UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL- UFRGS

CARLOS EDUARDO ESPINOSA

NÚMEROS DECIMAIS:

DIFICULDADES E PROPOSTAS PARA O ENSINO E O APRENDIZADO DE ALUNOS DE 5ª E 6ª SÉRIES

PORTO ALEGRE

2009

CARLOS EDUARDO ESPINOSA

NÚMEROS DECIMAIS:
DIFICULDADES E PROPOSTAS PARA O ENSINO E O APRENDIZADO DE ALUNOS DE 5ª E 6ª SÉRIES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Profª Elisabete Zardo Búrigo

PORTO ALEGRE
2009

CARLOS EDUARDO ESPINOSA

NÚMEROS DECIMAIS:

DIFICULDADES E PROPOSTAS PARA O ENSINO APRENDIZADO DE ALUNOS DE 5ª E 6ª SÉRIES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora: Profª Elisabete Zardo Búrigo

Banca Examinadora

Orientadora ____
Prof. Dra. Elisabete Zardo Búrigo
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____
Prof. Dr. Marcus Vinícius de A. Basso
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____
Prof. Dra. Marilaine de Fraga Sant'ana
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

PORTO ALEGRE, DEZEMBRO DE 2009

“Be the change you want to see in the world”.

Mahatma Gandhi (1869 – 1948).

AGRADECIMENTOS

A Deus por me dar paz nesta caminhada.

A minha família por dar forças e me sempre apoiar em tudo.

A todos os professores do curso de licenciatura por ajudarem a ampliar o meu conhecimento.

Aos meus colegas que conviveram comigo durante a faculdade.

Aos alunos do Colégio de Aplicação que colaboraram com a pesquisa.

A todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

RESUMO

ESPINOSA, Carlos Eduardo. ***Dificuldades e propostas para o ensino de números décimas da 5ª e 6ª séries.*** Trabalho de conclusão de curso da disciplina de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2009.

O presente estudo teve por objetivo detectar e descrever dificuldades no processo de aprendizagem, especialmente os relativos à construção do conceito, à compreensão do significado e à ordenação dos números decimais de alunos da 5ª e 6ª séries, bem como utilizar referências bibliográficas de dissertações, livros e artigos que possuam propostas de mudanças no ensino dos números decimais para analisar e fazer comentários acerca dessas propostas. Nesse intuito, foi desenvolvido um diagnóstico, com 16 alunos de 5ª a 6ª séries do ensino fundamental do Colégio de Aplicação da UFRGS.

Trata-se de um questionário com 8 questões que foram aplicadas para os alunos, cujo objetivo foi fazer uma investigação através de uma análise qualitativa dos dados. O questionário foi realizado ao longo de um período de 50 minutos, e continha questões classificadas como conceituais, de representação, e de ordem dos números decimais.

Realizou-se um exercício analítico sobre propostas didáticas para a melhoria do ensino dos números decimais, buscando um aprendizado mais eficaz. Essa análise foi realizada a partir de dissertações, livros e artigos sobre seqüências didáticas dos números decimais.

A análise do questionário e das pesquisas apontou que os alunos possuem dificuldades relacionadas ao conceito, representação, ordem, posição, equivalência e comparação dos números decimais. As propostas para a melhoria do ensino dos números decimais trazem novos métodos para programar o ensino aprendizagem dos alunos da 5ª e 6ª séries, buscando inovações e práticas contextualizadas que chamem a atenção do aluno para o conteúdo.

Palavras-chaves: Números decimais, educação matemática, dificuldades, conceito, representação, propostas de ensino.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho trata do ensino-aprendizagem de números decimais no nível fundamental e tem os objetivos de:

1. detectar e descrever dificuldades no processo de aprendizagem, especialmente os relativos à construção do conceito, à compreensão do significado e à ordenação dos números decimais;
2. utilizar referências bibliográficas de dissertações, livros e artigos que tenham propostas de mudanças no ensino dos números decimais para analisar e fazer comentários acerca dessas propostas.

A escolha do tema baseou-se na sua importância e nas dificuldades detectadas no processo de ensino-aprendizagem. Em 2007, nas disciplinas de Laboratório de Ensino e Aprendizagem I e II realizei um trabalho de assessoria no Colégio de Aplicação da UFRGS para a 5ª e a 6ª séries, e ao trabalhar neste conteúdo, pude verificar que alguns estudantes não compreendiam o conceito de número decimal, bem como sua ordenação, suas formas de representação e sua relação com o sistema de numeração decimal.

O ensino dos números decimais é importante, pois é um assunto que acompanha os estudantes durante toda a vida, tanto escolar quanto cotidiana. Diariamente, encontramos os números decimais em diversas situações, como na representação monetária, medição de temperaturas, cálculos de áreas ou perímetros de terrenos. Além disto, muitos conteúdos do ensino fundamental e médio envolvem o tema exposto, como a construção da reta real, porcentagens, juros simples e compostos, estatística, geometria plana espacial e analítica, perímetro, razão, proporção, regra de três, funções, polinômios e sistemas métricos decimais. Logo, é necessário que os estudantes entendam o conceito de números decimais, sua ordem e seus significados.

Em um primeiro momento, antes do início deste estudo, já pude identificar na minha experiência nas disciplinas de Laboratório de Ensino e Aprendizagem I e II algumas dificuldades dos alunos, que se manifestavam freqüentemente através das suas dúvidas durante as aulas. Muitos alunos não viam diferença entre os números 1,5 e 1,05; equivocavam-se ao ordenar números decimais do tipo 1,189 e 1,6, dizendo que 1,189 é maior, porque 189 é maior que 6. Quando perguntava se existe algum número entre 1,55 e 1,56, muitas respostas eram de que não existe. Isso reflete a experiência dos alunos com números decimais com números do cotidiano, como altura, peso, preços de objetos. Como o número decimal usualmente é mais representado com até duas casas à direita da vírgula, em geral os alunos parecem ter mais facilidade de fazer relações com esses números, porém, têm mais dificuldade e deixam de lado os números com três ou mais casas à direita da vírgula, uma vez que é não é tão natural fazer relações contextuais com esses números.

Muitos alunos relatam que aprendem os decimais na 5ª e na 6ª séries, mas acabam esquecendo porque não os usam com freqüência nas séries seguintes. Problema que se deve muito aos tipos de exercícios que os professores utilizam em outros conteúdos matemáticos. Para facilitar os cálculos de equações, áreas, funções, entre outras, são utilizados apenas números inteiros em vez de se continuar trabalhando com os números decimais. Desenvolveu-se uma pesquisa para detectar as dificuldades dos alunos com os números decimais e foram comentadas propostas de inovações no ensino do conteúdo que visam despertar a curiosidade e desenvolver o raciocínio sobre eles.

Visando detectar as dificuldades dos alunos sobre o conceito dos decimais foi aplicado um questionário com oito questões. O questionário foi aplicado no dia 17 de setembro de 2009, no Colégio de Aplicação da UFRGS, em turmas da quinta (Amora I) e sexta (Amora II) séries.

Neste trabalho são comentadas também as dificuldades relativas aos números decimais relatadas e analisadas em dissertações, livros e artigos de pesquisa. São enfatizadas as dificuldades relacionadas ao conceito, à compreensão, à ordem e às representações do número decimal.

Também são analisados artigos didáticos e dissertações que contêm propostas para a melhoria do ensino dos números decimais. Adotaram-se alguns critérios para a realização da análise das propostas de ensino, mencionados no mesmo capítulo.

2. OS NÚMEROS DECIMAIS

2.1. A origem dos números decimais

Precisamos entender bem o que representa um número decimal para poder pesquisar as dificuldades dos alunos acerca do conceito. Este capítulo trata de um breve estudo histórico dos números decimais seguido de comentários sobre seus usos até o dia de hoje.

Primeiramente farei uma sucinta revisão histórica dos sistemas de representação dos números.

O conceito de número foi construído a partir da necessidade do homem criar algum método para contar e, posteriormente, para medir. No começo, a contagem de objetos de uma coleção era expressa por símbolos como gestos ou sinais gráficos. Os antigos objetos de contagem (pedras, paus, conchas) tornaram-se verdadeiros símbolos numéricos, que vieram facilitar e combinar-se na representação de números inteiros. À medida que o homem lidava com quantidades cada vez maiores, havia a necessidade de representá-los e as dificuldades surgiam. Como representar números grandes com o mínimo de símbolos possíveis? O emprego das bases numéricas (base 2, base 10, base 20, base 60) deu-se seguindo o agrupamento de objetos para a contagem de quantidades enormes (IFRAH apud CUNHA, 2002).

O princípio da extensão e o princípio da posição levaram séculos para serem formulados. O princípio da posição revolucionou a ciência pela simplificação escrita dos inteiros. O princípio da extensão é a continuação do princípio da posição, porém com a finalidade de expressar números menores que a unidade, dando origem aos números decimais. Segundo Perez (1988), as etapas ou os momentos mais importantes da relação escrita numeral são as seguintes.

Os babilônios, no segundo milênio a.C., utilizaram um sistema de numeração de posição de base 60 que servia para representar números inteiros e frações. Até hoje continuamos a empregar o sistema sexagesimal para expressar as medidas de tempo, de arcos e de ângulos.

Os chineses, provavelmente, no século VII a.C., utilizaram um engenhoso sistema de numeração que combinava barras horizontais e verticais para distinguir as ordens de unidades diferentes. Posteriormente ao século VII, introduziram em sua numeração um sinal especial, um círculo, para assinalar a ausência de unidades de uma determinada ordem. A partir de então, todas as regras aritméticas e algébricas relativas aos números inteiros alcançaram rapidamente um grande aperfeiçoamento. Na China, as operações com frações eram conhecidas, com tendência à decimalização. Representaram números inferiores à unidade de forma semelhante à nossa.

Os maias usavam um sistema de numeração escrito na base 20, no qual os algarismos recebiam um valor dependendo de sua posição na escrita. Cada número superior a 20 era escrito em uma coluna vertical que possuía tantas linhas horizontais quantas ordens de unidade continha. Este sistema possuía um zero que podia ser colocado tanto em posição final como entre os algarismos.

Os hindus criaram a primeira numeração escrita com estrutura idêntica à nossa e cujos sinais gráficos constituíram a representação prévia de nossos algarismos atuais. Os algarismos são sinais que não fazem referência a nenhum objeto concreto e a regra de posição aplica-se seguindo as potências consecutivas da base 10.

Os árabes fizeram a propagação do sistema decimal, e utilizando barras horizontais fizeram a notação das frações ordinárias criada pelos hindus.

