

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais

PPGE3M

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO NA AVALIAÇÃO DA
INCERTEZA DE MEDIÇÃO DO ENSAIO DE TENACIDADE À FRATURA K_{Ic}**

Daniel Antonio Kapper Fabricio

Tese para Obtenção do Título de Doutor
em Engenharia

Porto Alegre
2018

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais

PPGE3M

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO NA AVALIAÇÃO DA
INCERTEZA DE MEDIÇÃO DO ENSAIO DE TENACIDADE À FRATURA K_{Ic}**

Daniel Antonio Kapper Fabricio
MSc. Engenheiro de Produção

Trabalho realizado no Departamento de Metalurgia da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais – PPGE3M, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração: Ciência e Tecnologia dos Materiais

Porto Alegre
2018

CIP - Catalogação na Publicação

Fabricio, Daniel Antonio Kapper
APLICAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO NA AVALIAÇÃO DA
INCERTEZA DE MEDIÇÃO DO ENSAIO DE TENACIDADE À
FRATURA KIC / Daniel Antonio Kapper Fabricio. --
2018.

90 f.

Orientador: Afonso Reguly.

Coorientadora: Carla Schwengber ten Caten.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-
Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de
Materiais, Porto Alegre, BR-RS, 2018.

1. Incerteza de medição. 2. Método de Monte Carlo.
3. Tenacidade à fratura KIC. 4. Distribuições de
probabilidade. I. Reguly, Afonso, orient. II.
Caten, Carla Schwengber ten, coorient. III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Esta tese foi julgada adequada para obtenção do título de Doutor em Engenharia, área de concentração em Ciência e Tecnologia dos Materiais, e aprovada em sua forma final pelo orientador e pela Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação.

Orientador: Prof. Dr. Afonso Reguly

Co-orientador: Profa. Dra. Carla Schwengber ten Caten

Banca Examinadora:

Dra. Inês Hexsel Grochau, UFRGS

Dra. Joseane Ortiz Breitenbach Canterle, FAURGS

Prof. Dra. Lisiane Trevisan, IFRS

Prof. Dr. Carlos Pérez Bergmann
Coordenador do PPGE3M

À minha família e a todos aqueles
que me acompanharam nessa caminhada.

AGRADECIMENTOS

À CAPES e ao CNPq (processo nº 140141/2017-0), pelo apoio financeiro;

À Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação do Instituto Federal de Santa Catarina, pela concessão de afastamento para a finalização do Doutorado;

Ao Professor Dr. Afonso Reguly, pela orientação e ensinamentos desde que iniciei a atuar no LAMEF;

À Professora Dra. Carla Schwengber ten Caten, pela co-orientação e pelo aprendizado desde a graduação;

Ao Professor Dr. Telmo Roberto Strohaecker, que tão cedo nos deixou, por todas as oportunidades oferecidas;

À Banca Examinadora da tese e do exame de qualificação, pelas suas contribuições;

À Dra. Lisiane Trevisan, por todas as colaborações, parcerias, projetos e publicações desenvolvidos na área de incerteza de medição;

Aos colaboradores do LAMEF, especialmente os do Grupo de Ensaio Mecânicos, pelo apoio nos desafios do dia-a-dia;

Ao LAMEF, por fornecer a estrutura e os recursos necessários para a realização deste trabalho;

Aos colegas do IFRS Bento Gonçalves e do IFSC Chapecó, que me acompanharam nessa trajetória;

À minha família, por todo o apoio, carinho e incentivo;

Aos amigos, que sempre estiveram ao meu lado.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	3
LISTA DE TABELAS	5
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	6
RESUMO	8
ABSTRACT	9
1.0 INTRODUÇÃO.....	10
2.0 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1 Ensaio de tenacidade à fratura K_{IC}	12
2.2 Incerteza de medição e métodos de cálculo.....	15
2.2.1 Guia para Expressão da Incerteza de Medição (GUM).....	16
2.2.2 Método de Monte Carlo (MMC)	18
2.2.3 Outros métodos.....	21
2.2.4 Comparação entre GUM e MMC	21
2.2.5 Uso do Método de Monte Carlo na incerteza de medição.....	24
2.3 Distribuições de probabilidade utilizadas no cálculo de incerteza pelo MMC.....	27
3.0 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	31
3.1 Classificação da pesquisa.....	31
3.2 Material utilizado e condições de ensaio	32
3.3 Método de trabalho	35
3.3.1 Matriz experimental.....	37
4.0 RESULTADOS E DISCUSSÃO	44
4.1 Análise preliminar do <i>software</i> de simulação.....	44
4.2 Definição de parâmetros para aplicação no <i>software</i>	44
4.3 Levantamento de fontes de incerteza do ensaio de K_{IC}	45
4.4 Estruturação de planilha para aplicação do Método de Monte Carlo	46
4.5 Aplicação da planilha e obtenção dos resultados.....	46
4.6 Análise da influência da distribuição de probabilidade no resultado	48
4.6.1 Análise de Variância e CMM dos valores de K_{IC}	48

4.6.2	Análise de Variância da incerteza de medição	49
4.6.3	Comparação múltipla de médias da incerteza de medição	52
4.6.4	Validação dos valores de incerteza obtidos	59
5.0	CONCLUSÕES	63
6.0	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	66
7.0	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	67
	APÊNDICE A – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO	73
	APÊNDICE B – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO GUM	77
	APÊNDICE C – DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE FINAIS DO ENSAIO DE K_{IC} 80	
	APÊNDICE D – DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE FINAIS PARA DADOS DE MESMA MAGNITUDE	82

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação esquemática do ensaio de K_{IC} em corpo de prova de três pontos. . .	13
Figura 2 – Aplicação da carga (F) em um corpo de prova de flexão.	13
Figura 3 – Representação esquemática do corpo de prova de três pontos (SEB) para ensaio de K_{IC}	14
Figura 4 – Fluxograma para o cálculo da incerteza de medição pelo método GUM.	17
Figura 5 – Propagação de distribuições através de simulação de Monte Carlo.	20
Figura 6 – Representação esquemática da abordagem de propagação de incertezas (a,c). Representação da abordagem de propagação de distribuições (b,d).	22
Figura 7 – Distribuições de probabilidade mais utilizadas no cálculo de incerteza de medição pelo MMC.	30
Figura 8 – Classificação da pesquisa desenvolvida.	32
Figura 9 – Região para retirada do corpo de prova e dimensionamento conforme a norma EN 13674-1.	32
Figura 10 – Corpos de prova ensaiados. (a) Segmento I. (b) Segmento II. (c) Segmento III. .	33
Figura 11 – Montagem do ensaio, com destaque para a posição do corpo de prova.	34
Figura 12 – Execução do ensaio a baixa temperatura.	34
Figura 13 – Método de trabalho.	35
Figura 14 – Agrupamento dos valores médios de K_{IC}	49
Figura 15 – Gráficos dos fatores principais para a incerteza de medição.	51
Figura 16 – Gráficos das interações para a incerteza de medição.	51
Figura 17 – Comparação múltipla de médias para a interação BC.	53
Figura 18 – Comparação múltipla de médias para a interação BD.	54
Figura 19 – Comparação múltipla de médias para a interação CD.	56
Figura 20 – Regressão linear simples para a correlação entre U e K_{IC} pelo método de Monte Carlo.	57
Figura 21 – Regressão linear simples para a distribuição normal.	58
Figura 22 – Regressão linear simples para a distribuição retangular.	58
Figura 23 – Regressão linear simples para a distribuição triangular.	59

Figura 24 – Análise dos valores de K_{IC} em relação ao LIE para cada um dos corpos de prova e condições.	60
Figura 25 – Definição de cenários no Crystal Ball®	74
Figura 26 – Execução da simulação no Crystal Ball®	74
Figura 27 – Ilustração da aplicação do método de Monte Carlo no ensaio de K_{IC}	76
Figura 28 – Planilha para a estimativa da incerteza pelo GUM.	79
Figura 29 – Distribuições de probabilidade finais obtidas das simulações de Monte Carlo.	80
Figura 30 – Distribuições de probabilidade finais obtidas para combinação de variáveis de entrada de mesma ordem de grandeza.	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Métodos de cálculo de incerteza e anos de publicação.....	16
Tabela 2 – Descrição do método de Kragten.....	21
Tabela 3 – Comparação quantitativa do GUM e MMC segundo a literatura.....	22
Tabela 4 – Artigos sobre uso do MMC no cálculo de incerteza de medição publicados entre 1995 e 2016.	24
Tabela 5 – Características das distribuições de probabilidade mais comuns.	28
Tabela 6 – Revisão bibliográfica sobre distribuições de probabilidade aplicadas no MMC. ..	29
Tabela 7 – Composição química do aço classe R350HT.	34
Tabela 8 – Matriz experimental para incerteza de medição.	38
Tabela 9 – Matriz experimental para K_{IC}	42
Tabela 10 – Fontes de incerteza para o ensaio de K_{IC}	46
Tabela 11 – Resultados dos ensaios de tenacidade à fratura K_{IC}	46
Tabela 12 – Valores calculados de incerteza de medição de K_{IC} para cada condição (MPa·m ^{1/2}).	47
Tabela 13 – Análise de variância para K_{IC} calculado.....	48
Tabela 14 – Valores médios de K_{IC}	49
Tabela 15 – Análise de variância para incerteza de medição.	50
Tabela 16 – Valores médios de incerteza para a interação BC.	52
Tabela 17 – Valores médios de incerteza para a interação BD.	54
Tabela 18 – Valores médios de incerteza para a interação CD.	55
Tabela 19 – Descrição dos parâmetros de incerteza pelo MMC.	73
Tabela 20 – Obtenção de resultados no <i>software</i>	75
Tabela 21 – Descrição dos parâmetros de incerteza pelo GUM.....	77

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

α	Probabilidade de abrangência;
μ	Média;
σ	Desvio padrão;
a	Tamanho da trinca do corpo de prova K_{IC} ;
ANOVA	<i>Analysis of Variance</i> – Análise de Variância;
B	Espessura do corpo de prova K_{IC} ;
CMM	Comparação Múltipla de Médias, no teste ANOVA;
CMOD	Crack-mouth opening displacement – Abertura na boca do entalhe;
COP	<i>Code of Practice</i> – Código de Prática;
EURACHEM	Rede de organizações na Europa, com o objetivo de estabelecer uma sistemática para a rastreabilidade internacional de medições químicas e promover boas práticas de qualidade;
F	Razão entre variâncias, no teste ANOVA;
$F_{p;GDL1;GDL2}$	Valor tabelado da distribuição de probabilidade F no teste ANOVA;
f(a/W)	Função adimensional da razão entre tamanho de trinca e espessura, ou fator de forma;
GDL	Grau de liberdade;
GUM	<i>Guide to the expression of Uncertainty in Measurement</i> – Guia para expressão da incerteza de medição;
IC	Intervalo de Confiança;
$IC_{\alpha\%}$	Intervalo de Confiança a uma determinada probabilidade de abrangência α ;
K	Fator de abrangência;
K_{IC}	<i>Plane-strain fracture toughness</i> – Fator intensidade de tensões crítico;
K_Q	Valor provisório do fator intensidade de tensões;
LAMEF	Laboratório de Metalurgia Física da UFRGS;
L_d	Limite de decisão, na comparação múltipla de médias;
LIE	Limite Inferior de Especificação;
LPU	<i>Law of Propagation of Uncertainty</i> – Lei de Propagação de Incertezas;

MFEP	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica;
MFLE	Mecânica da Fratura Linear-Elástica;
MMC	Método de Monte Carlo;
MQ	Média Quadrada;
MQR	Média Quadrada dos Resíduos;
n	Número de corpos de prova ou número de repetições;
P	Nível de significância no teste ANOVA;
P _Q	Carregamento (força) aplicado;
R ²	Coeficiente de determinação;
S	<i>Span</i> – Abertura entre os pontos de carregamento externos no corpo de prova de três pontos;
SEB	Corpo de prova de flexão em três pontos, no ensaio de K _{IC} ;
SQ	Soma Quadrada;
S _Y	Desvio padrão das médias;
u	Incerteza padrão;
u _c	Incerteza padrão combinada;
U	Incerteza expandida;
U _{α%}	Incerteza expandida para uma determinada probabilidade de abrangência α;
W	<i>Width</i> – Largura do corpo de prova K _{IC} ;
Y	Fator de forma corpo de prova K _{IC} ; equivalente a f(a/W).

RESUMO

A determinação de forma confiável das propriedades mecânicas dos materiais é um fator fundamental para a aplicação dos mesmos em engenharia, e a estimativa da incerteza de medição pelos laboratórios de ensaio impacta diretamente na interpretação do resultado. O Guia para a Expressão da Incerteza de Medição (GUM) é um documento que estabelece os critérios para o cálculo e a expressão da incerteza de medição, considerando as diferentes influências de cada parâmetro que compõe o valor da incerteza. Porém, a literatura recente demonstra que o GUM possui limitações, especialmente nos casos em que o modelo matemático de medição possui elevado grau de não linearidade e devido a pressupostos assumidos em relação à distribuição de probabilidade final. Nesses casos, recomenda-se que a incerteza de medição seja determinada através do Método de Monte Carlo (MMC), que considera a propagação da distribuição ao invés da propagação das incertezas. Assim, dadas as vantagens do MMC, e considerando a importância de se estimar a incerteza de medição de ensaios, esse trabalho tem como objetivo principal implementar o cálculo da incerteza para o ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} de materiais metálicos através do Método de Monte Carlo. Além disso, uma análise da influência da distribuição de probabilidade nos resultados de incerteza de medição foi realizada, através de um projeto de experimentos. Os resultados do trabalho demonstram a importância do uso do Método de Monte Carlo para a estimativa da incerteza de medição de ensaios e confirmam que a forma da distribuição de probabilidade possui influência significativa nos valores de incerteza de medição obtidos para o ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} .

Palavras chave: Incerteza de medição; Método de Monte Carlo; Tenacidade à fratura K_{IC} ; Distribuições de probabilidade.

ABSTRACT

A reliable determination of mechanical properties of materials is fundamental for their application in engineering, and an estimation of measurement uncertainty by testing laboratories has a direct impact on the interpretation of the results. The Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM) is a document that establishes the criteria for the calculation and expression of measurement uncertainty, considering how different influences of each parameter make up the uncertainty value. However, recent literature has demonstrated that GUM has limitations, especially in those cases where the mathematical measurement model has a high degree of non-linearity and due to assumptions considered in the final probability distribution. In such cases, it is recommended that measurement uncertainty is estimated using the Monte Carlo Method (MCM), which considers the propagation of distributions approach instead of propagation of uncertainties. Thus, given the advantages of MCM, and considering the importance of the estimation of testing measurement uncertainty, this work aims to implement uncertainty calculation for the K_{IC} fracture toughness testing of metallic materials by the Monte Carlo Method. In addition, an analysis of the influence of the probability distribution in the final uncertainty results was performed through design of experiments. Results have confirmed the importance of the Monte Carlo Method for an appropriate estimation of the measurement uncertainty of mechanical tests and also confirm the probability distribution has a significant influence in the measurement uncertainty values of fracture toughness K_{IC} .

Key words: Measurement uncertainty; Monte Carlo Method; Fracture toughness K_{IC} ; Probability distributions.

1.0 INTRODUÇÃO

A determinação com boa confiabilidade das propriedades mecânicas dos materiais é um fator crucial para a aplicação dos mesmos em engenharia, desde o projeto até a produção e a utilização dos materiais, para a prevenção de falhas e melhor seleção dos materiais para cada aplicação. Segundo Callister e Rethwisch (2007), é indispensável que os ensaios sejam executados de forma padronizada, e que os resultados sejam relatados de forma consistente, dado que as propriedades mecânicas dos materiais são de interesse de diferentes partes, tais como: fabricantes, consumidores, institutos de pesquisa e agências governamentais.

Ensaio mecânicos e metalúrgicos são atividades importantes ao longo da produção e do processo de controle de qualidade. Desde a matéria-prima até o produto final, controle de qualidade e ensaios são necessários para a tomada de decisão. No campo de ciência e engenharia de materiais, muitas propriedades devem ser avaliadas para se obter um produto livre de defeitos. A caracterização dos materiais pode ser realizada em laboratórios, utilizando instrumentos e equipamentos adequados. A incerteza de medição na realização de ensaios ou calibrações é fundamental na área de ciência e engenharia de materiais (SALAH *et al.*, 2015).

A ABNT NBR ISO/IEC 17025 é uma norma internacional de qualidade voltada ao ambiente laboratorial, a qual especifica os requisitos gerais para a competência, imparcialidade e a operação consistente de laboratórios de ensaio e calibração (ABNT, 2017). Segundo Lopes *et al.* (2014), a imagem de um laboratório depende fortemente da qualidade contínua de seus resultados, justificando assim a necessidade crescente da implementação de sistemas da qualidade baseados nessa norma.

A correta expressão da incerteza de medição pelos laboratórios de ensaio pode ser considerada um fator fundamental, pois impacta diretamente na interpretação do resultado (JORNADA, 2009), e é previsto pela norma ABNT NBR ISO/IEC 17025. O Guia para a Expressão da Incerteza de Medição (GUM) é um documento que estabelece os critérios para cálculo e expressão da incerteza de medição, considerando as diferentes influências de cada parâmetro que compõe esse valor da incerteza. Para esta estimativa, é necessário descrever o efeito de cada valor de entrada em relação ao mensurando utilizando coeficientes de sensibilidade (derivadas parciais de cada fonte de incerteza em relação ao mensurando)

(JCGM, 2008a). Para casos em que a descrição da função matemática considerando cada fonte de incerteza mostra-se difícil, recomenda-se que a incerteza de medição seja determinada através de outros métodos matemáticos, como por exemplo, o Método de Monte Carlo. O Suplemento 1 do GUM mostra cada uma das etapas para determinação da incerteza de medição por este método (JCGM, 2008b).

Uma revisão da literatura, executada no decorrer deste trabalho, revelou que o método de Monte Carlo é ainda pouco aplicado para a estimativa da incerteza de medição na área de ensaios mecânicos. Além disso, não foram identificadas aplicações do método no ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} .

Dadas as limitações do método GUM, especialmente a restrição de seu uso para modelos de medição com alto grau de não-linearidade ou complexidade (como é o caso do modelo de medição do ensaio de K_{IC}), esse trabalho tem como objetivo principal implantar o cálculo da incerteza para o ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} através de simulação de Monte Carlo.

Além disso, esse trabalho tem como objetivos específicos:

- Identificar as principais aplicações do Método de Monte Carlo na literatura e as distribuições de probabilidade mais utilizadas;
- Calcular a incerteza de medição da tenacidade à fratura K_{IC} de amostras de materiais metálicos;
- Analisar a influência das distribuições de probabilidade dos valores de entrada na incerteza de medição;
- Avaliar a influência da incerteza de medição na validação de valores de tenacidade à fratura K_{IC} em relação ao limite de tolerância.

O trabalho será estruturado da seguinte forma: (a) introdução, com a contextualização geral, justificativa e objetivos do trabalho; (b) revisão bibliográfica, apresentando o estado da arte (notação e conceitos sobre ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} , incerteza de medição e distribuições de probabilidade utilizadas) para compreensão e interpretação dos resultados do trabalho; (c) procedimento experimental, com a metodologia desenvolvida no trabalho; (d) resultados e discussão, com os resultados experimentais obtidos na pesquisa e discussão com base na literatura atual; (e) conclusões, com os principais achados do trabalho; e (f) sugestões para trabalhos futuros, com recomendações para continuidade do trabalho e novas linhas de pesquisa para o tema em questão.

2.0 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta a revisão bibliográfica sobre os assuntos abordados neste trabalho. Inicialmente, apresenta-se uma revisão sobre o ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} , seguida de uma contextualização detalhada sobre incerteza de medição e seus métodos de cálculo. Por fim, são apresentadas as principais distribuições de probabilidade utilizadas no cálculo de incerteza pelo Método de Monte Carlo.

2.1 Ensaio de tenacidade à fratura K_{IC}

Ensaio de tenacidade à fratura avaliam a resistência do material diante de uma trinca, sendo o objetivo da Mecânica da Fratura determinar se um defeito irá ou não levar o componente à fratura catastrófica para tensões normais de serviço, permitindo, ainda, determinar o grau de segurança efetivo de um componente trincado (ANDERSON, 2005).

A Mecânica da Fratura baseia-se em duas áreas: a Mecânica da Fratura Linear-Elástica (MFLE) e a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP). A primeira normalmente é utilizada em situações em que a fratura ocorre ainda no regime linear-elástico, apresentando quantidade limitada de deformação plástica na ponta da trinca. Isto pode ocorrer para ligas de altíssima resistência mecânica ou mesmo em ligas com resistência moderada, desde que empregadas em uma espessura razoável. A segunda abordagem é aplicada para metais que apresentam elevada deformação plástica precedendo a fratura. A espessura do material define se o regime é o estado plano de deformação (triaxial de tensões), em que a MFLE é aplicável, ou o estado plano de tensão (biaxial de tensões), em que a MFEP é aplicável (STROHAECKER, 2012).

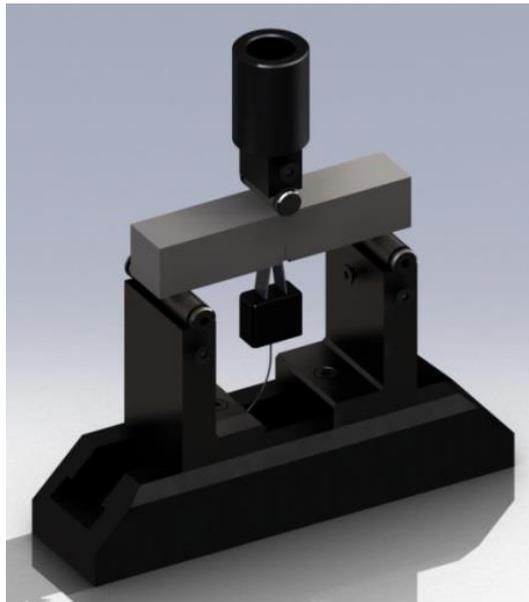
O parâmetro mais utilizado na MFLE para avaliar a tenacidade à fratura de materiais metálicos é o K_{IC} , ou seja, o valor crítico do fator de intensidade de tensões para o modo I (tração) de aplicação da carga, sendo esta uma propriedade intrínseca do material. O K_{IC} consegue correlacionar a tensão aplicada no material com o tipo e o tamanho do defeito.

O ensaio de tenacidade à fratura, executado segundo a norma ASTM E399 (ASTM, 2017), permite a determinação do parâmetro K_{IC} de materiais metálicos sob condições predominantemente linear-elásticas, utilizando corpos de prova que tenham sido submetidos

previamente a pré-trincamento. Durante o ensaio é aplicada uma taxa de carregamento constante, obtendo-se os registros de carga e da abertura na boca do entalhe (*crack-mouth opening displacement* – CMOD). Em seguida, um valor de carga (denominado como P_Q) é determinado a partir de 5% da secante da curva carga versus CMOD, o que corresponde a aproximadamente 2% da extensão aparente da trinca. A partir desse valor de carga, é possível obter o valor de K_{IC} propriamente, o qual é validado desde que a trinca de fadiga tenha se propagado de forma aguda e o corpo de prova tenha dimensões adequadas para permitir condições predominantemente linear-elásticas durante o ensaio (ASTM, 2017).

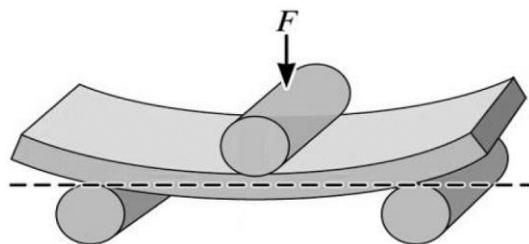
A Figura 1 apresenta a montagem do ensaio de K_{IC} , com um corpo de prova tipo flexão em três pontos e os dispositivos auxiliares para a execução do ensaio. A Figura 2 mostra o local de aplicação da carga em um corpo de prova de flexão genérico.

Figura 1 – Representação esquemática do ensaio de K_{IC} em corpo de prova de três pontos.



Fonte: Adaptado de Fabricio *et al.* (2016).

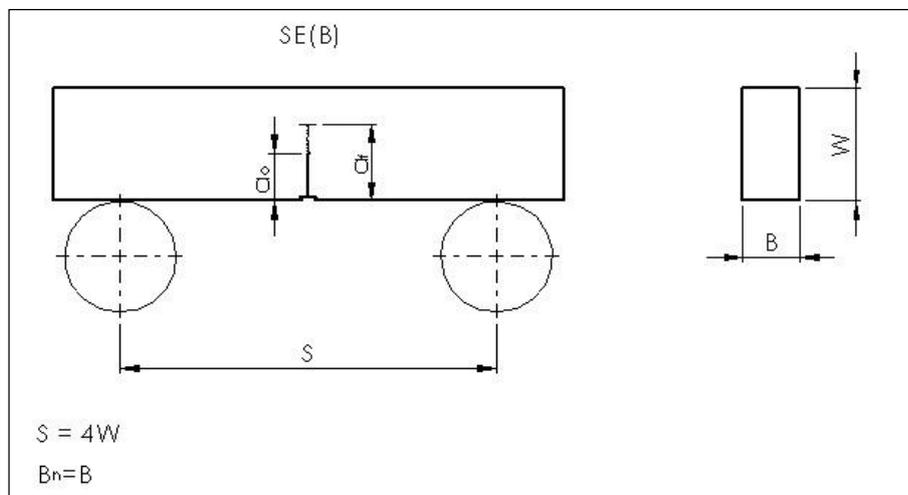
Figura 2 – Aplicação da carga (F) em um corpo de prova de flexão.



