

Medindo Liquidez Através da Análise Fatorial de Séries Temporais

(Measuring Liquidity Through Time Series Factor Analysis)

Vinicius Girardi da Silveira *
Kelmara Mendes Vieira **
Marcelo Brutti Righi ***

Resumo

Este estudo tem por objetivo empregar a técnica de Análise Fatorial de Séries Temporais (TSFA) para medir a liquidez em mercados acionários. Com base neste modelo, foram utilizados dados diários da negociação de ações da BM&FBOVESPA de cinco diferentes *proxys* de liquidez a fim de exemplificar a construção fatorial. Como constatações, o estudo permitiu observar a possibilidade de se combinar diferentes *proxys* de liquidez para a formação de uma única medida. O fator Liquidez demonstrou possuir uma forte associação com as *proxys* utilizadas em sua construção. Além disso, apresenta vantagens como a possibilidade de replicação para novos dados e um comportamento estacionário.

Palavras-Chave: Mercado Acionário, Liquidez, Análise Fatorial de Séries Temporais.

JEL Codes: G1, G10, G12.

Submetido em 12 de maio de 2016. Reformulado em 27 de maio de 2018. Aceito em 27 de maio de 2018. Publicado online em 30 de junho de 2018. O artigo foi avaliado segundo o processo de duplo anonimato, além de ser avaliado pelo editor. Editor responsável: Márcio Laurini.

* Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, RS, Brasil. E-mail: vinicius.girardi@hotmail.com

** Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, RS, Brasil. E-mail: kelmara@terra.com.br

*** Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, Brasil. E-mail: marcelo.righi@ufrgs.br

Rev. Bras. Finanças (Online), Rio de Janeiro, Vol. 16, No. 1, March 2018, pp. 157–177
ISSN 1679-0731, ISSN online 1984-5146

©2018 Sociedade Brasileira de Finanças, under a Creative Commons Attribution 3.0 license - <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>

Abstract

This study aimed to employ the Times Series Factor Analysis (TSFA) to measure liquidity in stock markets. Based on this model, was used daily data of stocks traded on BM&FBOVESPA of five liquidity proxies for exemplifying the factorial construction. How findings, the study allow us to observe the possibility of combining different liquidity proxies to create a single liquidity measure. The liquidity factor has demonstrated a strong association with the proxies used in their construction. In addition, it has advantages such as the possibility of replication for new datas and a stationary behavior.

Keywords: Stock Market; Liquidity; Times Series Factor Analysis.

1. Introdução

Quando um investidor negocia em bolsa de valores, este, na maioria das vezes, mantém em sua posse um portfólio diversificado de ações, o que minimiza seu risco e, em termos gerais, reduz sua perda contra possíveis baixas no preço de uma ação específica. Porém, este não é o único desafio enfrentado por gestores de investimento. Quando em uma negociação, os investidores podem se deparar com a necessidade de transformar seus ativos em dinheiro em um curto período de tempo, e caso não obtenham sucesso, estes serão obrigados a vender suas ações a um preço inferior ao de mercado, incorrendo em perdas de capital. A este fenômeno dá-se o nome de risco de liquidez.

Como observado por Sadka (2011), após a crise de 2008, a literatura econômico-financeira tem mostrado um interesse crescente na realização de pesquisas relacionadas à liquidez. Com o passar da crise, gestores e governos estão mais atentos aos problemas que a falta de liquidez pode ocasionar e do risco de contágio desses choques no sistema financeiro. Desse modo, a análise da liquidez dos ativos se apresenta como um atributo crucial para a tomada de decisões de investimento, sendo uma característica diretamente relacionada ao seu risco. Apesar da sua importância, a liquidez ainda apresenta uma grande lacuna no que diz respeito ao seu conceito e mensuração e a fim de sanar este problema a literatura especializada vem empregando diferentes *proxys* para medi-la (ver Sarr e Lybek (2002), Wyss (2004), Gabrielsen, Marzo e Zagaglia (2011)).

Com base na multiplicidade do conceito de liquidez, Liu (2006), desenvolve uma definição que engloba múltiplas dimensões. Considera

que um ativo é líquido se ele puder ser negociado rapidamente em grandes quantidades, a um baixo custo e com pouco impacto em seu preço. Além da definição de um ativo líquido, existem as definições de um mercado líquido. Black (1971), descreve um mercado líquido como sendo aquele que apresenta as seguintes condições: 1) sempre há preços de compra e venda para o investidor que deseja comprar ou vender uma pequena quantidade de ações imediatamente; 2) a diferença entre os preços de compra e venda (*spread*) é sempre pequena; 3) um investidor que deseja comprar ou vender uma grande quantidade de ações, na ausência de informações especiais, poderá esperar para negociar por um longo período de tempo num preço não muito diferente, em média, do preço de mercado corrente; 4) um investidor pode comprar ou vender uma grande quantidade de ações imediatamente, mas com um prêmio ou desconto que depende do tamanho do negócio.

Kyle (1985), ainda afirma que o conceito de um mercado líquido é escorregadio e ilusório, já que engloba diversas propriedades transacionais dos mercados, como “*tightness*” (custo de mudar uma posição em um curto período de tempo), “*depth*” (tamanho de uma ordem capaz de mudar o preço das ações) e “*resiliency*” (velocidade com que os preços se recuperam após um choque inesperado). Sarr e Lybek (2002) complementam essa definição englobando “*immediacy*” (velocidade com que uma ordem pode ser executada) e “*breadth*” (movimentação de uma grande quantidade de títulos ou um grande volume a um mínimo impacto no preço) como características de um mercado líquido.

