

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DE METODOLOGIA PARA ESTIMATIVA DO  
COEFICIENTE DE ATRITO EM UM TRIBÔMETRO

por

Diogo Buneder

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, novembro de 2018



**DESENVOLVIMENTO E VALIDAÇÃO DE METODOLOGIA PARA ESTIMATIVA DO  
COEFICIENTE DE ATRITO EM TRIBÔMETRO**

por

Diogo Buneder

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr.<sup>a</sup> Thamy Cristina Hayashi  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Projeto e Fabricação**

Orientador: Prof. Dr. Ney Francisco Ferreira

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Tiago Becker

Prof. Dr. Patric Daniel Neis

Prof. Dr. Ney Francisco Ferreira

Porto Alegre, 16 de novembro de 2018.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Luci Clara Bolsoni Buneder e Paulo Cesar Buneder, pela referência e pelo amor ao longo de toda minha vida.

A minha namorada, Adriele Jacques Amaral, por me acompanhar em todos os momentos e por me ajudar a manter o moral alto diante das adversidades e do esmorecimento dos propósitos.

Ao professor e orientador Ney Francisco Ferreira, pela paciência e sabedoria ao me orientar.

Ao Jean Carlos Poletto, pela amizade, dedicação e paciência ao me ensinar.

Ao pessoal do LATRIB, pelo aprendizado e pelos bons momentos.

Buneder, D. **Desenvolvimento e validação de metodologia para estimativa do coeficiente de atrito em um tribômetro**. 2018. 18p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

## RESUMO

Desde o final da década de 1960, estima-se que a implementação de novas tecnologias em relação a melhorias no atrito e na tribologia poderia ter grande impacto na economia global [Jost, 1966]. Isso torna a tribologia um campo de estudo relevante dentro da engenharia mecânica. Normalmente, ensaios tribológicos são realizados através do uso de um tribômetro, o qual é um equipamento projetado para medir propriedades tribológicas. Este trabalho consiste em um aprimoramento destinado a ampliar as capacidades de um tribômetro, permitindo que o mesmo meça fenômenos tribológicos de alta frequência e rastreie a direção da força de atrito através do uso de um conjunto de três sensores piezoelétricos posicionados ortogonalmente. Uma série de ensaios foi conduzida com o uso de um protótipo para rastrear o comportamento das células piezoelétricos em comparação com o sistema de medição atual em uso com o tribômetro. Como os sistemas reagem de maneira diferente a uma dada excitação, um conjunto de equações lineares que visam equacionar as medições do sistema piezoelétrico ao sistema atual foi desenvolvido. Após o desenvolvimento dessas equações, uma nova série de testes foi realizada, na qual os resultados são corrigidos pelas equações desenvolvidas. Verifica-se que o novo sistema de medição é capaz de medir a força normal com um erro de  $(3,4 \pm 6,3) \%$ , força de atrito com um erro de  $(0,0 \pm 10,0) \%$  e estimar o coeficiente de atrito com um erro de  $(-3,7 \pm 8,1) \%$  em relação ao sistema de medição atual. Verifica-se também que há espaço para melhorias em uma próxima versão do protótipo, posicionando-se as células piezoelétricas designadas à medição da força de atrito a um ângulo de  $45^\circ$  com a direção vertical.

**PALAVRAS-CHAVE:** tribômetro, tribologia, sensor piezoelétrico, atrito.

Buneder, D. **Development and validation of a new methodology to estimate the coefficient of friction in a tribometer**. 2018. 18p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

## **ABSTRACT**

Since the late 1960s, it is estimated that the implementation of new technologies regarding improvements in friction and tribology could have great impact in global economy [Jost, 1966]. This makes tribology a relevant study field within mechanical engineering. Normally, tribological tests are conducted through the use of a tribometer, which is an equipment designed to measure tribological properties. This paper consists in an improvement aimed to expand the capabilities of a tribometer, by allowing it to measure high frequency tribological phenomena and to track the direction of the friction force through the use of a set of three piezoelectric sensors positioned orthogonally. A series of tests were conducted with the use of a prototype to track down the behavior of the piezoelectric cells in comparison to the current measurement system in use with the tribometer. Since the systems react differently to a given excitation, a set of linear equations that aims to equate the piezoelectric measurements to the current system was developed. After the development of these equations, a new series of tests was conducted, on which the results are corrected by the developed equations. It is found that the new measurement system is capable of measuring normal force with an error of  $(3,4 \pm 6,3) \%$ , friction force with an error of  $(0,0 \pm 10,0) \%$  and estimating the coefficient of friction with an error of  $(-3,7 \pm 8,1) \%$  compared to the current measurement system. It is also found that there is room for improvement in a next version of the prototype by placing the piezoelectric cells designated to measure friction force at a  $45^\circ$  angle with the vertical direction.

**KEYWORDS:** tribometer, tribology, piezoelectric sensor, friction.

## ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS .....	1
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	2
3.1. Tribologia e Atrito.....	2
3.2. Células de Carga Piezoelétricas .....	2
4. MATERIAIS E MÉTODOS .....	2
4.1. Tribômetro .....	2
4.2. Protótipo do Cabeçote .....	3
4.3. Instrumentação .....	4
4.4. Ensaios.....	5
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	6
5.1. Modelos de Regressão .....	9
5.2. Estimativa do Coeficiente de Atrito .....	12
5.3. Validação dos Modelos de Regressão.....	12
6. CONCLUSÕES.....	14
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	15
APÊNDICA A.....	16

## 1. INTRODUÇÃO

O atrito é definido por Czichos, 1978, como a resistência ao movimento relativo entre superfícies em contato. Esse fenômeno pode ser observado em diversas aplicações de engenharia, como mancais, engrenagens, freios, embreagens, entre outros. Além de questões de desempenho, o estudo tribológico pode ser relacionado com fatores econômicos e energéticos. Já na década de 1960, Jost, 1966, estimou que a implementação de novas tecnologias tribológicas acarretaria em uma economia no valor de 1,36 % do produto interno bruto do Reino Unido naquela época. Outro exemplo da importância do estudo do atrito advém do fato de que cerca de 30 % da energia gerada nas indústrias é dissipada devido à fricção nos processos industriais [Dowson, 1979].

Segundo Holmberg et al., 2011, aproximadamente um terço da energia do combustível consumido por veículos de passeio é dissipada pelo atrito em transmissões, pneus e freios. O mesmo autor afirma que novas tecnologias que reduzam o atrito em mecanismos e componentes dos automóveis de passeio podem ter grande impacto sobre a eficiência energética. Segundo ele, podem levar a uma diminuição de 18 % nas perdas por atrito em 5 a 10 anos e de 61 % em 15 a 25 anos. Essa redução resultaria globalmente, a longo prazo, em uma economia de € 576.000,00 e em uma redução de 960 milhões de toneladas nas emissões de CO<sub>2</sub>.

O Laboratório de Tribologia (LATRIB) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul atua nessa linha de pesquisa realizando diversos ensaios tribológicos, como testes de desgaste pino-sobre-disco e esfera-sobre-disco, avaliação de características tribológicas de plásticos de engenharia e estudos variados sobre materiais de freios veiculares. Os ensaios são executados com a utilização de um tribômetro desenvolvido por Neis, 2012, o qual, assim como qualquer equipamento de medição, tem incertezas associadas às grandezas mensuradas. Dada a importância da tribologia, conforme citado, e a criticidade de algumas aplicações procura-se obter maior confiabilidade nos resultados.

Atualmente, o sistema de medição do tribômetro consiste fundamentalmente em uma célula de carga, um sensor de posição e uma célula de torque. Por isso, a estimativa do coeficiente de atrito é dada de maneira indireta, isto é, as grandezas mensuradas devem ser relacionadas e transformadas para se estimar o coeficiente de atrito. Além disso, os sensores estão posicionados a uma determinada distância do fenômeno observado, quando poderiam estar mais próximos à interface de contato entre os materiais friccionados em ensaios. Outra limitação do sistema atual de medição é o fato de os sensores utilizados mensurarem apenas forças resultantes, não indicando informação alguma sobre as componentes vetoriais das mesmas.

Portanto, o presente trabalho aborda a implementação de uma alternativa ao sistema atual de medição do tribômetro, tentando tornar a estimativa do coeficiente de atrito mais direta, através da utilização de um cabeçote instrumentado com sensores piezoelétricos. A medição utilizando tais sensores possibilita a medição dinâmica das forças (normal e de atrito), oportunizando a aplicação do equipamento em novas frentes de pesquisa, como a emissão de ruídos de alta frequência em sistemas de freio automotivos [Vescovi, 2018]. Outra vantagem do novo sistema é o fato de o mesmo não mensurar o torque frenante resultante da inércia do eixo e o atrito dos mancais.

## 2. OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho é a validação das medições do novo sistema em relação ao sistema atual, através da comparação das suas medidas de força e de suas estimativas de coeficiente de atrito.

Os objetivos específicos do trabalho são a realização de ensaios para a comparação dos esforços medidos por ambos os sistemas e o desenvolvimento de modelos de regressão para o ajuste dos valores de força mensurados.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1. Tribologia e Atrito

No contexto de engenharia, Dowson, 1998, afirma que tribologia abrange o estudo de lubrificantes e lubrificação, atrito e desgaste. Em tribologia, atrito é entendido como a resistência ao movimento relativo entre sólidos, partículas, fluidos ou uma combinação desses [Schulze, 2007].

#### 3.2. Células de Carga Piezoelétricas

Segundo Bahra, 1985, sensores piezoelétricos são usualmente formados por um elemento piezoelétrico e um invólucro de alta rigidez, resultando em sensores com alta frequência natural, o que os torna ideais para estudos dinâmicos. Ao se comprimir, tracionar ou cisalhar um cristal piezoelétrico, o mesmo se deforma e desenvolve em sua superfície uma carga elétrica proporcional à força que o deforma [Figliola, R. S. et al., 2011]. Além disso, a carga elétrica também é função da direção e do sentido da força [Bahra, C.S., 1985]. Quando se comprime um sensor piezoelétrico, o mesmo retorna um sinal positivo. Tração, por sua vez, resulta em um sinal negativo.

