito, intersecções infinitas, números transfinitos, e assim por diante – parecem ser casos especiais de uma única Metáfora do infinito" (p.16).

E o que afirmar quanto às Histórias em Quadrinhos e seus desenhos e a Matemática? Estas ligam-se à esta teoria porque são uma ponte entre o conjunto de experiências dos alunos e o conteúdo matemático. A apresentação de uma fórmula, por exemplo, não é suficiente por si só para o entendimento do conteúdo referente à ela. São necessários estímulos que façam com que uma pessoa resgate algo do que já viveu, algo que possa, metaforicamente, associar com a fórmula em questão.

Processos semelhantes têm sido executados. Um destes colocou 22 alunos de 4ª a 6ª série para tentar aprender conteúdos de matemática que envolvem razão e proporção (HOWISON et al., 2011). Os estudantes, à frente de um computador e de um dispositivo com um sensor, são apresentados à forma como deverão apresentar as respostas. Movimentos como levantar a mão, ou gestos que remeteriam a batidas são associados a formas como as respostas serão dadas.

Os pesquisadores em questão partem da premissa de que o aprendizado pode aumentar através de uma linguagem figurativa dinâmica que se origina na mente e que é adquirida a partir de experiências sensoriais e motoras. O processo de aprendizagem com a utilização de uma HQ se assemelha ao que foi apresentado, porque coloca um discente a utilizar seus sentidos, mas nem sempre no mesmo sentido. Ou seja, trata-se de um caminho que não precisa do uso dos membros, de gestos ou algo similar. Com as revistas se trabalha a imaginação, partindo do pressuposto de que esta principia na cognição corporificada.

A linha de pesquisa que envolve o uso de uma HQ e a cognição corporificada, até o momento da entrega deste Trabalho não foi encontrada. Para o autor, há fortes evidencias que podem apontar para a validação dessa possível pesquisa.

4. A MATEMÁTICA EM TERRAS QUADRINÍSTICAS

Figura 11 - Autor mais “perdido” que Pedro Álvares Cabral

Fonte: Elaborado pelo autor

Quando o desenho acima foi feito, 2011 já tinha transcorrido e o autor estava em pleno estudo para conseguir aprovação na disciplina de Cálculo. Porém, os desenhos ainda não tinham ligação de fato com o que o curso promove, que é a aptidão para a docência matemática. Fazendo uma analogia, em um primeiro momento, o autor estava mais “perdido” que Pedro Álvares Cabral. A única diferença, fundamental, é que, de fato, quem escreveu este trabalho não sabia que caminho seguir até a Índia. Só existia a vontade de que esta área específica de conhecimento, a Matemática, tal como as especiarias, fosse a fonte que inspirasse trabalhos feitos com quadrinhos. Conseguir realizar esse desejo seria como encontrar a tão afamada terra prometida que o famoso navegador luso havia “descoberto”.

O fato é que o trabalho não é único, então, talvez, no quesito HQ, seja apenas um caso de exploração de conteúdos da Matemática por meio de quadrinhos. Desta forma, neste capítulo são apresentadas duas situações exemplares de trabalhos produzidos pelo autor, vinculadas a conteúdos próprios de cursos de graduação em matemática, sendo que em uma delas pôde ser adaptada para o ensino básico. Conforme salientado na Introdução, constitui objetivo central deste TCC a busca por formas de apresentar temas da matemática escolar, especialmente conteúdos de álgebra e geometria, por meio de Histórias em Quadrinhos, de forma acessível para o leitor. E isto talvez inclua uma fuga do usual formalismo presente nas demonstrações.

É desejável que seja feita uma pequena viagem até a França, particularmente, Paris. Do Brasil até lá são 10.248km para encontrar o pai de Anselmo, O Curioso[5] (Anselme Lanturlu, no original francês), Jean-Pierre Petit[6]. O Senhor Petit foi um cientista francês que criou o dito personagem para explicar, de maneira cômica e leve, situações que envolvem, por exemplo, eletricidade e geometria. Em "Os Mistérios da Geometria", fez Anselmo esticar um fio sem parar, caminhando sempre em frente. Depois de tanto caminhar, Anselmo dá de frente com a estaca onde tinha prendido o início do fio. Estranhou e resolveu andar mais uma vez em frente, e fez isso várias vezes, sempre encontrando a mesma estaca, só que agora com vários fios. Ocorre que o fio havia sido adquirido da empresa "Euclides" e, sem fornecer a solução do caso, o personagem teve que entrar em contato com sua assistência técnica da dita empresa para entender o que estava acontecendo.

A história é interessante no aspecto que mexe com o sentido de distância do leitor. Um estudante imaginaria, corretamente, que o personagem havia dado várias voltas ao redor do mundo com o fio, ao que parece na narrativa, sem fim. Encontrar um personagem que pudesse interagir com os objetos, da maneira trabalhada pelo cientista francês, ou mesmo, seguindo por outro caminho, se fosse necessário, e considerar um objeto que pudesse ser o próprio personagem constituem formas de criação, cujo foco consiste em chamar a atenção do leitor. Não é diferente do que foi feito por Walt Disney em seus filmes que não foram poucos. Além de suas próprias criações, Disney adaptou outras de grandes contos, como é o caso de "Alice no país das maravilhas", criação de Lewis Carroll, assim como "A Bela e a Fera", que surgiu de um conto francês escrito por Gabrielle Barbot no século XVII. Tais contos, acredita o autor do presente Trabalho, são mencionados pela vazão que se deu pela imaginação de Walt Disney. Citando apenas um exemplo, no segundo conto, a mocinha da história interage com bules e xícaras falantes, aspecto comum a esta

[5] Disponível em: :<http://www.savoir-sans-frontieres.com/JPP/telechargeables/Portuguais/OS_MISTERIOS_DA_GEOMETRIA.pdf>. Acesso em: 29 jul., 2018.

[6] Disponível em: <https://www.jp-petit.org/>. Acesso em: 26 ago., 2018.

história e à de Alice. Para um professor é um recurso didático entre tantos outros que podem servir como ferramenta durante os seus planejamentos de aulas.

Passamos agora a referir aos personagens principais de duas das situações foco deste capítulo. Pit, apelido simpático dado à Pitágoras, foi um dos personagens que foram criados pelo autor durante os 8 anos de graduação. O herói poderia muito bem interagir com Anselmo, o que não aconteceu. Para fazer uma demonstração, usou retas, segmentos de retas, circunferências e outros objetos geométricos.

A História da Matemática pode dar frutos, dependendo do conteúdo. Foi como surgiu Eulercat, junção de dois nomes, Euler, famoso matemático e cat, do inglês, gato. Surgido na história “Cama de Grafos”[7], teve seus primeiros esboços inspirados em um desenho animado criado pela empresa Hanna-Barbera, na década de 60, Manda-Chuva. Nessa animação, o gato em questão falava, era um “boa pinta”, curtia muito a vida com os amigos e, de vez em quando, juntos, criavam muitos problemas para o guarda Belo.

Os elementos necessários para uma boa história já estavam presentes no material “Cama de Grafos”, a saber: alguém para interagir com o leitor e com o ambiente, articulado e simpático, sendo que outras características poderiam aparecer, mas dependeriam do tema de interesse, por exemplo: num dos materiais produzidos, o personagem que atua como um ladrão tem como característica criar confusão multiplicando os personagens que atuam como clientes de um banco e os próprios bancários (Figuras 5 a 8). Caso o leitor se pergunte, porque justamente estas características? A criação de um personagem segue a conveniência do momento, que para o autor era necessária para contar uma história que envolvesse um procedimento de distributividade na multiplicação, mas poderia ter qualquer outra.

O importante é que os personagens sejam exagerados e chamem a atenção. As histórias devem caminhar coerentemente com o conteúdo, pois têm como foco alunos em sala de aula e a produção de desenhos, os primeiros ainda sem um perfil estipulado (nível de ensino, idade e outras característica ainda indefinidas), e os últimos sem um conteúdo a ser abordado. Existem pesquisas que se relacionem com esta demanda?

[7]Disponível em: http://camadegrafos.pbworks.com/w/page/121027980/Cama%20de%20Grafos>. Acesso em: 26 ago., 2018.

Entende-se que o campo das Ciências Exatas é fértil para a criação de desenhos e para o surgimento das figuras descritas, as citadas e outras tantas. A Modelagem Matemática é um exemplo disso. Um detalhe interessante, numa busca que levou $4 * 10^{-3}$s para encontrar $17 * 10^{4}$ referências para modelagem matemática no Google Acadêmico[8], ao contrário do que possa parecer, é que o resultado apresentado está longe do encontrado quando acrescentado à pesquisa anterior o termo “quadrinhos” à Modelagem Matemática. Afirmar que a Modelagem Matemática com Quadrinhos seja um campo fértil não é, nem de longe, evidente. Num dos artigos encontrados no buscador, Mühlbeier e colegas (2014) consideram a HQ.

> ...um instrumento capaz de ajudar o educando a desenvolver sua habilidade na busca de informações para integrar e explorar o conhecimento, sanando dificuldades a partir do conhecimento adquirido. (...) desenvolvem a compreensão, instigam os sentidos e fortalecem o imaginário dos leitores. Existem diversas oportunidades de aproveitá-las na organização e planejamento de situações, para que sejam utilizadas como recursos de aulas dinâmicas e práticas. Tais possibilidades são ocasionadas pela vasta gama de personagens e contextos, com grande aceite pelos alunos, por estarem inseridas em diversos meios de comunicação. (MÜHLBEIER et al., 2014).

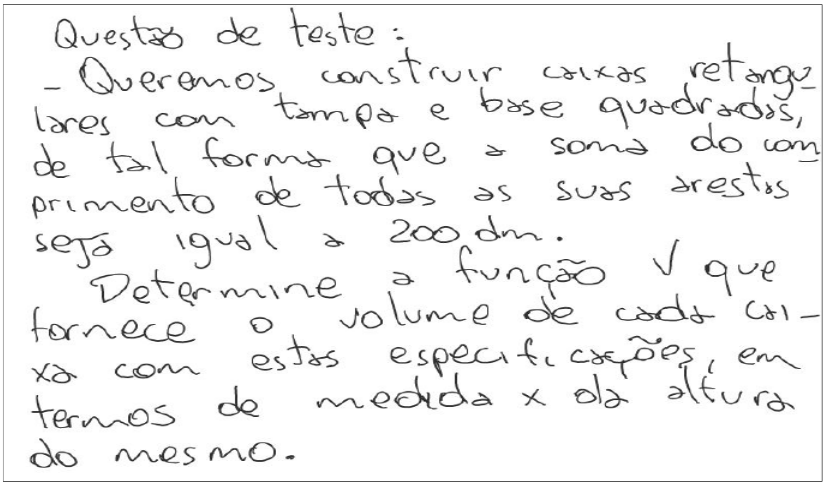
Em um trabalho feito em 2018, especificamente para este TCC, voltado a averiguar a riqueza da Matemática e o desenvolvimento de uma modelagem para a criação de desenhos, o autor resolveu buscar nos seus materiais algo que pudesse transformar em uma HQ. Na disciplina de Cálculo e Geometria Analítica I, cursada durante a graduação, foi necessário trabalhar com a situação que se coloca abaixo.

---

[8]Disponível em: <https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5&q=modelagem+matem%C3%A1tica&btnG=>. Acesso em: 26 jun., 2018.

4.1. O volume de caixas retangulares

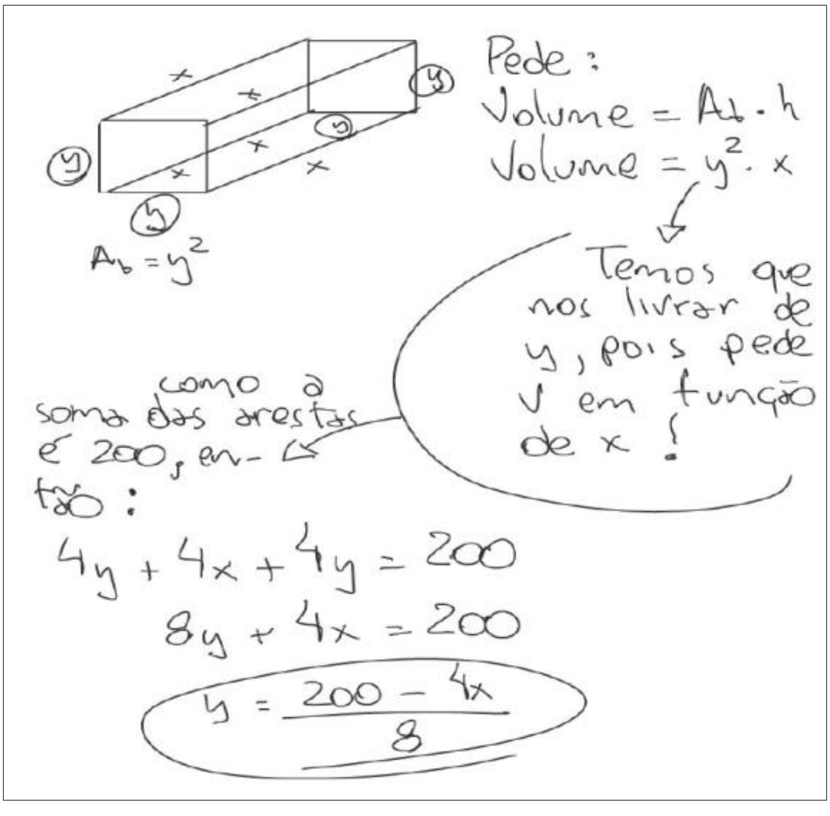
Figura 12 - Questão de Teste – parte I


Questão de teste:
- Queremos construir caixas retangulares com tampa e base quadradas, de tal forma que a soma do comprimento de todas as suas arestas seja igual a 200 dm.
Determine a função V que fornece o volume de cada caixa com estas especificações, em termos de medida x da altura do mesmo.

Fonte: Elaborado pelo autor

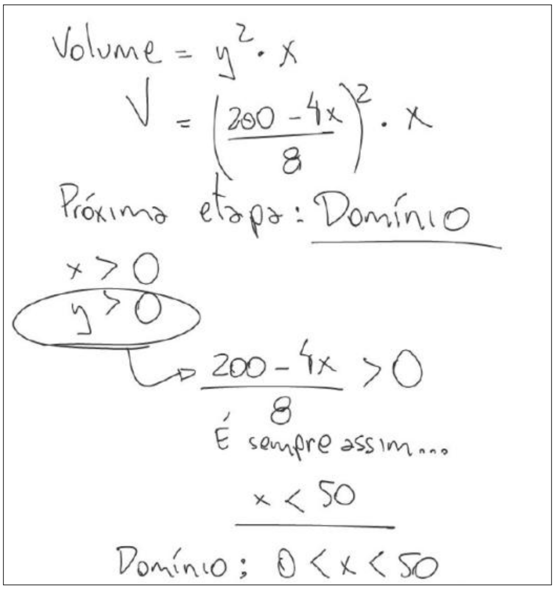
Uma resolução para a situação apresentada segue nas Figura 13 e Figura 14.

Figura 13 - Questão de Teste – parte II



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 14 - Questão de Teste – parte III



Fonte: Elaborado pelo autor

De modo corriqueiro, situações como esta já eram visualizadas mentalmente pelo autor. Objetos ganhavam características que não eram informadas pelo professor ou mesmo dadas na lista contida no livro adotado na disciplina. Dependendo da situação, a informação de que as caixas eram de madeira acabava desencadeando a memória afetiva de alguns alunos, assim como serem envernizadas ou pintadas de uma determinada cor despertava em outros, memórias olfativas, táteis e outras. O exercício acima poderia incluir informações que despertassem estas memórias e, dessa maneira, poderia ser apresentado da seguinte forma:

Figura 15 - Questão de Teste – Ilustrada p.1

Fonte: Elaborado pelo autor

Na Figura 15 há uma brincadeira com os termos empregados na caracterização do objeto caixa. Esta é pensada (modelada) para dar um sentido geométrico a suas faces e arestas (mostradas no desenho), visando, na sequência, construir uma expressão algébrica, que represente a soma $x + y$ dos comprimentos das arestas da caixa. Um professor poderia discutir em sala de aula o que essa soma daria de informação: a soma dos comprimentos das arestas, numa dada unidade de medida. Ele também poderia pedir aos alunos outros exemplos, que ajudassem a fundamentar o caso. Por exemplo, os alunos poderiam pegar palitos de dois tamanhos, simulando o exemplo, para juntá-los em seguida, ou poderiam tentar fazer mentalmente este procedimento.

Por outro lado, à época em que foi feito o desenho da Figura 16, não se pensou e pesou nas consequências do “tapa no rosto” do personagem, mesmo que tenha sido inspirado num dito popular para exagerar o momento e destacar o que é a palavra “face” dentro do contexto. São muitos os exemplos de usos para esta palavra: faces de uma moeda, parte lateral de uma parede, rosto, fachada, além da hipótese de que a figura tem um objetivo e de que, na teoria da cognição corporificada (LAKOFF & NUÑES, 2010), existem outras possibilidades de interpretá-la, que fogem da ideia do conteúdo e podem ou não ser sutis. O que se quer dizer é o seguinte: não adianta inserir na cena o tal tapa no rosto se a pessoa pensar no significado literal da frase. Em outras palavras, se for assim, a didática pode não ser bem sucedida.

Para ilustrar uma situação análoga, Edgar Vasques (1991) expressa de forma irônica, na figura 16, uma comparação entre a fome que assola uma parcela da população e uma competição que ignora essa situação e arrecada dinheiro.

Figura 16 - Personagem Rango e uma crítica à sociedade.

Fonte: VASQUES, Edgar. O Melhor de Rango, p.03. Coleção Circo nº3. Circo Sampa. 1991.[9]

É de longe um “tapa na face” (ou no rosto, conforme dito popular) e está mais para um “soco no estômago”. Independentemente desta situação, perceba o seguinte: não foi mencionado o futebol ou algo que se relacione com este esporte. O fato é que não pode ser concluído o tipo de torcida: de vôlei, de tênis, outro esporte ou, mesmo, referente a outro tipo de situação. Foi uma relação que o autor pôde inferir porque, enquanto escrevia este TCC, estava tendo na Rússia a Copa do

[9] O uso da tirinha foi autorizado pelo Sr. Edgar Vasques em 24/09/2018.

Mundo de 2018. Considerando as duas situações, o autor deste Tabalho afirma a seguinte constatação: existe a possibilidade de manipular as imagens para que elas ganhem peso e, por conseguinte, façam o conteúdo ser assimilado.

Outra forma de abordar a situação das caixas poderia ser por meio do desenho em perspectiva. Não a perspectiva tal como abordada na tira de Vasques (1991), mas aquela que diz respeito à representação de um objeto em três dimensões. Na figura 17, Einstein esclarece que a caixa representada na figura 15 tem o comprimento da aresta da base maior que o comprimento da aresta vertical, que corresponde à altura da caixa (Fig.12), e na figura 13 inverte-se estes dois dados. O resultado muda no problema em questão? A resposta é não, e embora tenha sido convencionada no exercício a posição da caixa, o autor cometeu um deslize, percebeu-o e fez o personagem entrar na história para provocar um questionamento em relação ao que se convencionou e que dá um destaque, um reforço e não provoca alteração no resultado final do problema.

Num processo usual que envolva modelagem, ao estudante seria solicitado que construísse a tal caixa, pensando em estratégias para fazer os cortes necessários para, em um dado momento, apresentar a tal caixa com as dimensões corretas. E, se fosse possível, que contribuísse com mais informações para que o objeto em questão servisse para guardar ou acomodar determinado conteúdo, inclusive podendo informar, se tivesse condições, a quantidade de caixas que possibilitaria acomodar peças para carros, alimentos, etc. Isto, já com os desenhos em mãos, partindo do princípio adotado por Burak (2004), de que existe o interesse dos alunos por conta do uso de uma comunicação diferente (a HQ na aula) e que o processo seja compartilhado pelo grupo. O interesse talvez não ocorra pelo assunto em discussão, em um primeiro momento, mas pela presença dos desenhos. Estes podem ser considerados como uma ponte a tornar o assunto o foco do que é desejado pelo professor.

Figura 17 - Questão de Teste – Ilustrada p.2

Fonte: Elaborado pelo autor

Uma das ideias presentes na consideração de HQs como instrumento didático é a de provocar a imaginação. Existem escolas pelo país que não oferecem ferramentas, tais como computadores, calculadoras, para que sejam possíveis dinâmicas que envolvam a construção de objetos, tal como a caixa do exercício. Por esta razão talvez seja importante a construção de materiais em quadrinhos que ajudem os alunos a pensar também em idealizações. Nesse contexto, ao contrário de se sair a campo, os estudantes pensam naquele ambiente idealizado, até para manterem a coerência para dizer que se trata ainda de uma modelagem. Ou seja, que sejam imaginados os materiais mencionados no exercício, em pequenos grupos, em sala de aula que, ao receberem uma HQ, tenham em suas mãos um campo a ser explorado, com a diferença de que, nesse momento, o levantamento de problemas se relacione com construções de recipientes que contenham materiais diversos, como líquidos, sólidos ou gases, por exemplo. Para Burak (2004), a tarefa.

> Contribui para tornar mais intensa, mais eficiente e mais eficaz a construção do conhecimento por parte de cada aluno participante do grupo, do próprio grupo ou dos grupos, sobre determinado conteúdo, a partir do conhecimento que cada aluno ou o grupo já possui sobre o assunto. Isso confere maior significado ao contexto, permitindo e favorecendo o estabelecimento de relações matemáticas, a compreensão e o significado dessas relações. (p.3)

O professor faz, digamos, o papel de quem fornece o fio condutor para que o educando, mentalmente, planeje, projete e invente formas de responder o que foi requisitado.

Observe agora a seguinte afirmação: “Pessoas aprendem mais profundamente de palavras e imagens do que apenas palavras” (MAYER, 2009, p. 1). Partindo desta frase, é examinado por Mayer como alguém aprende a partir do aprendizado pela via da Multimídia.

> O aprendizado pela Multimídia diz que a aquisição do conhecimento ocorre quando uma pessoa constrói uma representação mental a partir de palavras (como o texto falado ou um texto impresso) e imagens (como ilustrações, fotos, animações ou vídeos). (traduzido e adaptado de MAYER, 2009, p. 2).

Daí a razão de não ser descartada em uma HQ a colocação de dois ou mais personagens em um diálogo, tal como quando o personagem Pit conversa com o leitor, por exemplo. Mais do que isso, confecciona-se uma revista em quadrinhos com o máximo de elementos possíveis, sendo que deve-se entender a necessidade de se ter certo cuidado. O que acontece? Seres humanos, de maneira geral, têm uma memória de trabalho que não tem uma capacidade organizacional, o que acarreta problemas quando encarregada de processar novas informações. Por exemplo, isso ocorre na situação em que um desenhista deseja colocar numa página conteúdos que envolvem divisão euclidiana, mas insere outros detalhes, além daqueles que devem ser estudados. Embora seja interessante colocar detalhes, se forem muitos, o leitor/aluno se perderá em assuntos que podem não ser o foco, e o objetivo do uso da HQ se perde. Assim surgiram estudos que envolvem a Teoria da Carga Cognitiva, que dizem respeito à forma de obter mais sucesso na hora de montar um material didático, contexto abordado por Mayer (2001) e, por conseguinte, montar um conteúdo que envolva o aprendizado pela Multimídia (SWELLER, 2005).

Assim, não basta ter o interesse em montar uma HQ com textos e desenhos, os primeiros esbanjando figuras de linguagem, com a intenção de extrapolar determinadas informações, em conjunto com outros tantos desenhos disponíveis no material em quadrinhos. Esta forma de montagem poderá provocar o insucesso de um professor que está aplicando uma didática com suporte em HQs.