O tratado de Al-Kharizmi (780-850) é a primeira obra onde o sistema decimal e as suas operações são explicados detalhadamente. Seus trabalhos permitiram o uso do número decimal como instrumento matemático. Al-Kasi, astrônomo e matemático, foi o primeiro a formalizar uma teoria das frações decimais e a noção do número decimal, em seu livro "Chave da Aritmética" (IFRAH apud CUNHA, 2002).

A necessidade do homem medir objetos deu origem à criação das frações. Uma vez escolhida uma unidade de medida, a comparação entre a unidade de medida e a medida do objeto traz a necessidade de uma subdivisão da unidade em partes iguais. Subdivisão de terrenos, cálculos de distâncias e de comércio, entre outros, levaram ao desenvolvimento dos números decimais.

No século XVI, François Viéte apresenta os números decimais com diferentes formas de representação. Stevin, em 1585, sugeriu simplificações de cálculos e medidas através da utilização de números decimais. Seu livro "*A Disme*" ("O Décimo") apresenta uma nova notação para a representação decimal dos números, a qual permite efetuar todas as operações com frações decimais como se fossem números inteiros. O número 0,745 é por ele representado como 7(1) 4(2) 5(3), que se lê "sete primeiras, quatro segundas e cinco terceiras". Essa notação foi substituída pela notação atual a partir de 1620, na qual a vírgula separa a parte inteira da parte decimal.

O sistema de numeração sexagesimal, de base 60, criado pela antiga civilização suméria, está presente até hoje no nosso cotidiano, nas medidas de tempo, medidas de ângulos e de coordenadas geográficas. Nas medidas de tempo, uma hora está dividida em 60 minutos, e cada minuto está dividido em 60 segundos. Antigamente o segundo era dividido em 60 terceiros (seguindo a lógica dos segundos em relação ao minuto), e assim por diante, porém, hoje em dia, o segundo é dividido através de um sistema decimal.

Esta síntese nos traz de forma resumida os principais acontecimentos históricos que ocorreram na origem e desenvolvimento dos números decimais, que são fundamentais para o nosso estudo. A necessidade de representar medidas diferentes de uma unidade de medida fixada, além de facilitar certos cálculos, foi a principal motivação para o desenvolvimento dos números decimais e do sistema de numeração decimal.

Essa evolução da representação dos números se deu lentamente, enfrentando obstáculos relacionados ao próprio conceito de número, que até hoje envolve dificuldades para os alunos representá-los, lê-los e interpretá-los. Atualmente, os números decimais estão em todas as partes do nosso dia-a-dia e, embora sejam conhecidos esses números com vírgula, freqüentemente não são interpretados de forma correta.

2.2. O conceito de número decimal

Segundo Pérez (1988), o número decimal é hoje associado a um contexto rico de significados, os quais são regidos por uma teoria formal matemática que os define e lhes dá consistência. No entanto, muitas mudanças ocorreram ao longo dos séculos. No início, o número decimal tinha apenas a finalidade de representar contagens, expressar quantidades de medidas e auxiliar em medições. Hoje em dia, fazemos uso dos números decimais e suas finalidades em diversas áreas e atuações como nas engenharias, no comércio, na astronomia, nas navegações, na estatística, em probabilidades, funções, gráficos, além de sua finalidade primitiva. Usando números decimais, podemos deixar os cálculos mais precisos.

Os números decimais podem ser definidos como representações de frações decimais. As frações que são equivalentes a uma fração que tem como denominador uma potência de 10 expressam a quantidade do número decimal. Exemplo: a fração 1/5 equivale à fração 2/10, que equivale ao número decimal 0,2. Os números racionais que não podem ter o denominador transformado numa potência de 10 não são definidos como números decimais, segundo o livro didático *Matemática: Uma aventura do pensamento* (GUELLI, 1998). Nesta monografia, irei adotar esta definição. Dos autores dos livros didáticos analisados para este trabalho, mencionados posteriormente neste capítulo, apenas Guelli (1998) define o número decimal. Os outros livros analisados apresentam o número decimal através de sua contextualização, suas representações, seu uso, bem como suas vantagens.

A utilização da vírgula no número decimal tem a função de separar uma quantidade inteira de uma quantidade não inteira. À esquerda da vírgula se localiza a parte inteira do número, enquanto ao lado direito da vírgula se localizam as subdivisões das quantidades inteiras: décimos, centésimos, milésimos e assim por diante.

Fixada uma unidade de medida, a comparação entre essa unidade e algum bastão cujo comprimento, por exemplo, não pode ser expresso através de um certo número inteiro dessas unidades, nos traz uma necessidade de subdividir novamente essa unidade, a fim de aproximarmos mais essa comparação (o quanto quisermos) da verdadeira medida. A régua graduada nos dá uma noção de número decimal, uma vez que para medirmos um bastão de comprimento 1,5 cm fazemos a comparação com a régua e notamos que ele mede mais que a parte inteira "1" mas menos que a parte inteira "2". Verificando a unidade de medida, vemos que o comprimento do bastão tem 1 parte inteira mais 5 décimos dessa parte. Décimos porque na régua graduada, entre um número inteiro e outro, há divisões em 10 partes iguais, já que o sistema de medidas utilizado hoje é o métrico e está baseado no posicional decimal, isto é, de base dez.

A representação de números decimais pode auxiliar na representação dos números irracionais. Ainda que o foco do trabalho não seja este, cabe ressaltar que os números irracionais não podem ser expressos como uma razão de números inteiros. A partir dessa impossibilidade surgiu a necessidade de aproximar o número irracional por meio de frações decimais. Mesmo que os números decimais não possam representar a medida exata dos números irracionais, podemos fazer uma aproximação tão próxima quanto quisermos da medida irracional. Por exemplo, quando queremos construir um segmento cujo comprimento deve ser $\sqrt{3}$ podemos fazer aproximações com tantas casas decimais quanto quisermos, mas nunca conseguiremos expressar exatamente esta medida por meio de uma representação decimal finita, isto é, com um número finito de algarismos.

No século XVI, para Viète (1540-1603), 10^1 era representado como sendo um segmento de dez unidades de comprimento; 10^2 era representado como sendo um quadrado de 10 unidades de lado; 10^3 era representado como sendo um cubo com 10 unidades de lado e, após essas potências, não havia algo geométrico no mundo real, que pudesse expressar outras medidas (CUNHA, 2002). Mais tarde, quantidades como 10^{12} (um bilhão) tiveram o significado de uma quantidade enorme e positiva. O mesmo raciocínio pode ser usado para o aumento do horizonte dos números pequenos. Quando o expoente n inteiro de uma potência de dez aumenta uma unidade, multiplicamos a quantidade por 10, tendo assim uma ampliação do universo dos decimais para qualquer valor inteiro de n. Quando o expoente n inteiro de uma potência de dez 10^n diminui uma unidade, reduz-se a quantidade do número dividindo-o por 10.

É comum, nos livros didáticos [1], encontrarmos que o número decimal é um número racional que possui uma escrita na forma de fração decimal (cujo denominador é uma potência de dez), ou seja, que pode ser escrito na forma $b/10^n$com b e n inteiros. De acordo com essa definição, o número decimal pode ser um número negativo ou positivo. Segundo essa definição, o número 1/3 não é um número decimal, pois não podemos escrevê-lo como uma fração com denominador de base dez. No entanto, pode ser expresso por um número com infinitas casas decimais: 1/3 = 0,333333...

A partição da unidade é um conteúdo que geralmente traz problemas para os alunos do ensino fundamental. Exemplos freqüentes propostos por professores de matemática sugerem a utilização da régua escolar para auxiliar na contextualização do conteúdo, porém deixam algumas falhas que precisam ser comentadas. Quando medimos o comprimento de um caderno, por exemplo, fazemos uso da régua escolar, ferramenta que em geral tem os centímetros como unidade de medida. A primeira observação a ser feita é quantos centímetros possui o comprimento do caderno? A resposta inicial mais comum para esse tipo de pergunta é que "está entre 25 e 26 centímetros, segundo a medição da régua". Precisamos saber quanto mede o lado desse caderno segundo a precisão da régua; com a ajuda da partição da unidade dos centímetros, pode-se inferir que o caderno mede 25 centímetros mais um "pouco", esse pouco podendo ser expresso em décimos.

Depois de resolvido o problema com a medida do lado do caderno que, supondo, possuía o comprimento de 25 centímetros mais 6 décimos, devemos formalizar a notação de número decimal (para 25,6 cm). Neste caso, a medida só pode expressa com o uso de no máximo uma casa decimal, porque a régua escolar não tem uma medida de precisão maior do que os milímetros. Isso leva a que em geral os alunos construam na régua escolar apenas exemplos contextualizados de números decimais com uma casa à direita da vírgula. Na maioria das vezes, nunca chegamos à medida exata do comprimento que medimos, uma vez que nosso instrumento de medição sempre tem uma precisão limitada.

[1] Entre os livros que consultei estão: "Matemática: Uma aventura do pensamento" (Guelli, 1998); "Matemática na medida certa: 5ª série, 6º ano do ensino fundamental" (Centurión e Jakubovic, 2007).

Uma vez que os alunos vêem muitos exemplos nos livros didáticos com números de até duas casas à direita da vírgula, um dos problemas freqüentes está na compreensão e no uso dos números com mais de duas casas à direita da vírgula. Régua escolar, alturas de pessoas e o sistema monetário são representações de números decimais com até duas casas à direita da vírgula que estão no dia-a-dia dos alunos. No momento em que se deparam com um número decimal com três casas à direita da vírgula, as dificuldades aumentam porque esses números são pouco utilizados no cotidiano, e mesmo em muitas salas de aula. Números decimais com mais de 3 casas à direita da vírgula ficam ainda mais difíceis de serem contextualizados. Daí a dificuldade de muitos alunos relacionarem esses números com outros números que tenham, por exemplo, duas casas à direita da vírgula.

A abordagem de ensino também pode reforçar a dificuldade dos alunos a respeito do conceito de número decimal. A escrita do número 1,2 por extenso pelos alunos como "um vírgula dois" dificulta a noção conceitual de entendimento do número decimal como uma parte inteira mais alguma parte não inteira, que é subentendida quando se escreve por extenso "um inteiro mais dois décimos". A escola deveria incentivar uma linguagem para o aprendizado dos números decimais buscando a formalização conceitual. Segundo Grando (2006, p. 117), a leitura errada deste número deve-se ao fato de que na escola há tendência de simplificar a linguagem matemática, tornando-a "coloquial".

