

Análise de técnicas de previsão: um estudo de caso para o volume de ações da Petrobras

Liane Werner (UFRGS) werner.liane@gmail.com

Cleber Bisognin (UFSM) cleberbisognin@gmail.com

Cristiano Werner Araujo (Viewbox Software) cristianowerneraraujo@gmail.com

Resumo:

Diante das proposições da indústria 4.0, responder habilmente as demandas das empresas tornou-se um ponto chave. Outros pontos são relevantes, não apenas a previsão de demanda de insumos e da programação da produção, mas também aqueles que dão suporte financeiro à empresa, como as ações negociadas na bolsa de valores. Desta forma, este trabalho tem como objetivo usar técnicas de previsões para averiguar qual delas é a mais adequada na previsão do volume diário de ações da Petrobras negociadas na BOVESPA. Para tanto, os dados históricos de 04 de janeiro de 2010 a 18 de setembro de 2018 serão utilizados para modelar e validar uma rede neural recorrente (RNN) e um modelo ARFIMA. Estes dois modelos servirão de base para obter três técnicas de combinações de previsões: média aritmética, variância mínima e por regressão. Para a tomada de decisão foram utilizadas as medidas de acurácia RMSE, MAPE e U de Theil. Encontrou-se que a combinação de previsões por média aritmética proporcionou as melhores medidas de acurácia.

Palavras chave: previsão, combinação de previsões, Petrobras, volume de ações

Analysis of forecasting techniques: a case study for the volume of Petrobras shares

Abstract

Given the propositions of the 4.0 industry, the ability to rapidly address companies demands is a key issue. Other issues are important besides demand forecast and production scheduling. An example of such issues is the prediction of stock market trading. Given that, this work uses prediction techniques and evaluate which of them is better suitable in the forecasting of the daily trade volume of Petrobras stocks in BOVESPA. To do so, a recurrent neural network (RNN) and an ARFIMA model are used based on the historical data ranging from 4th January 2010 to 18th September 2018. These two models will be the foundation for three prediction techniques: arithmetic mean, minimum variance and regression. The decision process is based on the following accuracy measures: RMSE, MAPE and Theil's U. It was found that the combination by the arithmetic mean provided the best accuracy measures.

Key-words: forecast, combining forecasts, Petrobras, volume of shares

1. Introdução

No século XXI a utilização da internet cresceu de forma espantosa e se alastrou gerando uma transformação na sociedade, na economia e, também na indústria. Com esta transformação, a

indústria foi impactada e quem não se adequar terá sua competitividade comprometida. Para sobreviver a estas mudanças é preciso combinar múltiplas tecnologias, como sistemas ciberfísicos, internet das coisas e computação em nuvem. Esta nova forma de vivenciar a empresa é a base da quarta revolução industrial, conhecida como indústria 4.0 (COSTA, 2017). As mudanças tecnológicas que fazem parte da indústria 4.0 vão trazer alterações profundas nas indústrias e serão nítidos os ganhos de produtividade, já que as máquinas terão informações para operar de maneira mais eficiente, atendendo assim as demandas solicitadas.

Diante das proposições da indústria 4.0, responder habilmente as demandas das empresas tornou-se um ponto chave, não apenas em questões de insumos e de programação da produção, mas também em outros pontos relevantes, tal como aqueles que dão suporte financeiro à empresa. Os analistas de investimento realizam a difícil tarefa de obter previsões, especialmente a respeito do futuro da economia.

Muitos investidores se utilizam da Análise Técnica - que se caracteriza pelo conjunto de técnicas e estudos apoiados nos movimentos históricos nos preços de mercado dos ativos financeiros - para a tomada da decisão de compra e venda de ativos financeiros, pois essa é muitas vezes a ferramenta mais acessível aos investidores (PAULA, 2016). Esta ferramenta atende ao quarto princípio da lei de Dow (volume deve confirmar a tendência). Desta forma, a análise do comportamento do volume de ações negociadas em relação ao movimento dos preços é uma forma de averiguar o comprometimento dos investidores em relação à tendência vigente. (TAYLOR, 2010).