Por sinal, um dos procedimentos que podem ser bem sucedidos, dizem respeito à memória de longo prazo:

> Se o aluno começar a aprender a ler ou aprender a usar multiplicação em vez de adição repetida para determinar o custo de três lápis, bem como as mudanças na memória de longo prazo devido à aprendizagem mecânica, haverá outras mudanças devido ao aumento do nível de compreensão. (SWELLER, 2005, p. 21)

Uma das atividades que se mostram eficazes em ativar a memória de longo prazo diz respeito justamente a fazer com que o aluno não só aprenda mais como também tenha acesso às informações fornecidas durante a aula a partir de todos os elementos, vindos, por exemplo, de uma modelagem, de uma HQ e, em concomitância com textos de apoio que podem fazer parte da própria revista em quadrinhos.

Um dos termos da terna Textos-Desenhos-Modelagens, o texto pode ser executado com o uso da hipérbole para dizer que o mundo irá acabar, tal como na figura 17, ao ser dito que uma aresta teria dimensão negativa dentro da HQ e, portanto, inexistente. Tal afirmação é absurda, e pode até não ser dita por um professor para evitar confusões, mas será que não seria interessante trabalhar com situações deste tipo?

Figura 18 - Questão de Teste – Ilustrada p.3

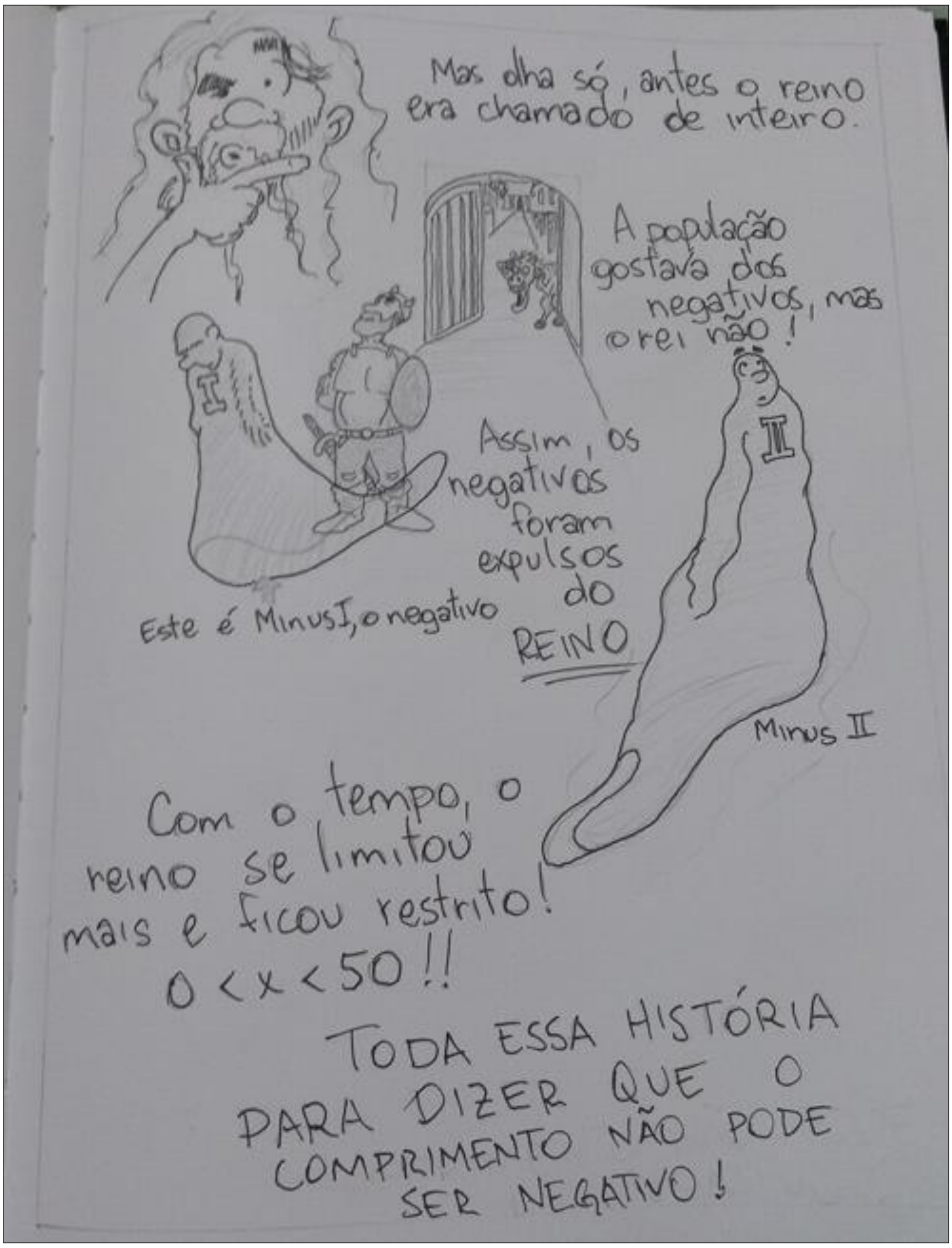
Fonte: Elaborado pelo autor

O presente Trabalho de Conclusão de Curso não pretende descartar o rigor apresentado pelas demonstrações na matemática de nível superior. Tem somente o objetivo de fornecer e analisar ferramentas que podem ser úteis e, porque não, atrativas, já que são apresentadas em linguagem diferente e mais simples, além de passar a informação do que é necessário para entender determinado assunto.

A Figura 18 dá uma forma ao número 50. O personagem está com o número cinquenta nas costas e o segurança o impede de entrar. Por quê? Simplesmente porque se for aceito, o número cinquenta irá zerar a função dada por y = (200 – 4x)/8 e o objeto, uma caixa, que tem uma dimensão para y, não existirá.

A situação em análise é resolvida quando for fornecida a função que define uma de arestas da caixa, no caso a aresta da base, e o domínio dessa função. Concluímos essa análise com uma analogia, que poderia surgir de um universo no qual a criança pudesse gostar de brincar, imaginando o domínio como um reino, como é mostrado na figura 18. Novamente, há um jogo de palavras, forçando o leitor a trabalhar com a percepção de que o domínio foi definido pelo rei desse reino, mas que, em última análise, são as diferenças entre um conjunto e outro – o conjunto dos números naturais e o dos inteiros – que decidirão se determinado elemento pertencerá a um deles.

Figura 19 - Questão de Teste – Ilustrada p.4



Fonte: Elaborado pelo autor

A história se encerra, novamente, com uma brincadeira. Para definir o conjunto dos inteiros, aparece um personagem Minus (“menos” em inglês), cujo próprio nome indica que representação numérica ele tem, dos negativos. Também há outro personagem, um guarda que o expulsa do reino que era inteiro, mas que deixou de ser este conjunto (porque perdeu os negativos) e só tem os positivos, tentando dar a entender que passou a ser o conjunto dos naturais e com a restrição de estar entre 1 e 50. A tarefa termina concluindo que não são todos os naturais que pertencem ao reino/domínio, já que x — número de cidadãos (no exercício corresponde à altura) —, está no intervalo entre 0 e 50. Ou seja, o exercício foi modelado para que pudesse mostrar os elementos, suas impossibilidades (não assumir determinado valor) e, por fim, seus conjuntos, tentando trabalhar por uma analogia com o fantástico.

Em um dos capítulos do livro Aprenda a usar a Memória (O'BRIEN, 2004), é explicado que para que a memória fique retida é fundamental criar um contexto para o conteúdo, como usar imagens. A descrição funciona, faz um estudante imaginar o personagem e a situação, mas não é forte como uma figura de um elefante em cima de um tapete voador (o leitor imaginou a situação?) ou a de Pitágoras tangenciando a lua. A partir de um exemplo de uma disciplina de Análise II, em certa aula foi dado o teorema do resto de Lagrange. Para que alguém possa demonstrar esse teorema, primeiro precisa saber o teorema do valor médio, assim como o que é uma série de Taylor. Para guardar essas "ferramentas" o discente poderia muito bem usar uma forma mnemônica para dar prosseguimento na demonstração. Para discorrer com propriedade a esse respeito, pense o leitor o seguinte: Será que alguém que precise aprender, não buscará dar uma "forma" ao conteúdo, visando ter acesso fácil e rápido na hora de realizar uma demonstração ou mesmo de resolver um problema?

Não constitui objetivo deste Trabalho de Conclusão de Curso desenvolver essa questão, embora seja possível pensar que a resposta seja afirmativa, já que existem métodos mnemônicos para gravar determinadas informações. Por exemplo, veja o caso da clássica frase "Minha terra tem palmeiras onde canta o sabiá, Seno A Cosseno B; Seno B, Cosseno A". Como a memorização envolve a abstração poderia ser necessária uma busca de autores que discorrem a respeito deste assunto.

No livro "Where Mathematics Comes From?" (Lakoff. 2000), é dado que a relação entre a memória e o que precisa ser ensinado está ligada à percepção do objeto e assim ganha um outro elemento, o corpo. Assim, um grifo que poderia ser dado pelo próprio autor deste TCC em relação às HQs é o de que os símbolos não seriam somente os fornecidos pela palavra, mas também pelas imagens, e estas já comporiam o repertório que um aluno possuiria por conta de sua experiência sensorial. Além disso, os símbolos seriam fornecidos de forma integrada, tanto em sala de aula quanto no cotidiano discente exterior à escola. É importante salientar que a sensibilização dos sentidos não se dá somente com as crianças. Ocorre também com os adultos quando em um momento de aprendizado, não apenas com a matemática, mas com outras áreas do conhecimento.

4.2. Pit e o caso da tangente à circunferência.

O exercício seguinte, designado como tarefa de conclusão da disciplina de Álgebra II do curso de Matemática tem a intenção de mostrar outros trabalhos em quadrinhos. Na disciplina de Álgebra II, um dos requisitos colocados pela professora era que fosse feita pelos alunos uma apresentação, conforme instruções abaixo:

Figura 20 - Lista 9 - Orientações

MAT 01348 – Álgebra 2016/1

Lista de Exercícios 9

Construções Básicas Permitidas

(i) Traçar reta por dois pontos (supostamente) conhecidos desta.

(ii) Traçar circunferência com centro e um dos seus pontos conhecidos.

(iii) Determinar as interseções de retas ou circunferências já construídas com retas ou circunferências já construídas.

A partir das construções básicas permitidas obtemos certas ***Construções Elementares*** que passam a ser contruções permitidas.

(iv) Traçar ponto P fora de uma reta r.

(v) Dada uma reta r e um ponto P fora desta, traçar uma reta r' perpendicular a r e passando por P.

(vi) Dados uma reta r, um ponto $P \in r$ e dois pontos construtíveis C, D existe $X \in r$ construtível tal que os segmentos $\overline{AX}$ e $\overline{CD}$ possuem o mesmo comprimento.

(vi') Traçar uma circunferência de centro em um ponto construtível e raio com comprimento de qualquer segmento cujos extremos sejam pontos construtíveis.

(vii) Dada uma reta r e um ponto P fora desta, traçar uma reta r'' paralela a r e passando por P.

(viii) Dada uma reta r e um ponto conhecido $P \in r$, traçar a reta perpendicular a r passando por P.

Seja $\mathcal{C}(\mathbb{R})$ o conjunto dos números reais construtíveis.

- $\mathcal{C}(\mathbb{R})$ é um corpo que contém $\mathbb{Q}$ (isto é, uma extensão dos racionais).
- $a \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$ e $a \geq 0 \implies \sqrt{a} \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$.

- Todos os exercícios devem ser resolvidos usando ***Construções Básicas Permitidas***, ***Construções Elementares*** e o resultado acima.

- A apresentação dos exercícios deve ser clara e objetiva com duração máxima combinada anteriormente. O uso de projetor não é obrigatório e depende da sua disponibilidade.

- Os exercícios devem ser entregues por escrito para toda a turma e antes revisados pela professora.

Fonte: Material produzido para a disciplina de Álgebra II, ministrada pela professora Dr.ª Luisa Rodrigues Doering.

Figura 21 - Lista 9 - Exercicios

1. Sejam A e B pontos construtíveis, divida o segmento AB em:
   (a) três partes iguais (b) n partes iguais.
2. Construa com régua e compasso os seguintes números reais (faça um roteiro): $\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{5}$ e $2,33333\ldots$.
3. Mostre que todo número algébrico de grau 2 é construtível.
4. Mostre, sem construir, que os seguintes números reais são construtíveis.
   a) $\sqrt[4]{6\sqrt{7}}$.
   b) $\sqrt[8]{\dfrac{5+\sqrt[4]{2}}{\sqrt[2]{3}}}$.
   c) $\sqrt[8]{5+\sqrt[4]{2+\sqrt[2]{3}}}$.
5. Seja $\mathcal{C}$ uma circunferência construtível e $P \in \mathcal{C}$ um ponto construtível. Construa a reta tangente à $\mathcal{C}$ passando por P.
6. Seja $\mathcal{C}$ uma circunferência construtível e $P \notin \mathcal{C}$ um ponto construtível. Construa as retas tangentes à $\mathcal{C}$ passando por P.
7. Sejam P_1, P_2 e P_3 pontos construtíveis não colineares, construa a circunferência que passa por esses três pontos.
8. Sejam A, B e C pontos construtíveis não colineares. Construa a circunferência inscrita no triângulo de vértices A, B e C.
9. Sejam $\mathcal{C}_1$ e $\mathcal{C}_2$ circunferências construtíveis (centros construtíveis). Construa as tangentes comuns exteriores as circunferências dadas.
10. Seja $\mathcal{C}_0 = \{(0,0),(1,0)\}$ e $\mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_0 \cup \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ o conjunto dos pontos construtíveis a partir de $\mathcal{C}_0$ em uma única etapa.
    a) Determine as coordenadas de P_1, P_2, P_3 e P_4 .
    b) Seja $\mathcal{A}$ o conjunto de todas as coordenadas de $\mathcal{C}_1$. Mostre que $\mathbb{Q}(\mathcal{A}) = \mathbb{Q}(\sqrt{3})$.
11. Mostre algébrica e geometricamente que a soma, diferença, dobro e metade de ângulos construtíveis é construtível.
12. Construa os ângulos $\frac{\pi}{6}$ rad, $\frac{\pi}{3}$ rad , $\frac{\pi}{4}$ rad de, pelo menos, duas maneiras diferentes.
13. Sabendo que o ângulo $\frac{2\pi}{5}$ é construtível, mostre que os ângulos a seguir são construtíveis.
    (a) $\frac{34\pi}{15}$; (b) $\frac{11\pi}{15}$; (c) $\frac{17\pi}{30}$; (d) $\frac{43\pi}{30}$; (e) $\frac{29\pi}{12}$.

2

Fonte: Material produzido para a disciplina de Álgebra II, ministrada pela rofessora Dr.ª Luisa Rodrigues Doering.

A tarefa que coube ao autor foi o item 6 da lista acima, que é reproduzida abaixo.

Figura 22 - Exercício 6 da Lista 9, conforme Figura 22.

6. Seja C uma circunferência construtível e $P \notin C$ um ponto construtível. Construa as retas tangentes à C passando por P.

Fonte: Material produzido para a disciplina de Álgebra II, ministrada pela prof[a]. Dra.Luisa Rodrigues Doering.

A construção foi feita, primeiramente, de maneira formal, para que o autor pudesse ver os passos que seriam necessários para confeccionar a HQ, como segue:

a) Considerar uma reta r que passa pelos pontos C e A, quaisquer; feito isso, traçar uma circunferência C_1 com centro em C e que passe pelo ponto A, tendo assim o raio $\overline{\mathrm{CA}}$;

b) Escolher um ponto $\mathrm{P} \notin \mathrm{C}_1$ e não colinear a reta r;

c) Traçar um segmento de reta s que passe por C, com extremidade em$\mathrm{P}$;

d) Obter o ponto médio M entre$\mathrm{C}$ e P;

e) A partir do ponto médio M, construir uma nova circunferência C_2 de forma que sejam obtidas as intersecções I_1 e I_2, sendo $\overline{\mathrm{CA}}$seu raio;

f) Por construção, as duas intersecções I_1 eI_2 são também colineares a uma reta t que é perpendicular a reta s[10];

g) Unindo os pontos I_1,P e C, por construção, os segmentos $\overline{\mathrm{PI}_1}$ e $\overline{\mathrm{I}_1\mathrm{C}}$ serão perpendiculares;

h) Assim, a reta u que passa pelos pontos P e I_1, por construção, é tangente à circunferência C_1. De modo análogo constrói-se uma reta v por P e I_2 tangente à C_1. ■

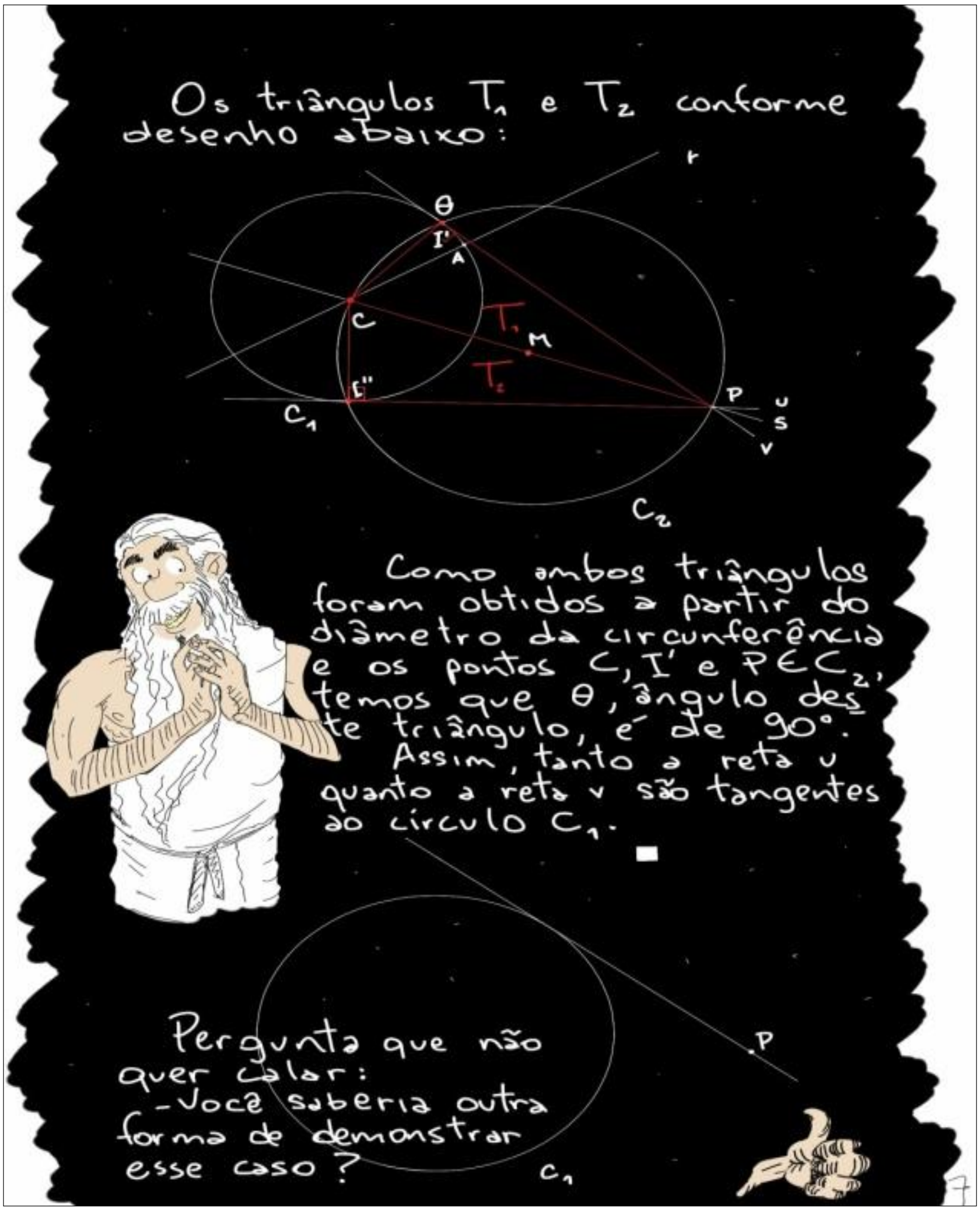
Diferentemente da construção acima, foi realizado outro tipo de montagem para os quadrinhos. Foi criado um personagem para este fim, que interagiu com os

---

[10] Usando régua e compasso, escolha um ponto qualquer de uma reta s; com um compasso, faça uma circunferência de raio r; na intersecção entre a circunferência e a reta, faça uma nova circunferência de raio t ≤ r; terás assim duas intersecções entre as duas circunferências; trace uma reta u por estes dois pontos (intersecções entre as circunferências) e esta será perpendicular à reta s.

segmentos, pontos e circunferências dados para poder fazer a construção solicitada, conforme segue:

Figura 23 - Página 7 da revista "Pit e o caso da reta tangente à circunferência".



Fonte: Elaborado pelo autor

A tarefa tinha sido dada e o grupo de estudantes da disciplina tinha que montar as suas demonstrações, tal como orientado na Figura 20. Ocorre que era facultado ao aluno escolher a forma de apresentação, desde que fosse clara e objetiva. O autor, já com a mentalidade de que estava num curso de licenciatura pensou que, dentro do contexto de sala de aula, a apresentação tinha que conter outros elementos e, trocadilho não intencional, pensou em Euclides, o qual considera outras informações, que não eram obrigatórias na construção, mas necessárias, à medida que o objetivo era que o material fosse usado também numa escola. Diante da intenção de elaborar um conteúdo com esta dinâmica, a apresentação também tinha que ser condizente com o que diz o volume 1 do Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2004), intitulado: *Explorando o ensino – Matemática*, em sua apresentação:

> "Inserir o conteúdo num contexto mais amplo provocando a curiosidade do aluno ajuda a criar a base para um aprendizado sólido que só será alcançado através de uma real compreensão dos processos envolvidos na construção do conhecimento" (p. 4).