Fonte: o autor.

Para obter o valor de K_{IC} do material a partir de ensaios, inicialmente se calcula um valor provisório, denominado K_Q , que é uma função da abertura (S) entre os pontos de carregamento externos no corpo de prova de três pontos, da carga aplicada (P_Q), da espessura do corpo de prova (B), da espessura entre as ranhuras laterais (B_N), do tamanho inicial da trinca (a) e de f , uma função adimensional de a/W , onde W representa a largura do corpo de prova. A Figura 3 apresenta as dimensões de um corpo de prova de flexão em três pontos (SEB).

Figura 3 – Representação esquemática do corpo de prova de três pontos (SEB) para ensaio de K_{IC} .



Fonte: Adaptado de Fabricio *et al.* (2016).

A Equação 1 apresenta o modelo de medição de K_{IC} , segundo a norma de ensaio ASTM E399 (ASTM, 2017).

$$K_Q = \frac{S}{W} \frac{P_Q}{(B B_N W)^{0.5}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{Equação 1}$$

Na Equação 1, usualmente, $B_N = B$, de tal forma que a equação pode ser reduzida à Equação 2:

$$K_Q = S \frac{P_Q}{B W^{1.5}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{Equação 2}$$

O valor de K_Q é validado como K_{IC} se as condições presentes na Equação 3 forem atendidas. Na Equação, σ_e representa o limite de escoamento do material.

$$a, B, (W - a) \geq \frac{2,5K_Q^2}{\sigma_e^2}$$

Equação 3

Além disso, é necessário que a trinca seja propagada de forma plana, de forma que a diferença entre cada uma das medidas sucessivas da trinca não deve exceder 10% do valor médio.

2.2 Incerteza de medição e métodos de cálculo

Todo o resultado de uma medição é apenas uma estimativa do valor verdadeiro, devido à influência de diversas fontes de incerteza. Nesse contexto, a incerteza de medição pode ser definida como “um parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando, com base nas informações utilizadas” (JCGM, 2012, p. 25).

A incerteza de medição é um parâmetro estatístico que descreve as possíveis flutuações do resultado de uma medida. A determinação da incerteza dos métodos analíticos não deve ser vista como uma obrigação, mas como um trabalho importante que agrega valor, tendo em vista que a incerteza de medição permite a avaliação do resultado e a comparação com outros resultados (MEYER, 2007). A estimativa da incerteza de medição é um requisito para a acreditação de laboratórios metrológicos com base na ABNT NBR ISO/IEC 17025 (ABNT, 2017).

Dessa forma, a incerteza é fundamental em diversas situações, tais como (RMRS, 2013):

- Na calibração de equipamentos, instrumentos e padrões, para verificar se os mesmos se encontram dentro das tolerâncias definidas;
- Na área de ensaios, para verificar se o resultado do ensaio pode ser aprovado ou não;
- Na área legal, para verificar conformidade de resultados de medições com limites de tolerâncias legais;
- No controle de riscos associados à tomada de decisão de aprovar ou rejeitar uma amostra;
- Como um diferencial competitivo, pois o cliente tende a buscar aquele laboratório que tenha melhor qualidade na sua medida e, portanto, a menor incerteza.

Hack e Caten (2012) realizaram uma revisão sistemática sobre métodos para a estimativa da incerteza de medição. De 114 trabalhos publicados entre 2004 e 2010 nas principais bases de dados (Science Direct Online, Emerald, SciELO), 55,26% se basearam no

GUM, 7,89% no método de Monte Carlo, 21,92% utilizaram métodos próprios ou múltiplos métodos e 15,79% usaram variáveis difusas ou outros métodos. A Tabela 1 apresenta os resultados detalhados.

Tabela 1 – Métodos de cálculo de incerteza e anos de publicação.

Metodologia	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	Total
GUM	8	11	10	6	6	13	9	63
Próprio do autor	-	-	3	2	3	4	4	16
Variáveis difusas	2	1	1	1	1	3	1	10
Múltiplos métodos	2	1	2	1	-	2	1	9
Monte Carlo	-	-	2	2	1	3	-	8
Outros	-	-	1	1	-	3	3	8
Total	12	13	19	13	11	28	18	114

Fonte: Adaptado de HACK e CATEN (2012).

Os principais métodos utilizados para a estimativa da incerteza de medição de ensaios e calibrações são descritos nas subseções a seguir.

2.2.1 Guia para Expressão da Incerteza de Medição (GUM)

O Guia para Expressão da Incerteza de Medição (GUM) foi elaborado no sentido de harmonizar as metodologias utilizadas pelos laboratórios de metrologia para a estimativa da incerteza nas medições, bem como servir como um guia de fácil entendimento e implementação nas diferentes áreas da metrologia (DOMENEGHETTI, 2011).

O GUM apresenta uma sistemática para a avaliação da incerteza de medição baseado na Lei de Propagação de Incertezas (LPU), e a caracterização do valor de saída através de uma distribuição normal (Gaussiana) ou de uma distribuição t-Student ponderada (JCGM, 2008a).

A expressão de incerteza através do GUM se inicia pela definição matemática entre o mensurando Y e as grandezas de entrada X_i, ou seja, Y = f (X₁, X₂, ..., X_N), onde f representa o modelo de medição. A incerteza padrão associada a cada valor de entrada é avaliada e incluída no mensurando através da Lei de Propagação de Incertezas, dada pela Equação 4 (JCGM, 2008a; HACK e CATEN, 2012).

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j)$$

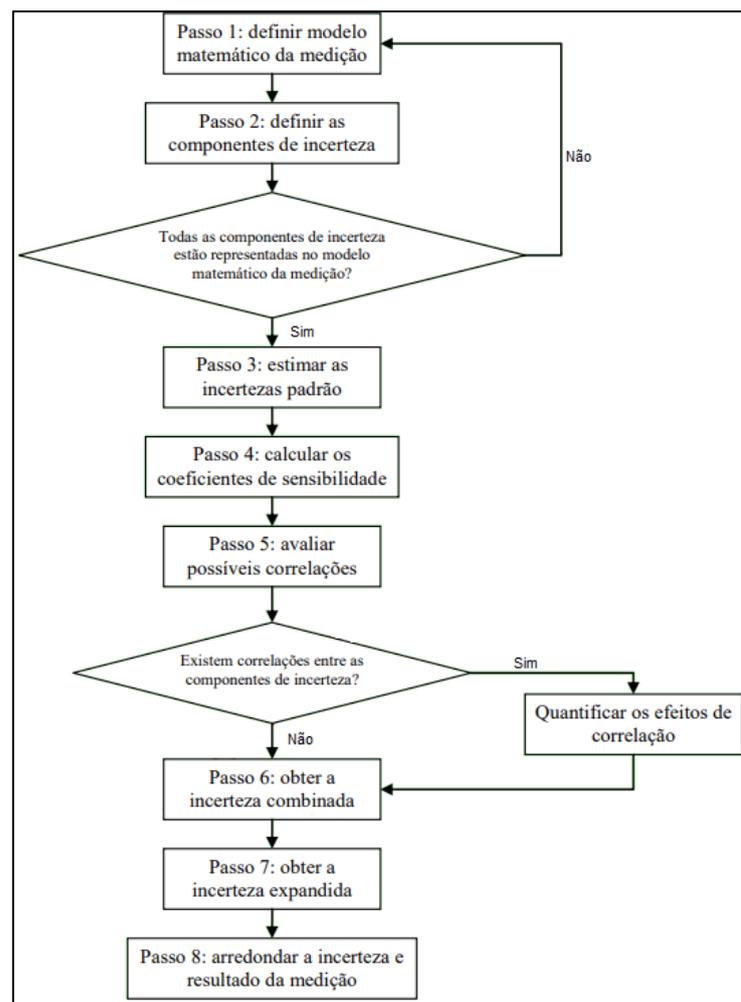
Equação 4

Na Equação 4, $u_c(y)$ representa a incerteza combinada; $\partial f/\partial x$ o coeficiente de sensibilidade de cada variável, calculado a partir das derivadas parciais do modelo de medição em relação a cada variável; $u(x)$ as incertezas padrão de cada variável; e o segundo termo da equação representa a incerteza relacionada à correlação entre as variáveis, quando existente.

Por fim, a incerteza expandida é calculada multiplicando-se a incerteza combinada por um fator de abrangência, ou seja, $U = Ku_c(y)$, sendo o fator de abrangência K obtido a partir dos graus de liberdade de cada valor de entrada para o intervalo de abrangência desejado (JCGM, 2008a; HACK e CATEN, 2012).

A Figura 4 resume os passos para aplicação do GUM de forma esquemática. Seguindo-se os oito passos descritos, consegue-se obter uma estimativa da incerteza de medição do ensaio baseada na Lei de Propagação de Incertezas (Equação 4) e obter, ao final, uma estimativa da incerteza expandida U .

Figura 4 – Fluxograma para o cálculo da incerteza de medição pelo método GUM.



Fonte: RMRS (2013).

2.2.2 Método de Monte Carlo (MMC)

O método de Monte Carlo pode ser descrito como um método estatístico, no qual se utiliza uma sequência de números aleatórios para a realização de uma simulação (GONÇALVES e PEIXOTO, 2015) ou, ainda, um método de amostragem artificial que opera numericamente sistemas complexos com valores de entrada independentes (BRUNI, 2008).

As etapas para a realização de uma simulação de Monte Carlo compreendem a formulação do problema, a coleta de dados, a identificação das variáveis aleatórias que serão simuladas e suas respectivas distribuições de probabilidade, a formulação do modelo, a avaliação do modelo e, por fim, a realização da simulação (GONÇALVES e PEIXOTO, 2015). O cálculo da incerteza de medição pelo método de Monte Carlo é baseado na abordagem da propagação de distribuições.

Jie *et al.* (2011) resumem o Método de Monte Carlo (MMC) nas etapas a seguir:

- a) Selecionar o número de iterações (M) a ser executado;
- b) Gerar M vetores por amostragem a partir da função densidade de probabilidade relacionada a cada um dos valores de entrada X_i ;
- c) Para cada vetor, obter o valor a partir do modelo de medição Y , obtendo-se M valores modelados;
- d) Classificar esses M valores modelados em ordem estritamente crescente, de modo a obter G ;
- e) Usar G para formar um estimador y de Y , e a incerteza padrão $u(y)$ associada a y ;
- f) Usar G para formar um intervalo de abrangência apropriado para Y , a partir de uma probabilidade de abrangência especificada α .

O Suplemento 1 do Guia para Expressão da Incerteza de Medição (GUM) considera a propagação das distribuições de probabilidade através de um modelo matemático de medição como a base para a avaliação da incerteza de medição, assim como a sua implementação através do Método de Monte Carlo. O método pode ser aplicado para um número qualquer de valores de entrada, resultando em um valor de saída (JCGM, 2008b).

A avaliação da incerteza de medição através da abordagem de propagação das distribuições é vantajosa, na medida em que permite levar em conta as não linearidades do modelo de medição. A abordagem de propagação de distribuições requer o uso de métodos numéricos, sendo o método de Monte Carlo flexível e de fácil utilização para esses casos. O MMC é especialmente adequado para os casos em que os pressupostos do GUM não se aplicam (WÜBBELER, KRYSTEK e ELSTER, 2008).

Algumas situações típicas em que o Suplemento 1 do GUM (que utiliza o Método de Monte Carlo) é especialmente indicado no cálculo de incerteza são (JCGM, 2008b):

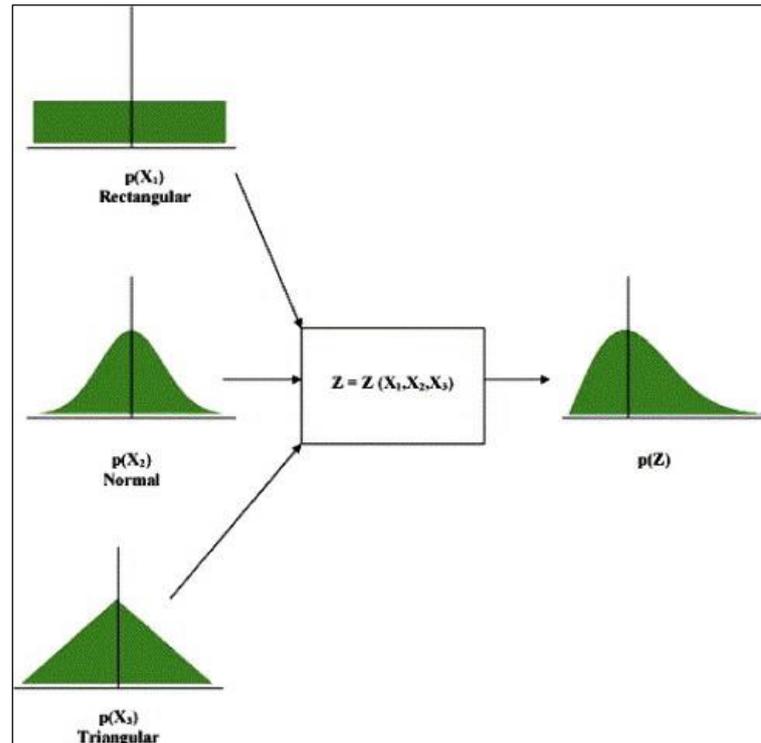
- As incertezas contributivas não são aproximadamente da mesma magnitude, ou seja, são de ordens de grandeza muito diferentes;
- É difícil ou inconveniente calcular as derivadas parciais do modelo de medição, conforme requerido pela Lei de Propagação de Incertezas;
- A distribuição de probabilidade do valor de saída não é gaussiana;
- A estimativa do valor de saída e a sua incerteza de medição padrão associada são aproximadamente da mesma magnitude (por exemplo, valores medidos próximos de zero);
- Os modelos de medição são arbitrariamente complexos;
- As distribuições de probabilidade para os valores de entrada são assimétricas.

A simulação de Monte Carlo é de fácil implantação e retorna informações completas sobre a distribuição de probabilidade. No entanto, possui algumas limitações: o tempo de simulação pode ser longo em alguns casos de maior complexidade e a seleção das distribuições de probabilidade para os dados de entrada pode ser difícil devido à inexatidão dos dados ou a um pouco entendimento do processo. Além disso, a exatidão da simulação depende da qualidade do gerador de números aleatórios (HERRADOR e GONZÁLEZ, 2004). Ainda assim, a maior parte dos pacotes comerciais é adequada para essa aplicação (LOCCI, MUSCAS e GHIANI, 2002).

Uma das vantagens do método de Monte Carlo é que a equação do mensurando pode possuir qualquer nível de complexidade, tendo em vista que não é necessário determinar as derivadas parciais como no GUM. Além disso, a influência (ou não) da correlação entre as variáveis não afeta o cálculo da incerteza combinada (MEYER, 2007).

A Figura 5 ilustra a propagação das distribuições de probabilidade pelo método de Monte Carlo. Na figura, o modelo de medição Z é uma função de três variáveis de entrada: X_1 , X_2 , X_3 , com funções distribuição de probabilidade $p(X_1)$ (retangular), $p(X_2)$ (normal) e $p(X_3)$ (triangular). A propagação dessas distribuições resulta em uma função distribuição de probabilidade não-simétrica para Z , $p(Z)$. A partir de $p(Z)$, é possível obter a incerteza associada ao valor medido de Z .

Figura 5 – Propagação de distribuições através de simulação de Monte Carlo.



Fonte: HERRADOR e GONZÁLEZ (2004).

A partir da distribuição de probabilidade final $p(Z)$ de todos os valores de Z_k obtidos após M iterações, é possível obter a incerteza de medição $U(Z)$ segundo a Equação 5, a partir da probabilidade de abrangência (p) especificada (HERRADOR; ASUERO; GONZÁLEZ, 2005; SHAHANAGHI; NAKHJIRI, 2010).

$$U(Z) = \frac{\frac{Z_{(1+p)M/2} - Z_{(1-p)M/2}}{2}}{2} \quad \text{Equação 5}$$

Por exemplo, digamos que tenham sido executadas $M = 1000$ iterações, e que se deseje uma probabilidade de abrangência de 95% ($p = 0,95$). Nesse caso, a incerteza expandida será calculada a partir dos valores $Z_{(1+p)M/2} = Z_{975}$ e $Z_{(1-p)M/2} = Z_{25}$, que representam os percentis que fornecem um nível de abrangência de 95%. Ou seja, $U(Z) = (Z_{975} - Z_{25})/2$.

Diversos pacotes comerciais podem ser utilizados para facilitar a análise por Monte Carlo, por exemplo: Crystal Ball[®], LabView[®], @Risk[®], Analytica[®], Stella II[®], WINCERT[®] e Evaluator[®] (HERRADOR; ASUERO; GONZÁLEZ, 2005).

2.2.3 Outros métodos

Em alguns casos podem não ser aplicáveis nem o GUM nem o MMC para a estimativa da incerteza (HACK e CATEN, 2012). Por exemplo, quando os valores não se distribuem de forma totalmente aleatória, a teoria da probabilidade (a partir da qual o GUM é baseado) não é apropriada (FERRERO e SALICONE, 2004). Métodos alternativos foram desenvolvidos para esses casos específicos, como a integração numérica através de transformadas de Fourier e Mellin, ou o uso de variáveis difusas (HACK e CATEN, 2012).

O método de Kragten determina a incerteza de medição com uso de derivadas parciais resolvidas numericamente (MACHADO *et al.*, 2013; RMRS, 2013), sendo geralmente usado em medições analíticas (EURACHEM, 1995). Para obter resultados semelhantes aos obtidos pelo método descrito pelo GUM é necessário que a função $y = f(x)$ seja linear, que valor da incerteza de medição seja pequeno quando comparado ao valor médio e que haja a suposição da normalidade do mensurando (JCGM, 2008a). As etapas para realização do método Kragten estão descritas Tabela 2, sendo x_1, x_2, x_3 fontes de incerteza e $u(x_i)$ o valor da incerteza padrão da fonte de incerteza representada por x_i .

Tabela 2 – Descrição do método de Kragten.

$y = f(x_1, x_2, x_3)$	
$y' = f(x_1+u(x_1), x_2, x_3)$	$\Delta y_1 = y - y' $
$y'' = f(x_1, x_2+u(x_2), x_3)$	$\Delta y_2 = y - y'' $
$y''' = f(x_1, x_2, x_3+u(x_3))$	$\Delta y_3 = y - y''' $
Incerteza combinada: $u_c^2(y) = \sqrt{(\Delta y_1)^2 + (\Delta y_2)^2 + (\Delta y_3)^2}$	

Fonte: Adaptado de EURACHEM (1995).

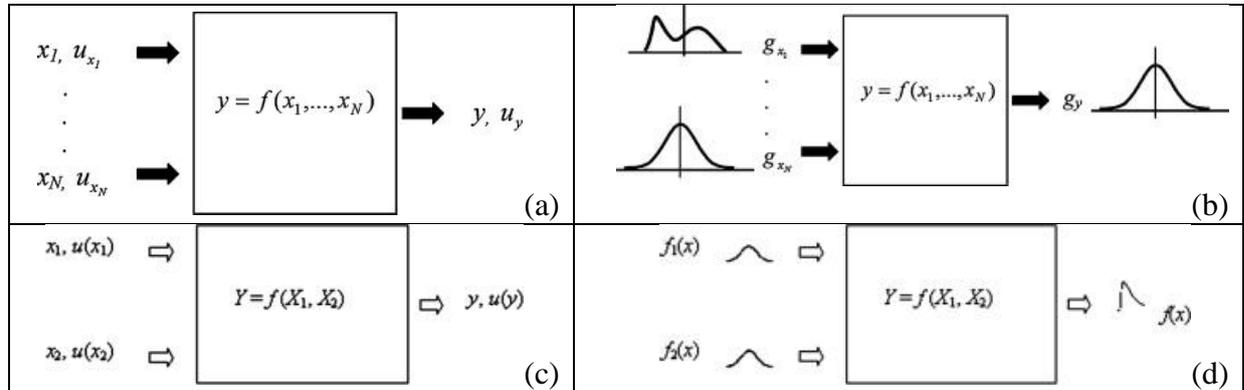
Trevisan (2015) utilizou o método de Kragten e o método de Monte Carlo para a estimativa da incerteza de medição do ensaio de fadiga, obtendo valores próximos entre os métodos. Ainda assim, recomenda o uso do método de Monte Carlo, por esse último não exigir a linearidade do modelo de medição do mensurando.

2.2.4 Comparação entre GUM e MMC

Pelo método GUM, o cálculo da incerteza de medição associada ao mensurando (Y) se baseia na abordagem de propagação de incertezas dos valores de entrada (X_1, X_2, \dots, X_N), podendo ser representado através da Figura 6a e Figura 6c. Enquanto isso, a ideia básica do

MMC é a propagação da distribuição ao invés da propagação das incertezas (Figura 6b e Figura 6d).

Figura 6 – Representação esquemática da abordagem de propagação de incertezas (a,c). Representação da abordagem de propagação de distribuições (b,d).



Fonte: MATHIOULAKIS *et al.* (2011); KOVAČEVIĆ *et al.* (2011).

Diversos trabalhos encontrados calculam a incerteza de medição de um determinado ensaio ou calibração utilizando a abordagem do GUM e do MMC. Uma análise resumida de trabalhos que realizam essa análise de forma quantitativa é apresentada na Tabela 3.

Tabela 3 – Comparação quantitativa do GUM e MMC segundo a literatura.

Autor	Aplicação	GUM	MMC	Conclusão do autor
CHEN e CHEN (2016)	Sistema de medição de transpiração	$U(w) = 6,80836 \times 10^{-6} \text{ kg/s}$	$U(w) = 6,79206 \times 10^{-6} \text{ kg/s}$	As abordagens do GUM e MMC não resultaram em diferenças significativas considerado duas casas decimais.
SALAH <i>et al.</i> (2015)	Medida de tensão em ensaio de tração	$u = 8,9964 \text{ MPa}$	$u = 10,9277 \text{ MPa}$	O objetivo do trabalho não foi comparar MMC e GUM entre si, mas comparou os métodos com o método de Monte Carlo por Cadeias de Markov, que resultou em valor de incerteza ainda maior (18 MPa).
JOKIC <i>et al.</i> (2013)	Avaliação de risco ambiental	$IC_{90\%} = (0,9-20,8) \times 10^{-6}$	$IC_{90\%} = (4,7-25,5) \times 10^{-6}$	Houve pequenas diferenças entre os métodos. O MMC é reconhecido como uma ferramenta importante e confiável na avaliação de risco ambiental.

THEODOROU <i>et al.</i> (2011)	Medição direta de cádmio	$U_{95\%} = \pm 0,20 \text{ g/L}$	$U_{95\%} = \pm 0,18 \text{ g/L}$	O GUM superestimou a incerteza em aproximadamente 10%. Apesar de o GUM ser apropriado para esse caso em particular, geralmente o MMC possui mecanismos que evitam os pressupostos, aproximações e limitações do GUM.
SHAHANAGHI e NAKHJIRI (2010)	Calibração de termômetro de platina	$U_{95\%} = 0,012 \text{ }^\circ\text{C}$	$U_{95\%} = 0,011 \text{ }^\circ\text{C}$	O GUM resultou em uma distribuição simétrica para a incerteza, enquanto o MMC resultou em uma distribuição mais assimétrica por causa do comportamento real do mensurando. O MMC é mais compatível em sistemas de medição complexos.
PARK <i>et al.</i> (2007)	Medição de expansão térmica	$U_{95\%} = 9,70\text{E}-04$	$U_{95\%} = 9,73\text{E}-04$	O MMC possui um comportamento similar ao GUM.
DAMASCENO <i>et al.</i> (2006)	Estimativa de pH em um sistema de pH primário	$U(\text{pH}) = 0,0079$	$U(\text{pH}) = 0,0081$	Os resultados obtidos possuem total acordo entre si.
BRIZARD <i>et al.</i> (2005)	Medição de viscosidade	$u = 0,032 \text{ 178 0718 Pa s}$	$u = 0,032 \text{ 078 0639 Pa s}$	A diferença entre os dois intervalos de confiança é muito pequena e a incerteza padrão foi a mesma para ambos os casos.
HERRADOR e GONZÁLEZ (2004)	Calibração de massa	$U_{95\%} = 0,1078 \text{ g}$	$U_{95\%} = 0,1472 \text{ g}$	Houve diferenças significativas causadas pela natureza fortemente não-linear do modelo de medição, de tal forma que o MMC forneceu resultados mais confiáveis que o GUM.
HERRADOR e GONZÁLEZ (2004)	Preparação de padrão de calibração de alta pureza	$U_{95\%} = 1,64 \text{ mg/L}$	$U_{95\%} = 1,62 \text{ mg/L}$	Não houve diferenças significativas entre os métodos. No entanto, o MMC supera alguns inconvenientes do GUM.

Na maioria dos trabalhos analisados, houve pequena ou até nenhuma diferença nos valores de incerteza calculados pelos dois métodos. Entretanto, houve casos em que a diferença de valores calculados foi da ordem de 10%, ou até mesmo 40%. A maior parte dos

estudos salientou as limitações do GUM em relação ao MMC, especialmente no que tange à restrição do uso do GUM para modelos de medição com elevado grau de não-linearidade.