Empresas que atuam com commodities precisam monitorar seus ativos financeiros, que em geral são ações negociadas na bolsa de valores. Porém para avaliar o comportamento dos valores das ações é necessário um acompanhamento do volume negociado destas. Para as empresas brasileiras não é diferente, elas também analisam o desempenho de suas ações na bolsa de valores. A Petrobrás juntamente com os bancos tem sido responsável por alavancar a maior bolsa de valores do país, a BOVESPA (INFOMONEY, 2018)

Conforme Varrela (2015), a partir de meados do ano de 2014 o cenário econômico-social do Brasil tem apresentado desafios para o setor petrolífero. No que se refere a Petrobrás, tais dificuldades decorrem, principalmente, de causas concomitantes como: o desenvolvimento da investigação criminal denominada operação Lava Jato; a crise internacional do petróleo, crise política brasileira. Mesmo dentro deste cenário complicado, a empresa continua sendo líder no segmento, muito devido ao monopólio de exploração que detinha desde 1953, quando foi criada, até 1997. Este período tão grande de monopólio permitiu que a empresa se consolidasse como a maior empresa brasileira, além disso, sempre possuiu uma grande força política (PORTELINHA; RAMOS, 2015).

Face ao exposto, este trabalho tem como objetivo usar técnicas de previsões para averiguar qual delas é a mais adequada com vistas a prever o volume diário de ações da Petrobras negociadas na BOVESPA. Para tanto, serão utilizados neste estudo os dados da série histórica do volume e serão modelados por uma rede neural, um modelo ARFIMA e por três técnicas de combinação de previsões.

2. Referencial teórico

Nesta seção são apresentados o modelo ARFIMA(p,d,q) e a Redes Neurais Recorrente que serão usados como técnicas de previsão base neste estudo de caso. Além destes dois métodos de previsão serão utilizados três métodos de combinação de previsões.

Definição 1: Seja $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ um processo estocástico satisfazendo a equação (1).

$$\phi(B)(1 - B)^d(X_t - \mu) = \theta(B)\varepsilon_t \quad (1)$$

onde μ é a média do processo, $\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ é um processo ruído branco, B é o operador defasagem de retardo, isto é, $B^j(X_t) = X_{t-j}$, para $j \in \mathbb{N}$ e ϕ e θ , são os polinômios de ordem p e q , respectivamente.

Então, $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ é um processo auto-regressivo fracionariamente integrado de média móvel de ordem (p,d,q) , denotado por ARFIMA (p,d,q) , onde d é o grau de diferenciação. Para a estimação dos parâmetros dos processos ARFIMA (p,d,q) foi utilizado o estimador de verossimilhança aproximado de Whittle, que foi proposto pelo autor em 1951 e é baseado em Cadeias de Markov.

Hosking (1981), demonstra que os processos ARFIMA (p,d,q) são estacionários se $d < 1/2$ e as raízes da equação $\phi(z) = 0$ estão fora do círculo unitário; e é invertível se $d > -1/2$ e as raízes da equação $\theta(z) = 0$ estão fora do círculo unitário. Seja $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ um processo ARFIMA (p,d,q) , causal e inversível definido na equação (1), com média igual a zero. Então, para todo $h \geq 1$, a previsão de erro quadrático médio mínimo é dada pela equação (2).

$$\hat{X}_n(h) = \sum_{k \in \mathbb{N}} \pi_k \hat{X}_n(h - k), \quad (2)$$

onde: os coeficientes $\{\pi_k\}_{k \in \mathbb{Z}_\geq}$ são os coeficientes da representação autoregressiva infinita (BISOGNIN; LOPES, 2009).

Redes neurais recorrentes (*recurrent neural network* - RNN) consiste de uma variação de Redes Neurais Artificiais cujas saídas são realimentadas para a entrada. Isso permite usar um conjunto menor de neurônios para representar a mesma informação, além disso, essa realimentação permite que problemas de previsão ao longo do prazo sejam modelados de forma mais simples.

Hochreiter; Schmidhuber (1997) estenderam o conceito de redes neurais recorrentes, contrastando sua proposta com diversas topologias de RNN já conhecidos na época. Um dos principais problemas endereçado por eles é o *vanishing gradient*, onde as implementações anteriores de redes neurais perdiam a informação referente às primeiras entradas de treinamento em detrimento das últimas. O modelo proposto por eles é denominado *Long Short-Term Memory* - LSTM. A arquitetura da Rede LSTM é similar ao *Multilayer Perceptron*, com uma camada de entrada, uma camada de saída e uma camada oculta. A diferença é que na camada oculta existem mais unidades: memória e portões (*gates*) que armazenam a informação de previsões anteriores e realimentam a camada oculta com elas.