Embora a edição dessa obra seja de anos atrás, a proposta continua válida, como atesta a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2016) e sendo um pouco mais rica:

> O conhecimento matemático tem, em suas origens, a busca, pelo ser humano, de respostas a problemas oriundos de suas práticas sociais, como a agricultura, comércio e construção civil, dentre outras. Essa busca derivou em novos saberes, que geraram novas perguntas, em um processo cíclico de produção de conhecimentos. Em permanente avanço, a Matemática se estabelece como ciência, desenvolvendo especificidades próprias, como uma linguagem sintética, direta e objetiva, com menor grau de ambiguidades, métodos rigorosos de validação interna e desenvolvimento de diferentes tipos de raciocínios.
> Essas características se mostram presentes também no que denominamos matemática escolar. Também na escola, a Matemática deve ser vista como um processo em permanente construção, como mostra a História da Matemática. Seu estudo não deve se reduzir à apropriação de um aglomerado de conceitos. O estudante deve ser motivado a, em seu percurso escolar, questionar, formular, testar e validar hipóteses, buscar contra exemplos, modelar situações, verificar a adequação da resposta a um problema, desenvolver linguagens e, como consequência, construir formas de pensar que o levem a refletir e agir de maneira crítica sobre as questões com as quais ele se depara em seu cotidiano. (p.131)

Na época da confecção do material, não se tinha conhecimento da BNCC, pelo menos no que diz respeito à leitura desta, mas apoiado em informações obtidas ao longo da graduação pode-se ver e ouvir muito à respeito. Então, pelo menos na percepção daquela época o material favoreceria questionamentos do tipo: "Professor, de onde tirou este personagem?" ou "Por que esta roupa de mulher?" Este último, de fato, acabou surgindo, quando um aluno viu o material em cima da mesa do professor. Questões como essas, singelas à primeira vista, podem fazer uma discussão rica surgir, oportunizando a presença de elementos da História da

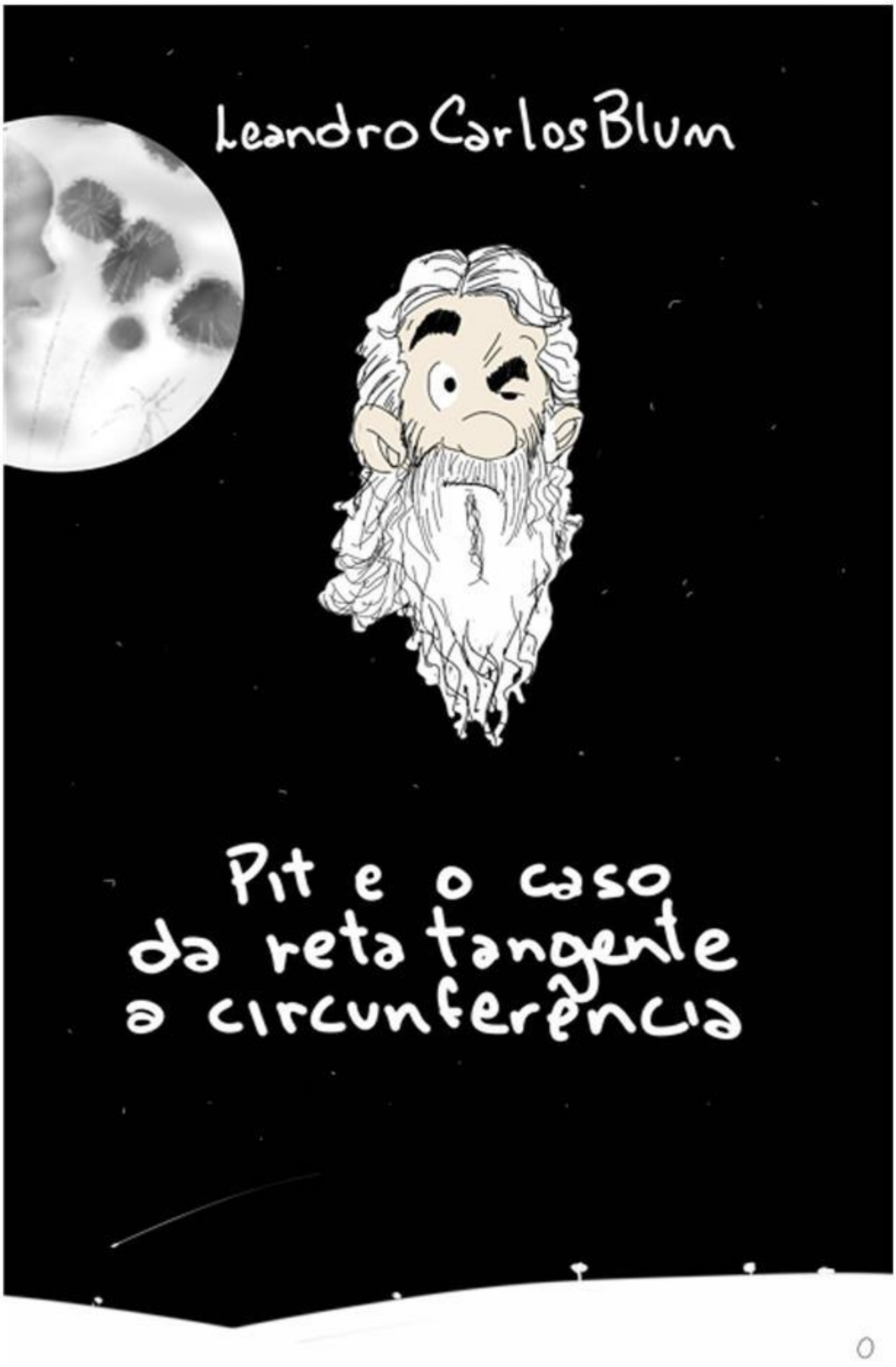
Matemática, por exemplo, a respeito de Euclides, o que ele fez e em que condições fez suas descobertas. Será que a informação de que não havia réguas com escalas à época poderia provocar um aluno a tentar fazer suas próprias descobertas? Mesmo que não se possa afirmar, como regra, que tais instrumentos não eram utilizados, como observam alguns pesquisadores (SCHUBRING & ROQUE, 2014) sobre a possibilidade contrária, esta informação pode render uma interessante discussão em sala de aula.

Por outro lado, pensando também naqueles estudantes que precisam primeiro de uma aula com as devidas apresentações de uma reta, dois pontos e uma circunferência que tenha centro num destes e que passe pelo outro, tem-se a HQ em si e, na Figura 23, última página do material foco desta seção, apresenta-se uma pergunta um tanto provocadora: “Pergunta que não quer calar: ─ Você saberia outra forma de demonstrar esse caso?”.

Mas o excerto desse material, com todas as suas características próprias, com a principal sendo a interação entre o personagem Pit e certos objetos, como pontos, retas, circunferências e retas tangentes a uma circunferência, não foi usado em uma escola. Isto ainda tinha que ser trabalhado. A experimentação deste material em sala de aula constitui um próximo interesse do autor.

Como aprendizado, além do que a professora encarregada da disciplina tinha comentado, o autor buscou outras opiniões. Um dos lugares buscados foi a rede social Facebook. Nesta, pôde ver que grande parte das pessoas elogiavam a parte estética, outros informaram que a cor escolhida para representar o céu, o azul claro, incomodava a visão quando apresentada em versão PDF. Assim, no sentido voltado para um material que fosse também agradável, foram feitas melhorias que impactaram na cor preta ao longo desta HQ. Nas próximas páginas, é possível verificar o resultado final.

Figura 24 - HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 0.

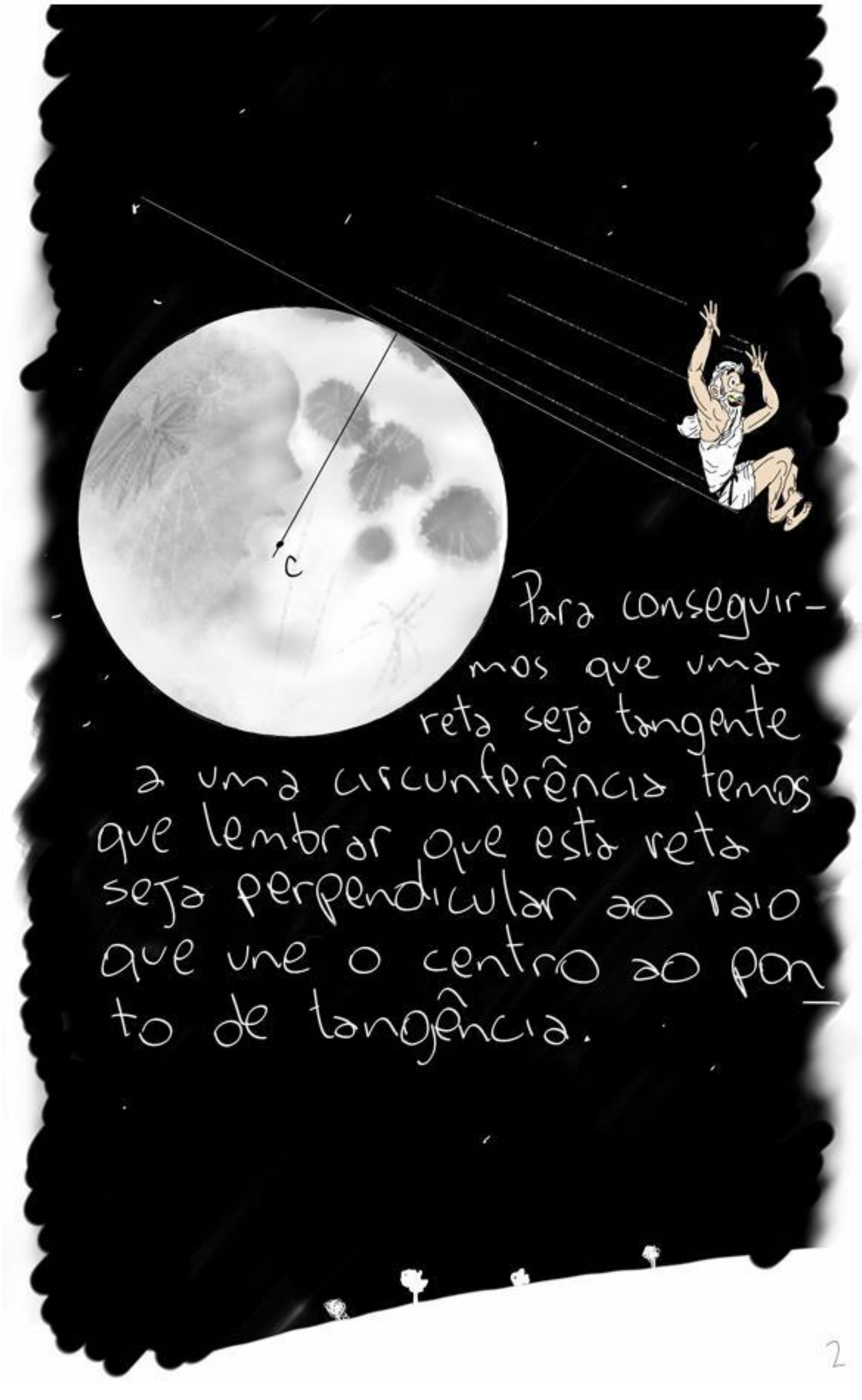


Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 25 - HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 1.

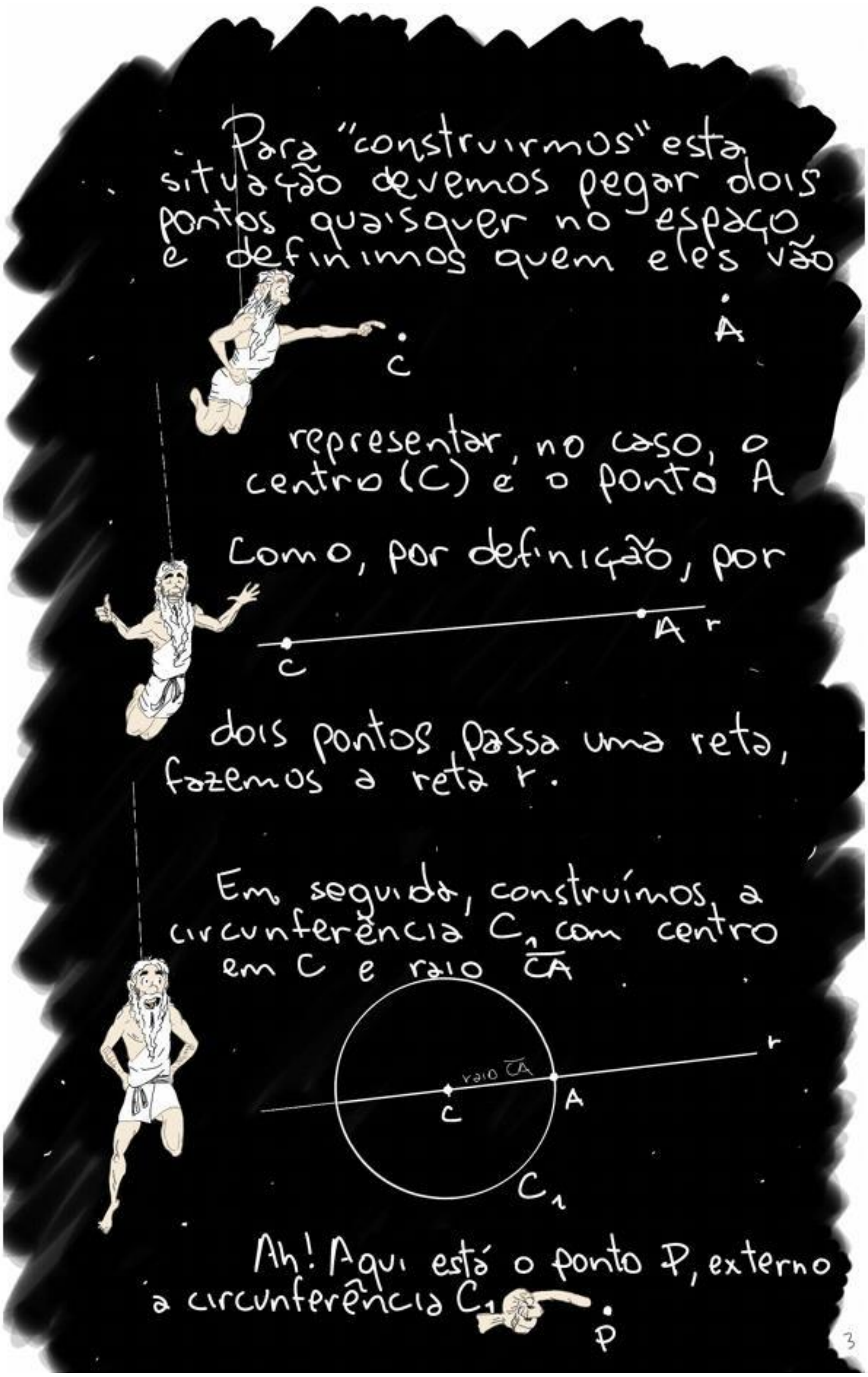
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 26 - HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 2.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 27 - HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 3.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 28 - HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 4.

Fonte: Elaborado pelo autor

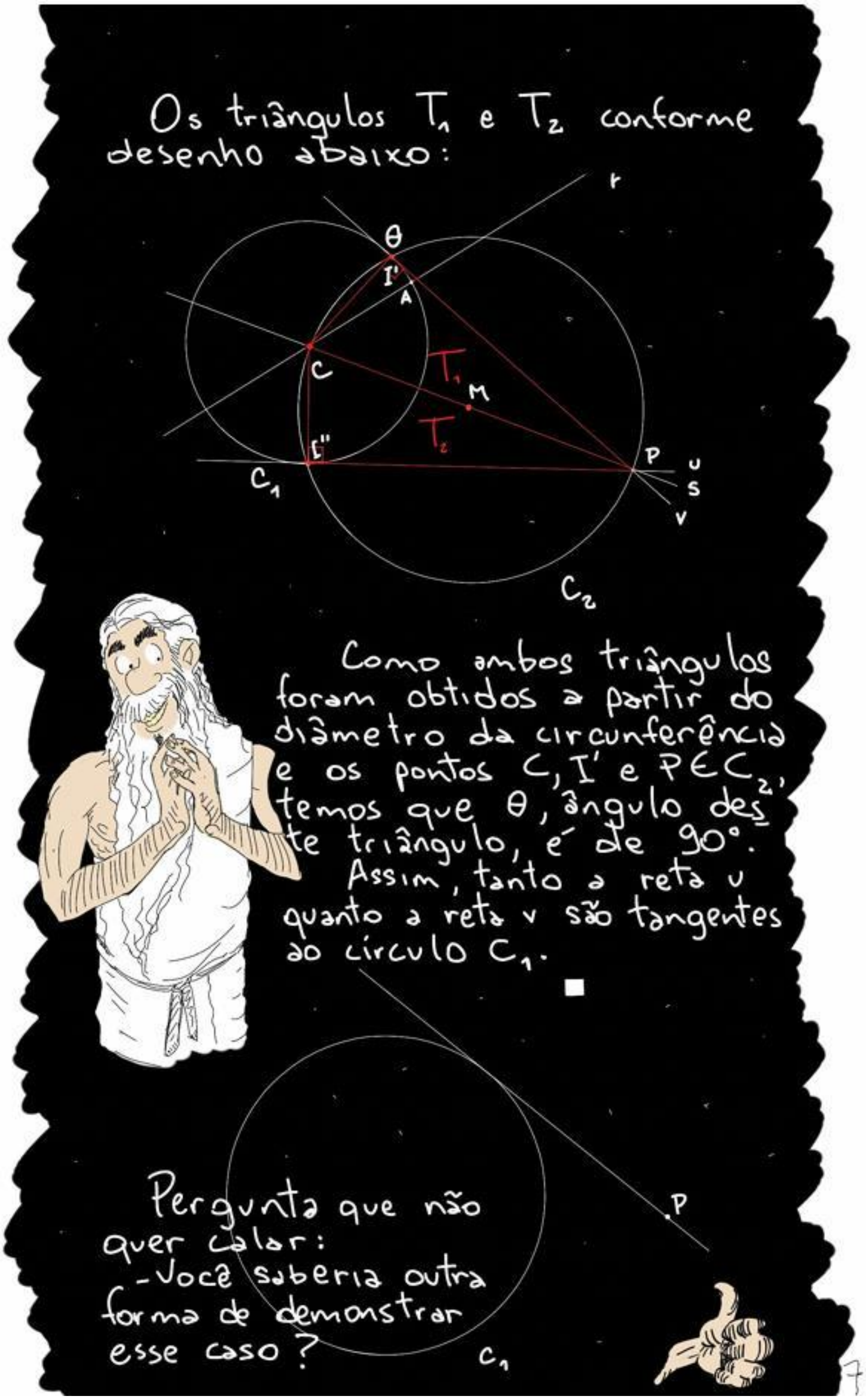
Figura 29 - HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 5.

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 30 - HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 6.

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 31 - HQ Pit e o Caso da Reta Tangente à circunferência, 2016, p. 7.



Fonte: Elaborado pelo autor

Na ocasião em que havia produzido este material, o autor ainda não havia cursado a disciplina de História da Matemática, embora ao cursar a atividade de ensino Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem de Matemática II, ministrada pela professora Dr.ª Elisabete Zardo Burigo, tenha tido a oportunidade de testar novamente a prática de apresentar uma página feita através de desenhos em uma sala de aula de uma escola de Porto Alegre. Como o trabalho envolvia mais pessoas em um grupo de colegas, não foram adaptados outros conteúdos neste formato, mas ao menos a imagem (Fig.32) foi apresentada e entregue à turma.

As reações dos colegas e da professora foram mais voltadas à estética do que ao material, porém, este já incorporava elementos provenientes da imaginação, que fariam parte da dinâmica que seria criada posteriormente. Mas que elementos seriam esses, para que o trabalho fosse considerado desta forma?

Figura 32 - Uma conversa sobre matemática.

Fonte: Desenho feito com recursos digitais (com o aplicativo Autodesk sketchbook Pro, disponível no tablet) na atividade de ensino Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem de Matemática II.

Novamente fazendo uma provocação, o autor pensou em colocar elementos que não faziam parte do cenário da antiga Grécia, criando um filósofo, sem um nome ainda, refrescado por um ventilador, sendo que não havia eletricidade naquela época. A ideia envolvida na criação dessa cena era chamar a atenção para o conteúdo da figura 32.

Por que razão fazer isso? Para responder esta questão, torna-se necessária uma contextualização. Em um estudo que envolvia a noção de aprendizado por meio de recursos digitais, observou-se que um aluno retinha melhor as informações quando estas eram relacionadas a palavras e imagens (MAYER, 2001). Neste sentido, quanto mais chamativo para o aluno, melhor. Pelo menos, sabia-se que esta hipótese era crível até certa medida, já que haveria, provavelmente, outros fatores para que a tentativa de construção de conhecimento não fosse bem sucedida. Independentemente disso, não foi feito um estudo qualitativo que comprovasse essa hipótese.

Sobre a confecção do material, para compor o cenário acima mencionado, com a presença do filósofo e do ventilador, foi necessário um estudo prévio de imagens de uma região da Grécia, feito por meio de uma pesquisa no Google, assim como de vestimentas, esculturas e arquitetura. Tudo visando questionamentos por parte da turma, já que um estudo desses acaba por oportunizar mais conhecimento para comunicar aos alunos, caso seja necessário. Mas será que não há itens demais no referido desenho? E texto?

De acordo com a teoria do Aprendizado por Multimedia, há três suposições acerca destas perguntas (MAYER, 2009, p.63, tradução do autor):

> **Dois canais** Descrição: Humanos possuem canais separados para processar informações visuais e auditivas; (APUD PAIVIO. 1986, BADDELEY. 1986 E 1999)
>
> **Capacidades limitadas** Descrição: Humanos são limitados na quantidade de informações que podem ser processadas em cada canal de uma vez; (APUD BADDELEY. 1986 E 1999, CHANDLER & SWELLER. 1991)
>
> **Processamento ativo** Descrição: Humanos se empenham em aprender ativamente dando atenção a informações relevantes, organizando as informações selecionadas em representações coerentes e integrando representações mentais com outros conhecimentos. (APUD MAYER. 2001, WITTROCK. 1989)

Embora empíricos, os estudos referidos nesta citação mostram os cuidados que se deve ter com a quantidade de informações que podem ser colocadas em cada página de uma HQ. O próprio autor deste TCC tem tido este cuidado em seus trabalhos mais recentes. À parte disto, como ferramenta de apoio ao professor, em um desenho tem-se a possibilidade de adaptar a figura, de modo que o foco recaia sobre o conteúdo em questão. Desta forma, quando o conteúdo for relacionado com geometria e o professor precisar fazer um preâmbulo sobre as origens dos estudos que levaram às figuras geométricas, os quadrinhos se prestariam a mostrar, por exemplo, Euclides, já mencionado, ou Pitágoras, para depois iniciar com os conceitos de paralelepípedo, quadrado, retângulo e demais figuras.

Uma atividade deste tipo foi desenvolvida com uma turma de 6º ano, em uma escola de nível fundamental de Porto Alegre[11]. Abaixo, pode ser visto o plano e uma das páginas do material elaborado para a atividade.

PLANO DE AULA 2

TEMA:
Perímetros inteiros (Pit e o Beisebol)

CARGA HORÁRIA:
1h30 (19h – 20h30)

OBJETIVOS:
Através do perímetro serão apresentadas formas de trabalharmos com as operações de adição e multiplicação usando o conjunto dos inteiros, com uma breve apresentação dos conjuntos em questão.

