

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA METALÚRGICA  
E DOS MATERIAIS - PPGEMM

"ESTUDO DE CÉLULA DE CARGA DE COMPRESSÃO, COM ELEMENTO  
ELÁSTICO DE PLACA CIRCULAR COM PINO CENTRAL"

por

CARLOS ROBERTO CAUDURO  
ENGENHEIRO MECÂNICO

Trabalho realizado no Departamento de Engenharia Metalúrgica da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e dos Materiais - PPGEMM.

PORTO ALEGRE

1988

ESTUDO DE CÉLULA DE CARGA DE COMPRESSÃO, COM ELEMENTO  
ELÁSTICO DE PLACA CIRCULAR COM PINO CENTRAL

D I S S E R T A Ç Ã O

Apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e dos Materiais - PPGEMM, como parte dos requisitos para a obtenção do título de

Mestre em Engenharia

Área de concentração: Ciência dos Materiais

por

Carlos Roberto Cauduro, Engenheiro Mecânico

MAI - 1988

Esta DISSERTAÇÃO foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração em Ciência dos Materiais e aprovada em sua forma final, pelo orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.



Orientador: Ildon Guilherme Borchardt  
Doutor em Ciências, ITA-SP  
Professor do DEMET-UFRGS

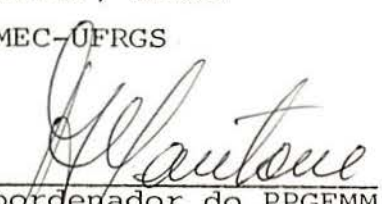
Banca Examinadora: Arno Müller  
Doutor em Engenharia, Univ. Nacional de  
Rosário, Argentina.  
Professor do DEMET-UFRGS

Ildon Guilherme Borchardt  
Doutor em Ciências, ITA-SP  
Professor do DEMET-UFRGS

Lírio Schaeffer  
Doutor em Engenharia, Univ. de Aachen-RFA  
Professor do DEMET-UFRGS

Marco Túllio de Vilhena  
Mestre em Matemática, UFRGS  
Professor do DENUC-UFRGS

Milton Antônio Zaro  
Mestre em Engenharia, UFRGS  
Professor do DEMEC-UFRGS



Adão Mautone  
Coordenador do PPGEMM

Adão Mautone

Doutor por Livre Docência, UFRGS

### RESUMO

Desenvolveu-se um estudo de célula de carga para medir forças de compressão, a base de extensômetros de resistência elétrica, consistindo de uma placa circular, que é o elemento elástico, engastada em um anel e apresentando um pino central para a aplicação da força.

É feito um modelo matemático para o cálculo das deformações sobre a placa, levando em consideração as condições de contorno do engaste da placa no anel e engaste quanto ao giro do pino na placa. O modelo permite o dimensionamento da placa, do anel e do pino, que formam uma estrutura inteiriça.

Foram feitos dois gráficos para auxílio no dimensionamento preliminar da célula de carga. Estes gráficos fornecem aproximadamente o sinal de saída de uma célula de carga de placa circular sob a ação de uma força.

Fez-se uma comparação entre os resultados calculados pelo modelo com os de três células de carga construídas para capacidades de 1000, 3000 e 10000 N, obtendo-se uma diferença de no máximo 10 %.

Mostrou-se os procedimentos usados para a construção e aferição das células de carga, sendo que a histerese, a não-linearidade e a repetibilidade foram todas menores que 0,5 %.

ABSTRACT

A load cell's study to measure compression's force with use of resistance strain gage is developed. The load cell consist of a circular flat plate with edges clamped in a heavy ring and having a load button at its center, which is loaded axially.

A mathematical model that describes the behavior of strains on the circular flat plate, which is the elastic element, is done, taking in mind that the plate is clamped on the ring and the button load is clamped on the plate. The model permits the design of the circular flat plate, heavy ring and the load button, forming all together an entire structure.

Two graphics were made in order to help its previous design and to have a fast idea about the load cell's output signal.

A comparison between the model and the experimental data with three load cells for 1000, 3000 and 10000 N showed an agreement better than 10 %.

It is showed also the steps to make the load cell and doing its calibration curve and having, for the three load cells, the value of the hysteresis, repeatability and nonlinearity less than 0.5 %.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Dr. Ildon Guilherme Borchardt pela orientação deste trabalho.

À CAPES, pela bolsa de estudo.

Ao Eng<sup>o</sup> Dinarte Santos, que iniciou o estudo das placas no Laboratório de Instrumentação e cujos resultados foram aproveitados no desenvolvimento desta dissertação.

Aos colegas do Laboratório de Instrumentação, M. Sc. José Rogério Araújo, Eng<sup>o</sup> Günter Geesdorf e Alexandre Luis Arenhart pela ajuda prestada na elaboração deste trabalho.

Ao técnico Gilnei Niche Machado, pelos desenhos feitos.

Ao PPGEMM e ao DEMET que propiciaram o local de trabalho.

A todas as pessoas, que de uma maneira ou de outra tiveram uma participação na realização deste trabalho.

a meus pais

ÍNDICE

RESUMO .....	4
ABSTRACT .....	5
LISTA DE SÍMBOLOS .....	10
1. INTRODUÇÃO .....	12
2. COMPONENTES DO TRANSDUTOR DE PLACA CIRCULAR (TPC). .....	17
2.1 Estudo da placa circular com pino central .....	17
2.1.1 Momentos e tensões atuantes na placa circular com pino .....	19
2.1.2 Deformações na superfície da placa .....	20
2.1.3 Valores dos deslocamentos $w$ ao longo da placa circular com pino central .....	21
2.1.4 Rigidez à flexão da placa circular .....	22
2.2 Conjunto anel e placa circular com pino central .	22
3. VALORES DOS MOMENTOS ATUANTES SOBRE A PLACA CIR- CULAR COM PINO CENTRAL .....	24
3.1 Comportamento do momento radial .....	24
3.2 Comportamento do momento tangencial .....	24
3.3 Comportamento dos momentos quando o raio " $a$ " do pino tende a zero .....	26
4. TENSÕES MÁXIMAS ATUANTES NA PLACA CIRCULAR COM PINO CENTRAL .....	27
4.1 Tensão devida ao momento radial em $r=a$ .....	27
4.2 Tensão devida ao cisalhamento pelo pino .....	29
4.3 Tensão de compressão sobre o pino .....	29
5. COMPORTAMENTO DAS DEFORMAÇÕES RADIAIS E TANGENCI- CIAIS SOBRE A SUPERFÍCIE DA PLACA .....	30
5.1 Gráfico das deformações radiais e tangenciais em função da relação $a/b$ .....	30
5.2 Posições das máximas deformações radiais e tan- genciais .....	31
6. PROJETO DE UM TPC .....	33
6.1 Cálculo das deformações do TPC .....	33
6.2 Cálculo da sensibilidade de um TPC .....	35



6.3 Gráficos para o cálculo da sensibilidade e da deformação em função de $a/b$ e $h$ .....	36
6.4 Dimensionamento de um TPC .....	39
6.4.1 Cálculo da placa .....	39
6.4.1.1 Dimensionamento quanto a tensão radial .....	40
6.4.1.2 Dimensionamento quanto a tensão de cisalha- mento .....	40
6.4.1.3 Dimensionamento quanto a tensão de compres- são .....	41
6.4.1.4 Dimensionamento final da placa .....	42
6.4.2 Dimensionamento do anel .....	42
6.5 Selagem do TPC e seleção dos ERES .....	43
7. PROTÓTIPOS CONSTRUIDOS .....	45
8. AFERIÇÃO DO TPC .....	50
8.1 Operação do TPC com o condicionador .....	50
8.2 Procedimento utilizado na aferição do TPC .....	51
8.2.1 Execução do ensaio de aferição .....	53
9. CURVAS DE AFERIÇÃO DOS TPCs .....	56
9.1 Análise das curvas de aferição .....	56
9.2 Comparação dos resultados obtidos experimen- talmente, por cálculo e através dos gráficos .....	61
10. CONCLUSÕES .....	65
11. SUGESTÕES DE CONTINUIDADE .....	66
BIBLIOGRAFIA .....	67
APÊNDICE A - ESTUDO DA PLACA CIRCULAR .....	71
APÊNDICE B - VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DAS DEFORMA- ÇÕES SOBRE A PLACA CIRCULAR .....	78

LISTA DE SÍMBOLOS

a	raio do pino
b	raio da placa
D	rigidez flexional
E	módulo de elasticidade
ERE	extensômetro de resistência elétrica
f	fator de amplificação do condicionador HBM
F	força
$F_N$	carga nominal
h	espessura da placa
K	"gage factor" do ERE
L	altura do anel
L1, L2, L3 e L4	medidas de posicionamento do ERE
Mr, Mt	momentos por unidade de comprimento na direção radial e tangencial da placa, respectivamente
m	altura do pino
p	menor distância da extremidade do anel a superfície da placa
Q	força cortante
r	raio genérico da placa
R	raio médio do anel ou, quando indicado resistência do ERE
$r_t$	ponto de máxima deformação tangencial
s	espessura da parede do anel
S	Sensibilidade
S'	fator relativo ao ábaco de a/b
S''	fator relativo ao ábaco de h
sg1, sg2 e sg3	coeficientes de segurança da tensão radial, da de cisalhamento e da de compressão do pino, respectivamente
TPC	transdutor de placa circular
V	tensão elétrica
Wa	rigidez à flexão do anel
Wp	rigidez à flexão da placa

$w$	deslocamento linear da placa
$w_{\max}$	deslocamento em $r=a$
$\alpha$	coeficiente do anel
$\beta$	coeficiente do anel
$\varepsilon (\Delta l/l)$	deformação
$\varepsilon_{r,t}$	deformação radial e tangencial, respectivamente
$\theta$	ângulo formado por um ponto do ERE com a reta radial que o corta
$\lambda$	comprimento elástico
$\nu$	coeficiente de Poisson
$\sigma_{1,2,3}$	tensões principais
$\sigma_{r,t,cp}$	tensão radial, tangencial e de compressão do pino, respectivamente
$\tau_{\max, med}$	tensão de cisalhamento máxima e média, respectivamente
$\vartheta$	giro da placa

## 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, transdutores são largamente empregados, tanto a nível de laboratório, quanto a nível de indústria e em outros fins, para medições de grandezas como força, pressão e torque, entre tantas outras.

Um transdutor<sup>15,25,33</sup> consiste de um dispositivo que sob a ação de um estímulo devido a um fenômeno e ou a variação de uma propriedade física como, por exemplo, elasticidade, reflexão da luz, interferência de ondas de luz, resistência elétrica, magnetismo ou indutância, produz uma resposta de natureza diferente do estímulo aplicado e conveniente para o seu manuseio.

Nesta dissertação está-se interessado que a resposta obtida devido a aplicação do estímulo seja de natureza elétrica, restrição esta que elimina respostas de qualquer outra natureza como ópticas, pneumáticas, hidráulicas ou mecânicas<sup>34</sup>. Assim, o transdutor que passa-se a apresentar converte um estímulo não elétrico, no caso uma força, em um sinal elétrico, que é a sua resposta, conforme diagrama na figura 1.

O tipo de transdutor em estudo é à base de extensômetros de resistência elétrica (ERE), do tipo folha ("foil gage")<sup>1,10,23, 32</sup>, que consiste de um elemento sensível, cuja resistência  $R$  varia  $\Delta R/R$ , quando colado a uma superfície que se deforma  $\Delta l/l$ .

O "gage factor"  $K$  do ERE é definido pela relação:  

$$K=(\Delta R/R)/(\Delta l/l).$$

Na figura 2 é mostrado o comprimento da grade e a largura da grade de um ERE unidirecional, que foi o tipo usado neste trabalho. O ERE tipo folha foi desenvolvido no início da década de 1950, por deposição de metal sobre um substrato, e cuja espessura do metal depositado varia entre 0,00254 a 0,00508 mm<sup>43</sup>, sendo portanto muito pequena frente as outras duas dimensões.

Nos transdutores à base de EREs usa-se geralmente quatro EREs, dois sob compressão e dois sob tração, ligados

em ponte de Wheatstone <sup>6,18</sup>, que quando por ocasião da variação da resistência de qualquer dos EREs produz um sinal elétrico de desbalanço.

Na figura 3 está mostrado o processamento da informação, desde a ação da força F até a sua resposta.

A célula de carga é um transdutor do tipo ativo, pois precisa de uma fonte de alimentação externa <sup>13</sup> para fornecer a resposta de natureza elétrica. Tem-se um sinal elétrico com o uso de um condicionador <sup>8</sup>, cuja resposta já é em unidades de deformação ( $\mu\text{m}/\text{m}$ ), conectado aos EREs e ligados em ponte de Wheatstone.

As células de carga, dependendo de sua geometria são de simples instalação, facilmente protegidas contra a corrosão e tem sinal de fácil manuseio, como em registradores, indicações de painéis e controle de processos <sup>24</sup>.

A geometria da célula de carga onde os EREs são colados define o elemento elástico, que transforma uma quantidade mecânica, no caso uma força, em uma deformação que provoca uma variação da resistência elétrica do ERE colado sobre ele <sup>33, 42</sup>. O elemento elástico de um transdutor à base de EREs pode estar sob compressão, tração, flexão, torção ou uma combinação destes <sup>35</sup>. O material do elemento elástico deve ter boas características elásticas e estáveis com o tempo e com as variações da temperatura ambiente, alta condutividade térmica e alta resistência à corrosão <sup>11</sup>. O elemento elástico deve sempre operar na região elástica do material.

Na figura 4 vê-se diversos tipos de células de carga de compressão, de diferentes capacidades, sendo que a diferença entre elas é a geometria do elemento elástico onde são colados os EREs.

A célula de carga que estudar-se-á consiste de um corpo inteiriço, formado por uma placa circular, com pino central, engastada em um anel, conforme figura 6, feita para trabalhar sob força de compressão atuante sobre o pino e perpendicularmente ao plano da superfície da placa.

Sobre a placa circular, que constitui-se no elemento elástico, cola-se os EREs em configuração de ponte de

Wheatstone.

De agora em diante, como está-se interessado em ter um sinal elétrico na saída, a célula de carga de placa circular com pino central, anteriormente referida, chamar-se-á de transdutor de placa circular (TPC).

Para o dimensionamento do elemento elástico, no caso a placa circular, pode-se usar métodos teóricos, numéricos (elementos finitos) ou experimentais <sup>4</sup>.

Beck <sup>5</sup> usou para o dimensionamento e análise de uma placa circular com pino central solidário à placa, como é o caso em estudo agora, a teoria da carga circunferencialmente distribuída, tendo obtido assim o valor calculado 18 % maior que o valor medido experimentalmente.

Agora é desenvolvido um modelo matemático para a análise da placa, a partir das equações de placas circulares, com a aplicação das condições de contorno existentes na placa. No engaste da placa com o anel o giro é nulo e o engaste da placa com o pino apresenta o giro também nulo, embora o pino sofra um deslocamento quando da aplicação da força. Este modelo fornece as deformações que os EREs, convenientemente posicionados, apresentam quando uma força de compressão atua no pino.

São construídos também dois gráficos, a partir do modelo acima, que servem para a avaliação preliminar do sinal de saída de um TPC sob a ação de uma força. Estes gráficos servem de auxílio no dimensionamento preliminar de um TPC.

Mostra-se as etapas seguidas para a construção e aferição de um TPC.

É estudado também o comportamento de três TPCs construídos, em aço ABNT 4340, sem tratamento térmico, com capacidades nominais de 1000, 3000 e 10000 N, quanto a sua histerese, não-linearidade e repetibilidade, usando-se equipamentos especiais. Confronta-se os resultados obtidos experimentalmente com os fornecidos pelo modelo matemático.

Na figura 5 vê-se o diagrama de bloco de um transdutor à base de EREs.



Figura 1 - Diagrama simplificado de um transdutor no qual a aplicação de uma força produz uma resposta, que pode ser um sinal elétrico.

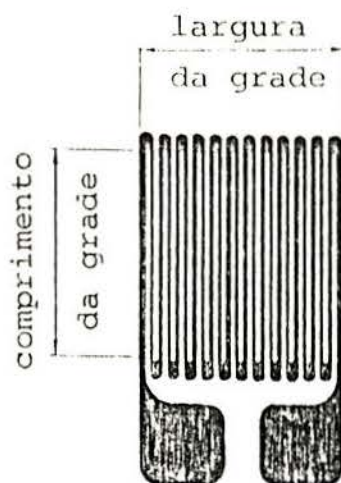


Figura 2 - Aspecto da configuração da grade de um extensômetro de resistência elétrica (ERE), com a grade unidirecional, onde pode-se ver o comprimento e largura da grade.

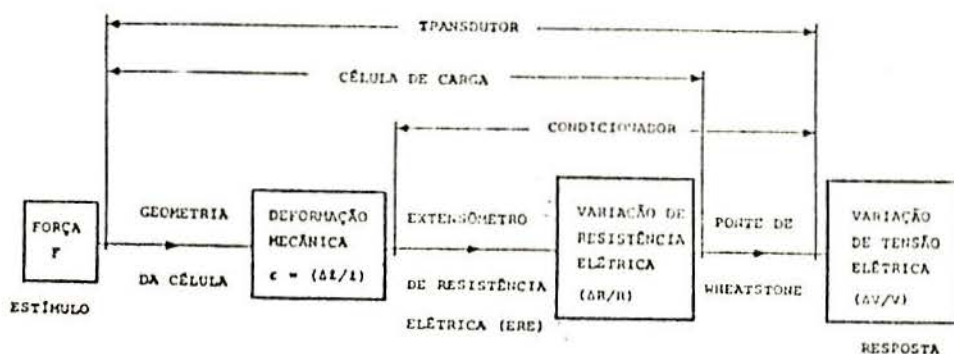


Figura 3 - Processamento da informação desde a aplicação da força  $F$ , que provoca uma deformação do elemento elástico e que por sua vez produz uma variação da resistência do ERE possibilitando ter assim uma resposta de natureza elétrica.

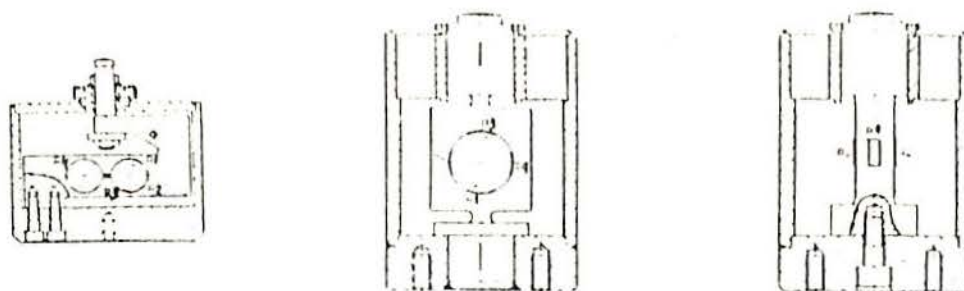


Figura 4 - Alguns tipos de célula de carga de compressão para diferentes capacidades. A diferença entre elas é o elemento elástico, no qual estão colados os ERES R1, R2, R3 e R4.