2.3. O sistema posicional decimal

Há alguns séculos atrás, desde quando houve a necessidade de se registrar informações sobre quantidades, foram criados diversos métodos para se representar quantidades. O método geralmente utilizado é o sistema de numeração posicional decimal, que não é o único, pois no comércio quando pedimos uma dúzia de ovos usamos um resquício do sistema de numeração posicional sexagesimal. Quando falamos em horas, minutos e segundos também utilizamos esse sistema.

O sistema métrico é o sistema que tem como unidade de medida o metro e suas subunidades. Este sistema possui base dez, uma vez que 1 metro equivale a 100 centímetros, um centímetro equivale a 10 milímetros, logo um 1 metro equivale a 1000 milímetros. Quando queremos trabalhar com o sistema métrico podemos utilizar qualquer uma de suas subunidades, fazendo-se apenas uma mudança adequada de unidade. Por exemplo, ao invés de trabalharmos com um comprimento da medida 5000 milímetros, representamos o comprimento por 5 metros, o que nos facilita os cálculos para não precisarmos trabalhar com números grandes.

O sistema de numeração posicional decimal é um sistema de numeração posicional que utiliza a base 10. Isso significa que cada deslocamento de uma casa modifica o valor de cada algarismo em um expoente na potência de 10 que corresponde à ordem de grandeza.

Os dez algarismos do sistema de numeração posicional decimal indo-arábico são: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. De acordo com sua posição os algarismos servem para contar unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar e assim por diante, da direita para a esquerda. Exemplo: $182 = 1 \times 100 + 8 \times 10 + 2 \times 1 = 1 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 2 \times 10^0$.

No exemplo acima, no número 182, no sistema posicional decimal, o algarismo 1 representa 1 centena, o algarismo 8 representa 8 dezenas e o algarismo 2 representa 2 unidades. Nesse sistema, o zero posicionado à esquerda de um número escrito não altera a representação da quantidade. Logo 1, 01, 001 representam a mesma quantidade. Como interpretar o número 28,15, expresso na base 10? Interpretamos um número decimal da mesma maneira como interpretamos um número inteiro, só que agora com expoentes negativos na base 10. Logo podemos dizer que $25{,}28 = 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$.

2.4. Grandezas discretas e contínuas

Segundo Brolezzi (1996), grandezas como comprimento, volume, peso, tempo, que num intervalo determinado podem tomar quaisquer valores, sejam inteiros ou não, são chamadas variáveis contínuas. Outras grandezas, que não admitem valores fracionários, como contagem de pessoas, números de respostas “sim” e “não” a uma determinada pergunta, números de gols em uma rodada do campeonato brasileiro, são chamadas de variáveis discretas, pois só podem variar segundo quantidades inteiras.

Historicamente, a idéia de número teve origem principalmente com a necessidade de contar e medir objetos. Falando de grandezas, seria equivalente a dizer que a idéia de número não começou isoladamente com a forma discreta, mas sim junto com a forma contínua. Segundo Kamii (apud CUNHA, 2002), nas observações sobre a evolução da idéia de número, percebe-se que é razoável dizer que as medidas e pensamentos de forma contínua fazem parte da noção primitiva de número.

Uma maneira de trabalhar com a idéia de número para os alunos é trabalhar com a idéia de grandezas contínuas. Antes de aprenderem representações de números decimais seria interessante trabalhar com os alunos comparações entre medidas referentes ao peso, altura, área, já que realizando comparações entre objetos o aluno consegue notar a desigualdade de medidas entre esses objetos e assim, mais adiante, relacionar essas comparações com a idéia de número decimal.

Dificuldades dos alunos com o conceito de número têm origem no início de seu estudo nas escolas, e essas dificuldades são levadas para as séries seguintes quando os alunos estudam os números decimais. Segundo Kamii (apud CUNHA, 2002), a criança constrói a idéia de número considerando algo que é construído pela repetida adição de "1", sendo esta adição um exemplo da utilização da representação do discreto. Esse pensamento de construção do número leva os alunos a encontrarem dificuldades ao pensarem sobre os números decimais, por exemplo, quando precisam decidir se há algum valor entre 2,43 e 2,44. Muitos alunos dizem que não há, pois entre 43 e 44 não existe nenhum número inteiro, tratando o que está à direita da vírgula como um número inteiro e não como décimos e centésimos de um número, expressando uma visão discreta da idéia de número.

Para o ensino de números decimais, podemos trabalhar tanto com a idéia de discreto quanto com a idéia de contínuo. Exemplos podem ser construídos com a utilização de objetos concretos, imagens que contenham uma comparação de medidas, e a noção de contagem desses objetos, enriquecendo o aluno com a idéia de número pela representação de grandezas discretas e contínuas. Trabalhar com o discreto, no entanto, não é elementar quando se trata dos números decimais. Ao fazer contagens muito grandes, como por exemplo, de uma cidade de 1500000 habitantes, pode-se ter a representação modificada através de uma mudança adequada de unidade, dando lugar à representação decimal de 1,5 milhões de habitantes.

Precisamos notar que o contínuo, no contexto dos decimais, tem uma relação direta com a ordem dos números, uma vez que possibilita a compreensão de que entre dois números decimais sempre há outros números decimais, e a comparação entre eles deve se dar algarismo a algarismo, da esquerda para à direita, uma vez que o valor posicional dos algarismos diminui quando nos deslocamos para a direita.

2.5. Análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental

Algumas propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCNs) a respeito dos números decimais têm como base propor a construção do conhecimento dos alunos através da resolução de determinados problemas, bem como do estudo de suas propriedades, das relações e de seu contexto histórico. Situações problemas envolvendo medidas de grandezas assim como situações históricas do desenvolvimento do número são desafios e reflexões com os quais alunos precisam se deparar, segundo os PCNs.

Entre os objetivos do ensino fundamental, está o de compreender o sistema de numeração decimal, bem como caracterizar a escrita e a representação dos números racionais na forma decimal. Proporcionar situações-problema que envolvam a relação parte/todo para o aluno se comunicar matematicamente, fazer uso de uma linguagem matemática e a partir desta estabelecer relações entre a linguagem e diferentes representações matemáticas. Localizar na reta numérica real os números decimais, bem como expressar sua forma racional e estabelecer relações entre essas representações são situações que buscam promover a melhor maneira de construir o conceito de número decimal para os alunos do ensino fundamental.

Na perspectiva de relacionar o número racional com número decimal, os PCNs consideram um equívoco o tratamento isolado entre esses conteúdos. Observando que as representações fracionárias são bem menos freqüentes no cotidiano do que a representação decimal, segundo os PCNs, as representações fracionárias têm suas vantagens na resolução de problemas e cabe ao aluno saber qual a melhor representação para utilizar. Por exemplo, as dízimas periódicas, são mais bem representadas pela forma fracionária, pois a fração representa uma quantidade exata do número, e se utilizarmos a forma decimal do número com um número finito de casas à direita da vírgula, a dízima fica aproximada, não representando a quantidade exata como na fração.

De acordo com os PCNs, o conceito de equivalência, bem como a construção de procedimentos para a obtenção de frações equivalentes, são fundamentais para resolução de problemas que envolvem a comparação de números. Também é importante que os alunos compreendam as regularidades das multiplicações e das divisões de números racionais na forma decimal por 10, 100, 1.000.

Uma sugestão dos PCNs acerca do desenvolvimento conceitual de número decimal é a utilização de certas estratégias para o aluno reconhecer o número no contexto do dia-a-dia em situações de, por exemplo, medidas e contagens, bem como intuir critérios que definam a relação entre pares de números como menor, maior e metade. Outra recomendação é que os números decimais sejam sempre vinculados a situações contextualizadas, de modo que seja possível uma estimativa do resultado das operações.

Em suma, para as 5ª e 6ª séries, os objetivos propostos pelos PCNs são os de estabelecer relações entre aspectos quantitativos e qualitativos do número decimal, buscando verbalizações formais que auxiliem a compreensão do valor posicional da ordem que compõe os números. Além disso, os alunos precisam argumentar e comunicar-se matematicamente, estabelecendo relações entre diferentes representações do número decimal.

2.6. Análise dos livros didáticos

Para esta seção, baseei-me no principal suporte à ação dos professores em sala de aula, ou seja, nos livros didáticos. Certos livros didáticos expressam de maneira diferente o conceito de número decimal para os alunos, utilizando diferentes representações, diferentes exemplos e exercícios, e até mesmo diferentes tipos de definições.

Abaixo, uma lista dos livros que analisei em relação ao conteúdo de número decimal:

Série	Livro didático
5ª	IMENES, Luis Márcio; LELLIS Marcelo. ***Matemática para todos: 5ª série: 6º ano do ensino fundamental.*** São Paulo: Scipione, 2006.
5ª	GUELLI, Oscar. ***Matemática: Uma aventura do pensamento.*** São Paulo: Ática, 1998.
5ª	CENTURIÓN, Marília Ramos; JAKUBOVIC , José; LELLIS Marcelo. ***Matemática na medida certa: 5ª série, 6º ano do ensino fundamental.*** São Paulo: Scipione, 2007.
5ª	DI PIERRO NETTO, Scipione. ***Matemática: conceitos e histórias: 5ª série.*** São Paulo: Scipione, 1998.

QUADRO 01 – Quadro dos livros de matemática analisados neste trabalho.

No livro *Matemática: Uma aventura do pensamento,* o autor define o número decimal como sendo um número racional que possui uma escrita na forma de fração decimal equivalente a uma fração cujo denominador é uma potência de dez. Nos outros livros analisados - *Matemática para todos: 5ª série: 6º ano do ensino fundamental*, *Matemática na medida certa: 5ª série, 6º ano do ensino fundamental* e *Matemática: conceitos e histórias: 5ª série* -, os autores não tratam o número decimal para 5ª e 6ª séries através de uma definição geral, tratam através do contexto histórico ou cotidiano, do uso e das vantagens de se trabalhar com o número racional nesta representação de número decimal, utilizando-se materiais como a calculadora ou não.

No livro *Matemática para todos,* os autores introduzem o capítulo de números decimais falando sobre problemas de medidas e sobre algumas unidades de medidas a serem usadas como palmos, pés, metros. Os autores explicam que a fim de evitar divergências em medições, são padronizadas algumas unidades de medida, como o caso da régua graduada, que tem como unidade de medida o centímetro e sua subunidade, o milímetro.

O capítulo trata das unidades do sistema métrico mais utilizados no cotidiano dos números decimais, adequados para representar o resultado das medidas realizadas neste sistema. Por exemplo, quando utilizamos a régua graduada com certa precisão para identificar a medida de um objeto com o comprimento de 1 dm, 2 cm e 6 mm, também se identifica 1 décimo do metro, 2 centésimos do metro e 6 milésimos do metro, ou seja, o comprimento desse objeto em metros é dado pelo número 0,126. Exemplos do sistema monetário, bem como o significado das casas decimais, são dados logo em seguida.