No que diz respeito às medidas de liquidez, Sarr e Lybek (2002), as classificam em quatro categorias: 1) medidas de custo de transação que capturam os custos de negociação de ativos financeiros; 2) medidas baseadas no volume que distinguem mercados líquidos pelo volume de transações em comparação com a variabilidade dos preços, principalmente para medir a amplitude (*breadth*) e profundidade (*depth*); 3) as medidas baseadas em equilíbrio de preço que tentam capturar movimentos ordenados em direção a preços de equilíbrio para medir principalmente a resiliência (*resiliency*); e 4) as medidas de impacto no mercado que tentam diferenciar entre os movimentos de preços, devido ao grau de liquidez de outros fatores, tais como condições gerais do mercado ou da chegada de novas informações para medir ambos os elementos de resiliência (*resiliency*) e velocidade de descoberta de preço.

Algumas *proxys* estão relacionadas à atividade de negociação e se referem à quantidade de negócios, de ações e ao volume financeiro negociado. O *turnover*, razão entre a quantidade de ações negociadas e a quantidade de ações emitidas, é uma medida relacionada à atividade de

negociação. Já outras como o *bid-ask spread*, diferença entre o preço máximo que um comprador está disposto a pagar por um determinado ativo e o preço mínimo que um investidor está disposto a vender, dizem respeito ao custo de negociação. Portanto, tem-se um grande número de *proxys* que quantificam diferentes acontecimentos no mercado financeiro e que ao mesmo tempo se propõem a medir uma mesma característica (a liquidez). A ausência de uma medida consolidada e que seja capaz de abarcar todas as dimensões de liquidez dificulta a tomada de decisões dos investidores.

É quanto a este dilema financeiro que este artigo busca propor uma alternativa, sugerindo combinar a variância comum existente entre *proxys* de liquidez ao longo do tempo. O método para a realização deste procedimento é a Análise Fatorial de séries temporais (TSFA), proposta por Gilbert e Meijer (2005). Este método fornece uma maneira de estimar variáveis latentes não observadas, ou no caso, um fator de liquidez.

A ideia de combinar *proxys* de liquidez não é nova, no entanto a TSFA possui importantes vantagens em relação às técnicas já utilizadas. As técnicas concorrentes diretas da TSFA são a Análise Fatorial Dinâmica e a análise fatorial tradicional. Hallin et al. (2011), emprega a Análise Fatorial Dinâmica para combinar *proxys* de liquidez ao longo do tempo. Contudo, como afirmam Gilbert e Meijer (2005), TSFA possui este nome para distinguir esta técnica da análise fatorial dinâmica. Como descrito pelos autores, esta possui a desvantagem de que um modelo independente deve ser especificado para os fatores. Consequentemente, os parâmetros estimados e fatores resultantes dependem da modelagem dinâmica utilizada. Com tal procedimento se tornando frequentemente indesejável, uma vez que as diferenças entre os modelos econômicos podem ser exageradas ou obscuras devido a diferentes resultados obtidos pelos fatores. Assim sendo, a TSFA trata a construção do fator simplesmente como um problema de mensuração. Desse modo, um modelo dinâmico dos fatores não é assumido, o que permite a possibilidade de que diversos modelos econômicos possam utilizar a mesma construção fatorial, de modo que os resultados obtidos dependem unicamente dos dados utilizados.

A aplicação da análise fatorial tradicional pode ser observada em Chacko, Das e Fan (2016). A principal desvantagem deste procedimento é que ele não trabalha diretamente com séries temporais, já que assume que suas observações são independentes e identicamente distribuídas. Neste sentido, séries econômico-financeiras, as quais, em geral, são serialmente dependentes não satisfazem as premissas básicas do modelo.

Uma das vantagens para este procedimento é uma possível resolução do dilema da escolha de proxy de liquidez. Um investidor que se

depara com esta situação teria agora um fator para representar a liquidez ao invés de varias *proxys* distintas. Além disso, outro elemento de destaque é a facilitação de se estudar liquidez estatisticamente. Ao se utilizar em modelos de regressão, por exemplo, duas ou mais medidas de liquidez a fim de explicar um dado fenômeno, este pode se mostrar espúrio devido a problemas de colinearidade entre as variáveis explicativas. A TSFA ao mesmo tempo em que permite a redução do número de variáveis empregues, também elimina problemas de colinearidade nas estimações. Desse modo, a construção de um fator permite simplificar a compreensão dos investidores quanto a real situação da liquidez de uma ação, ao mesmo tempo em que facilita a consideração da liquidez em modelos estatísticos utilizados por gestores de investimento ou pesquisadores.

2. Análise Fatorial de Séries Temporais

Essa subseção apresenta os procedimentos metodológicos empregados para a construção de um fator de liquidez, que foi calculado através do procedimento de análise fatorial de séries temporais (TSFA), como introduzido por Gilbert e Meijer (2005). A TSFA fornece um método para estimar variáveis econômicas latentes não observadas, os fatores. Desse modo, sendo uma extensão da análise fatorial tradicional ao trabalhar com séries de tempo ao invés de dados de corte.

Como já mencionado, o nome análise fatorial de séries temporais é usado para distinguir esta técnica da análise fatorial dinâmica. A qual possui a desvantagem de que um modelo independente deve ser especificado para os fatores. Consequentemente, os parâmetros estimados e fatores resultantes dependem da modelagem dinâmica utilizada. Com tal procedimento se tornando frequentemente indesejável, uma vez que as diferenças entre os modelos econômicos podem ser exageradas ou obscuras devido a diferentes resultados obtidos pelos fatores. Assim sendo, a TSFA trata a construção do fator simplesmente como um problema de mensuração. Desse modo, o modelo dinâmico dos fatores não é assumido, o que permite a possibilidade de que diversos modelos econômicos possam utilizar a mesma construção fatorial (GILBERT E MEIJER, 2005; 2006). Um modelo genérico de análise fatorial para séries temporais conforme especificado por Gilbert e Meijer (2005; 2006) é apresentado em (1).

$$y_t = \alpha + B\xi_{it} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Em um (1), os k processos de interesse não observados (os fatores) para uma amostra de T períodos são indicados por ξ_{it} , $t = 1, \dots, T$, $i = 1, \dots, k$. Os M processos observados (os indicadores) são denotados por y_{it} , $t = 1, \dots, T$, $i = 1, \dots, M$. Os fatores e indicadores para o período t são representados pelos vetores ξ_t e y_t , respectivamente. Desse modo, assume-se que exista um modelo de mensuração relacionando os indicadores aos fatores, sendo α o intercepto do modelo, B a matriz paramétrica $M \times k$ das cargas fatoriais, e ε_t o vetor aleatório dos erros de mensuração, o resíduo do modelo.