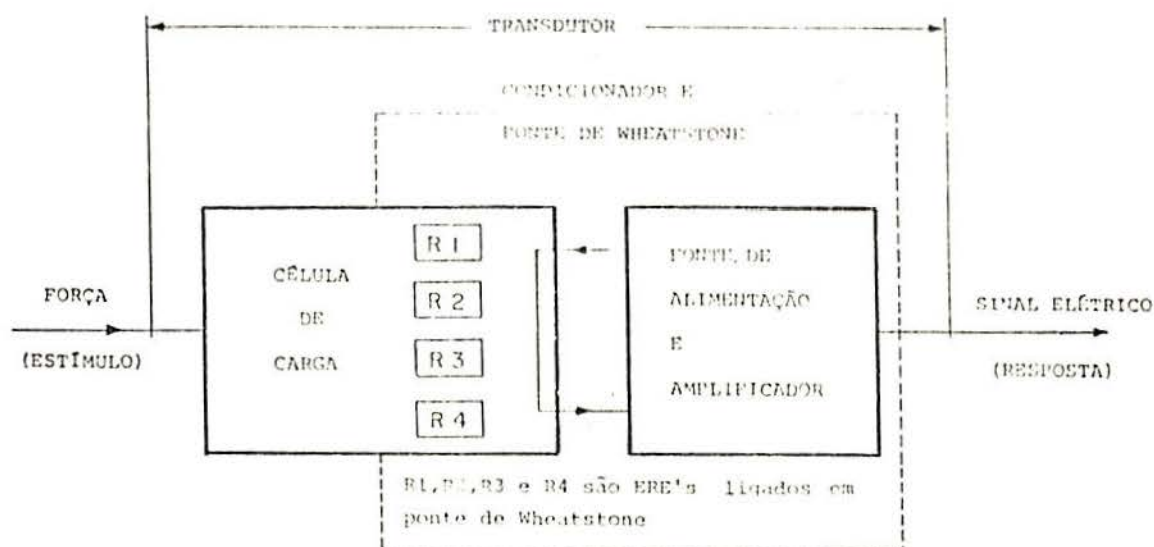


Figura 5 - Diagrama de bloco das unidades de um transdutor de força. A deformação dos quatro ERES, ligados em ponte de Wheatstone, fornece, com o auxílio do condicionador, um sinal elétrico já em unidades de deformação ( $\mu\text{m}/\text{m}$ ) em seu display.



## 2. COMPONENTES DO TRANSDUTOR DE PLACA CIRCULAR (TPC)

O TPC é constituído de uma placa circular de raio  $b$  engastada em um anel. A placa circular, que constitui o elemento elástico da célula de carga, apresenta um pino solidário de raio  $a$ , sobre o qual é aplicada a força  $F$ . Na figura 6 mostra-se um TPC, onde vê-se os parâmetros usados nesta dissertação.

O TPC constitui-se em uma estrutura inteiriça, com os EREs colados na parte interna em posição que será discutida a diante.

No Apêndice A é feito um estudo de uma placa circular que permite o estudo da mesma com pino central engastado.

### 2.1 Estudo da placa circular com pino central

A partir da equação A-23, que fornece o giro da placa, visto na figura 32, calcular-se-á os momentos, tensões e deformações radiais e tangenciais na placa circular com pino central aplicando as condições de contorno presentes na placa circular

$$\vartheta = c_1 r + \frac{c_2}{r} - \frac{1}{D r} \int (r \int Q dr) dr \quad (A-23)$$

Supondo que o giro em  $r=a$  e em  $r=b$  seja nulo, o engaste da placa circular pode ser considerado perfeito para efeitos de cálculo. A rigidez flexional  $D$  do pino é muito maior que a rigidez flexional  $D$  da placa.

Na região do pino há engaste quanto ao giro, mas não quanto ao deslocamento  $w$  que ocorre quando da aplicação da força  $F$ . Na figura 7 vê-se a placa sob a ação de uma força  $F$ , que será considerada como atuando uniformemente sobre a superfície do pino.

Assim, as condições de contorno ao giro são:

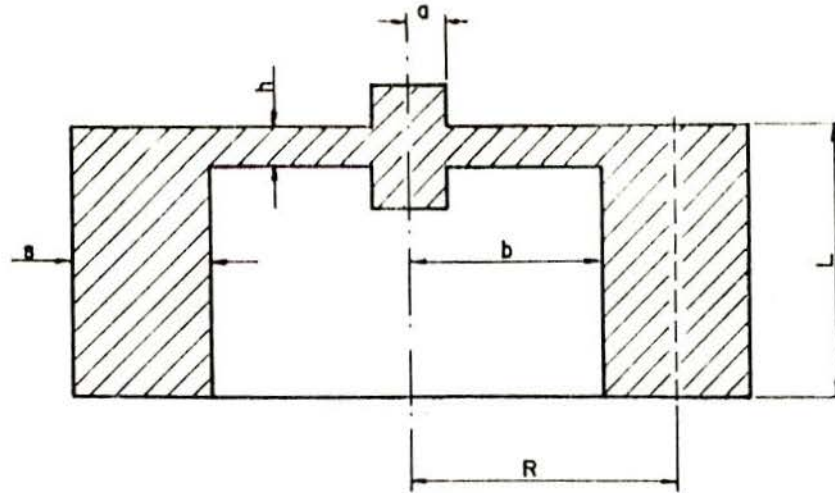


Figura 6 - Aspecto de um transdutor de placa circular inteira, onde vê-se a placa, o pino e o anel e:

- a - raio do pino
- b - raio da placa
- h - espessura da placa
- R - raio médio do anel
- s - espessura do anel
- L - altura do anel

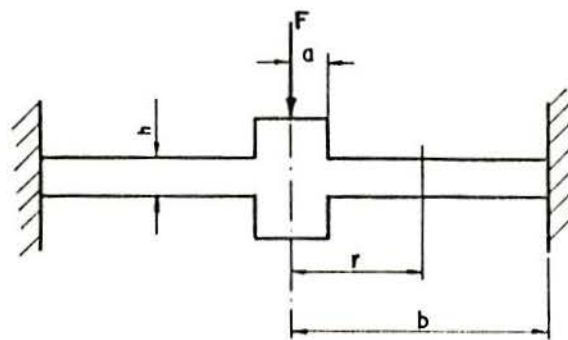


Figura 7 - Placa circular, com pino solidário, engastada no bordo e sob ação de uma força  $F$ . O valor de  $r$  está no intervalo  $[a, b]$ .

$$\mathcal{D}_{(r=a)} = 0 \quad (1)$$

$$\mathcal{D}_{(r=b)} = 0 \quad (2)$$

O valor do esforço cortante  $Q$  no intervalo  $a \leq r \leq b$ , por unidade de comprimento, é:

$$Q = \frac{F}{2\pi r} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (A-23) e aplicando as condições de contorno (1) e (2) para calcular as constantes  $C_1$  e  $C_2$  vem <sup>36</sup> :

$$\mathcal{D} = \frac{F}{4\pi D} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 r \ln \frac{r}{a} + \frac{a^2}{r} \ln \frac{a}{b} + r \ln \frac{b}{r}}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (4)$$

e

$$\frac{d\mathcal{D}}{dr} = \frac{F}{4\pi D} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(\ln \frac{r}{a} + 1\right) - \left(\frac{a}{r}\right)^2 \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{r} - 1}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (5)$$

### 2.1.1 Momentos e tensões atuantes na placa circular com pino

Levando as equações 4 e 5 nas equações A-17 e A-18, obtém-se o momento radial  $M_r$ , por unidade de comprimento, e o momento tangencial  $M_t$ , também por unidade de comprimento. Assim <sup>36</sup>,

$$M_r = \frac{F}{4\pi} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(\ln \frac{r}{a} + 1 + \nu \ln \frac{r}{a}\right) + \left(\frac{a}{r}\right)^2 (\nu - 1) \ln \frac{a}{b} + (1 + \nu) \ln \frac{b}{r} - 1}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (6)$$

e

$$Mt = \frac{F}{4\pi} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(\ln \frac{r}{a} + \nu \ln \frac{r}{a} + \nu\right) + \left(\frac{a}{r}\right)^2 (1-\nu) \ln \frac{a}{b} + (1+\nu) \ln \frac{b}{r} - \nu}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (7)$$

As tensões radiais  $\sigma_r$  e tangenciais  $\sigma_t$ , devido aos momentos radiais e tangenciais são <sup>41</sup>:

$$\sigma_r = \frac{6Mr}{h^2} \quad (8)$$

e

$$\sigma_t = \frac{6Mt}{h^2} \quad (9)$$

### 2.1.2 Deformações na superfície da placa

As deformações radiais  $\epsilon_r$  e as deformações tangenciais  $\epsilon_t$  são dadas pelas equações A-6 e A-7, respectivamente. Colocando os valores dados para as tensões, equações 8 e 9, em A-6 e A-7, vem <sup>36</sup>:

$$\epsilon_r = \frac{3F(1-\nu^2)}{2\pi E h^2} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(\ln \frac{r}{a} + 1\right) - \left(\frac{a}{r}\right)^2 \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{r} - 1}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (10)$$

e

$$\epsilon_t = \frac{3F(1-\nu^2)}{2\pi E h^2} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \ln \frac{r}{a} + \left(\frac{a}{r}\right)^2 \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{r}}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (11)$$

Com estas expressões de deformações pode-se calcular as deformações radiais e tangenciais a que os EREs colados sobre a superfície da placa circular estarão sujeitos.

### 2.1.3 Valores dos deslocamentos $w$ ao longo da placa circular com pino central

A relação entre o deslocamento linear  $w$  com o giro é dada pela equação A-1:

$$\mathcal{D} = - \frac{dw}{dr} \quad (\text{A-1})$$

ou

$$w = - \int \mathcal{D} dr \quad (12)$$

Substituindo em (12) o valor do giro dado pela expressão (4), vem <sup>36</sup> :

$$w = - \frac{F}{4\pi D} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(\ln \frac{r}{a} + \ln \frac{r}{b}\right) \frac{r^2}{2} + \left(1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2\right) \frac{r^2}{4} + a^2 \ln \frac{a}{b} \ln b + C_3}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (13)$$

Para calcular  $C_3$  usa-se a condição de contorno:

$$w_{(r=b)} = 0 \quad (14)$$

obtendo-se <sup>36</sup> :

$$w = -\frac{F_0^2}{4\pi D} \frac{\left(\frac{r}{b}\right)^2 \left(\frac{1}{2} \ln \frac{r}{a} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{r}{a}\right)^2 \left(\frac{1}{2} \ln \frac{b}{r} + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\right) + \ln \frac{a}{b} \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{r}{b}\right)}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (15)$$

O deslocamento linear  $w$  será máximo em  $r=a$  valendo<sup>36</sup>:

$$w_{\max} = -\frac{F_0^2}{4\pi D} \frac{\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{b}{a}\right)^2\right) + \left(\ln \frac{a}{b}\right)^2}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (16)$$

#### 2.1.4 Rigidez à flexão da placa circular

A rigidez à flexão de uma placa circular,  $W_p$ , em unidades de momento por unidade de comprimento, é<sup>7</sup>:

$$W_p = \frac{(1+\nu)D}{b} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu)b} \quad (17)$$

#### 2.2 Conjunto anel e placa circular com pino central

Supos-se para a solução da equação diferencial da placa circular (A-23), que esta está perfeitamente engastada no anel. Para isto deve-se ter a rigidez do anel  $W_a$  dada pela equação (41), infinita frente à rigidez à flexão da placa circular,  $W_p$ .

Para efeitos práticos deve-se ter:

$$W_a \gg W_p \quad (18)$$

O momento radial no engaste da placa com o anel, considerando o engaste não perfeito, diminui segundo a relação <sup>7</sup> :

$$M_{r(r=b)}^{real} = M_{r(r=b)} \frac{W_a}{W_a + W_p} \quad (19)$$

### 3. VALORES DOS MOMENTOS ATUANTES SOBRE A PLACA CIRCULAR COM PINO CENTRAL

Quando da aplicação de uma força  $F$  no pino, perpendicularmente à placa, as expressões para os momentos radiais e tangenciais que surgem são dadas pelas equações (6) e (7), respectivamente. O conhecimento dos momentos será necessário para o dimensionamento do TPC.

#### 3.1 Comportamento do momento radial

O momento radial  $M_r$  apresenta seu valor máximo em  $r=a$ , alterna-se de sinal e apresenta em  $r=b$  um valor em módulo inferior ao valor de em  $r=a$ .

Na figura 8 está mostrado o comportamento do momento radial  $M_r$  para uma relação entre o raio do pino  $a$ , e raio da placa  $b$  de  $a/b=0,1$ .

A medida que se aumenta a relação  $a/b$ , com  $F$  constante, a razão entre o momento radial em  $r=a$  ( $M_{r(r=a)}$ ) e em  $r=b$  ( $M_{r(r=b)}$ ), diminui conforme mostrado na figura 9.

Como a tensão radial depende do momento, pode-se, mantendo a espessura constante, aumentar a força  $F$  sobre a placa aumentando a razão  $a/b$ . Pode-se, assim, aumentar a força  $F$  que atua no TPC.

#### 3.2 Comportamento do momento tangencial

O momento tangencial possui seu valor máximo para razões de  $a/b=0,05$  a  $a/b=0,4$  entre 2,5 e 3 vezes menor que o valor máximo do momento radial, não sendo por isso críticas as tensões devidas ao momento tangencial.



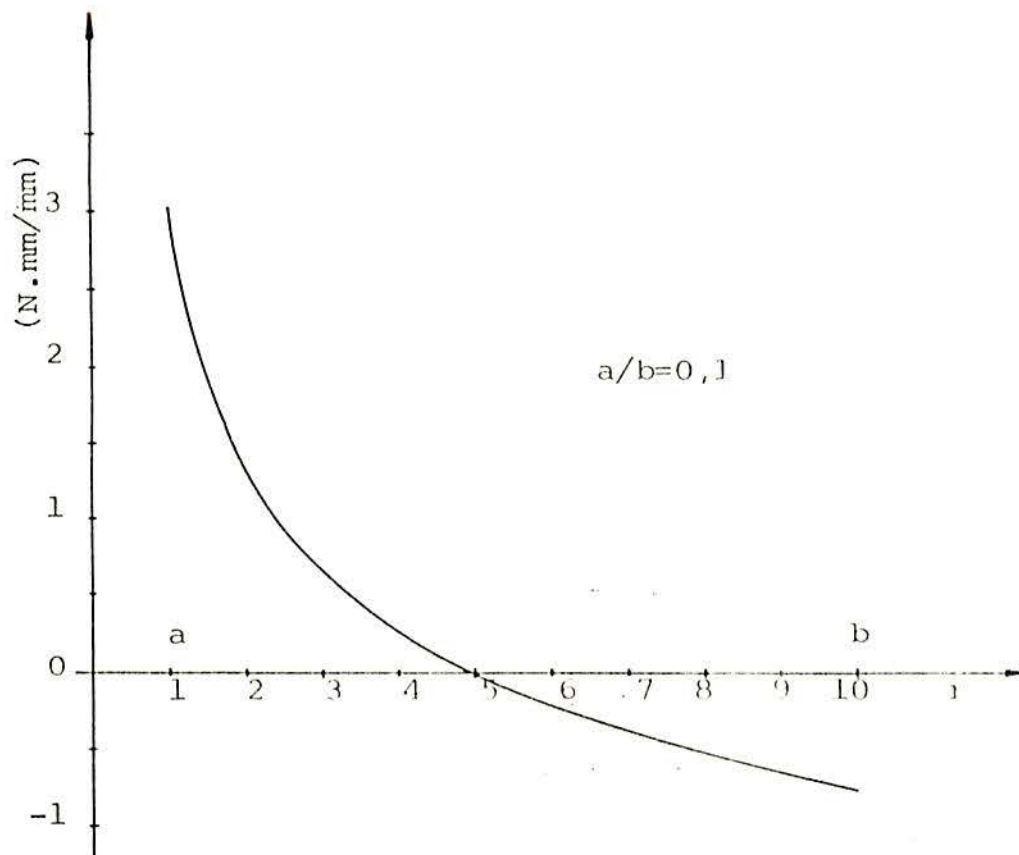


Figura 8 - Comportamento do momento radial  $M_r$ , dado pela equação 6, para uma relação  $a/b=0,1$ . O valor de  $M_r$ , para um dado  $r$ , é a força  $F$  vezes o valor da ordenada correspondente.

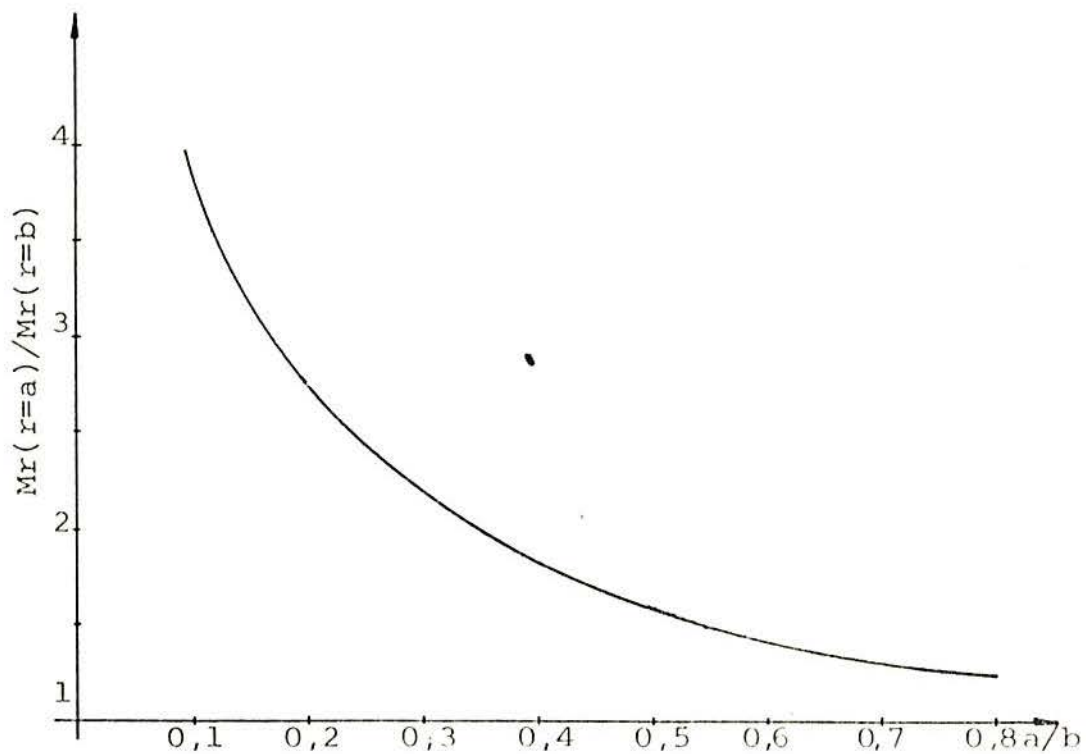


Figura 9 - Relação entre o momento radial em  $r=a$  e em  $r=b$ , dados pela equação 6, para diversas relações de  $a/b$ .