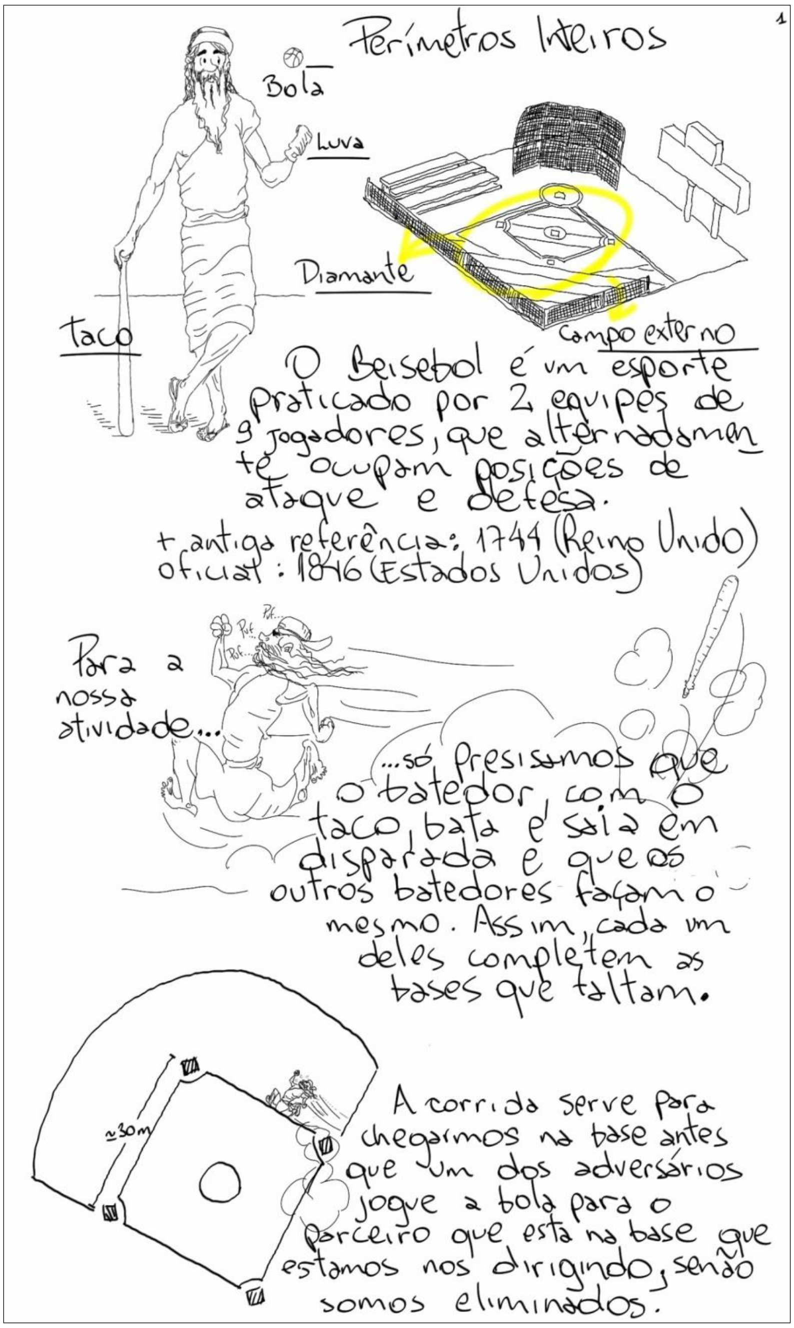
METODOLOGIA:
Será entregue uma história em quadrinhos com o personagem Pit apresentando o Beisebol (conforme anexos 1, 2 e 3), jogo muito popular nos Estados Unidos. Como é um esporte que necessita que seus participantes deem uma volta completa num quadrilátero, trabalharemos com a pontuação necessária para se ganhar o jogo. Também será apresentada a história do jogo e suas regras, de forma a ajudar no raciocínio. Na atividade que será proposta, não seguirei todas as regras, já que este esporte tem várias situações que podem complicar o entendimento e não ajudar na aula. Ao final do período, será dado um tempo para que os estudantes resolvam os exercícios do livro (ou criados pelo professor, conforme anexo 4) que envolvam perímetro. Talvez sejam escolhidos do livro e colocados no material que entregarei (a definir com a minha orientadora e com o professor responsável pela turma).
Pedirei aos alunos que para a próxima aula tragam outros esportes em que podemos fazer raciocínios parecidos ou que a soma das distâncias seja importante (antecipando a revisão que será solicitada na aula posterior). Sugerirei outras situações em que a informação de um perímetro seja importante

AVALIAÇÃO:
Será feita através da participação dos estudantes ou com o material (a definir).
REFERÊNCIAS:
Virginia Aoki et al. EJA – Educação de Jovens e Adultos, 7º Ano, Editora Moderna, 1º Edição. São Paulo, 2013, p. 86 – 418.
Beisebol, regras. Sports Regras. (12/04/2017) Link:
http://sportsregras.com/beisebol-regras-historia/
http://www.blogdobeisebol.com/guia-do-iniciante/guia-do-iniciante-regras-do-baseball/
Site bem interessante com gif animados mostrando cada um dos erros, explica como se dão as corridas.
http://www.regrasdeesporte.com.br/tag/beisebol/

[11] Escola e alunos não são mencionados neste Trabalho por não terem sido solicitados os termos de consentimento.

HTTPS://ceramicabeisebol.com/beisebol
https://www.dicascityville.com/wp-content/uploads/2011/05/Campo-de-Beisebol-nivel-1.png
Americanos 'descobrem' beisebol no RS e ensinam o esporte aos gaúchos. Globo Esporte. (29/06/2012) Link: http://globoesporte.globo.com/rs/noticia/2012/06/americanos-descobrem-beisebol-no-rs-e-ensinam-o-esporte-aos-gauchos.html

Figura 33 - Anexo ao plano de aula 2



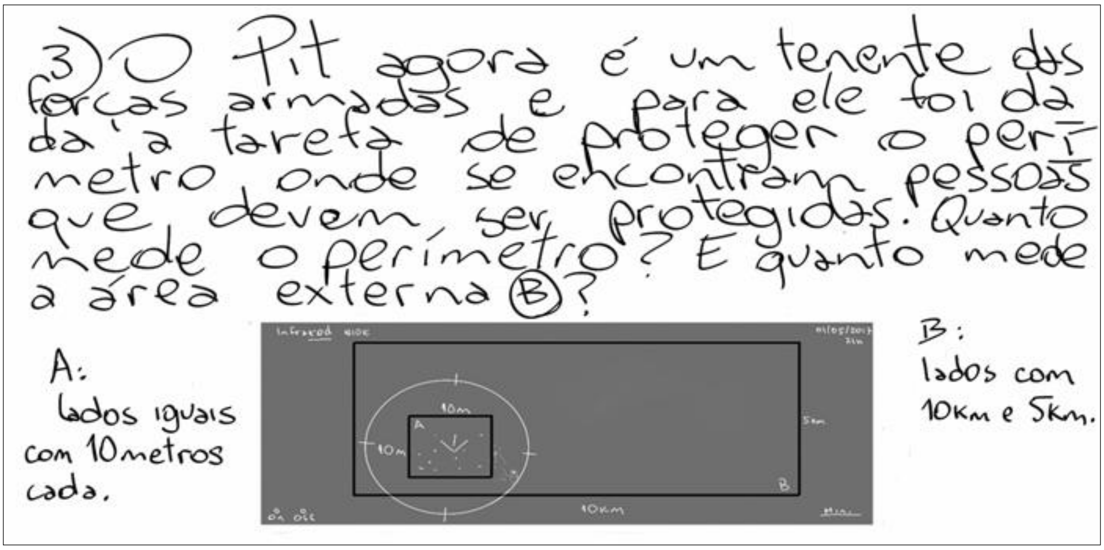
[LB10] Comentário: Colocado na versão 2 deste plano de aula. Segue uma demanda comentada pelo professor Paulo de que os estudantes se atrapalham na ordem das operações(*, /, +, -) numa operação dada.

Fonte: Elaborado pelo autor

O comentário relacionado ao Plano de aula 2, feito no topo e ao lado da figura 33, serviu para evidenciar a flexibilidade de desenvolvimento do conteúdo, conforme solicitação do professor titular. Assim, o planejamento e os títulos das aulas, que eram comentadas com os alunos, eram feitos justamente para observar suas reações, e foram sendo confeccionados tomando essa solicitação como base. Foi utilizado na escola o livro *Educação de Jovens e Adultos: 7º Ano* (AOKI, 2013), apenas como referência, e foi feito um estudo dos conteúdos contidos neste, o que levou em torno de dois dias. Os conteúdos foram compilados e confeccionados, em média, durante uma semana, e rendiam de duas a três páginas para cada aula. Ao final do curso, eles poderiam ser juntados, compondo uma revista em quadrinhos.

Embora o semestre letivo não fosse concluído, devido à troca de horários no colégio, mesmo que boa parte do material pudesse ter sido feita, conforme apêndices de A ate H, a experiência foi, até certa medida, válida, e pôde gerar questionamentos, já que algumas aulas foram ministradas. Não só isso, em uma das aulas surgiu um exemplo que também acabou sendo colocado no material. Isso ocorreu quando o professor/autor perguntou aos alunos se já haviam ouvido, em filmes de guerra, a frase: “Soldados, protejam o perímetro!”. Assim, na semana seguinte a esse exemplo, em um dos materiais, apareceu a seguinte figura.

Figura 34 - Utilizado em sala de aula.



Fonte: Elaborado pelo autor

A situação elaborada para uso em sala de aula considera a interpretação do significado a partir do conhecimento de mundo, não fazendo julgamento de quão grande ou pequeno possa ser esse “mundo”, ou seja, não sendo mérito de discussão comparações entre alunos e entre alunos e o professor. Ou seja, pressupondo que, em algum momento, os alunos possam ter tido conhecimento da noção de perímetro, em filmes de ação, particularmente, de guerra, onde o termo é usado, o professor aproveitou-se de uma memória, que pode ser de longa duração, para “encadear” ou relacionar essa noção com um sentido provavelmente elaborado pela mesma. Fez-se uso do elemento causal, em que o sujeito soldado tem que proteger o perímetro, com o efeito de que o entorno do local deve ser protegido. O efeito aqui é a chave para entender a definição de perímetro, já que o aluno, na posição que lhe foi ordenado ficar, não poderá deixar o inimigo passar. Mais, para que o local seja protegido, quatro lados terão que ser guarnecidos. Assim, essa foi a forma pensada para explorar o conceito de perímetro, ou seja, usar a soma das medidas dos quatro lados de um retângulo como resposta para perímetro. Essa noção também justificou o uso de um esporte bem particular para exemplificá-la (da relação causal aí presente). Estas situações nem sempre eram fáceis de ser obtidas.

Entre uma aula e outra, a confecção das páginas, que ao fim do curso formariam uma revistinha com os conteúdos do 7º nível, levava em torno de uma semana e dependia de uma análise prévia para ser conferida na orientação. Por exemplo, no plano de aula 2, apresentado nas páginas 64 e 65, primeiro se pensou na pergunta: que esporte poderia mostrar uma representação para o estudo de perímetro e que pudesse ser adaptada para conjuntos? O que veio à mente foi o beisebol, mas existia a possibilidade dos alunos não conhecerem o esporte. Então houve uma pesquisa, envolvendo as regras do esporte, sua história e seus elementos. Por sinal, estes elementos puderam ser usados como parte do beisebol, já aplicando o olhar da matemática a este assunto. Como as aulas também eram dadas pelo autor, este pôde fazer uma encenação para os alunos, correndo na sala como se tivesse em mãos o taco e a bola.

Naquele momento, foi realizada uma contextualização com o que se fazia presente na vida dos alunos, com o que era sabido por eles, tal como pedem os PCN, mas dependerá de cada professor usar ou não a didática com os quadrinhos. Mesmo que o esporte não seja difundido no Brasil, ele é praticado em casos pontuais no Rio Grande do Sul, e os alunos puderam ter conhecimento de suas regras e características.

É importante destacar que os materiais foram criados a partir da união de conteúdos apresentados no livro didático, ao fim deste capítulo, e os títulos criados, com as suas devidas justificativas, conforme a metodologia empregada (conforme Planos de aulas nos Apêndices A até H), foram pensados de forma que já indicassem o que seria discutido. Abaixo estão os títulos e as formas de desenvolvimento das atividades em formato adaptado do material usado na escola:

a) Apresentação e atividades, mas sem sustos - Farei um desenho no quadro com o personagem Pit, colocando o conteúdo acima dele, mostrando quais “super poderes” ele possui. Como o conteúdo foi retirado do livro Educação de Jovens e Adultos (AOKI, 2013), haverá um bate papo usando os capítulos desse livro para ir questionando o que os alunos acham de cada um deles. Conforme o desenvolvimento da atividade ao longo das próximas semanas, haverá adequação dos assuntos de forma a ajudar a turma.

b) Perímetros Inteiros (Pit e o Beisebol) - Será entregue uma história em quadrinhos com o personagem Pit apresentando o beisebol, jogo muito popular nos Estados Unidos. Como é um esporte que necessita que seus participantes deem uma volta completa num quadrilátero, trabalharemos com a pontuação necessária para se ganhar o jogo. Também serão apresentadas a história do jogo e suas regras, de forma a possibilitar o seu entendimento pelos alunos e, consequentemente, o raciocínio. Na atividade que será proposta, não seguirei todas as regras, já que este esporte tem várias situações que podem complicar o entendimento e não ajudar na aula. Ao final do período, será dado um tempo para que os estudantes resolvam os exercícios do livro ou aqueles criados pelo professor, que envolvam perímetro. Talvez eles sejam escolhidos do livro e colocados no material que entregarei, a definir com a minha orientadora e com o professor responsável pela turma. Pedirei aos alunos que, para a próxima, aula apresentem outros esportes, a partir dos quais podemos fazer raciocínios parecidos, ou situações, cujas somas das distâncias seja importante conhecer, antecipando a revisão que será solicitada na aula posterior.

c) Pit e uma revisão do que foi visto até o momento - A ideia é que o professor participe menos dessa vez, solicitando aos alunos que respondam questões apresentadas nos quadrinhos “Pit e o beisebol”. A tarefa em questão valerá pontos e, para continuarmos no conjunto dos números inteiros, todos os alunos presentes começarão a aula com - 20 pontos, que serão contabilizados conforme tabela. Posteriormente será dado mais um material com o personagem em questão mostrando a impossibilidade de se trabalhar frações com os inteiros, usando o método de comparação por absurdo: Pingue Pongue sendo realizado com a bolinha pela metade e uma bola de Vôlei se desmanchando em pleno ar, por exemplo. Mais para o fim da aula será abordada a noção de área de um quadrilátero, utilizando-se as operações de adição e multiplicação abordadas na aula anterior.

d) Pit apresenta a divisão do quadrado! Podemos subtrair figuras? - Será utilizada uma história em quadrinhos envolvendo o personagem Pit. Este mostrará inicialmente os números negativos, lembrando os alunos que esses aparecem nos conjuntos anteriores, mostrando a exceção do conjunto dos números naturais, e dará alguns exemplos onde estes números serão importantes. Serão dados exercícios algébricos. Posteriormente, este mesmo personagem irá mostrar como três personagens/jogadores (também chamei de bases, para relembrarem do jogo)de beisebol, devidamente contextualizados no material, podem ajudar a definir a divisão de um triângulo.

e) Triângulos e Quadriláteros, quem são esses seres que foram estudados até aqui? Vamos dissecá-los? - Com o recurso de uma história em quadrinhos, mostrar Pit brincando num trapézio, questionando o leitor sobre o porquê deste nome. Depois Pit irá realizar um breve estudo sobre retas, apresentando um homem misterioso. Trata-se de um gancho para a próxima aula, mostrando tratar-se de Euclides, que aparece sabendo tudo sobre retas.

f) Pit nos apresenta Euclides! - Com o recurso de uma história em quadrinhos, mostrar Pit conversando com Euclides, primeiramente apresentando-o aos alunos, para depois entrar no conteúdo. Condições para termos um plano e, posteriormente, montarmos as retas paralelas e perpendiculares.

Numa leitura do segundo item, Perímetros Inteiros, pode-se ter uma ideia ou pelo menos um indicativo do que será encontrado: um conteúdo em que os números possuem características que serão trabalhadas no conjunto dos números inteiros. O perímetro de uma quadra de beisebol, como foi o caso, é dado por um número racional, então o conteúdo foi adaptado, o número arredondado para ser coerente com o que estava no livro. Neste momento, o autor estava em pleno oceano e não pensava mais nas Índias e sim na futura terra prometida. Não prometida, mas pensada para os alunos.

5. MONTANDO UMA CAMA DE GRAFOS. NÃO SERIA DE GATOS?

O dia 19 de outubro de 2017 foi a data em que foi apresentada na Semana Acadêmica da Matemática, no campus do Vale, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a atividade Cama de Grafos. Os que puderam assistir a apresentação da atividade, entre estes, professores, futuros professores e servidores da universidade, tiveram a oportunidade de participar das dinâmicas que envolviam uma brincadeira lúdica, chamada Cama de Gatos e, ao mesmo tempo, aprender que o assunto se relacionava com a Teoria de Grafos. Trocadilhos à parte, o que de fato ocorreu nos bastidores para a criação da atividade? Que problemas surgiram? Quais foram os acertos?

A página 5 da HQ intitulada *Cama de Grafos: uma abordagem lúdica sobre grafos* (p.81) disponibilizada no final deste capítulo, já indica o momento em que nasceu a proposta: a partir de uma relação entre o passado e o presente, entre a infância e a vida adulta, com as brincadeiras com amigos e em uma sala de aula, entre colegas. Para colocar em prática essa atividade, que seria apresentada ao fim do primeiro semestre de 2017 em uma disciplina de Combinatória II, o autor resolveu contar a um colega o que havia vislumbrado para a mesma. A turma foi dividida em grupos, sendo que um deles, inicialmente com 4 integrantes, que já tinha um trabalho em desenvolvimento envolvendo funções geradoras no ensino médio, aceitou a entrada de um novo nome, no caso, aquele que teve a ideia que envolvia os grafos. Assim, o grupo trabalhou com dois projetos a apresentar, um que envolvia o uso dessas funções e o outro, o chamado Cama de Grafos, que seriam reunidas em um único plano de ensino.

A atividade Cama de Grafos, produzida nesse semestre, envolveu vários personagens que interagem entre si. O autor baseou-se no desenho animado *Manda Chuva*, criado pelos cartunistas norte-americanos William Hanna e Joseph Barbera[12]. Como se tratava de um grupo de gatos, a atividade parecia ser interessante à época porque contava com um grupo de futuros professores, que poderiam também teatralizar a dinâmica, embora esta não tenha ocorrido por conta do pouco tempo de aula que teriam, já que foram realizadas outras apresentações.

[12] Desenho animado Manda-Chuva. Hanna-Barbera. Disponível em: <https://www.imdb.com/title/tt0054572/?ref_=nv_sr_1>. Acesso em: 10/01/2019.

Posteriormente, não mais dentro da disciplina e não dependente do grupo, o autor resolveu levar a cabo a dinâmica em uma sala de aula.

Assim, para este novo momento, personagens foram subtraídos e foi criado um que seria o narrador. Mas não seria um narrador passivo e sim um que lembrasse de Ferris Bueller, personagem do filme “Curtindo a vida adoidado”[13]. Neste filme, o senhor Bueller, eventualmente, “falava” com o público que o assistia. Esta situação pode ser confirmada em várias páginas da HQ. Parecia ser algo interessante de ser usado e, da lembrança do autor, amigos também sentiam empatia pelo personagem-narrador. Então, esse parecia ser um caminho promissor.

Outro ponto importante era que o autor da atividade não possuía qualquer destreza para se produzir suas figuras. Faltando-lhe habilidade para tanto, ele realizou uma pesquisa em materiais em vídeo e manuais a respeito. O aprendizado acabou ocorrendo porque como desenhos tiveram que ser feitos mostrando como seriam relacionados ao conteúdo matemático. Um exemplo é o que aparece na página 9 (p. 85). O modelo foi o próprio pai do autor da atividade, sendo que teve um detalhe bem importante. Não foram tiradas fotos das duas mãos, já que uma delas tinha sequela de AVC. Para que a outra mão aparecesse, foi feita uma reflexão. O procedimento é comum em geometria, e a atividade pôde ser mostrada como havia sido imaginada quando de sua confecção para ser realizada na escola.

A revista em quadrinhos, produzida a partir da HQ, foi sendo feita rapidamente, assim poderia ser aproveitada para que fossem obtidos resultados a partir da utilização de seu conteúdo. Para que isso acontecesse, algumas ideias vindas de outras disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática foram usadas. A pesquisa de satisfação, apresentada na página 90, ao fim da atividade, foi uma dessas ideias. Na atividade de ensino Laboratório de Prática de Ensino III, ministrada pelo Professor Dr Rodrigo Sychoki da Silva, os alunos da graduação, divididos em grupos, tinham que desenvolver materiais. A ideia vinda do próprio professor desta disciplina foi a de que o desenhista, e logo mais professor, fizesse um questionário mostrando variados graus de satisfação dos participantes das aulas que seriam dadas no semestre em que houve a dinâmica.

Além disso foi elaborada uma avaliação sobre o aprendizado dos estudantes. Foram preparadas questões que levariam em conta o interesse, o que foi

[13] Curtindo a Vida Adoidado. Direção: John Hughes. 1h43 min. Disponível em: <https://www.imdb.com/title/tt0091042/?ref_=nv_sr_1>. Acesso em: 10/01/2019.

compreendido e como o conteúdo poderia solucionar uma situação hipotética. Foram elaborados problemas que envolviam as definições dadas, sendo que o aluno teria que dizer, ao ser apresentado a um determinado grafo, o que eram arestas e vértices, por exemplo. A ideia consistia em verificar se o aluno havia entendido qual a dificuldade de Euler, quando colocado na mesma situação de impossibilidade, ou seja, verificar qual sua reação ao se deparar com um grafo que não tem solução. Por fim, segue uma pergunta para verificar se o estudante teria interesse no assunto.

Cama de Grafos não é uma atividade difícil. A partir de sua apresentação, uma turma teria condições de mostrar as respostas. Mas isso é a teoria. Na prática a revista não foi entregue, alguns membros da turma tiveram a oportunidade de ver a HQ através do celular e outros não. Como o criador da dinâmica sabia desenhar, alguns desenhos já foram colocados no quadro no início da aula, ou seja, de uma forma peculiar a HQ foi entregue, e é apresentada a seguir, após seu correspondente plano de aula.

PLANO DE AULA

TEMA:
CAMA DE GRAFOS – UMA ABORDAGEM LÚDICA DE GRAFOS

CARGA HORÁRIA:
1h30min. (Previsão de aulas: 1, no máximo 2)

OBJETIVOS:
Fazer uma introdução ao estudo de Grafos.

METODOLOGIA:
A partir do uso de uma revista em quadrinhos, apresentar a Teoria de Grafos, iniciando com um problema interessante, solucionado por Leonhard Euler no século XVII, cujo método de solução surgiu com um desenho constituído de um conjunto de pontos e segmentos (vértices e arestas, respectivamente). A contextualização irá ser feita, de forma resumida, com a motivação de Euler e percorrerá o período do matemático e irá até os dias atuais, apresentando os grafos como solução para problemas de maximização de rotas de envio de correspondências, assim como parte de redes sociais como o Facebook. Posteriormente, a turma irá participar de uma dinâmica, em duplas (número mínimo para que a atividade possa ser realizada), munidas de barbantes (ou similares), irão brincar com um jogo antigo chamado “Cama de Gatos”. A eles será solicitado que tirem fotos ou que façam desenhos das figuras que conseguirem, para depois, as relacionarem com os grafos, conforme material anexo.

AVALIAÇÃO:
Serão entregues três folhas, uma com questões pertinentes aos grafos (ps.10 e 11); e outra com uma pesquisa de satisfação (p.12), tentando saber o que acharam da atividade.

MATERIAL QUE SERÁ FORNECIDO:
Um livro com a narrativa gráfica (ps. 1 a 9), segmentos em lã (ou similar) com 1,5m para a atividade (1 para cada dupla), exercícios (ps. 10 e 11) e uma pesquisa de satisfação (p. 12).

Turmas Focais:
Turmas de Ensino Médio.

REFERÊNCIAS:

SANTOS, José Plínio O., MELLO, Margarida P., MURARI, Idani T. C. Introdução à Análise Combinatória. Ed. Ciência Moderna. Rio de Janeiro. 2007.
Brooklyn, Pontes do. (Google Maps. Link disponível em: https://www.google.com.br/maps/place/Ponte+do+Brooklyn/@40.7914057,-73.9292369,15.05z/data=!4m5!3m4!1s0x0:0x2526ddba7abd465c!8m2!3d40.7060855!4d-73.9968643. Consulta feita em dezembro de 2017)
Como Jogar Cama de Gato. (WikiHow. Link disponível em: https://pt.wikihow.com/Jogar-Cama-de-Gato. Última consulta em Fevereiro de 2018)
Facebook anuncia novo e poderoso sistema de busca para a rede social. Artigo (Link disponível em: http://gizmodo.uol.com.br/facebook-search-graph/)
MONEGO Vinícius Schmidt, NASCIMENTO, Monique Rubenich e KOZAKEVICIUS, Alice. Aprendendo Grafos através do Facebook. Experiências em Ensino de Ciências, V. 12, Nº 2. p. 53. 2017.
MATHEUS, Renato Fabiano e OLIVEIRA E SILVA, Antonio Braz de. Análise de redes sociais como método para a Ciência da Informação. DataGramaZero - Revista de Ciência da Informação - v.7 n.2. ARTIGO 03 abr/2006.
FERREIRA Gonçalo Costa. Redes sociais de informação. Perspectivas em Ciência da Informação, v.16, n.3, p.208-231, jul./set. 2011.

