



FLUXO DE CALOR NÃO-ESTACIONÁRIO EM MEIOS MULTI-COMPOSTOS

Paulo Otto Beyer

Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
90050-170 - Porto Alegre - RS - Brasil



SUMÁRIO

Neste trabalho é apresentada uma metodologia semi-analítica para o cálculo do fluxo de calor não-estacionário em meios multi-compostos. O método baseia-se na aplicação da transformada de Laplace e inversão numérica por quadratura de Gauss. O método é aplicado à paredes externas de edificações sujeitas à radiação solar e convecção para o ar. As paredes são compostas por vários meios com propriedades térmicas diferentes. Faz-se uma ampla revisão bibliográfica e análise de erro para o método.

INTRODUÇÃO

A motivação que levou ao desenvolvimento deste assunto foi basicamente o fato de que a envoltória das edificações apresenta um comportamento térmico não-estacionário, principalmente pelo fato das condições externas jamais estacionarem como conjunto. Este comportamento reflete-se diretamente no comportamento térmico dos ambientes internos da edificação, interferindo em aspectos importantes como conforto térmico e dimensionamento dos sistemas de climatização, e consequente consumo de energia.

Procura-se então uma metodologia capaz de realizar de forma semi-analítica o cálculo dos fluxos de calor existentes na envoltória da edificação. Neste trabalho é dada especial atenção à paredes externas multicompostas.

A metodologia analítica procurada apresenta como principal vantagem em relação aos métodos numéricos tradicionais o fato de não necessitar incrementos seqüenciais no tempo e/ou espaço. Esta metodologia poderá futuramente ser incorporada à programas computacionais de dimensionamento ou simulação de sistemas de climatização.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Foram procurados trabalhos versando sobre a difusão de calor e migração de umidade não-estacionários em meios multi-compostos. Os trabalhos encontrados foram divididos em quatro grupos: Métodos numéricos, funções de transferência, métodos analíticos e transformada de Laplace.

Métodos Numéricos. Os trabalhos encontrados foram subdivididos em difusão de calor e migração de umidade, análise de pontes térmicas e medições experimentais.

Difusão de calor e migração de umidade. Spolek et al (1985) preocupam-se com o fato de que o isolamento de paredes para conservação de energia aumenta a possibilidade de condensação de umidade no interior destas. Ojanen e Kohonen (1989) analisam a influência higrótérmica da convecção do ar na estrutura de paredes. Burch e Thomas (1992) apresentam uma análise da acumulação de umidade em uma parede multicamada de madeira sujeita ao clima de inverno, através de um modelo transiente, unidimensional, em diferenças finitas, que prediz a transferência acoplada de calor e massa. Karagiozis e Kumaran (1993)

verificam o desempenho de barreiras contra vapor em paredes através de análises numéricas.

Pontes térmicas. Standaert (1985) analisa pontes térmicas transientes bi e tridimensionais por métodos numéricos, baseados em técnicas de balanço energético. Burch (1992) faz uma avaliação de pontes térmicas utilizando um modelo em diferenças finitas para predizer o desempenho térmico estacionário e transiente.

Metodologias experimentais. Chorneyko e Besant (1989) apresentam um modelamento térmico da base de uma edificação com e sem piso isolado, através da instrumentação do porão de uma casa para medir os fluxos de calor e distribuição de temperaturas nas paredes isoladas e piso não isolado durante um ano.

Funções de Transferência e Funções Z. Foram divididas em funções de transferência e transformada Z.

Funções de transferência. Ackerman e Dale (1987) comparam medições experimentais e previsões computacionais das perdas de calor em paredes de concreto isoladas e não-isoladas de porões em climas frios. Burch et al (1990) mostram uma comparação de dois métodos de teste para determinar os coeficientes da função de transferência para uma parede usando um calorímetro de câmara quente calibrada, onde verifica experimentalmente e compara dois métodos de teste dinâmico para caracterizar o desempenho térmico transiente de paredes compostas. Seem et al (1990) apresentam um modelo para reduzir as funções de transferência, colocando que os métodos da função de transferência são mais eficientes para resolver problemas de transferência de calor transientes de tempos longos que Euler, Crank-Nicolson ou outras técnicas clássicas. Mais recentemente, Spitler e McQuiston (1993) desenvolvem um manual para cálculo de cargas de aquecimento e resfriamento, na forma do novo ASHRAE Cooling and Heating Load Calculation Manual, com ênfase em novas técnicas e dados.

Transformada Z. Eunilkim (1988) discute as bases e formalismo dos fatores de peso ambiental em termos de funções de transferência discretas de um modelo de zona simples, utilizando técnicas de transformada-Z, para analisar os fenômenos de transferência energética transiente em edificações. Haghghat e Liang (1992) apresentam uma revisão das alternativas de determinação da condução de calor transiente através da envoltória de edificações. Krarti et al (1994) descrevem um algoritmo que calcula a transferência detalhada de calor entre o solo e edifícios, com análise do efeito do isolamento. Uma forma semelhante

às funções Z são os fatores de resposta. Irving (1992) coloca que os fatores de resposta térmica oferecem uma forma acurada do desempenho dos componentes da edificação.