### 3.3 Comportamento dos momentos quando o raio "a" do pino tende a zero

Com o raio a do pino tendendo a zero as equações (6) e (7) fornecem as mesmas expressões dos momentos radiais e tangenciais válidas para uma placa circular engastada nos bordos e com uma força F pontual no seu centro, cujos valores constam de deduções de livros de placas que valem<sup>41</sup>:

$$M_r = \frac{F}{4\pi} \left( (1 + \nu) \ln \frac{b}{r} - 1 \right) \quad (20)$$

e

$$M_t = \frac{F}{4\pi} \left( (1 + \nu) \ln \frac{b}{r} - \nu \right) \quad (21)$$

#### 4. TENSÕES MÁXIMAS ATUANTES NA PLACA CIRCULAR COM PINO CENTRAL

No capítulo 3 viu-se que a maior tensão devido aos momentos é a do momento radial em  $r=a$ . Tem-se também na região do pino, quando da aplicação da força  $F$ , a presença de tensões de cisalhamento e a tensão de compressão do pino sob a ação da força  $F$ .

Agora analisar-se-á as tensões máximas causadas por cada um destes fatores com o objetivo de dimensionamento do TPC.

##### 4.1 Tensão devida ao momento radial em $r=a$

As tensões radiais e tangenciais que atuam na placa circular são dadas pelas equações (8) e (9), respectivamente.

O maior momento que atua na placa circular com pino central é o momento radial em  $r=a$ ,  $M_{r(r=a)}$ , que vale:

$$M_{r(r=a)} = \frac{F}{4\pi} \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2 \ln \frac{b}{a} - 1}{1 - \left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad (22)$$

Este momento origina, na superfície da placa, a tensão radial máxima atuante na placa que vale:

$$\sigma_{r(r=a)} = \frac{6M_{r(r=a)}}{h^2} \quad (23)$$

A tensão radial é máxima nas superfícies, sendo que uma superfície apresenta em relação a outra valores iguais em módulo, mas de sinais contrários. Na metade da espessura da placa, as tensões produzidas pelos momentos são nulas.

Timoshenko <sup>41</sup> apresenta, para um caso semelhante ao em estudo, no qual uma placa é engastada em um anel e possui

também um pino solidário à placa, fórmulas para o cálculo da tensão máxima atuante na estrutura e a flecha máxima devido a aplicação de uma força  $F$ .

A fórmula apresentada por Timoshenko <sup>41</sup> para a tensão máxima é do tipo:

$$\sigma_{\max} = \frac{kF}{h^2} \quad (24)$$

onde  $k$  é uma constante que depende da relação  $b/a$ . Para relações de  $b/a$  iguais a 5; 4; 3; 2; 1,5 e 1,25 os valores de  $k$  são 1,13; 0,993; 0,703; 0,405; 0,220 e 0,115, respectivamente.

Para a flecha máxima a relação é do tipo:

$$W_{\max} = \frac{k_1 F b^2}{E h^3} \quad (25)$$

onde  $k_1$  é uma constante que depende da relação  $b/a$ . Para relações de  $b/a$  iguais a 5; 4; 3; 2; 1,5 e 1,25 os valores de  $k_1$  são 0,114; 0,092; 0,062; 0,0237; 0,0064 e 0,00129, respectivamente.

Calculando-se a tensão máxima dada pela equação (24) para uma força de 1000 N e espessuras de 10, 5 e 1 mm, para as relações de  $b/a$  dadas acima e confrontando-se com a tensão radial máxima dada pela equação (23), para as mesmas condições, a diferença foi no máximo 0,8 %.

Já, usando a expressão (25) para o cálculo da flecha máxima e comparando-se com a equação (16), observa-se que os valores calculados pela expressão (25) são menores. As diferenças encontradas entre a expressão (25) e a equação (16) para relações de  $b/a$  de 5; 4; 3; 2; 1,5 e 1,25 foram de -7,5%; -14%; -30%; -75%; -96% e -99%, respectivamente.

Como as relações de  $b/a$  dos protótipos construídos, descritos no capítulo 7, são de 8,5; 6,7 e 6,0 não se pode usar a expressão (24) para o cálculo da tensão máxima, pelo

fato de não existirem fatores  $k$  para estas relações de  $b/a$ . Observa-se também, que quanto maior a relação  $b/a$ , como é o caso dos protótipos construídos, o erro da flecha calculada pelas equações (16) e (25) fica cada vez menor.

#### 4.2 Tensão devida ao cisalhamento pelo pino

Sob a ação da força  $F$  no pino originam-se tensões de cisalhamento ao longo da espessura da placa em  $r=a$ .

A distribuição da tensão de cisalhamento ao longo da espessura  $h$  da placa não é conhecida. Supos-se que o comportamento da tensão de cisalhamento ao longo da espessura  $h$  da placa seja semelhante a distribuição da tensão de cisalhamento ao longo de uma viga retangular<sup>40</sup>, onde na superfície seu valor é nulo e seu máximo valor ocorre na metade da espessura.

Assim, para a placa circular, tem-se:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \tau_{\text{med}} \quad (26)$$

onde

$$\tau_{\text{med}} = \frac{F}{2\pi ah} \quad (27)$$

#### 4.3 Tensão de compressão sobre o pino

Sobre o pino atua a força  $F$ , que provoca uma tensão de compressão no pino dada por:

$$\sigma_{cp} = \frac{F}{\pi a^2} \quad (28)$$

## 5. COMPORTAMENTO DAS DEFORMAÇÕES RADIAIS E TANGENCIAIS SOBRE A SUPERFÍCIE DA PLACA

Para a construção do TPC é importante conhecer o comportamento das deformações radiais e tangenciais sobre a placa circular, pois a partir disto é que se posiciona os EREs sobre a placa. Para minimizar erros devidos ao posicionamento dos EREs deve-se procurar ter áreas sobre o elemento elástico com deformações uniformes <sup>17</sup>.

As equações (10) e (11) fornecem os valores das deformações radiais e tangenciais, respectivamente, para qualquer ponto da placa no intervalo  $[a, b]$ .

### 5.1 Gráfico das deformações radiais e tangenciais em função da relação $a/b$

Pode-se ter uma idéia do comportamento destas deformações na superfície da placa circular variando  $a/b$  e mantendo-se constante os demais termos das equações (10) e (11). Na figura 10 vê-se o gráfico das deformações radiais e tangenciais para relações de  $a/b$  de 0,1; 0,2 e 0,3.

Para um conjunto de TPCs de mesmo raio  $b$ , a medida que se aumenta a relação  $a/b$ , com os demais fatores constantes, há uma diminuição dos valores das deformações radiais e tangenciais.

As deformações radiais apresentam o seu valor máximo em  $r=a$  e apresentam a partir deste ponto uma queda acentuada, enquanto que na borda, em  $r=b$ , o seu valor é de sinal contrário e na borda também a variação não é tão abrupta como próximo ao pino. Observa-se também, para as diversas relações de  $a/b$ , que na borda os valores das deformações radiais não diferem tanto quanto na região do pino.

Na construção do TPC, os EREs orientados radialmente serão colados próximos a borda devido a variação não tão abrupta

ta das deformações radiais, possibilitando que erros de posicionamento na colagem dos EREs não sejam críticos.

As deformações tangenciais também apresentam um maior valor quanto menor for a relação  $a/b$ . Os seus valores são nulos em  $r=a$  e em  $r=b$  e não apresentam variação de sinal.

A deformação tangencial, conforme pode ser visto na figura 10, apresenta uma variação não acentuada na região em que ocorre a sua máxima deformação, sendo assim o local apropriado para a colagem do ERE orientado tangencialmente.

## 5.2 Posição das máximas deformações radiais e tangenciais

Os valores máximos das deformações radiais ocorrem em  $r=a$ .

Para as deformações tangenciais, o ponto  $r_t$  em que ocorre a máxima deformação tangencial é:

$$r_t = \sqrt{\frac{2a^2 \ln \frac{a}{b}}{\left(\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 1\right)}} \quad (29)$$

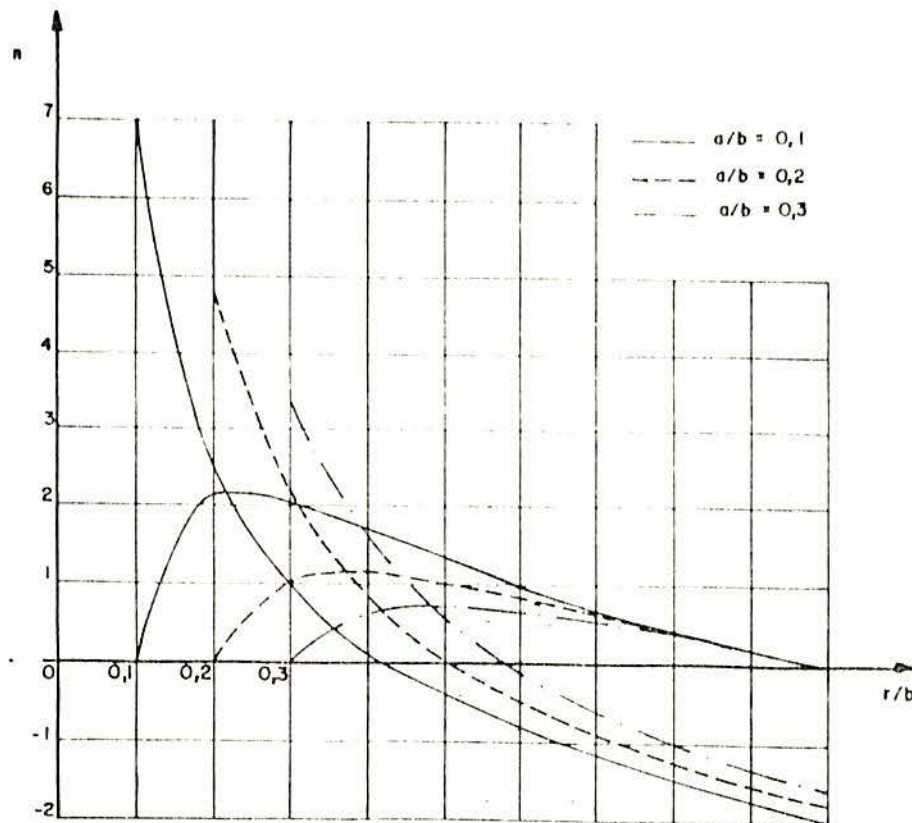


Figura 10 - Comportamento das deformações radiais e tangenciais, dadas pelas eq. (10) e (11), respectivamente, sobre uma placa de aço e para diversas relações de  $a/b$ . O valor da deformação, em  $\mu\text{m}/\text{m}$ , para uma determinada posição na abcissa e relação  $a/b$  é o valor da ordenada  $n$  correspondente vezes o valor da força  $F$  dividido pela espessura  $h$  ao quadrado. Assim,  $\text{deformação} = n \cdot F/h^2$  ( $\mu\text{m}/\text{m}$ ). (A deformação radial muda de sinal).

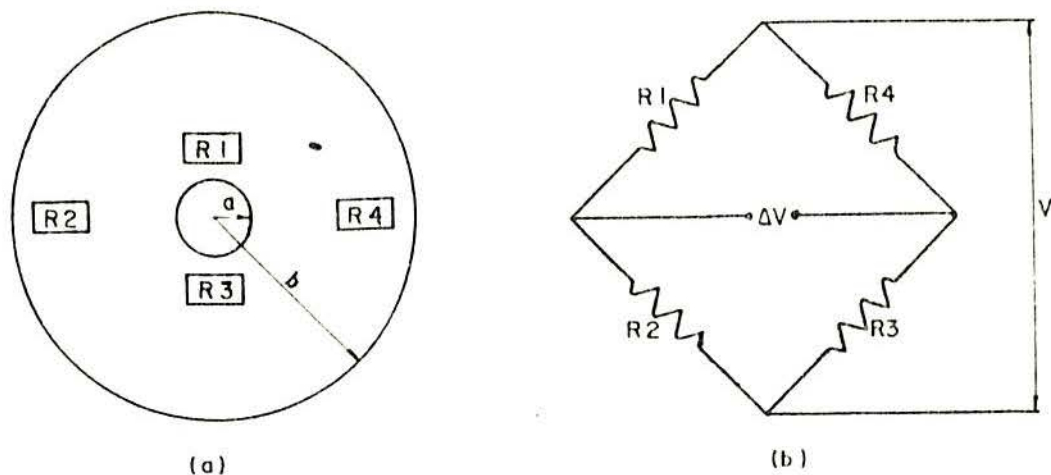


Figura 11 a) Posicionamento dos ERES na placa e  
 b) Ligação em ponte de Wheatstone dos ERES, onde  $V$  é tensão de excitação da ponte e  $\Delta V$  é a tensão de saída ou desbalanço da ponte.



## 6. PROJETO DE UM TPC

Por projeto de um TPC entende-se o cálculo da sensibilidade do TPC e seu dimensionamento. A sensibilidade dependerá da deformação a que o TPC estará submetido, enquanto que o dimensionamento verificará se um TPC de determinadas características está apto a suportar uma força.

### 6.1 Cálculo das deformações do TPC

Os EREs são colados sobre a placa circular conforme figura 11a, e ligados em ponte de Wheatstone( figura 11b). A razão para este posicionamento dos EREs está discutida em 5.1.

A deformação do ERE sobre a placa circular em uma região qualquer será a soma das projeções das deformações radiais e tangenciais, dadas pelas equações (10) e (11), respectivamente, na direção da grade do ERE. Tomando-se vários pontos sobre o ERE e calculando-se a média das deformações destes pontos sobre o ERE tem-se a deformação total a que o ERE está submetido. Quanto maior o número de pontos mais preciso será o cálculo da deformação do ERE.

Considera-se agora uma reta  $\overline{CC}$ , orientada radialmente, que passa na metade do comprimento da grade do ERE orientado tangencialmente e na metade da largura da grade do ERE orientado radialmente, conforme figura 12a e 12b, respectivamente. O valor de  $L_1$  é a distância do centro da placa até o começo da grade do ERE tangencial e  $L_2$  é  $L_1$  mais a largura da grade do ERE. Já  $L_3$  é a distância do centro da placa até o começo da grade do ERE radial e  $L_4$  é  $L_3$  mais o comprimento da grade do ERE.

Sobre a reta  $\overline{CC}$  a deformação radial ou tangencial é dada pelas equações (10) e (11), respectivamente, e o ERE capta apenas a deformação da orientação axial de sua grade. Em um ERE a deformação na sua orientação transversal é pequena .

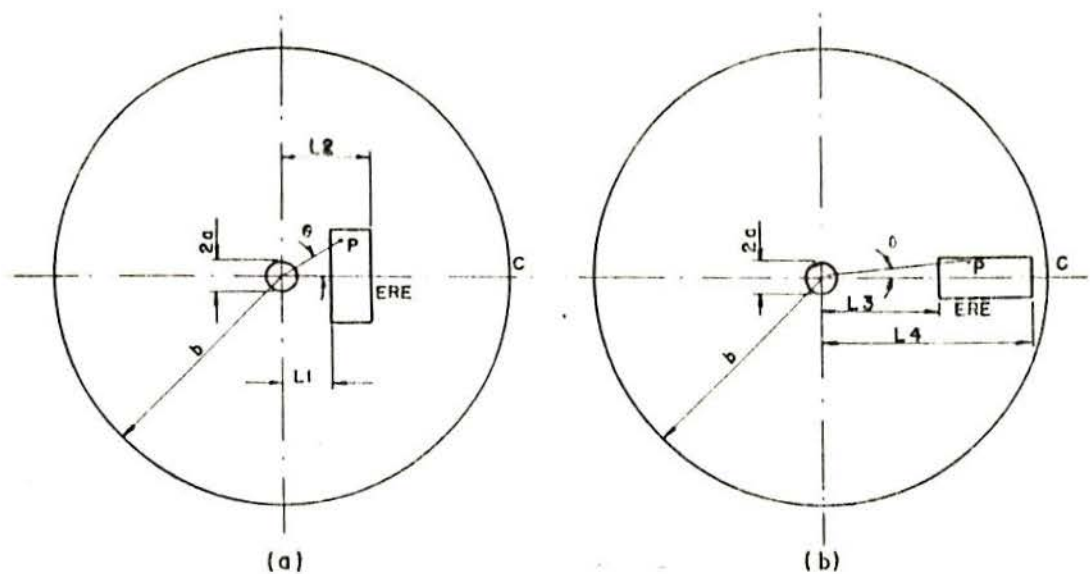


Figura - 12 : Elementos para o cálculo da deformação de um ERE unidirecional; a) orientado tangencialmente em região onde a deformação tangencial é maior e b) orientado radialmente em região de predomínio da deformação radial.

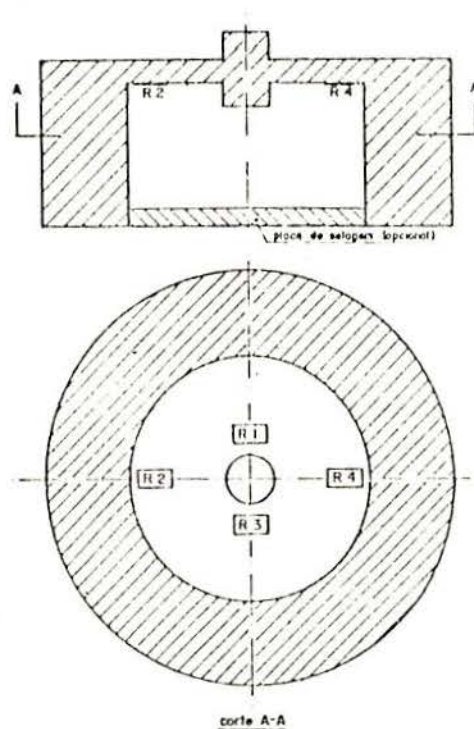


Figura 13 - Posicionamento dos EREs no TPC e placa de selagem (opcional).