Buscando melhorar a acurácia das previsões surgiu o método intitulado combinação de previsões. Segundo Costantini; Pappalardo (2010), este método consiste em utilizar um mecanismo para captar os diversos fatores que afetam cada técnica de previsão individual usada como base de obtenção da previsão combinada.

O método da variância mínima, proposto por Bates; Granger (1969) consiste em realizar a combinação linear de duas previsões com diferentes pesos, atribuindo menor peso às previsões de maior variabilidade nos erros absolutos e considerar a correlação existente entre os erros absolutos das duas previsões individuais realizadas. Neste método a combinação das previsões é obtida atribuindo-se um peso para cada uma das previsões individuais que serão

combinadas. Sua estrutura é apresentada conforme equação (3).

$$F_c = wF_1 + (1 - w)F_2, \quad (3)$$

onde: F_1 e F_2 são as previsões individuais a serem combinadas e w é o peso atribuído a previsão de menor variância e o peso w é obtido conforme equação (4).

$$w = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}, \quad (4)$$

onde ρ é o valor da correlação linear entre os erros das previsões obtidas em F_1 e F_2 , σ_1^2 é a variância dos erros de previsão de F_1 e σ_2^2 é a variância dos erros de previsão de F_2 .

Segundo Blanc; Setzer. (2016), devido à instabilidade dos pesos ao longo do tempo na matriz de covariância dos erros das previsões individuais a média aritmética simples configura-se como uma boa alternativa. Além disso, é um o método um dos métodos mais conhecidos por ser fácil de calcular, o que ampliou sua popularidade como método de combinação de previsões.

Usar a ideia de análise de regressão para estabelecer um método de combinação chamou a atenção de Granger et al. (1984). Os autores propuseram realizar uma regressão, utilizando o Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), sendo a predição (valor dentro da amostra) combinada como variável resposta e as previsões individuais como variáveis explicativas.

Para averiguar qual a melhor técnica de previsão, seja individual ou combinação é preciso o auxílio de medidas de acurácia. A palavra acurácia refere-se a qualidade do ajuste do modelo ou da combinação em reproduzir os dados que já são conhecidos (MAKRIDAKIS et al., 1998). Segundo Kim; Kim (2016) a medida de acurácia MAPE (erro percentual absoluto médio) é a mais popular dentre as existentes, além desta, sugerem o uso de medida dependentes da escala, que são indicadas para comparar técnicas de previsão, como a RMSE (*root mean square error*) e o coeficiente U de Theil que analisa a qualidade das previsões de forma que, quanto mais próximo de zero estiver, significa que o erro de previsão, gerada pelo método, é menor que da previsão ingênua.

3. Metodologia

Os dados são provenientes do Yahoo Finanças (<https://br.financas.yahoo.com>). O Yahoo Finanças, é um site onde você obtém grátis cotações, notícias atualizadas, recursos de gerenciamento de portfólio, dados do mercado internacional, dados, etc. Serão utilizadas as 2157 observações diárias regularmente disponíveis, da série temporal volume de ações negociadas da Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras (PETR3.SA), de 04/01/2010 a 18/09/2018. Os dados foram acessados em 19/09/2018. O uso deste período se deve ao fato de este período de dados estar completo de forma contínua (sem dados faltantes) que se encontra na internet e que foram encontrados pelos autores.

Para ajustar as técnicas individuais, modelo ARFIMA e pela técnica de RNN foi utilizado o período de 04/01/2010 a 20/09/2016 para realizar a modelagem ou treino da rede e o para validação dos métodos foi utilizado o período 21/09/2016 a 18/09/2018.

O ajuste do modelo ARFIMA foi realizado utilizando a rotina *arfima* do pacote *forecast* do software R 3.4.0. No caso dos processos ARFIMA (p,d,q) , utilizamos a rotina *arfima*, do pacote *forecast* que seleciona automaticamente o melhor modelo baseado na log-verossimilhança. Uma vez que os parâmetros do modelo são estimados, os resíduos do modelo serão analisados por meio da aplicação do teste de Box-Pierce, que examina se os resíduos são não correlacionados. Para isto, será utilizada a rotina *Box.test*.