Séries temporais são geralmente integradas em nível e estacionárias em primeira diferença. Nesse contexto, a fim de evitar problemas de não-estacionariedade, além de padronizar a análise, será trabalhado com as primeiras diferenças dos logaritmos das medidas utilizadas, gerando, assim, séries de retornos das variáveis, o que segundo Tsay (2010), é a prática comum para obtenção de séries financeiras estacionárias. Esta transformação se deu conforme a formulação (2).

$$\Delta \ln X_t = \ln X_t - \ln X_{t-1} \quad (2)$$

Em (2), $\Delta \ln X_t$ é o logaritmo natural da diferença da variável em t e $t-1$. Conforme Gilbert e Meijer (2005), o modelo fatorial genérico apresentado em (1) pode ser obtido tanto com variáveis diferenciadas como com as séries originais, mantendo o mesmo parâmetro B . Desse modo, o modelo com as variáveis em primeira diferença é obtido com a mesma matriz de cargas fatoriais. Gilbert e Meijer (2005) apresentam este procedimento como em (3) e (4).

$$y_t - y_{t-1} = (\alpha - \alpha_{t-1}) + B(\xi_t - \xi_{t-1}) + (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}) \quad (3)$$

ou

$$Dy_t = \tau_t + BD\xi_t + D\varepsilon_t \quad (4)$$

Em (4), Dy_t é a diferença do indicador y em t e $t-1$; $D\xi_t$ a diferença do fator ξ em t e $t-1$; τ_t um termo constante; B um parâmetro idêntico ao da equação (1) que indica as cargas fatoriais; e $D\varepsilon_t$ é o resíduo do modelo. No que segue, são apresentados os pressupostos assumidos pelo modelo para obtenção de estimadores consistentes:

1. $\sum_{t=1}^T D\xi_t/T \xrightarrow{p} k$, a média do fator, existe e é finita
2. $\sum_{t=1}^T D\varepsilon_t/T = 0$, a esperança do resíduo é igual à zero
3. $\sum_{t=1}^T (D\xi_t - k)(D\xi_t - k)' / T \xrightarrow{p} \Phi$, a covariância do fator, existe, é finita e definida positiva
4. $\sum_{t=1}^T D\varepsilon_t D\varepsilon_t' / T \xrightarrow{p} \Omega$, a covariância do resíduo, existe, é finita e definida positiva
5. $\sum_{t=1}^T (D\xi_t - k)D\varepsilon_t' / T = 0$, a covariância do resíduo com o fator é zero

Não há suposições explícitas sobre a autocorrelação dos dados diferenciados, o que permite a existência de dependência serial nas variáveis. Já a presença de raiz unitária viola os pressupostos do modelo, porém as séries podem ser diferenciadas até a sua eliminação para que os pressupostos voltem a ser aplicados. As médias e variâncias, por sua vez, são delimitadas apenas para se obter um limite de probabilidade, não havendo a necessidade de serem constantes ao longo do tempo.

A média amostral e covariância das séries diferenciadas Dy_t é denotado por \overline{Dy} e S_{Dy} , respectivamente. Isto é:

$$\overline{Dy} \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Dy_t$$

$$S_{Dy} \equiv \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Dy_t - \overline{Dy})(Dy_t - \overline{Dy})'$$

A partir dos pressupostos anteriores, segue-se que

$$\overline{Dy} \xrightarrow{p} \mu \equiv \tau + B_k \quad (5)$$

e

$$S_{Dy} \xrightarrow{p} \Sigma \equiv B\Phi B' + \Omega \quad (6)$$

Dado os estimadores \hat{B} , $\hat{\Phi}$ e $\hat{\Omega}$, os estimadores para τ e/ou k podem ser obtidos de (5). O número de médias amostrais nesta equação é menor do que o número de parâmetros e, portanto, algumas limitações devem ser impostas. Em uma análise fatorial tradicional, os interceptos são

parâmetros livres, de modo que as médias dos fatores podem ser arbitrariamente restringidas à zero, com a restrição $k = 0$ e o estimador $\hat{\tau} = \overline{Dy}$. Quando $\tau = 0$ e k é diferente de zero, um estimador consistente para k é o estimador de mínimos quadrados generalizados:

$$\hat{k} = (\hat{B}'\hat{\Omega}^{-1}\hat{B})^{-1}\hat{B}'\hat{\Omega}^{-1}\overline{Dy}$$

No caso específico, é utilizado o estimador de máxima verossimilhança encontrado pela minimização de (7):

$$L \equiv \log \det \Sigma + \text{tr}(\Sigma^{-1}S_{Dy}) \quad (7)$$

Em (7), Σ é uma função dos parâmetros como em (6). Com os estimadores consistentes não sendo totalmente de máxima verossimilhança, mas de quase máxima verossimilhança no sentido de White (1982). Mais informações sobre a construção do modelo e sobre o procedimento de estimação podem ser vistos em Gilbert e Meijer (2005; 2006).