Assim, a deformação em um ponto P qualquer de raio  $r = \overline{CP}$ , sobre o ERE tangencial (figura 12a), será a soma da deformação radial, eq.(10), vezes o seno do ângulo  $\theta$ , com a deformação tangencial, eq.(11), vezes o cosseno de  $\theta$ .

Para o ERE radial, figura 12b, a deformação de um ponto qualquer de raio  $r = \overline{CP}$ , será a soma da deformação radial, eq. (10), vezes o cosseno do ângulo  $\theta$ , com a deformação tangencial, eq. (11), vezes o seno de  $\theta$ .

No ERE orientado tangencialmente as deformações radiais e tangenciais são de mesmo sinal, enquanto que no ERE orientado radialmente a deformação radial é de sinal contrário a tangencial, sendo esta entretanto de valor pequeno, conforme pode ser visto na figura 10, frente a radial e o ângulo  $\theta$  neste caso é menor o que torna pequena a influência da deformação tangencial no ERE orientado radialmente.

A deformação total dos quatro EREs, em  $\mu\text{m}/\text{m}$ , será a soma das deformações dos dois EREs radiais mais a soma das deformações dos dois EREs tangenciais, e sua leitura no condicionador já será em unidades de deformação.

## 6.2 Cálculo da sensibilidade de um TPC

A sensibilidade S é definida por <sup>37</sup> :

$$S = \frac{\sum |\epsilon|}{F/F_N} \quad (30)$$

onde  $\sum \epsilon$  - somatório das deformações radiais e tangenciais

F - carga aplicada ( força F)

$F_N$  - carga nominal

A fórmula (30) compara a sensibilidade, em  $\mu\text{m}/\text{m}$ , de diferentes tipos de transdutores construídos à base de EREs. A sensibilidade dependerá assim da capacidade para a qual o transdutor foi construído.

### 6.3 Gráficos para o cálculo da sensibilidade e da deformação em função de $a/b$ e $h$

Observando-se a figura 10, vê-se que as deformações a que está sujeito o TPC dependem da relação  $a/b$  e de  $h$ , além de  $F$ .

Pode-se ter uma idéia do valor da sensibilidade e da deformação, sobre a ação de uma força  $F$ , em um TPC para várias razões de  $a/b$  e diferentes  $h$ . Os gráficos são válidos para um TPC feito de aço.

Para isto calcula-se a deformação radial, dada pela eq. (10), para um  $r$  valendo  $0,7.b$ , que corresponde aproximadamente a posição central da grade dos EREs nos TPCs construídos. A deformação tangencial é dada pela eq. (11), o valor tomado para  $r$  será o dado pela eq. (29), que é onde ocorre a máxima deformação tangencial. Para se ter uma precisão maior para o cálculo das deformações deve-se usar os procedimentos de 6.1.

Usando as eq. (10) e (11), com um  $h=10$  mm, com  $F=1$  e  $F_N=1$  e para os valores de  $r$  dados no parágrafo anterior, calcula-se  $S$ , dado pela eq. (30), para diversas razões de  $a/b$ .

Colocando-se nas abcissas o valor de  $a/b$  e nas ordenadas o valor  $S'$ , que é o  $S$  achado para as condições acima, obtendo-se o gráfico da figura 14.

Usando o mesmo procedimento anterior, calcula-se  $S$ , mas agora para diferentes  $h$  e também diferentes relações de  $a/b$ . Observa-se assim que, para um mesmo  $h$ , menor que 10 mm, a sensibilidade  $S$  encontrada dividida pelo valor da sensibilidade  $S$  para  $h=10$  mm, apresenta um valor constante para as diversas razões de  $a/b$  calculadas. Constrói-se assim o gráfico da figura 15, tendo nas abcissas o valor de  $h$  e nas ordenadas o fator  $S''$ , que indica quantas vezes a sensibilidade é maior do que se o  $h$  fosse 10 mm. Para um TPC que tenha  $h$  próximo a 10 mm ou maior, pode-se construir os gráficos das figuras 14 e 15 para o valor de  $h$  desejado.

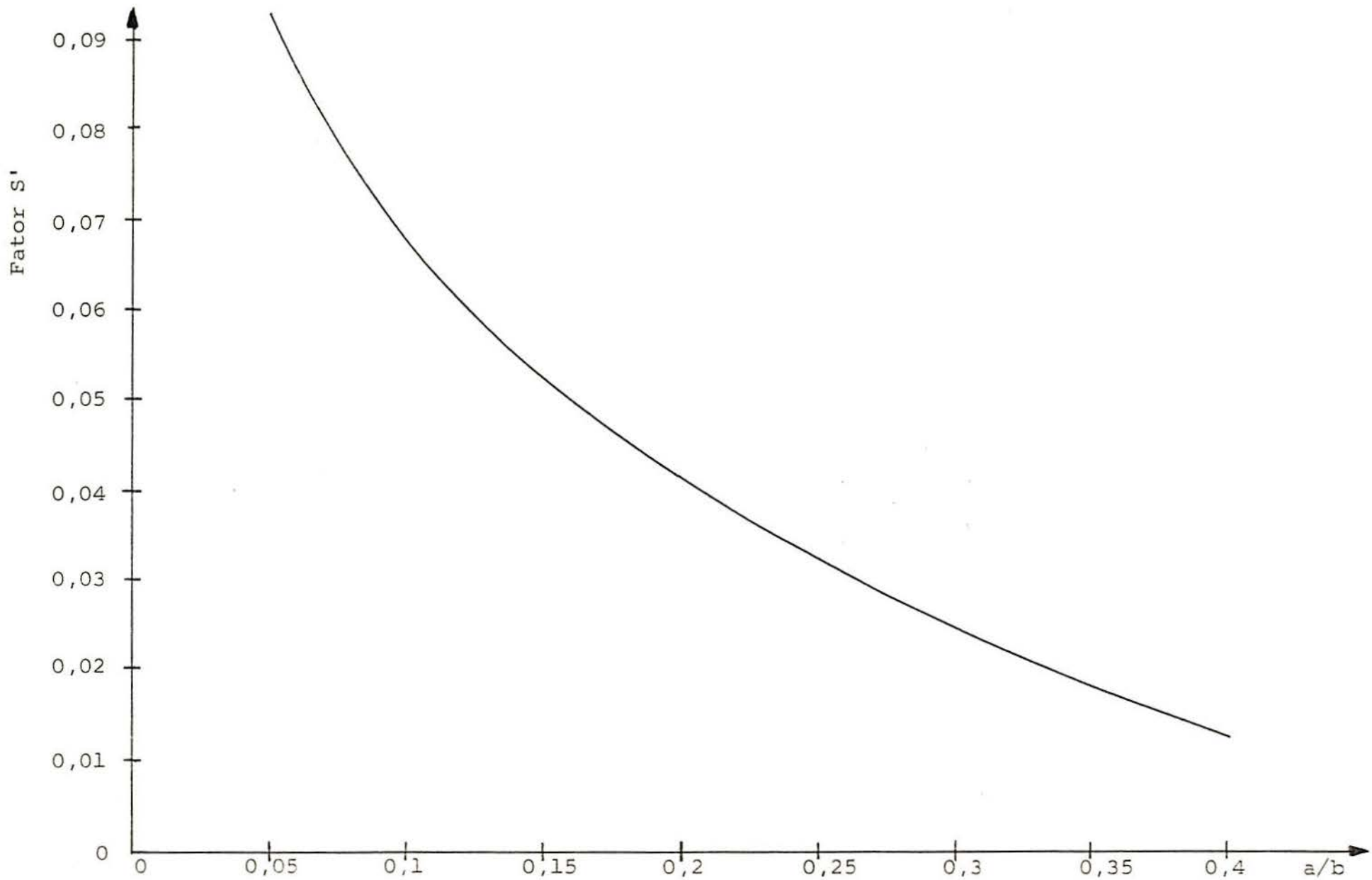


Figura 14 - Gráfico construído de acordo com o item 6.3, para o fator  $S'$ .

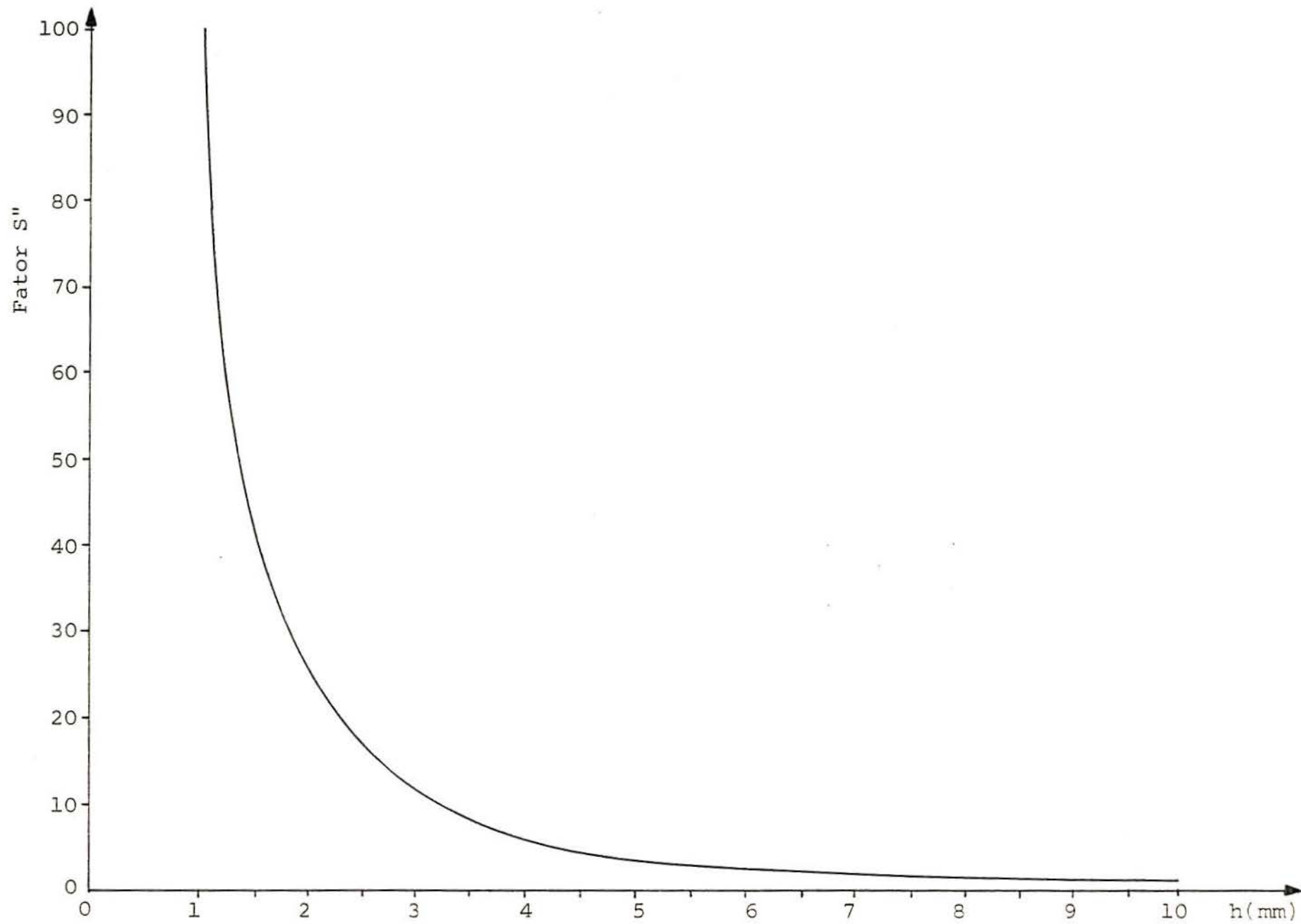


Figura 15 - Gráfico construído de acordo com o item 6.3, para o fator S''.

Assim, com o uso dos gráficos das figuras 14 e 15, a sensibilidade pode ser estimada por:

$$S = F_N \cdot S' \cdot S'' \quad (31)$$

No caso de não termos a carga nominal  $F_N$ , mas uma força  $F$  diferente e menor dela, a equação (31) fornece aproximadamente a deformação que os quatro EREs teriam sob a ação desta força.

#### 6.4 Dimensionamento do TPC

No dimensionamento do TPC serão usados para o cálculo da placa os resultados obtidos no capítulo 4, o item 2.1.4 e o item 2.2 para o cálculo do anel.

##### 6.4.1 Cálculo da placa

Para o cálculo da placa precisa-se saber qual a sensibilidade desejada do TPC. Pode-se usar, como primeira aproximação, os gráficos dos fatores  $S'$  e  $S''$  para obter-se o valor da espessura  $h$  da placa.

Precisa-se conhecer também a carga nominal  $F_N$ , a relação  $a/b$ , o valor de  $b$  além de  $S$ .

A figura 14 fornece o valor de  $S'$ , e com o auxílio da eq. (31) e da figura 15, obtém-se a espessura  $h$ .

Para se ter a sensibilidade  $S$ , levando em conta a posição real e as dimensões do ERE usado, deve-se usar os procedimentos dos itens 6.1 e 6.2. Se o valor de  $S$  assim calculado for diferente do desejado pode-se variar a razão  $a/b$  e ou a espessura  $h$ , até se ter o  $S$  desejado.

De posse agora de  $h$ ,  $b$  e  $a/b$  precisa-se saber se o TPC suporta a carga  $F_N$ .

#### 6.4.1.1 Dimensionamento quanto a tensão radial

Calcula-se agora as tensões principais <sup>16</sup>, para a aplicação da teoria de resistência de Guest, que é apropriada para materiais dúcteis.

Viu-se no capítulo 4 que a tensão máxima, em  $r=a$ , devida ao momento radial é:

$$\sigma_{r(r=a)} = \frac{6Mr(r=a)}{h^2} = \sigma_1 \quad (32)$$

onde  $Mr_{(r=a)}$  é dado pela eq. (22).

O valor da tensão tangencial é:

$$\sigma_{t(r=a)} = \frac{6Mt(r=a)}{h^2} = \sigma_2 \quad (33)$$

O valor de  $\sigma_3$  é zero.

Aplicando Guest, vem:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_r(r=a) - 0 = \sigma_r(r=a) = \frac{\sigma_0}{S_{g1}} \quad (34)$$

#### 6.4.1.2 Dimensionamento quanto a tensão de cisalhamento

A aplicação da força  $F$  sobre o pino provoca tensões de cisalhamento na placa. Considerando a equação (26) que fornece o máximo valor da tensão de cisalhamento que ocorre na placa em  $r=a$  vem, aplicando Guest:



$$\sigma_1 - \sigma_3 = 3 \frac{F}{\pi a h} = \frac{\sigma_c}{S_g 2} \quad (35)$$

onde

$$\sigma_1 = \frac{3}{2} \frac{F}{\pi a h} \quad (36)$$

e

$$\sigma_3 = -\frac{3}{2} \frac{F}{\pi a h} \quad (37)$$

O valor de  $\sigma_2$  é zero.

#### 6.4.1.3 Dimensionamento quanto a tensão de compressão

Sobre o pino ocorrem tensões de compressão devido a aplicação da força  $F$ . A tensão de compressão é dada pela eq.(28) e aplicando Guest vem:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{F}{\pi a^2} = \frac{\sigma_c}{S_g 3} \quad (38)$$

onde

$$\sigma_1 = \frac{F}{\pi a^2} \quad (39)$$

e

$$\sigma_2 = -\nu\sigma_1 \quad (40)$$

O valor de  $\sigma_3$  é zero.

#### 6.4.1.4 Dimensionamento final da placa

Usar-se-á para coeficiente de segurança o menor dos encontrados nos itens 6.4.1.1, 6.4.1.2 e 6.4.1.3. Desejando-se coeficientes de segurança diferentes pode-se variar a razão  $a/b$  ou a espessura  $h$  e repetir o processo para o cálculo dos novos coeficientes de segurança.

Assim que a placa atende aos critérios de segurança, deve-se verificar a flecha máxima dada pela eq. (16) e seu valor deverá ser pequeno frente a espessura  $h$  da placa, sob pena de não ser válido o modelo matemático desenvolvido.

A rigidez da placa circular  $W_p$  é dada pela eq. (17).

#### 6.4.2 Dimensionamento do anel

O anel deve ser dimensionado de maneira que sua rigidez  $W_a$  seja bem maior do que a rigidez  $W_p$  da placa circular. A rigidez  $W_a$ , supondo o anel um tubo longo solicitado por um momento em sua extremidade, é <sup>7</sup> :

$$W_a = \frac{\beta}{2\alpha^3} \quad (41)$$

onde

$$\beta = \frac{E_s}{R^2} \quad (42)$$

e

$$\alpha = \sqrt{\frac{\beta}{4D}} \approx \frac{1,3}{\sqrt{R_0}} \quad (43)$$

Para o dimensionamento do anel arbitra-se inicialmente um R (raio médio do anel), maior que b, e calcula-se a relação  $W_a/W_p$ . Se a relação encontrada não for satisfatória toma-se um outro valor de R para se achar uma relação a contento.

Para que a eq. (41) seja válida <sup>7</sup>, a altura L do anel deve ser maior ou igual a metade do comprimento elástico  $\lambda$ , isto é:

$$L \geq \frac{\pi}{\alpha} \quad (44)$$

Se a placa estivesse em um paralelo intermediário, o valor da eq. (17) seria maior, e se L for menor que a metade do comprimento elástico, seria menor <sup>7</sup>.

### 6.5 Selagem do TPC e seleção dos EREs

Os EREs serão posicionados internamente no TPC, conforme figura 13, e após sua colagem deve-se aplicar uma proteção sobre eles para evitar instabilidades devidas a absorção de umidade que ocorre com o passar do tempo. A umidade causa variações dimensionais da cola e do material base do ERE provocando uma deformação aparente. Também ocorre uma variação da condutividade e corrosão da grade do ERE <sup>34</sup>.

Deverá ser usado um ERE de grade unidirecional e compatível com o material base do TPC. O ideal seria o uso de EREs com a menor área possível, sendo para isto necessário que a tensão V da ponte de Wheatstone seja adequada à área do ERE, sob pena de danificá-lo devido ao efeito Joule <sup>27</sup>. Os equipamentos usados corriqueiramente em extensometria e o material base em que o ERE é colado geralmente garantem condições favoráveis de funcionamento. O aquecimento do ERE que provoca va-

riações do módulo de elasticidade grandes <sup>31</sup> em materiais como resina pode ser desprezado em materiais como aço.