### 4. MATERIAIS E MÉTODOS

#### 4.1. Tribômetro

O tribômetro utilizado pelo LATRIB, representado esquematicamente na Figura 4.1, funciona de modo que o corpo de prova exerce uma força normal sobre o disco de freio devido à pressão do atuador pneumático. A área de aplicação dessa força está a uma distância predeterminada do centro de giro, denominada raio de deslizamento. O contato entre o disco e o corpo de prova, com movimento relativo, causa uma força de atrito, a qual gera um torque frenante sobre o eixo do equipamento. Uma das limitações do sistema atual, no entanto, é o fato de o mesmo mensurar, além do torque devido à força de fricção, o torque ocasionado pelos mancais e pela inércia do eixo durante acelerações. O sistema atual conta com uma célula de torque, uma célula de carga e um sensor de posição (raio de deslizamento) para estimar o coeficiente de atrito. A partir disso, estima-se o coeficiente de atrito pela equação 4.1.

$$\mu = \frac{T}{rF} \quad (4.1)$$

onde  $F$  é a força normal [N],  $r$  é o raio de deslizamento [mm],  $T$  é o torque [Nm] e  $\mu$  é o coeficiente de atrito [-].

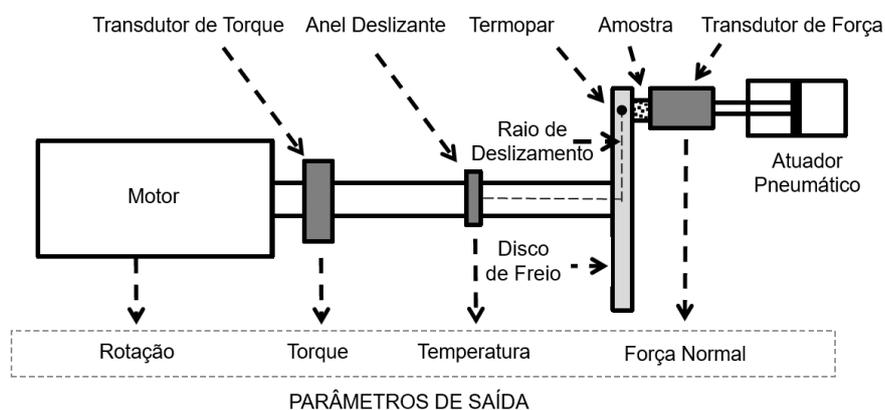


Figura 4.1: Funcionamento esquemático do tribômetro [adaptado de Neis et al., 2017].

No sistema de medição atual do tribômetro, valores positivos de força normal significam que a célula de carga está sob compressão. O sentido positivo do torque, mensurado por uma célula de torque, é anti-horário. A Figura 4.2 ilustra a convenção de sinais utilizados pelo sistema de medição do tribômetro.



Figura 4.2: Convenção de sinais utilizada pelo sistema atual de medição do tribômetro.

#### 4.2. Protótipo do Cabeçote

Foi desenvolvido pelo LATRIB um cabeçote especial para a medição de forças no tribômetro utilizando sensores piezoelétricos. Em sua concepção, visou-se o atendimento de alguns critérios, como alta frequência natural – visto que se deseja estudar fenômenos dinâmicos – e compatibilidade com o tribômetro. Além disso, o cabeçote foi projetado para que se posicionasse as células piezoelétricas em três direções ortogonais, pois se deseja mensurar força normal e as componentes da força de fricção.

A fim de se testar experimentalmente o conceito, um protótipo foi fabricado, o qual é composto por um suporte e por um pino, ambos fabricados em aço SAE 1020. O suporte tem a função de acoplar o conjunto à guia do tribômetro e de acomodar três sensores piezoelétricos. A geometria do pino – cuja função é atuar como uma amostra – é baseada em uma amostra de ensaio do tipo pino-sobre-disco. A Figura 4.3 exibe a idealização do protótipo, em *software* de desenho, e o protótipo fabricado. As abreviações  $F_{N-PZ}$ ,  $F_{R-PZ}$  e  $F_{T-PZ}$  são empregadas para cada um dos três sensores piezoelétricos, representando as grandezas força normal, radial e tangencial, respectivamente.

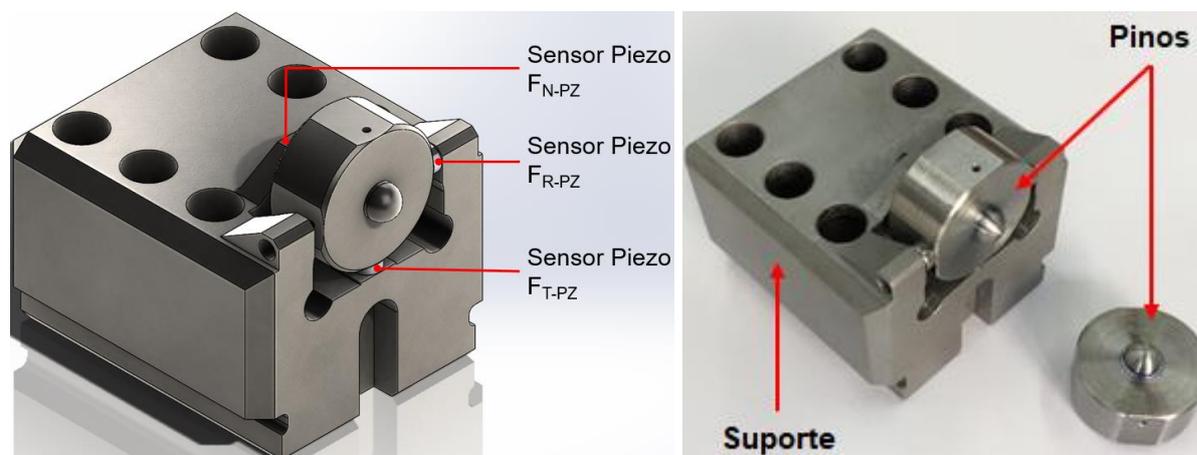


Figura 4.3: À esquerda, representação da montagem composta por suporte, pino e sensores piezoelétricos em CAD. À direita, base e dois pinos fabricados em aço (um dos pinos está fixado ao suporte).

A Figura 4.4 ilustra as três forças que são mensuradas pelos transdutores piezoelétricos durante operações no tribômetro. A força  $F_{N-PZ}$  é a força normal, e  $F_{T-PZ}$  e  $F_{R-PZ}$  são as componentes vetoriais da força de atrito resultante.

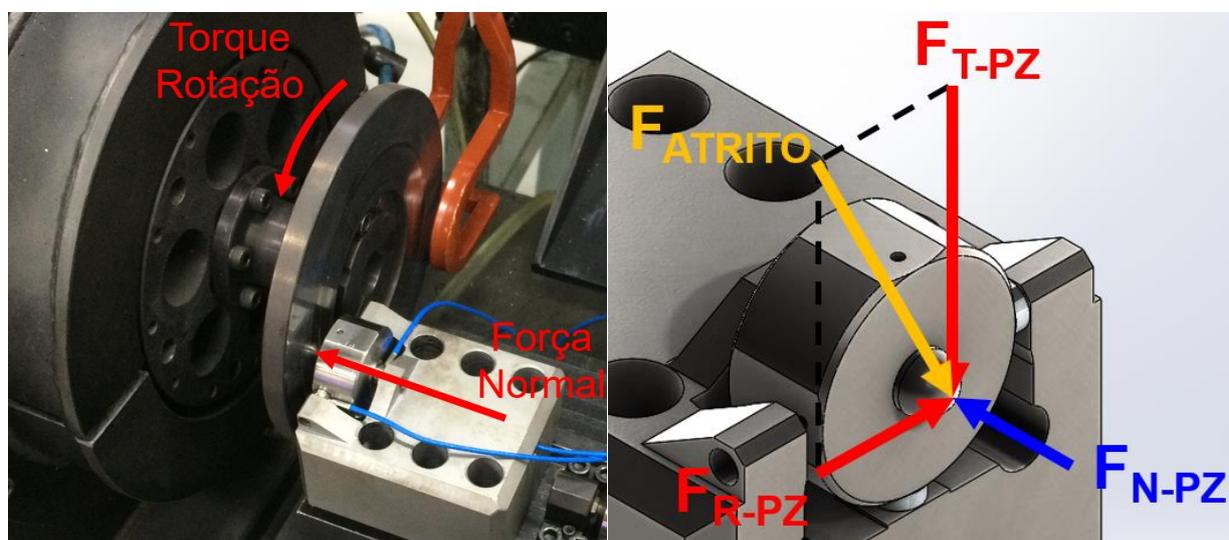


Figura 4.4: À esquerda, protótipo instalado no tribômetro durante ensaio, destacando-se os esforços. À direita, decomposição das forças que são mensuradas pelos sensores piezoelétricos durante ensaios.

### 4.3. Instrumentação

Foram utilizados três sensores piezoelétricos do modelo CLP/3kN, do fabricante HBM, para mensurar as forças. Os sensores possuem fundo de escala de 3000 N e classe de acurácia de  $\pm 1\%$ . O condicionador de sinais utilizado é o modelo CMA-5, também do fabricante HBM, o qual possui classe de acurácia de  $\pm 0,5\%$  e fundo de escala de  $\pm 10$  V.

Partindo-se das sensibilidades dos sensores piezoelétricos e dos condicionadores de sinais, organizou-se um arranjo entre os mesmos de modo a se obter sensibilidades resultantes similares, conforme exibe a Tabela 4.1. Calculou-se a sensibilidade resultante, em mV/N, pelo produto das sensibilidades do sensor e do condicionador.

Tabela 4.1: sensibilidades resultantes das conexões entre instrumentos.