A ausência de algumas unidades do sistema métrico, neste livro, ocorre porque os autores buscam privilegiar as unidades de uso freqüente e, em volume posterior, aparecem outras unidades de medida de comprimento e de peso. Este livro possibilita ao professor propor ao aluno diferentes problemas referentes ao cotidiano, bem como identificar e interpretar as diferentes representações dos números. Os números decimais com três casas à direita da vírgula são exemplificados e estudados através do preço da gasolina nos postos de combustíveis.

Nesta análise, este foi o livro que considerei mais completo para o aprendizado na 5ª e na 6ª séries, com diferentes representações do número decimal. Ao iniciar o capítulo problematizando e inserindo os números decimais em um contexto tanto histórico quanto do cotidiano, e utilizando materiais concretos como a régua e a calculadora, acredito que o uso adequado do livro possa auxiliar os alunos no aprendizado dos números decimais, tanto em relação ao seu conceito, como às formas de representação e ordenamento.

No livro *Matemática: Uma aventura do pensamento,* o autor começa falando no surgimento dos números decimais. No séc. XVI, esses números surgiram com a função de acelerar os cálculos dos comerciantes, principalmente. O conteúdo é iniciado com exemplos de frações decimais (com o denominador 10, segundo a definição do autor). Logo após surge uma nova forma de representar as frações decimais, via número decimal.

Para expressar a notação de número decimal, são utilizados materiais concretos como cubos representando uma unidade que pode ser dividida em 10, 100 e 1000 partes iguais. O ordenamento e posicionamento do sistema de numeração decimal são mostrados logo em seguida, bem como os critérios que definem a classificação das relações entre os números como sendo de menor, maior ou metade.

Considero este um livro bom de ser trabalhado, pois trabalhar com números decimais através de conexões com frações decimais é um método produtivo a meu ver, que desde o início já começa a mostrar ao aluno a equivalência destas duas formas de representação de número racional. Porém acredito que poderia haver mais exemplos contextualizados para que os alunos recém iniciados no conteúdo possam estabelecer relações com mais facilidade.

No livro *Matemática na medida certa,* os autores começam falando da unidade de medida monetária, e o quão difícil seria expressar o preço de produtos por meio de frações, como por exemplo, o preço do quilo de queijo de uma banca A custando 96/5 reais e o de uma banca B custando 81/4 reais. A partir das frações decimais, começam a explorar outra representação dos racionais, através da forma de número decimal.

Exemplos de igualdades entre decimais como 1,2 e 1,20 são destacados neste livro com o intuito de que os alunos compreendam essa equivalência e não a simples memorização de uma regra para a resolução.

Neste livro considero de suma importância o capítulo posterior sobre comparação dos números decimais, no qual os autores dão ênfase à representação decimal, e usam a calculadora para a explicação de equivalência entre números como 3,200 e 3,2. Essa ênfase é importante, pois os alunos em geral, ao fazer comparações entre dois números decimais, mostram muita dificuldade em comparar números de duas casas à direita da vírgula com números decimais com mais de 2 casas à direita da vírgula, acreditam que o número decimal com a maior quantidade de casas é o maior, por exemplo, que 1,114 é maior que 1,23.

Acredito que antes de começar a explicar a comparação dos números decimais, o livro poderia comentar a comparação entre números inteiros, na forma da representação decimal. Ao tratar certos números inteiros como representação decimal, através de uma mudança “ideal” na unidade de medida, como por exemplo, 2,4 mil reais (2400 reais), 6,5 milhões de reais (6500000 reais), estamos propondo aos alunos uma relação, o que pode auxiliá-los na compreensão dos números decimais menores do que a unidade.

No livro *Matemática: conceitos e histórias,* o autor começa a explicação de número decimal mostrando a sua equivalência com a fração decimal. Logo após, introduz a notação decimal, bem como o posicionamento do sistema de numeração, sem utilizar exemplos do cotidiano.

Considero que as multiplicações pelas potências de 10 e divisões pelas mesmas, assim como a transformação de número decimal em fração decimal, que englobam a maioria dos exercícios deste capítulo, são de grande relevância. A introdução do sistema de posicionamento decimal é algo que poderia ser pensado em mais livros didáticos, pois acredito que para a aprendizagem dos números decimais, precisamos ter uma boa noção do sistema de posicionamento dos números inteiros, para que depois possamos fazer partições da unidade de medida escolhida. Um aspecto que considerei negativo ao analisar este livro foi o de que este não possui contextualizações ou relações dos números decimais com o dia-a-dia, que são importantes para a compreensão das idéias de ordem e de infinidade desses números pelos alunos.

No ensino dos números decimais, trabalhar com o contexto histórico assim como o contexto do dia-a-dia é muito importante, pois isso problematiza a origem dos números decimais e os alunos podem fazer relações com esses números no cotidiano.

Considero fundamental, também, relacionar desde o início a representação decimal dos números decimais com outras formas de representação, como o da fração decimal, fazendo equivalências e comparações. Considero fundamental o processo educativo dos números decimais a partir da experiência do problema. O problema desempenha um papel central, como aquilo que mobiliza o pensamento e o move, como aquilo que faz pensar. Trabalhar com o sistema posicional decimal ajuda os alunos a ter uma melhor noção de ordenamento nos números decimais.

Logo, acredito, segundo minha análise, que trabalhar com cada uma das sugestões do parágrafo anterior pode contribuir mais para uma noção do número decimal e de suas formas de representação, bem como da ordem dos mesmos, para os alunos que estão começando e os que já tiveram a introdução dos números decimais. Dos livros analisados, identifiquei que nenhum atenda todos os critérios que considero fundamentais para o aprendizado dos números decimais, e que serão descritos no capítulo 4, até porque, para isso, precisar-se-ia de muito tempo, que a escola não disponibiliza, pois precisamos trabalhar vários conteúdos nas 5ª e 6ª séries. Logo, acredito, segundo minha análise, que trabalhar com cada uma das sugestões do parágrafo anterior, pode contribuir mais para uma noção do número decimal e de suas formas de representação, bem como da ordem dos mesmos, para os alunos que estão começando e para os que já tiveram a introdução aos números decimais.

3. DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS DECIMAIS

O conceito de número decimal, no Brasil, geralmente é estudado nas 4ª e 5ª séries; nas demais (6ª, 7ª e 8ª) este conteúdo está diluído nos conteúdos específicos das séries (GRANDO; VIEIRA, 2006). Esse conteúdo de números decimais em geral é abordado no final do ano letivo, após o estudo de frações. Frações e números decimais, em um primeiro momento são estudados de maneira isolada, e acredito ser isso uma das iniciais causas de dificuldades conceituais dos alunos.

Segundo Grando e Vieira (2006), nos livros didáticos analisados pelas autoras, a noção de número decimal está presente em todas as séries: de 1ª a 4ª série a ênfase está na compreensão do sistema de numeração decimal, sendo que nas 3ª e 4ª séries os livros apresentam mecanismos conhecidos como "regras simplificadas". Na 5ª e 6ª série são apresentados aos alunos os conjuntos numéricos e suas relações, com uma abordagem mais extensa dos números decimais, sendo que na 6ª série eles são relacionados com o conjunto dos números racionais. Na 7ª e 8ª séries os decimais ficam diluídos em outros conteúdos matemáticos e são pouco utilizados em cálculos, pois, para aprender novos conteúdos, em geral, professores aliados ao livro didático expõem cálculos apenas com números inteiros, para facilitar as respostas.

Segundo as autoras:

> Um tema que focaliza atenções de inúmeros educadores matemáticos é o processo de formação de conceitos e as dificuldades e obstáculos que emergem nesse processo (GRANDO; VIEIRA, 2006).

Deste modo, Grando e Vieira (2006) analisam questões conceituais que envolvem a compreensão e as diferentes formas de representação do número decimal, constatando que parte dos alunos tem idéia do que seja um número decimal, mas poucos fazem apropriação do significado do conceito. A maioria dos alunos tem dificuldade de lidar com os decimais, suas representações e seu valor posicional.

A seguir, apresento algumas dificuldades na aprendizagem dos números decimais relatadas nessa e em outras pesquisas e, também, dificuldades detectadas através de questionário aplicado a alunos de quinta e sexta série.

3.1 Dificuldades na aprendizagem dos números decimais relatadas em pesquisas

3.1.1. Ensino e dificuldades conceituais relativas aos números decimais

Grando e Vieira (2006) apresentam um artigo que trata do ensino de números decimais no Ensino Fundamental. Esse texto trata de uma pesquisa em educação matemática cujo tema se relaciona a número decimal, focalizando as dificuldades dos alunos na aprendizagem desse conceito.

O objetivo do trabalho consiste em constatar as dificuldades dos alunos, através de atividades separadas por série, acerca da aprendizagem conceitual de números decimais. O estudo trata de informações coletadas junto aos professores sobre a proposta pedagógica para números decimais, de possíveis dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem e a receptividade do aluno à aprendizagem do número decimal. Foram consultados também, no planejamento curricular de matemática do ensino fundamental e nos livros didáticos utilizados pelos alunos, em que séries e como eram apresentados. É importante destacarmos outro objetivo, que seria utilizar os resultados obtidos na pesquisa em educação matemática para contribuir numa melhora do ensino de números decimais.

Participaram do estudo 19 alunos de 5ª e 14 alunos da 8ª série, quatro professores de 1ª a 4ª série e quatro professores de matemática de 5ª a 8ª série, um por série, de uma escola estadual em Tapera, Rio Grande do Sul. Introduzindo questões sobre os números decimais, as autoras coletaram dados dos alunos e com isso conseguiram analisar as dificuldades que, por sua vez, interferem na construção dos conhecimentos conceituais dos mesmos.

Em relação ao conceito de número decimal, parte dos alunos analisados apresentou idéias relacionadas a esse conceito, mas poucos se apropriaram do significado de número decimal. Observou-se que as maiores dificuldades ocorrem nas diferentes formas de representação do número decimal e no domínio do sistema de numeração decimal.

Parte dos alunos não consegue representar os números decimais nas suas diferentes formas, como passar da parte decimal para a parte gráfica por exemplo.

Em geral, quando se pergunta para os alunos de 5ª e 6ª séries, e não só dessas séries, como se escreve por extenso um número decimal, temos que a maioria escreve, por exemplo, 1,4 como sendo “um vírgula quatro” ao invés de “um inteiro mais quatro décimos”. Segundo Grando e Vieira (2006, p. 117), a leitura incompleta do ponto de vista conceitual deste número deve-se ao fato de que na escola há tendência de simplificar a linguagem matemática, tornando-a “coloquial”. Formalizar o vocabulário para os alunos é tarefa da escola, a ausência dessa formalização dificulta a aplicação posterior do conhecimento.