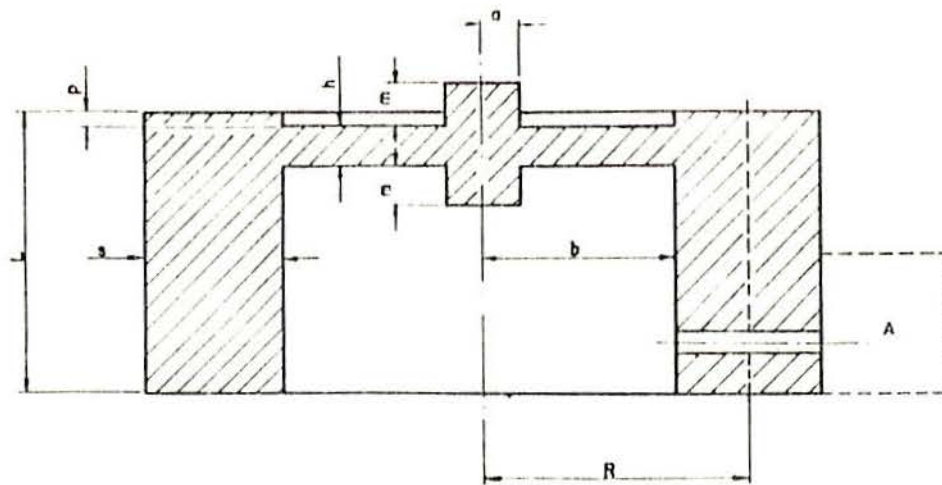
Para a seleção e colagem dos EREs deve-se seguir a orientação do fabricante no que se refere a preparação da superfície, tipo de cola, proteção dos EREs, terminais para as conexões elétricas e condições ambientes como temperatura <sup>19,21,28</sup>.

## 7. PROTÓTIPOS CONSTRUÍDOS

Construíram-se três protótipos para 1000, 3000 e 10000 N, em aço ABNT 4340, sem tratamento térmico, com tensão de escoamento  $\sigma_e = 800$  MPa. A figura 14 e a tabela I fornecem as dimensões e características dos protótipos. Adotou-se o procedimento de preparação de superfície para a colagem dos EREs recomendado pela Micro Measurements<sup>29</sup>. A superfície foi lixada com lixas de granulometria 320 e 400, respectivamente, e após limpada com álcool isopropílico. Depois aplicou-se um condicionador à base de ácido fosfórico e após um neutralizador. A cola usada foi do tipo acrílica, X-60, marca HBM, que consiste de um pó e um líquido que quando misturados polimerizam-se e endurecem após alguns minutos, dependendo da temperatura ambiente<sup>21</sup>. O uso da cola X-60 não é recomendado para transdutores que se exige alta precisão<sup>21</sup>.

Na figura 17 vê-se o conjunto dos TPCs e nas figuras 18, 19 e 20, os TPCs com o aspecto da região em que estão os EREs e de suas proteções.

Foi feito um furo no anel para a passagem dos fios, conforme figura 16. Na parte externa do anel, sobre o furo, foi colocado um ressalto, conforme pode ser visto nas figuras 18, 19 e 20 dos TPCs, para a colocação de um conector fêmea, tipo DIN, que possibilita a ligação ao condicionador extensométrico dos EREs ligados em ponte de Wheatstone.



A - conexão para a ligação ao condicionador.  
Os fios passam pelo furo formando a ponte de "Weastone" com os EREs.

Figura 16 - Aspectos dos TPCs construídos. Os valores das dimensões encontram-se na tabela I.

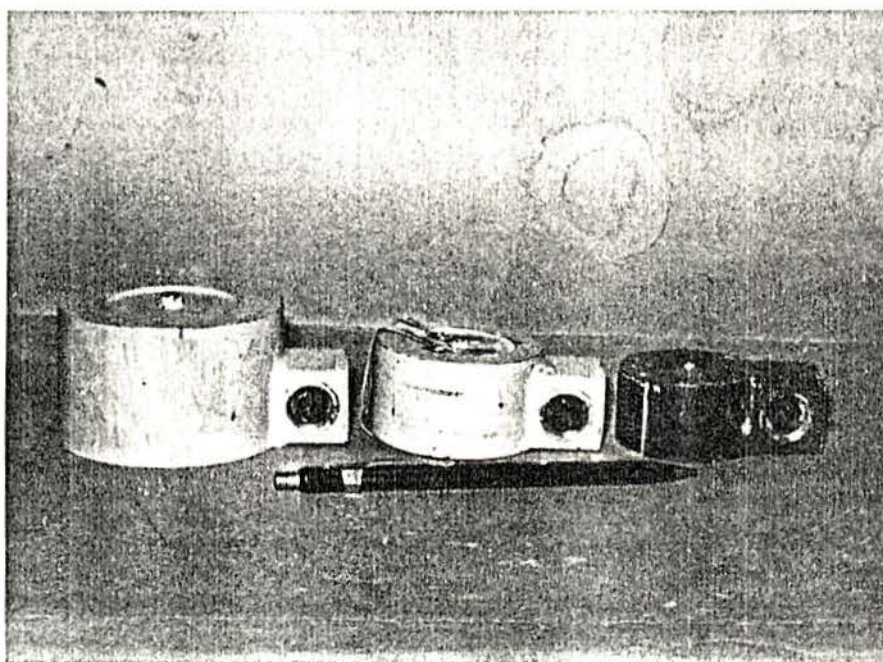


Figura 17 - Conjunto dos TPCs construídos para 10000, 3000 e 1000 N, da esquerda para a direita, respectivamente.

## Protótipos

Capac. nominal	1000 N	3000 N	10000 N
a mm	2	3	4
b mm	17	20	24
h mm	2,6	4,2	7,2
L mm	28,4	34,8	49,5
R mm	21	25	32
s mm	8	10	16
m mm	4	4	5
p mm	1,9	1,9	1,9
$\lambda/2$ mm	31,3	38,2	54,7
Wa Nmm/mm	$1,85 \times 10^6$	$2,97 \times 10^6$	$8,48 \times 10^6$
Wp Nmm/mm	$19,9 \times 10^3$	$78,5 \times 10^3$	$350 \times 10^3$
Wa/Wp	92	37	24
sg1	3,4	3,4	3,2
sg2	4,3	3,5	2,4
sg3	10,0	7,5	4,0
$w_{max}$ mm	$1,61 \times 10^{-4}$	$1,30 \times 10^{-4}$	$1,10 \times 10^{-4}$
Tipo de ERE	KFC-5-C1-11	KFC-5-350-C1-11	KFC-5-350-C1-11
R( ohm)	$120,0 \pm 0,3$	$350 \pm 0,6$	$350 \pm 0,6$
K	$2,11 \pm 1\%$	$2,10 \pm 1\%$	$2,10 \pm 1\%$
L1 mm	4	4,5	5
L2 mm	6	8,5	9
L3 mm	9	10,5	15
L4 mm	14	15,5	20
compr. da grade	5 mm	5 mm	5 mm
largura da grade	2 mm	4 mm	4 mm

Tabela I - Dimensões, características e tipo de ERE usados nos TPCs construídos.

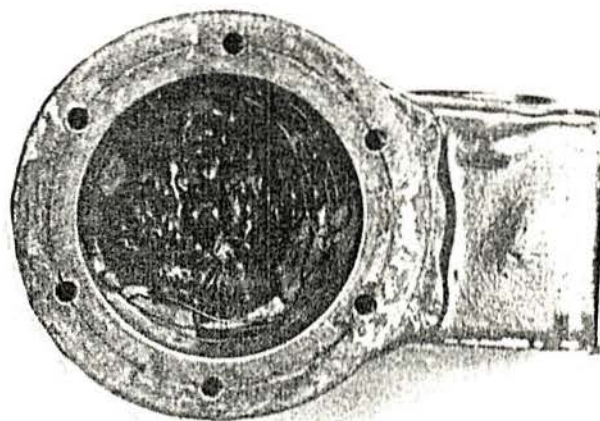


Figura 18 - Vista inferior do TPC de 1000 N. Não é possível ver os EREs devido ao protetor M-Coat B( borracha nitrílica) colocado sobre eles.

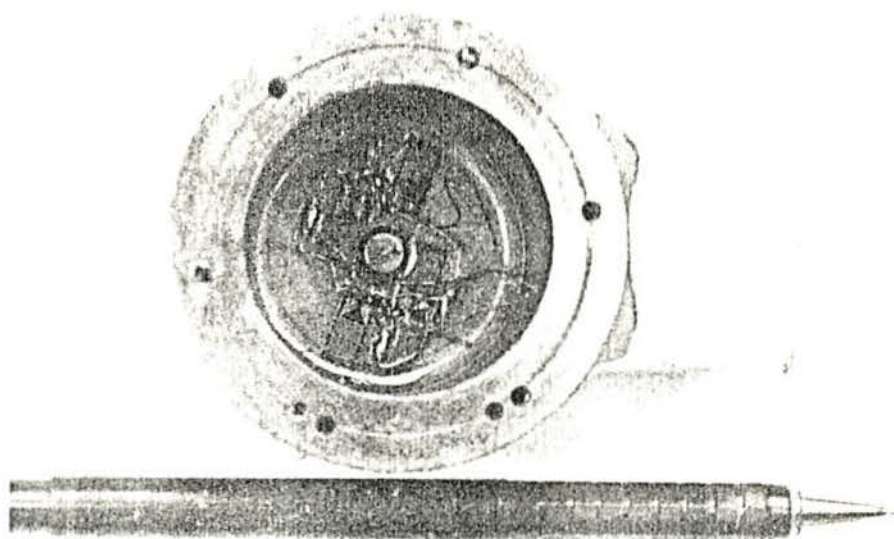


Figura 19 - Vista inferior do TPC de 3000 N. O protetor usado foi M-Coat A (poliuretano).



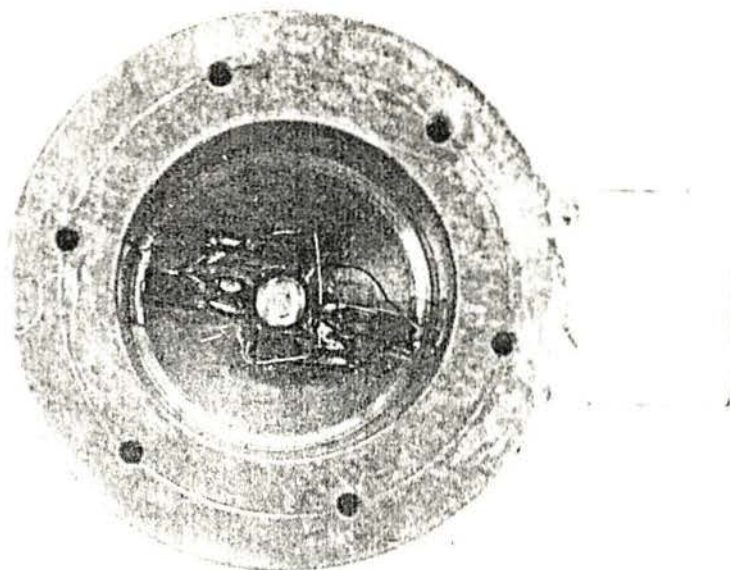


Figura 20 - Vista inferior do TPC de 10000 N com protetor M-Coat A sobre os EREs.



Figura 21- Condicionador INMETAL para extensometria e o TPC de 3000 N.

## 8. AFERIÇÃO DO TPC

Para a aferição <sup>2,13,37</sup> necessita-se: liga-lo a um condicionador; um padrão de força; equipamentos para a aplicação da força, e se for o caso, equipamento para o registro permanente da curva de aferição. A curva de aferição também pode ser feita tomando-se vários pontos de força conhecida e associando a cada força uma deformação e depois fazer seu tratamento estatístico.

Na curva de aferição coloca-se nas abcissas a força e nas ordenadas as deformações em  $\mu\text{m}/\text{m}$ , com registro contínuo, conforme descrever-se-á adiante no procedimento realizado.

### 8.1 Operação do TPC com o condicionador

O TPC é ligado a um condicionador <sup>8</sup>, que excita a ponte de Wheatstone, fornecendo as deformações em  $\mu\text{m}/\text{m}$ , formando uma ponte dita extensométrica <sup>9</sup>.

Usou-se um condicionador INMETAL, com tensão V de excitação da ponte de 5 volts em corrente contínua, que pode causar pequenos erros no sinal de saída, devido a formação de um termopar na região das soldas da fiação dos ERES. A resposta dinâmica de um condicionador alimentado com corrente contínua não é limitada em frequência como ocorre em alimentação de corrente alternada <sup>12</sup>.

O condicionador INMETAL apresenta uma saída analógica de 0 a 2 V, display de 3 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> dígitos, precisão de 0,05% e é feito para um "gage factor" K igual a 2. Para ter-se a deformação real dos ERES deve-se multiplicar a indicação do display por 2 e dividir pelo K dos ERES utilizados <sup>20</sup>. Deve-se usar na construção do TPC, ERES com o mesmo K para facilitar os cálculos.

## 8.2 Procedimento utilizado na aferição do TPC

Para a aferição do TPC deve-se saber a relação entre a força  $F$  aplicada com a deformação fornecida pelo condicionador.

Para saber-se o valor da força  $F$  aplicada usou-se como padrão uma célula de carga HBM, de compressão para 2000 kg, modelo C3H2, que é também à base de EREs. A classe do padrão é 0,03, o que quer dizer que o erro devido a fatores como histerese, repetibilidade, etc, é inferior a 0,03 %. Ele foi calibrado com massas para um valor da gravidade de  $g=9,81029 \text{ m.s}^{-2}$ , e apresenta a plena carga uma saída de  $2\text{mV/V}$  <sup>22</sup>.

Para a realização da curva de aferição pode-se usar pesos mortos, que é o mais exato para a geração de forças, ou cargas mecânicas ou hidráulicas, que são de utilização mais comum <sup>2</sup>. Se se utilizar pesos mortos para a aferição do TPC, deve-se levar em conta a aceleração local da gravidade no uso da célula padrão HBM acima referida. A aceleração da gravidade varia aproximadamente 0,55 % sobre a superfície da Terra <sup>2</sup>.

A célula de carga HBM padrão, vista na figura 20, é ligada a um condicionador HBM, modelo KWS 3073, visto na figura 21. A sua classe é 0,05, é alimentada com 5 V em corrente alternada de 5 kHz e tem saída analógica de 0 a 10 V.

A tensão de saída  $V$ , em mV, do condicionador HBM usando células de  $2 \text{ mV/V}$ , a plena carga, é dada pela relação:

$$V = f \cdot 10000 \cdot \frac{\text{força } F \text{ (N)}}{\text{capacidade da célula (N)}} \quad (45)$$

onde

$$f = \frac{2 \text{ mV/V}}{\text{escala escolhida do cond. HBM (mV/V)}} \quad (46)$$

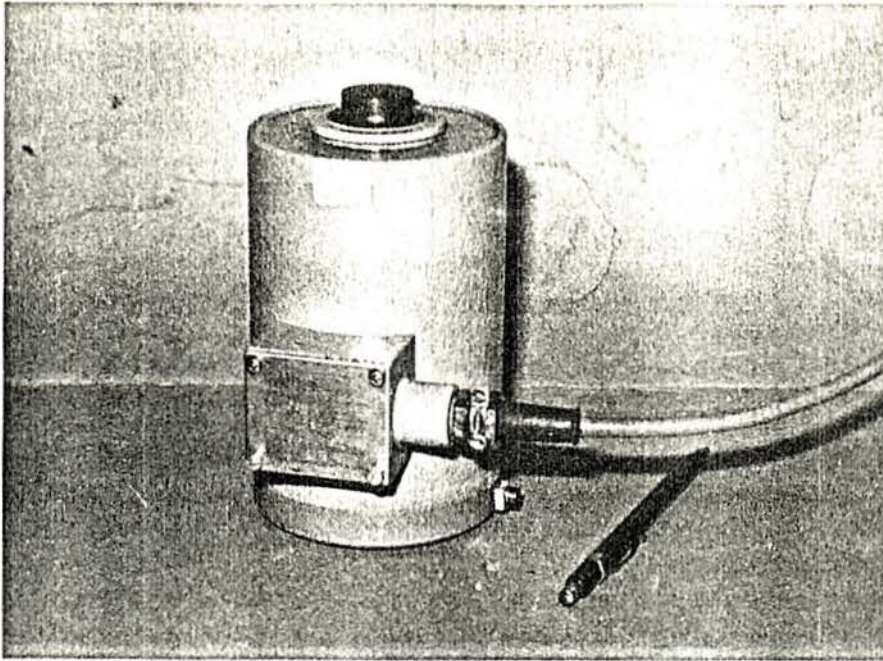


Figura 22 - Célula de carga IIBM para 2000 kg usado como padrão na aferição dos TPCs.

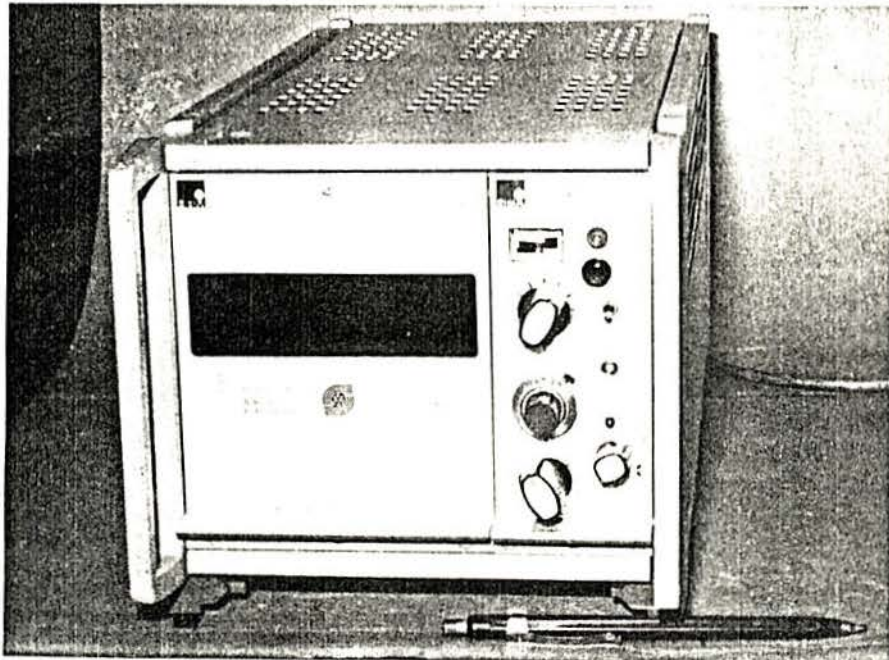


Figura 23 - Condicionador IIBM.