Sensor Piezoelétrico		Condicionador de Sinais		Sensibilidade Resultante [mV/N]
Nº de Série	Sensibilidade [pC/N]	Nº de Série	Sensibilidade [mV/pC]	
2111601	-4,034	2013602	-2,001	8,072
2134603	-4,137	2013604	-1,999	8,270
2111602	-4,123	2037603	-2,000	8,246

Para fins de comparação com os sinais dos sensores piezoelétricos, a força normal foi mensurada no sistema atual do tribômetro pelo transdutor de força de modelo U9C, cujo fundo de escala é de 1 kN e a sensibilidade é de 10 mV/N. A medição de torque foi realizada pelo transdutor T10F, o qual possui fundo de escala de 40 Nm e sensibilidade de 250 mV/Nm. Ambos os sensores são produzidos pelo fabricante HBM.

Utilizou-se a placa de aquisição de dados modelo ADS 1800, do fabricante Lynx, a qual possui oito canais analógicos com 16 bits de resolução e fundo de escala de  $\pm 10$  V. Três desses canais foram configurados para os sensores piezoelétricos, um para a célula de torque e um para transdutor de força. A fim de possibilitar a leitura dos dados de força em newtons, configurou-se

as sensibilidades dos canais dos sensores piezoelétricos conforme a Tabela 4.1. A placa de aquisição de dados foi conectada a um computador via cabo de rede.

A Figura 4.5 ilustra o protótipo do cabeçote devidamente instrumentado e acoplado ao tribômetro durante os ensaios. A célula de torque, não ilustrada na Figura 4.3, se localiza em uma região posterior do eixo.

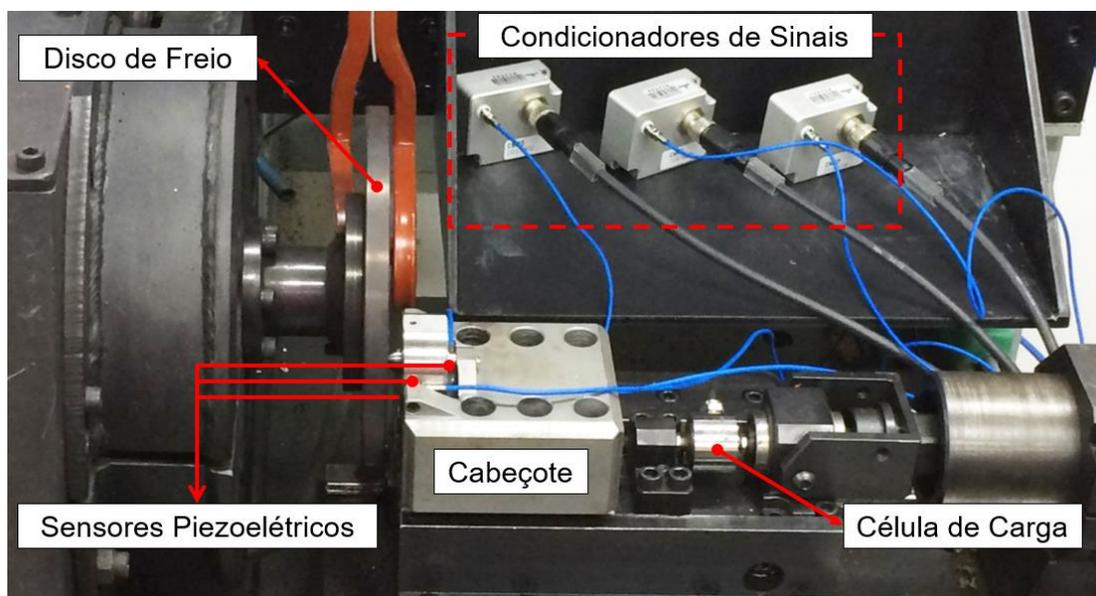


Figura 4.5: Protótipo do cabeçote acoplado ao tribômetro e instrumentado.

#### 4.4. Ensaios

Para a execução dos ensaios desse estudo, os sensores piezoelétricos foram fixados ao cabeçote com a utilização de parafusos, cuja protensão era de 750 N, conforme recomendações do fabricante dos sensores. A pré-carga dos parafusos foi obtida e monitorada em tempo real durante a montagem, visto que os sensores já estavam calibrados e conectados à placa de aquisição de dados.

Após a fixação dos sensores ao cabeçote, instalou-se o conjunto e um disco de freio no tribômetro. Então, aplicou-se uma força normal do pino sobre o disco por meio de pressão de ar no cilindro pneumático do tribômetro, comprimindo-se o pino contra o disco, e iniciou-se a aquisição dos sinais dos sensores. Embora normalmente os ensaios realizados no tribômetro sejam dinâmicos, realizou-se um ensaio estático nesse estudo, ou seja, o eixo do tribômetro estava parado. Optou-se por um estudo estático pela necessidade de se observar o comportamento dos sensores e a interação entre os sinais adquiridos. Durante a aquisição, não se aplicou nenhum outro esforço sobre o sistema por aproximadamente 5 s, fazendo com que a única variável atuante sobre o ensaio fosse a força normal. Após esse intervalo, aplicou-se manualmente sobre o eixo do tribômetro – com o uso de uma alavanca – uma rampa de torque em sentido anti-horário até que houvesse escorregamento do disco. Em seguida, aplicou-se torque no outro sentido (horário), novamente até que houvesse escorregamento do disco. Desse modo, obteve-se trechos de atuação da força de atrito sobre o ensaio. Repetiu-se esse procedimento três vezes para cada intensidade de força normal. Após as três sessões de uma dada força normal, a mesma foi aumentada sem que se desfizesse o contato entre o disco e pino. A Tabela 4.2 resume os parâmetros utilizados durante os ensaios.

Tabela 4.2: Parâmetros de ensaio.

Força Normal [N]	Quantidade de Ensaio	Frequência de Aquisição [Hz]	Duração dos Ensaio [s]	Raio de Deslizamento [mm]	Par Tribológico	Protensão [N]
125	3	1000	30	51,75	SAE 1020 (Pino) e Ferro Fundido Cinzento (Disco)	750
250	3					
375	3					
500	3					
625	3					
750	3					

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A aplicação da metodologia proposta na Tabela 4.2 resultou na aquisição de sinais de força com os três sensores piezoelétricos, além dos sinais provenientes do sistema atual de medição do tribômetro (torquímetro e célula de carga). Os símbolos utilizados nesse capítulo para representar os sinais dessas grandezas são resumidos na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Símbolos utilizados para as variáveis de ensaio.

Variável	Sinal representado
$F_{N-PZ}$	Força normal medida pelo sensor piezoelétrico.
$F_{T-PZ}$	Força tangencial medida pelo sensor piezoelétrico.
$F_{R-PZ}$	Força radial medida pelo sensor piezoelétrico.
$F_{N-CC}$	Força normal medida pela célula de carga do tribômetro.
$F_{A-CT}$	Força de atrito calculada pelo torque e raio de deslizamento.

Analisando-se os sinais resultantes dos ensaios, algumas observações podem ser feitas a respeito das variáveis de cada sistema. Por exemplo, um dos fenômenos que podem ser observados é o fato de que, ao se aplicar uma força de atrito, para baixo ou para cima, percebe-se uma pequena variação da força normal medida pela célula de carga ( $F_{N-CC}$ ). Uma possível causa para tal efeito é o momento gerado pela força de atrito, o qual atua sobre a célula de carga devido à configuração do sistema de atuação, conforme ilustra a Figura 5.1.

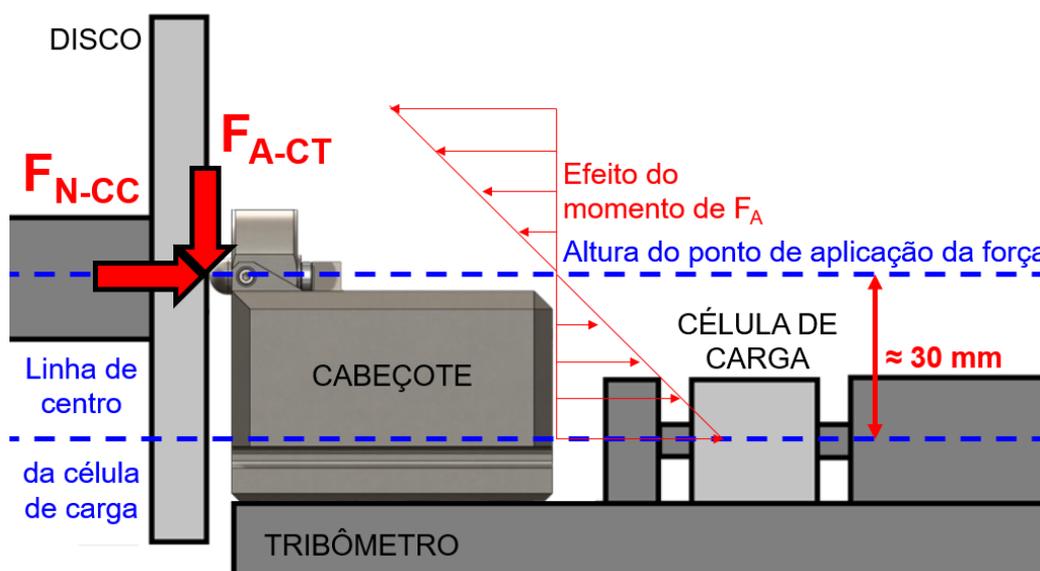


Figura 5.1: Diagrama de forças no atuador do tribômetro.

Analogamente, o sensor piezoelétrico designado à medição da força normal ( $F_{N-PZ}$ ) também responde a alterações na força de atrito, porém em uma escala maior se comparado à célula de carga. Nesse caso, a aplicação da força de atrito também causa um momento sobre o sensor  $F_{N-PZ}$ , conforme exibe a Figura 5.2.