Os alunos definem o uso da vírgula com a função de separar algarismos, reconhecendo que sem a vírgula o número seria inteiro, contudo, não expressando que o uso da vírgula tem a função de separar a parte inteira de uma parte decimal envolvendo décimos, centésimos e assim por diante. Por exemplo, ao perguntar para os alunos como se lê o número decimal 1,2, parte deles responde que lê como “um e meio” ao invés de “um inteiro mais dois décimos”, ou até mesmo “um vírgula dois”, relacionando equivocadamente os dois décimos como metade da parte não inteira, e por vezes confundindo-os com a fração decimal 1/2.

Na resolução de situações-problemas, segundo as autoras, os alunos fazem uso de regras simplificadas, regras essas que por serem mecanizadas, não incentivam os alunos a pensar de forma lógica.

A forma como o número decimal vem sendo trabalhado na escola oferece ao aluno uma compreensão um tanto restrita do conceito, pois seria interessante contextualizar o número decimal utilizando as suas diferentes formas de representação. O fato de parte dos alunos apresentarem dificuldades na representação decimal, não a relacionando com a forma fracionária e gráfica, mostra que no meio escolar é desenvolvido de forma insatisfatória a aprendizagem desse conceito. Em geral, estuda-se tudo sobre frações e só após se introduz o estudo com decimais, sem enfatizar as relações entre esses temas.

Grando e Vieira (2006) concluíram que as dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Fundamental foram geradas por vários fatores, dos quais se destaca a necessidade de repensar o processo ensino-aprendizagem e de elaborar uma proposta que realmente possibilite a apropriação do significado do conceito de número decimal.

3.1.2. Usos, erros e obstáculos na compreensão dos números decimais

Perez (1988) apresenta um livro que trata do ensino dos números decimais. Desse livro, darei mais ênfase aos capítulos 1 e 9, a saber: *La realidad social de los numeros decimales* e *Dificultades, errores, conflitos y obstáculos*. A autora apresenta um estudo histórico e matemático do tema. O livro tem como público-alvo professores e universitários.

No primeiro capítulo, o objetivo da autora consiste em nos mostrar quais os usos e contextos mais significativos em que estão inseridos os números decimais, se podemos expressar os números decimais sem a utilização da vírgula e qual a sua importância. A pergunta que dá origem ao estudo é se temos a possibilidade de expressarmos números decimais sem o uso da vírgula, por que fazemos isso? Qual a vantagem na utilização da vírgula? A autora busca esclarecimentos sobre os números decimais e sua utilização. Neste capítulo não foi feita nenhuma experiência didática.

O que significam esses números com vírgula? Na maioria das vezes em que medimos, chegamos a cálculos cujas medidas não são inteiras. Se formos medir a altura dos alunos de uma sala da aula, a distância entre uma pedra jogada no chão e seu jogador quase sempre temos como resultado uma parte inteira de uma determinada unidade, "mais um pedaço". A questão é, sabemos o que há ao lado direito da vírgula?

Podemos evitar a vírgula dos números decimais, mas em muitos casos, fazendo uma mudança adequada de unidade. Por exemplo, 6,5 milhões de reais são equivalentes a 6500000 reais, uma escrita que não nos facilita tanto quanto a forma decimal, pois usa muitos algarismos. Os números decimais podem ser escritos na forma de fração decimal, além de servirem para aproximar o quanto quisermos os números irracionais, facilitando operações que, ao invés de serem feitas com irracionais, são feitas com os números decimais.

No capítulo 9, a saber, *Dificuldades, erros, conflitos e obstáculos,* os objetivos do trabalho consistem em detectar as dificuldades que os alunos encontram acerca dos números decimais, diagnosticar suas causas e elaborar novas estratégias didáticas que provoquem no aluno a progressão e compreensão do conceito de números decimais. A questão que inicia o estudo deste trabalho diz respeito ao erro, o que nos ensinam os erros? Sempre temos que evitá-los? Ou pelo contrário, são índices reveladores de algo que nos permita decidir o que vamos ensinar? Segundo a autora, numerosos estudos realizados confirmam a lentidão da aquisição e domínio do conceito de número decimal.

Neste trabalho, foram utilizados testes escritos seguidos de uma entrevista. Erros relacionados com a leitura e escrita dos números, valor de posição, erros relacionados com o zero, erros relacionados com a ordem em decimais. Por exemplo, qual o número inteiro sucessor de 02999? Muitos alunos têm como resposta o número 29100, mostrando dificuldades no sistema posicional decimal. Quando perguntados se 1,92 é menor, maior ou igual a 1,9200, muitas respostas foram de que o segundo número decimal é maior porque 9200 é maior que 92. Isso mostra dificuldades que os alunos possuem em relação ao zero à direita do número decimal, tratando por vezes, a parte não inteira como parte inteira.

Perez (1988) considera que o aprendizado e a utilização do conceito de números decimais são mais do que essenciais, são necessários no nosso dia a dia. Encontramo-los em medidas, proporções, bolsas de valores, juros simples e compostos entre muitos outros. A questão a ser discutida é como aprender de uma maneira que não seja mecânica, mas sim conceitual. A utilização dos números decimais é um tanto complexa para a idade em que começamos a estudá-los.

Através dos erros podemos fazer reflexões que prezem a compreensão dos conceitos de números decimais, conceitos que se não forem bem afirmados, podem trazer aos alunos problemas de cognição. O capitulo 9 se justifica pela necessidade que os professores possuem de conhecer quais aspectos do conceito de decimal oferecem mais resistência por parte dos alunos, propondo métodos de resolução. Segundo a autora, através de análises das respostas dos alunos com certa cautela, podemos elaborar novas estratégias didáticas que promovam a melhora no ensino-aprendizagem em matemática.

3.1.3. Quebra de unidade dos números decimais

Cunha (2002) apresenta uma dissertação que trata de um diagnóstico sobre a quebra de unidade e os números decimais, com alunos de 2ª a 5ª séries (crianças de 8 a 11 anos). A autora fez essa investigação em 2002, através de uma análise qualitativa de dados, utilizando-se de um questionário oral e escrito. As questões versaram sobre três contextos: medida, monetário e matemático. Levarei em consideração para a análise as investigações da autora sobre as 4ª e 5ª séries.

O objetivo do trabalho consiste em diagnosticar as representações dos alunos no que diz respeito à quebra de unidade e sua relação com os números decimais. Em outras palavras, Cunha (2002) pretende saber qual a relação que os alunos estabelecem entre os dígitos após a vírgula, na representação decimal, com a subunidade. A atividade que dá início à investigação envolve um questionário com 21 questões, perfazendo 39 itens. As questões propostas eram do tipo conceitual, de valor posicional e representativo de número decimal, bem como a função da utilização da vírgula. Os alunos responderam essas questões utilizando dois diferentes sistemas de representação: oral (linguagem natural) e escrito (linguagem simbólica).

Uma das hipóteses iniciais do trabalho diz respeito às dificuldades na aprendizagem dos alunos sobre os números decimais que podem estar relacionadas ao não entendimento da quebra da unidade natural, que nos dá como resultado quantidades menores que a unidade, não podendo assim, serem representadas por números naturais. Segundo Duval (apud CUNHA, 2002) não se pode ter a compreensão matemática se não se distingue um objeto de sua representação. As representações são necessárias para o funcionamento e desenvolvimento do conhecimento. Cada objeto matemático possui diversas formas de representação e, para que ocorra a conceitualização, segundo Duval (apud CUNHA, 2002), é preciso integrar todas essas formas de representação.

Os alunos em geral procuravam auxílio em conhecimentos anteriores para tentar resolver exercícios que envolviam novos conhecimentos. O conhecimento não construído corretamente nos números naturais traz obstáculos para a aprendizagem de novos números. Na medida em que surgem quantidades não naturais, como quantidades com a unidade de medida dividida em partes não inteiras, surge a necessidade de trabalhar com um novo universo de números: os números decimais. A linguagem como o aluno representa o número decimal 1,2 (um vírgula dois) também traz erros a respeito da parte não inteira.

A maioria dos alunos não dá significado à representação com vírgula, ignorando-a e operando a parte decimal como se fosse um número inteiro. Como os alunos possuem dificuldades nas diferentes formas de representação do número decimal, é preciso desenvolver métodos que favoreçam a compreensão do aluno. Para que ocorra a compreensão dos significados de uma representação, é preciso, segundo Duval (apud CUNHA, 2002), coordenar simultaneamente várias formas de representação. Cunha (2002) afirma que, para a aprendizagem dos números racionais na representação decimal, é necessário que o aluno compreenda os possíveis valores que o número decimal pode assumir, quando ocorre a quebra da unidade de medida, para poder fazer conexão entre os dígitos à esquerda e à direita da vírgula. Logo, o aluno deve fazer a conexão da unidade do número com seus múltiplos e submúltiplos.

Para a sala de aula, a autora sugere que os professores trabalhem com várias noções de unidade de medida e suas representações conforme orientações dos PCNs. Essa construção deve ser feita desde as séries iniciais, e sempre que possível utilizando-se das relações de meio, metade, com representações mais significativas segundo a faixa etária e no contexto social no qual o aluno se encontra.

Cunha (2002) concluiu que em diversos momentos os alunos parecem entender a quebra de unidade, pois conseguem explicá-la oralmente, no entanto, há uma grande dificuldade na representação por escrito. Renovar o método de ensino dos números decimais propondo mudanças segundo os erros mais comuns é uma maneira de tentarmos sanar as dificuldades dos alunos, que não são poucas.

3.2. Dificuldades identificadas em questionário aplicado com alunos

Visando identificar as dificuldades dos alunos em relação ao conceito de número decimal, às suas formas de representação e à ordem no sistema posicional decimal, foi aplicado um questionário com 8 exercícios escritos para alunos da quinta e sexta séries.

O questionário de investigação sobre dificuldades conceituais de números decimais foi aplicado na turma do Projeto Amora no Colégio de Aplicação da UFRGS, no dia 17 de setembro de 2009, no turno da tarde, com o tempo de 1 hora-aula. A pesquisa contou com 16 alunos que responderam o questionário de forma escrita composto por oito questões, sendo 7 alunos da 5ª série (Amora I) e 9 alunos da 6ª série (Amora II).