Com a célula HBM de 2000 kg e escala escolhida de 1 mV/V no condicionador HBM a tensão de saída analógica  $V$  em mV/V do condicionador será:

$$V = 1 \cdot \text{força } F \text{ (N)} \quad (47)$$

Usando-se um registrador X-Y Servogor, modelo 743, de precisão 0,1 %, ligou-se ao canal X a saída analógica do condicionador HBM e ao canal Y a saída analógica do condicionador INMETAL, para obter a curva de aferição, tendo nas abcissas as forças e nas ordenadas, as deformações em  $\mu\text{m/m}$  do TPC. Na figura 24 vê-se o conjunto acima descrito para a construção da curva de aferição.

#### 8.2.1 Execução do ensaio de aferição

Uma vez ligados os equipamentos como descritos em 8.2, a célula de carga padrão HBM e cada um dos TPCs construídos, um de cada vez, são colocados em série, um em cima do outro com o objetivo que a força atuante seja igual em ambos transdutores <sup>2</sup>. Na figura 25 pode-se ver esta montagem onde o transdutor HBM está na parte inferior e sobre ele um disco metálico, sobre o qual está o TPC em análise.

Esta montagem em série recebe aplicação de força de compressão de uma máquina de ensaios Kratos, devendo-se ter cuidado em respeitar a capacidade nominal de cada TPC. Usou-se para os três TPCs em estudo uma velocidade de aplicação da força de compressão de 0,1 mm/min até atingir-se a carga nominal de cada TPC e após atingido este limite aliviou-se a força com a mesma velocidade, obtendo-se assim a curva de aferição de cada TPC. Na figura 26 vê-se o conjunto dos equipamentos usados para levantar a curva de aferição.

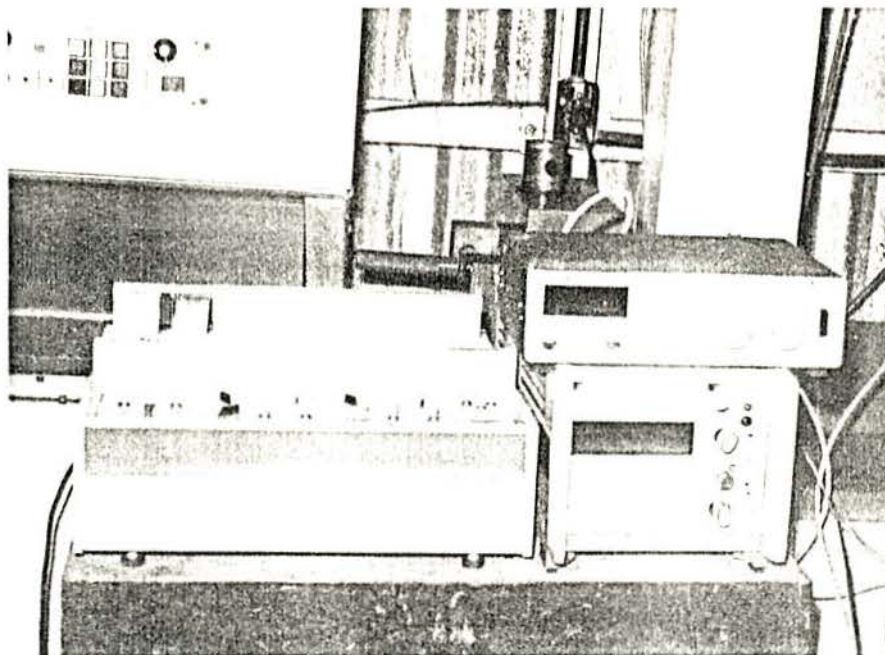


Figura 24 - Vista do condicionador INMETAL e do HBM e a esquerda o registrador X-Y Servogor.

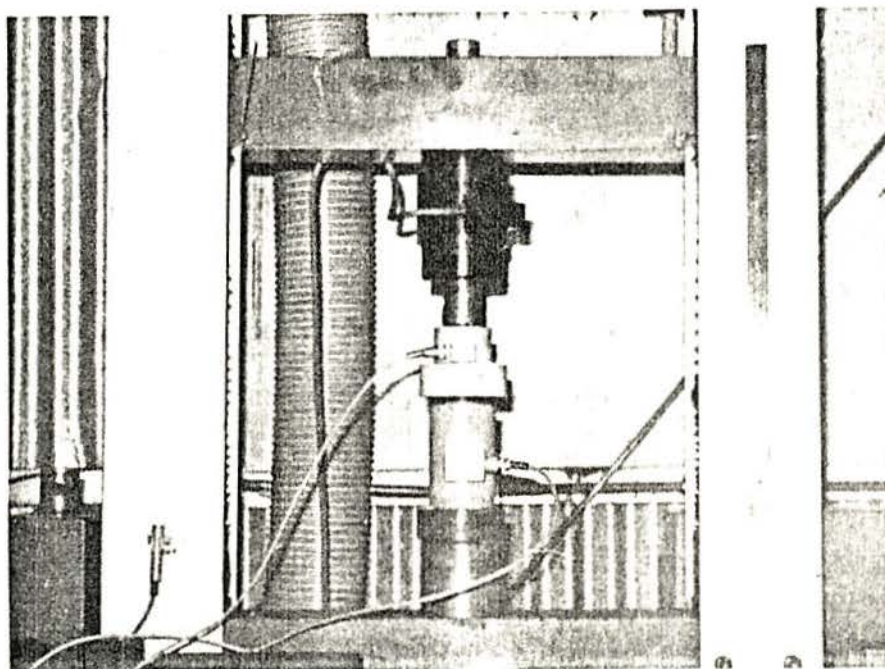


Figura 25 - Montagem em série para o ensaio de compressão, onde se encontra o TPC de 10000 N e a célula padrão HBM de 2000 kg posicionados na máquina de ensaio Kratos.

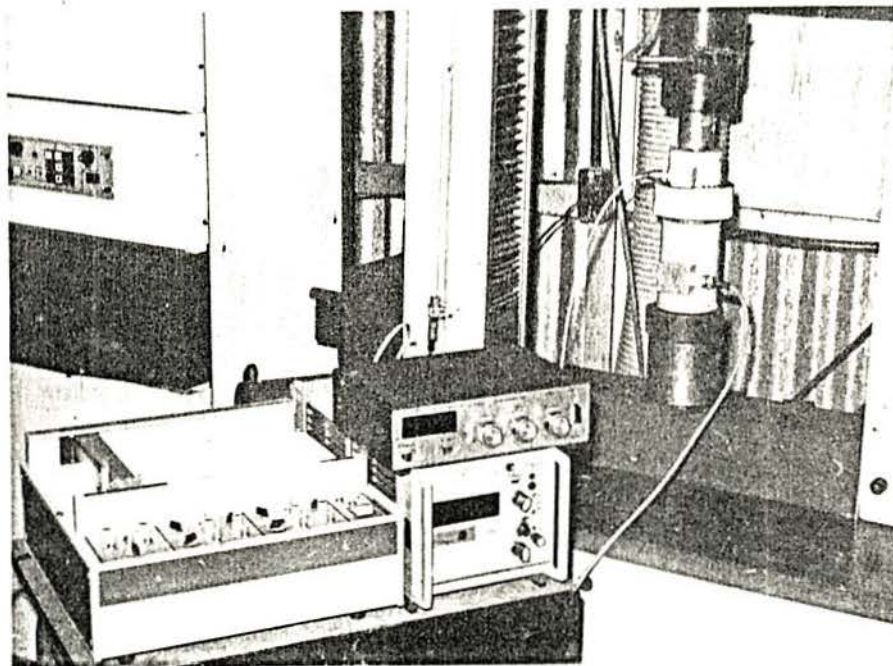


Figura 26 - Aspecto do conjunto de equipamentos para a obtenção da curva de aferição dos TPCs.

## 9. CURVAS DE AFERIÇÃO DOS TPCs

Com o procedimento do capítulo 8 obteve-se as curvas de aferição dos três TPCs, que podem ser vistas nas figuras 27, 28 e 29 para os TPCs de 1000, 3000 e 10000 N, respectivamente. Estas curvas foram obtidas a uma temperatura de  $(24 \pm 2)$  °C.

### 9.1 Análise das curvas de aferição

Para a análise dos TPCs definir-se-á, com o auxílio da figura 30, alguns termos que são importantes para a sua caracterização <sup>3,33</sup> :

- Curva de aferição: registro gráfico com os dados da aferição.
- Aferição: correlação entre o sinal de saída de uma célula de carga e o esforço nela aplicado por padrões de referência de força.
- Não-linearidade: desvio máximo entre a curva de aferição e a reta de referência, determinado somente com carga crescente. É expressa por uma porcentagem do sinal de saída nominal.
- Repetibilidade: diferença máxima entre sinais de saída para aplicações de mesma carga em iguais condições ambiente e de carregamento. É expressa por uma porcentagem do sinal de saída nominal.
- Histerese: diferença máxima entre leituras do sinal de saída de uma célula de carga obtida a partir da curva de aferição, para cargas crescentes e decrescentes. É expressa por uma porcentagem do sinal de saída.
- Reta de referência: linha reta melhor ajustada a curva de aferição, passando pelo zero e para carga crescente.



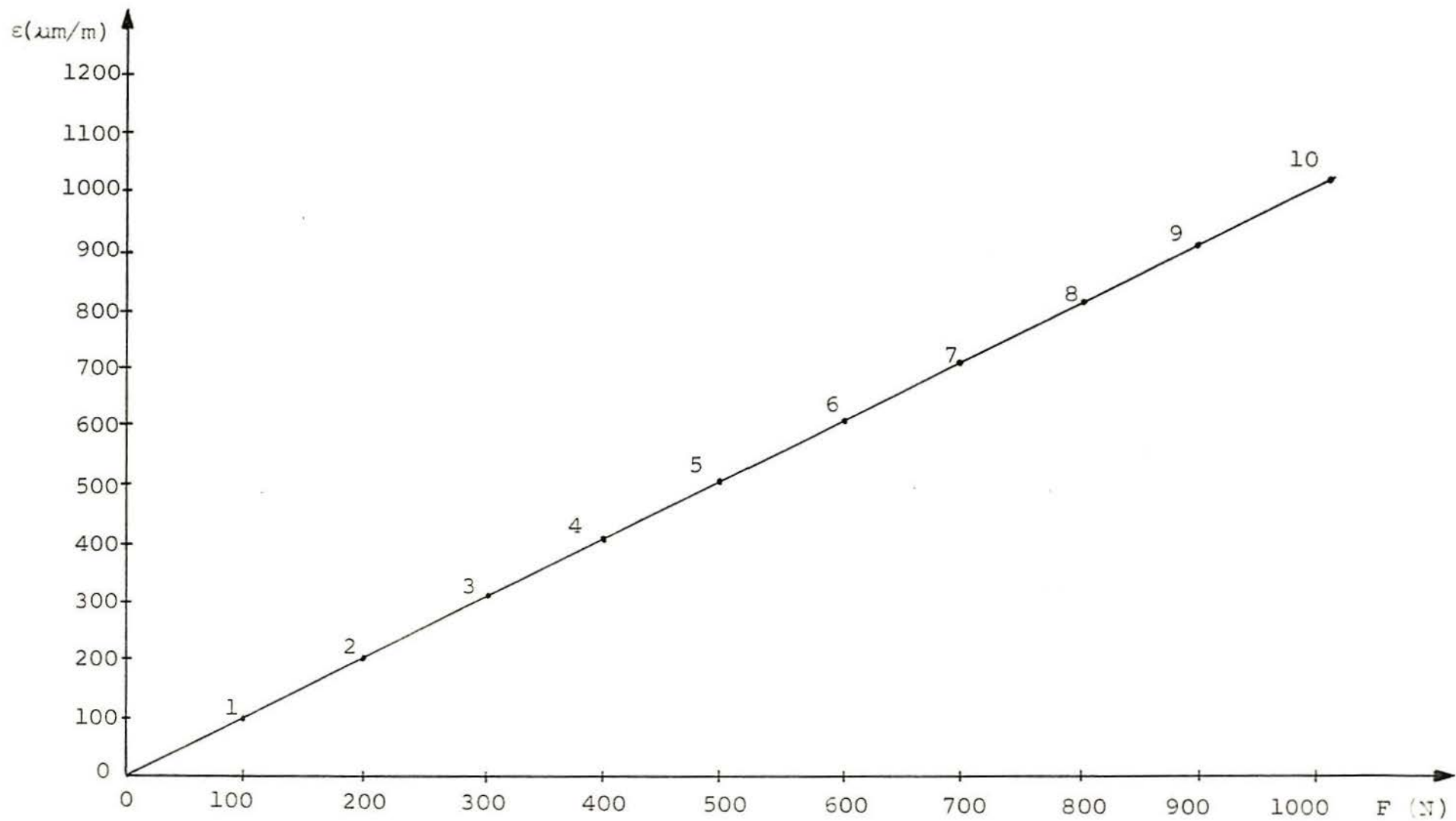


Figura 27 - Curva de aferição do TPC de 1000 N. Os valores dos pontos assinalados na curva encontram-se na tabela II.

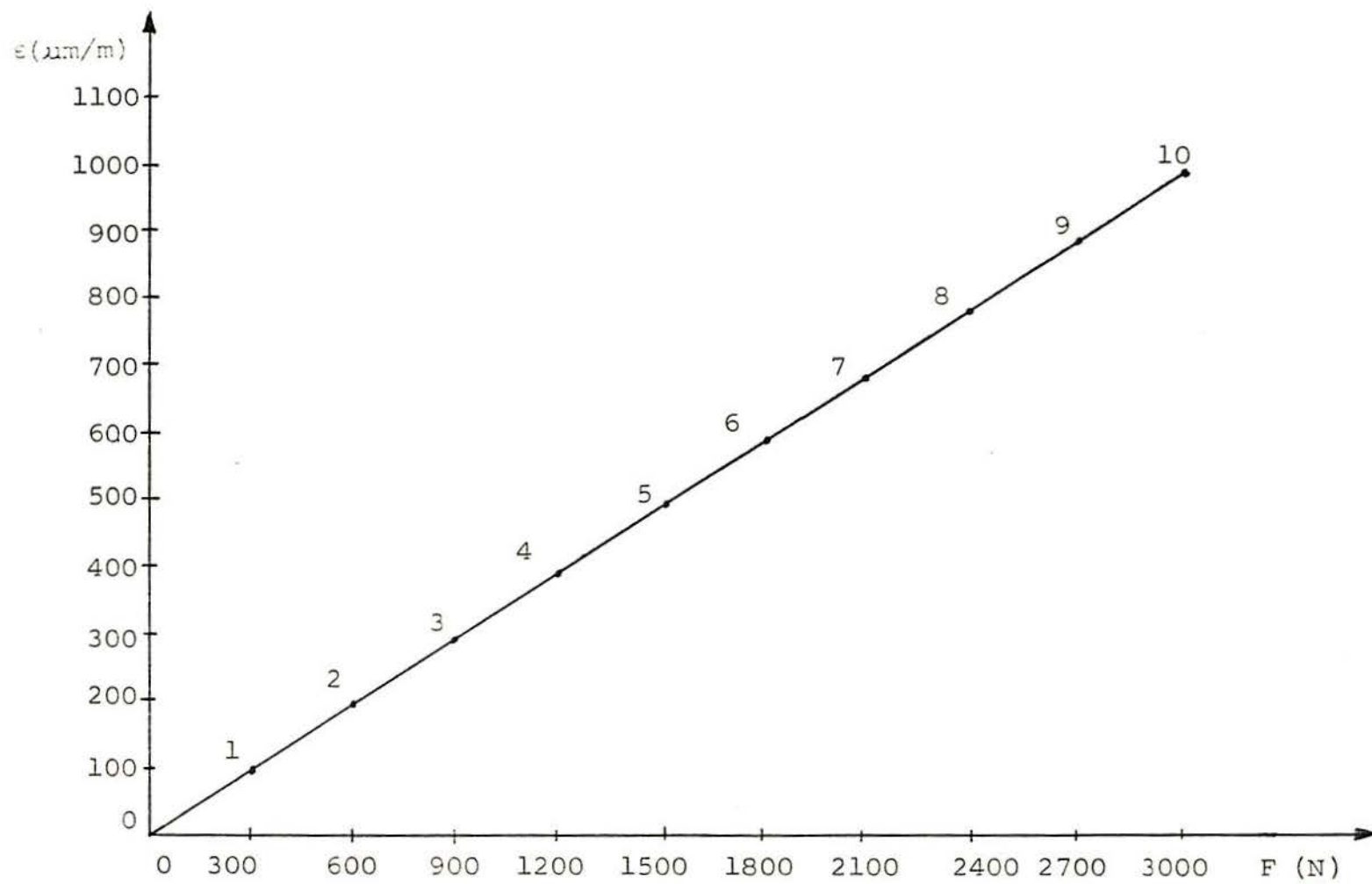


Figura 28 - Curva de aferição do TPC de 3000 N. Os valores dos pontos assinalados na curva encontram-se na tabela III.