Após a estimação da TSFA são obtidas as respectivas cargas fatoriais para cada uma das variáveis utilizadas na estimação. A partir disso, foram calculadas as cargas fatoriais padronizadas. O procedimento realizado para obtenção desses valores padronizados consistiu em somar as cargas obtidas e posteriormente dividir cada carga pelo valor total da soma. Desse modo, criando-se uma combinação convexa, de modo que a soma de todos os pesos padronizados seja 1. Com a obtenção dos pesos padronizados o fator Liquidez foi obtido a partir da equação (8).

$$\text{Liquidez}_t = \rho_1 L_{1,t} + \rho_2 L_{2,t} + \dots + \rho_k L_{k,t}, \quad \text{onde } \rho_k = \frac{|B_k|}{\sum |B_i|}, B_i \in B \quad (8)$$

Em (8), ρ_k é o carga fatorial padronizada para a *proxy* de liquidez k e L_k é *proxy* de liquidez k no período t . A padronização das cargas permite que fator Liquidez mantenha a mesma escala das variáveis empregadas em sua construção.

3 Ilustração Para o Mercado Brasileiro

3.1 Amostra e variáveis empregadas

Os dados utilizados para a realização do estudo são provenientes da negociação de ações da BM&FBOVESPA, focando o estudo no mercado acionário brasileiro. Desse modo, para a constituição da amostra foram consideradas as empresas registradas como sociedades anônimas de capital aberto, com ações negociadas na BM&FBOVESPA no período compreendido entre 02 janeiro de 2002 até 02 de fevereiro de 2016. Para o período compreendido na amostra foram coletados dados diários, ajustados por proventos, em reais, visando à formação das medidas utilizadas nos modelos testados na pesquisa. Não fazem parte da análise aquelas ações que não apresentaram nenhuma negociação durante o período analisado. Assim, a amostra é composta por um painel de dados desequilibrado que perfaz 912 ações em 3488 períodos.

A escolha destas ações para a ilustração deve-se a disponibilidade de dados, além de integrarem um expressivo mercado emergente. Além disso, o estudo da liquidez em mercados emergentes, como o brasileiro, é relevante devido ao grande número de ativos que apresentam problemas de liquidez. O que se deve a maior parte das negociações se concentrarem nas ações que compõem o Índice Bovespa (61 ações em abril de 2016). Devido também a concentração das transações, optou-se pelo uso das informações de todas as ações disponíveis ao invés de um índice representativo do mercado.

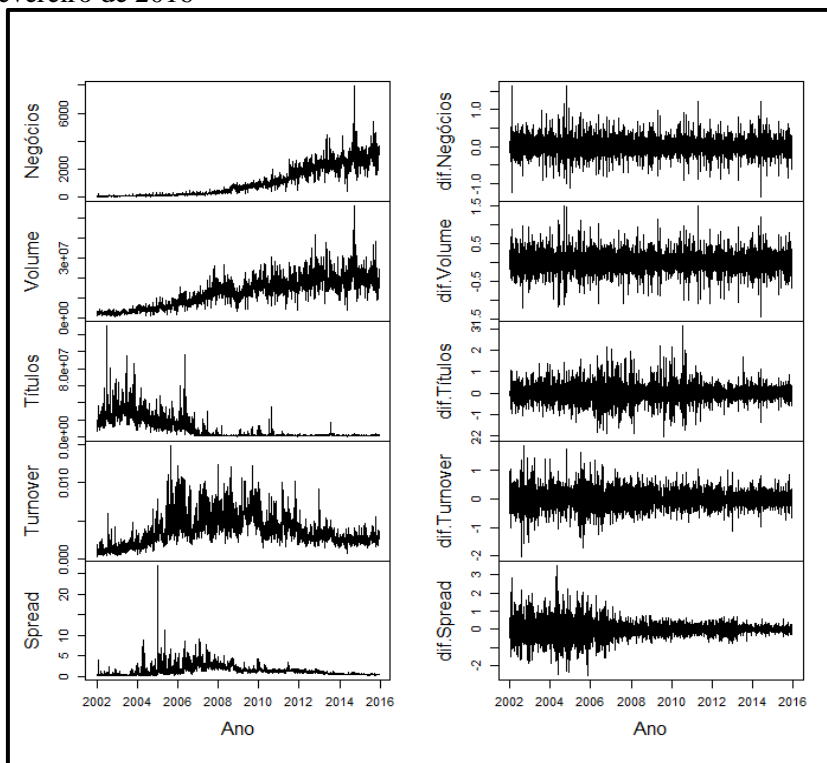
Dado a amostra utilizada, as variáveis foram escolhidas de acordo com os seguintes critérios: 1) disponibilidade de dados; 2) facilidade de acesso e construção por parte dos investidores; e 3) e frequência de uso pela literatura. Desse modo, optou-se por empregar na construção fatorial cinco *proxys* de liquidez. A primeira, o *Bid-Ask Spread* relaciona-se a iliquidez causada pelo custo de se negociar um ativo. Desse modo, quanto maior for a diferença entre o preço máximo que um comprador está disposto a pagar por um determinado ativo e o preço mínimo que um vendedor está disposto a vendê-lo, maior será o *Bid-Ask Spread* e, consequentemente, sua iliquidez.

As demais variáveis são: Negócios, Volume, Títulos e *Turnover*. Negócios, expressa o número de negócios realizado por uma empresa em determinado dia; Volume, a quantidade de dinheiro em reais que a negociação de determinada ação movimentou em um dia; Títulos, o número de ações que foram negociadas em todos os negócios realizados

em um dia; *Turnover*, a quantidade de ações negociadas em um dia em relação a quantidade de ações que um determinada empresa disponibilizou para negociação. Todas estas quatro medidas captam características distintas do mercado e ao mesmo tempo, associadas em termos de liquidez, representando as dimensões de quantidade, capacidade de movimentação financeira e a intensidade com que ativos são negociados, de modo que um aumento em qualquer uma dessas variáveis indica uma elevação na liquidez das ações.