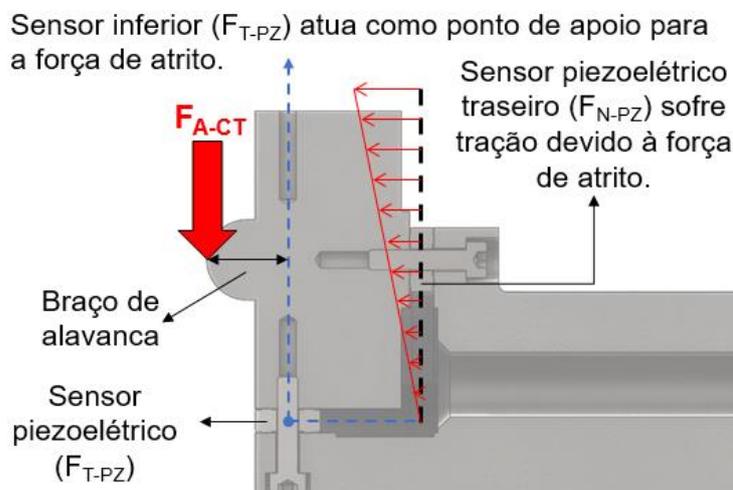


Figura 5.2: Diagrama das forças atuantes sobre o pino e células piezoelétricas.

Observa-se que os efeitos da força de atrito sobre os sensores que medem a força normal são opostos. Uma força de atrito para baixo, por exemplo, causa a tração do sensor  $F_{N-PZ}$  e a compressão do sensor  $F_{N-CC}$ , conforme mostra o gráfico da Figura 5.3.

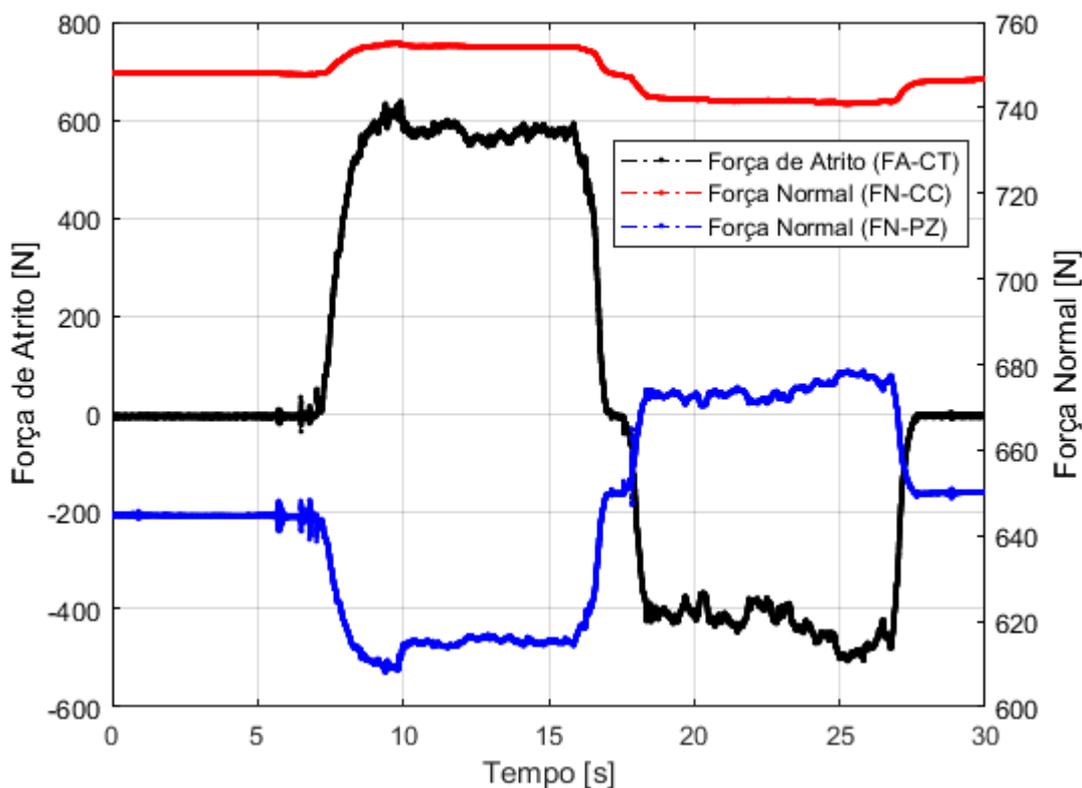


Figura 5.3: Interação entre as forças  $F_{A-CT}$ ,  $F_{N-CC}$  e  $F_{N-PZ}$ , durante ensaio com força normal de 750 N.

Ainda sobre a Figura 5.3, nota-se que as magnitudes das forças  $F_{N-CC}$  e  $F_{N-PZ}$  diferem entre si. Isso pode ser explicado pelo fato de que, no sistema atual do tribômetro, a força imposta pelo cilindro passa integralmente pela célula de carga. Por outro lado, a configuração geométrica do cabeçote piezoelétrico faz com que esforços aplicados sobre o mesmo se distribuam entre as células piezoelétricas, fazendo com que cada uma delas meça apenas parte dos esforços. Sendo assim, nos instantes em que não atua a força de atrito, a força normal  $F_{N-CC}$  reproduz integralmente a força normal que é aplicada sobre o pino e, por isso, é tida como sinal de referência. Já força medida pela célula piezoelétrica,  $F_{N-PZ}$ , precisa ser corrigida, como é demonstrado ao longo desse trabalho.

Outra observação pertinente é o fato de o transdutor piezoelétrico  $F_{R-PZ}$ , responsável pela medição da componente radial da força de fricção, apresentar intensidades muito inferiores ao restante das variáveis, sendo quase nulos, como mostra a Figura 5.4. Isso indica que a direção da força de atrito no ponto de contato entre o pino e o disco é praticamente tangencial à trilha, fazendo com que a componente radial seja muito pequena. Por conta disso, considera-se que a força de atrito mensurada pelo sistema piezoelétrico é igual apenas à componente tangencial ( $F_{T-PZ}$ ).

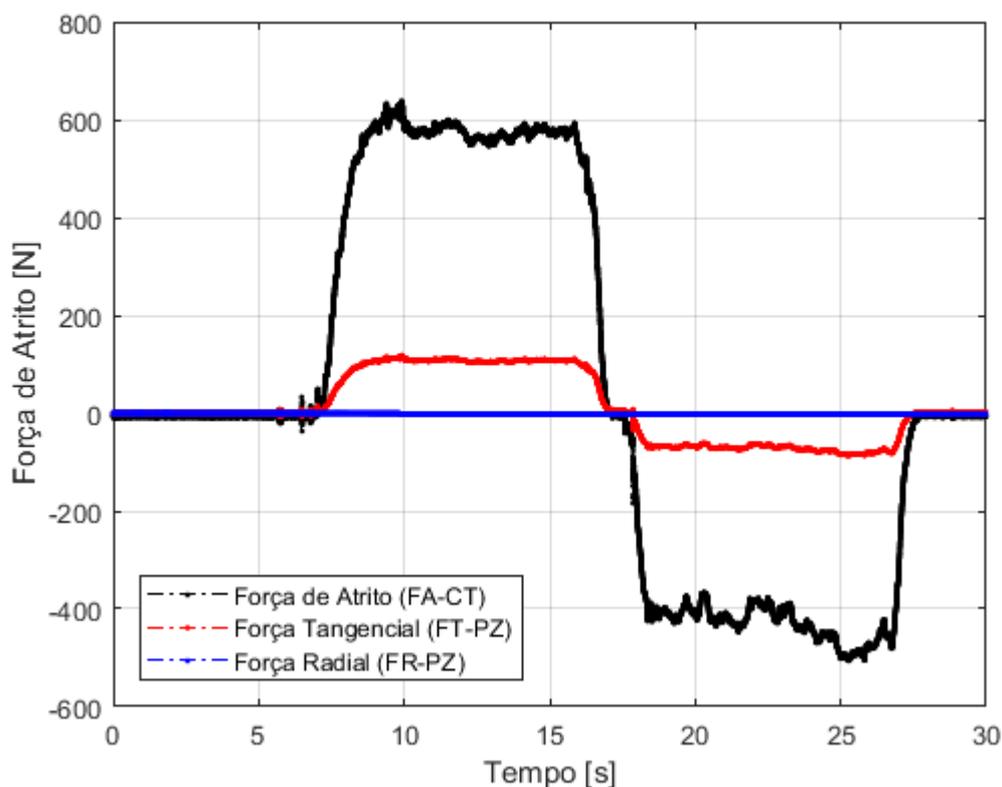


Figura 5.4: Forças  $F_{A-CT}$ ,  $F_{T-PZ}$  e  $F_{R-PZ}$  durante ensaio com força nominal de 750 N.

Também pode-se perceber na Figura 5.4 que as magnitudes das forças  $F_{T-PZ}$  e  $F_{A-CT}$  diferem entre si. Isso pode ser explicado pelo mesmo mecanismo que explica a diferença entre as medições de força normal. O sistema atual do tribômetro garante que o torque passa integralmente pelo torquímetro, ao passo que, no cabeçote, a força de atrito se distribui entre os sensores piezoelétricos. Por esse motivo, utiliza-se a força de atrito  $F_{A-CT}$  como referência para o ajuste da força de atrito medida por  $F_{T-PZ}$ .

### 5.1. Modelos de Regressão

Devido às diferenças observadas entre as grandezas mensuradas pelos sistemas de medição atual e novo, faz-se necessária a elaboração de modelos matemáticos de ajuste. Esses modelos têm por objetivo aproximar as medições do novo sistema aos valores mensurados pelo sistema atual. Além disso, os modelos de regressão têm a função de mitigar efeitos indesejáveis sobre as medições, como o efeito da flexão sobre as células piezoelétricas e de carga.

Há quatro efeitos que devem ser corrigidos a fim de se aproximar as medições do novo sistema às medições do sistema atual. O primeiro ajuste a ser realizado é a correção da intensidade de  $F_{T-PZ}$  para que seja equivalente a  $F_{A-CT}$ . Após essa correção, deve-se remover a influência da força de atrito sobre as medições de força normal, pois esse efeito ocorre localmente sobre os sensores e não sobre a interface de interação entre amostra e disco. Por fim, é necessário corrigir a intensidade da força normal  $F_{N-PZ}$  para que seja equivalente à força normal  $F_{N-CC}$ .