Métodos Analíticos Gerais. Nesta seção serão vistos métodos analíticos que não utilizam a transformada de Laplace. Apresentam a subdivisão: Separação de variáveis e séries de potência, métodos integrais e outros métodos analíticos.

Separação de variáveis e séries de potência. Burow e Weigand (1990) analisam a condução de calor unidimensional em um sólido semi-infinito onde a temperatura superficial é uma função harmônica periódica. Chang e Payne (1991) procuram uma solução analítica exata para a condução de calor em uma placa com duas camadas de materiais diferentes com condutividade linearmente dependente da temperatura. Tsai e Crane (1992) preocupam-se com a transferência de calor entre superfícies com contato imperfeito. Choudhury e Jaluria (1994) obtêm uma solução analítica para a distribuição de temperatura transiente em uma placa plana e em uma barra cilíndrica de comprimento finito movendo-se a velocidade constante com transferência de calor convectivo na superfície.

Métodos integrais. Haji-Sheikh e Beck (1990) apresentam um procedimento para obter soluções precisas para muitos problemas de condução transiente em geometrias complexas usando um método integral baseado em Galerkin (IBG). Vujanovic e Jones (1990) consideram três métodos analíticos para procurar as soluções aproximadas de problemas de condução de calor unidimensional, transiente e não linear baseando-se nas equações canônicas de transferência de calor. Bouzidi (1991) propõe um modelo analítico para o tratamento da difusão térmica não-estacionária e unidirecional em uma parede multicamada plana, cilíndrica ou esférica.

Outros métodos analíticos. Shapiro e Motakef (1990) investigam experimental e analiticamente a transferência de calor e massa unidimensional transiente com troca de fase em uma placa porosa. Caulk (1990) desenvolve um método especial para calcular as temperaturas da solução estacionária periódica em corpos sólidos com condições de contorno em alta-freqüência, com coeficientes variáveis temporais determinados por um método Galerkin. Grandjean e Thibault (1991) apresentam um novo critério para assumir resistência térmica interna negligenciável em problemas de condução de calor transientes. Claridge (1992) apresenta o TC 4.7 Procedimento para Análises Energéticas Simplificadas (PAES), que não incorpora massa térmica como um fator na estimativa das necessidades energéticas de aquecimento e resfriamento de um prédio. Hou et al (1993) apresentam um método de elementos discretos para meios compostos e condução de calor unidimensional, utilizando a função de Green. Wei e Shian (1993) apresentam uma solução analítica para o campo tridimensional de temperaturas no líquido e zonas termicamente afetadas ao redor de uma cavidade de solda produzida por uma radiação móvel distribuída de densidade energética baixa ou alta. Xin e Tao (1994) investigam uma solução analítica para a condução de calor transiente em dois meios semi-infinitos em contato com diversos materiais.

Transformada de Laplace. Neste item serão apresentados métodos que utilizam a transformada de Laplace, divididos em métodos híbridos e inversão por séries ou tabelas.

Métodos híbridos. Estes métodos em geral utilizam a Transformada de Laplace associada com alguma metodologia numérica. Chen e Chang (1990) desenvolvem uma aplicação do método híbrido em problemas inversos de condução de calor combinando transformada de Laplace e elementos finitos. Kolev e Van der Linden (1993) apresentam uma aplicação da transformada de Laplace na solução de problemas de transferência de

calor e massa transientes em sistemas de escoamento. Chen e Lin (1993) investigam uma simulação numérica da condução de calor hiperbólico.

Inversão por séries ou tabelas. Kolev e Pungor (1987) discutem o problema de resolver numericamente modelos hidráulicos baseados no fluxo tamponado disperso axialmente pela transformada de Laplace, que é aplicável para o modelamento matemático de diferentes fluxos através de sistemas. Ku e Chan (1990) propõe uma técnica para estender o método da transformada de Laplace de forma a obter uma solução de forma fechada para problemas não lineares de troca de fase, utilizando transformadas inversas conhecidas. Blackwell (1990) obtém uma solução analítica para o perfil de temperatura em um sólido semi-infinito com uma fonte com decaimento exponencial e condição de contorno convectiva usando transformadas de Laplace e soluções tabeladas da transformada inversa. Zedan e Mujahid (1993) desenvolvem um método preciso e eficiente para calcular a resposta transiente de uma parede composta sujeita a fluidos com temperatura variável periodicamente em um lado e constante no outro.