Cama de Grafos

Uma abordagem lúdica sobre Grafos

Leandro Carlos Blum

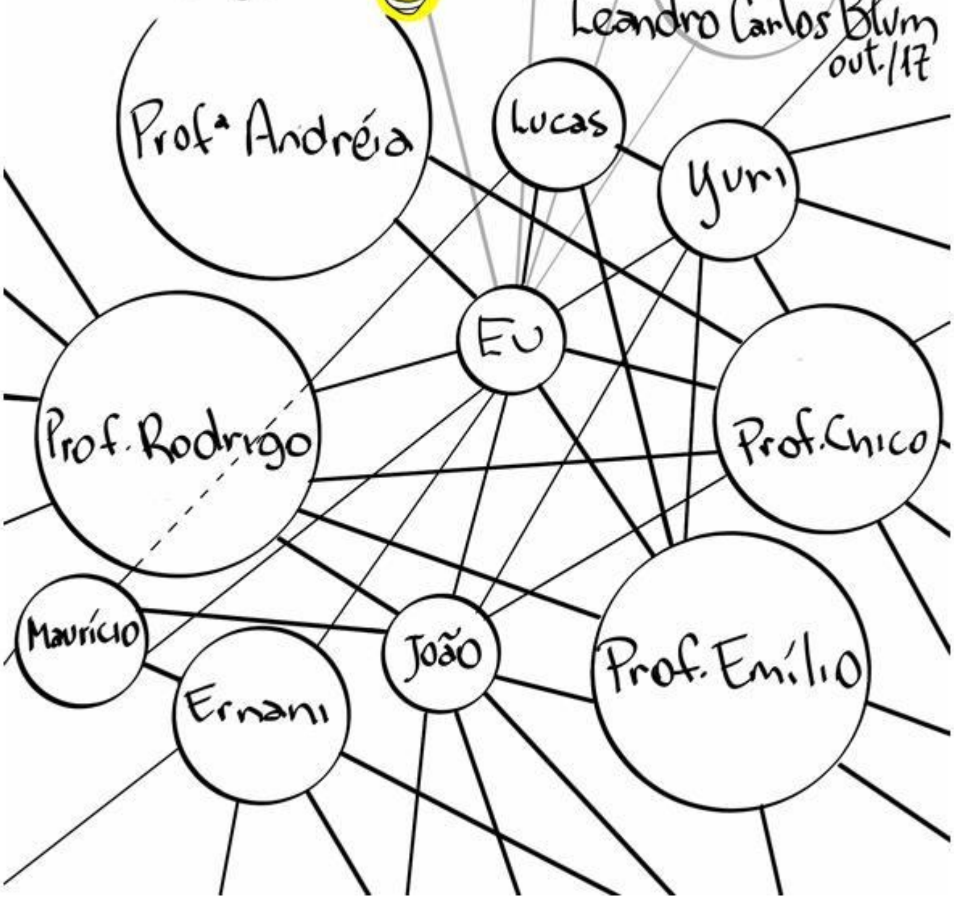
2018

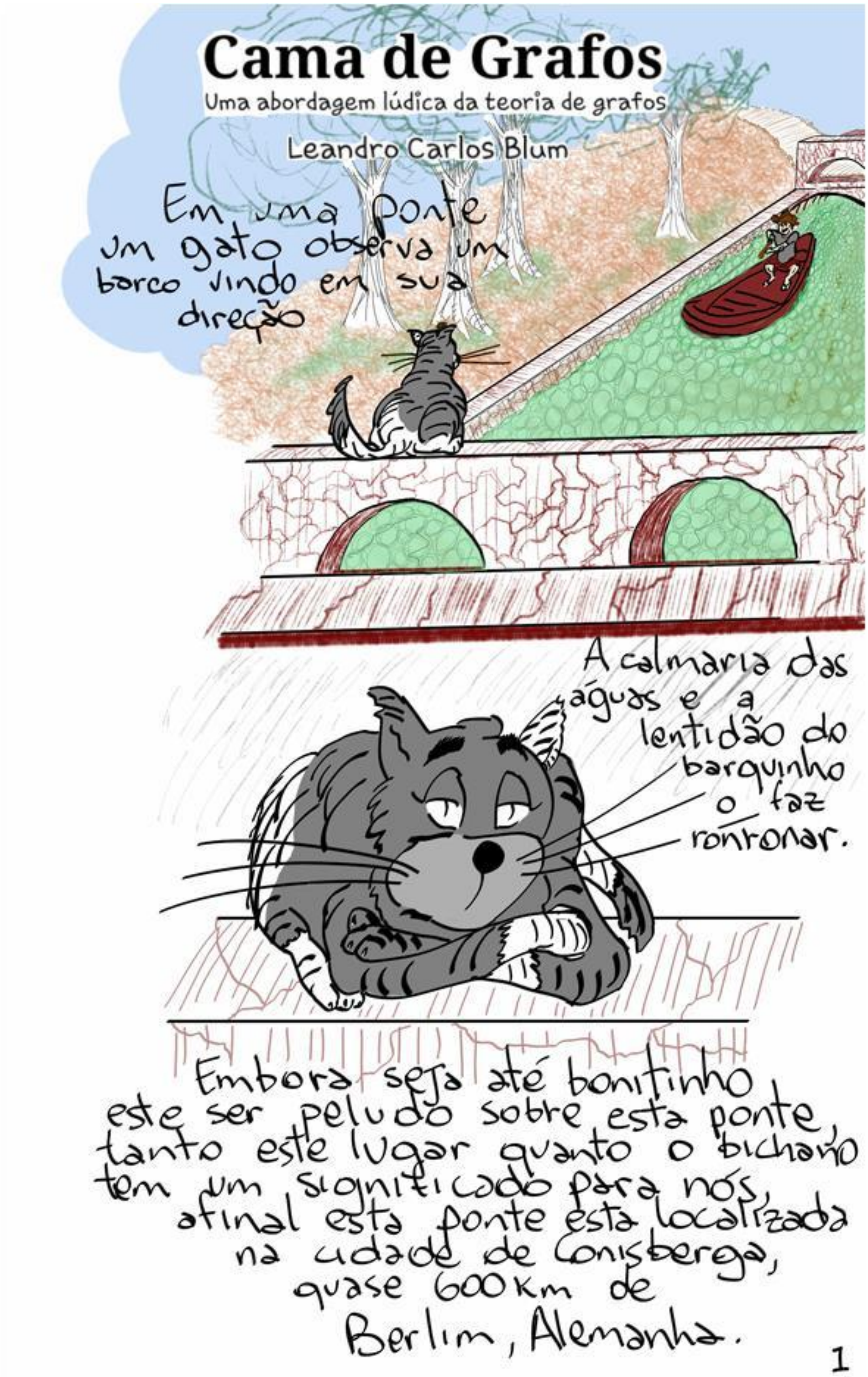
Agradecimentos

Seria difícil mencionar todas as pessoas que em graus variados me ajudaram, então mencionei algumas pela oportunidade que me deram, confecção de materiais que envolvessem desenhos durante os meus estágios ou apresentado ferramentas muito interessantes, as quais ainda uso, ou terem conseguido um tempo para me ajudar (mesmo tendo suas próprias dificuldades) nos meus estudos e acreditando na minha capacidade.

Aqueles que não foram mencionados, não se sintam excluídos. O meu grafo é grande.

Leandro Carlos Blum
out./17




Cama de Grafos
Uma abordagem lúdica da teoria de grafos
Leandro Carlos Blum
Em uma ponte um gato observa um barco vindo em sua direção
A calmaria das águas e a lentidão do barquinho o faz ronronar.
Embora seja até bonitinho este ser peludo sobre esta ponte, tanto este lugar quanto o bichano tem um significado para nós, afinal esta ponte está localizada na cidade de Conisberga, quase 600 km de Berlim, Alemanha.
1


Esta ponte e outras desta cidade serviram de base para um grande problema que foi solucionado por Euler em
1736
Mas bah! Qual era o problema?
?
?
?
2

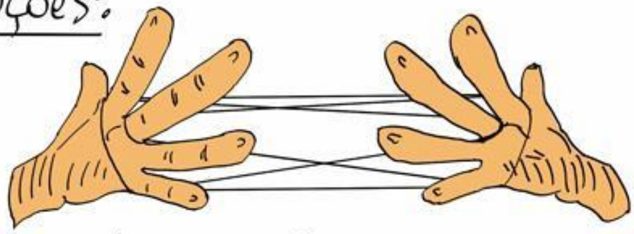

O problema, ou...
B
Partida
A
... a grande questão era se podíamos fazer um passeio...
PASSEIO?!?
Sim! Como ia dizendo, passeio é uma sequência alternante de nós e arcos começando pelo ponto "A" e terminando em "B", por exemplo. (veja acima)
3


Retomando, a questão era se podíamos fazer um passeio pela cidade...
4
margem
Ilha
1
3
margem
2
... cruzando uma ponte apenas 1x, começando e terminando no mesmo lugar.
Euler conseguiu pensar numa resposta associando margens e ilhas a nós e as pontes a arcos.
Se os graus dos nós fossem TODOS pares eu conseguiria fazer este passeio!!!
Percebam que de cada nó partem arestas. Vejam o nó 3, partem 3. Isso significa que o grau é 3 e é ímpar. Ocorre que todos os nós do grafo acima são ímpares. Por isso o grafo NÃO é euleriano.
E que #@$ o gato tem a ver com isso?
4

* Uma disciplina do curso de licenciatura em Matemática.

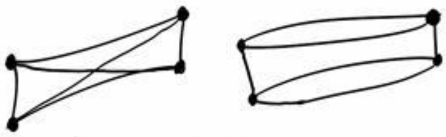

Queria jogar também...
Sn...f...
Não vai conseguir!
Vou sim! KKK...
Eu tinha visto esta brincadeira na infância
Eventualmente acabei jogando mas não me sai muito bem.
Não sei porque, mas acho que a minha irmã continua gostando desse jogo.
Amiga 1 MI
Amiga 2 MI
Minha irmã (MI)
Amiga 3 MI
A5 MI
A4 MI
Facebook
Desconhecidos
Bom... não exatamente cama de gato, muito menos de grafos. Mas ela usa bastante o Face... que se baseia em GRAFOS!!!
O fato é que aquela brincadeira lembrava um grafo, por isso o trocadilho.
6

Instruções:



1º Momento: Escolha um parceiro e com o barbante (ou similar) tente fazer as formas como apresentado no material ou mostrado pelo professor;

2º Momento: Quem estiver com as mãos livres tira uma foto da figura ou a desenhe;



3º Momento: Tente sempre novos modelos junto com o seu parceiro.

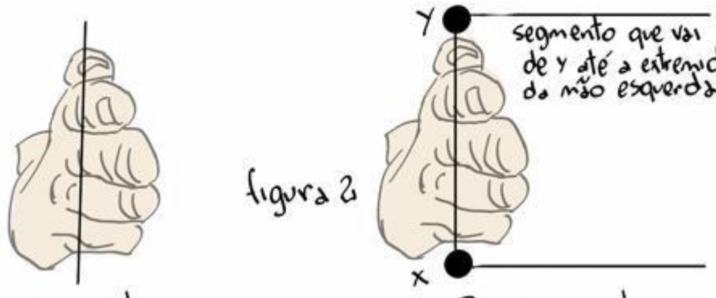
O legal é justamente fazer tantas formas que conseguirem.


Ok, as instruções foram dadas.
Agora vamos a uma atividade inicial.
Vamos impor que se construirmos uma figura tal como:
Nós daremos o nome de grafo planar se for possível desenhá-la num plano sem que suas arestas se cruzem,
se houver cruzamento...
não, não teremos uma ninhada!!
... aí teremos um grafo não planar!
Um possível grafo feito com a brincadeira cama de grafos.
8

Algumas definições* para associarmos a teoria dos grafos as observações feitas na brincadeira "Cama de Gatos"

figura 1

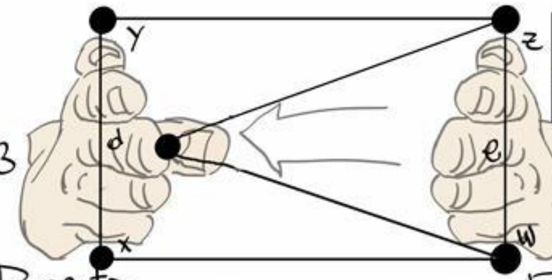
figura 2



segmento de reta

3 segmentos de reta / 2 vértices

figura 3



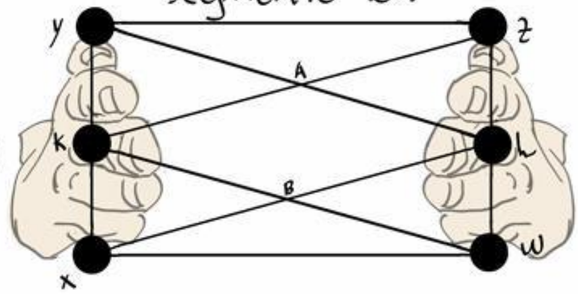
lembre-se, com 3 pontos não colineares temos 1 plano.

Direita

Esquerda

Quando pegarmos, como apresentado acima, com o dedo médio, o nó indicado, nós fixamos as duas arestas ao segmento d.

figura 4



* Consideradas no contexto da geometria.

Problemas:

1 – A partir do mapa abaixo, responda:

Fonte: Internet*

a) Quantos nós, ou vértices, há no grafo?

b) Qual é o grau de cada vértice?

c) Qual é a diferença entre passeio e caminho?

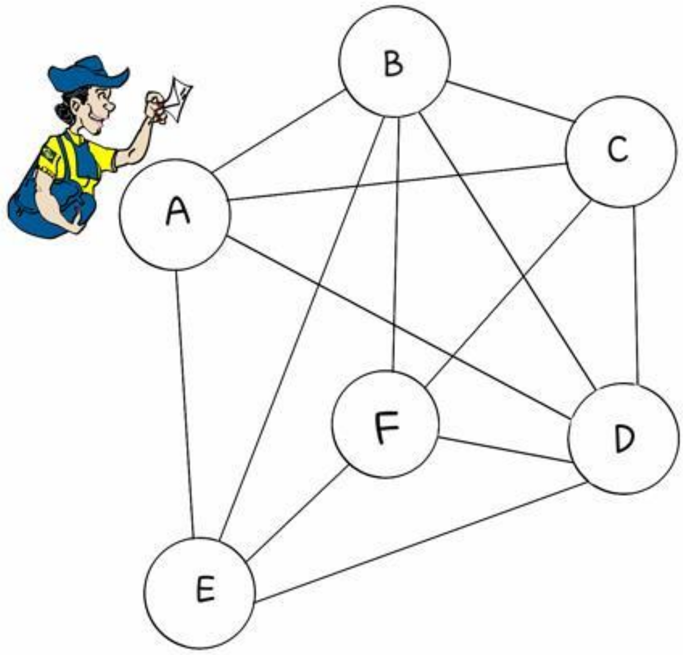
2 – Voce entendeu o problema que o Euler teve que solucionar?

( ) Sim! ( ) Talvez... Ok, por favor, nos diga o que foi, independente da resposta.

Brooklyn, Pontes do. Link disponível em (acesso dez./2017):
https://www.google.com.br/maps/place/Ponte+do+Brooklyn/@40.7914057,-73.9292369,15.05z/data=!4m5!3m4!1s0x0:0x2526ddba7abd465c!8m2!3d40.7060855!4d-73.9968643

Problemas:

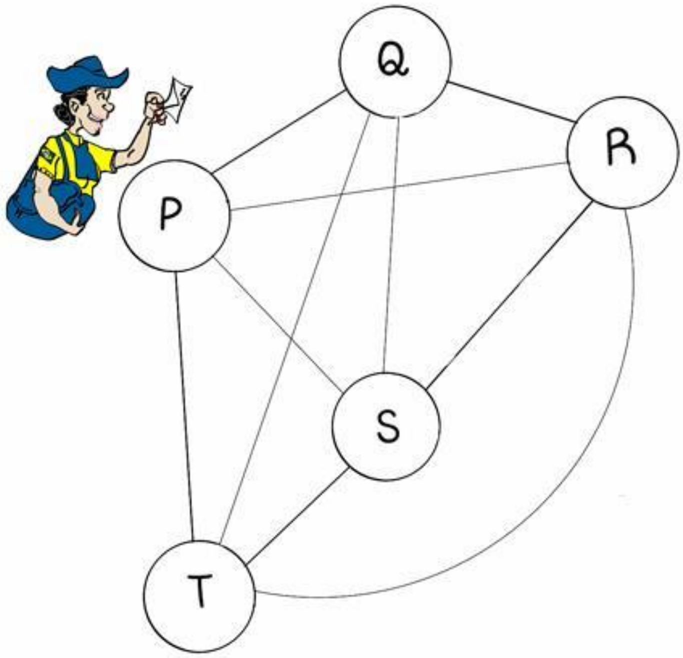
3 – O pobre carteiro tem que fazer o percurso conforme o grafo abaixo. É possível ele passar por todas as pontes e, SEM repeti-las, voltar para a agência de onde saiu?



4 – Existe um problema similar ao descobero por Euler, mas envolvendo as rotas dos carteiros. Com essa informação, poderia nos dizer, depois de de uma pesquisa, que problema é esse e de onde surgiu?

Problemas:

5 – É possível ela passar por todos caminhos e, SEM repeti-los, voltar para a agência de onde saiu?



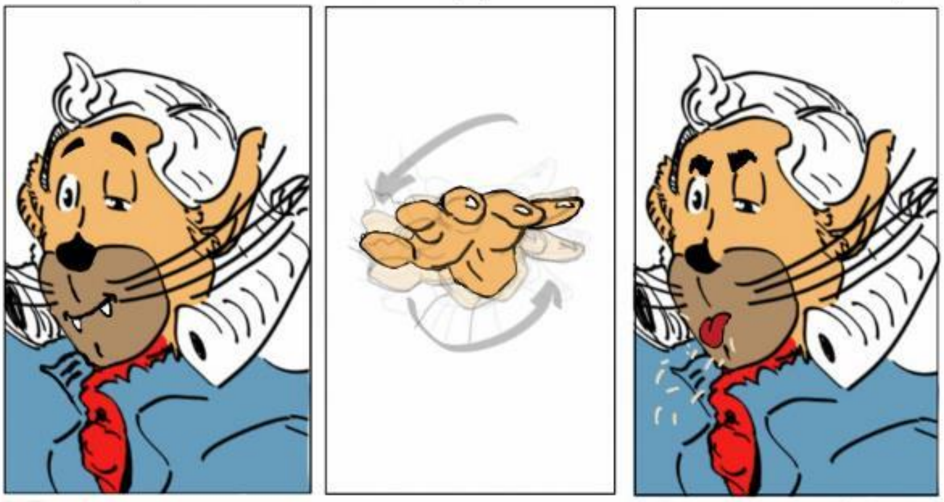
6 – Perceba que no exercício 5 foi usado o termo "caminho ". Ele foi usado corretamente?

Problemas:

7 – Faça uma pesquisa para dizer o que é um ciclo hamiltoniano. Os exercícios 3 e 5 poderiam ser chamados assim?

Pesquisa de satisfação

O que você achou da experiência com esta aula?



( )Boa! ( )Mais ou menos ( ) Ruim!

Quer fazer mais algum comentário?

6. FERMAT E VERMEER A SERVIÇO DA EDUCAÇÃO

Uma mulher, parada junto a uma janela, observa uma folha de papel. Não se sabe o que está escrito, muito menos se o conteúdo é bom ou ruim, menos ainda se há algo escrito. Vê-se que a moça está corada. Por que será? Observando-se o ambiente em volta, tenta-se – inutilmente – descobrir o que está acontecendo. Até o reflexo no vidro é fonte para uma busca de informações. A roupa é estranha, o cabelo parece bem arrumado, mas tanto a vestimenta quanto o cabelo indicam um tempo distante, caso a pessoa que a estiver analisando saiba destes indicativos. A descrição é de um quadro de Vermeer, pintor holandês do século 17. Pegar um quadro, seja qual for, e tentar descrevê-lo não será suficiente para mostrar todo o conteúdo. A máxima "Uma figura vale mais do que mil palavras" ganha todo o direito de ser dita.

Figura 35 - Garota lendo uma carta à janela.

Fonte: Google Arts&Culture.

Em 1659, época em que o quadro "Girl reading a letterbyanopen window"[14], não se imaginava que, pouco mais de 300 anos depois, haveria celulares que poderiam captar imagens belíssimas, tal como a que foi pintada. Um detalhe que torna a obra importante é o fato de que, passado tanto tempo, ainda não se tem conhecimento, apenas uma ideia, de como Vermeer fez suas obras. Não muito longe da Holanda, na França, anos antes, um entusiasta da matemática também deixava sua marca, propondo alguns problemas que foram, ao longo do tempo, sendo descobertos e cujo último só foi provado pouco mais de 300 anos depois. Esta pessoa foi Pierre de Fermat. O leitor, em uma das possibilidades, pode achar que a diferença resida no fato de que ambos deram uma dor de cabeça para cérebros muito bem preparados, mas talvez haja mais entre os dois. Quiçá, a matemática e as artes possam ser estudadas juntas.

Para o autor deste TCC, desenhista e matemático, unir estes dois campos é considerada uma atividade difícil e que demanda um tempo que depende basicamente do que é oferecido como conteúdo a ser estudado. Mais do que isso, da mesma forma que em um texto, onde a objetividade e a escrita clara para o leitor têm que permear o que foi escrito, em um material que foi confeccionado em formato de quadrinhos os mesmos elementos têm que estar presentes. Salvo uma ou outra exceção, todos os trabalhos realizados durante a graduação tiveram suas referências. Estas, por sua vez, foram usadas para dar sustentação ao material produzido pelo autor, como foram os casos nas disciplinas de Combinatória 2, Cálculo Diferencial e Integral e, dos mais importantes, um que pensava em todo um conteúdo do 7º nível do ensino fundamental[15], que foi organizado conforme cronograma exposto na figura 36.

[14] Disponível em: <https://artsandculture.google.com/asset/girl-reading-a-letter-by-an-open-window/3wFQaidzxA5mqg?hl=pt-BR.> Última consulta em: 23/09/2018.

[15] Trabalhado durante a atividade de ensino Estágio em Educação Matemática II, no 1º semestre de 2017, sob orientação da Professora Drª Andréia Dalcin.

Figura 36 - Cronograma organizado para a turma de 7º ano do ensino fundamental.

Descrição da Atividade
OBSERVAÇÃO NA ESCOLA
OBSERVAÇÃO NA ESCOLA
OBSERVAÇÃO NA ESCOLA
Apresentação do professor, conhecer a turma e expor que atividades serão realizadas. Ao longo da conversa questionar os alunos quanto ao conteúdo, em vez de fazer uma avaliação escrita. Foi sugeridas atividades como quiz, gincana e outros.
"Perímetros inteiros" Através do perímetro serão apresentadas formas de trabalharmos com a adição e a multiplicação usando o conjunto dos inteiros. Breve apresentação do conjunto.
SEXTA FEIRA SANTA - FERIADO
Revisão do conteúdo da última aula. Área de quadriláteros usando os inteiros. Iniciar questionamento utilizando os racionais e apresentar o conjunto.
TIRADENTES - FERIADO
Área e perímetro de triângulos. "Pit apresenta a divisão do quadrado!"* Podemos também subtrair figuras?