Adicionalmente, Williams (2012) cita, a partir de uma oficina realizada pelo EURACHEM, que na maior parte dos casos o uso da aproximação por séries de Taylor de primeira ordem (dada pelo GUM) e o MMC resultam virtualmente no mesmo valor para a incerteza padrão associada ao mensurando. As diferenças ficam evidentes quando as distribuições se afastam da normal ou onde os resultados de medição dependem de forma não linear de um ou mais dados de entrada, e a incerteza associada a esses dados é elevada. Quando o modelo de medição é não-linear e a incerteza relativa é maior de 10%, a distribuição de probabilidade resultante da simulação de Monte Carlo tende a ser assimétrica.

2.2.5 Uso do Método de Monte Carlo na incerteza de medição

Uma revisão da literatura foi realizada, buscando identificar trabalhos sobre o uso de método de Monte Carlo no cálculo de incerteza de medição. Essa pesquisa foi realizada nas bases de dados ScienceDirect e IEEEExplore, algumas das bases mais utilizadas mundialmente, utilizando os seguintes critérios:

- Bases: ScienceDirect e IEEEExplore;
- Tipo de trabalho: artigos de periódicos (foram excluídos anais de eventos, livros, normas e outros tipos de texto);
- Critério de busca: conter as palavras-chave “Monte Carlo” e “*Measurement uncertainty*”;
- Idioma: apenas artigos em língua inglesa foram considerados;
- Período: trabalhos publicados entre 1995 e 2016.

A pesquisa resultou em 30 artigos, apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Artigos sobre uso do MMC no cálculo de incerteza de medição publicados entre 1995 e 2016.

Autor	Título do trabalho	Aplicação
CHEN e CHEN (2016)	<i>Comparison of GUM and Monte Carlo methods for evaluating measurement uncertainty of perspiration measurement systems</i>	Sistema de medição de transpiração (área da saúde)
ROST <i>et al.</i> (2016)	<i>Evaluating a task-specific measurement uncertainty for gear measuring instruments via Monte Carlo simulation</i>	Sistemas de medição de engrenagens (dimensional)
THEODOROU <i>et al.</i> (2015)	<i>Components of measurement uncertainty from a measurement</i>	Conteúdo de nitrogênio em gasolina

	<i>model with two stages involving two output quantities</i>	
MARTON <i>et al.</i> (2014)	<i>Water Management Solution of Reservoir Storage Function Under Condition of Measurement Uncertainties in Hydrological Input Data</i>	Medição do estado de águas (hidrologia)
TOKARSKA (2014)	<i>Evaluation of Measurement Uncertainty of Fabric Surface Resistance Implied by the Van der Pauw Equation</i>	Resistência superficial de um corpo de prova eletrocondutor
GARCIA <i>et al.</i> (2013)	<i>Bayes filter for dynamic coordinate measurements – Accuracy improvement, data fusion and measurement uncertainty evaluation</i>	Medições dinâmicas de coordenadas
HILLER e REINDL (2013)	<i>A computer simulation platform for the estimation of measurement uncertainties in dimensional X-ray computed tomography</i>	Tomografia computadorizada de raios-X (dimensional)
FORBES (2012)	<i>An MCMC algorithm based on GUM Supplement 1 for uncertainty evaluation</i>	Genérica (o trabalho propõe um algoritmo)
MONDÉJAR <i>et al.</i> (2012)	<i>Improvement of the measurement uncertainty of a high accuracy single sinker densimeter via setup modifications based on a state point uncertainty analysis</i>	Medição de densidade
KOVAČEVIĆA; BRKIĆA; OSMOKROVIĆB (2011).	<i>Evaluation of measurement uncertainty using mixed distribution for conducted emission measurements</i>	Eletromagnetismo
LEYI <i>et al.</i> (2011)	<i>Mechanics analysis and simulation of material Brinell hardness measurement</i>	Medição de dureza Brinell (área mecânica)
MARTINS <i>et al.</i> (2011)	<i>Generalized expressions of second and third order for the evaluation of standard measurement uncertainty</i>	Genérica
STANKOVIĆ <i>et al.</i> (2011)	<i>Statistical analysis of the characteristics of some basic mass-produced passive electrical circuits used in measurements</i>	Circuitos elétricos passivos
VUJISIĆ <i>et al.</i> (2011)	<i>A statistical analysis of measurement results obtained from nonlinear physical laws</i>	Leis da Física (eletricidade)
ALLARD <i>et al.</i> (2010)	<i>Sensitivity analysis associated with the evaluation of measurement uncertainty: application to a computational code in metrology</i>	Genérica (análise de sensibilidade)
LAM <i>et al.</i> (2010)	<i>Accurate determination of lead in</i>	Determinação do nível de

	<i>Chinese herbs using isotope dilution inductively coupled plasma mass spectrometry (ID-ICP-MS)</i>	chumbo em ervas
RANDA (2009)	<i>Uncertainty Analysis for Noise-Parameter Measurements at NIST</i>	Medição de parâmetros sonoros
SOMMER <i>et al.</i> (2009)	<i>A Bayesian approach to information fusion for evaluating the measurement uncertainty</i>	Genérica
HEASLER (2008)	<i>Estimation procedures and error analysis for inferring the total plutonium (Pu) produced by a graphite-moderated reactor</i>	Estimativa do total de plutônio em reatores nucleares
LAMPASI (2008)	<i>An alternative approach to measurement based on quantile functions</i>	Teórica (apresentação de uma nova abordagem)
ZHU <i>et al.</i> (2008)	<i>An optimized wild bootstrap method for evaluation of measurement uncertainties of DTI-derived parameters in human brain</i>	Imagens por tensores de difusão (ressonância magnética por imagens)
ANGRISANI, D'APUZZO e MORIELLO (2006)	<i>Unscented transform: a powerful tool for measurement uncertainty evaluation</i>	Genérica (medições indiretas)
ANGRISANI, MORIELLO e D'APUZZO (2006)	<i>New proposal for uncertainty evaluation in indirect measurements</i>	Medição indireta de baixa resistência elétrica
LAMPASI <i>et al.</i> (2006)	<i>Generalized lambda distribution for the expression of measurement uncertainty</i>	Divisor de voltagem
LOCCI <i>et al.</i> (2006)	<i>Modeling ADC Nonlinearity in Monte Carlo Procedures for Uncertainty Estimation</i>	Processamento digital de dados
FERRERO e SALICONE (2005)	<i>A comparative analysis of the statistical and random-fuzzy approaches in the expression of uncertainty in measurement</i>	Instrumento de processamento digital de dados para medição de energia
HERRADOR e GONZÁLEZ (2004)	<i>Evaluation of measurement uncertainty in analytical assays by means of Monte-Carlo simulation</i>	Preparação de padrão de calibração de alta pureza
LOCCI <i>et al.</i> (2004)	<i>Investigation on the accuracy of harmonic pollution metering techniques</i>	Medição de poluição
GHIANI <i>et al.</i> (2002)	<i>Auto-evaluation of the uncertainty in virtual instruments</i>	Processamento digital de dados
LOCCI <i>et al.</i> (2002)	<i>Evaluation of uncertainty in measurements based on digitized data</i>	Processamento digital de dados

Nota-se, a partir da Tabela 4, que a aplicação do MMC no cálculo de incerteza de medição é relativamente recente, datando principalmente de 2006, quando já estava sendo

elaborado o Suplemento 1 do GUM, o qual foi lançado em 2008. Aliás, anteriormente a 2002, não é encontrado nenhum artigo com os critérios de busca utilizados. Assim, a aplicação do MMC em ensaios revela-se um grande potencial de pesquisa.

Das áreas citadas, é evidente que há pouca aplicação do MMC na área de ensaios mecânicos, tampouco no ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} , foco deste trabalho. Verifica-se, assim, uma lacuna de pesquisa nessa área.

O projeto UNCERT, do National Physical Laboratory, elaborou uma série de códigos de prática para o cálculo de incerteza de medição, lançados no ano 2000. O guia UNCERT COP 03 (UNCERT, 2000), voltado ao ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} , lista uma série de possíveis fontes de incerteza para o ensaio, e apresenta um desdobramento com exemplos teóricos do cálculo de incerteza aplicado ao ensaio. No entanto, considerando até a época em que o COP 03 foi lançado, o mesmo se limita à metodologia proposta no GUM, sem apresentar resultados obtidos pelo método de Monte Carlo ou outros métodos.

2.3 Distribuições de probabilidade utilizadas no cálculo de incerteza pelo MMC

É importante estudar a distribuição de probabilidade associada aos valores de entrada quando se realizam simulações de Monte Carlo, visto que o comportamento da distribuição de probabilidade de entrada afeta significativamente o resultado, e essa definição é um dos primeiros passos na aplicação do método. Algumas distribuições de probabilidade comumente utilizadas nos dados de entrada em simulações de Monte Carlo são (GONÇALVES e PEIXOTO, 2015):

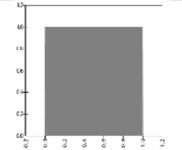
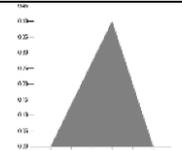
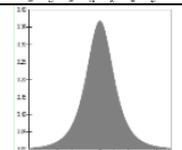
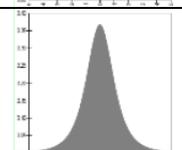
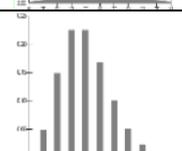
- Normal (Gaussiana) – O usuário define a média (o valor esperado) e o desvio padrão associado à média. Os valores mais próximos da média possuem maior probabilidade de ocorrência. Essa distribuição é simétrica e representa uma série de eventos naturais. Normalmente é usada para incertezas provenientes de certificados de calibração.
- Retangular (Uniforme) – O usuário define o máximo e o mínimo, e todos os valores têm a mesma probabilidade de ocorrência nessa distribuição. Essa é a distribuição mais conservadora de todas.
- Triangular – O usuário define os valores mínimo, máximo e provável. Os valores próximos do valor provável têm maior probabilidade de ocorrer.

Além dessas, outra distribuição bastante utilizada é a t-Student. Nela, o usuário define o valor esperado, o desvio padrão associado a este valor e o número de graus de liberdade

utilizados na obtenção dos valores. Essa distribuição é recomendada quando há uma série finita de indicações para um mesmo valor.

A Tabela 5 detalha essas e outras distribuições de probabilidade utilizadas no cálculo de incerteza de medição, assim como as suas respectivas funções de probabilidade (RMRS, 2013).

Tabela 5 – Características das distribuições de probabilidade mais comuns.

Distribuição de probabilidade	Exemplos de componente de incerteza	Forma aproximada
Retangular (Uniforme)	Quando se conhecem apenas os valores máximos e mínimos de variação: por exemplo, o erro máximo admissível para um determinado equipamento ou o efeito causado pela resolução finita do equipamento utilizado	
Triangular	Quando se conhecem os valores máximos e mínimos de variação e o valor mais provável: por exemplo, o erro de posicionamento de um instrumento em uma marca de escala	
t-Student	Desvio padrão da média de um conjunto de N medições repetidas ou desvio padrão de dados históricos de repetitividade e/ou reprodutibilidade	
Normal (Gaussiana)	Incerteza herdada da calibração de equipamentos e padrões	
Poisson	Desvio padrão de um processo de contagem de elementos discretos, com média m e desvio padrão \sqrt{m}	

Fonte: Adaptado de RMRS (2013).

Albano (2016) realizou um estudo visando verificar a influência da distribuição de probabilidade nos resultados de ensaios de proficiência. Entre outros fatores para estudar a distribuição de probabilidade, foi realizada a análise da curtose, uma medida de dispersão que caracteriza o achatamento função densidade de probabilidade. Tal parâmetro indica se a distribuição é platicúrtica (mais achatada que a distribuição normal), mesocúrtica (tão achatada quanto a normal) ou leptocúrtica (pontaguda e mais concentrada que a normal). Concluiu-se que os resultados de ensaios de proficiência são afetados pela curtose da distribuição (a qual depende da distribuição de probabilidade), ressaltando a importância da análise das características da distribuição de probabilidade escolhida mesmo em outras áreas.

Com base nos trabalhos encontrados na revisão da literatura sobre MMC (seção 2.2.5 deste trabalho), foi realizada a verificação de quais distribuições de probabilidade foram utilizadas para os valores de entrada. Nem todos os trabalhos mostram diretamente essa informação, então somente foram analisados os trabalhos que apresentam explicitamente a distribuição de probabilidade utilizada nos valores de entrada. A relação desses trabalhos e as distribuições de probabilidade encontradas para dados de entrada de incerteza de medição são apresentadas na Tabela 6.

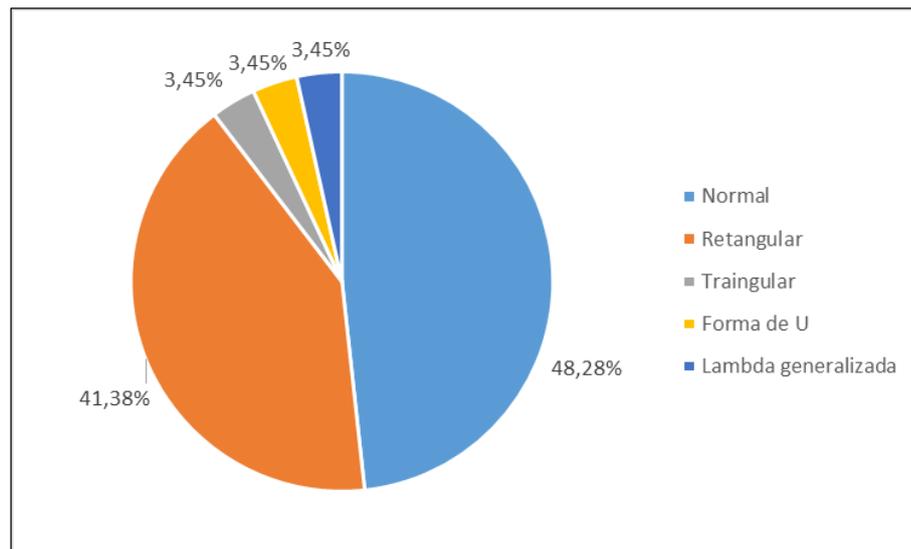
Tabela 6 – Revisão bibliográfica sobre distribuições de probabilidade aplicadas no MMC.

Autor	Aplicação	Distribuições de probabilidade
CHEN e CHEN (2016)	Sistema de medição de transpiração (área da saúde)	Normal Retangular
ROST <i>et al.</i> (2016)	Sistemas de medição de engrenagens (dimensional)	Normal
MARTON <i>et al.</i> (2014)	Medição do estado de águas (hidrologia)	Normal
TOKARSKA (2014)	Resistência superficial de um corpo de prova eletrocondutor	Normal
HILLER e REINDL (2013)	Tomografia computadorizada de raios-X (dimensional)	Retangular
MONDÉJAR <i>et al.</i> (2012)	Medição de densidade	Normal Retangular
KOVAČEVIĆA; BRKIĆA; OSMOKROVIĆB (2011).	Eletromagnetismo	Normal Retangular Triangular Forma de U
LEYI <i>et al.</i> (2011)	Medição de dureza Brinell (área mecânica)	Normal Retangular
MARTINS <i>et al.</i> (2011)	Genérica	Normal
STANKOVIĆ <i>et al.</i> (2011)	Circuitos elétricos passivos	Normal Retangular
VUJISIĆ <i>et al.</i> (2011)	Leis da Física (eletricidade)	Retangular
LAM <i>et al.</i> (2010)	Determinação do nível de chumbo em ervas	Normal Retangular
RANDA (2009)	Medição de parâmetros sonoros	Retangular
ZHU <i>et al.</i> (2008)	Imagens por tensores de difusão (ressonância magnética por imagens)	Normal
ANGRISANI, MORIELLO e D'APUZZO (2006)	Medição indireta de baixa resistência elétrica	Normal
LAMPASI <i>et al.</i> (2006)	Divisor de voltagem	Lambda generalizada
HERRADOR e GONZÁLEZ (2004)	Preparação de padrão de calibração de alta pureza	Normal Retangular

GHIANI <i>et al.</i> (2002)	Processamento digital de dados	Normal Retangular
LOCCI <i>et al.</i> (2002)	Processamento digital de dados	Retangular

A Figura 7 resume as principais distribuições de probabilidade segundo os dados da Tabela 6.

Figura 7 – Distribuições de probabilidade mais utilizadas no cálculo de incerteza de medição pelo MMC.



Fonte: o autor.

A partir da análise da Figura 7, fica evidente que as distribuições normal e retangular são as mais amplamente utilizadas para definir os valores de entrada no cálculo de incerteza de medição pelo método de Monte Carlo. Dentre elas, a distribuição normal (Gaussiana) é a mais utilizada, tendo em vista que representa grande parte dos fenômenos do dia-a-dia, mas quando há pouca informação a respeito do comportamento dos valores de entrada, costuma-se utilizar a distribuição retangular. Outras distribuições de probabilidade são usadas em situações específicas, tais como a distribuição triangular, a distribuição lambda generalizada e a distribuição em forma de U.

Ressalta-se que a revisão bibliográfica realizada nesse trabalho não é definitiva, tendo em vista que muitos outros trabalhos relevantes podem ter sido publicados sem que apareçam nos critérios de seleção especificados.

3.0 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Neste capítulo são apresentados os procedimentos experimentais utilizados neste trabalho.

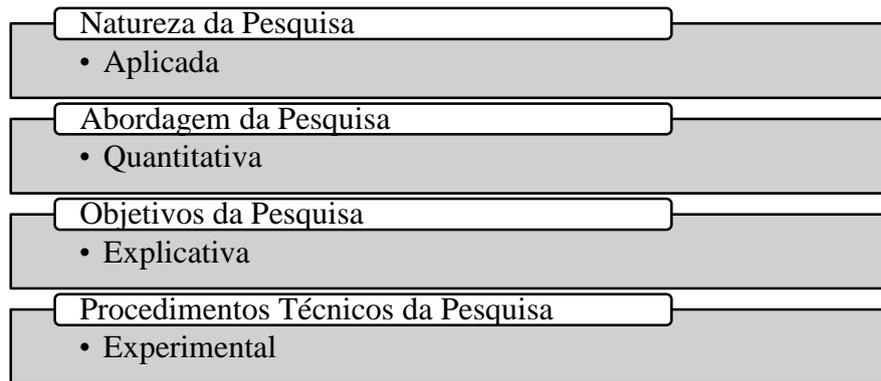
3.1 Classificação da pesquisa

Esse trabalho apresenta uma pesquisa de natureza Aplicada, tendo em vista que objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática, sendo dirigidos à solução de problemas específicos (GIL, 1991). A abordagem da pesquisa foi Quantitativa, a qual considera que tudo pode ser quantificável, traduzindo opiniões e informações na forma de números para classificá-los e analisá-los, demandando o uso de recursos e de técnicas estatísticas.

Quanto ao seu objetivo, essa pesquisa pode ser considerada Explicativa pois, segundo Gil (1991), visa identificar os fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência dos fenômenos, aprofundando o conhecimento da realidade. O procedimento técnico utilizado foi a pesquisa Experimental, onde se determina um objeto de estudo, selecionam-se as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definem-se as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto (GIL, 1991).

A Figura 8 apresenta, de forma esquematizada, a classificação da pesquisa desenvolvida nesse trabalho.

Figura 8 – Classificação da pesquisa desenvolvida.

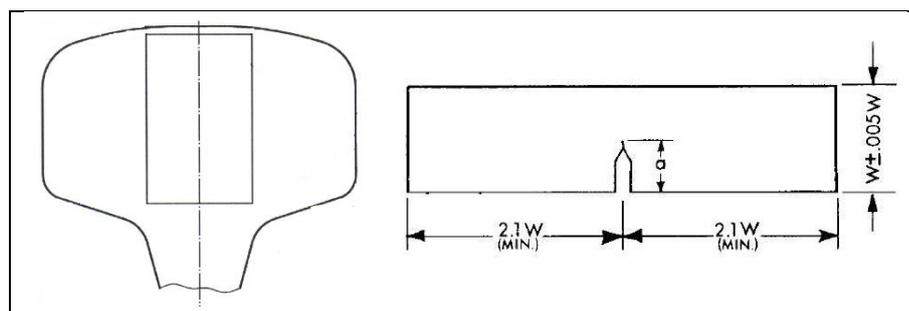


Fonte: o autor.

3.2 Material utilizado e condições de ensaio

Foram ensaiadas amostras de material metálico do tipo metal-base, sendo os corpos de prova de K_{IC} do tipo flexão em três pontos (SEB). As amostras foram obtidas a partir de três segmentos de trilhos ferroviários, denominados como segmentos I, II e III. Foram obtidos três corpos de prova para cada segmento, totalizando 9 corpos de prova ensaiados. Os corpos de prova foram retirados da região do boleto dos trilhos indicada pela norma EN 13674-1, anexo B, item B.2.1, conforme mostra a Figura 9, juntamente com um desenho esquemático do corpo de prova utilizado (EN, 2011).

Figura 9 – Região para retirada do corpo de prova e dimensionamento conforme a norma EN 13674-1.

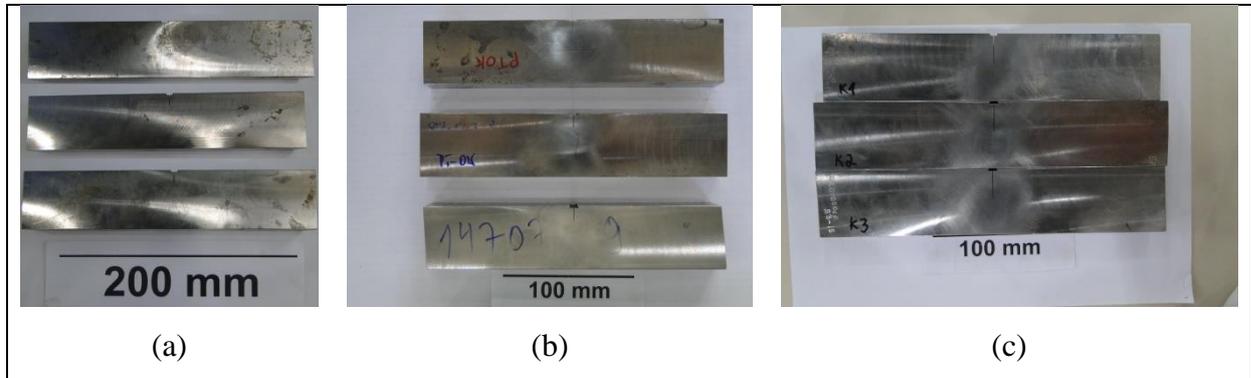


Fonte: Adaptado de EN (2011).

A Figura 10 apresenta imagens dos corpos de prova como recebidos, antes da preparação e execução do ensaio. Ressalta-se que, antes de serem submetidos ao pré-trincamento e ao ensaio propriamente dito, os corpos de prova passaram por limpeza da superfície para facilitar a visualização da trinca. As especificações para o dimensional dos

corpos de prova nesse trabalho, conforme recomendação do item B.2.2 da norma EN 13674-1, foram as seguintes: $B = 25 \text{ mm}$, $W = 45 \text{ mm}$.

Figura 10 – Corpos de prova ensaiados. (a) Segmento I. (b) Segmento II. (c) Segmento III.



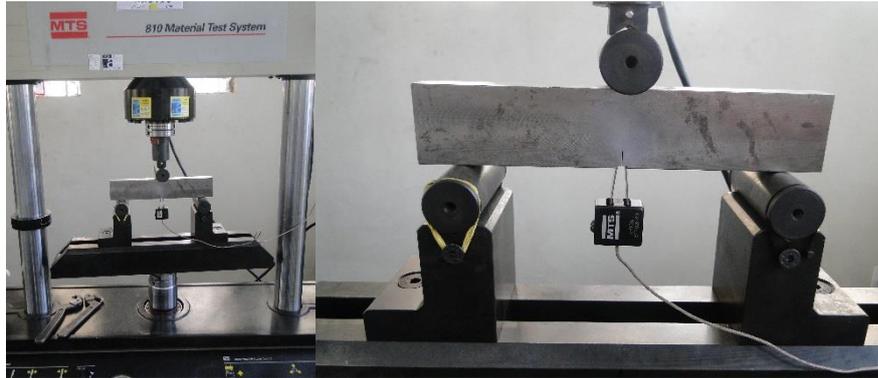
Fonte: o autor.

As pré-trincas de fadiga foram abertas em uma máquina de ensaios servo-hidráulica com capacidade de 100 kN. Os parâmetros de pré-trincamento foram os seguintes: valor máximo de K durante o pré-trincamento de $17 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ e a/W final igual a 0,5.

Os ensaios foram realizados com base nas normas EN 13674-1 (de produto) e ASTM E399 (de ensaio). A temperatura de realização dos ensaios, conforme recomendação da norma EN 13674-1, foi de $(-20 \pm 2) \text{ }^\circ\text{C}$, obtida através de gelo seco e álcool, sendo controlada por um termopar localizado nos corpos de prova. Os ensaios foram executados em uma máquina de ensaios universal eletromecânica com capacidade de 250 kN. A taxa de carregamento utilizada nos ensaios de K_{IC} foi de 500 N/s.