As duas turmas haviam estudado números decimais, sendo que a 5ª série não explorou diferentes formas de representações tanto quanto a 6ª série. O questionário foi aplicado individualmente.

As questões foram lidas em voz alta aos alunos, para o melhor entendimento. Foram realizadas algumas explicações principalmente para os da 5ª série, que não eram acostumados a este método de avaliação individual e sem questionamentos. As explicações foram sucintas, de modo a não influenciar a resposta dos alunos.

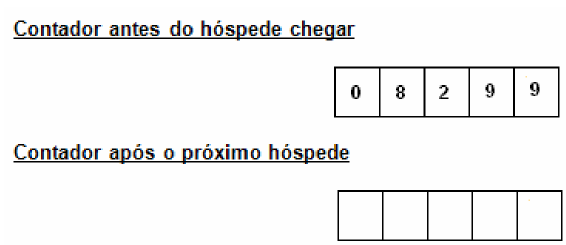
Na análise das respostas, busquei entender como o aluno vê o número decimal utilizado no cotidiano e o quanto conhece do mesmo, além de analisar se a contextualização do uso dos decimais em alguns exemplos da realidade ajuda no domínio do conceito desses números.

A seguir, apresento o questionário de investigação aplicado no Colégio de Aplicação da UFRGS.

1. **a)** Jadel Gregório é um atleta brasileiro que compete no salto triplo. É atualmente um dos maiores nomes do atletismo do Brasil. No Grande Prêmio Brasil de Atletismo, em 2007, Jadel quebrou o recorde sul-americano e brasileiro do salto triplo, conseguindo a marca de 17,90 m. Considerando o número decimal 17,90; qual o significado dos algarismos 1 e 7? E qual o significado dos algarismos 9 e 0? Para que serve a vírgula nesse número?

b)Em que outras situações utilizamos números com vírgula?

2. Em uma cidade do interior do Uruguai há um hotel bastante antigo que possui um contador de todos os hóspedes já alojados lá. Chegará mais um hóspede esta noite, como ficará o contador?



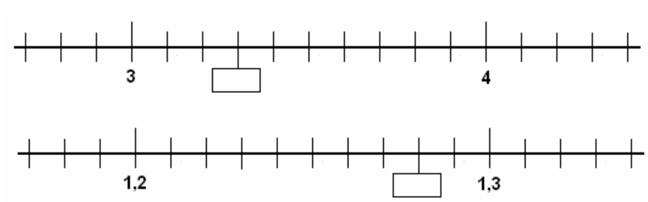
3. Ordene em os números a seguir em ordem crescente:

7,6 7,32 7,06

4. Qual dos números abaixo é o maior? Justifique.

0,09 0,421 0,4 0,1718

5. Que números decimais estão marcados nas retas reais representadas a seguir?



6. O número 1,53 é menor, maior ou igual ao número 1,530? Justifique.

7. Existe algum número entre 2,43 e 2,44?Justifique sua resposta.

8. Uma pousada possui ao total 10 quartos para alugar. No momento estão ocupados 4 décimos do total de quartos. Quantos quartos estão ocupados? Pinte a quantidade de quartos ocupados pelos hóspedes.

Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto
Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto

FIGURA 00 – Questionário de investigação sobre os números decimais

Na questão 1, o objetivo era o de diagnosticar o que os alunos entendem sobre o conceito de número decimal e o que significam, para eles, os algarismos antes e depois da vírgula, bem como a função da vírgula. No item b, procurei saber alguns exemplos de números decimais que eles conhecem no dia-a-dia.

Na questão 2, o objetivo era diagnosticar o que os alunos compreendem acerca do sistema posicional de base 10, analisando as dificuldades dos alunos com a passagem da unidade para dezena, dezena para centena. Considero o sistema posicional decimal um conteúdo fundamental para começarmos a construção dos números decimais, para que não haja sérios problemas de aprendizado.

Na questão 3, o objetivo era observar o que os alunos entendem sobre ordenamento dos números decimais. Esta questão pede para que os alunos escrevam os números em ordem crescente. A questão também buscou avaliar se o aluno entende a importância do zero no número decimal, diferenciando 7,06 de 7,6.

Na questão 4, o objetivo também era observar o que os alunos entendem sobre o ordenamento dos números decimais. Entre os números com diferentes números de casas decimais, o ordenamento pelos alunos nem sempre é feito de maneira correta. Nesta questão a resposta esperada era o número decimal 0,421, que é o maior dos quatro números no exercício.

Na questão 5, o objetivo era diagnosticar as dificuldades dos alunos na representação dos números decimais na reta real. Muitos alunos se complicam em localizar o número decimal na reta real pela dificuldade das partições de uma unidade. Na questão 6, o objetivo era analisar se os alunos entendem certas formas de representação do número decimal, sabendo ou não compará-los. Muitos não ignoram o valor posicional do zero quando este se encontra à direita da parte decimal.

Na questão 7, o objetivo era diagnosticar se os alunos sabem da existência de infinitos números entre os números decimais. Muitos dos alunos têm dificuldades em comparar casa por casa dos decimais, e na utilização do zero à direita dessas casas, o que atrapalha a noção de que sempre existe “mais um” número entre quaisquer dois números decimais. Essa questão foi elaborada com a suposição de que seria uma questão difícil para os alunos.

Na questão 8, o objetivo era ver como os alunos interpretam certas representações dos decimais, além de analisar o que os alunos entendem da formalização do número decimal, uma vez que foi pedido que representassem quatro décimos do total de quartos.

As questões foram classificadas como: **conceituais**, de **representação**, e de **ordem** dos decimais. As questões estão agrupadas de acordo com essa classificação.

(1) CONCEITUAIS	
(2) REPRESENTAÇÃO	
(3) ORDEM/POSIÇÃO	
Q1	(1)
Q2	(2), (3)
Q3	(3)
Q4	(3)
Q5	(2), (3)
Q6	(1), (2), (3)
Q7	(1), (2), (3)
Q8	(1), (2)

QUADRO 02 - Questões do questionário aplicado para a 5ª e 6ª séries, segundo suas classificações.

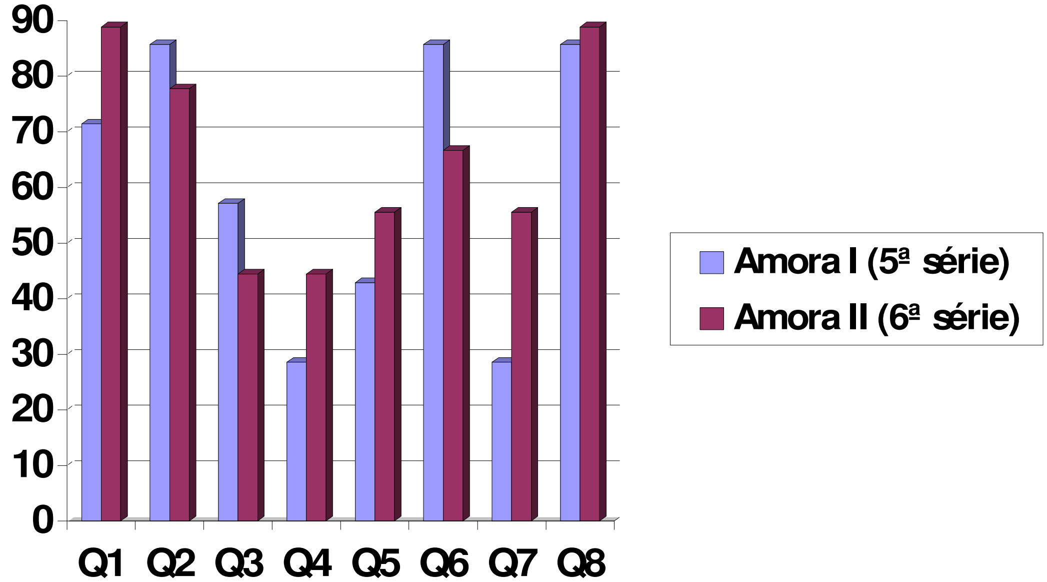
3.2.1. Análise das respostas dos alunos

O quadro abaixo retrata as respostas dos alunos de quinta e sexta série analisadas através do questionário de investigação.

Amora I (5º Série)		**Amora II (6º Série)**	
Q1	5/7	**Q1**	8/9
Q2	6/7	**Q2**	7/9
Q3	4/7	**Q3**	4/9
Q4	2/7	**Q4**	4/9
Q5	3/7	**Q5**	5/9
Q6	6/7	**Q6**	6/9
Q7	2/7	**Q7**	5/9
Q8	6/7	**Q8**	8/9

QUADRO 03 – Acertos das questões referentes ao questionário aplicado para a 5ª e 6ª séries.

Abaixo, o gráfico de acertos referente ao questionário sobre números decimais.



QUADRO 04 – Gráfico de acertos do questionário aplicado para 5ª e 6ª séries.

1. a) Jadel Gregório é um atleta brasileiro que compete no salto triplo. É atualmente um dos maiores nomes do atletismo do Brasil. No Grande Prêmio Brasil de Atletismo, em 2007, Jadel quebrou o recorde sul-americano e brasileiro do salto triplo, conseguindo a marca de 17,90 m. Considerando o número decimal 17,90; qual o significado dos algarismos 1 e 7? E qual o significado dos algarismos 9 e 0? Para que serve a vírgula nesse número?

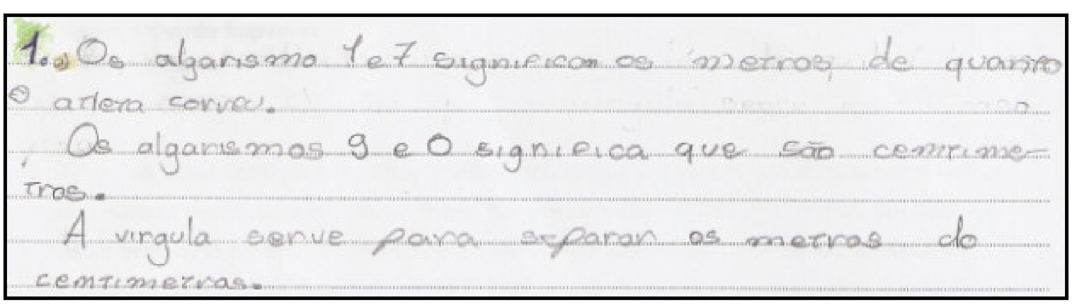

1. Os algarismo 1 e 7 significam os metros de quanto o atleta correu.
Os algarismos 9 e 0 significa que são centimetros.
A virgula serve para separar os metros do centimetros.

FIGURA 01 - Resposta do aluno AII 1, da sexta série, referente à primeira questão.