Fonte: De arquivos pessoais.

Este cronograma merece destaque. Não havia dúvidas de que o material didático seria desenvolvido em quadrinhos e que a fonte de conteúdos seria o que os professores usavam na escola. Mesmo que o livro, ao qual o autor teve acesso, não fosse, de fato, utilizado pelos responsáveis pelas disciplinas ─ alguns já tinham o seu próprio material ─, aquele serviu para dar um norte para que o autor tivesse conhecimento do que a escola estava disposta a fazer, dentro do que o seu próprio projeto pedagógico permitia. A partir daí foi feita uma lista de objetivos que deveriam ser cumpridos até o final do estágio, visando a construção da perspectiva didática proposta pelo autor. Segue esta lista.

I. Material confeccionado em forma de quadrinhos;
II. A HQ não seria entregue completa para os alunos e sim em partes, entre duas a três páginas por aula;
III. Cada parte da revista seria montada conforme os capítulos do livro didático que estava sendo usado como referência;
IV. A abordagem seria dada com o personagem interagindo com o leitor e com outros personagens;
V. O conteúdo da revista seria abordado de forma cíclica:─ o último conteúdo deveria fazer uma ligação com o que foi dado no início das aulas ─, e o do livro seria adaptado;
VI. O material deveria ser visto como uma ferramenta, ou seja, o professor teria que encontrar maneiras de explorar o que era apresentado;
VII. A cada fim de aula o material também deveria conter alguns exercícios para testar a forma de apresentação e aplicação do conteúdo, visando verificar a viabilidade da aplicação do mesmo em outras escolas.

Cada item pontuado tinha uma razão bem definida para existir. Para ajudar a dar um sentido ao que foi apresentado e para que seja entendido como o autor montou a prática, o autor apresenta algumas observações para cada um desses itens. Para o item I, tanto o personagem quanto o ambiente deveriam envolver situações absurdas, que fossem chamativas ao leitor/aluno, considerando que a experiência tem que ser estimulante (O’BRIEN, 2004).O conteúdo tem que ser mostrado de uma forma tal que o leitor/aluno possa ter os seus sentidos convocados, conferindo uma nova dimensão para o que se quer apresentar. Assim, se o professor deseja que o aluno grave uma lista de compras e o mesmo precisa lembrar que tem que comprar uma lata de atum, que tal “imaginar a lata com barbatanas, nadando num cardume” (O’BRIEN, 2004, p. 70).

Com relação ao item II da lista de objetivos, apresentada à página 94, ─ a entrega em partes da HQ ─, objetivou-se manter o interesse do leitor/aluno. Essa demanda não serviria se o mesmo não soubesse que as páginas do trabalho precisavam de um encadeamento com as páginas que seriam entregues na aula seguinte. Para o autor, esse material era revisado quando tinha os encontros orientação com a professora responsável pelo estágio. Esta atividade era importante e mantinha os estagiários “na linha”, assim como já possibilitava ao professor um *feedback* do que tinha preparado e que foi fornecido à turma durante a aula. Dessa forma, ele mantinha a insegurança, própria do momento em que assumia uma turma, afastada das práticas em sala.

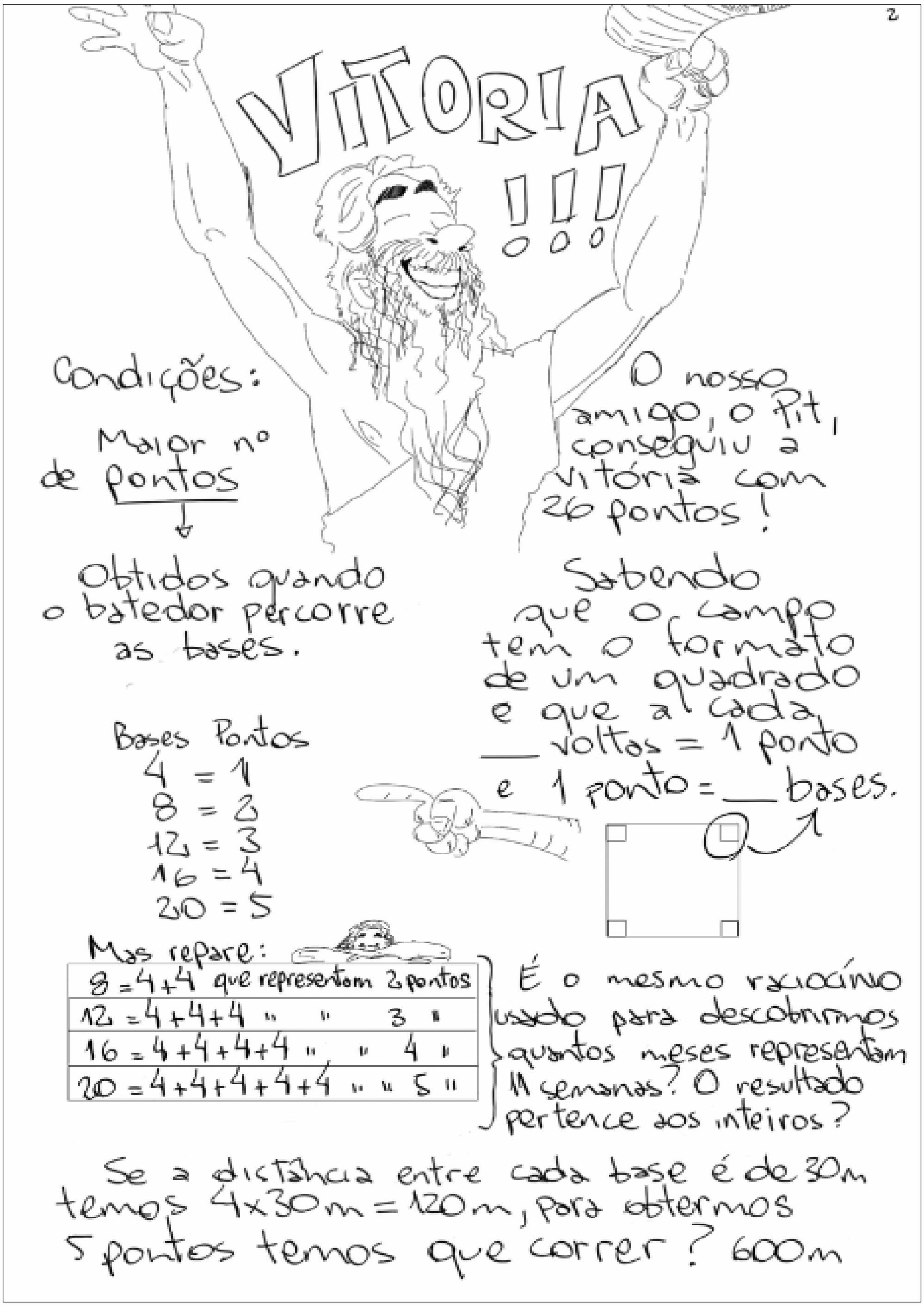
Conforme o item III ─ os capítulos do livro didático ditavam a montagem de cada parte da revista ─, o leitor/aluno já teria uma maneira de localizar as informações fornecidas. Se o objetivo fosse aprender como calcular o perímetro de um quadrado, ao aluno era mostrado um filósofo correndo em um campo de beisebol, sendo que esse percurso seria o conteúdo a ser apropriado. Ou, mexendo com a memória da turma, para reforçar a definição, o professor procurava lembrá-los de que era possível que haviam tido referências do termo perímetro também em filmes de guerra, por exemplo, em uma cena em que um comandante ordenava seus soldados a protegerem um determinado perímetro.

Quanto ao conteúdo do livro didático adotado (AOKI, 2013), houve diversas alterações, sendo que uma delas dizia respeito aos conjuntos inteiros e racionais, que deveriam ser ensinados em sala. Ocorre que, dos quatro capítulos da obra, este era o terceiro que deveria ser estudado[16], e o autor pensou em mesclar esse conteúdo com os que estavam no programa de aulas. Por exemplo, no jogo de beisebol, referido na figura 37, a partida era feita num campo que lembrava o formato de um diamante com comprimento dos lados em decimais. Ora, como num primeiro momento o professor precisava que o conteúdo fosse desenvolvido no campo dos números inteiros, os valores desses lados foram arredondados para que a aula pudesse prosseguir. O mesmo procedimento foi feito com todo o conteúdo

[16] Os outros três capítulos são, respectivamente, Geometria, Perímetro e Áreas, Razão e proporção.

estudado, e o contexto também foi trabalhado nesse sentido. Uma vantagem que se obteve a partir destas mudanças foi a redução de conteúdo e, pelo menos naquele momento, a percepção de que seria possível abranger a matéria a ser ministrado até o fim do semestre letivo.

Figura 37 - Página que foi entregue aos alunos de 7º ano do ensino fundamental



Fonte: Arquivo pessoal.

Em relação ao item IV ─ a abordagem focada na interação entre personagens e leitor ─, ao estudar o material, o leitor percebia que o personagem interagia com ele, tornando-se também um personagem da história. Já o item V, referente à abordagem cíclica do conteúdo, foi seguido porque o autor tinha lido na década de 90, de outros livros de memorização, talvez de Tony Buzan (desenvolveu os mapas mentais) ou Robert Abraham, que o conteúdo deveria ser fechado de forma a facilitar sua memorização e localização pelo leitor.

Os últimos dois itens mencionados, VI e VII, estavam ligados, respectivamente, à parte em que o professor atuaria em sala de aula, usando a revista em quadrinhos como instrumento de ensino. Este, por sua vez, colocou a sua experiência – ainda incipiente, no caso do autor – a favor dos alunos, buscando ensinar o que deveria ser ensinado.

No período em que o autor esteve junto aos alunos não era de seu conhecimento, como já explicitado em capítulos anteriores, uma teoria que desse conta do que havia sido feito. Apenas a sua intuição sugeria que essa perspectiva pudesse funcionar. O autor está ciente da necessidade de um tempo maior para aplicar a atividade, assim como para criar e organizar questões que se mostrem necessárias e suficientes para a obtenção de uma resposta, ou seja, é necessário desenvolver uma pesquisa acadêmica para verificar a validade de sua proposta didática. Tal pesquisa se encontra no horizonte próximo do autor.

Por fim, a dinâmica desenvolvida por meio de quadrinhos com os alunos do 7º ano do ensino fundamental precisava levantar alguns elementos do que havia sido captado pelos alunos. Não era só para saber se os alunos tinham aprendido, embora isso fosse importante, mas também para ver se a didática poderia ser repetida outras vezes. A prática, infelizmente, não pôde ir até o fim, diante de algumas situações que fugiram às responsabilidades do professor estagiário e que inviabilizaram a continuidade do projeto, e o mesmo teve que assumir outra turma.

Figura 38- Cronograma organizado para a turma de 8º ano do ensino fundamental.

Descrição da Atividade
OBSERVAÇÃO NA ESCOLA
OBSERVAÇÃO NA ESCOLA
OBSERVAÇÃO NA ESCOLA
OBSERVAÇÃO NA ESCOLA
Apresentação do professor e do que será visto com a turma durante as 15 aulas.
"Pit e a real família redonda" Estudo da esfera, cilíndro e cone sob uma perspectiva dos conjuntos dos números reais
"Pit e Cyd, uma reta problemática" A construção da reta, apresentando a dificuldade com os racionais, para poder discutir o início do conjunto dos números reais. Na mesma aula será vista a radiciação.
AVALIAÇÃO 1
"Pit e o paralele.... Paralelele... Palele... Um sólido!" Será discutido o volume de poliedros, regra de três simples e proporcionalidade.
"Pit e uma paradinha estratégica"

Fonte: De arquivos pessoais.

Na figura 38 é possível verificar uma parte do novo cronograma de aulas que seguiria com uma turma de EJA do 8º ano do ensino fundamental. Houve uma tentativa de se usar a mesma proposta, mas era outro o professor responsável pela turma e as atividades ficaram atreladas a somente um conteúdo. De qualquer forma foram feitos alguns desenhos no quadro.

As atividades referentes aos dois anos, mesmo que não tenham sido finalizadas, produziram dados interessantes. O primeiro deles diz respeito à memória dos alunos. Um deles cobrou a falta de uma informação que um dos personagens tinha usado na história trabalhada em uma dada aula e que não foi considerada durante uma avaliação. De modo geral, os poucos alunos que participaram da dinâmica gostaram da forma como o conteúdo foi apresentado. Tais informações servem apenas como um indicativo de que a experiência merece ser reeditada em uma próxima oportunidade.

Retomando Vermeer e Fermat, os professores não têm a sua frente uma tarefa de ensino impossível. Em relação ao primeiro, embora tenham sido feitos escaneamentos extremamente sofisticados de seus quadros, não foram encontradas evidências de que suas pinturas tenham sido feitas sobre desenhos, como é o costume, e pintadas posteriormente. Mas houve esforços para se descobrir como isso pode ter sido feito. Já com relação ao segundo, descobriu-se 358 anos depois a veracidade do seu último teorema. Qual a relação entre os dois? O componente humano que, com suas idiossincrasias, coloca os professores em constante aprendizado para assim conduzirem as pessoas ao conhecimento.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quadrinhos e Matemática: algumas possíveis construções usando a imaginação. Formalmente, na Matemática, o conetivo “e” é apresentado quando há a intersecção entre dois conjuntos. Ocorre que este TCC tentou obter a união entre dois conjuntos, constituída por todos os elementos pertencentes a X ou a Y, ou a ambos. Ao longo deste TCC o foco foram os desenhos, que podem ser apresentados como quadrinhos ou pequenas tiras, expondo o que deveria ser ensinado, representando situações de uma área específica da Matemática. Esta situação já levanta uma forma de ver esta demanda, um grande conjunto. Já a Matemática, considerando seus vários conteúdos, estes explorados pelos desenhos confeccionados ao longo da graduação, também pode ser considerada um grande conjunto. Este contexto explica o sentido do título, mas uma questão pertinente que surge ao fim deste Trabalho, refere-se à possibilidade de ensino de conteúdos matemáticos por meio de uma didática fundamentada em quadrinhos, pela via da imaginação. Respondê-la não é simples, já que existem elementos que tornam possível que uma didática dessa natureza possa ser usada em sala de aula de forma constante, considerando aí um livro didático no formato de quadrinhos. Além do mais, não é uma atividade que deva ser conduzida de forma solitária e sim com outros professores e educadores para que seja bem aplicada.

Afirmar que a resposta é simples seria algo como provar que um determinado número é par e fazer todas as elucubrações que validam esta informação. É o que a matemática formal passa e isso é muito interessante, mas não é esse caso. O componente que falta aí é a imaginação, tanto do discente quanto do docente. Ou seja, daquele para o qual o conteúdo é direcionado e de quem confecciona o material que trata desse conteúdo.

Trata-se de contextos diferentes, mas que explicam a mesma situação. Quando um aluno entra numa sala de aula, chega carregado de experiências que podem facilitar ou dificultar o seu aprendizado. Ocorre que, entre este aluno e seus colegas, com suas diversas peculiaridades, há um ponto em comum: seus sentidos. Estes, por sua vez, viabilizam a aplicação de métodos que exploram a visão, o tato, o olfato, a audição e o paladar. E isto é possibilitado por didáticas que apresentam um objeto não apenas para ser visto, mas que também exala um cheiro bom ou ruim, e provoquem o aluno a experimentar a forma como esse olfato se dá sem ter presente o sentido de fato.Assim, é provocado um estímulo no estudante,que o faz perceber, por exemplo, o elemento “caixa” como um todo. A brincadeira, dessa forma, pode ficar mais interessante quando se aplica a imaginação. Neste momento é que vem exemplos como Distributix, já que o que o personagem incita a memória de quem o vê diretamente com personagens de filmes de super heróis capazes de fazer proezas que não são possíveis no mundo real e percebe-se que o “real”, em matéria de ensino, é subjetivo.

Ao longo da vida acadêmica, incluindo os períodos de estágio de docência, foram observados professores fazendo uso dessas possibilidades, como no exemplo do professor se pondo ereto num canto de uma sala e afirmando que sob seus pés estava um plano. Outro plano encontrava-se às suas costas, e este mesmo professor colocava-se como ordenada de um determinado ponto do espaço. O trabalho em quadrinhos não foi diferente disso, apenas deu vazão a uma prática que almeja ter mais efeito sobre um estudante do que a metodologia de expor algumas fórmulas em um quadro.

Além disso, as folhas entregues às turmas de estágio ou disponibilizadas via pdf[17] também se prestavam a contextualizar o conteúdo em termos de história da matemática, como é o caso de um projeto em andamento de quadrinização do livro *Os Elementos de Euclides*. Nessa HQ, a história é contada sob uma perspectiva hipotética em que o personagem principal se vale dos seus membros para definir o que são retas, sendo que segmentos destas são formados de pontos, analogamente às articulações, e assim por diante. A história aí seria inserida como ponte entre o real –registros que se tem de Euclides –,e o imaginário, Euclides trabalhando seus conceitos a partir do seu corpo.Assim, a relação entre o que um estudante via numa HQ não se firmava apenas pela visão, mas também pelo que era contado nela, sentido nela, na medida em que aquele se dá conta do seu próprio corpo.

O material produzido possibilitava uma didática de cunho dinâmico. Primeiramente era esboçado pelo autor, em seguida exposto aos orientadores da escola e do estágio, e aplicados na turma. Pelo curto tempo que se tinha para a sua criação, não era entregue em formato bonito, mas era chamativo o suficiente para prender a atenção da turma. O professor pegava uma bola imaginária e a jogava nos alunos. Estes o acompanhavam e, mesmo sem jeito, respondiam aos

[17]Portable Document Format (Formato Portátil de Documento). Fonte: <HTTPS://significados.com.br/pdf/>. Última consulta em: 09/12/2018.

questionamentos. É possível jogar com uma bola pela metade? Nos conjuntos dos naturais e dos inteiros, não, já que os conjuntos numéricos são restritos em relação à inclusão de quaisquer números. E no conjunto dos números racionais? Naquele momento, este conjunto não era foco do estudo, então não era relevante. O cronograma foi desenvolvido para que este conjunto fosse tratado posteriormente.

Em outra escola houve uma brincadeira. De criança? Sim, porém realizada por adultos que se admiravam com a forma diferente de trabalhar com um conteúdo de ensino superior. É necessário afirmar que uma revista em quadrinhos não é só coisa de crianças? Sim. Os mesmos sentidos que permitem uma criança a trabalhar a imaginação também se fazem presentes em um adulto. O processo que se dá em um cérebro para a construção de determinado conhecimento está presente no ser humano.

O objetivo é educar usando o que está disponível aos alunos. O que está disponível, se o componente imaginação for considerado, não poderá ser mensurado porque poderá trazer o estranhamento e a curiosidade dos alunos. Com um material feito em quadrinhos essa possibilidade é viabilizada com o benefício de fazer com que o estudante seja mobilizado de uma forma diferente.

A união entre a Matemática e os Quadrinhos é possível, sim. Quando a imaginação é inserida como didática com o uso das HQs, hipoteticamente, ela pode parecer vantajosa, em vista do que foi apresentado, mas isso precisaria ainda ser validado, o que se constitui como um projeto futuro do autor.

REFERÊNCIAS

AOKI, Virginia. **Educação de Jovens e Adultos: 7º Ano**. Ed. Moderna. 2013. In:______.(org). **Educação de Jovens e Adultos: 7º Ano**. Ed. Moderna. 2013.

BARBOSA, Heloiza H. J. Sentido do número na infância: uma interconexão dinâmica entre conceitos e procedimentos. **Paidéia**, 2007, 17(37), 181-194. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/paideia/v17n37/a03v17n37.pdf>. Acesso em: 28 jul., 2018.
BLUM, L C. **Cama de Grafos.** Disponível em: http://camadegrafos.pbworks.com/ 2017.

BRASIL**.** Coleção Explorando o Ensino – Matemática, volume 1. Portal MEC. Brasília, 2004. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/inicio/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12583-ensino-medio.Acesso em: 9dez., 2018.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Proposta Preliminar. Ministério da Educação. 2ª Ed. Revista. Abril 2016.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática e a sala de aula.** Encontro paranaense de modelagem em Educação Matemática, v. 1, p. 1-10, 2004. Disponível em: <http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/regina/materiais/modelagem.pdf>.Acessoem: 30 set. 2018.

HOWISON, Mark, TRNINIC, Dragan, REINHOLZ, Daniel, ABRAHAMSON, Dor. The Mathematical Imagery Trainer: from embodied interaction to conceptual learning. In: Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems. ACM, 2011. p. 1989-1998.

LAKOFF, Geoge; NÚÑES, Rafael, E. **Where mathematics comes from?** New York: Basic Books, 2000. Disponívelem: <https://drive.google.com/file/d/1kLC6ig6lld3Ei-lyOL5EtiZCZM3a6BLK/view>. Acessoem: 23 jul., 2018.

MAYER, Richard E. **Introduction to Multimedia Learning.** The Cambridge Handbook of Multimedia Learning. 2001.

MAYER, Richard E. **The Cambridge Handbook of Multimedia Learning. 2ª Ed**. Cambridge University Press. Cambridge, Inglaterra. 2009.

MÜHLBEIER, A. R. K.; MEDINA, R. D.; MAZZOQUATRO, P. M.; OLIVEIRA, L. C. de., MOREIRA, R. C. Mobile hq: o uso de softwares educativos na modalidade m-learning. **Revista de Informação Aplicada**, v. 10, Nº1. 2014. p. 48-56. Disponível em: <http://ria.net.br/index.php/ria/article/view/114>. Acesso em: 23/06/2018.

O'BRIEN, Dominic. **Aprenda a usar a memória: descubra seu potencial e desenvolva técnicas para não esquecer mais nada.** Tradução Anna Quirino. São Paulo:Publifolha. 2004.

SCHUBRING, Gert& ROQUE, Tatiana. O papel da régua e do compasso nos Elementos de Euclides: uma prática interpretada como regra. **História Unisinos**, 18(1):91-103, Janeiro/Abril 2014. Disponível em: http://revistas.unisinos.br/index.php/historia/article/view/htu.2014.181.09/4104.Acessoem: 24 ago. 2018.

SWELLER, John. **Implications of Cognitive Load Theory for Multimedia Learning.** The Cambridge Handbook of Multimedia Learning. Cambridge University Press. Cambridge, Inglaterra. 2005.

VASQUES, Edgar. **O Melhor de Rango**, p.03. Coleção Circo nº3. Circo Sampa. 1991.

VERMEER, Johannes. **Moça lendo uma carta à janela.** 1657-59. Pinacoteca dos Mestres Antigos. Dresden, Alemanha. Disponível em: https://artsandculture.google.com/asset/girl-reading-a-letter-by-an-open-window/3wFQaidzxA5mqg?hl=pt-BR. Acesso em: 17 novembro. 2018

Tim'sVermeer. Direção: Teller. Produção: Penn Jillette e Teller. Estados Unidos, 2013. Disponível em: https://vimeo.com/158104106. Acesso em: 03 Set. 2018.

APÊNDICE A - PLANO DE AULA 1

TEMA: Apresentações e atividades, mas sem sustos

CARGA HORÁRIA: 1h (20h30 – 21h30)

OBJETIVOS:
Apresentação do professor, conhecer a turma (numa conversa informal tentar saber o nível de conhecimento deles) e expor as atividades que serão realizadas ao longo do período do estagiário.

METODOLOGIA:
Farei um desenho no quadro com o personagem Pit (tal como o do anexo 1), colocando o conteúdo acima dele (dando a entender quais "super poderes" ele possui). Como o conteúdo foi retirado do livro EJA – Ed. Moderna, haverá um bate papo usando os capítulos desse livro para ir questionando o que os alunos acham de cada um deles. Conforme for, ao longo das próximas semanas, haverá adequação dos assuntos de forma a ajudar a turma.