A Figura 11 apresenta a montagem do ensaio na máquina de ensaios universal, com destaque para a posição do corpo de prova. A Figura 12 apresenta o monitoramento do ensaio em baixa temperatura com o uso de uma cuba com álcool e gelo seco.

Figura 11 – Montagem do ensaio, com destaque para a posição do corpo de prova.



Fonte: o autor.

Figura 12 – Execução do ensaio a baixa temperatura.



Fonte: o autor.

Os corpos de prova ensaiados são de trilhos de alta resistência classe R350HT, conforme especificação da norma EN 13674-1 (2011). A Tabela 7 mostra a composição química esperada para material desse tipo.

Tabela 7 – Composição química do aço classe R350HT.

	C	Si	Mn	P	S	Cr	Al	V	N
Mínimo	0,70	0,13	0,65	-	-	-	-	-	-
Máximo	0,82	0,60	1,25	0,025	0,030	≤0,15	0,004	0,030	0,010

Fonte: EN (2011).

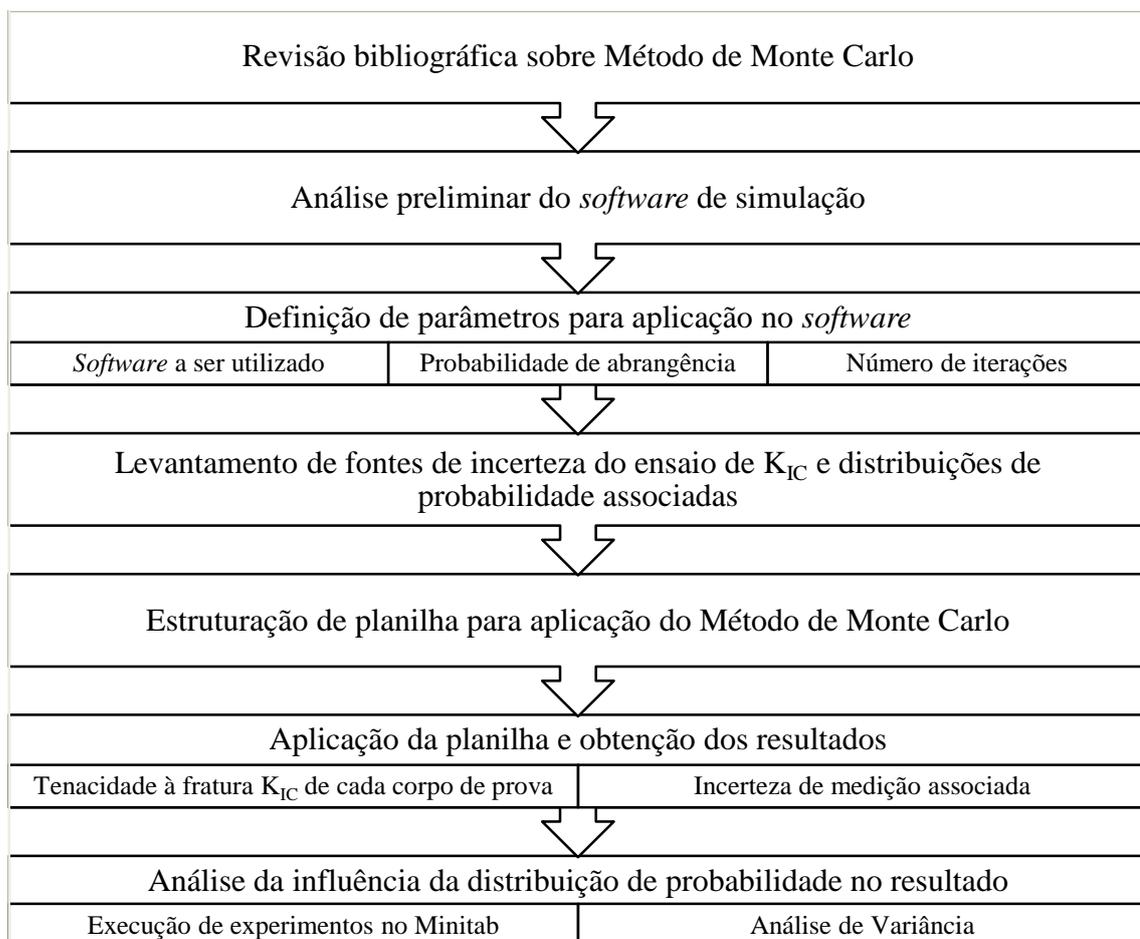
O ensaio visa obter os valores de K_Q , que podem ser validados (ou não) como K_{IC} , segundo critérios descritos no item 2.1 do trabalho. Nesse trabalho, os valores de K_Q de todas os corpos de prova foram validados como K_{IC} , de tal forma que se pode dizer que $K_{IC} = K_Q$.

A norma de ensaio de K_{IC} estabelece, como critério de aceitação dos equipamentos e instrumentos utilizados, que a máquina de ensaios seja classe 1 ou melhor, ou seja, erro máximo de até 1% na medição da carga (ASTM, 2017).

3.3 Método de trabalho

Esse trabalho foi desenvolvido através de estudos preliminares, estruturação de procedimento e aplicação do MMC no cálculo de incerteza de medição do ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} . As etapas do trabalho são resumidas na Figura 13.

Figura 13 – Método de trabalho.



Fonte: o autor.

Inicialmente, foi realizada uma revisão bibliográfica e uma análise preliminar do *software* de simulação, visando fornecer informações preliminares para utilizar na estimativa da incerteza de medição do ensaio de tenacidade à fratura. Essa análise foi realizada a partir de um trabalho anterior, com base ensaio de fadiga do aço AISI 316L (TREVISAN, FABRICIO e REGULY, 2016), utilizando o método de Monte Carlo no cálculo da incerteza expandida. Nessa análise preliminar, foram avaliados:

- Programa computacional (*software*) a ser utilizado: Crystal Ball® e MATLAB®;
- Probabilidade de abrangência da incerteza expandida: 95,45% e 99,73%;
- Número de iterações: 100.000 e 1.000.000 de iterações.

A partir da análise realizada e da revisão bibliográfica, foram definidos os parâmetros a serem utilizados no cálculo da incerteza do ensaio de tenacidade à fratura pelo MMC, ou seja: *software* a ser utilizado, probabilidade de abrangência e número de iterações.

Depois disso, foram definidas as fontes de incerteza e as respectivas distribuições de probabilidade associadas aos valores de entrada para o modelo de medição do ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} .

Em seguida, estruturou-se um modelo de planilha eletrônica considerando o Suplemento 1 do GUM através do *software* Crystal Ball®, aplicando os parâmetros e diretrizes definidas nas etapas anteriores do trabalho, assim como o modelo de medição do ensaio de K_{IC} , o qual havia sido descrito na Equação 2. Segundo Herrador e González (2004), o Crystal Ball® é um suplemento amigável e customizável do Excel que permite a realização de simulações de Monte Carlo. Assim, pelo Crystal Ball®, o valor contido em uma célula do Excel representa uma variável aleatória representada através de seu valor esperado e sua distribuição de probabilidade associada juntamente a uma dada medida de dispersão (desvio padrão ou intervalo). Para cada parâmetro que afeta o mensurando, se constrói uma nova célula. O valor do mensurando é computado em outra célula do Excel pela aplicação de operações matemáticas com os parâmetros das células. Em seguida, a célula do mensurando que contém o valor computado é escolhida como um cenário e a simulação inicia assim que o número de iterações (e outros parâmetros) é selecionada.

Após a estruturação, foram realizados os ensaios de cada um dos corpos de prova, visando obter o valor do parâmetro K_{IC} do material. Por fim, para cada corpo de prova ensaiado, foi estimada a incerteza expandida utilizando o *software* e os parâmetros descritos nas etapas anteriores.

Por fim, na última etapa, foi realizada uma análise da influência da distribuição de probabilidade no resultado da incerteza de medição expandida do ensaio de tenacidade à

fratura K_{IC} . Essa análise foi realizada a partir de uma matriz experimental com os resultados obtidos em cada cenário, sendo rodada no *software* estatístico Minitab® e processada através de Análise de Variância (ANOVA) a um nível de confiança de 95%. A matriz experimental é descrita no item 3.3.1.

3.3.1 Matriz experimental

Ao final do trabalho, foi realizado um projeto de experimentos do tipo fatorial cruzado completo com repetição com o objetivo principal de avaliar a influência da distribuição de probabilidade dos valores de entrada no resultado final do cálculo da incerteza de medição.

Para a análise das distribuições de probabilidade dos valores de entrada, foram consideradas três das distribuições de probabilidade mais utilizadas, conforme Figura 7: Normal (Gaussiana), Retangular (Uniforme) e Triangular.

O modelo de medição do ensaio de K_{IC} (Equação 2) possui dois tipos de variáveis: variáveis dimensionais (B , W , S , a_0), medidas com paquímetro, e variáveis relacionadas à força (P_Q), medidas através de célula de carga. Dessa forma, a análise das distribuições de probabilidade foi considerada conforme o tipo de dado de entrada e suas combinações, obtendo nove níveis de avaliação: normal para dimensional e normal para força (N-N); normal para dimensional e retangular para força (N-R); normal para dimensional e triangular para força (N-T); retangular para dimensional e normal para força (R-N); retangular para dimensional e retangular para força (R-R); retangular para dimensional e triangular para força (R-T); triangular para dimensional e normal para força (T-N); triangular para dimensional e retangular para força (T-R); triangular para dimensional e triangular para força (T-T).

A variável de resposta a ser considerada nesse experimento é a incerteza expandida (U) associada ao valor de K_{IC} .

Utilizou-se a metodologia estatística de análise de variância (ANOVA) para avaliar a significância dos fatores estudados e suas interações. Esta análise foi realizada através do *software* Minitab®, utilizando um nível de confiança de 95%. Os fatores controláveis considerados nesse experimento foram: a distribuição das variáveis de entrada dimensionais (nomeado como A), a distribuição da variável de entrada de força (nomeado como B), o segmento de trilho de onde foram obtidas os corpos de prova (C) e o método de estimativa da incerteza de medição (D). Na ANOVA, foram testados todos os fatores e suas interações, ou seja: A, B, AB, C, AC, BC, ABC, D, AD, BD, ABD, CD, ACD, BCD e ABCD.

Resumidamente, os fatores controláveis do experimento possuem os seguintes níveis:

- Fator A – Distribuição das variáveis de entrada dimensionais: N, R, T;
- Fator B – Distribuição da variável de entrada de força: N, R, T;
- Fator C – Segmento de onde foram obtidas os corpos de prova: I, II, III;
- Fator D – Método de estimativa da incerteza de medição: GUM, MMC.

A ANOVA utiliza o teste estatístico F, o qual compara o quociente entre as variâncias associadas ao fator analisado em relação ao resíduo. Esse teste foi empregado para avaliar a significância de cada fator e interação frente ao resíduo para aceitar ou rejeitar a hipótese nula, de que não há diferença significativa entre os grupos provocada pelo fator controlável.

Para cada combinação de fatores, foram ensaiadas três corpos de prova obtidos do mesmo segmento, ou seja, foram feitas três repetições de forma a compor o termo do erro na ANOVA. Os fatores mantidos constantes são: *software* de simulação de Monte Carlo, a probabilidade de abrangência e o número de iterações. A matriz é composta por um total de $N = (3 \text{ distribuições dimensionais}) \times (3 \text{ distribuições força}) \times (3 \text{ segmentos}) \times (2 \text{ métodos}) \times (3 \text{ repetições}) = 162$ experimentos. No caso dos ensaios, mantêm-se constantes as condições de ensaio (temperatura de -20°C e demais condições descritas na metodologia). A Tabela 8 apresenta a matriz experimental estruturada para este trabalho.

Tabela 8 – Matriz experimental para incerteza de medição.

Número	Fator A	Fator B	Fator C	Fator D	Repetição	Variável de Resposta
1	N	N	I	GUM	1	N-N-I-G-1
2	N	N	I	GUM	2	N-N-I-G-2
3	N	N	I	GUM	3	N-N-I-G-3
4	N	N	I	MMC	1	N-N-I-M-1
5	N	N	I	MMC	2	N-N-I-M-2
6	N	N	I	MMC	3	N-N-I-M-3
7	N	N	II	GUM	1	N-N-II-G-1
8	N	N	II	GUM	2	N-N-II-G-2
9	N	N	II	GUM	3	N-N-II-G-3
10	N	N	II	MMC	1	N-N-II-M-1
11	N	N	II	MMC	2	N-N-II-M-2
12	N	N	II	MMC	3	N-N-II-M-3
13	N	N	III	GUM	1	N-N-III-G-1
14	N	N	III	GUM	2	N-N-III-G-2
15	N	N	III	GUM	3	N-N-III-G-3
16	N	N	III	MMC	1	N-N-III-M-1
17	N	N	III	MMC	2	N-N-III-M-2
18	N	N	III	MMC	3	N-N-III-M-3
19	N	R	I	GUM	1	N-R-I-G-1
20	N	R	I	GUM	2	N-R-I-G-2
21	N	R	I	GUM	3	N-R-I-G-3

22	N	R	I	MMC	1	N-R-I-M-1
23	N	R	I	MMC	2	N-R-I-M-2
24	N	R	I	MMC	3	N-R-I-M-3
25	N	R	II	GUM	1	N-R-II-G-1
26	N	R	II	GUM	2	N-R-II-G-2
27	N	R	II	GUM	3	N-R-II-G-3
28	N	R	II	MMC	1	N-R-II-M-1
29	N	R	II	MMC	2	N-R-II-M-2
30	N	R	II	MMC	3	N-R-II-M-3
31	N	R	III	GUM	1	N-R-III-G-1
32	N	R	III	GUM	2	N-R-III-G-2
33	N	R	III	GUM	3	N-R-III-G-3
34	N	R	III	MMC	1	N-R-III-M-1
35	N	R	III	MMC	2	N-R-III-M-2
36	N	R	III	MMC	3	N-R-III-M-3
37	N	T	I	GUM	1	N-T-I-G-1
38	N	T	I	GUM	2	N-T-I-G-2
39	N	T	I	GUM	3	N-T-I-G-3
40	N	T	I	MMC	1	N-T-I-M-1
41	N	T	I	MMC	2	N-T-I-M-2
42	N	T	I	MMC	3	N-T-I-M-3
43	N	T	II	GUM	1	N-T-II-G-1
44	N	T	II	GUM	2	N-T-II-G-2
45	N	T	II	GUM	3	N-T-II-G-3
46	N	T	II	MMC	1	N-T-II-M-1
47	N	T	II	MMC	2	N-T-II-M-2
48	N	T	II	MMC	3	N-T-II-M-3
49	N	T	III	GUM	1	N-T-III-G-1
50	N	T	III	GUM	2	N-T-III-G-2
51	N	T	III	GUM	3	N-T-III-G-3
52	N	T	III	MMC	1	N-T-III-M-1
53	N	T	III	MMC	2	N-T-III-M-2
54	N	T	III	MMC	3	N-T-III-M-3
55	R	N	I	GUM	1	R-N-I-G-1
56	R	N	I	GUM	2	R-N-I-G-2
57	R	N	I	GUM	3	R-N-I-G-3
58	R	N	I	MMC	1	R-N-I-M-1
59	R	N	I	MMC	2	R-N-I-M-2
60	R	N	I	MMC	3	R-N-I-M-3
61	R	N	II	GUM	1	R-N-II-G-1
62	R	N	II	GUM	2	R-N-II-G-2
63	R	N	II	GUM	3	R-N-II-G-3
64	R	N	II	MMC	1	R-N-II-M-1
65	R	N	II	MMC	2	R-N-II-M-2
66	R	N	II	MMC	3	R-N-II-M-3
67	R	N	III	GUM	1	R-N-III-G-1
68	R	N	III	GUM	2	R-N-III-G-2
69	R	N	III	GUM	3	R-N-III-G-3

70	R	N	III	MMC	1	R-N-III-M-1
71	R	N	III	MMC	2	R-N-III-M-2
72	R	N	III	MMC	3	R-N-III-M-3
73	R	R	I	GUM	1	R-R-I-G-1
74	R	R	I	GUM	2	R-R-I-G-2
75	R	R	I	GUM	3	R-R-I-G-3
76	R	R	I	MMC	1	R-R-I-M-1
77	R	R	I	MMC	2	R-R-I-M-2
78	R	R	I	MMC	3	R-R-I-M-3
79	R	R	II	GUM	1	R-R-II-G-1
80	R	R	II	GUM	2	R-R-II-G-2
81	R	R	II	GUM	3	R-R-II-G-3
82	R	R	II	MMC	1	R-R-II-M-1
83	R	R	II	MMC	2	R-R-II-M-2
84	R	R	II	MMC	3	R-R-II-M-3
85	R	R	III	GUM	1	R-R-III-G-1
86	R	R	III	GUM	2	R-R-III-G-2
87	R	R	III	GUM	3	R-R-III-G-3
88	R	R	III	MMC	1	R-R-III-M-1
89	R	R	III	MMC	2	R-R-III-M-2
90	R	R	III	MMC	3	R-R-III-M-3
91	R	T	I	GUM	1	R-T-I-G-1
92	R	T	I	GUM	2	R-T-I-G-2
93	R	T	I	GUM	3	R-T-I-G-3
94	R	T	I	MMC	1	R-T-I-M-1
95	R	T	I	MMC	2	R-T-I-M-2
96	R	T	I	MMC	3	R-T-I-M-3
97	R	T	II	GUM	1	R-T-II-G-1
98	R	T	II	GUM	2	R-T-II-G-2
99	R	T	II	GUM	3	R-T-II-G-3
100	R	T	II	MMC	1	R-T-II-M-1
101	R	T	II	MMC	2	R-T-II-M-2
102	R	T	II	MMC	3	R-T-II-M-3
103	R	T	III	GUM	1	R-T-III-G-1
104	R	T	III	GUM	2	R-T-III-G-2
105	R	T	III	GUM	3	R-T-III-G-3
106	R	T	III	MMC	1	R-T-III-M-1
107	R	T	III	MMC	2	R-T-III-M-2
108	R	T	III	MMC	3	R-T-III-M-3
109	T	N	I	GUM	1	T-N-I-G-1
110	T	N	I	GUM	2	T-N-I-G-2
111	T	N	I	GUM	3	T-N-I-G-3
112	T	N	I	MMC	1	T-N-I-M-1
113	T	N	I	MMC	2	T-N-I-M-2
114	T	N	I	MMC	3	T-N-I-M-3
115	T	N	II	GUM	1	T-N-II-G-1
116	T	N	II	GUM	2	T-N-II-G-2
117	T	N	II	GUM	3	T-N-II-G-3

118	T	N	II	MMC	1	T-N-II-M-1
119	T	N	II	MMC	2	T-N-II-M-2
120	T	N	II	MMC	3	T-N-II-M-3
121	T	N	III	GUM	1	T-N-III-G-1
122	T	N	III	GUM	2	T-N-III-G-2
123	T	N	III	GUM	3	T-N-III-G-3
124	T	N	III	MMC	1	T-N-III-M-1
125	T	N	III	MMC	2	T-N-III-M-2
126	T	N	III	MMC	3	T-N-III-M-3
127	T	R	I	GUM	1	T-R-I-G-1
128	T	R	I	GUM	2	T-R-I-G-2
129	T	R	I	GUM	3	T-R-I-G-3
130	T	R	I	MMC	1	T-R-I-M-1
131	T	R	I	MMC	2	T-R-I-M-2
132	T	R	I	MMC	3	T-R-I-M-3
133	T	R	II	GUM	1	T-R-II-G-1
134	T	R	II	GUM	2	T-R-II-G-2
135	T	R	II	GUM	3	T-R-II-G-3
136	T	R	II	MMC	1	T-R-II-M-1
137	T	R	II	MMC	2	T-R-II-M-2
138	T	R	II	MMC	3	T-R-II-M-3
139	T	R	III	GUM	1	T-R-III-G-1
140	T	R	III	GUM	2	T-R-III-G-2
141	T	R	III	GUM	3	T-R-III-G-3
142	T	R	III	MMC	1	T-R-III-M-1
143	T	R	III	MMC	2	T-R-III-M-2
144	T	R	III	MMC	3	T-R-III-M-3
145	T	T	I	GUM	1	T-T-I-G-1
146	T	T	I	GUM	2	T-T-I-G-2
147	T	T	I	GUM	3	T-T-I-G-3
148	T	T	I	MMC	1	T-T-I-M-1
149	T	T	I	MMC	2	T-T-I-M-2
150	T	T	I	MMC	3	T-T-I-M-3
151	T	T	II	GUM	1	T-T-II-G-1
152	T	T	II	GUM	2	T-T-II-G-2
153	T	T	II	GUM	3	T-T-II-G-3
154	T	T	II	MMC	1	T-T-II-M-1
155	T	T	II	MMC	2	T-T-II-M-2
156	T	T	II	MMC	3	T-T-II-M-3
157	T	T	III	GUM	1	T-T-III-G-1
158	T	T	III	GUM	2	T-T-III-G-2
159	T	T	III	GUM	3	T-T-III-G-3
160	T	T	III	MMC	1	T-T-III-M-1
161	T	T	III	MMC	2	T-T-III-M-2
162	T	T	III	MMC	3	T-T-III-M-3

Fonte: o autor.

Adicionalmente, um projeto de experimentos para o parâmetro de tenacidade à fratura do material (K_{IC}) também foi realizado, o qual é considerado como variável de resposta. O objetivo desse projeto é confirmar o efeito do segmento nos valores de tenacidade à fratura K_{IC} . Esse projeto, mais simples, possui um único fator controlável a ser analisado, ou seja, o segmento de trilho, nos níveis I, II e III. A matriz experimental para esse parâmetro é apresentada na Tabela 9. Esse projeto também é do tipo fatorial cruzado.

Tabela 9 – Matriz experimental para K_{IC} .

Número	Fator A Segmento	Repetição	Variável de Resposta (K_{IC})
1	I	1	I-1
2	I	2	I-2
3	I	3	I-3
4	II	1	II-1
5	II	2	II-2
6	II	3	II-3
7	III	1	III-1
8	III	2	III-2
9	III	3	III-3

Fonte: o autor.

Em se tratando de um projeto de experimentos com um único fator, foi realizada uma ANOVA de um fator com o *software* Minitab®, para avaliar a significância desse fator frente ao resíduo experimental a um nível de confiança de 95%.

Posteriormente às análises de variância, foi realizada a plotagem dos gráficos de fatores principais e das interações, assim como a comparação múltipla de médias (CMM) dos fatores considerados significativos, utilizando o método Duncan.

Pelo método Duncan, o limite de decisão (L_d) para a CMM (valor a partir do qual as diferenças entre médias podem ser consideradas significativas) é calculado segundo a Equação 6, onde S_Y representa o desvio padrão calculado das médias, MQR representa a média quadrada dos resíduos, obtida do teste ANOVA, e n representa o número de corpos de prova ou o número total de valores que compõem cada média (RIBEIRO e CATEN, 2011). No cálculo de L_d consideram-se três desvios padrão em torno da média, visando obter uma maior abrangência.

$$L_d = 3S_Y = 3 \sqrt{\frac{MQR}{n}}$$

Equação 6

Após calcular o limite de decisão, bloqueia-se um dos fatores e as médias são classificadas em ordem crescente. Em seguida, as médias são comparadas duas a duas, visando verificar se a diferença entre elas é superior ao limite de decisão. Caso seja superior, diz-se que a diferença é significativa. Caso não seja, a diferença é considerada não significativa e os valores podem ser agrupados. Esse agrupamento costuma ser apresentado graficamente, colocando-se barras sobre os valores que não possuem diferenças significativas.

Ao final do trabalho, foi realizada uma análise para validação dos valores de incerteza obtidos, segundo o critério de aceitação da norma de material ensaiado. A tenacidade à fratura K_{IC} de um material é uma variável do tipo maior-é-melhor. No caso de trilhos classe R350HT, a norma EN 13674-1 especifica como critério de aceitação para o valor de K_{IC} um mínimo de $30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ (EN, 2011), sendo que não há um valor máximo aceitável, por se tratar de variável tipo maior-é-melhor.

O objetivo dessa análise é validar os valores de K_{IC} calculados de acordo com o limite inferior de especificação (LIE) do material, de $30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, e verificar se a consideração da incerteza de medição calculada influencia na interpretação do resultado, ou seja, se afeta na aceitação ou não desse critério, gerando ‘falsos positivos’. Ou seja, verificou-se se os valores de K_{IC} calculados, descontando-se a incerteza de medição, ficam acima do limite de especificação.

4.0 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, os resultados do trabalho são apresentados e discutidos segundo as etapas descritas no Procedimento Experimental.

4.1 Análise preliminar do *software* de simulação

Inicialmente, a partir da literatura, realizou-se uma análise preliminar para definir os parâmetros para a simulação de Monte Carlo.

Williams (2012) cita, a partir de uma oficina do EURACHEM, que se deve tomar cuidado ao definir o número de iterações pelo MMC. Normalmente, o MMC fornece uma boa estimativa da incerteza mesmo para simulações com poucas centenas de iterações, e simulações com 500-5000 iterações costumam ser o suficiente. No entanto, para obter uma informação detalhada a respeito das caudas da distribuição de probabilidade dos dados de saída, pode ser necessário executar pelo menos 10^6 iterações.