Desse modo, com o intuito de evidenciar a evolução das séries estudadas, são apresentados gráficos das variáveis em nível e em primeira diferença de log-retornos. A Figura 1 expõe o comportamento temporal destas variáveis.

Figura 1 – Evolução temporal da média do número de negócios, do volume negociado, do número de títulos, do *turnover* e do *bid-ask spread* e seus respectivos log-retornos para o período de janeiro de 2002 a fevereiro de 2016



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao se observar o comportamento das séries, percebe-se que o *spread* das ações demonstrou certa volatilidade durante os primeiros anos, porém se estabilizou em meados de 2009 e apresentou valores reduzidos até o fim da amostra. Tal fenômeno, somado ao crescente aumento do número de negócios e do volume negociado a partir de 2005, sugere uma maior consolidação do mercado brasileiro, uma vez que a negociação das ações aumentou ao mesmo tempo em que a diferença média do preço de compra e venda das ações se reduziu.

Já o *turnover* expõe a relação entre a quantidade de ações negociadas em determinado mês e o número de ações em circulação no período e permite observar a intensidade com que as ações são transacionadas. Do mesmo modo que para o número de negócios e o volume, este exibiu um aumento após 2005 e posteriormente se estabilizou em meados de 2012. O número de títulos, por sua vez, também apresentou forte oscilação no início da amostra, contudo não mostrou grandes mudanças de comportamento após 2006.

Na segunda parte da Figura 1 é exposta a evolução temporal das variáveis em log-retorno, tais como utilizadas na estimação do modelo. De um modo geral, todas possuem um comportamento típico de séries estacionárias, o que é esperado, uma vez que a transformação em log-retorno é o procedimento padrão empregado na literatura para obtenção de séries financeiras estacionárias, o que permite, além de evitar problemas de inferência estatística, padronizar os resultados obtidos.

Dando continuidade a análise, são apresentadas na Tabela 1 as estatísticas descritivas das séries em nível. Quanto às empresas individuais, o maior volume negociado foi obtido pela Bovespa Holding, quando da abertura do seu capital em outubro de 2007. Já o maior número de negócios foi realizado pela ação preferencial da Petrobras em outubro de 2014. De um modo geral, como pode ser observado, as medidas de liquidez utilizadas obtiveram médias e desvios padrões de diferentes magnitudes, uma vez que captam características distintas do mercado e não possuem um comportamento padronizado como o das variáveis em log-retorno. Além disso, constatou-se um comportamento positivamente assimétrico, havendo uma maior frequência de observações à esquerda da média. Ademais, com exceção do número de negócios e do volume que demonstraram uma curtose próxima da normalidade, as demais *proxys* se mostraram leptocúrticas com a frequência mais concentrada, como pode ser visto no *spread* e no número de títulos.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas das variáveis em nível

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose
Negócios	1034	1044.1108	32	7964	0.9963	0.2847
Volume	12496070	7151175	687577	55988270	0.3165	-0.1673
Títulos	8845703	12318120	231895	131148300	2.1851	7.3667
Turnover	0.0037	0.0019	0.0004	0.0149	1.0258	1.2722
Spread	1.4194	1.2259	0.1262	27.0566	4.6213	63.8336

Fonte: Elaborado pelo autor.

No que segue, são expostas na Tabela 2 as estatísticas descritivas das séries em log-retornos. Os resultados evidenciaram que as séries apresentam médias próximas a zero e desvios padrões similares, o que se deve a padronização em log-retorno. Os pontos de mínimo e máximo, em geral, apresentam valores com grande dispersão entre si, e que não se refletem inteiramente em seus desvios padrões, indicando a presença de fortes variações na série. A assimetria e curtose, por sua vez, exibiram um padrão semelhante ao já observado nas variáveis em nível, com um comportamento positivamente assimétrico e leptocúrtico.

Tabela 2 - Estatísticas descritivas das variáveis log-retorno

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Assimetria	Curtose
Negócios	0.0011	0.2347	-1.3640	1.6479	0.2904	4.2285
Volume	0.0006	0.2659	-1.4442	1.5063	0.1418	2.9931
Títulos	-0.0007	0.4247	-2.0344	3.1705	0.3873	3.8389
Turnover	0.0004	0.3256	-2.0081	1.8609	0.0972	2.7647
Spread	0.0002	0.4714	-2.5787	3.5386	0.2545	5.1638

Fonte: Elaborado pelo autor.

Visando apresentar o relacionamento entre as variáveis estudadas, foi exposta a matriz de correlação das variáveis em log-retornos, tais como utilizadas nas estimações. Na Tabela 2 é apresentada a matriz de correlação das variáveis.

Tabela 2 - Matriz de correlação das variáveis em log-retorno empregadas nas estimações

Variáveis	Negócios	Volume	Títulos	Turnover	Spread
Negócios	1,0000	0.8636	0.5075	0.4524	0.1404
Volume		1,0000	0.5209	0.5246	0.1340
Títulos			1,0000	0.3882	0.0948
Turnover				1,0000	0.1062
Spread					1,0000

*Todas as correlações se mostraram estatisticamente significativas ao nível de 5%.

Fonte: Elaborado pelo autor.