O modelo LSTM utilizado nesse artigo foi implementado usando bibliotecas consolidadas para isso na linguagem de programação Python usando em conjunto as bibliotecas *Keras* (Chollet et al. (2015)) e *Scikit-Learn* (Pedregosa et al. (2011)) usando como infraestrutura o *TensorFlow* (Abadi et al (2015)).

Uma vez que os modelos a serem utilizados foram definidos e os seus parâmetros foram estimados, serão aplicadas as técnicas de combinação de variância mínima, média aritmética e por regressão, implementadas no software R. Tais combinações serão obtidas somente utilizando dois modelos individuais.

A verificação da acurácia dos métodos individuais de previsão foram obtidos para três períodos: de 04/01/2010 a 20/09/2016 (dentro da amostra no período de modelagem/treino); para o período de 21/09/2016 a 18/09/2018 (também dentro da amostra no período de validação/teste) e por fim para o período global do estudo. As medidas de acurácia a serem obtidas são MAPE (média dos erros percentuais absolutos) e pelo U de Theil. As medidas foram calculadas utilizando-se a rotina *accuracy* do pacote *forecast*.

4. Resultados e Discussões

Uma vez que o interesse é encontrar uma técnica adequada prever o volume negociado de ações da Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras (PETR3.SA). Para tanto, obtivemos as previsões utilizando os modelos ARFIMA (p,d,q) e Redes Neurais e suas respectivas combinações.

Como análise preliminar foi construído um gráfico temporal. A Figura 1 apresenta o gráfico da série temporal do volume negociado de ações da Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras (PETR3.SA), de 04/01/2010 a 18/09/2018.

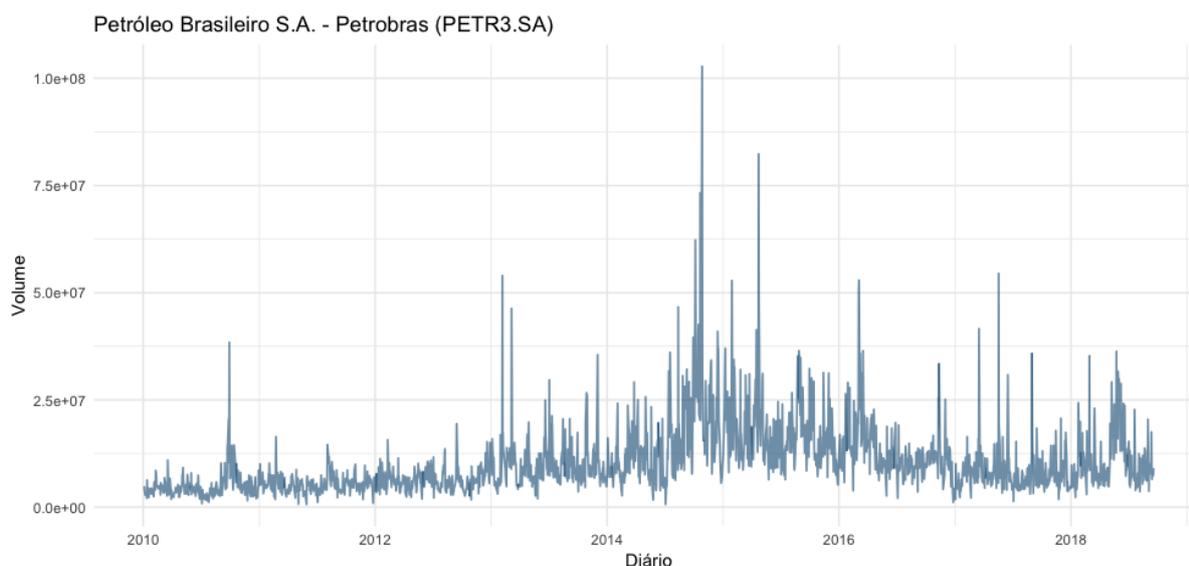


Figura 1 – Série temporal do volume negociado de ações da Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras (PETR3.SA), de 04/01/2010 a 18/09/2018. Fonte: Os Autores

A Figura 2 apresenta a função de autocorrelação amostral da série temporal em análise em todo o período do estudo. É possível perceber que a mesma apresenta a característica de longa dependência. Uma vez que se têm indícios dos componentes presentes na série, após esta análise os modelos indicados foram estimados. A seguir são apresentados os modelos que foram ajustadas à Série Temporal do volume negociado de ações da Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras (PETR3.SA), no período de 04/01/2010 a 20/09/2016.