Da mesma forma, Trevisan *et al.* (2016) encontraram diferenças, ainda que pouco significativas, na execução de simulações de Monte Carlo utilizando 10^5 e 10^6 iterações para o ensaio de fadiga. Assim, nesse trabalho, optou-se por um número de 10^6 iterações.

Considerando-se, ainda, o trabalho desenvolvido por Trevisan *et al.* (2016), no qual foram analisados dois *softwares* computacionais (Crystal Ball[®] e MATLAB[®]), verificou-se que as diferenças entre os resultados foram muito pequenas. Dessa forma, nesse trabalho será utilizado o Crystal Ball[®], devido à sua facilidade de uso e à não necessidade de programação.

4.2 Definição de parâmetros para aplicação no *software*

A partir da análise realizada, optou-se por utilizar, como parâmetros para a simulação de Monte Carlo: o *software* Crystal Ball, a uma probabilidade de abrangência de 95%, com 1.000.000 de iterações para cada simulação.

4.3 Levantamento de fontes de incerteza do ensaio de K_{IC}

A partir do modelo de medição de K_Q (Equação 7), foram levantadas as fontes de incerteza associadas ao ensaio. Quando o valor K_Q calculado é válido, considera-se que $K_Q = K_{IC}$.

$$K_Q = S \frac{P_Q}{BW^{1,5}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{Equação 7}$$

Onde:

S = abertura entre os pontos de carregamento externos no corpo de prova tipo SEB;

P_Q = carga aplicada;

B = espessura do corpo de prova;

a = tamanho inicial da trinca;

$f(a/W)$ = função adimensional de a/W , onde W representa a largura do corpo de prova.

As variáveis S , B e W são dimensionais, obtidas a partir de medição com paquímetro digital. O critério de aceitação da calibração do equipamento utilizado no laboratório, considerado como fonte de incerteza para essas três variáveis, é de $\pm 0,02$ mm.

O fator de forma $f(a/w)$ foi considerado, para efeitos de cálculo, como uma constante do material. Dessa forma, eventuais fontes de incerteza associadas a esse parâmetro foram consideradas desprezíveis.

A variável P_Q é uma medida de força obtida a partir de célula de carga. Para esse equipamento, o erro máximo admissível é de 1% do valor medido, sendo esse valor utilizado como fonte de incerteza para essa variável.

Quanto à distribuição de probabilidade associada a cada uma das fontes de incerteza, um parâmetro difícil de estimar, poderia ser considerado que as fontes seguem uma distribuição uniforme (retangular), que seria a situação mais severa possível. De toda forma, como um dos objetivos específicos desse trabalho é justamente avaliar a influência da distribuição de probabilidade dos dados de entrada no resultado, serão consideradas as distribuições de probabilidade retangular, triangular e normal nesse trabalho, e as suas respectivas combinações, segundo descrito na seção 3.3.1.

Assim, as fontes de incerteza a serem consideradas nesse trabalho podem ser resumidas conforme a Tabela 10.

Tabela 10 – Fontes de incerteza para o ensaio de K_{IC} .

Variável	Fonte de incerteza	Estimativa do valor	Distribuição de probabilidade
P_Q	Critério de aceitação do equipamento	1% P_Q	Normal Retangular Triangular
S, B, W	Critério de aceitação do equipamento	0,02 mm	Normal Retangular Triangular
$f(a/W)$	Nenhuma (será considerada constante)	-	-

Fonte: o autor.

4.4 Estruturação de planilha para aplicação do Método de Monte Carlo

Foi implementada uma planilha eletrônica com os parâmetros descritos anteriormente, através do *software* Crystal Ball[®]. Foram efetuados ajustes para que a planilha pudesse ser aplicada com diferentes distribuições de probabilidade e condições, segundo a metodologia de trabalho. O Apêndice A mostra um exemplo de aplicação do *software*.

Já um exemplo de cálculo de incerteza pelo GUM é apresentado no Apêndice B.

4.5 Aplicação da planilha e obtenção dos resultados

Foram executados os ensaios de tenacidade à fratura em corpos de prova de materiais metálicos. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Resultados dos ensaios de tenacidade à fratura K_{IC} .

Corpo de prova	P_Q [N]	W [mm]	B [mm]	S [mm]	a [mm]	$f(a/w)$ [-]	Validação K_{IC} ?	$K_{IC} = K_Q$ [MPa·m ^{1/2}]
I-1	17905,96	44,96	25,09	181,11	23,95	2,96	Sim	40,17
I-2	18106,87	45,00	25,05	181,11	24,37	3,05	Sim	41,87
I-3	17732,56	44,95	25,05	181,11	24,72	3,14	Sim	42,27
II-1	15184,45	44,96	25,07	180,09	23,73	2,92	Sim	33,35
II-2	15444,37	44,72	25,11	180,09	23,56	2,90	Sim	34,02
II-3	15290,77	45,01	25,04	180,09	23,38	2,83	Sim	32,64
III-1	15618,28	45,01	25,00	180,02	23,38	2,83	Sim	33,38
III-2	15783,81	45,02	24,95	180,02	23,10	2,78	Sim	33,11
III-3	15952,23	45,02	24,82	180,02	23,32	2,82	Sim	34,17

Fonte: o autor.

Após a aplicação das planilhas eletrônicas para cada condição, foram obtidos os valores de incerteza de medição para o ensaio de K_{IC} . A compilação dos valores de incerteza calculados para cada corpo de prova e condição é apresentada na Tabela 12.

Tabela 12 – Valores calculados de incerteza de medição de K_{IC} para cada condição ($\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$).

Distribuição dimensional	Distribuição força	Corpo de prova	Segmento					
			I		II		III	
			GUM	MMC	GUM	MMC	GUM	MMC
Normal	Normal	1	0,269	0,264	0,223	0,219	0,223	0,219
		2	0,280	0,275	0,228	0,223	0,221	0,217
		3	0,283	0,278	0,218	0,214	0,229	0,225
	Retangular	1	0,464	0,382	0,386	0,317	0,386	0,318
		2	0,484	0,398	0,393	0,324	0,383	0,315
		3	0,489	0,402	0,377	0,311	0,395	0,325
	Triangular	1	0,329	0,313	0,273	0,260	0,273	0,261
		2	0,343	0,326	0,278	0,265	0,271	0,258
		3	0,346	0,329	0,267	0,254	0,280	0,266
Retangular	Normal	1	0,270	0,267	0,224	0,222	0,225	0,222
		2	0,282	0,278	0,229	0,226	0,223	0,220
		3	0,284	0,281	0,220	0,217	0,230	0,227
	Retangular	1	0,465	0,385	0,386	0,320	0,387	0,320
		2	0,485	0,402	0,394	0,327	0,384	0,318
		3	0,490	0,406	0,378	0,313	0,396	0,328
	Triangular	1	0,330	0,315	0,274	0,262	0,274	0,262
		2	0,344	0,329	0,280	0,267	0,272	0,260
		3	0,347	0,332	0,268	0,256	0,281	0,268
Triangular	Normal	1	0,269	0,265	0,223	0,219	0,224	0,220
		2	0,280	0,276	0,228	0,224	0,222	0,218
		3	0,283	0,278	0,219	0,215	0,229	0,225
	Retangular	1	0,465	0,383	0,386	0,318	0,386	0,318
		2	0,484	0,399	0,393	0,324	0,383	0,316
		3	0,489	0,403	0,377	0,311	0,395	0,326
	Triangular	1	0,329	0,313	0,273	0,260	0,273	0,260
		2	0,343	0,327	0,279	0,265	0,271	0,259
		3	0,346	0,330	0,267	0,255	0,280	0,267

Fonte: o autor.

A partir dos valores de incerteza obtidos para cada uma das condições (Tabela 12), foi procedeu-se à realização da análise estatística dos dados utilizando a metodologia ANOVA.

4.6 Análise da influência da distribuição de probabilidade no resultado

Nesse item, foi realizada um projeto de experimentos para o parâmetro de tenacidade à fratura (K_{IC}) do material. Como houve diferença entre os valores de K_{IC} dependendo do segmento de trilho, foi realizada uma análise da influência da distribuição de probabilidade no resultado da incerteza de medição expandida do ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} , assim como uma comparação múltipla de médias para os resultados obtidos. Ao final, foi realizada análise para validação dos valores de incerteza obtidos segundo a especificação do material.

4.6.1 Análise de Variância e CMM dos valores de K_{IC}

A análise de variância para os resultados de K_{IC} foi realizada considerando como único fator o segmento, a um nível de confiança de 95%. O resultado dessa análise é apresentado na Tabela 13.

Tabela 13 – Análise de variância para K_{IC} calculado.

Fator	GDL	Soma quadrada	Média quadrada	F	P	$F_{95\%;GDL1;GDL2}$	Significativo? (P < 0,05)
Segmento	2	127,79	63,90	95,16	0,00	5,14	Sim
Erro	6	4,03	0,67				
Total	8	131,82					

Fonte: o autor.

Como $P = 0,00$ e, conseqüentemente, é inferior a 0,05, evidencia-se que há diferença no valor de K_{IC} causado pelas diferenças entre os segmentos ferroviários. Essa diferença é justificada, considerando que se tratam de diferentes segmentos de onde o material foi retirado, os quais foram obtidos a partir de diferentes fabricantes.

Como o fator ‘segmento’ resultou significativo no teste ANOVA, procedeu-se a uma comparação múltipla de médias pelo método Duncan (RIBEIRO e CATEN, 2011), para verificar em quais segmentos a diferença é significativa. Os valores médios de K_{IC} a serem comparados são apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 – Valores médios de K_{IC} .

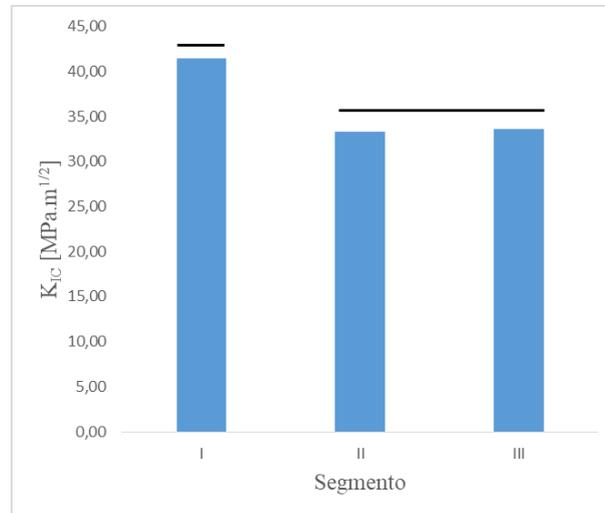
Segmento	K_{IC} [MPa·m ^{1/2}]
I	41,44
II	33,34
III	33,55

Fonte: o autor.

O limite de decisão é calculado segundo a Equação 8.

$$L_d = 3S_Y = 3 \sqrt{\frac{MQR}{n}} = 3 \sqrt{\frac{0,67}{3}} = 1,42 \text{ MPa}\sqrt{m} \quad \text{Equação 8}$$

A partir do limite de decisão calculado, constata-se que a diferença entre os segmentos II e III não é significativa, enquanto a diferença entre o segmento III e I é significativa. Ou seja, os segmentos II e III poderiam ser agrupados entre si. A Figura 14 representa o agrupamento dos valores médios de K_{IC} a partir da comparação múltipla de médias.

Figura 14 – Agrupamento dos valores médios de K_{IC} .

Fonte: o autor.

4.6.2 Análise de Variância da incerteza de medição

Inicialmente, foi realizada uma análise de variância para a incerteza de medição a partir da matriz experimental com os resultados obtidos em cada cenário através do *software* estatístico Minitab® a um nível de confiança de 95% (ou um nível de significância de 5%).

Foram analisados os fatores ‘Distribuição dimensional’ (A), ‘Distribuição força’ (B), ‘Segmento’ (C) e ‘Método’ (D), assim como todas as possíveis interações entre os fatores. Os resultados da ANOVA são apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 – Análise de variância para incerteza de medição.

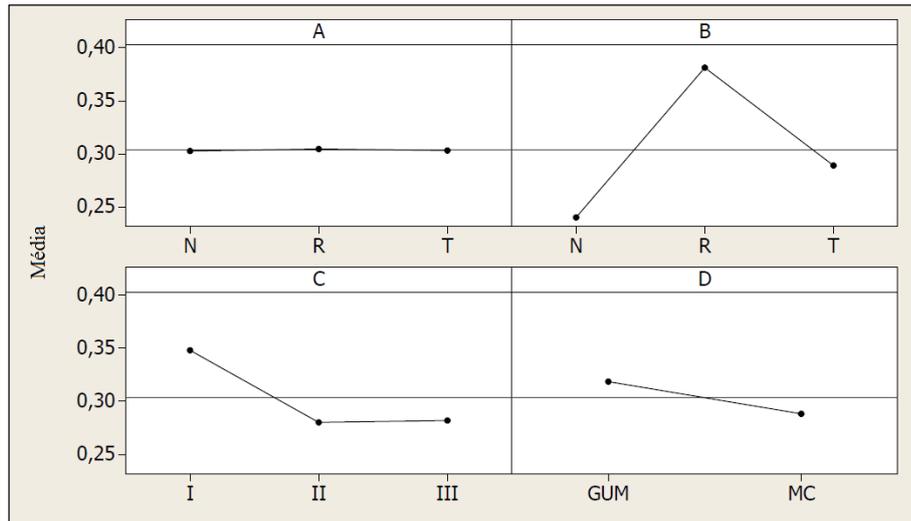
Fator	GDL*	Soma quadrada	Média quadrada	F	P	F _{5%;GDL1;GDL2}	Significativo? (P < 0,05)
A	2	0,000107	0,000054	1,080	0,343	3,080	Não
B	2	0,554183	0,277092	5589,930	0,000	3,080	Sim
AB	4	0,000001	0,000000	0,010	1,000	2,456	Não
C	2	0,162399	0,081199	1638,080	0,000	3,080	Sim
AC	4	0,000001	0,000000	0,010	1,000	2,456	Não
BC	4	0,006028	0,001507	30,400	0,000	2,456	Sim
ABC	8	0,000000	0,000000	0,000	1,000	2,025	Não
D	1	0,036995	0,036995	746,310	0,000	3,929	Sim
AD	2	0,000016	0,000008	0,160	0,853	3,080	Não
BD	2	0,037761	0,018881	380,890	0,000	3,080	Sim
ABD	4	0,000002	0,000000	0,010	1,000	2,456	Não
CD	2	0,000407	0,000203	4,110	0,019	3,080	Sim
ACD	4	0,000000	0,000000	0,000	1,000	2,456	Não
BCD	4	0,000412	0,000103	2,080	0,089	2,456	Não
ABCD	8	0,000000	0,000000	0,000	1,000	2,025	Não
Erro	108	0,005354	0,000050				
Total	161	0,803665					

*Graus de liberdade

Fonte: o autor.

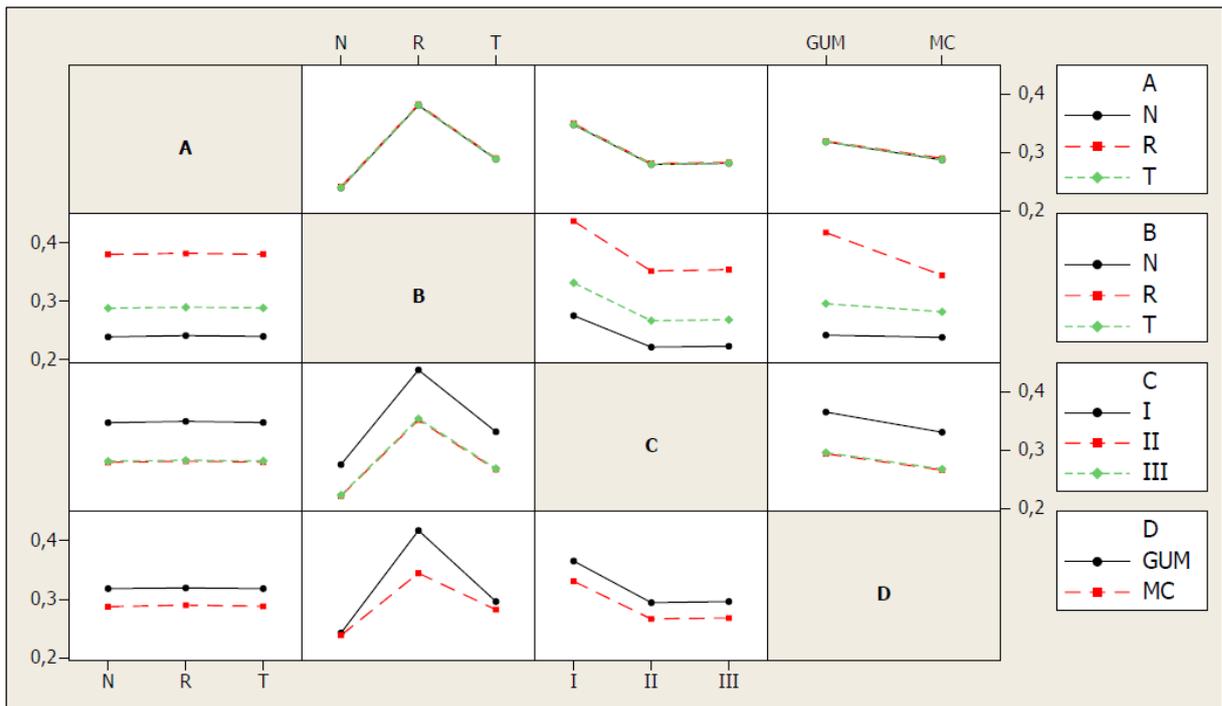
O teste ANOVA revela que, entre os fatores principais, mostraram-se significativos B (distribuição força) e C (segmento). No caso das interações duplas, foram significativas as interações BC (distribuição força X segmento), BD (distribuição força X método) e CD (segmento X método). Nenhuma das interações de terceira ou quarta ordem se revelou significativa. Assim, procedeu-se à plotagem dos gráficos dos fatores principais (Figura 15) e das interações de segunda ordem (Figura 16), obtidos com o auxílio do *software* estatístico Minitab®.

Figura 15 – Gráficos dos fatores principais para a incerteza de medição.



Fonte: o autor.

Figura 16 – Gráficos das interações para a incerteza de medição.



Fonte: o autor.

Em relação à influência da distribuição de probabilidade no cálculo da incerteza de medição, um dos objetivos do trabalho, o teste ANOVA revela que a distribuição de probabilidade relacionada às variáveis dimensionais (fator A) não possui influência no resultado. Já a distribuição de probabilidade relacionada à força (fator B) mostrou-se significativa, tanto como fator principal (B) como nas interações BC e BD. Nos casos em que

as interações são significativas, é interessante realizar uma comparação múltipla de médias (CMM) para a interação, independentemente de o fator principal ser ou não significativo. Dessa forma, procedeu-se a uma CMM para todas as interações de segunda ordem que foram significativas, com o objetivo de aprofundar a análise da influência da distribuição de probabilidade dos dados de entrada na incerteza de medição.

4.6.3 Comparação múltipla de médias da incerteza de medição

No teste ANOVA, resultaram significativas as interações BC (distribuição força x segmento), BD (distribuição força x método) e CD (segmento x método) a um nível de confiança de 95%. Assim, como há interações significativas, procedeu-se a uma comparação múltipla de médias para cada uma das interações pelo método de Duncan (RIBEIRO e CATEN, 2011).

4.6.3.1 CMM para a interação distribuição força X segmento (BC)

A interação BC representa a interação entre os fatores B (distribuição de probabilidade associada à variável de força) e C (segmento). Para o cálculo do limite de decisão (Equação 6), utiliza-se o valor $MQR = 0,000050$, obtido do teste ANOVA (Tabela 15), e o valor $n = 3 \times 3 \times 2 = 18$, que representa o número de valores que compõem cada média. Assim, tem-se $L_d = 0,0050 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Os valores de incerteza médios a serem comparados são apresentados na Tabela 16.

Tabela 16 – Valores médios de incerteza para a interação BC.

Segmento	K _{IC} médio [MPa·m ^{1/2}]	Distribuição força		
		N	R	T
I	41,44	0,276	0,437	0,332
II	33,34	0,222	0,352	0,267
III	33,55	0,223	0,354	0,269

Fonte: o autor.

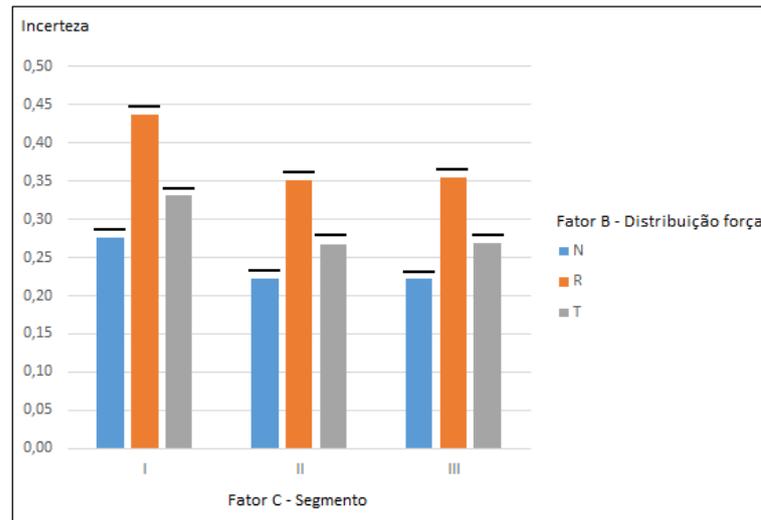
Colocando-se os valores em ordem crescente, bloqueando o segmento e comparando as médias entre as distribuições das forças, duas a duas, conclui-se que:

- Para o segmento I: $N \neq T \neq R$
- Para o segmento II: $N \neq T \neq R$

- Para o segmento III: $N \neq T \neq R$

Ou seja, nenhuma das distribuições de força podem ser agrupadas. O gráfico de médias é apresentado na Figura 17.

Figura 17 – Comparação múltipla de médias para a interação BC.



Fonte: o autor.

Assim, pode-se dizer que a diferença entre as três distribuições de probabilidade estudadas é significativa, independentemente de qual segmento o corpo de prova foi retirado. Ou seja, **a distribuição de probabilidade associada à variável de entrada de força é um fator que impacta nos valores de incerteza de medição.**

4.6.3.2 CMM para a interação distribuição força X método (BD)

A interação BD representa a interação entre os fatores B (distribuição força) e D (método de cálculo de incerteza). Para o cálculo do limite de decisão, utiliza-se o valor $MQR = 0,000050$ e o valor $n = 3 \times 3 \times 3 = 27$, que representa o número de valores que compõe cada média. Assim, tem-se $L_d = 0,00408 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Os valores de incerteza médios a serem comparados são apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 – Valores médios de incerteza para a interação BD.

Distribuição força	Método	
	GUM	MMC
N	0,242	0,238
R	0,418	0,345
T	0,296	0,282

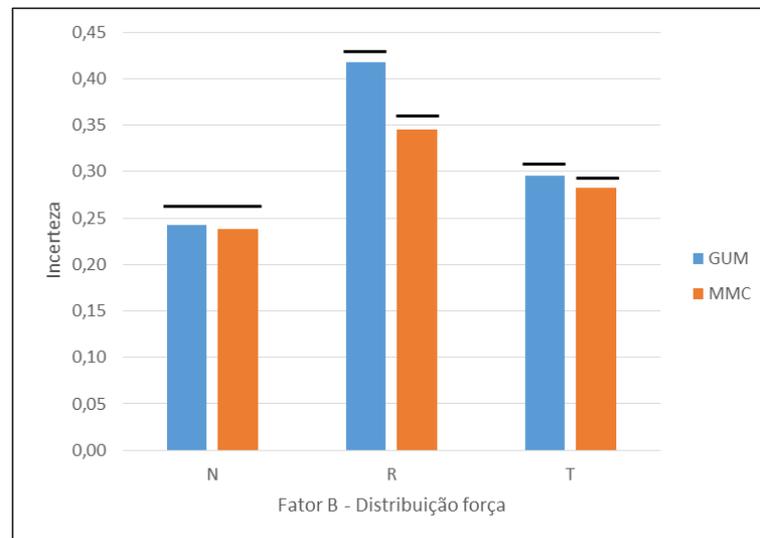
Fonte: o autor.

Colocando-se os valores em ordem crescente, bloqueando-se a distribuição da força e comparando as médias entre os métodos, duas a duas, pode-se realizar o seguinte agrupamento:

- Para a distribuição N: MMC = GUM
- Para a distribuição R: MMC \neq GUM
- Para a distribuição T: MMC \neq GUM

Ou seja, a média entre o método só pode ser agrupada no caso da distribuição normal. De forma gráfica, o agrupamento é apresentado na Figura 18.

Figura 18 – Comparação múltipla de médias para a interação BD.



Fonte: o autor.

Pode-se notar que a diferença mais acentuada entre os métodos foi no caso em que a distribuição de probabilidade da força era do tipo retangular. Isso ocorre devido ao comportamento da distribuição de probabilidade final, a partir da qual os valores de incerteza expandida são obtidos. Já **no caso em que a distribuição de probabilidade do valor de entrada relacionado à força é do tipo normal, pode-se dizer que os métodos GUM e de**

Monte Carlo têm os mesmos valores de incerteza. Isso ocorre devido ao Teorema do Limite Central, que considera que a soma de duas distribuições normais resulta em uma distribuição normal.