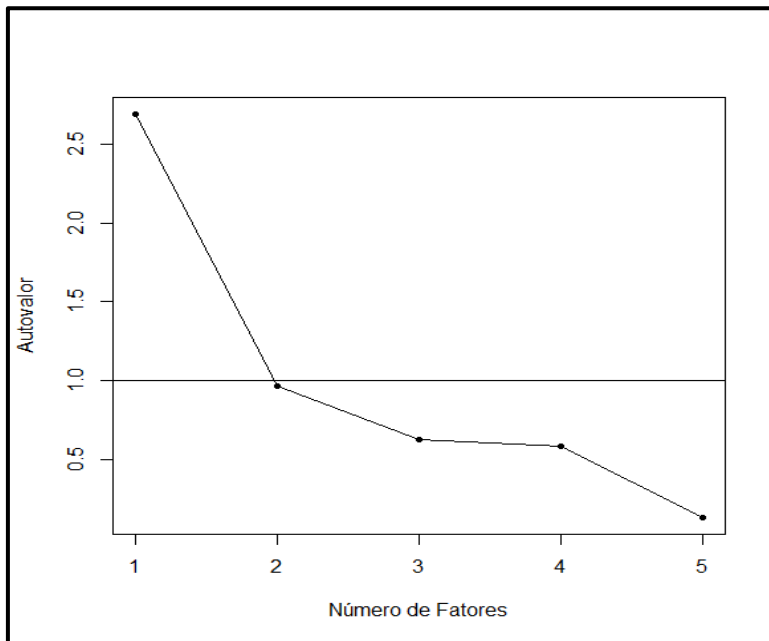
Os resultados indicam, de um modo geral, uma elevada associação entre as medidas de liquidez escolhidas para a construção fatorial. A correlação entre as variáveis variou positivamente de 0.09 a 0.86. A menor associação encontrada foi 0.09 entre o *spread* e o número de títulos negociados, já a maior se deu entre o volume e o número de negócios. Em síntese, os resultados da matriz de correlação se mostram propícios a uma construção fatorial, já que as variáveis analisadas apresentam um forte relacionamento entre si. E mesmo a variável *spread* obtendo uma baixa associação com a demais, optou-se por mantê-la na construção fatorial, já que é uma *proxy* comumente empregada pela literatura.

Ademais, todas as estimações propostas serão realizadas através do software livre R com o auxílio do pacote *Time Series Factor Analysis* (TSFA), criado e apresentado por Gilbert e Meijer (2006). A partir do procedimento acima descrito, pretende-se empregar a TSFA para o mercado acionário brasileiro como um todo. Os valores da liquidez para o mercado serão obtidos pelas médias de todas as ações negociadas em dado período, formando, assim, séries temporais.

3.2 Fator Considerando o Spread

A primeira etapa para a construção fatorial consiste na obtenção dos autovalores, os quais são apresentados na Figura 2. Os autovalores da matriz de correlação dos dados dão uma ideia aproximada do número de fatores a considerar. Esses valores são: 2.69; 0.96; 0.62; 0.58; e 0.13, sendo expostos na Figura 2. Como regra convencional, tem-se que o número de fatores deve ser igual ao número de valores maiores que 1,0. Como observado no gráfico, a obtenção de apenas um autovalor superior a 1,0 é consistente com a hipótese de que apenas um fator é capaz de representar a liquidez acionária de forma adequada.

Figura 2 – Scree Plot dos autovalores estimados



Fonte: Elaborado pelo autor.

No que segue, apresenta-se a Tabela 3 com as cargas fatoriais, as cargas fatoriais padronizadas e a correlação entre o fator gerado e as medidas de liquidez. As cargas fatoriais indicam os pesos obtidos pela TSFA, os quais representam a participação de cada variável na construção fatorial. A partir da obtenção dos pesos foram calculadas as cargas fatoriais padronizadas.

Tabela 3 – Cargas fatoriais, cargas fatoriais padronizadas e correlação entre o fator e as medidas de liquidez

Variável	Cargas Fatoriais	Cargas Fatoriais Padronizadas	Correlação (Fator)
Fator	-	-	1.0000
Negócios	0.3422	0.2198	0.8253
Volume	0.4198	0.2696	0.8595
Títulos	0.3882	0.2494	0.8115
Turnover	0.2880	0.1850	0.6870
Spread	0.1183	0.0760	0.2858

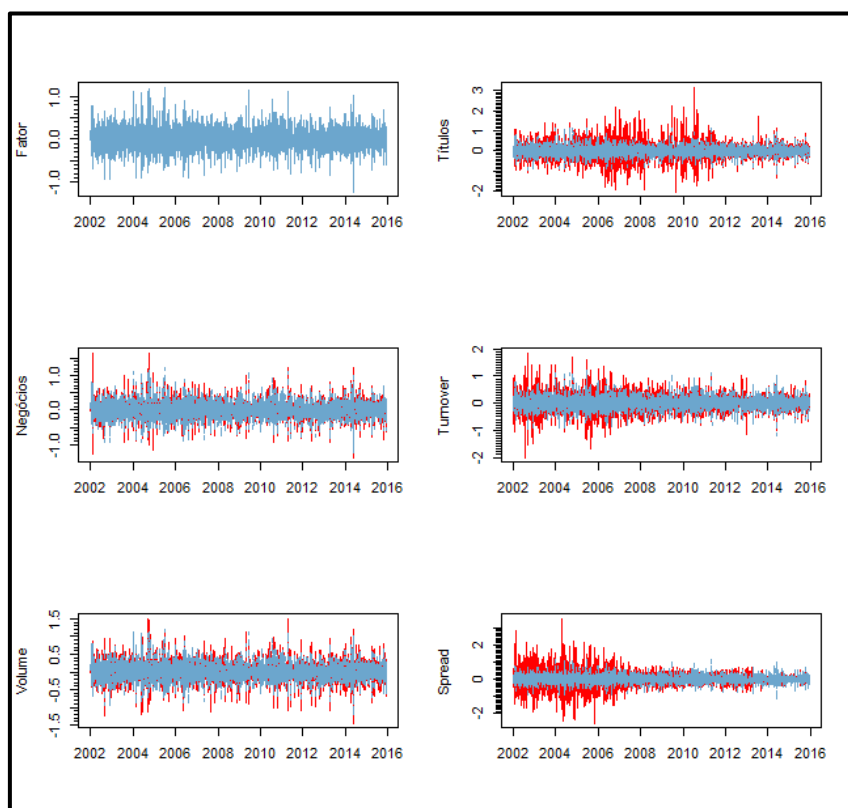
*Todas as correlações se mostraram estatisticamente significativas ao nível de 5%.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 3, as cargas fatoriais padronizadas variaram entre 0,07 e 0,26. O número de negócios, volume, número de títulos e *turnover* obtiveram uma participação similar na formação do fator, dado um valor máximo de 1,0 para as cargas padronizadas. Sendo o volume negociado a variável que mais contribuiu. O *spread*, por sua vez, apresentou a menor participação na formação do fator, a qual foi de 0,07. A baixa participação do *spread* na construção fatorial confirma a reduzida associação encontrada anteriormente na matriz de correlação e é um indicativo de que a *proxy* possa não ser adequada para a combinação com as demais medidas utilizadas, e que deva ser desconsiderada em mensurações futuras.