DESENVOLVIMENTO DO PROBLEMA

Seja um elemento multicomposto por diversos meios i , sendo que i varia de 1 até M . O problema tem no lado esquerdo uma temperatura $T_a(t)$, função horária cíclica, que será posteriormente analisada, e um coeficiente de convecção conhecido. No lado direito existe uma temperatura e um coeficiente de convecção, ambos constantes. Os meios i são compostos por materiais diferentes, sendo que entre eles pode ou não existir contato térmico perfeito.

A equação básica do problema é:

$$\frac{\partial^2 T_i(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{\partial T_i(x,t)}{\partial t} \quad \begin{matrix} x_i < x < x_{i+1} \\ i = 1, 2, \dots, M \\ t > 0 \end{matrix} \quad (1)$$

sujeita às condições de contorno, interface e inicial acima definidas, que podem ser vistas em Beyer (1995).

O problema resolvido considera contato térmico perfeito entre os meios. A condição inicial é uma função que deve ser ajustada conforme a distribuição de temperaturas nos diversos meios ao fim de cada período de cálculo, no caso de condição externa cíclica.

SOLUÇÃO ANALÍTICA

Aplicando a Transformada de Laplace à equação básica do problema 1 vem:

$$\frac{d^2 \bar{T}_i(x,s)}{dx^2} - \frac{s}{\alpha_i} \bar{T}_i(x,s) = -\frac{T_{oi}(x)}{\alpha_i} \quad (2)$$

Nesta equação $\bar{T}_i(x,s) = L\{T_i(x,t); t \rightarrow s\}$, onde L é o operador transformada de Laplace. Deve-se também aplicar a Transformada de Laplace às condições de contorno e após propor uma solução para a equação 2, qual seja:

$$\begin{aligned} \bar{T}_i(x,s) = & A_i(s) \exp(-R_i x) + B_i(s) \exp(R_i x) \\ & + \frac{\exp(-R_i x)}{2R_i \alpha_i} \int_{x_i}^x \exp(R_i x) (a_i + b_i x + c_i x^2) dx \\ & - \frac{\exp(R_i x)}{2R_i \alpha_i} \int_x^{x_{i+1}} \exp(-R_i x) (a_i + b_i x + c_i x^2) dx \end{aligned} \quad (3)$$

Nesta equação R_i vale $\sqrt{s/\alpha_i}$ e a distribuição inicial de temperaturas $T_{oi}(x)$, para melhor ajuste ao campo inicial real de temperaturas, é tomada como polinômios quadráticos $a_i + b_i x + c_i x^2$. As exponenciais constantes da equação formam uma base para uma solução apropriada. A equação 3 deve ser integrada e após deve ser colocada junto com suas derivadas nas condições de contorno. Com isto pode-se montar um sistema linear para obtenção dos coeficientes A_i e B_i . Este sistema linear tem a variável s complexa participando do cálculo dos coeficientes. Estes coeficientes devem ser colocados nas equações da função $T_i(x,t)$, solução do problema 1a, que é encontrada pela fórmula de inversão da transformada de Laplace. Neste trabalho utiliza-se o cálculo desta integral de inversão por Quadratura Gaussiana, substituindo-se a variável complexa s pelos valores dos pontos da Quadratura.

QUADRATURA GAUSSIANA

A quadratura de Gauss é um método de integração numérica que utiliza intervalos com espaçamentos desiguais. Utiliza polinômios ortogonais para aproximação das funções a serem integradas. Como estes polinômios efetivamente aproximam as funções, pode-se utilizar esquemas de integração numérica baseadas em polinômios ortogonais. A derivação das fórmulas de quadratura, em termos gerais, inclui a normalização do intervalo de integração, a amostragem da função a ser aproximada nas raízes desigualmente espaçadas do polinômio ortogonal e a geração do polinômio de interpolação. As fórmulas de quadratura são então desenvolvidas pela integração de polinômios de interpolação. A escolha do polinômio depende do tipo de função e dos limites de integração.

A aproximação numérica da integral é (Hornbeck 1975):

$$\bar{I} = C [A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2) + \dots + A_n f(x_n)] \quad (4)$$

onde os x_i são os n pontos com espaçamento variável determinados pelo tipo e grau do polinômio ortogonal utilizado, e os A_i são os fatores de peso encontrados no curso da derivação. O termo C é uma constante determinada pelos limites da integral.