No Apêndice C são apresentados alguns exemplos de distribuições de probabilidade finais obtidas pelo método de Monte Carlo. No caso da Figura 29a, em que os dados de entrada seguiam todos uma distribuição normal, a variável de saída teve um comportamento também normal, aproximando-se da estimativa que seria obtida pelo método GUM. Já no caso em que a distribuição dos dados de entrada relacionados à força era retangular (Figura 29b,e,h), a distribuição de probabilidade final foi aproximadamente retangular, ou seja, foi muito distante de um comportamento normal.

Como os dados de entrada relacionados à força e às variáveis dimensionais são de ordens de grandeza muito diferentes, realizou-se uma análise complementar para outras variáveis, de magnitude semelhante, com o objetivo de entender ainda mais a influência da distribuição de probabilidade nos resultados. Essa análise é demonstrada no Apêndice D.

4.6.3.3 CMM para a interação segmento X método (CD)

A interação CD representa a interação entre os fatores C (segmento) e D (método de cálculo de incerteza). Para o cálculo do limite de decisão, utiliza-se o valor $MQR = 0,000050$ e o valor $n = 3 \times 3 \times 3 = 27$, que representa o número de valores que compõe cada média. Assim, tem-se $L_d = 0,00408 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Os valores de incerteza médios a serem comparados são apresentados na Tabela 18.

Tabela 18 – Valores médios de incerteza para a interação CD.

Segmento	Método	
	GUM	MMC
I	0,366	0,331
II	0,294	0,266
III	0,296	0,268

Fonte: o autor.

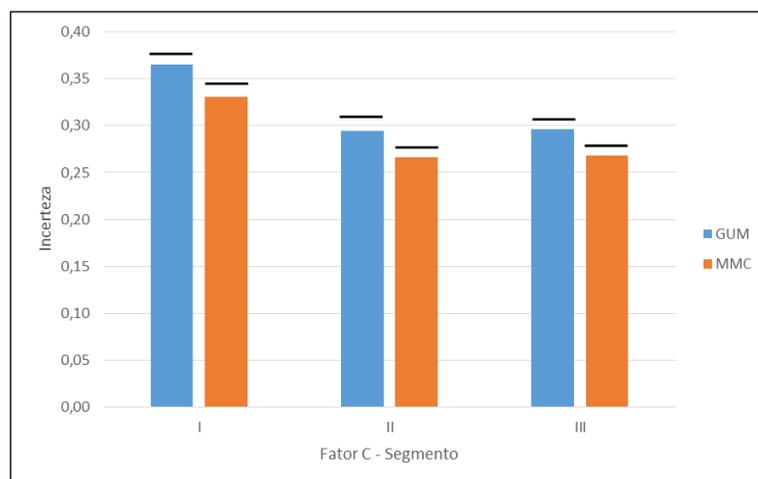
Colocando-se os valores em ordem crescente, bloqueando-se o segmento e comparando as médias entre os métodos, duas a duas, conclui-se que:

- Para o segmento I: $GUM \neq MMC$
- Para o segmento II: $GUM \neq MMC$

- Para o segmento III: GUM \neq MMC

De forma gráfica, o agrupamento entre fatores é apresentado na Figura 19.

Figura 19 – Comparação múltipla de médias para a interação CD.



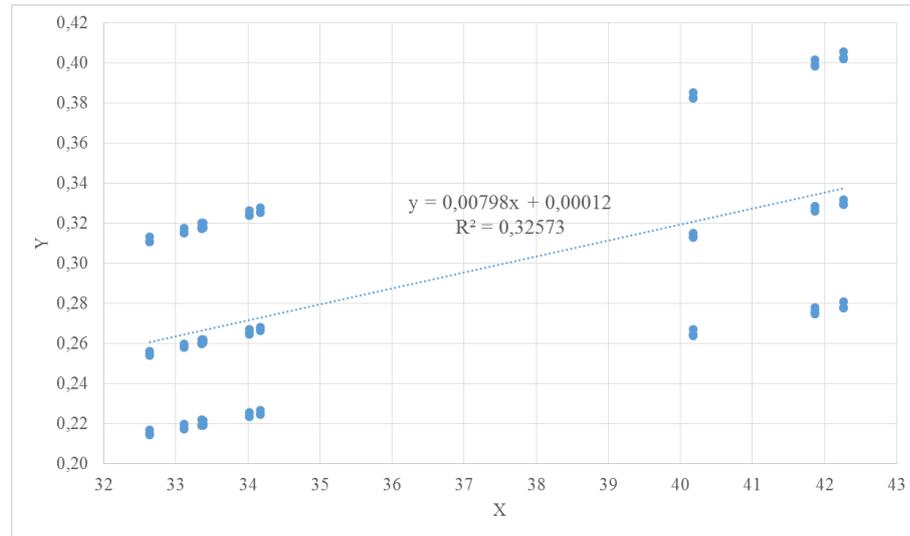
Fonte: o autor.

Assim, pode-se dizer que **o valor de incerteza de medição associado ao ensaio de K_{IC} calculado pelos métodos GUM e de Monte Carlo depende do segmento, ou seja, depende o valor de K_{IC} medido.** A execução do teste ANOVA e da comparação múltipla de médias para a interação CD evidenciou que os valores de incerteza de medição dependem do valor de K_{IC} , tanto para o método GUM como para o método de Monte Carlo, especialmente quando se muda dos segmentos II ou III para o segmento I.

Observando-se os valores de K_{IC} medidos, nota-se que também os valores de K_{IC} medidos no segmento I são significativamente maiores que no II e III. Ou seja, aparentemente existe uma correlação do tipo $Y = a + bX$, onde Y representa a incerteza de medição medida, e X representa o valor de K_{IC} medido, e a e b são constantes não nulas. Esse tipo de correlação linear entre incerteza e valor medido normalmente é indesejado, pois exige que o cálculo de incerteza seja refeito toda vez que diferentes valores de K_{IC} são obtidos. O desejável é que o valor de b na regressão linear seja próximo de zero.

Para confirmar essa hipótese de que há uma correlação linear entre os valores de K_{IC} e U , realizou-se uma regressão linear simples do tipo $Y = a + bX$. O resultado da análise de regressão é apresentado na Figura 20, para os valores de incerteza calculados pelo método de Monte Carlo (foco deste trabalho). Na figura, Y representa a incerteza expandida e X o valor do K_{IC} .

Figura 20 – Regressão linear simples para a correlação entre U e K_{IC} pelo método de Monte Carlo.

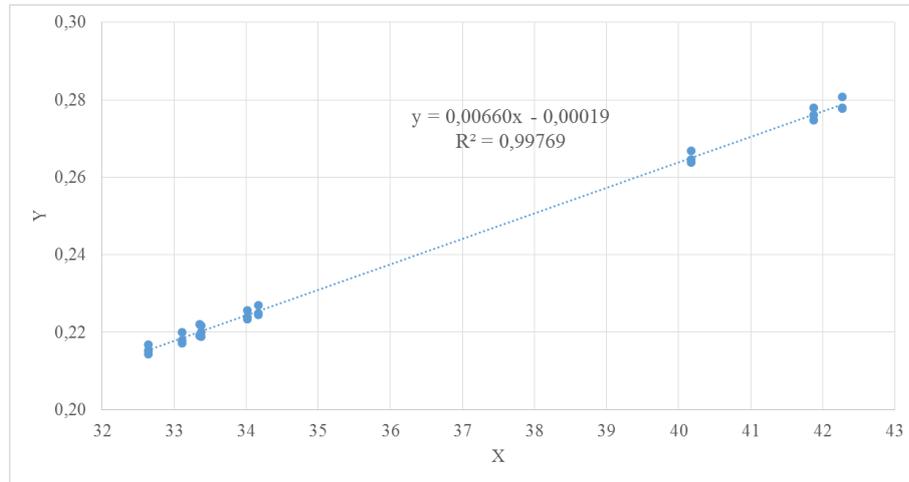


Fonte: o autor.

Nota-se, pela análise de regressão, que pelo método de Monte Carlo, foi encontrada uma fraca correlação linear entre a incerteza calculada e os valores médios de K_{IC} . Ou seja, quanto maiores os valores de K_{IC} , maiores os valores de incerteza. O coeficiente de correlação (R^2) ficou próximo a 0,33, de tal forma que a correlação linear é fracamente positiva.

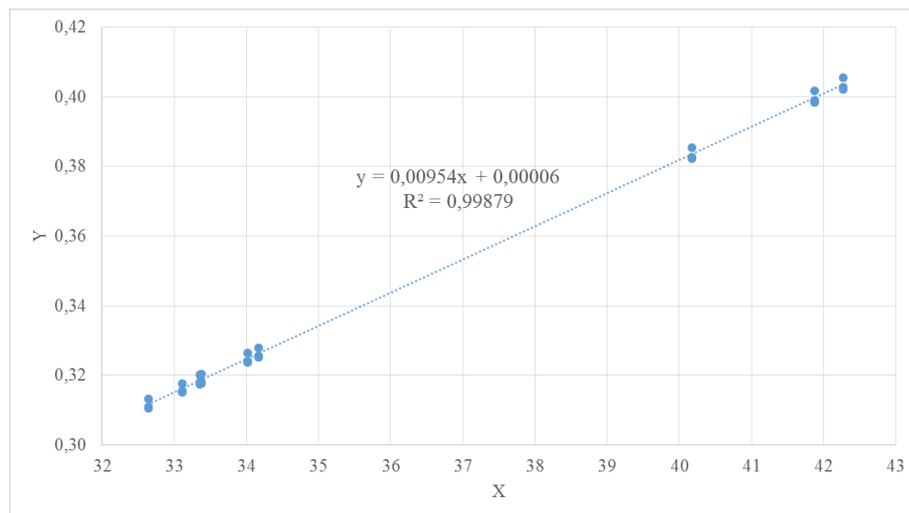
A curva de regressão para a incerteza de medição pelo método de Monte Carlo está com dados dispersos, pois está confundindo diferentes distribuições de probabilidade de força (normal, retangular, triangular). Nesse sentido, optou-se por fazer uma nova análise de regressão para obter uma curva para cada distribuição. Essa análise é apresentada na Figura 21, no caso da distribuição normal, na Figura 22, no caso da distribuição retangular, e na Figura 23, no caso da distribuição triangular. Os valores no eixo vertical representam a incerteza e o eixo horizontal representa o valor de K_{IC} .

Figura 21 – Regressão linear simples para a distribuição normal.



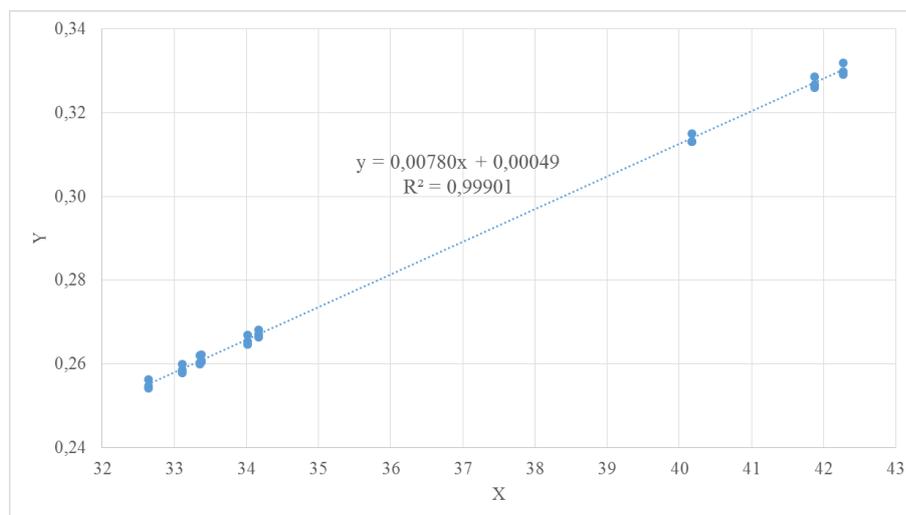
Fonte: o autor.

Figura 22 – Regressão linear simples para a distribuição retangular.



Fonte: o autor.

Figura 23 – Regressão linear simples para a distribuição triangular.



Fonte: o autor.

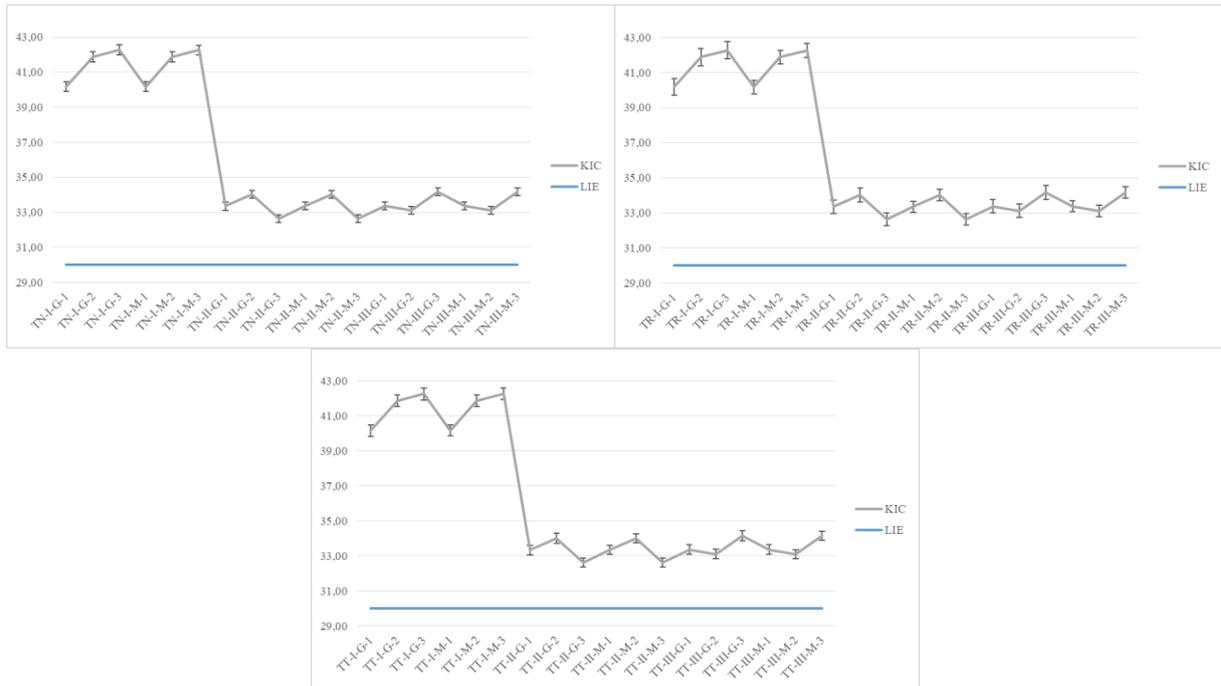
A partir das curvas de regressão apresentadas para cada distribuição de probabilidade, nota-se que há correlação linear fortemente positiva, pois os valores de R^2 ficaram muito próximos de 1,0. Assim, pode-se dizer que **a incerteza de medição calculada para o ensaio de K_{IC} pelo método de Monte Carlo é diretamente proporcional ao valor médio de K_{IC} .**

Os coeficientes lineares para as curvas de regressão foram, respectivamente: 0,00660, no caso da distribuição normal, 0,00954, no caso da retangular e 0,00780 no caso da triangular. Assim, pode-se dizer que o valor de incerteza calculado é da ordem de 0,66%, 0,95% e 0,78% do valor médio de K_{IC} medido, respectivamente.

4.6.4 Validação dos valores de incerteza obtidos

Após os testes ANOVA e comparações múltiplas de médias, procedeu-se à análise dos valores de K_{IC} calculados em relação à incerteza de medição. Essa análise tem como objetivo validar os valores de K_{IC} calculados de acordo com o limite inferior de especificação (LIE) do material, igual a $30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ e se a consideração da incerteza de medição calculada influencia na interpretação do resultado, ou seja, se afeta na aceitação ou não desse critério, gerando ‘falsos positivos’.

Como a variável de K_{IC} é do tipo maior-é-melhor, com um LIE de $30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, é conveniente verificar se os valores de K_{IC} calculados, descontando-se a incerteza de medição, ficam acima do limite de especificação. O resultado dessa análise é apresentado na Figura 24. Para melhor visualização, os valores foram estratificados em diferentes gráficos segundo a



Fonte: o autor.

A análise da Figura 24 demonstra que, **em todos os casos, os valores de K_{IC} ficaram acima do mínimo estabelecido, mesmo considerando a incerteza de medição calculada**, independentemente da distribuição de probabilidade ou do método de cálculo. Essa análise é considerada satisfatória, dado que o uso de diferentes metodologias ou distribuições não afetaria na conclusão em relação ao resultado.

Com o objetivo de expandir essa análise não apenas para os corpos de prova de K_{IC} analisados nesse trabalho, é interessante analisar quais seriam os menores valores de K_{IC} que poderiam ser validados como um aço classe R350HT, com uma especificação mínima de $30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Ou seja, descobrir a partir de qual valor de K_{IC} medido a conclusão sobre a classe do material muda.

A Equação 9 ilustra a relação entre média (μ) e desvio padrão (σ) na definição se um processo do tipo maior-é-melhor atende ou não ao seu limite inferior de especificação. Para se ter garantia do atendimento ao limite inferior de especificação, é necessário que o valor de LIE seja no máximo igual ao valor da média, subtraído da dispersão (no caso da distribuição normal, consideram-se 3 desvios padrão para uma abrangência de 99,73%). Note-se a importância da consideração tanto dos limites de especificação como da dispersão em torno da média (no caso, o desvio padrão).

$$\text{LIE} = \mu - 3\sigma$$

Equação 9

Adaptando-se a Equação 9 para este trabalho, no qual a medida de média é representada pelos valores de K_{IC} , e a medida de dispersão a uma probabilidade de abrangência de 95% é a incerteza expandida (U), obtém-se a Equação 10.

$$LIE = K_{IC} - U \quad \text{Equação 10}$$

Nesse trabalho, segundo a Equação 10, o menor limite inferior de especificação para o qual os valores de K_{IC} medidos ainda seriam válidos seria equivalente a $LIE = 32,26 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Considerando a especificação da norma de que $K_{IC} > 30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, essa análise reitera que os valores de K_{IC} obtidos nesse trabalho efetivamente atendem à especificação, ainda que considerando a dispersão (incerteza) associada.

Adicionalmente, pode-se afirmar que o tipo de aço especificado nesse trabalho (R350HT) não pode ser atribuído para um determinado corpo de prova se o valor de K_{IC} for menor que 30 mais a incerteza, considerando que o limite inferior de especificação para um aço dessa classe é de $30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Nesse trabalho, como a incerteza expandida de alguns corpos de prova chegou a $0,49 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, isso implica que corpos de prova com valor de K_{IC} calculado abaixo de $30,49 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ não podem ser seguramente atribuídas a um aço classe R350HT. Valores abaixo do patamar de $30,49 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ teriam sua análise prejudicada, podendo gerar conclusões erradas. Por exemplo, digamos que o valor de K_{IC} medido para um dado corpo de prova seja exatamente igual ao LIE, ou seja, $K_{IC} = 30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Nesse caso, $\mu = LIE$, e a curva normal estará centrada exatamente sobre o limite inferior de especificação, resultando em 50% de conclusões incorretas sobre a especificação do material.

O uso do método de Monte Carlo para o cálculo da incerteza de ensaios é condizente com a literatura atual. De acordo com diversos autores, o uso do MMC para a estimativa da incerteza de medição é vantajosa, pois não envolve nenhum pressuposto ou aproximação em relação aos dados de incerteza (MOTRA *et al.*, 2016; SONG *et al.*, 2018).

Trabalhos recentes, tais como o de Golijanek-Jędrzejczyk *et al.* (2018), confirmam a ideia apresentada na Tabela 3, de que o método de Monte Carlo gera valores de incerteza semelhantes (mas não idênticos) ao GUM. No trabalho de Golijanek-Jędrzejczyk *et al.* (2018), foram realizadas simulações de Monte Carlo com 10^4 iterações, gerando valores com diferença da ordem de 0,04% entre os métodos para a medida do fluxo de massa.

Assim, entende-se que o uso do Método de Monte Carlo para o cálculo de incerteza de medição, como utilizado nesse trabalho, é adequado.

5.0 CONCLUSÕES

Esse trabalho apresentou o cálculo da incerteza para o ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} através de simulação de Monte Carlo. Além disso, foram identificadas as principais aplicações do Método de Monte Carlo na literatura e as funções de probabilidade mais utilizadas, calculou-se a incerteza de medição da tenacidade à fratura K_{IC} de amostras de obtidas de trilhos ferroviários, foi analisada a influência das distribuições de probabilidade dos valores de entrada na incerteza de medição e, por fim, avaliou-se a influência da incerteza de medição na validação de valores de tenacidade à fratura K_{IC} em relação ao limite de tolerância.

Uma breve revisão da literatura demonstrou que a aplicação do método de Monte Carlo no cálculo de incerteza de medição é relativamente recente, datando principalmente de 2006, quando já estava sendo elaborado o Suplemento 1 do GUM, o qual foi lançado em 2008. Assim, a aplicação do MMC em ensaios revela-se um grande potencial de pesquisa, especialmente na área de ensaios mecânicos, para a qual foram encontradas poucas aplicações do método. Particularmente, não foram encontrados trabalhos aplicando o MMC para ensaios de tenacidade à fratura K_{IC} .

A mesma revisão da literatura demonstra que as distribuições de probabilidade mais utilizadas no cálculo de incerteza de medição pelo método de Monte Carlo são a distribuição normal e a retangular. Alguns trabalhos também utilizaram a distribuição triangular, lambda generalizada e distribuição tipo ‘U’.

Quanto aos valores de tenacidade à fratura K_{IC} do material analisado, concluiu-se que o segmento de trilho é um fator significativo para o K_{IC} do material analisado, o que já era esperado, dado que os segmentos analisados nesse trabalho não foram obtidos de um mesmo fabricante. Dentre os segmentos analisados, o segmento I teve diferença significativa em comparação com o II e o III, os quais puderam ser agrupados a partir do critério da comparação múltipla de médias.

Foi realizado um projeto de experimentos para os valores de incerteza de medição do ensaio de K_{IC} , utilizando análise de variância e comparação múltipla de médias. Foram analisados os fatores “distribuição de probabilidade dimensional”, “distribuição de

probabilidade de força”, “segmento” e “método de cálculo de incerteza”, assim como todas as interações entre os fatores. Algumas das principais conclusões obtidas deste projeto de experimentos foram:

- A distribuição de probabilidade associada à variável de entrada de força é significativa nos valores de incerteza de medição do ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} ;
- O segmento é significativo nos valores de incerteza de medição;
- A distribuição de probabilidade dimensional e o método, como fatores principais, não foram considerados significativos na incerteza de medição;
- As interações “distribuição força” x “segmento”, “distribuição força” x “método” e “segmento” x “método” foram significativas nos valores de incerteza de medição;
- Nenhuma das outras interações de segunda, terceira ou quarta ordem foi considerada significativa a um nível de confiança de 95%;
- A partir da comparação múltipla de médias para a interação “distribuição força” x “segmento”, concluiu-se que a diferença entre as três distribuições de probabilidade estudadas é significativa, independentemente do segmento;
- No caso em que a distribuição de probabilidade dos dados de entrada é do tipo normal (Gaussiana), o método de Monte Carlo e o método GUM fornecem valores de incerteza semelhantes entre si;
- No caso em que a distribuição de probabilidade dos dados de entrada é do tipo retangular (uniforme) ou triangular, o método de Monte Carlo e o método GUM fornecem valores de incerteza significativamente diferentes. No caso da distribuição retangular, essa diferença é bastante acentuada;
- Há relação entre a magnitude do valor de K_{IC} medido e a sua incerteza de medição;
- A correlação entre o valor de K_{IC} medido e a sua incerteza de medição calculada pelo método de Monte Carlo é linear;
- Os coeficientes lineares para as curvas de regressão entre K_{IC} e incerteza foram, respectivamente: 0,00660, no caso da distribuição normal, 0,00954, no caso da retangular e 0,00780 no caso da triangular;

Por fim, seguem outras conclusões obtidas com base nos resultados desse trabalho:

- A combinação de distribuições normais, retangulares e triangulares para dados de entrada de mesma magnitude resulta em distribuições de saída aproximadamente normais pelo método de Monte Carlo, exceto no caso em que ambos dados de entrada são retangulares;

- Todos os valores de incerteza de K_{IC} medidos nesse trabalho ficaram dentro do limite de especificação do aço classe R350HT, mesmo considerando a incerteza de medição calculada. Esse resultado é satisfatório;
- O menor limite inferior de especificação para o qual os valores de K_{IC} medidos sejam válidos seria equivalente a $LIE = 32,26 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$;
- Considerando que o LIE para o K_{IC} do material é igual a $30 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, pode-se afirmar que o menor patamar de K_{IC} que poderia ser validado na classe R350HT é de $30,49 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$. Valores abaixo desse patamar teriam sua análise prejudicada, podendo gerar conclusões erradas;
- O método de Monte Carlo é fortemente recomendado para modelos de medição com alto grau de não-linearidade ou complexidade, assim como nos casos em que distribuição de probabilidade do valor de saída não é gaussiana. Isso ocorre em modelos de medição que representam inúmeros fenômenos, inclusive no caso do ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} .