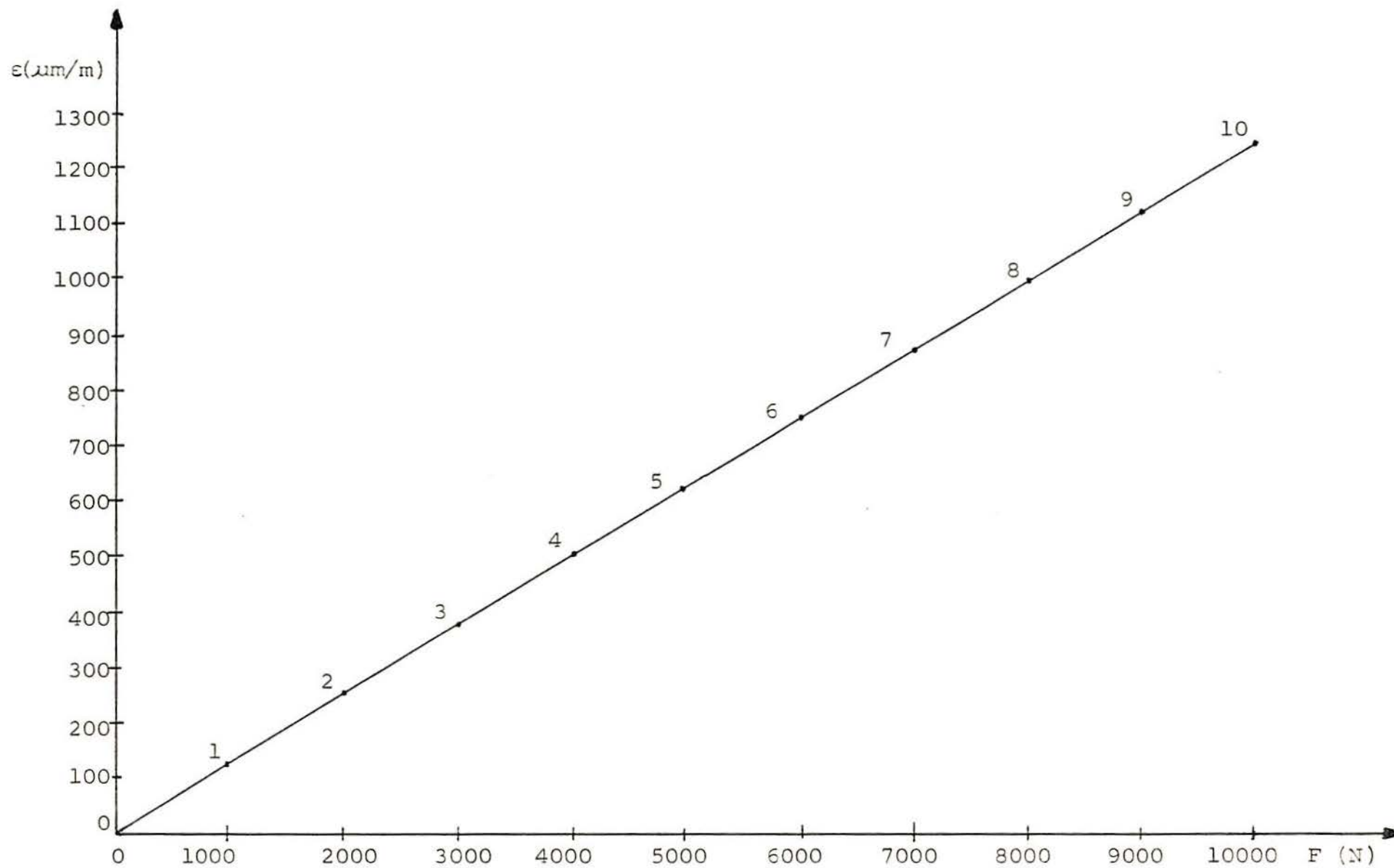


Figura 29 - Curva de aferição do TPC de 10000 N. Os valores dos pontos assinalados na curva encontram-se na tabela IV.

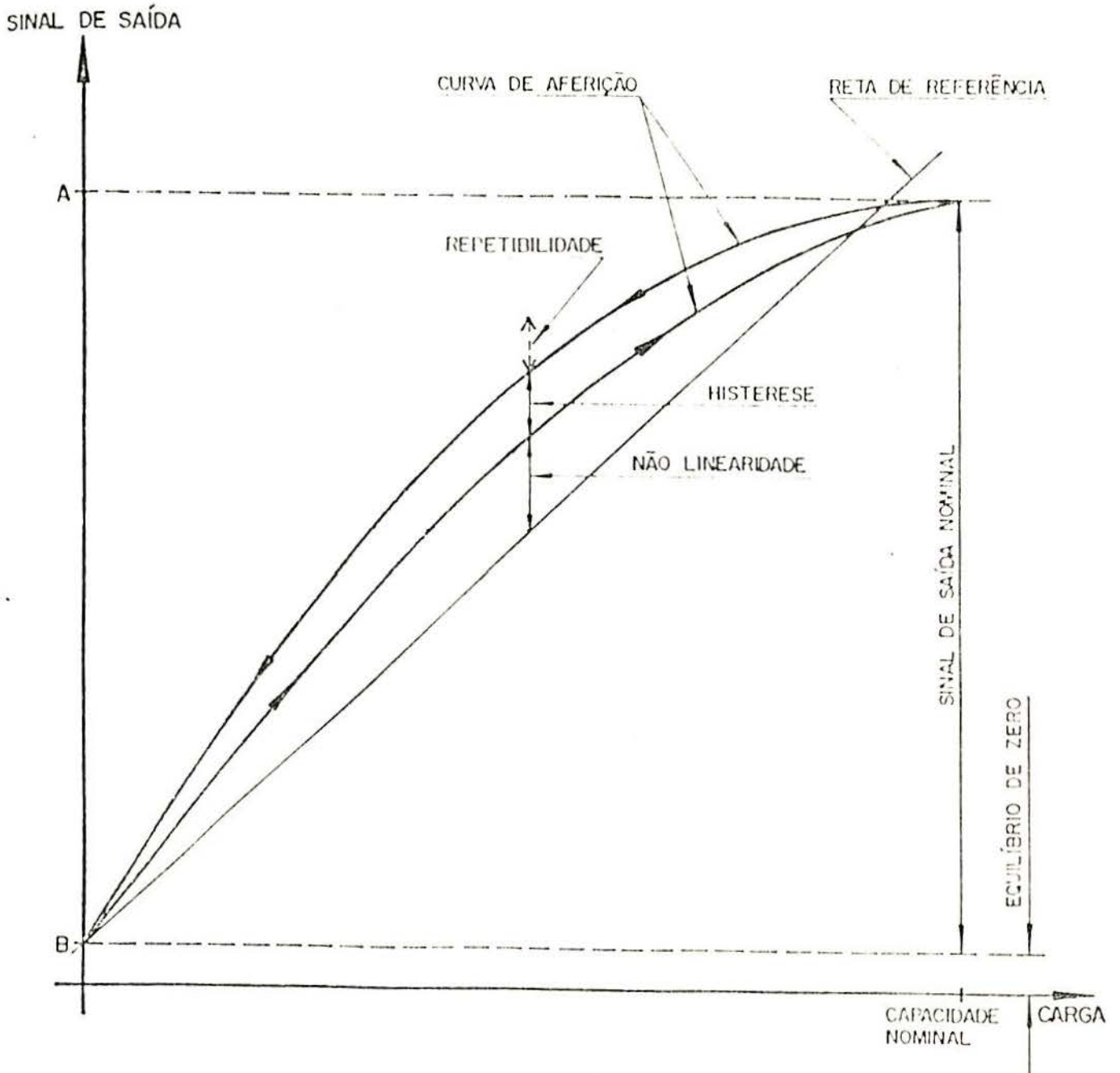


Figura 30 - Elementos para a análise de uma curva de aferição.

O registrador usado para levantar as curvas de aferição apresenta um traço de largura de cerca de 0,8 mm fazendo com que se tenha no sinal de saída, para uma dada força, uma imprecisão de  $\pm 5 \mu\text{m/m}$ .

Assim, para o TPC de 1000 N que apresenta um sinal de saída de 1020  $\mu\text{m/m}$ , a não-linearidade, repetibilidade e histerese menores que 0,5 %.

Para o TPC de 3000 N o sinal de saída nominal é 990  $\mu\text{m/m}$ , e a não-linearidade, repetibilidade e histerese menores que 0,5 %.

O TPC de 10000 N apresenta um sinal de saída nominal de 1250  $\mu\text{m/m}$ , e a não-linearidade, repetibilidade e histerese menores que 0,4 %.

A análise dos TPCs está prejudicada pela largura do traço do registrador. Os resultados obtidos acima podem ser menores usando-se, por exemplo, uma pena de traço mais fino. Todos os três TPCs retornaram a zero, no display do condicionador INMETAL, após a remoção da força.

## 9.2 Comparação dos resultados obtidos experimentalmente, por cálculo e através dos gráficos

Com o objetivo de avaliar os resultados obtidos com os TPCs, apresenta-se nas tabelas II, III e IV, para cada TPC e determinadas forças onde tem-se:

1) Os valores das deformações totais, calculados conforme descrito em 6.1, dividindo-se cada ERE em subregiões de  $0,5 \times 0,5 \text{ mm}^2$  e fazendo-se a média aritmética das deformações encontradas para estas subregiões.

2) Os valores das deformações obtidas no registrador.

3) Os valores das deformações corrigidas, multiplicando-se o valor da deformação do registrador por  $2/K$ .

4) Os valores das deformações calculados através dos gráficos do item 6.3.

Observando-se as tabelas II, III e IV constata-se:

- Para o TPC de 1000 N a deformação corrigida é cerca de 4% maior do que a deformação calculada e a deformação corrigida é cerca de 6% maior que a deformação dada pelos gráficos.

- Para o TPC de 3000 N a deformação corrigida é cerca de 8% maior do que a calculada e a deformação corrigida é cerca de 10% maior do que a deformação dada pelos gráficos.

- Para o TPC de 10000 N a deformação corrigida é cerca de 10% maior do que a calculada e cerca de 24% maior do que a deformação dada pelos gráficos.

ESCOLA DE ENGENHARIA  
BIBLIOTECA

	Força N	deformações ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )			
		calculada	registrador	corrigida	gráficos
1	100	$93 \pm 5\%$	$100 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$95 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	92
2	200	$186 \pm 5\%$	$200 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$190 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	183
3	300	$279 \pm 5\%$	$310 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$294 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	275
4	400	$372 \pm 5\%$	$410 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$389 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	366
5	500	$465 \pm 5\%$	$510 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$483 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	458
6	600	$558 \pm 5\%$	$610 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$578 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	549
7	700	$651 \pm 5\%$	$710 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$673 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	641
8	800	$744 \pm 5\%$	$820 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$777 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	732
9	900	$837 \pm 5\%$	$920 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$872 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	824
10	1000	$930 \pm 5\%$	$1020 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$967 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	915

Tabela II - Valores das deformações calculada, obtida no registrador, corrigida e através dos gráficos das figuras 14 e 15 ( $S=0,061.15.F$ ), para o TPC de 1000 N.

	Força N	deformações ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )			
		calculada	registrador	corrigida	gráficos
1	300	$88 \pm 5\%$	$100 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$95 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	87
2	600	$176 \pm 5\%$	$200 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$190 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	175
3	900	$264 \pm 5\%$	$300 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$286 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	262
4	1200	$352 \pm 5\%$	$390 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$371 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	350
5	1500	$439 \pm 5\%$	$490 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$467 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	437
6	1800	$527 \pm 5\%$	$590 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$562 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	525
7	2100	$615 \pm 5\%$	$690 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$657 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	612
8	2400	$703 \pm 5\%$	$790 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$752 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	700
9	2700	$791 \pm 5\%$	$890 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$848 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	787
10	3000	$879 \pm 5\%$	$990 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	$943 \pm 5 \mu\text{m}/\text{m}$	875

Tabela III - Valores das deformações calculada, obtida no registrador, corrigida e através dos gráficos das figuras 14 e 15 ( $S=0,053.5,5.F$ ), para o TPC de 3000 N.

	Força N	deformações ( $\mu\text{m/m}$ )			
		calculada	registrador	corrigida	gráficos
1	1000	108 $\pm$ 5%	120 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	114 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	96
2	2000	215 $\pm$ 5%	250 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	238 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	192
3	3000	323 $\pm$ 5%	380 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	362 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	288
4	4000	430 $\pm$ 5%	500 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	476 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	384
5	5000	538 $\pm$ 5%	620 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	590 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	480
6	6000	645 $\pm$ 5%	750 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	714 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	576
7	7000	753 $\pm$ 5%	870 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	828 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	672
8	8000	860 $\pm$ 5%	1000 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	952 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	768
9	9000	968 $\pm$ 5%	1120 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	1067 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	864
10	10000	1075 $\pm$ 5%	1250 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	1190 $\pm$ 5 $\mu\text{m/m}$	960

Tabela IV - Valores das deformações calculada, obtida no registrador, corrigida e através dos gráficos das figuras 14 e 15 ( $S=0,048.2.F$ ), para o TPC de 10000 N.



## 10. CONCLUSÕES

O modelo matemático desenvolvido para o cálculo das deformações na placa circular com pino central apresentou um erro de no máximo 10 % menor com relação aos valores das deformações levantados experimentalmente, conforme pode ser visto em 9.2. As diferenças existentes podem ser atribuídas a imprecisão das medidas do posicionamento dos EREs, da espessura  $h$  da placa e à largura do traço do registrador utilizado.

Os gráficos desenvolvidos em 6.3 forneceram um erro de no máximo 24 % menor que a deformação real. São úteis no dimensionamento preliminar de um transdutor de placa circular, (TPC), pois em função do sinal de saída desejado, em  $\mu\text{m}/\text{m}$ , permitem calcular a espessura  $h$  da placa, conhecendo-se a relação  $a/b$ . Como apresentados nesta dissertação, com valores mínimos e máximos de 1 e 10 mm para  $h$ , apresentam uma imprecisão grande perto destes extremos. Os gráficos permitem também determinar o sinal de saída, em  $\mu\text{m}/\text{m}$ , para uma força qualquer.

A histerese, a não-linearidade e a repetibilidade foram para os TPCs estudados inferiores a 0,5 %, conforme item 9.2, sendo que o fator limitante para uma melhor análise foi devido aos equipamentos envolvidos na obtenção da curva de aferição dos TPCs.

Este tipo de célula de carga é de fácil fabricação, aferição e operação e seu desempenho é razoável para a medição de forças de compressão.

Devido ao sinal de saída dos TPCs apresentar um comportamento quase linear pode-se usá-los facilmente em equipamentos de controle de processos <sup>33</sup>.

## 11. SUGESTÕES DE CONTINUIDADE

Testar TPCs com uma relação  $a/b$  maior de maneira que possa ser feito uma rosca no pino, permitindo assim a aplicação de forças de tração e compressão.

Testar TPCs diferentes apenas na altura  $L$ , para verificar a influência do comprimento elástico no sinal de saída.

Construir TPCs de rigidez  $W_a$  maior, com a placa circular localizada em um paralelo intermediário do anel, para observar-se o comportamento do sinal de saída.

Mudar o posicionamento dos EREs, visando-se ter um maior sinal de saída (conforme 5.1, as deformações radiais são superiores as tangenciais).

Verificar a influência da temperatura e de sua variação no comportamento de um TPC.

Levantar a curva de aferição usando outros procedimentos que não o registro gráfico.

Verificar o comportamento dos TPCs sob fluência.

Estudar TPCs com material diferente do utilizado.

Verificar o efeito de carga laterais e excêntricas no sinal de saída do TPC.

Estudar a convexidade do pino.

Estudar o comportamento dinâmico do TPC.

Fazer estudos para outros tipos de geometria do elemento elástico, diferentes da placa circular.

BIBLIOGRAFIA

- 1 AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. Standart test method for performace characteristics of bonded resistance strain gages: E-251-67. In Metals-physical, mechanical, nondestructive, and corrosion tests, metallography, fatigue, effect of temperature. Philadelphia, 1970. Pt.31, p. 756-72.
- 2 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Célula de carga (transdutores de força); métodos de ensaio recomendados: P-4:6.05-006. Rio de Janeiro, 1987. 18 p.
- 3 \_\_\_\_\_. Células de carga (transdutores de força); terminologia e definições: P-4:6.05-005, Rio de janeiro, 1987. 13 p.
- 4 BARBATO, G. et alii. Load-cell design developments by numerical and experimental methods. Experimental Mechanics. Set. 1981. p. 341-8.
- 5 BECK, J.P. Projeto, construção e análise de células de carga de placa e de anel. Porto Alegre, UFRGS, PPGEMM, 1983. Diss. mest. eng. metalúrgica.
- 6 BECKWITH, J.G. & BUCH, N.L. Mechanical measurements. Reading, Addison-Wesley, 1961, p. 263-9.
- 7 BELLUZZI, O. Ciencia de la Construccion. v.3, Madrid, Aguilar, 1970. p. 311 a 434.
- 8 BOLTON, W. Instrumentação & controle. São Paulo, Hemus, 1982. cap. 3, p. 43-68.
- 9 BORCHARDT, I. G. Condicionador e amplificador universal para uso em extensometria. In: SIMPÓSIO DE MANUTENÇÃO DE INSTRUMENTOS, 2., Porto Alegre, 26-28 set. 1984. Anais... Rio de Janeiro, Instituto Brasileiro do Petróleo, 1984. p.265-73.
- 10 BORCHARDT, I. G. & ZARO, M. A. Extensômetros de resistência elétrica. Porto Alegre, Ed. da Universidade, 1982. 69 p.

- 11 BORISOV, V. A. Characteristics of materials used for elastic members of strain gauge resistor measuring devices. Measurement Techniques. v. 28, n. 9, 1985. p. 777 a 780.
- 12 CATZ, J. Basic strain gage instrumentation. ISA Journal. Abr. 1962, v. 9, n. 4, p. 50-5.
- 13 DOEBELIN, E. O. Measurement systems; application and design. Tokyo, Kōgakusha, 1966. 743 p.
- 14 FEODOSIEV, V. I. Resistencia de materiales. 3 ed. Moscu, Mir, 1985, p. 309 a 332.
- 15 GINDY, S. Force and torque measurement, a technology overview. Part I - Force. Experimental Techniques. Jun. 1985, p.28 a 33.
- 16 GOMES, S, C. Resistência dos materiais. 5 ed. São Leopoldo, Unisinos, 1983. p.42.
- 17 HELLWIG, R. Precision force transducer for international comparison measurements on force standard machines. Reports in Applied Measurement, 3(1):17-22, 1987.
- 18 HOFFMANN, K. Applying the Wheatstone bridge circuit. Darmstadt, Hottinger Baldwin Messtechnik, 1984. 22 p.
- 19 \_\_\_\_\_. Fundamentals of strain gauge techniques. Darmstadt, Hottinger Baldwin Messtechnik, s.d. 27 p.
- 20 \_\_\_\_\_. How to avoid or minimize errors in strain gauge measurement. Darmstadt, Hottinger Baldwin Messtechnik, s.d. 57 p.
- 21 \_\_\_\_\_. Practical hints for the application of strain gauges. Darmstadt, Hottinger Baldwin Messtechnik, 1979. 47 p.
- 22 HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK. Weighing cells and force transducers with strain gauge measuring systems: C1,C3H2. Darmstadt, s.d. 24 p. (Operating manual)
- 23 INTERNATIONAL measurement - technological recommendations of the OIML: performance characteristics of metallic resistance strain gauges. PTB Mitteilungen, 96 (2): 101-8, abr. 1986.