Nesta questão, em que há uma ligação entre o número decimal e um exemplo da realidade, embora a desatenção do aluno ao responder que o atleta correu ao invés de saltar, a resposta do aluno mostra uma compreensão do conceito de número decimal, separando a parte inteira da parte não inteira e fazendo o uso da vírgula para essa finalidade. Acredito que esta questão ficou facilitada, pois colocando que o atleta saltou 17,90 metros, os alunos subentenderam que a parte não inteira de metros seria os centímetros.

Se a unidade de medida estivesse em centímetros, acredito que esta questão seria um pouco mais complicada para a resolução dos alunos. Quando se utiliza a unidade de medida centímetro, espera-se que os alunos representem esta subunidade do metro fazendo uma mudança adequada de unidade para facilitar os cálculos, o que muitas vezes, não ocorre, pois os alunos não fazem uma relação da realidade com certas subunidades que para eles são um tanto complexas. Por exemplo, se a questão dissesse que o atleta tinha saltado 1790 centímetros, acredito que grande parte dos alunos teria mais dificuldade em relacionar essa altura com o metro.

6. O número 1,53 é menor, maior ou igual ao número 1,530? Justifique

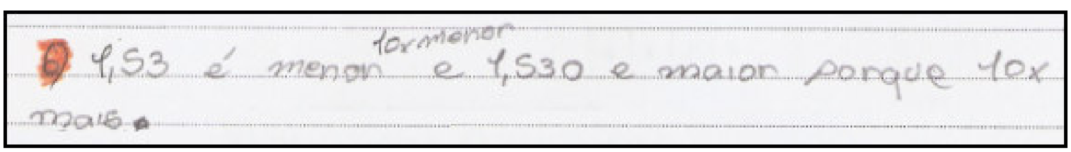

10x menor
6) 1,53 é menor e 1,530 e maior porque 10x mais.

FIGURA 02 - Resposta do aluno AII 1, da sexta série, referente à sexta questão.

Já nesta questão o mesmo aluno não demonstra a compreensão de número decimal da questão (1) anterior, uma vez que se equivoca quanto à ordem. Não há uma contextualização nesta questão que favoreça que o aluno relacione diferentes formas de representação. Por haver um zero a mais na parte não inteira do número decimal 1,530, possivelmente o aluno acredita que este número foi multiplicado por 10, logo, conclui que 1,530 é 10 vezes maior do que o número 1,53.

1)b)Em que outras situações utilizamos números com vírgula?

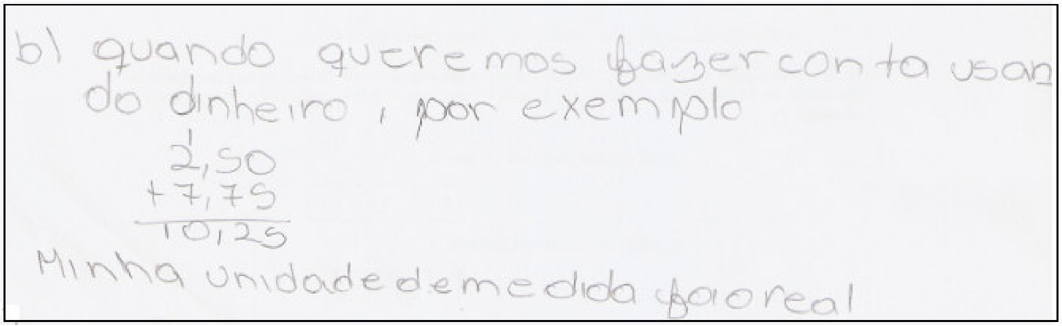

b) quando queremos fazer conta usan do dinheiro, por exemplo
2,50
+ 7,75
10,25
Minha unidade de medida foi o real

FIGURA 03 - Resposta do aluno AI 1, da quinta série, referente à segunda questão, item b.

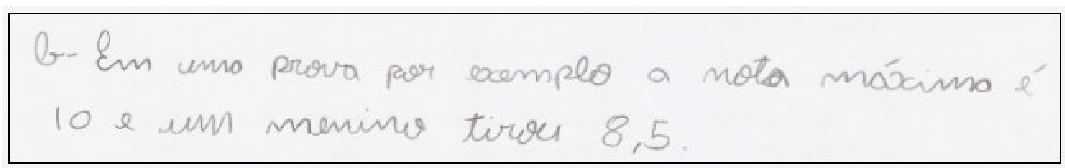

b- Em uma prova por exemplo a nota máxima é 10 e um menino tirou 8,5.

FIGURA 04 - Resposta do aluno AI 2, da quinta série, referente à segunda questão, item b.

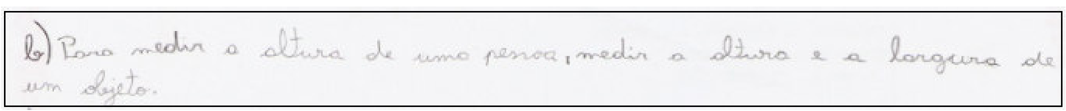

b) Para medir a altura de uma pessoa, medir a altura e a largura de um objeto.

FIGURA 05 - Resposta do aluno AI 3, da quinta série, referente à segunda questão, item b.

Nas três respostas acima, notamos que os alunos conseguem mencionar algum contexto onde os números decimais aparecem. Os exemplos monetários, notas de provas, medição de altura de pessoas ou largura de objetos são as mais utilizadas, uma vez que aparecem constantemente no cotidiano.

Em geral, os alunos conseguem fazer relações de números decimais com contextos do cotidiano com facilidade, ainda que a maioria pense em exemplos de números com até duas casas à direita da vírgula. Não houve nenhum exemplo nesta questão de número decimal com mais de duas casas à direita da vírgula, como em situações de preços de combustíveis ou até mesmo peso de objetos com 3 casas decimais após a vírgula.

6. O número 1,53 é menor, maior ou igual ao número 1,530? Justifique.

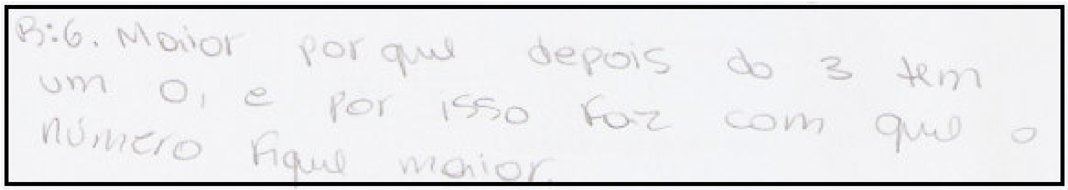

R:6. Maior por que depois do 3 tem um 0, e por isso faz com que o número fique maior.

FIGURA 06 - Resposta do aluno AII 2, da sexta série, referente à sexta questão.

Nesta questão o aluno trata o posicionamento dos números decimais de maneira equivocada. Ao interpretar uma representação decimal em qualquer contexto, o aluno possivelmente baseia-se em algo bastante usado no cotidiano, como por exemplo, o sistema monetário e o sistema de medidas. Uma vez que o aluno não consegue contextualizar certos números como, por exemplo, números decimais com três casas à direita da vírgula, eles encontram dificuldades para comparar esses números com números com duas casas à direita da vírgula. Em alguns casos, os alunos acreditam que o zero no final da parte decimal multiplica o número todo por 10. Acredito que, por não ser contextualizada, esta questão foi um tanto difícil para os alunos.

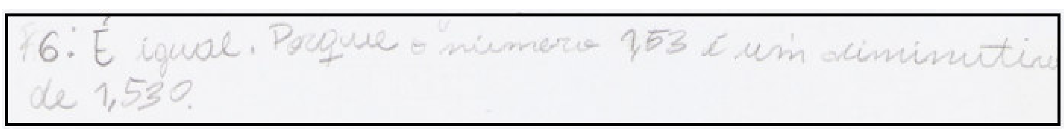

R6: É igual. Porque o número 1,53 é um diminutivo de 1,530.

FIGURA 07 - Resposta do aluno AI 4, da quinta série, referente à sexta questão.

Embora esse aluno não tenha um vocabulário formal para expressar sua resposta, utilizando a palavra "diminutivo", a resposta mostra que o aluno entende essas duas formas de representação do número decimal, entendendo que a quantidade de zeros no final da parte decimal não interfere no valor do número decimal, que pode ser representado de várias formas, como 1,53, 1,530, 1,5300, 1,53000.

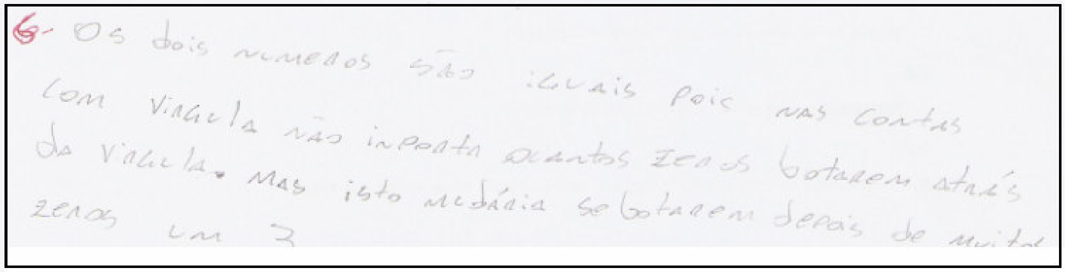

6- Os dois numeros são iguais poic nas contas com virgula não inporta quantos zeros botarem atrás da virgula. Mas isto mudária se botarem depois de muitos zeros um 2

FIGURA 08 - Resposta do aluno AII 3, da sexta série, referente à sexta questão.

Reescrevendo a resposta desse aluno: “*os dois números são iguais, pois nas contas com vírgula não importa quantos zeros botarem atrás da vírgula, mas isto mudaria se botassem depois de muitos zeros um dois*”.

Nesta resposta notamos que o aluno entendeu o conceito de número decimal bem como suas representações e ordem, uma vez que consegue estabelecer relações entre os números decimais, comparando-os e dando exemplos de números diferentes.

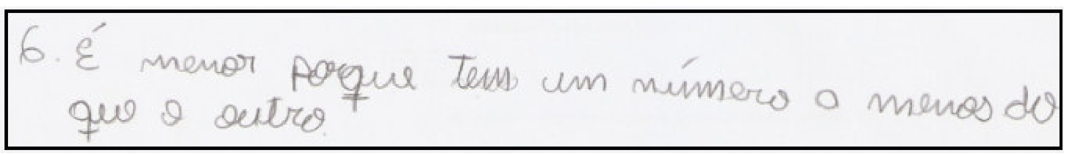

6. É menor porque tem um número a menos do que o outro

FIGURA 09 - Resposta do aluno AII 4, da sexta série, referente à sexta questão.