Para utilização da quadratura de Gauss, deve-se colocar que a solução do problema 3 é feita pelo retorno do domínio s para o domínio t , através da integral de inversão:

$$T_i(x,t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{s=c-j\infty}^{c+j\infty} \exp(st) \bar{T}_i(x,s) ds \quad (5)$$

Fazendo $st = p$ para obter uma integral definida sem o parâmetro t no termo exponencial, introduzindo o termo $c'=c/t$, escolhendo a fórmula de Quadratura Gaussiana apropriada, segundo Heydarian e Mullincaux (1981) e relacionando a função $F(p_k)$ com a função $\bar{T}_i(x, p_k/t)$, que deve ser invertida, tem-se:

$$\begin{aligned} T_i(x,t) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \exp(p) \frac{\bar{T}_i(x, p_k/t)}{t} dp = \\ &= \sum_{k=1}^n A_k (p_k/t) \bar{T}_i(x, p_k/t) \end{aligned} \quad (6)$$

Pode-se então calcular $T_i(x,t)$ substituindo-se s por p_k/t . Os termos A_k e p_k podem ser encontrados para até $n = 24$ com 30 casas decimais em Stroud e Secrest (1966). A substituição $s \rightarrow p_k/t$ é utilizada para encontrar as constantes de integração A_i e B_i do problema e junto com os valores de A_k para encontrar $T_i(x,t)$.

É necessário pois inverter a matriz n vezes para qualquer x ou t procurado diretamente, independente de incremento nestas variáveis.

APLICAÇÃO DO MÉTODO

O desempenho térmico da envoltória de edificações tem participação importante no conforto térmico interno e no consumo de energia no caso de utilização de condicionamento artificial. A envoltória das edificações está normalmente em processo transiente de transferência de calor, seja em resfriamento ou aquecimento. Este cálculo transiente tem como principal forma de realização atualmente o uso do Método da Função de Transferência (ASHRAE 1993, Mitalas 1972) que apresenta algumas limitações em termos de flexibilidade, incremento temporal e campo de temperaturas. Outra metodologia possível é o uso do Método dos Volumes Finitos, que por ser numérico apresenta as necessidades típicas de incrementos espaciais e temporais, sendo porém mais flexível às paredes.

TEMPERATURA SOL-AR

A condição de contorno externa é de 3ª espécie, com troca de calor por convecção. Nesta troca, no caso de paredes externas de edificações, deve estar incluído o efeito da radiação solar, o que é feito com a introdução de uma temperatura fictícia chamada temperatura Sol-Ar (ASHRAE 1993).

O método analítico exige uma função excitação contínua, e a temperatura Sol-Ar apresenta como desvantagem o fato da radiação solar ser descontínua ao longo do dia.

A solução do problema está baseada na função externa, e a precisão da resposta está diretamente dependente da precisão desta função, que pode ser obtida pela utilização de um polinômio em dupla precisão.

A utilização de um único polinômio para as 24 h traz polinômios de graus elevados, com oscilações importantes em torno do valor original. Para contornar este problema, o período de 24 h foi dividido em períodos menores, e ajustado um polinômio, de menor grau, para cada um destes períodos, obtendo-se a precisão observada na figura 1. No final de cada período, deve-se conhecer o campo de temperaturas dentro da parede, que traz a condição inicial do problema para o ciclo seguinte.

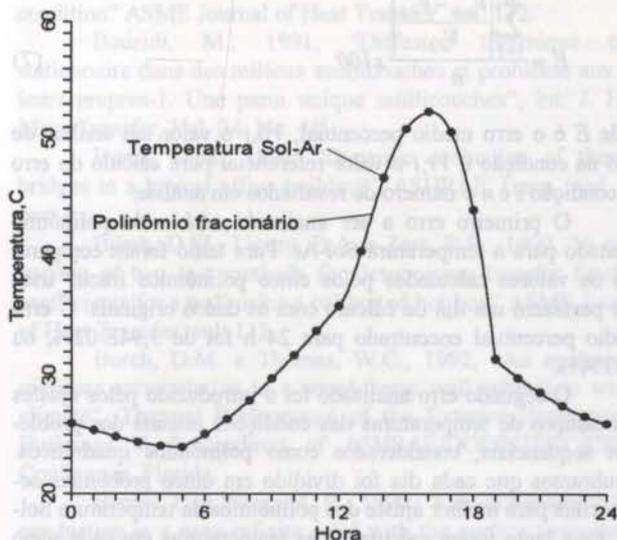


Figura 1. Resultado do polinômio para temperatura Sol-Ar

A parede, estando em processo transiente de fluxo de calor, apresenta distribuições não lineares de temperatura. Neste trabalho, são considerados ajustes do campo de temperatura por polinômios quadráticos do tipo $a_i + b_i x + c_i x^2$.

A distribuição de temperaturas e polinômios considerados como condição inicial para as 19 h do quarto dia (regime cíclico) para o estuque e concreto do problema resolvido podem ser vistas na figura 2.