6.0 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

São propostas as seguintes recomendações de trabalhos futuros:

- Avaliar a existência de possíveis correlações entre variáveis ao aplicar o GUM;
- Utilizar diagrama de Ishikawa ou outras ferramentas da qualidade para a determinação de outras possíveis fontes de incerteza para o ensaio de K_{IC} , e verificar qual seria a incerteza de medição correspondente;
- Estimar a incerteza de medição do ensaio de K_{IC} pelo método de Kragten;
- Buscar uma estimativa de incerteza de medição com parâmetros que não dependam da magnitude dos valores de entrada, ou seja, obter uma incerteza de medição que seja constante independentemente do valor de K_{IC} medido;
- Realizar o estudo analisando outros materiais;
- Ampliar a análise da influência da distribuição de probabilidade dos dados de entrada para outros ensaios mecânicos, ou até mesmo para ensaios de outras áreas.

7.0 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. **NBR ISO/IEC 17025**: Requisitos gerais para a competência de laboratórios de ensaio e calibração. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Normas Técnicas 2017.

ALBANO, F. **Desenvolvimento de melhorias no processo de provisão de ensaios de proficiência por comparação interlaboratorial**. Tese. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

ALLARD, A.; FISCHER, N.; DIDIEUX, F. Sensitivity analysis associated with the evaluation of measurement uncertainty: application to a computational code in metrology. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 2, n. 6, p. 7597-7598, 2010.

ANDERSON, T. L. **Fracture mechanics – fundamentals and applications**. 3rd ed. New York: CRC, 2005.

ANGRISANI, L.; D'APUZZO, M.; MORIELLO, R. Unscented transform: a powerful tool for measurement uncertainty evaluation. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 55, n. 3, p. 737-743, 2006.

ANGRISANI, L.; MORIELLO, R.; D'APUZZO, M. New proposal for uncertainty evaluation in indirect measurements. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 55, n. 4, p. 1059-1064, 2006.

ASTM INTERNATIONAL. **ASTM E399**: Standard test method for linear-elastic plane-strain fracture toughness K_{IC} of metallic materials. West Conshohocken: ASTM, 2017.

BRIZARD, M.; MEGHARFI, M.; VERDIER, C. Absolute falling-ball viscometer: evaluation of measurement uncertainty. **Metrologia**, v. 42, n. 4, p. 298–303, 2005.

BRUNI, A. L. **Avaliação de investimentos**. São Paulo: Atlas, 2008.

CALLISTER, W.; RETHWISCH, D. **Materials science and engineering: an introduction**. 7^a ed. John Wiley & Sons, 2007.

CHEN, A.; CHEN, C. Comparison of GUM and Monte Carlo methods for evaluating measurement uncertainty of perspiration measurement systems. **Measurement**, v. 87, p. 27-37, 2016.

DAMASCENO, J. C. *et al.* Estimation of primary pH measurement uncertainty using Monte Carlo simulation. **Metrologia**, v. 43, n. 3, p. 306–310, 2006.

DOMENEGHETTI, G. **A expressão da incerteza de medição em ensaios mecânicos: ISO GUM e Monte Carlo aplicados no ensaio de tração**. Dissertação. Instituto Superior Tupy. Joinville, 2011.

EN. **EN 13674-1** – Railway applications - Track - Rail - Part 1: Vignole railway rails 46 kg/m and above. 2011.

EURACHEM. **Quantifying uncertainty in analytical measurement**. Laboratory of the Government Chemist, 1995.

FABRICIO, D. A. K.; TREVISAN, L.; STROHAECKER, T. R. Incerteza de medição do ensaio de tenacidade à fratura K_{IC} . **Periódico Tchê Química**, v. 13, n. 25, p. 12-22, 2016.

FERRERO, A.; SALICONE, S. The random-fuzzy variables: a new approach to the expression of uncertainty in measurement. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 53, n. 5, p. 1370-1377, 2004.

FERRERO, A.; SALICONE, S. A comparative analysis of the statistical and random-fuzzy approaches in the expression of uncertainty in measurement. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 54, n. 4, p. 1475-1481, 2005.

FORBES, A. B. An MCMC algorithm based on GUM Supplement 1 for uncertainty evaluation. **Measurement**, v. 45, n. 5, p. 1188-1199, 2012.

GARCIA, E.; HAUSOTTE, T.; AMTHOR, A. Bayes filter for dynamic coordinate measurements – Accuracy improvement, data fusion and measurement uncertainty evaluation, **Measurement**, v. 46, n. 9, p. 3737-3744, 2013.

GHIANI, E.; LOCCI, N.; MUSCAS, C. Auto-evaluation of the uncertainty in virtual instruments. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 53, n. 3, p. 672-677, 2002.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1991.

GOLIJANEK-JĘDRZEJCZYK, A.; ŚWISULSKI, D.; HANUS, R.; ZYCH, M.; PETRYKA, L. Uncertainty of the liquid mass flow measurement using the orifice plate. **Flow Measurement and Instrumentation**, v. 62, p. 84–92, 2018.

GONÇALVES, D. R. R.; PEIXOTO, R. A. F. Beneficiamento de escórias na aciaria: Um estudo da viabilidade econômica da utilização dos produtos na siderurgia e na construção civil. **Revista ABM - Metalurgia, Materiais e Mineração**, v. 71, nov/dez 2015, p. 506–510, 2015.

HACK, P. D. S.; CATEN, C. S. T. Measurement uncertainty: literature review and research trends. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 61, n. 8, p. 2116–2124, 2012.

HEASLER, P. G.; BURR, T.; REID, B.; GESH, C.; BAYNE, C. Estimation procedures and error analysis for inferring the total plutonium (Pu) produced by a graphite-moderated reactor. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 91, n. 10–11, p. 1406-1413, 2006.

HERRADOR, M. A.; ASUERO, A. G.; GONZÁLEZ, A. G. Estimation of the uncertainty of indirect measurements from the propagation of distributions by using the Monte-Carlo method: An overview. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v. 79, n. 1-2, p. 115–122, 2005.

HERRADOR, M. A.; GONZÁLEZ, A. G. Evaluation of measurement uncertainty in analytical assays by means of Monte-Carlo simulation. **Talanta**, v. 64, n. 2, p. 415–422, 2004.

HILLER, J.; REINDL, L. M. A computer simulation platform for the estimation of measurement uncertainties in dimensional X-ray computed tomography. **Measurement**, v. 45, n. 8, p. 2166-2182, 2012.

JCGM. Evaluation of measurement data: Guide to the expression of uncertainty in measurement. JCGM 100, 2008a.

JCGM. Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method. JCGM 101, 2008b.

JCGM. International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM). 2012.

JIE, H.; HUAIYAN, C.; YUN, C. Uncertainty evaluation using Monte Carlo method with MATLAB. **The Tenth International Conference on Electronic Measurement & Instruments**, 2011.

JOKIC, V. S.; ZUPUNSKI, L.; ZUPUNSKI, I. Measurement uncertainty estimation of health risk from exposure to natural radionuclides in soil. **Measurement**, v. 46, n. 8, p. 2376–2383, 2013.

JORNADA, D. H. **Implantação de um guia orientativo de incerteza de medição para avaliadores de laboratório da Rede Metrológica RS**. Dissertação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

KOVAČEVIĆ A.; BRKIĆ D.; OSMOKROVIĆ P. Evaluation of measurement uncertainty using mixed distribution for conducted emission measurements. **Measurement**, v. 44, n. 4, p. 692–701, May 2011.

LAM, J. C., CHAN, K.; YIP, Y.; TONG, W.; SIN, D. W. Accurate determination of lead in Chinese herbs using isotope dilution inductively coupled plasma mass spectrometry (ID-ICP-MS). **Food Chemistry**, v. 121, n. 2, p. 552-560, 2010.

LAMPASI, D. A.; NICOLA, F.; PODESTA, L. Generalized lambda distribution for the expression of measurement uncertainty. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 55, n. 4, p. 1281-1287, 2006.

LAMPASI, D. A. An alternative approach to measurement based on quantile functions. **Measurement**, v. 41, n. 9, p. 994-1013, 2008.

LEYI, G.; WEI, Z.; JING, Z.; SONGLING, H. Mechanics analysis and simulation of material Brinell hardness measurement. **Measurement**, v. 44, n. 10, p. 2129-2137, 2011.

LOCCI, N.; MUSCAS, C.; GHIANI, E. Evaluation of uncertainty in measurements based on digitized data. **Measurement**, v. 32, n. 4, p. 265–272, 2002.

LOCCI, N., MUSCAS, C.; SULIS, S. Investigation on the accuracy of harmonic pollution metering techniques. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 53, n. 4, p. 1140-1145, 2004.

LOCCI, N.; MUSCAS, C.; SULIS, S. Modeling ADC nonlinearity in Monte Carlo procedures for uncertainty estimation. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 55, n. 5, p. 1671-1676, 2006.

LOPES, I. *et al.* Implementation of the quality management system at the Laboratory of Radiological Protection and Safety (LPSR) in Portugal. **Accreditation and Quality Assurance**, v. 19, n. 5, p. 355–360, 2014.

MACHADO, V.; SETTI, J.; SOVIERZOSKI, M. Metrologia química e suas particularidades no cálculo da incerteza de medição. **7º Congresso Brasileiro de Metrologia**. Ouro Preto, 2013.

MARTINS, M.A.F.; REQUIÃO, R.; KALID, R. A. Generalized expressions of second and third order for the evaluation of standard measurement uncertainty. **Measurement**, v. 44, n. 9, p. 1526-1530, 2011.

MARTON, D.; STARÝ, M.; MENŠÍK, P. Water management solution of reservoir storage function under condition of measurement uncertainties in hydrological input data. **Procedia Engineering**, v. 70, p. 1094-1101, 2014.

MATHIOULAKIS, E.; PANARAS, G.; BELESSIOTIS, V. Estimation of uncertainties in indirect humidity measurements. **Energy and Buildings**, v. 43, n. 10, p. 2806–2812, 2011.

MEYER, V. R. Measurement uncertainty. **Journal of Chromatography A**, v. 1158, n. 1-2, p. 15–24, 2007.

MONDÉJAR, M. E.; SEGOVIA, J. J.; CHAMORRO, C. R. Improvement of the measurement uncertainty of a high accuracy single sinker densimeter via setup modifications based on a state point uncertainty analysis. **Measurement**, v. 44, n. 9, p. 1768-1780, 2011.

MOTRA, H. B.; HILDEBRAND, J.; WUTTKE, F. The Monte Carlo Method for evaluating measurement uncertainty: Application for determining the properties of materials. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 45, p. 220–228, 2016.

PARK, C. J. *et al.* Uncertainty assessment for the thermal expansion of simulated fuel via the Monte Carlo method. **Thermochimica Acta**, v. 455, n. 1-2, p. 114–118, 2007.

RANDA, J. Uncertainty Analysis for Noise-Parameter Measurements at NIST. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 58, n. 4, p. 1146-1151, 2009.

RIBEIRO, J. L. D; CATEN, C. S. T. **Série Monográfica Qualidade: Projeto de Experimentos**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

RIBEIRO, J. L. D; CATEN, C. S. T. **Série Monográfica Qualidade: Controle Estatístico do Processo**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.

RMRS. **RM 68** – Incerteza de medição: guia prático do avaliador de laboratórios. Revisão 05. Porto Alegre: Rede Metrológica RS, 2013.

ROST, K.; WENDT, K.; HÄRTIG, F. Evaluating a task-specific measurement uncertainty for gear measuring instruments via Monte Carlo simulation. **Precision Engineering**, v. 44, p. 220-230, 2016.

SALAH, B.; SLIMANE, Z.; ZOHEIR, M.; JURGEN, B. Uncertainty estimation of mechanical testing properties using sensitivity analysis and stochastic modelling. **Measurement**, v. 62, p. 149–154, 2015.

SHAHANAGHI, K.; NAKHJIRI, P. A new optimized uncertainty evaluation applied to the Monte-Carlo simulation in platinum resistance thermometer calibration. **Measurement**, v. 43, n. 7, p. 901–911, 2010.

SOMMER, K.; KÜHN, O.; LEÓN, F. P.; SIEBERT, B. R. L. A Bayesian approach to information fusion for evaluating the measurement uncertainty. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 57, n. 3, p. 339-344, 2009.

SONG, J.; NIU, B.; WANG, D.; ZHANG, F. Comparison of the Monte Carlo and guide to uncertainty in measurement methods in estimating measurement uncertainty: Indirect measurement of the CaMV35S promoter in mixed samples of genetically modified soybean. **Food Control**, v. 90, p. 131–139, 2018.

STANKOVIĆ, K.; VUJISIĆ, M.; KOVAČEVIĆ, D.; OSMOKROVIĆ, P. Statistical analysis of the characteristics of some basic mass-produced passive electrical circuits used in measurements. **Measurement**, v. 44, n. 9, p. 1713-1722, 2011.

STROHAECKER, T. R. **Mecânica da Fratura**. Porto Alegre: LAMEF, 2012.

THEODOROU, D. *et al.* Comparison of ISO-GUM and Monte Carlo methods for the evaluation of measurement uncertainty: Application to direct cadmium measurement in water by GFAAS. **Talanta**, v. 83, n. 5, p. 1568–1574, 2011.

THEODOROU, D. ZANNIKOU, Y.; ZANNIKOS, F. Components of measurement uncertainty from a measurement model with two stages involving two output quantities. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, v. 146, p. 305-312, 2015.

TOKARSKA, M. Evaluation of Measurement Uncertainty of Fabric Surface Resistance Implied by the Van der Pauw Equation. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 63, n. 6, p. 1593-1599, 2014.

TREVISAN, L. **Avaliação da incerteza de medição em curvas de fadiga S-N através do método de Monte Carlo**. Tese. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

TREVISAN, L.; FABRICIO, D. A. K.; REGULY, A. Comparison of uncertainty in fatigue tests obtained by the Monte Carlo method in two softwares. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 733, p. 012029, 2016.

UNCERT. **Manual of codes of practice for the determination of uncertainties in mechanical tests on metallic materials**. Code of practice no. 03: The determination of uncertainties in plane strain fracture toughness (KIC) testing. 1^a ed. INASMET, September 2000.

VUJISIĆ, M.; STANKOVIĆ, K.; OSMOKROVIĆ, P. A statistical analysis of measurement results obtained from nonlinear physical laws. **Applied Mathematical Modelling**, v. 35, n. 7, p. 3128-3135, 2011.

WILLIAMS, A. EURACHEM/CITAC workshop on recent developments in measurement uncertainty. **Accreditation and Quality Assurance**, v. 17, n. 2, p. 111-113, 2012.

WÜBBELER, G.; KRYSTEK, M.; ELSTER, C. Evaluation of measurement uncertainty and its numerical calculation by a Monte Carlo method. **Measurement Science and Technology**, v. 19, n. 8, p. 084009, 2008.

ZHU, T.; LIU, X.; CONNELLY, P. R.; ZHONG, J. An optimized wild bootstrap method for evaluation of measurement uncertainties of DTI-derived parameters in human brain. **NeuroImage**, v. 40, n. 3, p. 1144-1156, 2008.

APÊNDICE A – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO

Este item ilustra um exemplo de aplicação do método de Monte Carlo no cálculo da incerteza de medição do ensaio de K_{IC} neste trabalho. O exemplo apresentado é referente à condição N-N-I-M-1, ou seja, cálculo pelo método de Monte Carlo (M) do corpo de prova número 1, do segmento I, utilizando a distribuição normal tanto para as variáveis dimensionais como para a variável de força (N-N). Os dados lançados para a simulação de Monte Carlo são apresentados na Tabela 19. Os valores considerados como média são os valores experimentais de ensaio, os quais foram obtidos a partir da Tabela 11.

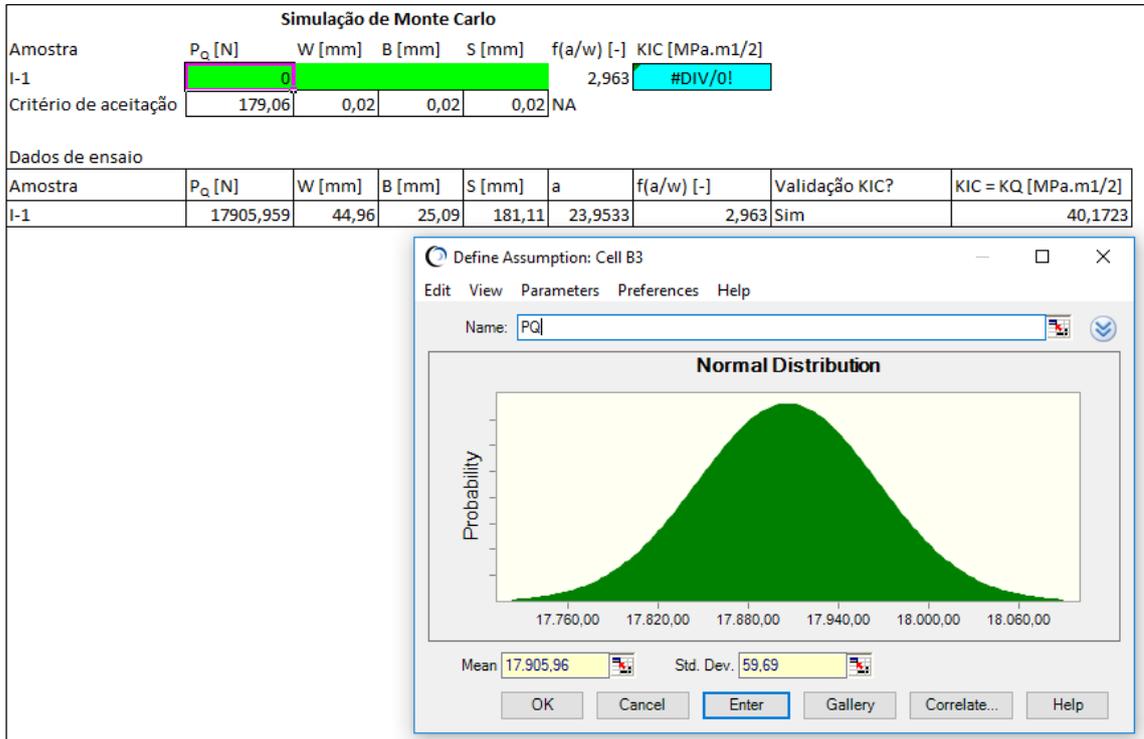
Tabela 19 – Descrição dos parâmetros de incerteza pelo MMC.

Contribuição de Incertezas	Distribuição	Parâmetros Monte Carlo
Critério de aceitação do equipamento - P_Q	Normal	Média = 17905,96 N Desvio = $1\%P_Q/3 = 59,59$ N
Critério de aceitação do equipamento - W	Normal	Média = 44,96 mm Desvio = $0,02/3 = 0,007$ mm
Critério de aceitação do equipamento - B	Normal	Média = 25,09 mm Desvio = $0,02/3 = 0,007$ mm
Critério de aceitação do equipamento - S	Normal	Média = 181,11 mm Desvio = $0,02/3 = 0,007$ mm

Fonte: o autor.

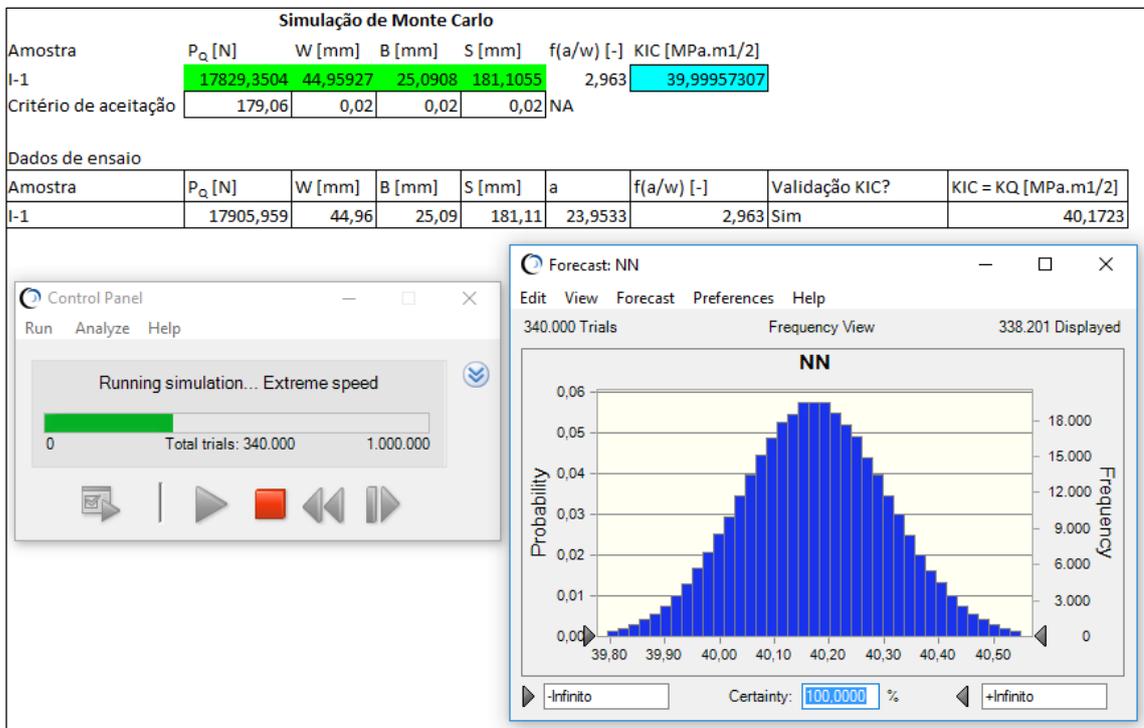
A Figura 25 mostra a construção da planilha e dos cenários (dados de entrada) no *software* Crystal Ball®, e a Figura 26 mostra a execução da simulação, assim como a obtenção da distribuição de probabilidade dos dados de saída. Além da obtenção dos resultados, o Crystal Ball® permite obter uma série de estatísticas, como ilustrado na Tabela 20.

Figura 25 – Definição de cenários no Crystal Ball®.



Fonte: o autor.

Figura 26 – Execução da simulação no Crystal Ball®.



Fonte: o autor.

Tabela 20 – Obtenção de resultados no *software*.

Estatística	Valor
Iterações	1000000
Média	40,17
Mediana	40,17
Moda	---
Desvio padrão	0,13
Variância	0,02
Assimetria	0,0021
Curtose	3,00
Coeficiente de variação	0,0034
Mínimo	39,54
Máximo	40,83
Amplitude	1,28
Desvio padrão da média	0,00
Percentil 2,5%	39,91
Percentil 97,5%	40,44

Fonte: o autor.

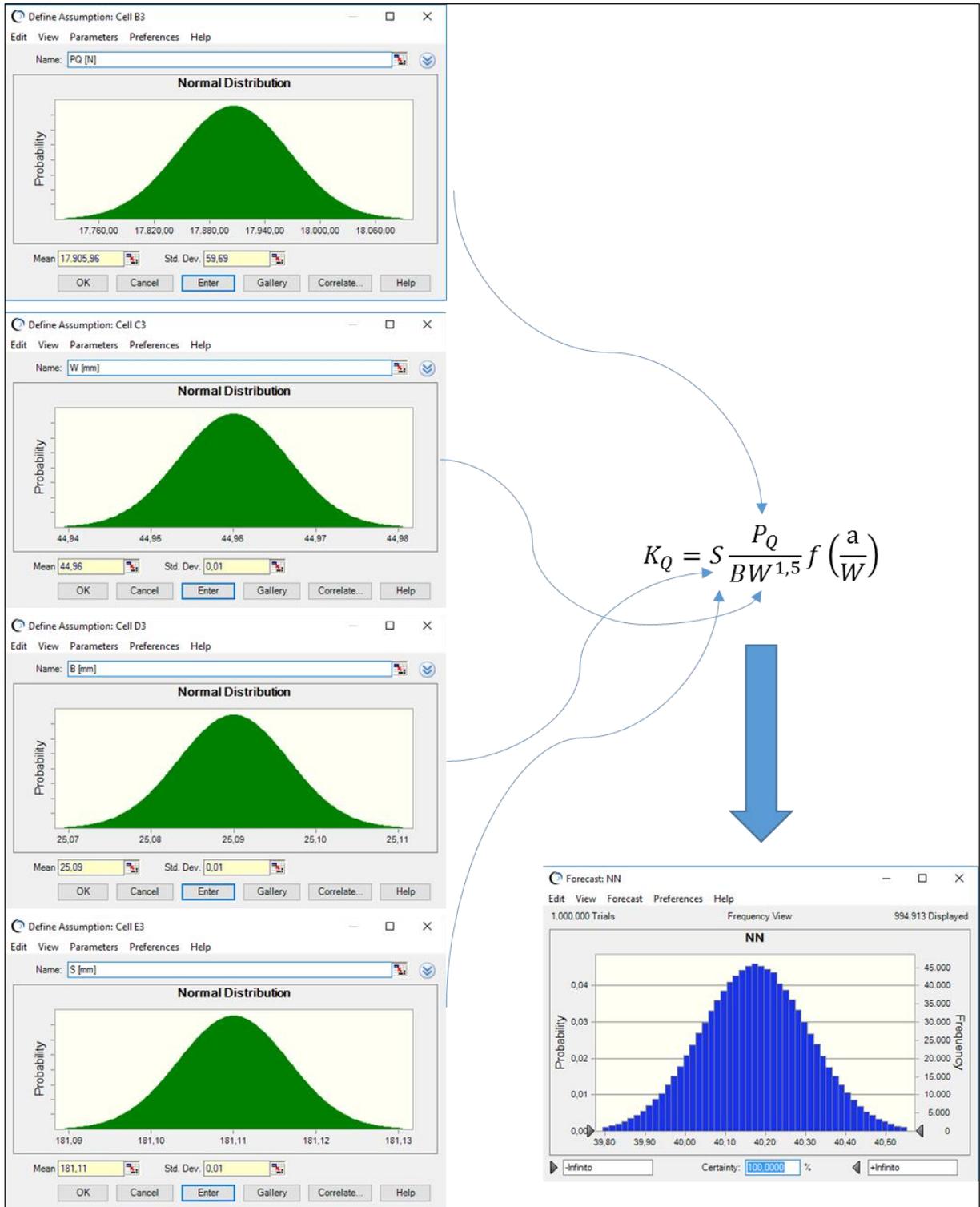
A partir dos dados obtidos, a incerteza expandida (a uma probabilidade de abrangência de 95%) pode ser calculada segundo a Equação 11.

$$U = \frac{\text{Percentil}_{97,5\%} - \text{Percentil}_{2,5\%}}{2} \quad \text{Equação 11}$$

Dessa forma, a incerteza expandida da condição N-N-I-M-1 é igual a $U = (40,44 - 39,91)/2 = 0,26 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$.