Pelo fato de a força de atrito estar praticamente alinhada com a vertical no ponto de contato entre o pino e o disco e, portanto, de o sensor  $F_{R-PZ}$  medir valores muito pequenos, considera-se como força de atrito apenas a componente  $F_{T-PZ}$ . Sendo assim, analisa-se a relação entre as forças de atrito  $F_{A-CT}$  e  $F_{T-PZ}$ , constatando-se que a relação entre ambas é linear, conforme mostra a Figura 5.5.

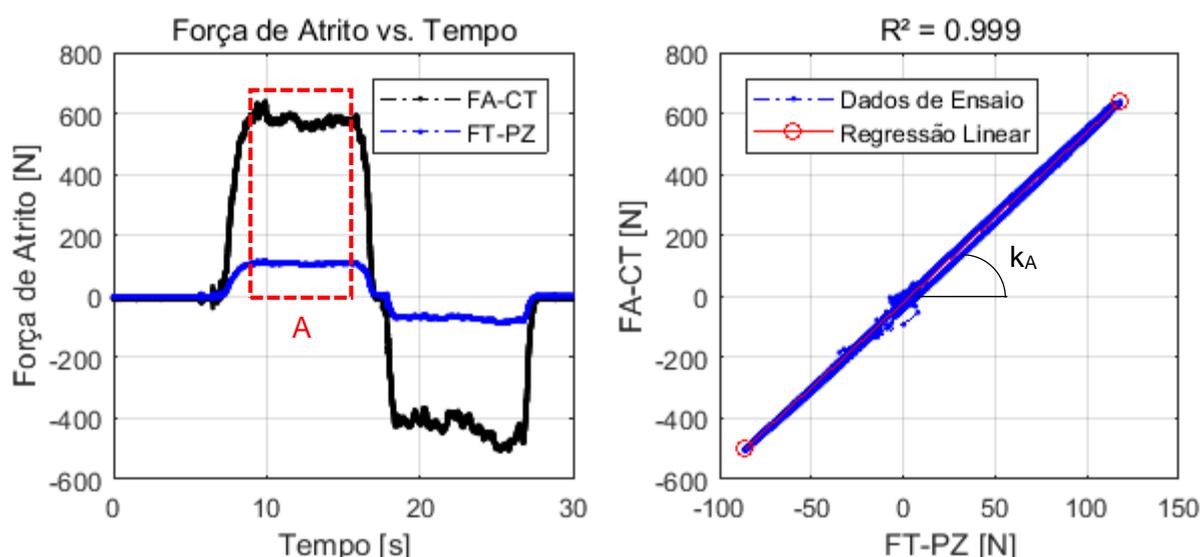


Figura 5.5: À esquerda, comportamento das medições de força de atrito durante ensaio com força de 750 N. À direita, relação entre  $F_{T-PZ}$  e  $F_{A-CT}$  para o mesmo ensaio, onde  $k_A$  representa a inclinação da relação.

Devido à linearidade da relação entre  $F_{A-CT}$  e  $F_{T-PZ}$ , propõe-se o ajuste da intensidade de  $F_{T-PZ}$  pela correlação das duas variáveis através de uma regressão linear. Utiliza-se um coeficiente linear nulo no ajuste, conforme a equação 5.1, pois se necessita apenas de um fator multiplicador para a correção da intensidade. A correção é realizada levando-se em consideração apenas os pontos na região A da figura 5.5, visto que nesse trecho a força de atrito é positiva (sentido usual de ensaios).

$$F_{T-PZ}^* = k_A F_{T-PZ} \quad (5.1)$$

onde  $F_{T-PZ}^*$  é a força tangencial ajustada [N] e  $k_A$  [-] é o coeficiente angular da regressão linear entre  $F_{T-PZ}$  e  $F_{A-CT}$ .

A fim de se mitigar o efeito da força de atrito sobre a força normal em ambos os sistemas, conforme o fenômeno explicado nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.3, analisa-se a relação entre as variáveis

em questão. No caso do sistema atual de medição, correlaciona-se  $F_{N-CC}$  e  $F_{A-CT}$ . Para o sistema novo, por sua vez, correlaciona-se  $F_{N-PZ}$  e  $F_{T-PZ}^*$ . A Figura 5.6 mostra que as ditas relações são lineares.

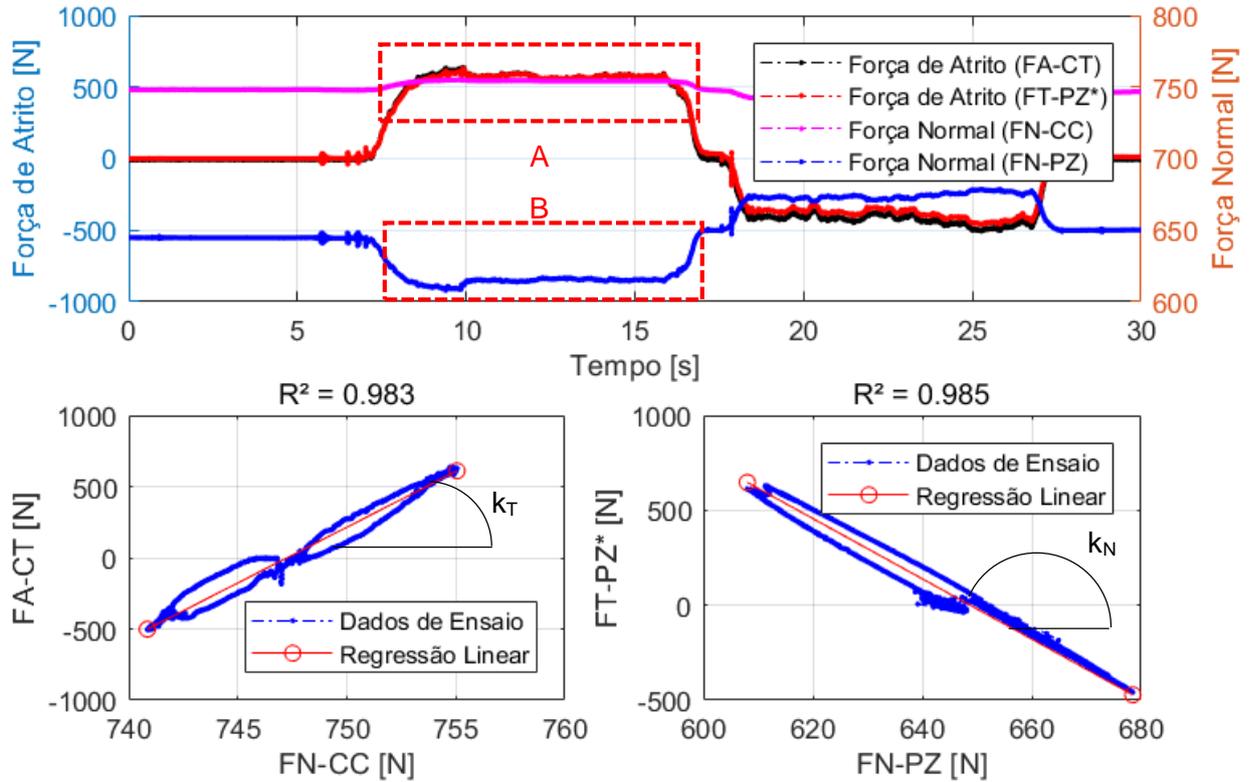


Figura 5.6: Acima, comportamento de  $F_{N-PZ}$  e  $F_{N-CC}$  durante ensaio com força de 750 N. Abaixo, relação da força normal com a força de atrito com variáveis de ambos os sistemas;  $k_T$  e  $k_N$  representam as inclinações dessas curvas.

Pela linearidade das correlações, é possível subtrair a influência da força de atrito sobre a força normal através das equações lineares 5.2 e 5.3. Em ambos os casos, considera-se apenas o coeficiente angular das regressões lineares ( $k_T$  e  $k_N$ ), pois não se deseja deslocar as curvas; busca-se apenas a remoção do efeito da força de atrito. Também por isso, utiliza-se os pontos contidos nos trechos A e B da Figura 5.6 para as regressões.

$$F_{N-CC}^* = F_{N-CC} - k_T F_{A-CT} \quad (5.2)$$

onde  $F_{N-CC}^*$  é a força normal mensurada pela célula de carga corrigida [N] e  $k_T$  [-] é o coeficiente angular da correlação entre  $F_{N-CC}$  e  $F_{A-CT}$ .

$$F_{N-PZ}^* = F_{N-PZ} - k_N F_{T-PZ}^* \quad (5.3)$$

onde  $F_{N-PZ}^*$  é a força normal mensurada pelo transdutor piezoelétrico corrigida [N] e  $k_N$  [-] é o coeficiente angular da correlação entre  $F_{N-PZ}$  e  $F_{T-PZ}^*$ .

Por fim, visando-se determinar como corrigir a intensidade da força normal  $F_{N-PZ}^*$ , analisa-se o comportamento e a relação de ambas as medições de força normal durante o ensaio, como ilustra a Figura 5.7. Percebe-se que, apesar de as variáveis  $F_{N-PZ}^*$  e  $F_{N-CC}^*$  não se relacionarem de maneira linear para todo o intervalo de ensaio, ambas possuem um comportamento constante em comum no início do ensaio, momento no qual apenas a força normal atua sobre o pino.