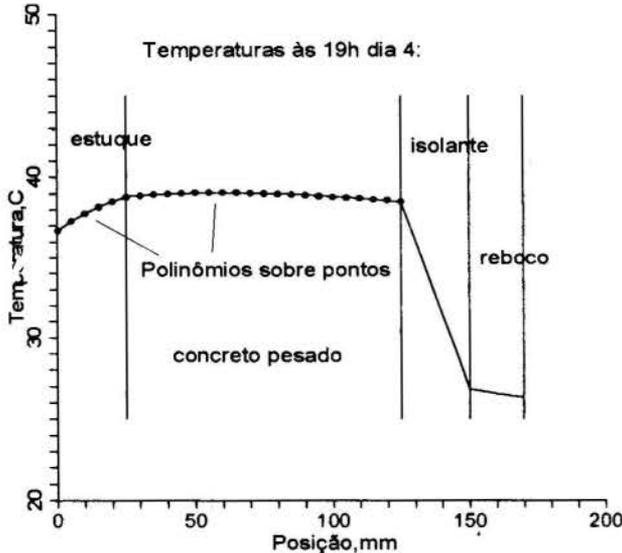


Figura 2. Distribuição de Temperaturas e Polinômios

PROBLEMA RESOLVIDO

Para avaliar o comportamento do método foi resolvido o problema constante em ASHRAE (1993), pg. 26.17 (Beyer 1994, 1995), e passou-se a avaliação de erros do método.

ANÁLISE DE ERROS

Os erros do sistema aqui analisados foram calculados pela seguinte equação geral:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{V_{a,i} - V_{r,i}}{V_{r,i}} \right|}{n} \times 100 \quad (7)$$

onde E é o erro médio percentual, $V_{a,i}$ o valor em análise de erro na condição i , $V_{r,i}$ o valor referencial para cálculo do erro na condição i e n o número de resultados em análise.

O primeiro erro a ser analisado será o do polinômio ajustado para a temperatura Sol-Ar. Para tanto foram comparados os valores calculados pelos cinco polinômios fracionários que perfazem um dia de cálculo com os dados originais. O erro médio percentual encontrado para 24 h foi de $3,94E-02\%$, ou $0,0394\%$.

O segundo erro analisado foi o introduzido pelos ajustes dos campos de temperaturas das condições iniciais dos problemas sequenciais, considerados como polinômios quadráticos. Lembramos que cada dia foi dividido em cinco problemas sequenciais para melhor ajuste dos polinômios da temperatura Sol-Ar. Para tanto foram calculadas as temperaturas em cada meio no final de cada intervalo de tempo, em espaçamento de 5 mm (cinco milímetros), e calculadas as correspondentes temperaturas com os polinômios quadráticos ajustados para cada condição inicial e para cada um dos quatro meios constituintes da parede,

num total de 5 períodos x 4 meios = 20 cálculos de erro conforme equação 7. Foi então feito a média dos 20 cálculos de erro, chegando-se ao valor de $4,405E-03\%$, ou $0,0044\%$ de erro para as condições iniciais.

As próximas análises de erro feitas são ligadas ao método da quadratura Gaussiana propriamente dito, sendo interessante colocar primeiramente uma visão conceitual do erro nas quadraturas.

O melhor método para avaliar a precisão de uma integral calculada por quadratura de Gauss é comparar os resultados para vários valores de n , ou seja, para diversas quantidades de pontos de quadratura. O grau de precisão pode então ser considerado proporcional ao número de casas decimais corretas nas respostas. Pode-se às vezes encontrar grande variação entre as respostas, devido à presença de singularidades ou oscilações em $f(x)$. Para grandes valores do número de pontos de quadratura pode-se ter deteriorações nas respostas causadas por erro de arredondamento ou truncagem nos cálculos.

Pode-se ter uma idéia da potência da quadratura de Gauss pelo conhecimento de que o método opera essencialmente com um polinômio de interpolação de grau $2n-1$. Portanto, se $n=10$, o polinômio de interpolação é de grau 19. Como o polinômio de interpolação é de grau $2n-1$, o método é exato para integração de polinômios de graus $2n-1$ ou menos.

Esta última consideração não pode ser aplicada diretamente ao problema em análise, pois a função em integração é composta por exponenciais, conforme equação 3. Pode-se porém dizer que os polinômios das condições iniciais são de grau 2 e o polinômio da temperatura Sol-Ar não passa de grau 10. Convém salientar que os dois participam da solução do problema.

O problema em análise foi então resolvido para diversos valores de pontos de quadratura, especificamente para $n = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14$ e 16 , e os resultados horários do quarto dia foram sequencialmente comparados. Chamou-se aqui, entretanto, de variação em vez de erro. Os resultados obtidos foram:

Varição de 02 para 04 pontos de quadratura: 10,4%
 Varição de 04 para 06 pontos de quadratura: 0,0177%
 Varição de 06 para 08 pontos de quadratura: 0,0015%
 Varição de 08 para 10 pontos de quadratura: 0,00018%
 Varição de 10 para 12 pontos de quadratura: 0,000094%
 Varição de 12 para 14 pontos de quadratura: 0,00046%
 Varição de 14 para 16 pontos de quadratura: 0,0046%

Observa-se claramente que o sistema vai convergindo até $n = 12$ quando passa a divergir, provavelmente por erros de arredondamento ou truncagem, já que a matriz dos coeficientes A_i e B_i tem que ser invertida n vezes para se encontrar os coeficientes de integração. Escolhe-se portanto, como valor ideal para o problema em análise o valor de $n=12$.