A Figura 27 apresenta a aplicação do método de Monte Carlo neste trabalho de uma forma ilustrativa. À esquerda, são apresentadas as distribuições de probabilidade dos dados de entrada (P_Q , W , B , S), a partir dos quais são obtidos números aleatórios. Esses números aleatórios são combinados no modelo de medição de K_Q , a partir do qual se obtêm valores de saída e sua respectiva distribuição de probabilidade (parte à direita da figura). Essa figura ilustra a aplicação do método de Monte Carlo de forma similar à Figura 6 para o caso descrito neste anexo.

Figura 27 – Ilustração da aplicação do método de Monte Carlo no ensaio de K_{IC} .



Fonte: o autor.

APÊNDICE B – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO GUM

Este item ilustra um exemplo de aplicação do Guia para a Expressão da Incerteza de Medição no cálculo da incerteza do ensaio de K_{IC} neste trabalho. O exemplo apresentado é referente à condição N-N-I-G-1, ou seja, cálculo pelo método de GUM (G) do corpo de prova número 1, do segmento I, utilizando a distribuição normal tanto para as variáveis dimensionais como para a variável de força (N-N). Os dados de entrada são apresentados na Tabela 21.

Tabela 21 – Descrição dos parâmetros de incerteza pelo GUM.

Contribuição de Incertezas	Distribuição	Parâmetros GUM
Critério de aceitação do equipamento - P _Q	Normal	Média = 17905,96 N Desvio = 1%P _Q = 179,06 N Divisor = 3 GDL = infinito
Critério de aceitação do equipamento - W	Normal	Média = 44,96 mm Desvio = 0,02 mm Divisor = 3 GDL = infinito
Critério de aceitação do equipamento - B	Normal	Média = 25,09 mm Desvio = 0,02 mm Divisor = 3 GDL = infinito
Critério de aceitação do equipamento - S	Normal	Média = 181,11 mm Desvio = 0,02 mm Divisor = 2 GDL = infinito

Fonte: o autor.

A incerteza combinada $u_c(y)$ é estimada de acordo com a Equação 12, onde $\partial f/\partial x_i$ representa o coeficiente de sensibilidade, ou seja, a derivada parcial em relação ao modelo de medição para cada variável de entrada ($u(x_i)$).

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)}$$

Equação 12

A partir do modelo de medição (Equação 2) foram calculados os coeficientes de sensibilidade para as variáveis P_Q , S , B e W . O fator de forma, $f(a/w)$, foi considerado constante. Os cálculos dos coeficientes de sensibilidade são apresentados nas equações a seguir.

$$C_{P_Q} = \frac{\partial K_Q}{\partial P_Q} = \frac{\partial}{\partial P_Q} \left[\frac{P_Q}{BW^{1,5}} f\left(\frac{a}{W}\right) \right] = \frac{S}{W^{1,5}B} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{Equação 13}$$

$$C_S = \frac{\partial K_Q}{\partial S} = \frac{\partial}{\partial S} \left[\frac{P_Q}{BW^{1,5}} f\left(\frac{a}{W}\right) \right] = \frac{P_Q}{W^{1,5}B} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{Equação 14}$$

$$C_B = \frac{\partial K_Q}{\partial B} = \frac{\partial}{\partial B} \left[\frac{P_Q}{BW^{1,5}} f\left(\frac{a}{W}\right) \right] = \frac{-SP_Q}{2B^2W^{1,5}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{Equação 15}$$

$$C_W = \frac{\partial K_Q}{\partial W} = \frac{\partial}{\partial W} \left[S \frac{P_Q}{BW^{1,5}} f\left(\frac{a}{W}\right) \right] = \frac{-3SP_Q}{2BW^{2,5}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{Equação 16}$$

A incerteza expandida (U) é obtida pela multiplicação da incerteza padrão combinada $u_c(y)$ por um fator de abrangência K (Equação 17).

$$U = Ku_c(y) \quad \text{Equação 17}$$

O fator de abrangência é calculado através dos graus de liberdade efetivos de todas as variáveis de entrada, considerando uma probabilidade de abrangência especificada de acordo com uma distribuição de probabilidade t-Student. Os graus de liberdade efetivos (v_{eff}) são calculados de acordo com a fórmula de Welch-Satterwaite (Equação 18), considerando os graus de liberdade de cada variável de entrada (v_i).

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{(u_i)^4}{v_i}} \quad \text{Equação 18}$$

No caso da condição NN-I-G-1, tem-se os seguintes resultados de ensaio:

- $P_Q = 17905,959 \text{ N}$

- $W = 44,96 \text{ mm}$
- $B = 25,09 \text{ mm}$
- $S = 181,11 \text{ mm}$
- $a = 23,95 \text{ mm}$
- $f(a/W) = 2,963$
- $K_Q = K_{IC} = 40,17 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$

Inserindo os valores na planilha (Figura 28), o cálculo de incerteza expandida (a uma probabilidade de 95%) é realizado de forma automática.

Figura 28 – Planilha para a estimativa da incerteza pelo GUM.

Dados de ensaio									
Amostra	P_Q [N]	W [mm]	B [mm]	S [mm]	a	$f(a/w)$ [-]	Validação KIC?	KIC = K_Q [MPa.m ^{1/2}]	
I-1	17905,959	44,96	25,09	181,11	23,9533	2,963	Sim	40,1723	
Método ISO GUM									
Fonte	Valor nominal	Incerteza	Divisor	Coef sensib	Contrib incerteza	GDL	u^4/GDL		
P_Q [N]	17905,96	179,06	3,00	0,07	4,2346	1E+99	3,21545E-97	Incerteza Combinada	4,2476
W [mm]	44,96	0,02	3,00	-42,38	-0,2826	1E+99	6,3741E-102	Graus de Liberdade Efetivos	1,012E+99
B [mm]	25,09	0,02	3,00	-25,32	-0,1688	1E+99	8,1141E-103	Coef. de Abrangência	2,0000
S [mm]	181,11	0,02	3,00	7,01	0,0468	1E+99	4,7818E-105	Incerteza Expandida [N/mm ^{3/2}]	8,4952
								Conversão MPa.m ^{1/2}	0,2686

Fonte: o autor.

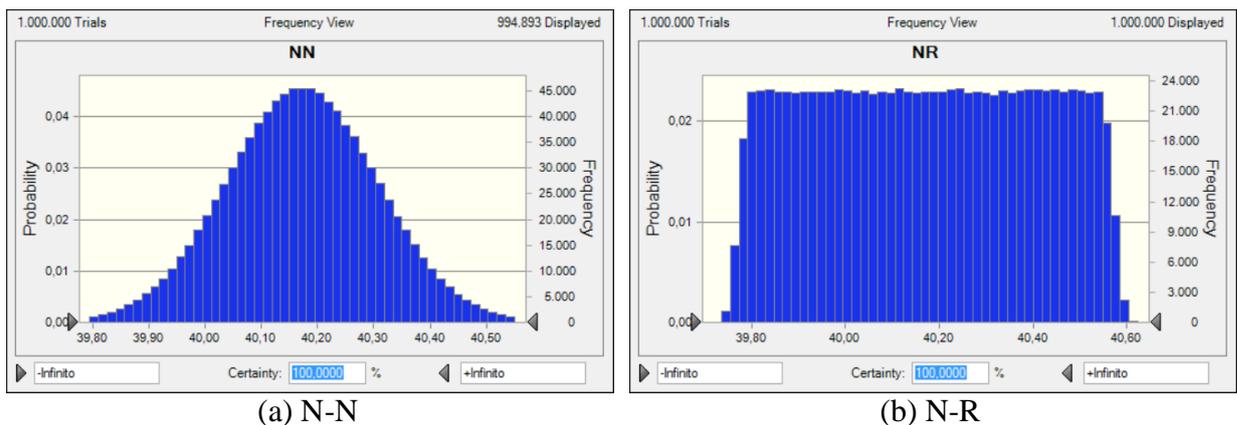
Neste exemplo, obteve-se uma incerteza expandida de 8,4952 N/mm^{3/2}. Realizando-se a conversão de unidades, tem-se $U = 0,2686 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$.

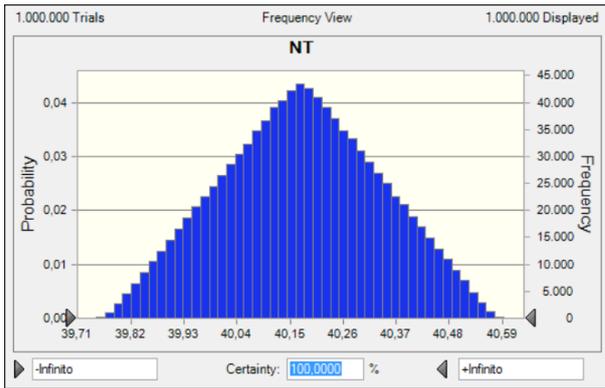
APÊNDICE C – DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE FINAIS DO ENSAIO DE K_{IC}

A Figura 29 ilustra as distribuições de probabilidade finais na simulação de Monte Carlo associadas ao valor de K_{IC} obtidas das simulações de Monte Carlo para o corpo de prova I-1. Os outros corpos de prova tiveram comportamento semelhante. A nomenclatura das distribuições presentes na Figura 29 segue o descrito no item 3.3.1, ou seja:

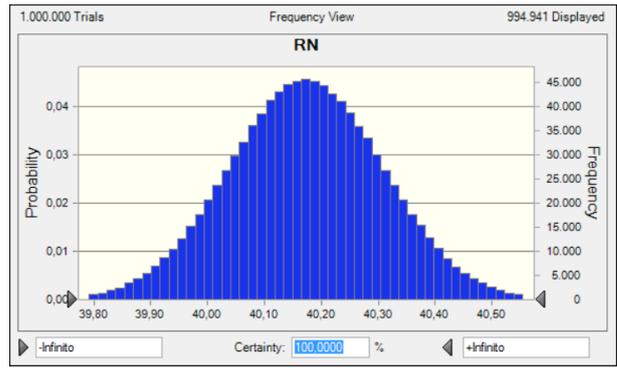
- N-N: normal para dimensional e normal para força;
- N-R: normal para dimensional e retangular para força
- N-T: normal para dimensional e triangular para força;
- R-N: retangular para dimensional e normal para força;
- R-R: retangular para dimensional e retangular para força;
- R-T: retangular para dimensional e triangular para força;
- T-N: triangular para dimensional e normal para força;
- T-R: triangular para dimensional e retangular para força;
- T-T: triangular para dimensional e triangular para força (T-T).

Figura 29 – Distribuições de probabilidade finais obtidas das simulações de Monte Carlo.

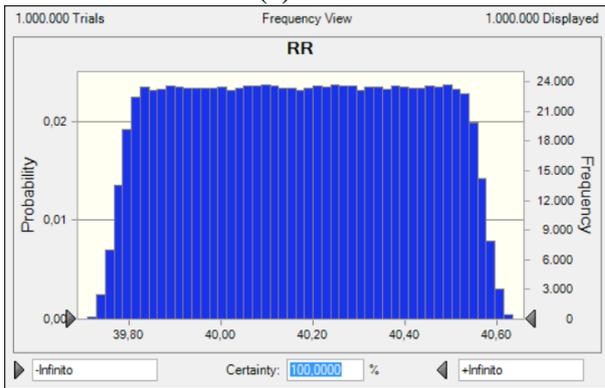




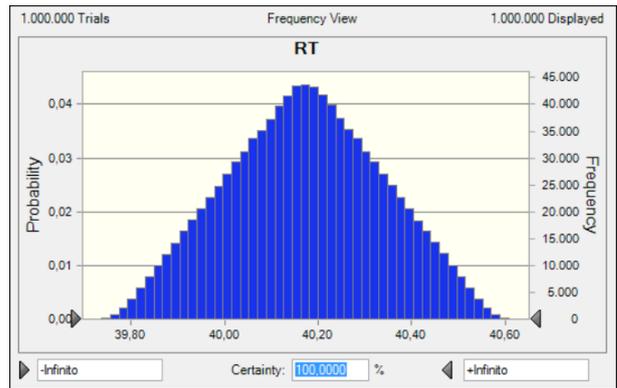
(c) N-T



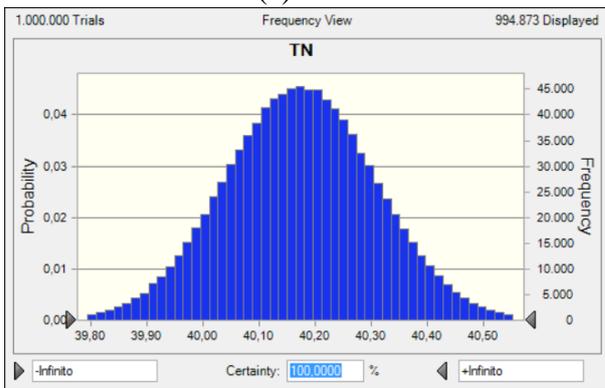
(d) R-N



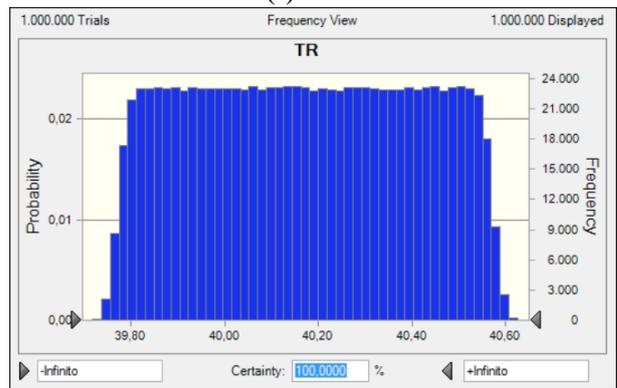
(e) R-R



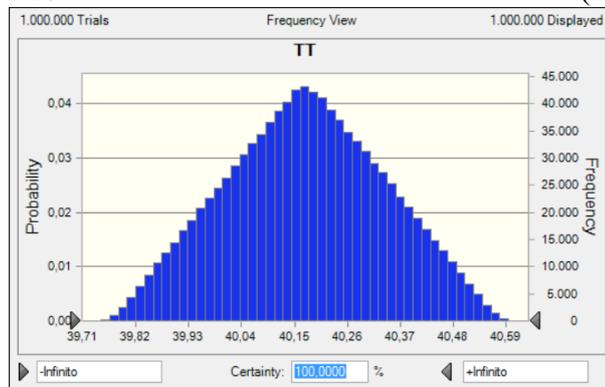
(f) R-T



(g) T-N



(h) T-R



(i) T-T

Fonte: o autor.

APÊNDICE D – DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE FINAIS PARA DADOS DE MESMA MAGNITUDE

A análise da influência da distribuição de probabilidade do ensaio de K_{IC} , realizada neste trabalho, possui algumas limitações, pois a ordem de grandeza das variáveis de entrada dimensionais e de força são muito diferentes. Segundo os dados do Apêndice C, o coeficiente de variação (σ/μ) da variável P_Q é igual a 1,00%, enquanto o coeficiente de variação de W é igual a 0,04%, o de B equivale a 0,08% e o de S é igual a 0,01%. Ou seja, proporcionalmente, tem-se $P_Q \gg W, B, S$, de tal forma que a contribuição da distribuição de probabilidade da variável força tende a ser predominante, como demonstrado no projeto de experimentos.

Assim, com o objetivo de obter uma análise mais aprofundada da influência da distribuição de probabilidade na incerteza de medição, foi realizada uma nova simulação de Monte Carlo com 1.000.000 de ciclos no *software* Crystal Ball[®]. A variável de resposta dessa simulação foi y , considerando como dados de entrada as variáveis x_1 e x_2 , cada qual com uma incerteza associada igual a $u(x_1)$ e $u(x_2)$, respectivamente. Foi utilizado um modelo de medição aditivo simples para a variável de resposta, ou seja, $y = (x_1+x_2)$.

Os valores considerados para as variáveis foram:

- $x_1 = x_2 = 100,00$
- $u(x_1) = u(x_2) = 1,00$
- $y = (x_1+x_2)$

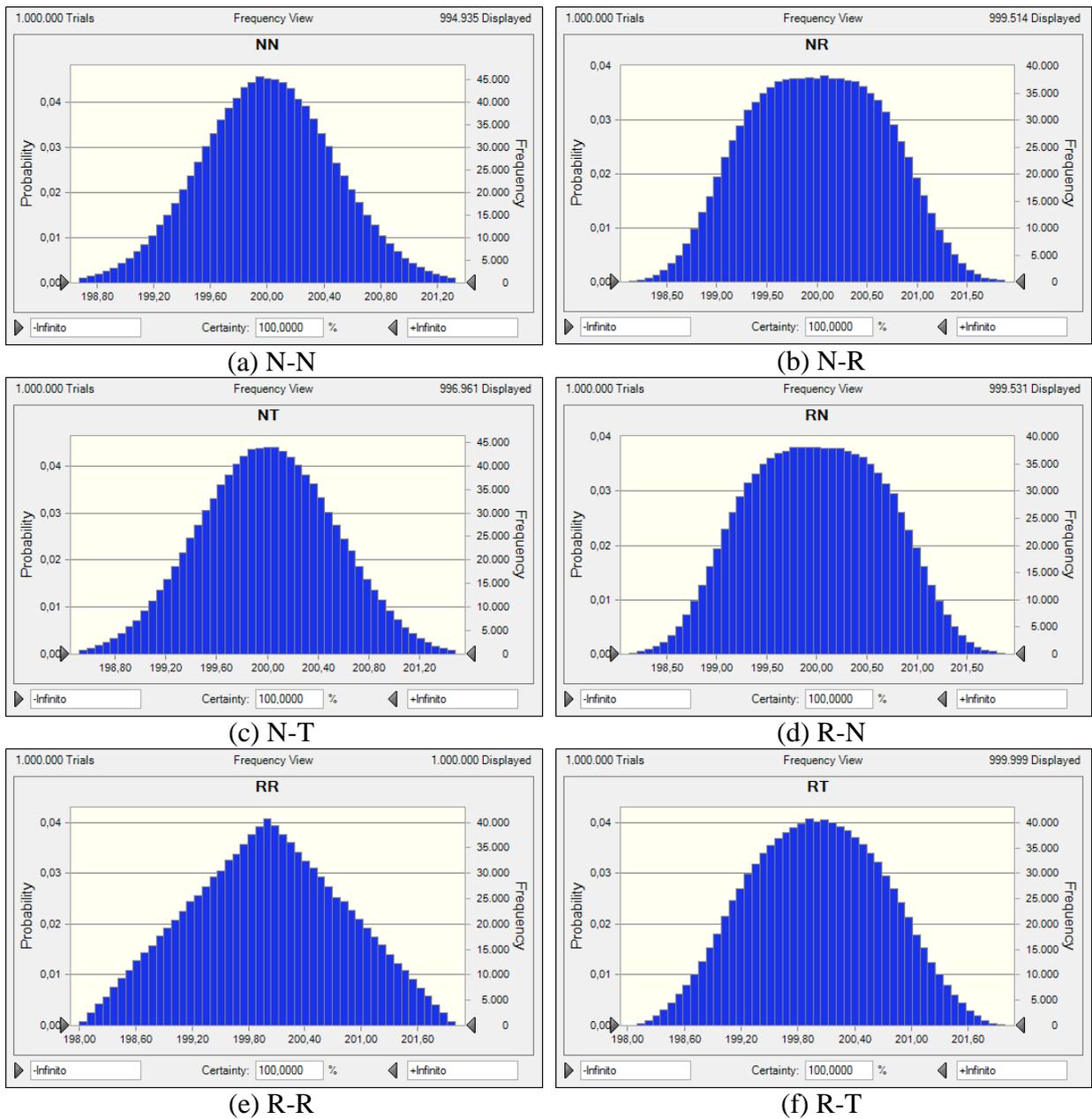
Foram realizadas simulações considerando que cada uma das variáveis poderia seguir uma distribuição normal (N), triangular (T) ou retangular (R). Assim, nove diferentes combinações de distribuições de probabilidade dos dados de entrada foram testadas:

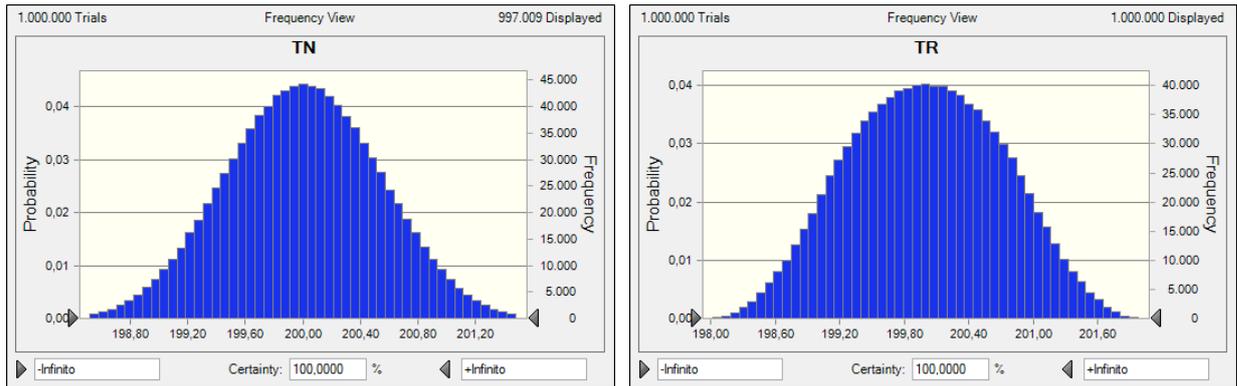
- N-N: distribuição normal para x_1 e distribuição normal para x_2 ;
- N-R: distribuição normal para x_1 e distribuição retangular para x_2 ;
- N-T: distribuição normal para x_1 e distribuição triangular para x_2 ;
- R-N: distribuição retangular para x_1 e distribuição normal para x_2 ;
- R-R: distribuição retangular para x_1 e distribuição retangular para x_2 ;
- R-T: distribuição retangular para x_1 e distribuição triangular para x_2 ;
- T-N: distribuição retangular para x_1 e distribuição normal para x_2 ;

- T-R: distribuição triangular para x_1 e distribuição retangular para x_2 ;
- T-T: distribuição triangular para x_1 e distribuição triangular para x_2 .

Na Figura 30, são apresentadas as distribuições de probabilidade finais obtidas para cada uma das combinações de variáveis de entrada.

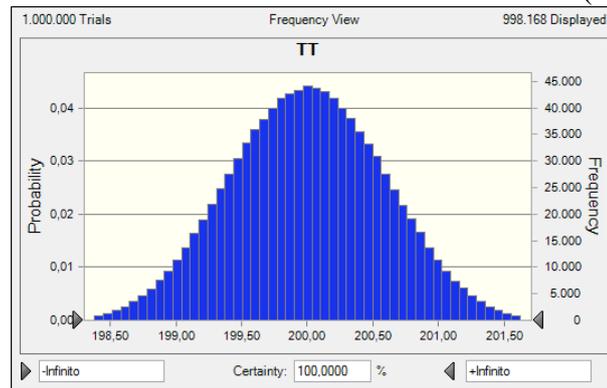
Figura 30 – Distribuições de probabilidade finais obtidas para combinação de variáveis de entrada de mesma ordem de grandeza.





(g) T-N

(h) T-R



(i) T-T

Fonte: o autor.

Nota-se, pela Figura 30, que a combinação de quaisquer distribuições tende a seguir um comportamento final normal coerentemente com o Teorema do Limite Central. A exceção foi para o caso R-R, que resultou em distribuição de probabilidade aproximadamente triangular. Isso decorre do fato de a distribuição retangular ser muito distinta da normal, de tal forma que a combinação de apenas duas distribuições retangulares, nesse caso, não resultou em uma distribuição final do tipo normal.