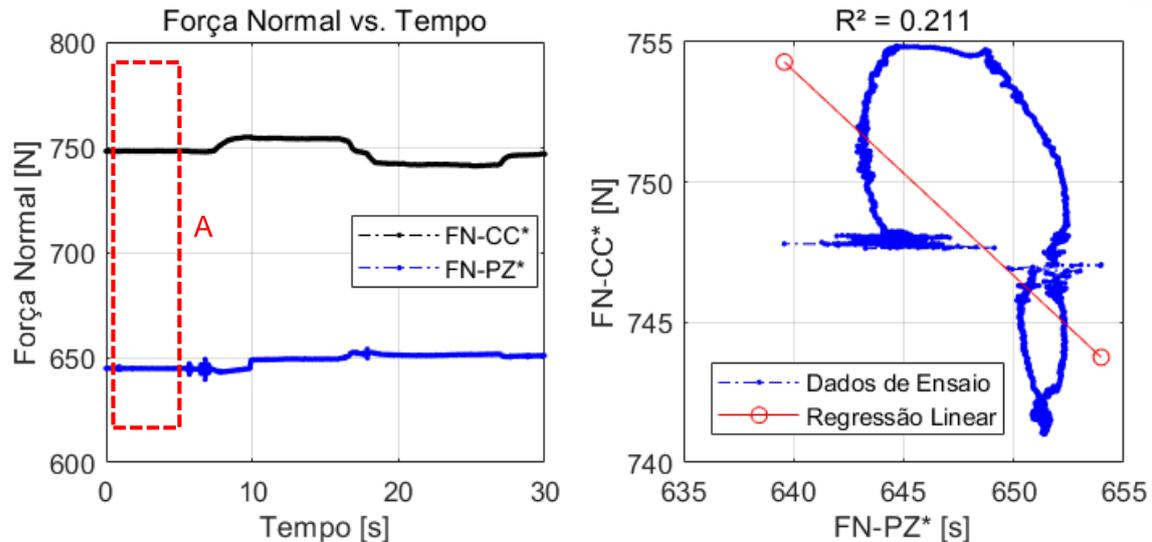


Figura 5.7: Comportamento e relação de  $F_{N-PZ}^*$  e  $F_{N-CC}^*$  ao longo de ensaio com força de 750 N.

Propõe-se, portanto, a correção da intensidade de  $F_{N-PZ}^*$  através da constante  $k_i$ , a qual é a razão entre a  $F_{N-CC}^*$  médio e  $F_{N-PZ}^*$  na região A do gráfico da Figura 5.7, resultando na equação 5.4.

$$F_{N-PZ}^{**} = k_i F_{N-PZ}^* \quad (5.4)$$

onde  $F_{N-PZ}^{**}$  é a força normal mensurada pelo sensor piezoelétrico ajustada quanto à intensidade [N] e  $k_i$  [-] é a razão entre  $F_{N-CC}^*$  e  $F_{N-PZ}^*$  médios.

As constantes de correção resultantes são obtidas pela média aritmética entre as constantes de cada ensaio e são exibidas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: coeficientes de correção.

$F_{NORMAL}$	$k_A$	$k_N$	$k_T$	$k_i$	$F_{NORMAL}$	$k_A$	$k_N$	$k_T$	$k_i$
125 N	5,503	-0,049	0,007	1,282	500 N	4,598	-0,072	0,006	1,216
	5,473	-0,056	0,003	1,293		5,556	-0,063	0,003	1,198
	5,765	-0,054	0,001	1,297		5,574	-0,062	0,002	1,195
250 N	4,828	-0,057	0,003	1,305	625 N	4,891	-0,052	0,008	1,190
	5,240	-0,067	-0,007	1,246		5,601	-0,056	0,012	1,171
	5,531	-0,054	0,004	1,239		5,517	-0,055	0,013	1,168
375 N	4,897	-0,061	0,012	1,230	750 N	4,820	-0,080	0,000	1,171
	5,624	-0,053	0,007	1,212		5,430	-0,061	0,013	1,153
	5,595	-0,053	0,006	1,209		5,507	-0,060	0,011	1,149

Os coeficientes médios, portanto, são expressos na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Coeficientes médios.

Coeficiente	$k_A$	$k_N$	$k_T$	$k_i$
Média	5,331	-0,059	0,006	1,218
Desvio Padrão	0,354	0,008	0,005	0,050

Portanto, as expressões obtidas para a correção das leituras em tempo real, são as equações 5.5, 5.6 e 5.7. Nota-se que a equação 5.6 surge do agrupamento das equações 5.3 e 5.4.

$$F_{T-PZ}^* = 5,331F_{T-PZ} \quad (5.5)$$

$$F_{N-PZ}^{**} = 1,218(F_{N-PZ} + 0,059F_{T-PZ}^*) \quad (5.6)$$

$$F_{N-CC}^* = F_{N-CC} - 0,006F_{A-CT} \quad (5.7)$$

## 5.2. Estimativa do Coeficiente de Atrito

Partindo-se do fato de que a configuração geométrica do cabeçote e de que o alinhamento das partes do tribômetro causa uma leitura praticamente nula no sensor piezoelétrico  $F_{R-PZ}$ , propõe-se a estimativa do coeficiente de atrito para o novo sistema de medição pela equação 5.8.

$$\mu = \frac{F_{T-PZ}^*}{F_{N-PZ}^{**}} \quad (5.8)$$

## 5.3. Validação dos Modelos de Regressão

A fim de se validar as equações 5.5, 5.6 e 5.7, reproduz-se os ensaios com os mesmos parâmetros apresentados na Tabela 4.2. Dessa vez, as correções propostas são aplicadas diretamente sobre os dados brutos.

Considerando-se que  $F_{R-PZ}$  é negligenciável, compara-se os valores das forças de atrito estimadas pelo torque ( $F_{A-CT}$ ) e mensuradas pelo sensor piezoelétrico ( $F_{T-PZ}^*$ ), a fim de se estimar o quanto os resultados diferem após a aplicação dos ajustes. A diferença percentual entre as forças de atrito é calculada ponto a ponto para todos os ensaios realizados. São considerados trechos dos ensaios nos quais o torque não é nulo (e, portanto, a força de atrito também não é nula). A Tabela 5.4 apresenta a diferença percentual média para cada ensaio.

Tabela 5.4: diferença percentual média das estimativas de força de atrito.

<b>F<sub>NORMAL</sub></b>	<b>ΔF<sub>ATRITO</sub> [%]</b>	<b>F<sub>NORMAL</sub></b>	<b>ΔF<sub>ATRITO</sub> [%]</b>	<b>F<sub>NORMAL</sub></b>	<b>ΔF<sub>ATRITO</sub> [%]</b>
<b>125 N</b>	11,4	<b>375 N</b>	-0,2	<b>625 N</b>	6,0
	-25,2		-0,6		3,9
	-23,9		6,2		3,9
<b>250 N</b>	-6,9	<b>500 N</b>	6,2	<b>750 N</b>	5,5
	-6,5		3,1		4,4
	6,4		2,7		4,1

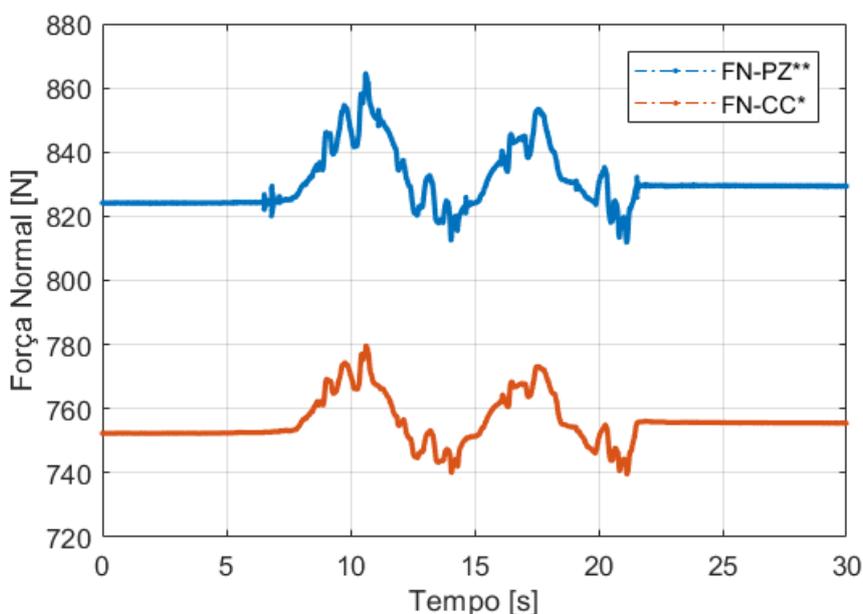
Obtém-se uma diferença média na estimativa da força de atrito de  $(0,0 \pm 10,0)$  %. Observa-se que o maior erro ocorre nos ensaios de baixa força normal (125 N). Isso pode ser explicado tanto pelo fato de os valores dos coeficientes serem calculados a partir de uma média aritmética, não representando bem os extremos, e sim os valores centrais, quanto pelo fato de a baixa força facilitar o escorregamento do pino sobre o disco durante a execução dos ensaios, fazendo com que o atrito alterne entre dinâmico e estático.

Aplicadas as correções sobre as medições de força normal, calcula-se a diferença percentual da força normal mensurada por ambos os sistemas. A diferença, nesse caso, é considerada ponto a ponto para todo o ensaio, visto que, idealmente, a força normal deve sofrer pouca variação durante os ensaios realizados. A Tabela 5.5 resume as diferenças encontradas.

Tabela 5.5: diferença percentual média das estimativas de força normal.

$F_{\text{NORMAL}}$	$\Delta F_{\text{NORMAL}} [\%]$	$F_{\text{NORMAL}}$	$\Delta F_{\text{NORMAL}} [\%]$	$F_{\text{NORMAL}}$	$\Delta F_{\text{NORMAL}} [\%]$
<b>125 N</b>	-8,6	<b>375 N</b>	4,1	<b>625 N</b>	7,4
	-8,7		4,1		7,9
	-9,6		5,3		8,1
<b>250 N</b>	0,7	<b>500 N</b>	5,3	<b>750 N</b>	9,0
	0,6		6,2		10,2
	3,2		6,2		9,9

A diferença percentual média da força normal estimada pelo sensor piezoelétrico  $F_{N-PZ}^{**}$  em relação à força normal mensurada pela célula de carga ( $F_{N-CC}^*$ ) é de  $(3,4 \pm 6,3) \%$ . Os maiores valores de erro, no caso da comparação de força normal, ocorrem para valores de força normal nos limites inferior (125 N) e superior do ensaio (750 N). Isso indica que o erro está relacionado novamente com o fato de se utilizar um coeficiente médio para a correção da intensidade de  $F_{N-PZ}$ , o qual representa bem valores centrais. A Figura 5.8 mostra como o erro da força normal se mantém aproximadamente constante ao longo do ensaio.