Para testar a estabilidade do método foram introduzidas modificações nos valores de entrada do problema e observadas as variações nas respostas. Neste sentido, num primeiro cálculo, a temperatura Sol-Ar foi variada em mais e menos dez graus hora a hora e foi observada a variação na temperatura da face interna da parede, também hora a hora. Num segundo cálculo, a condutividade térmica dos meios constituintes (e por consequência a difusividade térmica) foi variada em mais e menos dez por cento, e observada a variação obtida no fluxo interno de calor hora a hora.

No primeiro caso, a variação de mais e menos 10°C hora a hora na temperatura Sol-Ar causou exatas variações de mais e menos $1,37^\circ\text{C}$ hora a hora na temperatura da face interna da parede, mostrando grande estabilidade do sistema, pois a perturbação foi simétrica em relação à excitação inicial, e a resposta da

parede foi exatamente simétrica. Salienta-se aqui que quando da variação menos dez graus, algumas vezes a temperatura da face interna da parede ficou menor que a temperatura interna do ambiente, resultando em carga térmica negativa (entrada de calor na parede), e mesmo assim o sistema apresentou-se estável.

No segundo caso, com variação das propriedades térmicas dos materiais, um acréscimo de 10 % na condutividade e difusividade térmica causou um aumento de 6,7 % no fluxo de calor interno, e uma diminuição de 10 % causou uma diminuição de 7 % no fluxo de calor. As variações não foram idênticas pois não variou-se as demais condições do problema como coeficientes de convecção, excitação, espessuras, densidades e calor específico.

A última análise de precisão e estabilidade feita sobre o sistema traz junto um retorno à um procedimento já utilizado, que foi a de ajuste da temperatura Sol-Ar utilizando um polinômio único para as 24 h, com oscilações inerentes em torno do valor correto da temperatura. Este procedimento foi abandonado procurando-se melhorar a precisão do método. Como atualmente já se conhecem respostas precisas, é possível comparar as respostas obtidas com polinômios fracionários, que divide o dia em cinco problemas, com as respostas obtidas com polinômio único para todo o dia. Perde-se em precisão, mas ganha-se em esforço computacional, pois pode-se ter incrementos temporais de 24 h, em vez de 5 h.

A diferença média entre os fluxos de calor calculados pelos dois métodos, hora a hora para o quarto dia foi de 1,24%, podendo-se resolver cinco problemas seqüenciais no lugar de aproximadamente dezoito, dependendo da hora a ser calculada. Considera-se resultados razoáveis do ponto de vista de estabilidade e precisão, principalmente em Engenharia, para uma boa economia computacional. Este aspecto ganha muito em relevância se for comparado com os métodos numéricos, que teriam que discretizar o domínio espacial e temporal, para os quatro dias. Os dois procedimentos, em termos de excitação e resposta aparecem na figura 3. Notas-se que, devido ao amortecimento da parede, não fazem muita diferença as oscilações da excitação, sendo muito difícil distinguir diferenças nas respostas do problema. Para uma parede mais leve (150mm tijolo) a diferença fica em 2,14%.

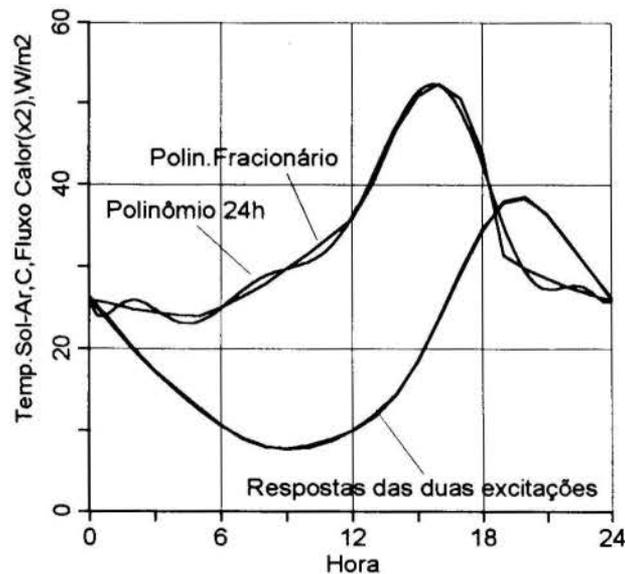


Figura 3. Resposta com polinômios fracionário e diário

CONCLUSÕES

O Método Laplace/Gaussiana apresenta facilidades de uso, permitindo flexibilidade em relação à possibilidade de calcular-se qualquer tipo de parede, inclusive com alterações nos coeficientes de película.