AVALIAÇÃO:
Não será feita nenhuma avaliação escrita.

REFERÊNCIAS:
Virginia Aoki et al. **EJA – Educação de Jovens e Adultos, 7º Ano**. São Paulo: Editora Moderna, 2013, p. 86 – 418.

O desenho abaixo foi feito pensando nas limitações de um quadro branco, então não terá os mesmos detalhes nos quadrinhos que serão feitos ao longo do semestre.

Desenho "Pit e os conteúdos", 07/04/2017

Importante:

- Serão colocadas outras figuras, como retângulos de diferentes tamanhos (para poder conversar sobre proporções), quadrados e triângulo com lados iguais.
- Um detalhe, não levei 2’ para fazer este desenho, tempo que acredito, repetirei em aula, mesmo considerando o tamanho que será maior (já tive essa experiência).
- A minha ideia é usar $\frac{1}{4}$ do quadro para este desenho.

APÊNDICE B - PLANO DE AULA 2

TEMA: Perímetros inteiros (Pit e o Beisebol)

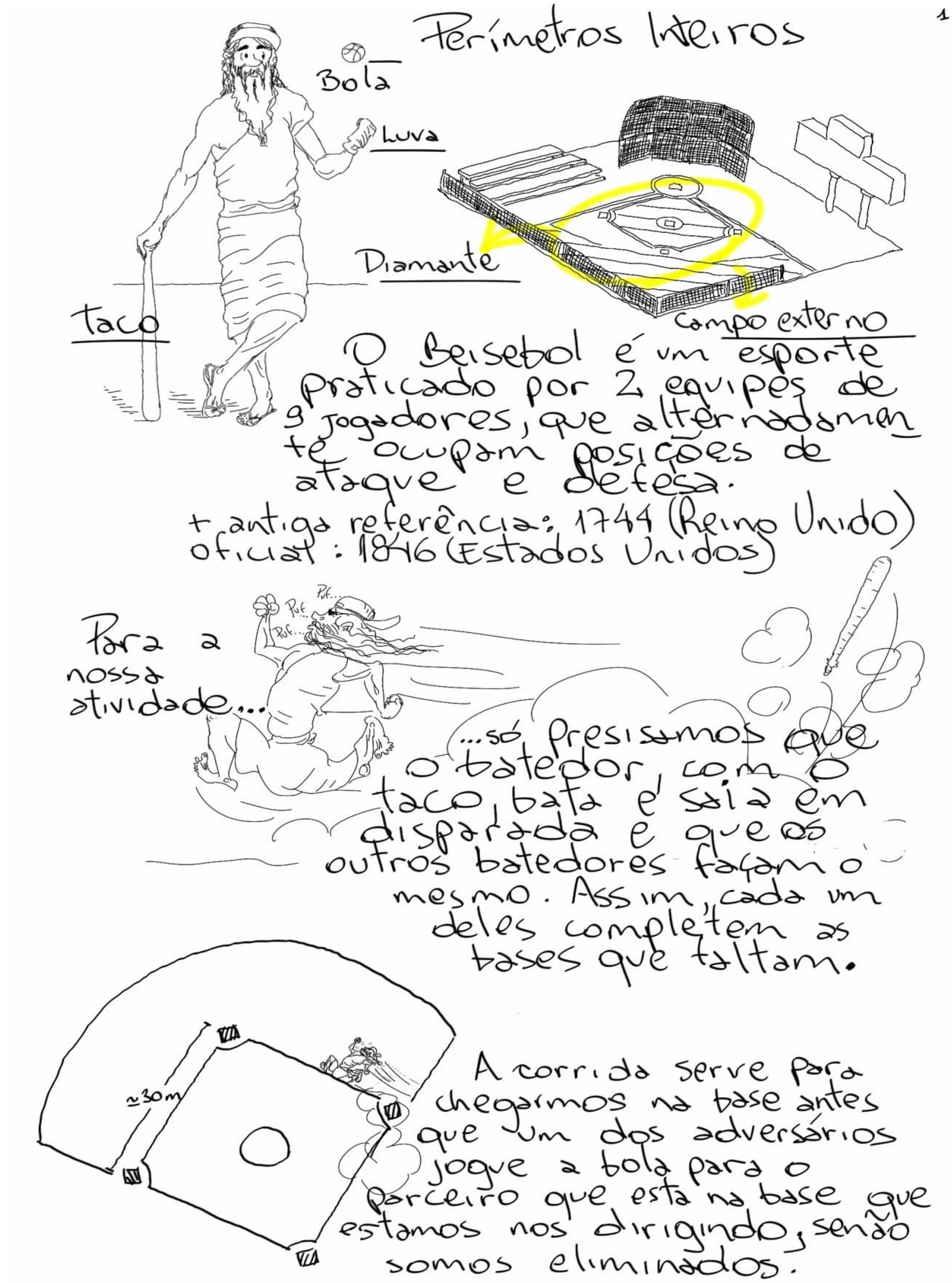
CARGA HORÁRIA:
1h30 (19h – 20h30)

OBJETIVOS:
Através do perímetro serão apresentadas formas de trabalharmos com as operações de adição e multiplicação usando o conjunto dos inteiros, com uma breve apresentação dos conjuntos em questão.

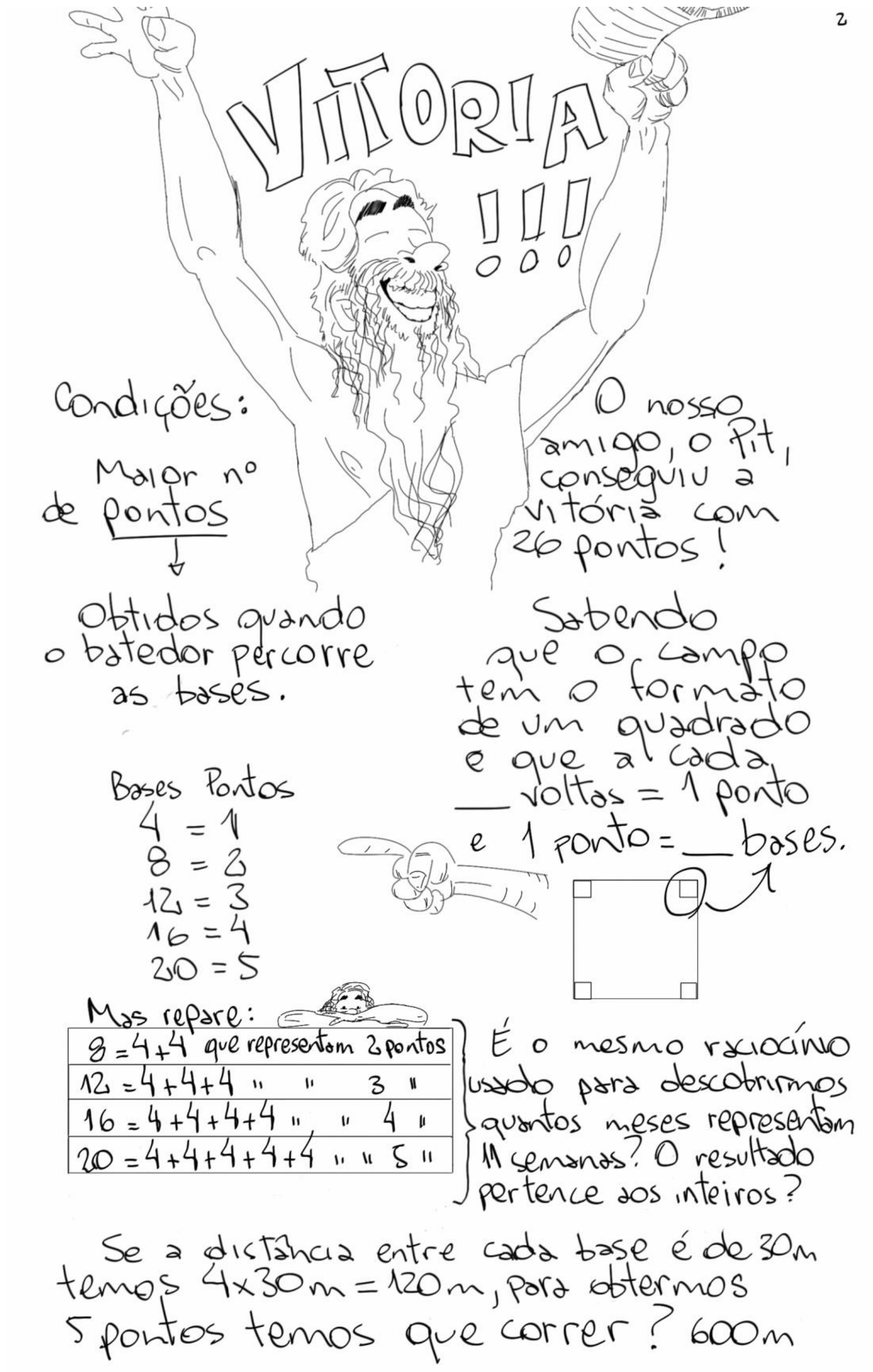
METODOLOGIA:
Será entregue uma história em quadrinhos com o personagem Pit apresentando o Beisebol (conforme anexos 1, 2 e 3), jogo muito popular nos Estados Unidos. Como é um esporte que necessita que seus participantes deem uma volta completa num quadrilátero, trabalharemos com a pontuação necessária para se ganhar o jogo. Também será apresentada a história do jogo e suas regras, de forma a ajudar no raciocínio. Na atividade que será proposta, não seguirei todas as regras, já que este esporte tem várias situações que podem complicar o entendimento e não ajudar na aula. Ao final do período, será dado um tempo para que os estudantes resolvam os exercícios do livro (ou criados pelo professor, conforme anexo 4) que envolvam perímetro. Talvez sejam escolhidos do livro e colocados no material que entregarei (a definir com a minha orientadora e com o professor responsável pela turma).
Pedirei aos alunos que para a próxima aula tragam outros esportes em que podemos fazer raciocínios parecidos ou que a soma das distâncias sejam importante (antecipando a revisão que será solicitada na aula posterior). Sugerir outras situações em que a informação de um perímetro seja importante

AVALIAÇÃO:
Será feita através da participação dos estudantes ou com o material (a definir).

REFERÊNCIAS:
Virginia Aoki et al. **EJA – Educação de Jovens e Adultos, 7º Ano**. São Paulo: Editora Moderna, 2013, p. 86 – 418.
Beisebol, regras. Sports Regras. (12/04/2017) Link:
http://sportsregras.com/beisebol-regras-historia/
http://www.blogdobeisebol.com/guia-do-iniciante/guia-do-iniciante-regras-do-baseball/
Site bem interessante com gif animados mostrando cada um dos erros, explica como se dão as corridas.
http://www.regrasdeesporte.com.br/tag/beisebol/
HTTPS://ceramicabeisebol.com/beisebol
https://www.dicascityville.com/wp-content/uploads/2011/05/Campo-de-Beisebol-nivel-1.png
Americanos 'descobrem' beisebol no RS e ensinam o esporte aos gaúchos. Globo Esporte. (29/06/2012) Link: http://globoesporte.globo.com/rs/noticia/2012/06/americanos-descobrem-beisebol-no-rs-e-ensinam-o-esporte-aos-gauchos.html



Anexo I do Plano de Aula 2 - A distância entre uma base a outra é de 27,4m. Arredondei porque quero focar nos números inteiros.



Anexo II do Plano de Aula 2 - Foi aproveitada a questão levantada na aula 1 do dia 07/04 relacionando semanas com meses.

Anexo III do Plano de Aula 2 - Esta página foi colocada para ser um "gancho" para as operações e também para se falar mais no conjunto dos Inteiros.

Atividades (lembre-se, queremos que os valores (lados e perímetros) **pertençam aos inteiros**):

1. Dada a figura a seguir, resolva o que for solicitado:

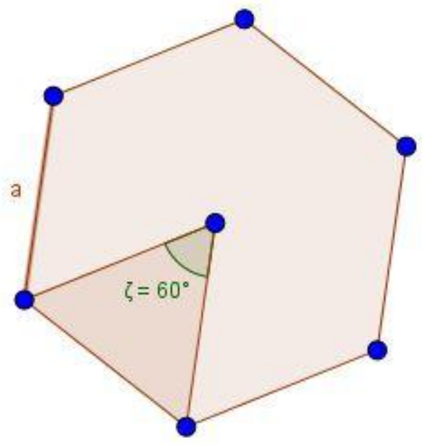


Figura 30 A figura ao lado é um polígono (do grego vários + ângulos) de 6 lados.

Agora, basta-nos saber que ela tem os lados externos iguais, então:

a) Se a = 4 e o perímetro é a soma dos "contorno" deste cara chamado Hexágono, então qual é o perímetro?

b) Se a = 2,5 então o perímetro será: ..... Justifique.

c) Se $2 \times a = 10$, qual será o valor do lado?

2. Dada a figura a seguir, resolva o que for solicitado:

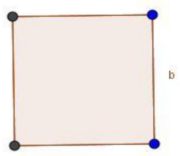


Figura 31 Polígono regular de 4 lados .

a) O perímetro é 20, então qual será o valor do lado?

b) $b \times (2 + 2 + 3 + 3) = 20$, qual o valor de b? Mostre outras formas de apresentar o cálculo (ex.: $2 \times 5 \times b = 20$).

3. Desenvolva os exercícios a seguir:

a) $2 \times (2 + 5) + 20 =$

b) $2 \times [(2 + 5) + 20] =$

c) $7\{2 \times [(2 + 5) + 20]\} =$

Obs.: Este exercício é para reforçar o uso dos {[( )]}.

APÊNDICE C – PLANO DE AULA 3

TEMA: Pit e uma revisão do que foi visto até o momento

CARGA HORÁRIA:
1h30 (19h – 20h35)

OBJETIVOS:
Revisar o conteúdo da aula passada com os alunos para verificar se captaram o conteúdo. Começar a discutir a área de quadriláteros usando os inteiros e, posteriormente, questionar os alunos quanto ao uso dos racionais.

METODOLOGIA:
A ideia é que o professor participe menos dessa vez, solicitando aos alunos que respondam questões apresentadas nos quadrinhos "Pit e o beisebol". A tarefa em questão valerá pontos e, para continuarmos no conjunto dos números inteiros, todos os alunos presentes começarão a aula com **-20** pontos, que serão contabilizados conforme tabela (conforme Tabela na página 6). Posteriormente será dado mais um material (2 páginas, conforme anexos 1 e 2) com o personagem em questão mostrando a impossibilidade de se trabalhar frações com os inteiros, usando o método de comparação por absurdo (Pingue Pongue sendo realizado com a bolinha pela metade e uma bola de Vôlei se desmanchando em pleno ar, por exemplo). Para o fim da aula serão trabalhadas as áreas, utilizando o trabalho de soma e multiplicação abordados na aula anterior.

AVALIAÇÃO:
Serão refeitas algumas perguntas dadas na aula anterior e novas aos alunos presentes para verificar o quanto guardaram da matéria da aula do dia 12/04.

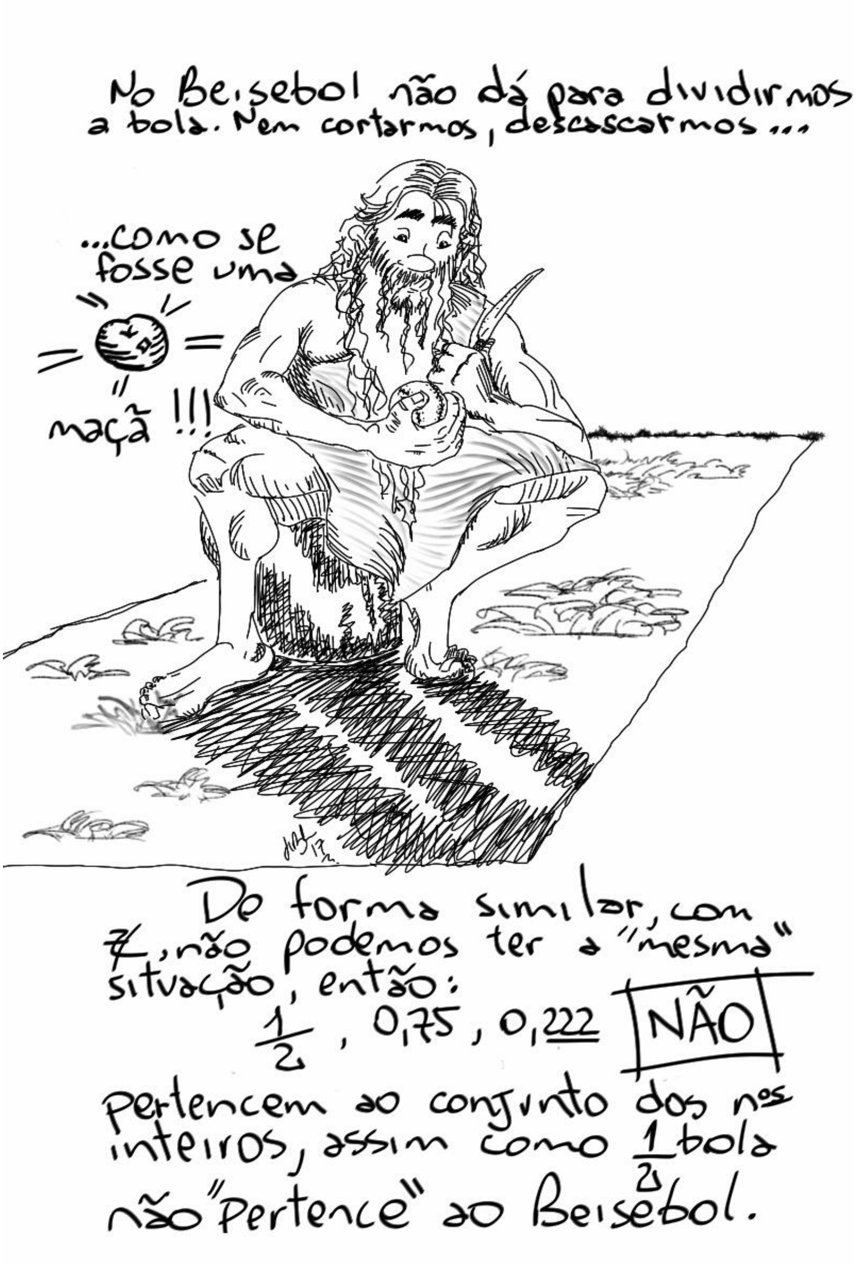
REFERÊNCIAS:

Virginia Aoki et al. **EJA – Educação de Jovens e Adultos, 7º Ano.** São Paulo: Editora Moderna, 2013. p. 86 – 418.
Bola de beisebol oficial. Google Search. (pesquisa feita em 09/04/2017) Link: https://www.google.com.br/#tbs=vw:l,mr:1,p_ord:p,cat:3783&tbm=shop&q=bola+de+beisebol+oficial
Bola de beisebol. Wikipedia. (pesquisa feita em 09/04/2017). Link: https://pt.wikipedia.org/wiki/Bola_de_beisebol

Roteiro da história em quadrinhos

Pit está segurando uma bola de beisebol como se fosse uma maçã, pronto para cortá-la.
É falado que no Beisebol não dá para jogarmos dividindo a bola, o mesmo vale para outros esportes, como o tênis, o futebol, o pingue pongue e outros mais. Neste momento, o personagem é colocado nos três esportes mencionados, mas mostrando a frustração dele ao ver as bolas pela metade. Assim como nestes esportes, não dá para "brincar" da mesma maneira com o conjunto dos números inteiros, já que, como a bola, os números inteiros não podem ser divididos.

Em seguida, ele lança a bola que acabara de partir pela metade. Esta, antes de chegar no batedor, desmancha-se, para o inconformado batedor (mostrando num quadro a composição da bola e como é feita).
Faz o mesmo procedimento mais uma vez, mas dando uma ideia de passagem do tempo, para chegar nas sete partidas (deixando claro o desgaste que há quando um taco bate na bola), que corresponde a média que uma bola dura.
O último questionamento relaciona o maior preço de uma bola (informando os valores encontrados na internet), perguntando se aos leitores faria sentido gastar um valor alto por algo que tende a durar tão pouco.



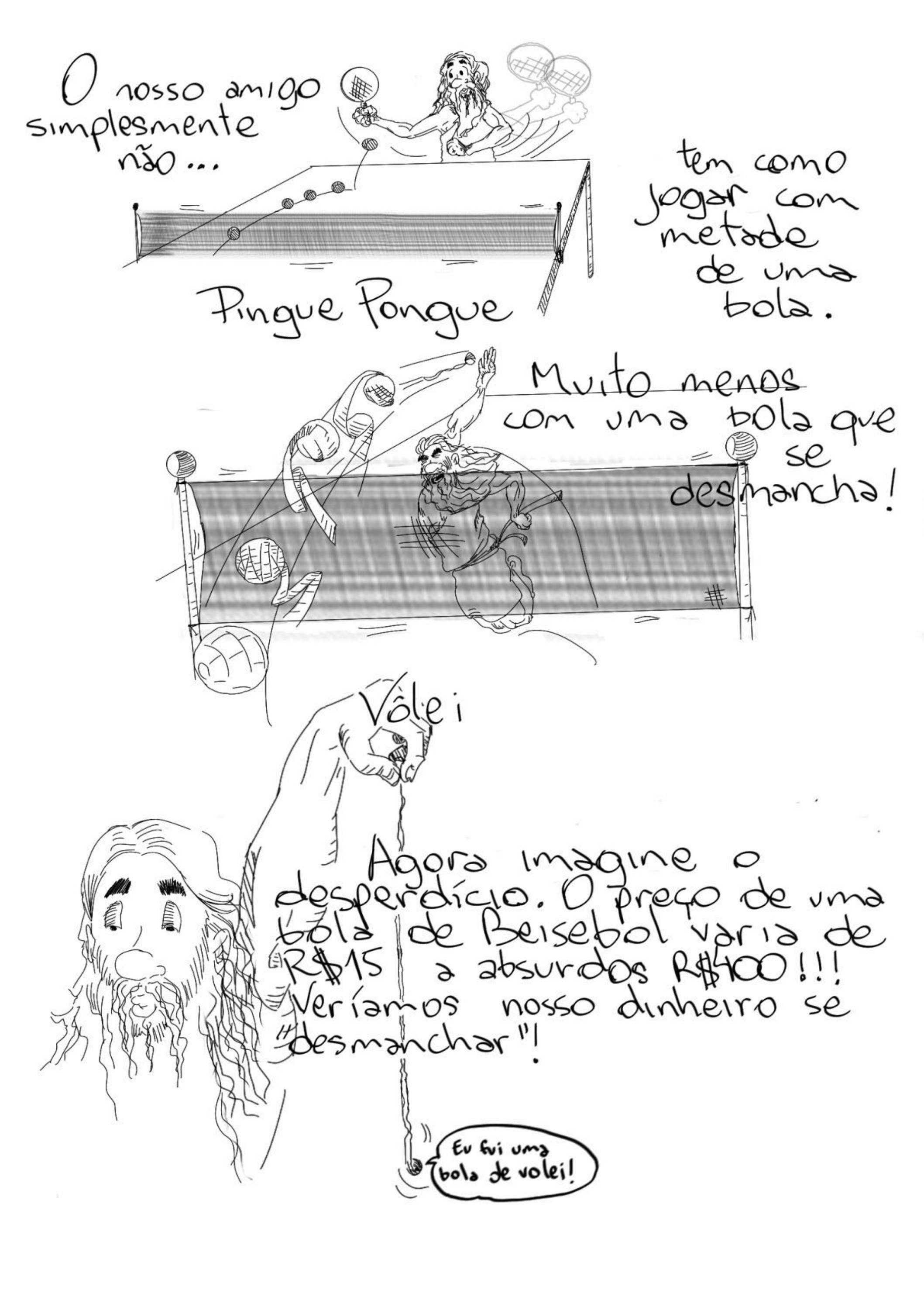

O nosso amigo simplesmente não...
tem como jogar com metade de uma bola.
Pingue Pongue
Muito menos com uma bola que se desmancha!
Vôlei
Agora imagine o desperdício. O preço de uma bola de Beisebol varia de R$15 a absurdos R$100!!! Veríamos nosso dinheiro se "desmanchar"!
Eu fui uma bola de volei!