Figura 5.8: Comparação entre  $F_{N-PZ}^{**}$  e  $F_{N-CC}^*$  em ensaio com força de 750 N.

Analisando-se os trechos em que a força de atrito não é nula, pode-se comparar a estimativa do coeficiente de atrito por ambos os sistemas através das equações 5.8 e 3.1. A partir disso, a Tabela 5.6 apresenta a diferença percentual média do coeficiente de atrito medido por ambos os sistemas.

Tabela 5.6: diferença percentual média das estimativas de força normal.

$F_{\text{NORMAL}}$	$\Delta \mu [\%]$	$F_{\text{NORMAL}}$	$\Delta \mu [\%]$	$F_{\text{NORMAL}}$	$\Delta \mu [\%]$
<b>125 N</b>	20,4	<b>375 N</b>	-4,3	<b>625 N</b>	-1,4
	-18,7		-5,4		-4,0
	-16,6		0,6		-4,0
<b>250 N</b>	-8,0	<b>500 N</b>	0,6	<b>750 N</b>	-3,2
	-7,8		-3,1		-5,3
	3,0		-3,6		-5,4

A diferença percentual média na estimativa do coeficiente de atrito entre ambos os sistemas é de  $(-3,7 \pm 8,1) \%$ . Novamente se percebe que o erro é, em geral, maior nos ensaios de baixa força normal (125 N, 250 N). Nesse caso (assim como na comparação de forças de atrito), um dos motivos para tal é o fato de forças baixas propiciarem o escorregamento do pino sobre o disco durante os ensaios. Além disso, novamente se utiliza coeficientes médios, os quais não representam bem os valores extremos. No entanto, outro fator contribui para o erro na estimativa do coeficiente de atrito, que é o fato de os ajustes de regressão terem sido feitos considerando-se trechos de força de atrito ( $F_{A-CT}$ ) positiva. A Figura 5.9 mostra a comparação entre a força de atrito mensurada e a comparação entre o coeficiente de atrito para ambos os sistemas de medição. Nota-se, ainda na Figura 5.9, que apesar de haver valores negativos de força, o coeficiente de atrito é estimado considerando-se apenas o módulo das forças e, por isso, não há coeficiente de atrito negativo.

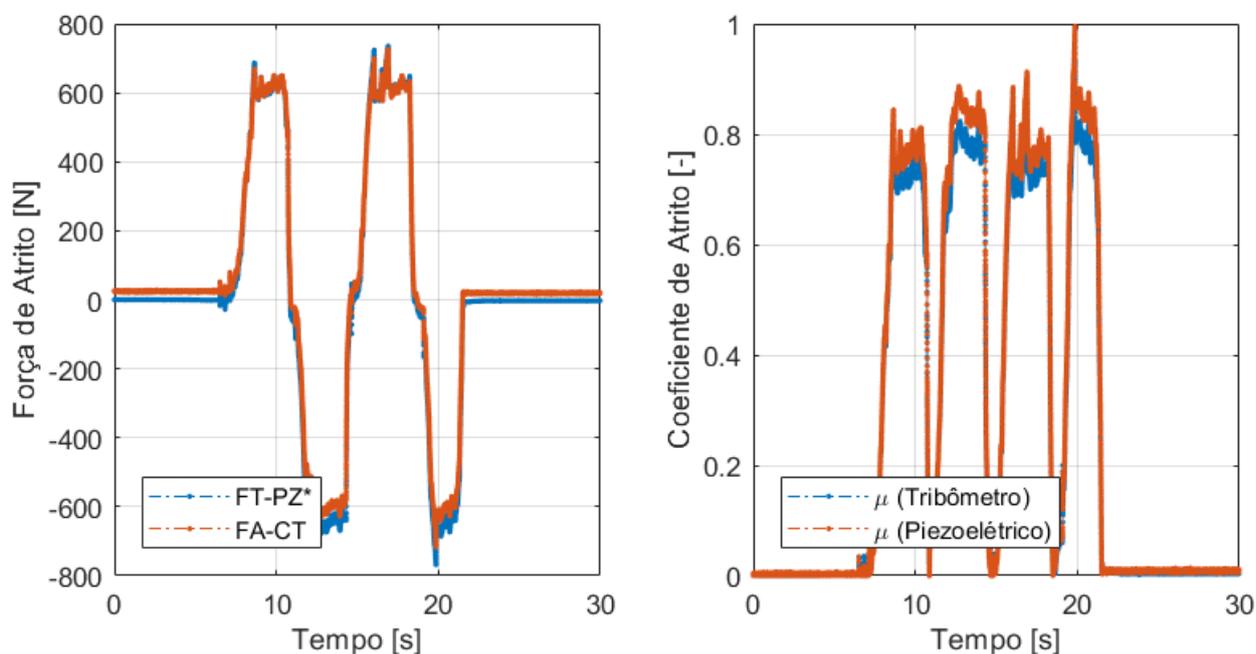


Figura 5.9: Comparação de força de atrito (à esquerda) e de coeficiente de atrito (à direita) entre os dois sistemas de medição.

## 6. CONCLUSÕES

A fabricação do protótipo possibilitou a observação do comportamento dos sensores. A partir disso, pode-se sugerir melhorias por alterações geométricas no cabeçote, a fim de se tentar contornar as limitações do mesmo, como o fato de o sensor  $F_{R-PZ}$  receber uma parcela desprezível da força. A fim de se solucionar essa situação, os sensores  $F_{T-PZ}$  e  $F_{R-PZ}$  poderiam ser posicionados ortogonalmente entre si, mas com um ângulo de  $45^\circ$  em relação à vertical, de modo que ambos mensurem parcelas significativas da força de fricção e que seja mantida a possibilidade de se determinar a direção dos esforços em tempo real.

Além disso, pode-se apontar que os modelos de regressão lineares não representam bem todos os casos, apresentando erros maiores para forças baixas e altas. Sendo assim, faz-se necessário o refino dos modelos utilizados. Uma alternativa à abordagem desse trabalho seria a utilização de coeficientes de ajuste que dependam da força normal, em vez da utilização de constantes. Desse modo, os ajustes abrangeriam uma faixa maior de operação com erro menor.

Por fim, pode-se destacar como benefício da utilização do novo sistema de medição que, com o uso de modelos de ajuste adequados e com o correto posicionamento dos sensores

piezoelétricos, há a possibilidade de se realizar estudos dinâmicos de tribologia, como a verificação do movimento de órbita dos materiais durante a fricção [Vescovi, 2018].

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bahra, C.S.; **"Measurements of force"**. In: Noltingk, B.E.; **"Jones' Instrument Technology"**, Butterworth & Co., 4th edition, vol. 1, pp 100-107, 1985.

Czichos, H.; **"Tribology: A systems approach to the science and technology of friction, lubrication and wear"**, Elsevier, 1<sup>st</sup> edition, 1978.

Dowson, D.; **"History of Tribology"**, Longmann Group Limited, 1979.

Dowson, D.; **"History of Tribology"**, John Wiley & Sons, Inc., 2<sup>nd</sup> edition, 1998.

Figliola, R.S., Beasley, D. E.; **"Theory and Design for Mechanical Measurements"**, John Wiley & Sons, Inc., 5<sup>th</sup> edition, 2011.

Holmberg, K., Andersson, P., Erdemir, A.; **"Global energy consumption due to friction in passenger cars"**, 2012.

INMETRO; **"Avaliação de dados de medição - Guia para a expressão de incerteza de medição - GUM 2008"**, 1<sup>a</sup> edição, 2012.

Jost, H. P.; **"Lubrication (Tribology) Education and Research - A Report on the Present Position and Industry's Needs"**, 1966.

Kline, S. J., McClintock, F. A.; **"Describing uncertainties in single-sample experiments"**, 1953.

Neis, P.D.; **"Projeto e Construção de um Tribômetro com Controle Independente da Temperatura do Disco"**, 2012.

Neis, P.D., Ferreira, N.F, Fekete, G., Matozo, L.T., Masotti, D.; **"Towards a better understanding of the structures existing on the surface of brake pads"**, 2017.

Pavlak, R. P., et al.; **"Wear, friction and NVH characterization using a laboratory-scale tribometer"**, 2017.

Schulze, D.; **"Powders and Bulk Solids: Behavior, Characterization, Storage and Flow"**, Springer, 2007.

Vescovi, O.L.D.; **"A Interação entre Pastilha e Disco na Geração de Ruído Induzido pelo Atrito em Freios Automotivos"**, 2018.

## APÊNDICE A

### A.1. Análise de Incertezas

Quando se deseja estimar a incerteza de uma grandeza, a qual depende estatisticamente de outras grandezas mensuradas, utiliza-se a incerteza padrão combinada, formulada por Kline e McClintock, 1953. Se as grandezas de entrada são dependentes entre si, considera-se os termos de derivadas da expansão por série de Taylor [INMETRO 2012], resultando na equação A.1:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} u_{x_i} \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{\partial y}{\partial x_j} u_{x_i} u_{x_j}} \quad (\text{A.1})$$

onde  $y$  é a grandeza de saída,  $u(y)$  é a incerteza sobre a grandeza de saída,  $x_i$  e  $x_j$  são as variáveis das quais  $y$  depende estatisticamente e  $u_x$  e  $u_j$  são as suas respectivas incertezas.

No caso do tribômetro, a incerteza associada ao coeficiente de atrito é expressa pela equação A.2, que se origina da aplicação da equação A.1 sobre a equação 3.1. Nesse caso, o torque é dependente do raio de deslizamento, e a força de atrito (expressa através do torque) depende da força normal aplicada.

$$u(\mu) = \sqrt{\left( \frac{\partial \mu}{\partial T} u_T \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu}{\partial r} u_r \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu}{\partial F} u_F \right)^2 + 2 \frac{\partial \mu}{\partial T} \frac{\partial \mu}{\partial F} u_T u_F + 2 \frac{\partial \mu}{\partial T} \frac{\partial \mu}{\partial r} u_T u_r} \quad (\text{A.2})$$

onde  $u(\mu)$ ,  $u_r$ ,  $u_F$  e  $u_T$  são as incertezas associadas ao coeficiente de atrito [-], ao raio de deslizamento [mm], à força normal [N] e ao torque [Nm], respectivamente.