Ainda na Tabela 3, tem-se a matriz de correlação entre o fator estimado e as *proxys* utilizadas na sua formação, a qual visa ilustrar a capacidade do fator em substituir estas medidas em possíveis modelos econométricos. A correlação variou entre 0,28 e 0,85. Da mesma forma que para as cargas padronizadas, o volume apresentou a maior correlação com o fator e o *spread* o menor relacionamento. Os valores elevados da correlação entre o fator e as medidas individuais destaca a capacidade, em termos de variância, de o fator gerado representar as medidas individuais. Além disso, para ilustrar esse relacionamento é exposta a Figura 3, contendo o fator e a evolução deste, individualmente, com cada medida de liquidez.

Figura 3 – Evolução temporal do fator estimado e do relacionamento do fator com as medidas de liquidez



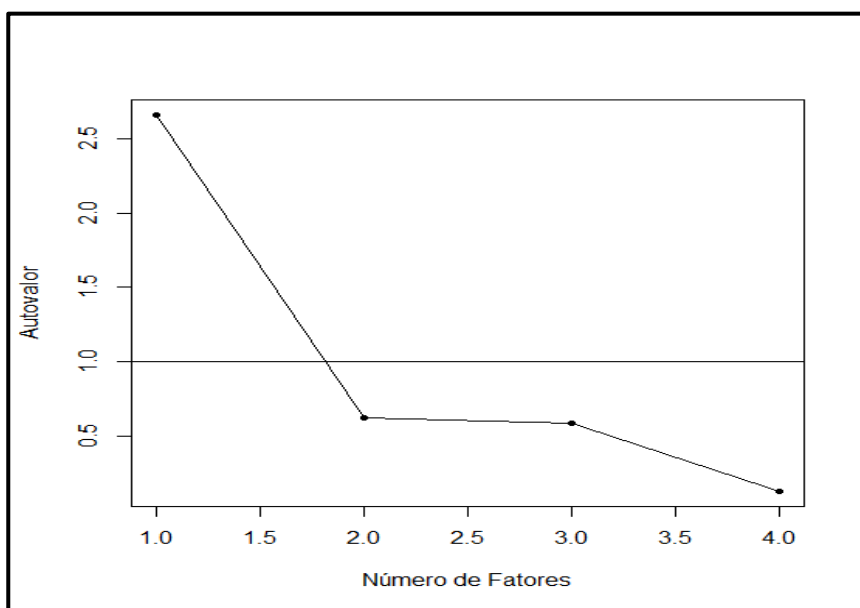
Fonte: Elaborado pelo autor.

No que diz respeito a Figura 3, está apresentada o fator no primeiro gráfico. Os demais, por sua vez, demonstram a evolução de cada medida de liquidez (em vermelho) com o fator (em azul). De um modo geral, o fator gerado evolui de forma similar com as demais medidas. Além disso, apresenta um comportamento típico de séries estacionárias, o que permite seu emprego em modelos econométricos que exigem esse pressuposto. Outro ponto de destaque é a visível redução da variância apresentada pelo fator em relação a algumas variáveis. Tal fato se deve ao fator representar a liquidez levando em conta todas as medidas utilizadas, de modo que o comportamento do fator Liquidez não será tão afetado se apenas uma *proxy* apresentar uma variância atípica em dado momento.

3.3 Fator Sem o Spread

Nesta etapa é apresentada a construção fatorial sem utilizar o *spread*, o qual apresentou a menor associação com as demais variáveis. Do mesmo modo que anteriormente, foram obtidos os autovalores da matriz de correlação dos dados. . Esses valores são: 2.65; 0.62; 0.58; e 0.13, sendo expostos na Figura 4. Como observado no gráfico, os valores obtidos confirmam o resultado anteriormente encontrado na Figura 2 e reiteram que apenas um fator é capaz de representar a liquidez.

Figura 3 – Scree Plot dos autovalores estimados para o fator sem o *spread*



Fonte: Elaborado pelo autor.

No próximo passo, apresentam-se na Tabela 4 as cargas fatoriais, as cargas fatoriais padronizadas e a correlação com o fator sem o *spread*. O Fator 2 é o fator estimado desconsiderando o *spread* e Fator 1 refere-se ao fator anteriormente estimado. Na Tabela 4, as cargas fatoriais padronizadas variaram entre 0,20 e 0,29. Como anteriormente, o número de negócios, volume, número de títulos e *turnover* obtiveram uma participação similar na formação do fator, apresentado valores levemente

maiores devido a falta do *spread*. Sendo novamente o volume negociado a variável que mais contribuiu e o *turnover* a que obteve menor participação.