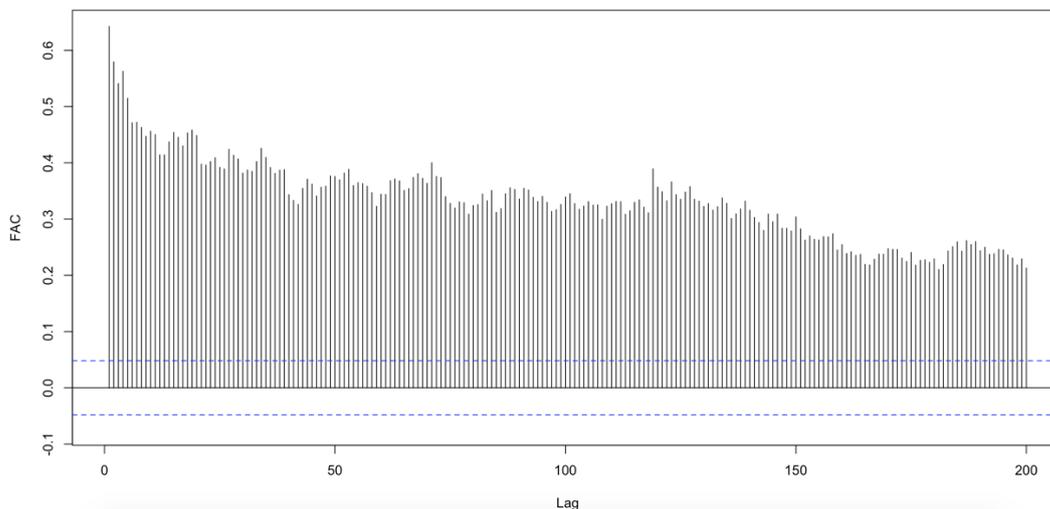


Figura 2 – Função de Autocorrelação Amostral da Série temporal do volume negociado de ações da Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras (PETR3.SA), de 04/01/2010 a 18/09/2018. Fonte: Os Autores

Modelo 1 - Modelo ARFIMA (p,d,q) . Inicialmente foi aplicada uma transformação nos dados, a função logarítmica e a seguir foi ajustado, como mostra a Tabela 1, o modelo ARFIMA $(1,d,1)$. Para este modelo, a variância estimada foi igual a $\hat{\sigma}^2 = 0.171601$, a log-verossimilhança: -895 e Critério de Informação de Akaike AIC=1798,0776. Para a análise de resíduos foi realizado o teste de Box-Pierce. O p -valor encontrado foi de 0,374, indicando que os resíduos do modelo são não correlacionados, sendo assim, o modelo proposto é adequado.

Parâmetros	Estimativa	Erro Padrão	Estat. z	P(> z)
d	0,3325	0,00698	47,64	<2e-16
ϕ_1	0,9974	0,01622	61,48	<2e-16
θ_1	0,9862	0,00978	100,79	<2e-16
Log Verossimilhança: -895; AIC = 1798,077				
Teste Resíduos (Box-Pierce): p-valor=0,374				

Fonte: Os Autores.

Tabela 1 - Modelo ARFIMA(1,d,1) ajustado, após aplicada a transformação logarítmica

Modelo 2 – O modelo implementado consiste de uma rede LSTM com 4 *gates* em cada célula e uma entrada única, ou seja, o valor anterior no tempo. O número de épocas (iterações de treinamento) para treinamento utilizado foi de 100. A implementação requer valores entre 0 e 1 como entrada. Para tal, os valores foram escalados e convertido para a escala original usando a rotina *MinMaxScaler* da biblioteca *Scikit-Learn*.