Em relação aos métodos numéricos tradicionais, o Método Laplace/Gaussiana apresenta como grande vantagem o fato de não depender de incremento seqüencial seja na variável espacial ou na temporal. Com isto consegue uma rapidez de cálculo bem maior, pois pode-se chegar diretamente ao quarto dia de cálculo somente calculando-se a distribuição de temperatura ao fim de cada período fracionário ou dia de cálculo, já que o método analítico tem inerente em sua formulação o efeito temporal total da função excitação do problema. Também o método analítico permite o cálculo das temperaturas somente nas interfaces, por eliminar a necessidade de discretização do domínio espacial. Consegue-se com isto uma diminuição significativa no tempo computacional para solução do fluxo em superfícies opacas multicamadas.

Existe também a possibilidade do método ser estendido ao cálculo de migração de massa (vapor d'água) nas paredes, pois o método Laplace-Gaussiana permite o conhecimento do campo interno de temperaturas.

Em termos de erro conclui-se que o método é estável e preciso o suficiente para a grande maioria das aplicações de Engenharia, com ganhos no esforço computacional.

REFERÊNCIAS

- Ackerman, M. e Dale, J.D., 1987, "Measurement and prediction of insulated and uninsulated basement wall heat losses in a heating climate", ASHRAE Transactions, vol. 93, part 1.
- ASHRAE, 1993, "Handbook of Fundamentals", ASHRAE, pp.26.17-26.28.
- Beyer, P.O. e Vilhena, M.T.M.B., 1994, "Fluxo de Calor Transiente em Paredes Externas Multicamadas", V Encontro Nacional de Ciências Térmicas, São Paulo, Brasil.
- Beyer, P.O., Vielmo, H.A. e Vilhena, M.T.M.B., 1995, "Estudo Comparativo entre Soluções para a Transferência de Calor em Paredes Multicamadas", XIII Congresso Brasileiro e II Ibero Americano de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG.
- Blackwell, B.F., 1990, "Temperature profile in semi-infinite body with exponential source and convective boundary condition" ASME Journal of Heat Transfer, vol. 112.
- Bouzidi, M., 1991, "Diffusion thermique non-stationnaire dans des milieux multicouches et problème aux valeurs propres-1. Une paroi unique multicouches", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 34, No. 4/5.
- Burch, D.M., 1992, "Dynamic evaluation of thermal bridges in a typical office building", ASHRAE Trans., vol. 98, part 1.
- Burch, D.M., Licita, B.A. e Zarr, R.R., 1990, "A comparison of two test methods for determining transfer function coefficients for a wall using a calibrated hot box" ASME Journal of Heat Transfer, vol. 112.
- Burch, D.M. e Thomas, W.C., 1992, "An analysis of moisture accumulation in a wood-frame wall subject to winter climate", Thermal Performance of the Exterior Envelopes of Buildings V, Proceedings of ASHRAE/DOE/BTECC/CIBSE Conference, Florida.
- Burrow, P. e Weigand, B., 1990, "One-dimensional heat conduction in a semi-infinite solid with the surface temperature a harmonic function of time: a simple approximate solution for the transient behavior", ASME Journal of Heat Transfer, vol. 112.