- 24 KENDALL, D. B. Weight and weight rate of flow. In: Handbook of applied instrumentation. New York, McGraw-Hill, 1964, p. 5-41 a 5-54.
- 25 MANSFIELD, P. Electrical transducer for industrial measurement. London, Butterworth, 1973, p. 77-84.
- 26 MEASUREMENTS GROUP. Errors due to transverse sensibility in strain gages. Raleigh, 1980. 16 p. (TN-137-2)
- 27 \_\_\_\_\_. Optimizing strain gage excitation levels. Raleigh, 1979. 5 p. (TN-502)
- 28 \_\_\_\_\_. Strain gage selection criteria, procedures, recommendations. Raleigh, 1976. 12 p. (TN-505)
- 29 \_\_\_\_\_. Surface preparation for strain gage bonding. Raleigh, 1976. 8 p. (B-129-4)
- 30 MURRAY, W. Strain gage types and basic circuits. ISA Journal. Fev. 1962, v. 9, n. 2 p. 47-51.
- 31 MÜLLER, R. The influence of measuring current and pre-heating on measurements on resins with electrical resistance strain gages. Experimental Mechanics. Nov. 1965. p. 19A a 26A.
- 32 NATIONAL AEROSPACE STANDARD. Strain-gauges, bonded resistance: NAS-942. Washington, National Standards Association, Jul. 1964. 48 p.
- 33 NORTON, H. Handbook of transducers for electronic measuring systems. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1969. 704 p.
- 34 OLIVER, F. Practical instrumentation transducers. New York, Hayden Book, 1971. p. 1 a 41.
- 35 PERRY, C. C. & LISSNER, H. R. The strain gage primer. New York, McGraw-Hill, 1955, p. 198-9.
- 36 SANTOS, D. Comunicação verbal.
- 37 SANTOS, D. et alii. Projeto e construção de uma célula de carga tipo anel apoiada lateralmente e de uma ponte amplificadora de desbalanço e de baixo custo. In: CONGRESSO LATINO AMERICANO DE INSTRUMENTAÇÃO E CONTROLE DE PROCESSOS, 1., Rio de Janeiro, 8-11 nov. 1983. Anais... Rio

- de Janeiro, Instituto Brasileiro de Petróleo, 1983, p. 387-411.
- 38 SCIENTIFIC APPARATUS MANUFACTURERS ASSOCIATION. Load cell terminology and test procedure recommendations. Washington, Scale Manufacturers Association, 1979. 20 p.
- 39 TIMOSHENKO, S. P. Resistência dos materiais. v.1. Rio de Janeiro, LTC, 1985. p. 125-9.
- 40 TIMOSHENKO, S. P. & GERE, J. Mecânica dos sólidos. v.1. Rio de Janeiro, LTC, 1986. p. 101.
- 41 TIMOSHENKO, S. P. & WOINOWSKY-KRIEGER, S. Theory of plates and shells. 2.ed. Tokyo, Kōgakusha, 1959. p. 33 a 69.
- 42 WERNER, O. New developments in foil strain-gage transducers. Experimental Techniques. Ago. 1983. p. 19 a 23.
- 43 WEYMOUTH, L. et alii. Bonded resistance strain gages. Experimental Mechanics. Mar. 1979, p. 112 a 120.

APÊNDICE A

ESTUDO DA PLACA CIRCULAR <sup>14</sup>

Considerando-se a flexão de placas circulares submetidas a cargas simétricas e supondo:

1) Uma placa em que as flechas são consideravelmente menores que a espessura  $h$  da placa, suposição esta que permite o estudo da flexão independente da tração normal na placa.

2) Os pontos situados, antes da deformação da placa, sobre certa reta normal a superfície média continuam formando após a deformação, uma reta normal a superfície deformada (hipótese de Kirchoff).

3) As tensões normais nas secções paralelas ao plano médio são muito pequenas em comparação com as tensões originadas pela flexão, isto é, não existe tensões entre as diversas camadas que constituem a placa.

4) O material é isotrópico.

Considerando-se uma placa circular de espessura  $h$  constante solicitada por forças simétricas em relação ao eixo  $z$  da placa, conforme figura 31, tem-se os deslocamentos, deformações e tensões também paralelos ao eixo  $z$ .

A placa deformada apresenta um giro  $\vartheta$  e flecha (deslocamento linear)  $w$  dependentes apenas do raio  $r$ . Da figura 32, tem-se a relação entre eles dada por:

$$\vartheta = - \frac{dw}{dr} \quad (A-1)$$

Tomando-se uma secção axial da placa, conforme figura 33, antes da aplicação da carga (fig. 33a) e com a carga aplicada (fig. 33b), com o objetivo de estabelecer-se os valores das deformações radiais  $\epsilon_r$  e tangenciais  $\epsilon_t$ .

Para calcular-se a deformação radial, observa-se que o segmento  $\overline{CD}$  sofre após a flexão uma variação de:

$$2\pi(r+z\vartheta) - 2\pi r = z\vartheta 2\pi \quad (A-2)$$

Assim, o valor de  $\epsilon_r$  por unidade de comprimento é:

$$\epsilon_r = z \frac{d\vartheta}{dr} \quad (A-3)$$

Já para a deformação tangencial  $\epsilon_t$  observa-se que o valor do comprimento da circunferência que passa por C é  $2\pi r$  e após a deformação é  $2\pi(r+z\vartheta)$ . A variação é pois:

$$2\pi(r+z\vartheta) - 2\pi r = z\vartheta 2\pi \quad (A-4)$$

Assim, o valor da deformação unitária  $\epsilon_t$  é:

$$\epsilon_t = z \frac{\vartheta}{r} \quad (A-5)$$

Considera-se agora um prisma elementar formado por duas seções axiais que formam um ângulo  $d\vartheta$  e duas superfícies cilíndricas  $r$  e  $(r+dr)$  conforme figura 34.

Devido a não existência de tensões normais nos planos paralelos ao plano médio, conforme foi considerado, as deformações e tensões estarão unidas pela lei de Hooke da seguinte maneira:



$$\epsilon_r = \frac{1}{E} (\alpha_r - \nu \alpha_t) \quad (\Lambda-6)$$

e

$$\epsilon_t = \frac{1}{E} (\alpha_t - \nu \alpha_r) \quad (\Lambda-7)$$

Resolvendo para  $\sigma_r$  e  $\sigma_t$  obtem-se:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_r + \nu \epsilon_t) \quad (\Lambda-8)$$

e

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_t + \nu \epsilon_r) \quad (\Lambda-9)$$

Substituindo  $\epsilon_r$  e  $\epsilon_t$  nas duas últimas expressões pelos seus valores dados pelas fórmulas  $(\Lambda-3)$  e  $(\Lambda-5)$  vem:

$$\sigma_r = \frac{Ez}{1-\nu^2} \left( \frac{d\vartheta}{dr} + \nu \frac{\vartheta}{r} \right) \quad (\Lambda-10)$$

e

$$\sigma_t = \frac{Ez}{1-\nu^2} \left( \frac{d\vartheta}{dr} + \nu \frac{\vartheta}{r} \right) \quad (\Lambda-11)$$

As tensões atuantes no prisma estão mostradas na figura 35.

Expressando as tensões radiais e tangenciais,  $\sigma_r$  e  $\sigma_t$ , respectivamente, em termos de momentos unitários e estando o prisma sob a ação de uma força exterior  $p r \Delta r \Delta \varphi$ , onde  $p$  é uma pressão, e que pode variar em função do raio  $r$ , conforme mostrado na figura 36, determina-se os momentos radiais e tangenciais sobre as faces do prisma, que são:

$$M_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r z dz \quad (A-12)$$

e

$$M_t = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_t z dz \quad (A-13)$$

Substituindo os valores das tensões radiais e tangenciais dados pelas equações (A-10) e (A-11), respectivamente, nas equações (A-12) e (A-13), obtém-se:

$$M_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{d\mathfrak{D}}{dr} + \nu \frac{\mathfrak{D}}{r} \right) \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz \quad (A-14)$$

e

$$M_t = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{d\mathfrak{D}}{dr} \nu + \frac{\mathfrak{D}}{r} \right) \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz \quad (A-15)$$

Calculando as integrais acima e sendo  $D$  a rigidez flexional da placa,

$$D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)} \quad (\text{A-16})$$

vem:

$$M_r = D \left( \frac{d\vartheta}{dr} + \nu \frac{\vartheta}{r} \right) \quad (\text{A-17})$$

e

$$M_t = D \left( \frac{\vartheta}{r} + \nu \frac{d\vartheta}{dr} \right) \quad (\text{A-18})$$

Fazendo a soma de todos os momentos em relação ao eixo y da figura 36, tangente ao arco de circunferência de raio r, no plano médio vem:

$$\begin{aligned} (M_r + \Delta M_r)(r + \Delta r) \Delta \varphi - M_r r \Delta \varphi - pr \Delta r \Delta \varphi \frac{\Delta r}{2} - \\ - M_t \Delta r \Delta \varphi + (Q + \Delta Q)(r + \Delta r) \Delta \varphi \Delta r = 0 \end{aligned} \quad (\text{A-19})$$

Tomando o limite em (A-19) quando  $\Delta r$  tende a zero e desprezando os termos de ordem superior a  $\Delta^2$ , resulta

$$M_r - \frac{d}{dr} (M_r r) = Qr \quad (\text{A-20})$$

Introduzindo os valores de  $M_r$  e  $M_t$ , dados por (A-17) e (A-18), na expressão (A-20), obtem-se:

$$r \frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{d \vartheta}{dr} - \frac{\vartheta}{r} = -\frac{Qr}{D} \quad (\text{A-21})$$

ou

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\vartheta r) \right) = -\frac{Q}{D} \quad (\text{A-22})$$

Após uma dupla integração da expressão (A-22) tem-se a equação do giro da placa circular:

$$\vartheta = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1}{Dr} \int (r \int Q dr) dr \quad (\text{A-23})$$

As constantes  $C_1$  e  $C_2$  serão determinadas em função das condições de contorno presentes na placa.

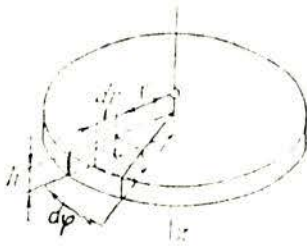


Fig. 31 - Placa circular genérica.

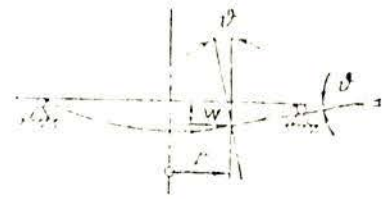


Fig. 32 - Deslocamento linear  $w$  e giro  $\psi$  da placa.

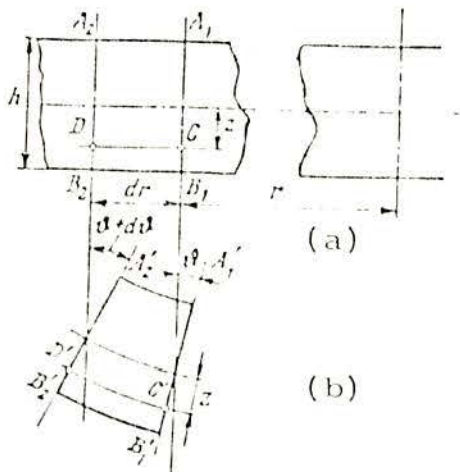


Fig. 33 - Secção axial da placa  
a) antes da deformação e  
b) sob deformação

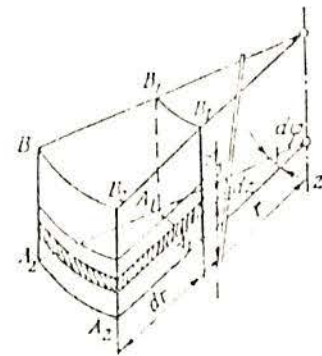


Fig. 34 - Prisma elementar retirado da placa circular.

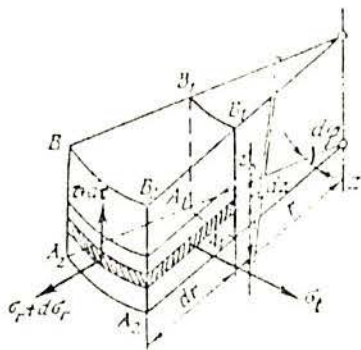


Fig. 35 - Tensões atuantes no prisma elementar.

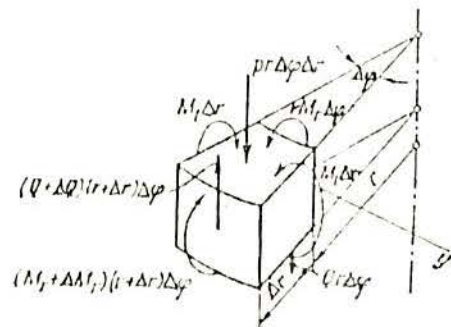


Fig. 36 - Momentos e forças atuantes antes no prisma elementar.

## APÊNDICE B

### VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DAS DEFORMAÇÕES SOBRE A PLACA CIRCULAR

Para verificar-se o comportamento das deformações radiais e tangenciais dadas pelas equações (10) e (11), respectivamente, colou-se sobre a superfície externa da placa no TPC de 3000 N, dois EREs, tipo KFD-2-C1-11, de resistência elétrica de 120 ohms e "fator gage" K igual a 2,1.

O seu posicionamento está mostrado na figura 37a, onde o ERE colado tangencialmente tem L1 valendo 6 mm e L2=8 e o ERE colado radialmente tem L3=13 e L4=15.

Utilizando-se um ERE passivo externo, colado em material com o mesmo coeficiente de expansão térmica <sup>10</sup>, aço no caso, para evitar erros devidos a variação da temperatura <sup>6</sup> foi feita uma ligação em meia-ponte <sup>18</sup>, conforme figura 37b, com o condicionador INMETAL, descrito no capítulo 8. O ERE ativo é ou o tangencial ou o radial.

Com o conjunto acima descrito, aplica-se força de compressão sobre o pino.

Os valores das deformações medidas, não simultaneamente, para cada ERE ativo e calculadas conforme descrito em 6.1, com subregiões de  $0,5 \times 0,5 \text{ mm}^2$ , estão nas tabelas V e VI, para o ERE orientado tangencialmente e radialmente, respectivamente.

As deformações medidas foram multiplicadas por 2 e divididas pelo "fator gage" K=2,1 do tipo de ERE utilizado. Note-se que o sinal da deformação tangencial é diferente do da deformação radial.

A figura 38 mostra a foto dos EREs posicionados sobre o TPC.

Os valores medidos do ERE orientado radialmente apresentam erros menores do que os do ERE orientado tangencialmente, o que pode ser explicado pela distribuição das deformações ra-

diais e tangenciais descritas no item 5.1, onde, para o ERE tangencial, um pequeno erro de leitura do seu posicionamento é mais crítico devido a interação de ambas as deformações, radiais e tangenciais.

As deformações tangenciais são no máximo 7 % menores que as medidas e as radiais são cerca de 4 % menores que as medidas.

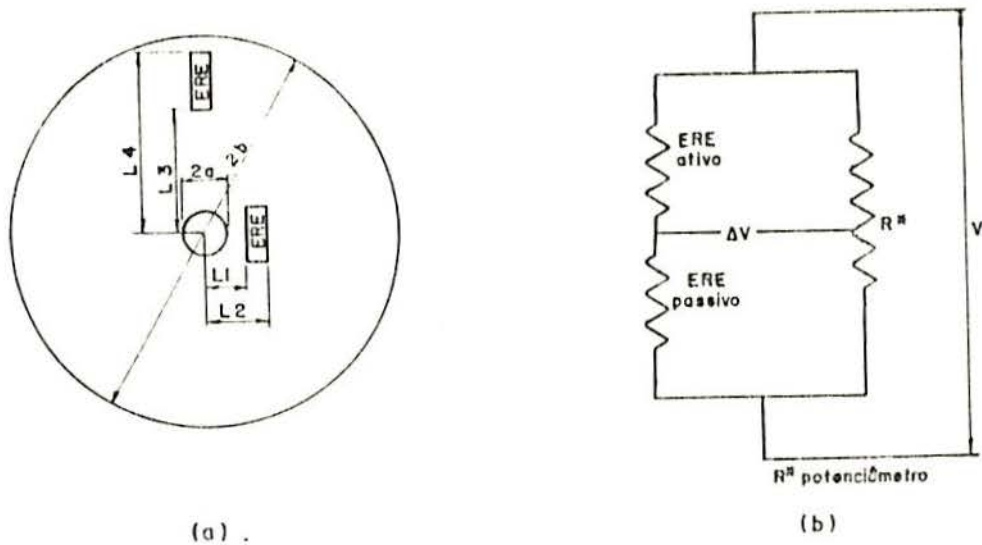


Figura 37- a) posicionamento de cada ERE sobre a placa e  
b) ligação do ERE em meia ponte de Wheatstone.

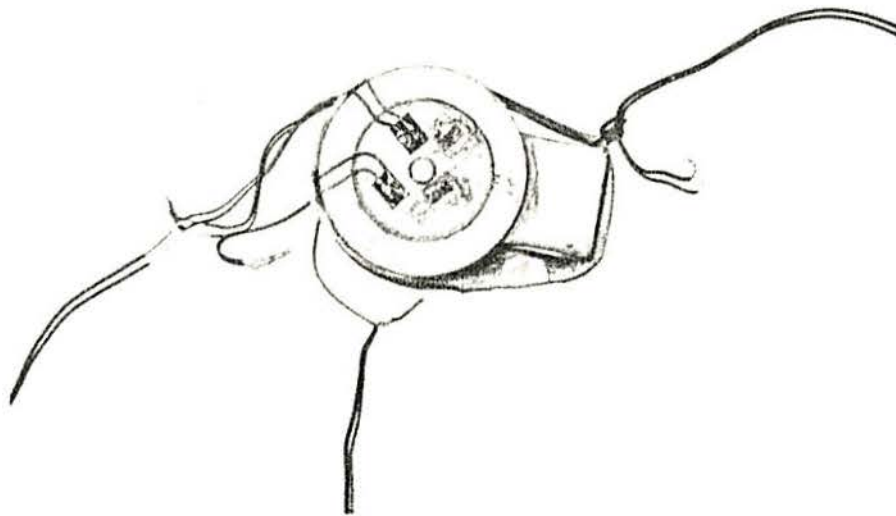


Figura 38 - Disposição dos EREs sobre o TPC de 3000 N, na montagem feita para a verificação do modelo matemático desenvolvido. As deformações são medidas individualmente para cada ERE.



Força (N)	deformações ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )	
	medida	calculada
3000	$294 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$278 \pm 5\%$
2972	$290 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$276 \pm 5\%$
2933	$286 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$272 \pm 5\%$
2668	$260 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$247 \pm 5\%$
2638	$259 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$136 \pm 5\%$
1471	$146 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$136 \pm 5\%$
863	$86 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$80 \pm 5\%$

Tabela V - Deformações medidas e calculadas do ERE orientado tangencialmente e colado sobre o TPC de 3000 N.

Força (N)	Deformações ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )	
	medida	calculada
3000	$186 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$178 \pm 5\%$
2903	$173 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$173 \pm 5\%$
2796	$169 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$166 \pm 5\%$
2668	$162 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$159 \pm 5\%$
1373	$82 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$82 \pm 5\%$
1275	$75 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$76 \pm 5\%$
1226	$73 \pm 2 \mu\text{m}/\text{m}$	$73 \pm 5\%$

Tabela VI - Deformações medidas e calculadas do ERE orientado radialmente e colado sobre o TPC de 3000 N.