Tabela 1

Tabela Participação	Pontos
Falar em sala de aula (sobre o conteúdo)	+1
Responder as questões	+2
Fazer as tarefas de casa	+5
Fazer as questões de aula	+2
Todos os alunos começam com -20. O objetivo é chegar no zero para conseguirem 2 pontos na nota final.	

APÊNDICE D – PLANO DE AULA 4

TEMA: Área e perímetro de triângulos. "Pit apresenta a divisão do quadrado!"* Podemos também subtrair figuras?

CARGA HORÁRIA:
1h30 (19h – 20h30)

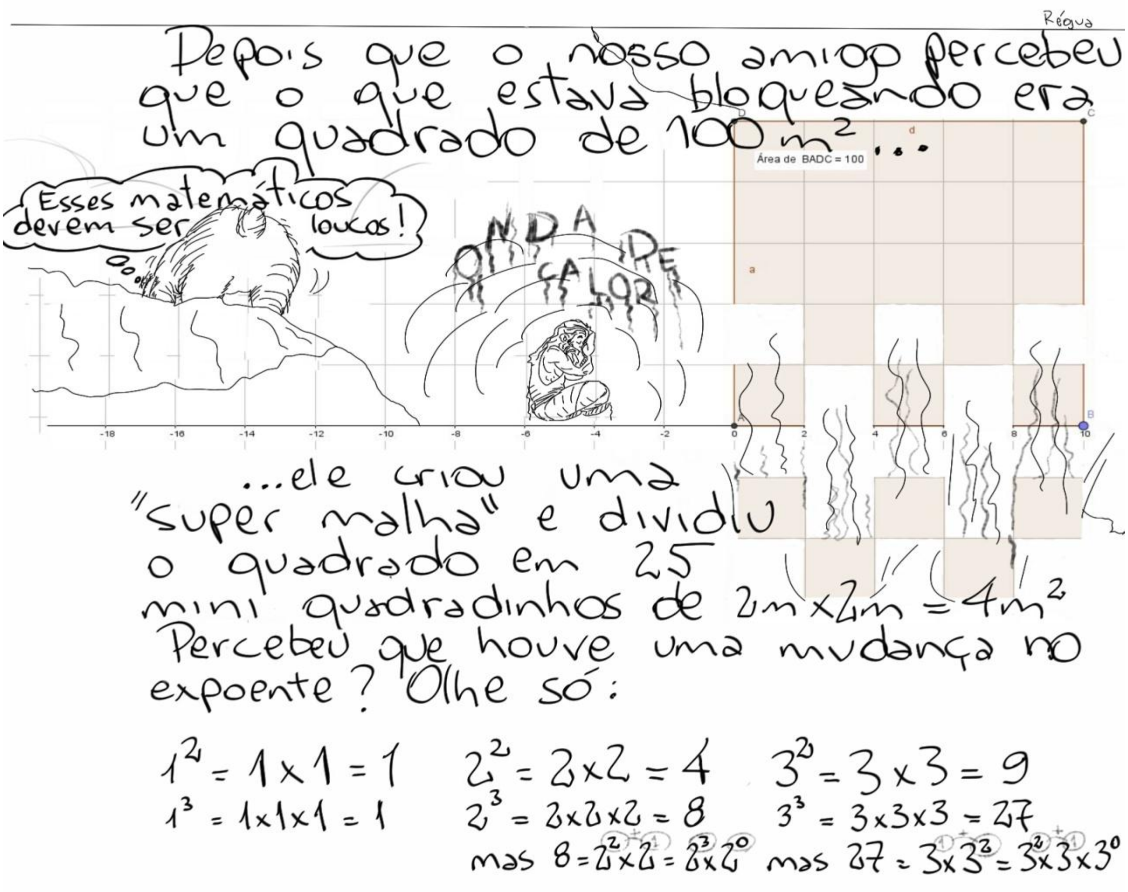
OBJETIVOS:
Finalizar o conteúdo do conjunto dos números inteiros com os números negativos e operações que levem o aluno para estes resultados. Aproveitar para fazer uma revisão dos dias anteriores. Por fim, introduzir a divisão e o conjunto dos números racionais com o perímetro.

METODOLOGIA:
Será utilizada uma história em quadrinhos envolvendo o personagem Pit. Este mostrará inicialmente os números negativos (história conforme anexos 1 a 4), relembrando os alunos que estes aparecem nos conjuntos anteriores, mostrando a exceção do conjunto dos números naturais e dará alguns exemplos onde estes números serão importantes. Serão dados exercícios de trabalho algébrico (conforme página 9). Posteriormente, este mesmo personagem irá mostrar como três personagens/jogadores (também chamei de bases, para relembrarem do jogo) de Beisebol podem ajudar a definirmos a divisão de um triângulo (contextualizado como exercício conforme anexos 5 e 6) .

AVALIAÇÃO:
Exercícios conforme anexos 5 e 6 e página 9; Participação dos alunos, conforme visto na aula anterior (com a pontuação negativa com o objetivo de chegar no zero para no final do estágio ser atribuído 2 pontos na média final).

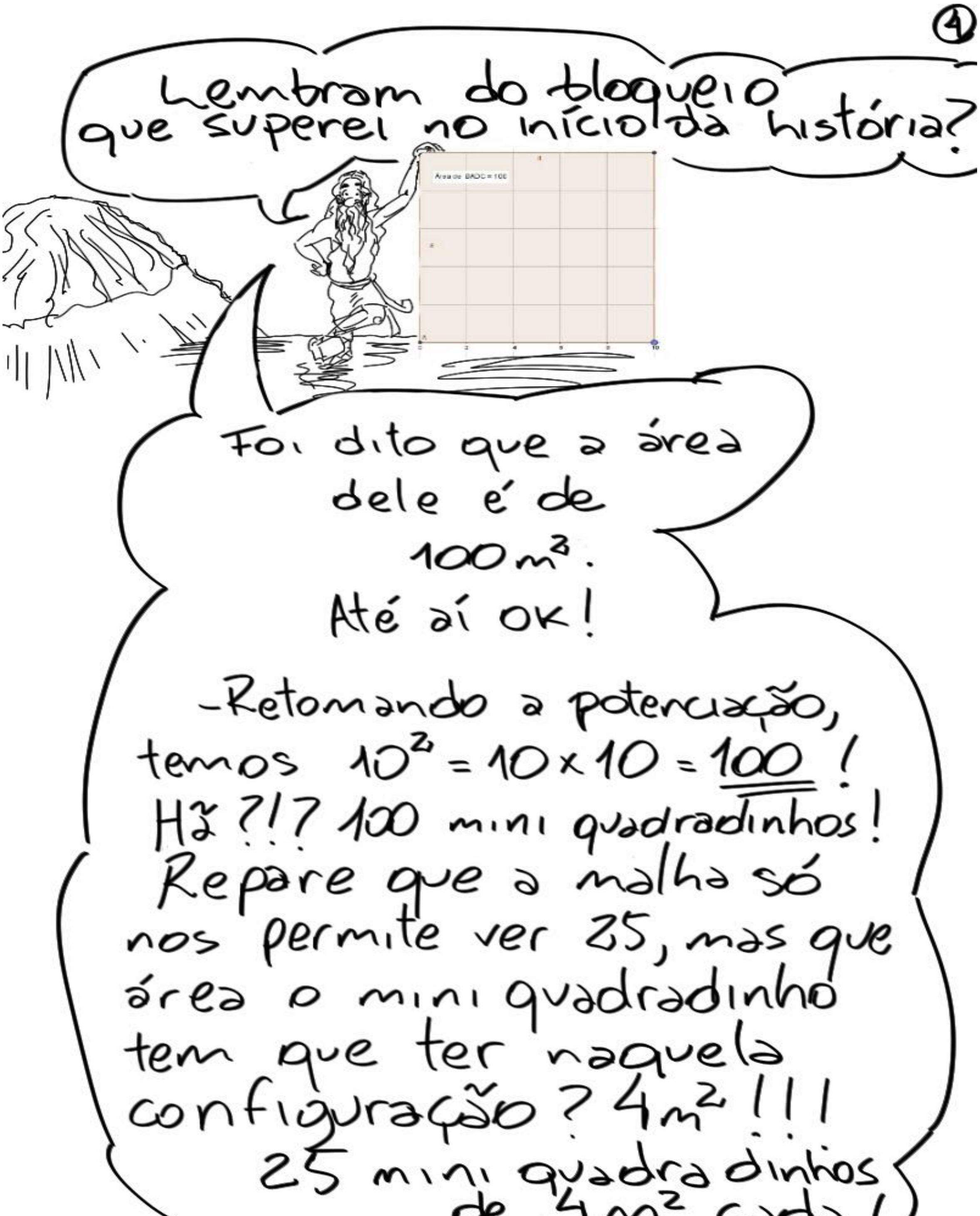
REFERÊNCIAS:
Virginia Aoki et al. **EJA – Educação de Jovens e Adultos, 7º Ano**. São Paulo: Editora Moderna, 2013. p. 86 – 418.


1
"Pit apresenta a divisão do quadrado"
Pit entrou numa fria e se perceberem, está sendo observado!
Caminho bloqueado!
Humm?!?


Régua
Depois que o nosso amigo percebeu que o que estava bloqueando era um quadrado de $100\,m^2$...
Área de BADC = 100
Esses matemáticos devem ser loucos!
ONDA DE CALOR
...ele criou uma "super malha" e dividiu o quadrado em 25 mini quadradinhos de $2m \times 2m = 4m^2$
Percebeu que houve uma mudança no expoente? Olhe só:
$1^2 = 1 \times 1 = 1$ $2^2 = 2 \times 2 = 4$ $3^2 = 3 \times 3 = 9$
$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
mas $8 = 2^2 \times 2 = 2^3 \times 2^0$ mas $27 = 3 \times 3^2 = 3^2 \times 3 \times 3^0$

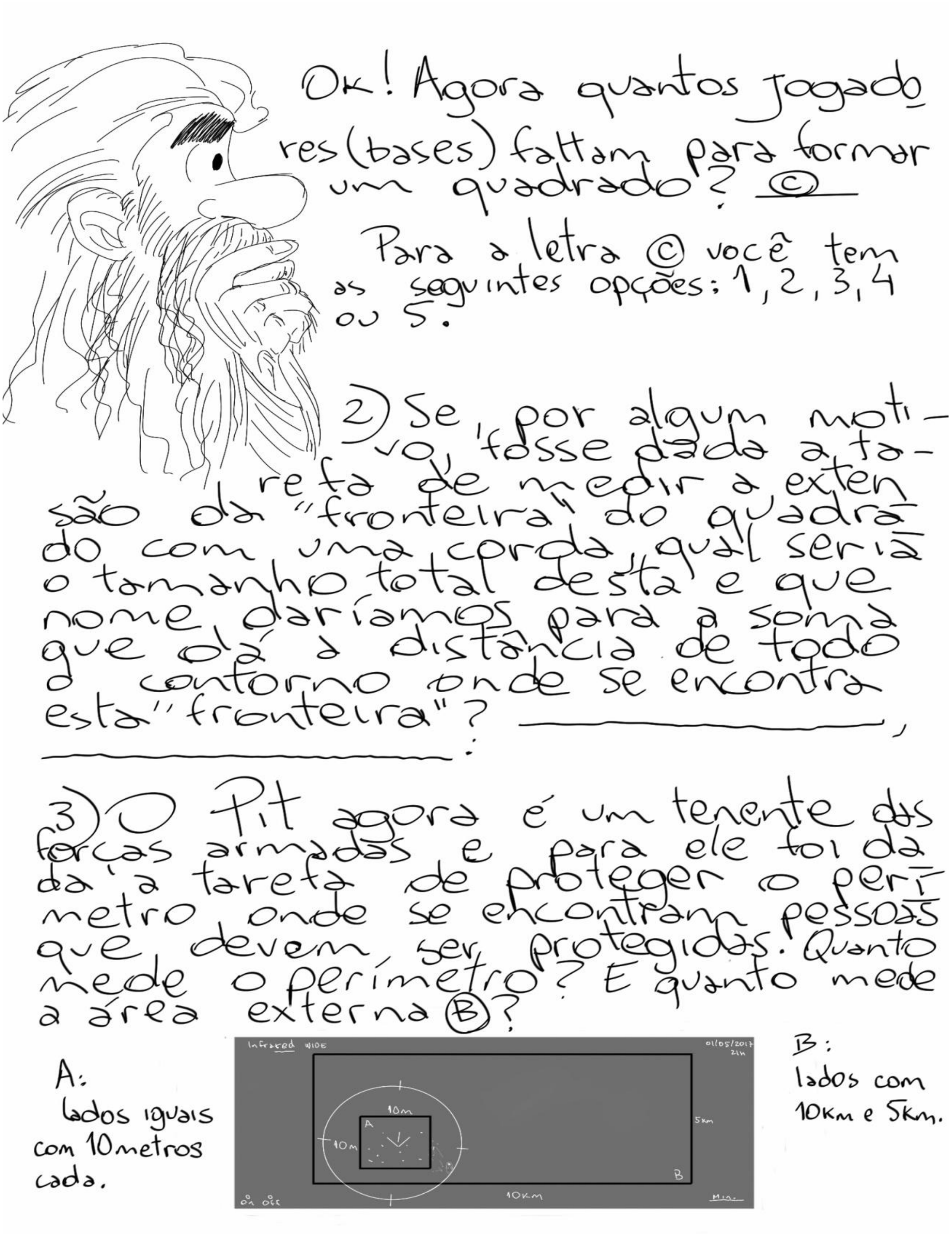

2
Cuidado!!!
Potenciação é diferente de multiplicação!
Vejamos a multiplicação primeiro.
Imagine que eu tenho o incrível poder de criar cópias minhas.
Fiz duas cópias bem simpáticas!
Mas quero fazer três vezes este procedimento! Lembre-se que já temos dois!
2
2
2
Assim, temos
2+2+2=6
que é
= 2x3


3
Na potenciação, o caso é maior, bem maior!
2^1 = 2
2^2 = 2x2 = 4
2^3 = 2x2x2 = 8
Imagine se colocássemos 2 elevado a 8, será que teríamos espaço suficiente?


4
Lembram do bloqueio que superei no início da história?
Foi dito que a área dele é de 100m².
Até aí OK!
-Retomando a potenciação, temos 10² = 10 x 10 = 100 !
Hã ?!? 100 mini quadradinhos!
Repare que a malha só nos permite ver 25, mas que área o mini quadradinho tem que ter naquela configuração? 4m² !!!
25 mini quadradinhos de 4m² cada!

1) Da forma como a figura será cortada, é coerente pensar que (a) jogadores (bases) seriam suficientes para formar o triângulo.

Para responder a letra (a) você tem as seguintes opções:
(a) 1, 2, 3, 4 ou 5.



Importante:

$x^2 = x \times x$ **, mas repare** $(-x)^2 = -x \times -x = +x^2$ **, que é diferente de** $-x^2 = -1 \times x \times x = -x^2$ **que é um procedimento válido porque temos dois termos diferentes** -1 **e** x**, mas só um deles está de fato elevado ao quadrado e não é o** -1**.**

Outros casos, mas agora pense você sobre eles.

a) $2 \times (-3)^3 =$
b) $-7 \times (-5)^3 =$

c) $\mathbf{2} \times [(-\mathbf{3})^{\mathbf{5}} + (\mathbf{8})^{\mathbf{1}}] =$
d) $-\mathbf{7}^{\mathbf{2}} \times \mathbf{5} \times [(-\mathbf{3})^{\mathbf{5}} + (\mathbf{5})^{\mathbf{1}}] + \mathbf{2} =$
e) $\frac{\mathbf{125}}{\mathbf{10}} =$
f) $\frac{\mathbf{7}-\mathbf{2}^{\mathbf{3}}}{\mathbf{2}} =$

Sobre a divisão do quadrado:

Uma das formas que o quadrado pode ser "cortado" ou dividido é por uma das diagonais, mas será que se cortarmos de forma certeira o quadrado ABCD da página 1 nos pontos médios entre os segmentos AB (ponto médio M) e CD (ponto médio N), onde o corte "ligará" os pontos M e N, teremos a mesma área criada quando cortamos o quadrado pelas diagonais?

APÊNDICE E – PLANO DE AULA 5
NÃO REALIZADO/TROCA DE TURMAS

TEMA:
Triângulos e Quadriláteros, quem são estes “seres” que foram estudados até aqui? Vamos dissecá-los?

CARGA HORÁRIA:
1h (20h30 – 21h30)

OBJETIVOS:
Estudo envolvendo altura de triângulos e também reconhecendo trapézio e paralelogramos (quadrado e paralelogramos são iguais?).

METODOLOGIA:
Com o recurso de uma história em quadrinhos, mostrar Pit brincando num trapézio, questionando o leitor sobre o porquê deste nome. Depois irá trabalhar com um breve estudo das retas, apresentando um homem misterioso (gancho para a aula do dia 05/05, mostrando tratar-se de Euclides) que aparece sabendo tudo sobre retas.

AVALIAÇÃO:
Exercícios conforme anexo 1; Participação dos alunos, conforme visto na aula anterior (com a pontuação negativa com o objetivo de chegar no zero para no final do estágio ser atribuído 2 pontos na média final).

REFERÊNCIAS:
Virginia Aoki et al. **EJA – Educação de Jovens e Adultos, 7º Ano**. São Paulo: Editora Moderna, 2013. p. 86 – 418.

APÊNDICE F – PLANO DE AULA 6
NÃO REALIZADO/TROCA DE TURMAS

TEMA:
Pit nos apresenta Euclides!

CARGA HORÁRIA:
1h (20h30 – 21h30)

OBJETIVOS:
Estudo envolvendo retas paralelas e perpendiculares no plano.

METODOLOGIA:
Com o recurso de uma história em quadrinhos, mostrar Pit conversando com Euclides, primeiramente apresentando-o aos alunos, para depois entrar no conteúdo. Condições para termos um plano e, posteriormente, montarmos as retas paralelas e perpendiculares.

AVALIAÇÃO:
Exercícios conforme anexo; Participação dos alunos, conforme visto na aula anterior (com a pontuação negativa com o objetivo de chegar no zero para no final do estágio ser atribuído 2 pontos na média final).

REFERÊNCIAS:
Virginia Aoki et al. **EJA – Educação de Jovens e Adultos, 7º Ano**. São Paulo: Editora Moderna, 2013. p. 86 – 418.

APÊNDICE G – PLANO DE AULA 7

NÃO REALIZADO/TROCA DE TURMAS

TEMA:
Quem nos dá as respostas são os alunos agora.

CARGA HORÁRIA:
1h (20h30 – 21h30)

OBJETIVOS:
Será dada uma tarefa para a turma com prazo de duas aulas para pesquisarem os ângulos e suas relações com as retas estudadas na aula anterior.

METODOLOGIA:
Não será dado nenhum material neste período de pesquisa. O que será feito se restringirá a orientação quanto ao conteúdo, se os canais de pesquisa são satisfatórios para que, ao final da pesquisa possam apresentar o trabalho. Será solicitado o uso do laboratório de informática.

AVALIAÇÃO:
Participação dos alunos, conforme visto nas aulas anteriores (com a pontuação negativa com o objetivo de chegar no zero para no final do estágio ser atribuído 2 pontos na média final).

REFERÊNCIAS:
Virginia Aoki et al. **EJA – Educação de Jovens e Adultos, 7º Ano**. São Paulo: Editora Moderna, 2013. p. 86 – 418.

APÊNDICE H – PLANO DE AULA 8

NÃO REALIZADO/TROCA DE TURMAS

TEMA:
Apresentação dos alunos da tarefa solicitada na aula anterior, "As respostas são dadas agora pelos alunos".

CARGA HORÁRIA:
1h (20h30 – 21h30)

OBJETIVOS:
Verificar a capacidade de apresentação do conteúdo, se o trabalho apresentado tem fundamento, se houve participação de um grupo, caso tenha sido feito dessa maneira. Aplicar exercícios dos capítulos 1 e 2 do livro.

METODOLOGIA:
Fazer a apreciação do que será apresentado e verificar se os alunos de fato aprenderam. Ao fim do trabalho, solicitar aos alunos os exercícios das páginas 89 e 94 a 95, Posições relativas de duas retas no plano e Ângulos, respectivamente.

AVALIAÇÃO:
Exercícios conforme solicitado no item "Metodologia"; Participação e apresentação dos alunos, conforme visto na aula anterior (com a pontuação negativa com o objetivo de chegar no zero para no final do estágio ser atribuído 2 pontos na média final).

REFERÊNCIAS:
Virginia Aoki et al. **EJA – Educação de Jovens e Adultos, 7º Ano.** São Paulo: Editora Moderna, 2013. p. 86 – 418.

ANEXO A – AUTORIZAÇÃO

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO ANNE FRANK

AVENIDA CAUDURO 238 – POA/RS – CEP 90035110

Fone, (51)33113864

A U T O R I Z A Ç Ã O

Eu, **Zuleiva Teresinha de Paula Gonçalves**, ID 2667240, vice-diretora da Escola Estadual de Ensino Médio Anne Frank, autorizo **LEANDRO CARLOS BLUM** a utilizar as informações obtidas na Escola quando da sua prática didática para seu TCC na área de Educação Matemática.

Porto Alegre, 19 de Novembro de 2018.

E. E. DE ENSINO MÉDIO
ANEE FRANK
Decreto 41.286 D.O. 18/12/2001

ANEXO B – PARECER DESCRITIVO

Parecer descritivo

A ideia de se trabalhar grafos em turmas do ensino médio, em especial em uma turma de EJA, é desafiadora. Primeiramente porque é uma área da matemática pouco trabalhada e explorada; além de transpor as dificuldades já comuns no ensino de jovens e adultos.

A metodologia utilizada pelo professor Leandro, uma aula mais despojada e prática, levou os alunos, em geral, a um interesse diferente pela disciplina como um todo, fugindo um pouco da rigidez e teoria normalmente presente nas aulas de matemática. Notei um interesse real por parte dos alunos nas atividades propostas, a parte teórica da aula foi bem recebida pelos alunos, que não encontraram muitas dificuldades nos conceitos apresentados. Apesar da falta de conhecimento prévio em conceitos básicos para o estudo de grafos (vértices, arestas e etc...), isso não foi um empecilho para o bom aproveitamento da aula. A parte pratica foi muito bem recebida, os alunos se remeteram as brincadeiras da infância ao trabalharem com a cama de gatos, e desenvolveram as atividades com real interesse. Apesar de muitos nunca terem tido contato com a brincadeira, a aceitação foi ampla, e o aprendizado e conexão entre a teórica e pratica foi bem feito.

Por fim, gostaria de salientar a incrível habilidade do professor Leandro em trabalhar com desenhos bem elaborados ao transformar uma atividade na teoria bem rígida em uma aula lúdica e interessante, não só para turmas de EJA mas para qualquer turma tanto do fundamental como médio. O interesse dos alunos foi bastante presente e serviu muito para fragmentar uma barreira pré conceituada de que a matemática gira em torno de números e formulas complicadas.

Att, Prof. Lucas Balthazar Leite

Professor regente

Escola Estadual Anne Frank