O cálculo das predições, obtidas no período de modelagem (dentro da amostra) e das previsões, obtidas no período de validação e/ou teste (dentro da amostra) dos modelos e suas respectivas combinações possibilitou a avaliação da acurácia, feita por meio do RMSE,

MAPE e U de Theil. A Tabela 2 apresenta as medidas de acurácia das predições e previsões (dentro da amostra) utilizando os Modelos 1 e 2 ajustados. Observa-se que o Modelo 2 apresentou menores medidas de acurácia do que o Modelo 1 para o período de predição dentro da amostra (04/01/2010 a 20/09/2016). No que se refere ao período de previsão dentro da amostra (21/09/2016 a 18/09/2018), o Modelo 1 possui duas medidas de acurácia menores, o RMSE e o MAPE, contudo a medida U de Theil foi melhor para o Modelo 2 neste período.

Predição para o período - 04/01/2010 a 20/09/2016			
MODELO	RMSE	MAPE	U de Theil
ARFIMA	5953851	33,87757	0,2432265
RNN	3482329	20,53046	0,1358441
Previsão para o período - 21/09/2016 a 18/09/2018			
MODELO	RMSE	MAPE	U de Theil
ARFIMA	5990726	48,42026	0,2915615
RNN	6241322	52,52313	0,2774282

Fonte: Os Autores.

Tabela 2 - Medidas de acurácia dos Modelos 1 e 2, para a predição e previsão da série temporal

Após o ajuste dos modelos ARFIMA(p,d,q) e RNN, passou-se a obtenção dos peso w pelo método de variância mínima e a estimação dos coeficientes da combinação pelo método de regressão. Na Tabela 3 encontra-se as estimativas do referido peso e os coeficientes da combinação pelo método de regressão, utilizando o método dos Mínimos Quadrados Ordinários, bem como o R^2 ajustado para a regressão.

\hat{w}	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	R^2
0,2764	-0,209	1,248	0,9398

Fonte: Os autores.

Tabela 3 – Peso e coeficientes dos modelos de combinação de previsão

A Tabela 4 apresenta as medidas de acurácia RMSE, MAPE e U de Theil para as combinações de previsões por variância mínima, média aritmética e regressão linear pelo método dos mínimos quadrados, nos dois períodos de análise (dentro da amostra).

Predição para o período - 04/01/2010 a 20/09/2016			
Combinação de Previsões	RMSE	MAPE	U de Theil
Variância Mínima	5093377	27,5859	0,2064224
Regressão Linear	3300485	25,20993	0,1245956
Média Aritmética	4468114	23,46743	0,1794036
Previsão para o período - 21/09/2016 a 18/09/2018			
Combinação de Previsões	RMSE	MAPE	U de Theil
Variância Mínima	5809823	48,62837	0,2666605
Regressão Linear	6864753	59,90206	0,2917056
Média Aritmética	5655175	46,85157	0,2655146

Fonte: Os autores.

Tabela 4 - Medidas de acurácia das combinações de previsão

Para o período de 04/01/2010 a 20/09/2016 a combinação de previsão por regressão linear apresentou menores medidas de acurácia RMSE e U de Theil, a combinação de previsão por média aritmética apresentou menor MAPE. Para o período de 21/09/2016 a 18/09/2018 a combinação de previsão por média apresentou as menores medidas de acurácia. Cabe ressaltar que, as previsões de ambos os modelos e todas as combinações de previsão apresentaram valor da estatística de U de Theil relativamente pequenas, indicando que todas as previsões possuem menor erro de predição que a chamada predição ingênua ou trivial.

Concluindo a análise da série temporal do volume negociado de ações da Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras (PETR3.SA) encontrou-se que as medidas de acurácia da combinação de previsões por média aritmética é a mais adequada para a previsão dos valores futuros da série temporal em estudo.

A Figura 3 apresenta as previsões, para o período de 31/07/2018 a 18/09/2018, da série temporal do volume negociado de ações da Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras (PETR3.SA) utilizando a combinação de previsões por média aritmética dos Modelos 1 e 2. Observa-se ainda que esta combinação capta, na maioria dos casos, o comportamento dos dados.