Tabela 4 – Cargas fatoriais, cargas fatoriais padronizadas e correlação entre o fator e as medidas de liquidez

Variável	Cargas Fatoriais	Cargas Fatoriais Padronizadas	Correlação (Fator)
Fator 2	-	-	1.0000
Negócios	0.3417	0.2376	0.8311
Volume	0.4205	0.2924	0.8676
Títulos	0.3876	0.2696	0.8235
Turnover	0.2878	0.2002	0.6934
Fator 1	-	-	0.9891

*Todas as correlações se mostraram estatisticamente significativas ao nível de 5%.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ainda na Tabela 4, tem-se matriz de correlação entre o novo fator estimado e as *proxys* utilizadas na sua formação, bem como dos fatores com e sem o *spread*. A correlação entre o novo fator e as variáveis utilizadas na sua construção variou entre 0,69 e 0,86. Tendo o volume apresentado a maior correlação com o fator e o *turnover* o menor relacionamento. Ao se comparar com as correlações obtidas na Tabela 3 percebe-se uma leve elevação nos valores obtidos. Já a associação entre os dois fatores estimados foi de 0,98, sugerindo que, na prática, não houve mudanças significativas ao se remover *spread* da construção fatorial.

Quando comparado a estudos semelhantes, Chollete, Næs e Skjeltorp (2006), buscaram combinar variáveis de liquidez através de análise fatorial tradicional. Contudo, o procedimento fatorial utilizado não é adequado para séries temporais e acabou por sugerir o emprego de três fatores para representar a liquidez, o que acaba por prejudicar a redução de dimensões almejada.

Hallin et al. (2011), comenta que as diferenças de resultados em estudos que busquem combinar medidas de liquidez podem se dar pelas seguintes razões: 1) diferentes bases de dados; 2) diferentes frequências dos dados; 3) medidas de liquidez distintas; e 4) métodos alternativos para extrair a comunalidade na liquidez. Apesar destas limitações, acredita-se que a TSFA é um método propício para este procedimento, devido a sua adequação para o tratamento de séries temporais e a sua simplicidade de análise, a qual se assemelha a análise fatorial tradicional.

5. Conclusões

Este estudo teve o objetivo de sugerir o emprego de uma metodologia alternativa para mensuração da liquidez em mercados acionários, a Análise Fatorial de Séries Temporais (TSFA). Com base neste modelo, foram utilizados dados da negociação de ações da BM&FBOVESPA e cinco diferentes *proxys* de liquidez a fim de exemplificar a construção fatorial. Como constatações, o estudo permitiu observar a possibilidade de se combinar diferentes *proxys* de liquidez para a formação de uma única medida. O fator Liquidez demonstrou possuir uma forte associação com as *proxys* utilizadas em sua construção, o que torna plausível a sua aplicação em modelos econométricos que estudem liquidez, além de não se constatar alterações significativas no resultado obtido ao se remover o spread da construção fatorial.

Como vantagens, este procedimento permite eliminar problemas de colinearidade em estimações estatísticas e possibilita que análises de investimento utilizem uma única variável para mensurar a liquidez ao invés de várias simultaneamente. Além disso, o fator gerado possui um comportamento típico de séries estacionárias, o que permite seu emprego em análises de investimento que utilizam séries temporais, já que este é um pressuposto comum para esse tipo de modelagem. Outro ponto de destaque é a capacidade da construção fatorial ser replicada para novos dados, já que não é assumido um modelo dinâmico para os fatores, o qual é tratado simplesmente como um problema de mensuração, de modo que os resultados obtidos dependem unicamente dos dados utilizados.

Além disso, o fator Liquidez apresentou uma visível redução da variância quando comparado com as *proxys* individuais. Tal fato se deve ao fator representar a liquidez levando em conta todas as medidas utilizadas, de modo que o comportamento da liquidez não é tão afetado se apenas uma *proxy* apresentar variância atípica em dado momento. Cabe também destacar, que de uma perspectiva financeira, a utilização de um fator pode se mostrar vantajosa para a definição de estratégias de hedge e a formação de portfólios com restrições de liquidez mais precisas, além da sua consideração em modelos de precificação de ativos que utilizem a liquidez.

Referências

- Black, F. (1971). Toward a fully automated stock exchange, part I. *Financial Analysts Journal*, 27(4): 28-35.
- Chacko, G, Das, S. e Fan, R. (2016). An Index-Based Measure of Liquidity, *Journal of Banking & Finance*, 62: 162-178.
- Chollete, L., Næs, R. e Skjeltop, J. (2006). A. Pricing Implications of Shared Variance in Liquidity Measures. SSRn Working Paper.
- Gabrielsen, A., Marzo, M. e Zagaglia, P. (2011). Measuring Market Liquidity: An Introductory Survey. arXiv:1112.6169.
- Gilbert, P. D. e Meijer, E. (2005). Time Series Factor Analysis with an Application to Measuring Money, Research Report 05F10, University of Groningen, SOM Research School.
- Gilbert, P. D. & Meijer, E. (2006). Money and Credit Factors, *Bank of Canada Working Paper 2006-3*.
- Hallin, M. , Mathias, C., Pirotte, H. e Veredas, D. (2011). Market liquidity as dynamic factors. *Journal of Econometrics*, 163(1): 42-50.
- Kyle, Al. S. (1985). Continuous auctions and insider trading. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 53(6): 1315-1335.
- Liu, W. (2006). A liquidity-augmented capital asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 82(3): 631-671.
- Sadka, R... (2011). Liquidity risk and accounting information. *Journal of Accounting and Economics*, 52(2): 144-152.
- Sarr, A. e Libek, Tonny (2002) Measuring liquidity in financial markets. International Monetary Fund Working Paper.
- Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series*. 3 ed. John Wiley & Sons.

White, H.. (1982). Maximum likelihood estimation of misspecified models. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 50(1): 1-25.

Wyss, R. v. (2004) Measuring and Predicting Liquidity in the Stock Market. Universitat St. Gallen. Dissertação de Mestrado.