- Caulk, D.A., 1990, "A method for analyzing heat conduction with high-frequency periodic boundary conditions", *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 112.
- Chang, K.C. e Payne, U.J., 1991, "Analytical solution for heat conduction in a two-material-layer slab with linearly temperature dependent conductivity", *ASME J. of Heat Transf.*, vol. 113.
- Chen, H-T e Chang, S-M., 1990, "Application of the hybrid method to inverse heat conduction problems", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, No. 4.
- Chen, H-T. e Lin, J-Y., 1993, "Numerical analysis for hyperbolic heat conduction", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 11.
- Chorneyko, D.S. e Besant, R.W., 1989, "Thermal modeling of a basement with insulated and uninsulated floor", *Thermal performance of the exterior envelopes of buildings IV. - Proceedings of the ASHRAE/DOE/BTECC/CIBSE Conference*, Orlando.
- Choudhury, S.R. e Jaluria, Y., 1994, "Analytical solution for the transient temperature distribution in a moving rod or plate of finite length with surface heat transfer", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, No. 8.
- Claridge, D.E., 1992, "A thermal mass treatment for the TC 4.7 simplified energy analysis procedure", *ASHRAE Transactions*, vol. 98, part 1.
- Eunilkov, D.H., 1988, "Basis and formalism of room weighting factors - thermal discrete transfer functions of a single zone model", *ASHRAE Transactions*, vol. 94, part 2.
- Grandjean, B.P.A. e Thibault, J., 1991, "A new criterion for assuming negligible internal thermal resistance in transient heat conduction problem", *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 113.
- Haghighat, F. e Liang, H., 1992, "Determination of transient heat conduction through building envelopes - a review", *ASHRAE Transactions*, vol. 98, part 1.
- Haji-Sheikh, A. e Beck, J.V., 1990, "Green's function partitioning in Galerkin-based integral solution of the diffusion equation", *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 112.
- Heydarian, M. e Mullineaux, N., 1981, "Solution of Parabolic Partial Differential Equations", *Appl. Math. Mod.*, 5, pp.448-449.
- Hornbeck, R. W., 1975, "Numerical Methods", Quantum Publishers, New York.
- Hou, S., Cogley, A.C. e Sharma, A., 1993, "A discrete element method for composite media: one-dimensional heat conduction", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 12.
- Irving, A.D., 1992, "Dynamic response factor estimation: A point algebraic method", *ASHRAE Transactions*, Vol. 98, Part 2.
- Karagiozis, A.N. e Kumaran, M.K., 1993, "Computer model calculations on the performance of vapor barriers in canadian residential buildings", *ASHRAE Transactions*, Vol. 99, Part 2.
- Kolev, S.D. e Pungor, E., 1987, "Numerical solution of hydraulic models based on the axially dispersed plug flow model by Laplace transforms", *Analytica Chimica Acta*, 194.
- Kolev, S.D. e Van der Linden, W.E., 1993, "Application of Laplace transforms for the solution of transient mass and heat transfer problems in flow systems", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 1.
- Krarti, M., Claridge, D.E. e Kreider, J.F., 1994, "A foundation heat transfer algorithm for detailed building energy programs", *ASHRAE Transactions*, Vol.100, Part 2.
- Ku, J.Y. e Chan, S.H., 1990, "A generalized Laplace transform technique for phase-change problems", *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 112.
- Mitalas, G.P., 1972, "Transfer Function Method of Calculating Cooling Loads, Heat Extraction Rate and Space Temperature", *ASHRAE Journal*, 14(12).
- Ojanen, T. e Kohonen, R., 1989, "Hygrothermal influence of air convection in wall structures", *Thermal performance of the exterior envelopes of buildings IV. - Proceedings of the ASHRAE /DOE/BTECC/CIBSE Conference*, Orlando.
- Seem, J.E., Klein, S.A., Beckman, W.A. e Mitchell, J.W., 1990, "Model reduction of transfer functions using a dominant root method", *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 112.
- Shapiro, A.P. e Motakef, S., 1990, "Unsteady heat and mass transfer with phase change in porous slabs: analytical solutions and experimental results", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, No. 1.
- Spitler, J.D. e McQuiston, F.C., 1993, "Development of a revised Cooling and Heating Load Calculation Manual", *ASHRAE Transactions*, Vol. 99, Part 1.
- Spolek, G.A., Oosterhout, G.R. e Apfel, R.I., 1985, "Transient heat and mass transfer in walls", *Thermal performance of the exterior envelopes of buildings III. - Proceedings of the ASHRAE / DOE/BTECC Conference*, Florida.
- Standaert, P., 1985, "Thermal bridges. A two-dimensional and three-dimensional transient thermal analysis", *Thermal performance of the exterior envelopes of buildings III. - Proceedings of the ASHRAE/DOE/BTECC Conference*, Florida.
- Stroud, A.H. e Secrest, D., 1966, "Gaussian Quadrature Formulas", Prentice Hall, New Jersey.
- Tsai, Y.M. e Crane, R.A., 1992, "An analytical solution of a one-dimensional thermal contact conductance problem with one heat flux and one insulated boundary condition" *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 114.
- Vujanovic, B.D. e Jones, S.E., 1990, "Approximate solutions of canonical heat conduction equations" *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 112.
- Wei, P.S. e Shian, M.D., 1993, "Three-dimensional analytical temperature field around the welding cavity produced by a moving distributed high-intensity beam", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol.115.
- Xin, R.C. e Tao, W.Q., 1994, "Analytical solution for transient heat conduction in two semi-infinite bodies in contact" *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 116.
- Zedan M.F. e Mujahid, A.M., 1993, "Laplace transform solutions for heat transfer in composite walls with periodic boundary conditions", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol.115.

ABSTRACT

In this work, the Laplace transform technique with numerical inversion is used to develop solutions for the problem of one-dimensional heat conduction in multilayered walls. In this method, the partial derivatives with respect to time variable are removed from differential equation by the application of the Laplace transform, the resulting system of ordinary differential equations are solved and the temperature transform is inverted by numerical method. This method is based on Gaussian Quadrature, a method for the approximation of integrals. The advantage of the Laplace/Gaussian method is that there is no need to step in time or position. The solution for any value of t or x can be found immediately. To evaluate the method, an error analysis was made.