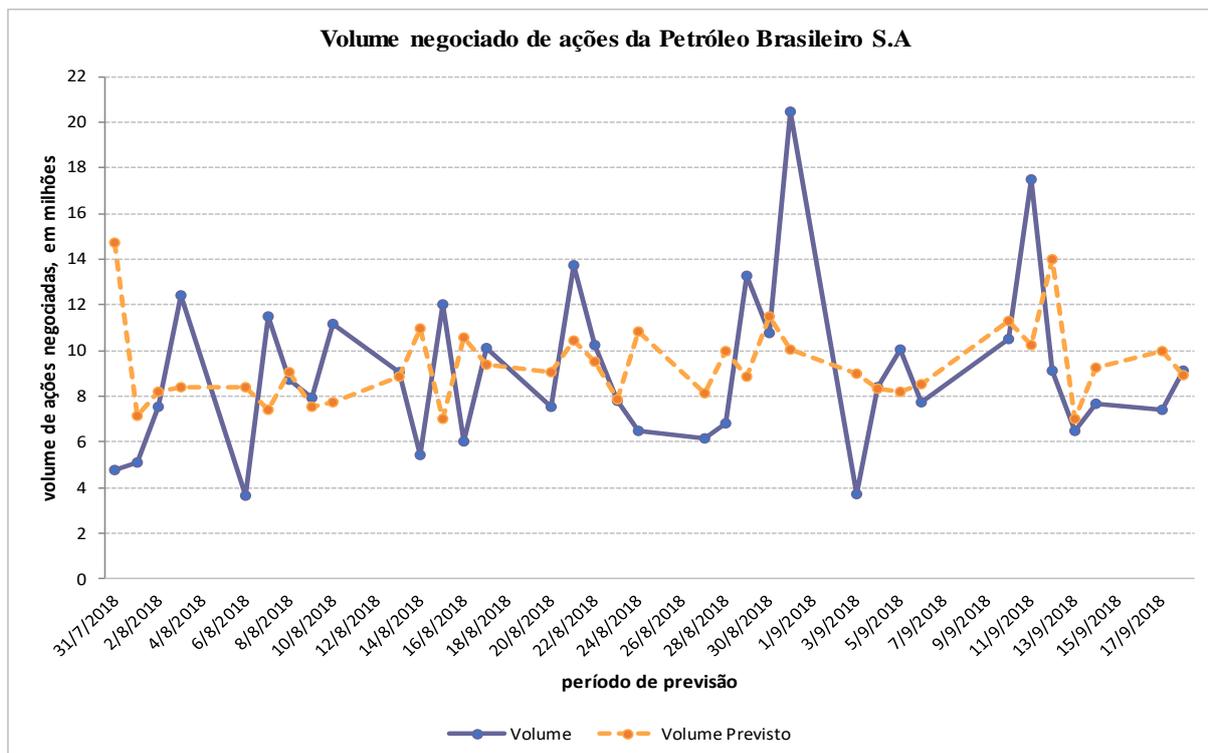


Figura 3 – Dados observados e as previsões do volume negociado de ações da Petrobras, no período de 31/07/2018 a 18/09/2018, usando o método de combinação de previsões a média aritmética. Fonte: Os autores.

5. Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo usar técnicas de previsões para averiguar qual a mais adequada para prever o volume diário de ações da Petrobras negociadas na BOVESPA. Para isto foi utilizado a série temporal diária no período de 04 de janeiro de 2010 a 18 de setembro de 2018.

Inicialmente foi realizada uma análise preliminar da série temporal visando avaliar a estacionariedade da série. Após, foram ajustados dois modelos individuais com base no

período de 4 de janeiro de 2010 até 20 de setembro de 2016. O primeiro modelo ajustado foi o ARFIMA(1,d,1), sendo que a estimativa de d é igual a 0,3325. O segundo modelo ajustado foi uma RNN implementada por uma rede LSTM com 4 *gates* em cada célula e uma entrada única, ou seja, o valor anterior no tempo. Com base nos dois modelos ajustados, foram obtidas as combinações das previsões para três técnicas: média; regressão via MQO e por variância mínima.

Para avaliar qual a técnica mais acurada entre as combinações e os modelos individuais foram obtidas três medidas de acurácia, a saber: RMSE; MAPE e U de Theil, focado em dois períodos diferentes.

O primeiro deles consiste no período de modelagem (4 de janeiro de 2010 até 20 de setembro de 2016), de onde observa-se que a combinação de previsão por regressão linear apresentou as melhores medidas de acurácia RMSE e U de Theil, já a combinação de previsão por média aritmética apresentou melhor MAPE.