Segundo Pavlak, 2017, as parcelas da incerteza associada à estimativa do coeficiente de atrito no tribômetro podem ser atribuídas a três partes do mesmo: ao mecanismo regulador do raio de deslizamento ( $\pm 0,02$  mm), ao transdutor de força ( $\pm 2,29$  N) e ao transdutor de torque ( $\pm 0,20$  Nm).

Para o novo sistema de medição, a incerteza associada à medição do coeficiente de atrito é expressa pela equação A.3, que é o resultado da aplicação da equação A.1 sobre a equação 5.8.

$$u(\mu) = \sqrt{\left( \frac{\partial \mu}{\partial F_{N-PZ}} u_{F_{N-PZ}} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mu}{\partial F_{T-PZ}} u_{F_{T-PZ}} \right)^2 + 2 \frac{\partial \mu}{\partial F_{N-PZ}} \frac{\partial \mu}{\partial F_{T-PZ}} u_{F_{N-PZ}} u_{F_{T-PZ}}} \quad (\text{A.3})$$

Considerando que os sensores piezoelétricos estão conectados em série com os condicionadores de sinais e com a placa de aquisição de dados, a incerteza associada à medição da força pelos transdutores piezoelétricos pode ser expressa pela equação A.4.

$$u_F = \sqrt{u_{CLP/3kN}^2 + u_{CMA5}^2 + u_{ADS1800}^2} \quad (\text{A.4})$$

onde  $u_F$  é a incerteza associada à medição de força [N], resultante das parcelas  $u_{CLP/3kN}$ ,  $u_{CMA5}$  e  $u_{ADS1800}$ , as quais são atribuídas, respectivamente, ao sensor piezoelétrico, ao condicionador de sinais e à placa de aquisição de dados.

A partir das especificações técnicas dos instrumentos utilizados, apresentadas na seção 4.2 e da equação A.3, é possível calcular a incerteza associada à medição da força para os sensores  $F_N$ ,  $F_T$  e  $F_R$ , conforme a Tabela A.1.

Tabela A.1: Incertezas associadas à medição de força pelos sensores  $F_{N-PZ}$ ,  $F_{T-PZ}$  e  $F_{R-PZ}$ .

Sensor	Incerteza [N]
$F_{N-PZ}$	$\pm 30,63$
$F_{T-PZ}$	$\pm 30,60$
$F_{R-PZ}$	$\pm 30,61$

Portanto, partindo-se da equação A.3, calcula-se a incerteza associada à estimativa do coeficiente de atrito para diferentes valores de força normal e de força de atrito. As incertezas obtidas podem ser visualizadas na Tabela A.2, a qual expressa-as em valores percentuais. Os valores de incerteza apresentados na Tabela A.2 estão associados apenas aos instrumentos de medição utilizados.

Tabela A.2: incerteza percentual associada ao coeficiente de atrito para o novo sistema.

	FORÇA DE ATRITO, $F_{T-PZ}$ [N]											
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
<b>100</b>	30,6	0,0										
<b>125</b>	36,7	6,1										
<b>150</b>	40,8	10,2	0,0									
<b>175</b>	43,7	13,1	2,9									
<b>200</b>	45,9	15,3	5,1	0,0								
<b>225</b>	47,6	17,0	6,8	1,7								
<b>250</b>	49,0	18,3	8,1	3,0	0,0							
<b>275</b>	50,1	19,5	9,3	4,2	1,1							
<b>300</b>	51,0	20,4	10,2	5,1	2,0	0,0						
<b>325</b>	51,8	21,2	11,0	5,9	2,8	0,8						
<b>350</b>	52,5	21,9	11,6	6,5	3,5	1,4	0,0					
<b>375</b>	53,0	22,4	12,2	7,1	4,1	2,0	0,6					
<b>400</b>	53,5	22,9	12,7	7,6	4,6	2,5	1,1	0,0				
<b>425</b>	54,0	23,4	13,2	8,1	5,0	3,0	1,5	0,4				
<b>450</b>	54,4	23,8	13,6	8,5	5,4	3,4	1,9	0,8	0,0			
<b>475</b>	54,8	24,2	14,0	8,9	5,8	3,8	2,3	1,2	0,4			
<b>500</b>	55,1	24,5	14,3	9,2	6,1	4,1	2,6	1,5	0,7	0,0		
<b>525</b>	55,4	24,8	14,6	9,5	6,4	4,4	2,9	1,8	1,0	0,3		
<b>550</b>	55,6	25,0	14,8	9,7	6,7	4,6	3,2	2,1	1,2	0,6	0,0	
<b>575</b>	55,9	25,3	15,1	10,0	6,9	4,9	3,4	2,3	1,5	0,8	0,2	
<b>600</b>	56,1	25,5	15,3	10,2	7,1	5,1	3,6	2,5	1,7	1,0	0,5	0,0
<b>625</b>	56,3	25,7	15,5	10,4	7,3	5,3	3,8	2,7	1,9	1,2	0,7	0,2
<b>650</b>	56,5	25,9	15,7	10,6	7,5	5,5	4,0	2,9	2,1	1,4	0,9	0,4
<b>675</b>	56,7	26,1	15,9	10,8	7,7	5,7	4,2	3,1	2,3	1,6	1,0	0,6
<b>700</b>	56,8	26,2	16,0	10,9	7,9	5,8	4,4	3,3	2,4	1,7	1,2	0,7
<b>725</b>	57,0	26,4	16,2	11,1	8,0	6,0	4,5	3,4	2,6	1,9	1,3	0,9
<b>750</b>	57,1	26,5	16,3	11,2	8,2	6,1	4,7	3,6	2,7	2,0	1,5	1,0
<b>775</b>	57,3	26,7	16,4	11,3	8,3	6,2	4,8	3,7	2,8	2,2	1,6	1,1
<b>800</b>	57,4	26,8	16,6	11,5	8,4	6,4	4,9	3,8	3,0	2,3	1,7	1,3
<b>825</b>	57,5	26,9	16,7	11,6	8,5	6,5	5,0	3,9	3,1	2,4	1,9	1,4
<b>850</b>	57,6	27,0	16,8	11,7	8,6	6,6	5,1	4,0	3,2	2,5	2,0	1,5
<b>875</b>	57,7	27,1	16,9	11,8	8,7	6,7	5,2	4,1	3,3	2,6	2,1	1,6
<b>900</b>	57,8	27,2	17,0	11,9	8,8	6,8	5,3	4,2	3,4	2,7	2,2	1,7
<b>925</b>	57,9	27,3	17,1	12,0	8,9	6,9	5,4	4,3	3,5	2,8	2,3	1,8
<b>950</b>	58,0	27,4	17,2	12,1	9,0	7,0	5,5	4,4	3,6	2,9	2,3	1,9
<b>975</b>	58,1	27,5	17,3	12,2	9,1	7,1	5,6	4,5	3,7	3,0	2,4	2,0
<b>1000</b>	58,1	27,5	17,3	12,2	9,2	7,1	5,7	4,6	3,7	3,1	2,5	2,0

A Tabela A.3 apresenta a incerteza percentual associada à estimativa do coeficiente de atrito para o sistema de medição atual do tribômetro (equação A.2). Nessa Tabela, são considerados os mesmos intervalos de força da Tabela A.2. A força de atrito da Tabela A.3 foi calculada a partir do torque, considerando-se um raio de deslizamento de 51,75 mm, o mesmo dos ensaios realizados nesse trabalho.

Tabela A.3: incerteza percentual associada ao coeficiente de atrito para o sistema atual de medição.

	FORÇA DE ATRITO, $F_{A-CT}$ [N]												
	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	
FORÇA NORMAL, $F_{N-CC}$ [N]	100	7,4	4,8										
	125	7,0	4,4										
	150	6,7	4,2										
	175	6,5	4,0	3,1									
	200	6,4	3,8	3,0									
	225	6,3	3,7	2,8	2,4								
	250	6,2	3,6	2,7	2,3								
	275	6,1	3,5	2,7	2,2								
	300	6,0	3,4	2,6	2,2	1,9							
	325	5,9	3,4	2,5	2,1	1,8							
	350	5,9	3,3	2,5	2,1	1,8	1,6						
	375	5,8	3,3	2,4	2,0	1,7	1,6						
	400	5,8	3,2	2,4	2,0	1,7	1,5						
	425	5,8	3,2	2,4	1,9	1,7	1,5	1,4					
	450	5,7	3,2	2,3	1,9	1,6	1,5	1,3					
	475	5,7	3,1	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,2				
	500	5,7	3,1	2,3	1,8	1,6	1,4	1,3	1,2				
	525	5,6	3,1	2,2	1,8	1,6	1,4	1,3	1,2				
	550	5,6	3,1	2,2	1,8	1,5	1,4	1,2	1,2	1,1			
	575	5,6	3,1	2,2	1,8	1,5	1,4	1,2	1,1	1,1			
	600	5,6	3,0	2,2	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0		
	625	5,6	3,0	2,2	1,7	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0		
	650	5,6	3,0	2,2	1,7	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0		
	675	5,5	3,0	2,1	1,7	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	
	700	5,5	3,0	2,1	1,7	1,4	1,3	1,1	1,1	1,0	0,9	0,9	
	725	5,5	3,0	2,1	1,7	1,4	1,3	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8
	750	5,5	3,0	2,1	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8
	775	5,5	2,9	2,1	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8
800	5,5	2,9	2,1	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	
825	5,5	2,9	2,1	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	
850	5,5	2,9	2,1	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	
875	5,5	2,9	2,1	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	
900	5,4	2,9	2,0	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,8	
925	5,4	2,9	2,0	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,8	
950	5,4	2,9	2,0	1,6	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	
975	5,4	2,9	2,0	1,6	1,3	1,2	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	
1000	5,4	2,9	2,0	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	