Já para o período o segundo, de 21 de setembro de 2016 a 18 de setembro de 2018, período dentro da amostra utilizado para validação dos modelos, a combinação das duas previsões utilizando a técnica de média aritmética apresentou as melhores medidas de acurácia.

Na busca pela melhor forma de obter previsões para o volume diário de ações da Petrobras, dentre as cinco técnicas estudadas, encontrou-se que a combinação de previsões por média aritmética do modelo ARFIMA obtido e a rede RNN estimada via LSTM proporcionou as melhores medidas de acurácia em quatro das seis situações comparadas (três medidas de acurácia e dois períodos de estudo).

Referências

ABADI, M. et al. *TensorFlow: Large-scale machine learning on heterogeneous systems*, 2015. Disponível em: <https://www.tensorflow.org/>. Acesso em: 28 de setembro de 2018.

BATES, J. M. e GRANGER, C. W. The combination of forecasts. *Operational Research Quarterly* v. 20 n. 4, p. 451–468. 1969.

BISOGNIN, C. e LOPES, S. R. C. Properties of seasonal long memory processes. *Mathematical and Computer Modelling*, v.49, n.9-10, p.1837–1851, 2009.

BLANC, S. M.; SETZER, T. When to choose the simple average in forecast combination. *Journal of Business Research*. v. 69, n. 10, p. 3951-3962. Oct. 2016.

CHOLLET, F. et al. Keras. <https://keras.io>. 2015. Disponível em: <https://keras.io/getting-started/faq/#how-should-i-cite-keras>. Acesso em: 28 de setembro de 2018.

COSTA, C. Indústria 4.0: o futuro da indústria nacional. *POSGERE*, v. 1, n. 4, Número Especial Automação, p. 5-14, set.2017.

COSTANTINI, M.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for the combination of forecasts. *International Journal of Forecasting*, v. 26 n.4, p.725–743, 2010.

GRANGER, C.W.J.; RAMANATHAN, R. Improved methods of combining forecasts. *Journal of Forecasting*, v.3, n.2, p.97–204, 1984.

HOCHREITER, S.; SCHMIDHUBER, J. Long Short-Term Memory. *Neural Computing*. v.9, n.8, p. 1735-1780, November 1997.

HOSKING, J.R.M. Fractional Differencing. *Biometrika*, v. 68, n.1, p. 165-176, 1981.

INFOMONEY. *Vale, Petrobras e bancos correspondem a metade do "novo" Ibovespa*. Publicado em: 03 de setembro de 2018. Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/mercados/acoes-e-indices/noticia/7599809/vale-petrobras-e-bancos-correspondem-a-metade-do-novo-ibovespa>. Acesso em: 27 setembro de 2018.

KIM, S.; KIM, H. A new metric of absolute percentage error for intermittent demand forecasts. *International Journal of Forecasting*, v. 32, n.3, p. 669-679, July–September 2016,

MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S.; HYNDMAN, R.J. *Forecasting Methods and Applications*. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.

PEDREGOSA, F. et al. Scikit-learn: Machine Learning in Python, *Journal of Machine Learning Research*, v. 12, p. 2825-2830, 2011. Disponível em: <http://scikit-learn.org/stable/about.html> Acesso: 28 de setembro de 2018.

PORTELINHA, M. A. M.; RAMOS, R. F. *Uma análise da atual situação da petrobras e a influência das crises sobre os níveis de produção*. Rio de Janeiro: UFRJ / Escola Politécnica, 2015. 49 p.

PAULA, M. A. *O estudo da eficiência de padrões de reversão na análise técnica de investimentos das empresas Petrobras, Vale e Itaú no período de 2006 a 2016*. Trabalho de conclusão (MBA em finanças e Mercados de capitais). Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (Unijuí), 2016.

TAYLOR, V. S. *A relevância da análise técnica para selecionar ações*. Trabalho de conclusão de curso. Escola de Administração. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Curso de Administração. 2010.

VARELLA, M. D. A necessidade de repensar os mecanismos da responsabilidade ambiental em caso de riscos de vazamento de petróleo na zona econômica exclusiva no Brasil. *Direito Internacional*, v. 12, n. 1, p 241-249, 2015.