Nesta questão podemos notar a interpretação do aluno acerca dos decimais como pares de inteiros: ao comparar a parte não inteira, ele diz que 1,530 é maior que 1,53 porque 530 é maior que 53.

7. Existe algum número entre 2,43 e 2,44?Justifique sua resposta.

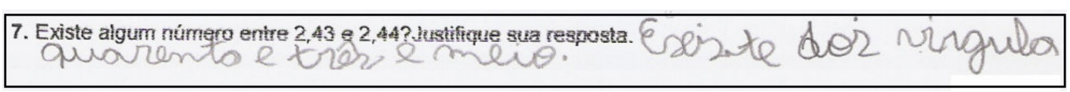

7. Existe algum número entre 2,43 e 2,44?Justifique sua resposta. Existe dois virgula quarento e três e meio.

FIGURA 10 - Resposta do aluno AII 5, da sexta série, referente à sétima questão.

A resposta acima mostra que o aluno tem a idéia da existência de algum número entre dois números decimais, porém não expressa formalmente o número decimal em linguagem simbólica. O aluno imagina que há um número localizado no “meio” desses dois números, porém não representa essa partição como décimos, centésimos, milésimos, representando-o apenas como um número 2,43 mais uma metade, uma vez que sabe que esse “número” ainda é menor do que 2,44.

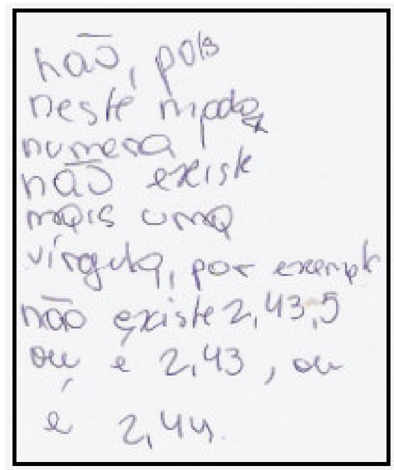


FIGURA 11 - Resposta do aluno AI 5, da quinta série, referente à sétima questão.

Nesta resposta, o aluno entende a utilização da vírgula como o que separa a parte inteira da parte decimal, mas não compreende a existência de algum número entre 2,43 e 2,44. Como o aluno conhece a utilização da vírgula, ele tenta dar um contra–exemplo dizendo que é inviável a existência de outra vírgula, não compreendendo o conceito e o ordenamento dos números decimais.

O aluno não faz a relação com o contínuo intuitivo, ou seja, pensa que inexiste algum número entre 2,43 e 2,44. Segundo Piaget e Inhelder (1993), ao tratar do contínuo (historicamente), poderíamos fazer relações entre medidas de objetos. Se o aluno conseguisse transpor esses dois números no contexto de medida de dois objetos, por exemplo, com 2,43cm e 2,44cm, colocando um objeto ao lado do outro, poderia observar que um objeto é maior que o outro e que existem medidas com outros valores entre as medidas dos dois objetos.

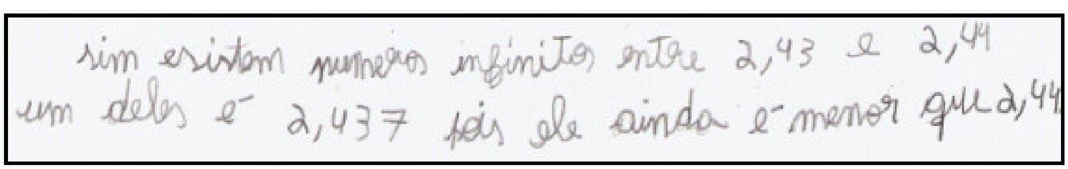


FIGURA 12 - Resposta do aluno AII 6, da sexta série, referente à sétima questão.

Nesta resposta o aluno mostra que entende o conceito de número decimal e seu posicionamento na reta real, sabendo comparar o número decimal casa por casa após a vírgula. Apenas acrescentando mais um zero nos dois números, ou seja, 2,430 e 2,440, pode-se perceber que existem no mínimo mais 9 números entre esses decimais, e seguindo a mesma linha de raciocínio, à medida em que forem acrescentados os zeros aos números da questão, obtemos infinitos números entre 2,43 e 2,44.

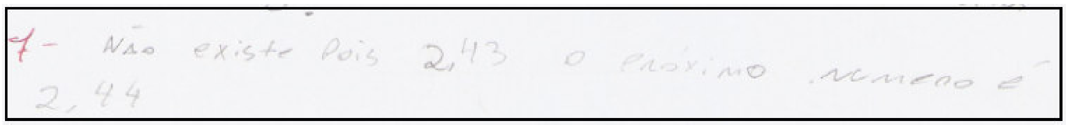


FIGURA 13 - Resposta do aluno AII 3, da sexta série, referente à sétima questão.

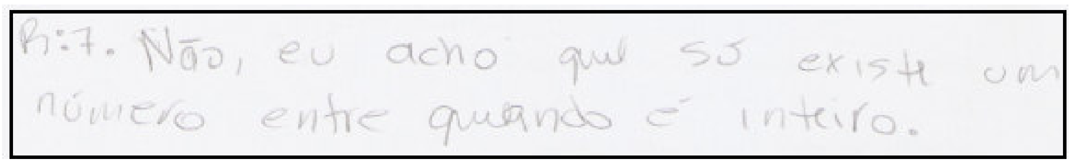


FIGURA 14 - Resposta do aluno AII 2, da sexta série, referente à sétima questão.

Nestas duas respostas precedentes, podemos observar que os alunos compreendem pouco a partição dos números inteiros, pois consideram que entre dois números inteiros só pode haver inteiros ou, ou entre dois números decimais com a mesma quantidade de casas à direita da vírgula, só pode haver números decimais com a mesma quantidade de casas após a virgula. Como não há nenhum número decimal de duas casas entre 2,43 e 2,44 , eles concluem que não existe nenhum número entre eles. Pela concepção desses alunos, não pode haver outro número decimal entre esses dois números decimais.

4. Qual dos números abaixo é o maior? Justifique.

0,09 **0,421** **0,4** **0,1718**

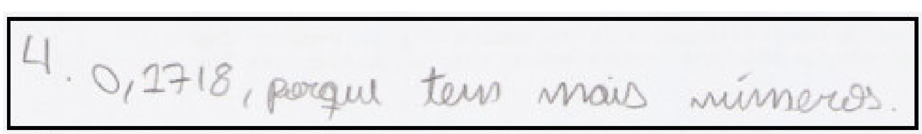


FIGURA 15 - Resposta do aluno AI 1, da quinta série, referente à quarta questão.

Nesta resposta de um aluno da 5ª série, pude notar que o aluno não leva em consideração o posicionamento do sistema decimal, analisando os algarismos à direita da vírgula não como quantidade inferior a 1 mas do mesmo modo como comparava os números naturais.

Segundo Perez (1988), os números decimais são interpretados por muitos alunos como pares de inteiros, e ordenados por critérios que em alguns casos podem dar lugar à resposta 0,1718 como a resposta correta, o que é um equívoco.

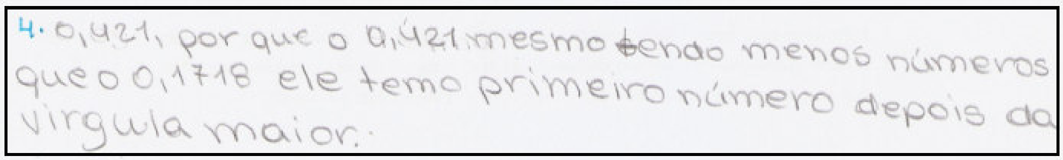
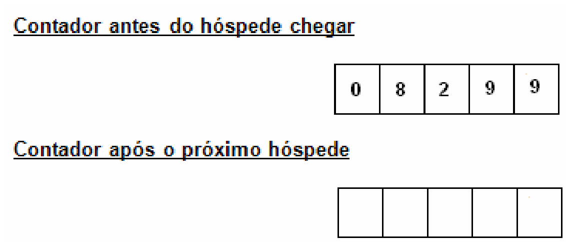


FIGURA 16 - Resposta do aluno AII 7, da sexta série, referente à quarta questão.

Já neste exemplo, vemos que o aluno consegue compreender a importância do posicionamento do sistema decimal, uma vez que identifica que, para comparar dois números, deve realizar esse processo analisando casa por casa dos algarismos à direita da vírgula, fazendo uso do aprendizado de sistema posicional decimal. Este aluno interpretou o número como uma parte não inteira menor do que um, não cometendo o erro do exemplo anterior.

2. Em uma cidade do interior do Uruguai há um hotel bastante antigo que possui um contador de todos os hóspedes já alojados lá. Chegará mais um hóspede esta noite, como ficará o contador?



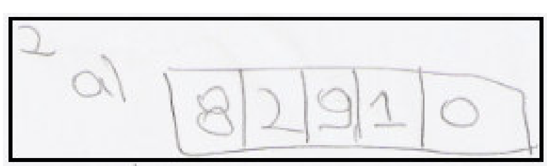


FIGURA 17 - Resposta do aluno AI 6, da quinta série, referente à segunda questão.

Neste exemplo o aluno da 5ª série não entendeu o sistema posicional decimal, pois equivocou-se ao usar duas casas para representar as unidades, e dessa forma acabou escrevendo o número 10 como dígito da unidade, logo, acarretando uma translação dos outros dígitos para outras casas do sistema de posicionamento decimal.

3. Ordene os números a seguir em ordem crescente:

7,6 7,32 7,06

FIGURA 18 - Resposta do aluno AI 1, da quinta série, referente à terceira questão.

Nesta questão, na maioria das respostas dos alunos houve uma alternância na ordenação dos dois primeiros números, a saber, 7,6 e 7,06. Entretanto, no que diz respeito aos três números, a maioria das respostas indicou o número 7,32 como o maior entre eles.

Ao propor aos alunos, nesta questão, que ordenassem os números decimais em ordem crescente (do menor para o maior), a resposta mais freqüente no questionário foi a expressada acima. Segundo Perez (1988), isso se dá porque os alunos consideram os números decimais como pares de números inteiros e, como neste exercício, o número à esquerda da vírgula tem o mesmo valor em ambos os casos, os alunos analisam apenas a parte à direita da vírgula como números inteiros, e assim concluem que 7,32 é maior que 7,06 e que 7,6, porque 32 é maior que 6 e maior que 06.

5. Que números decimais estão marcados nas retas reais representadas a seguir?

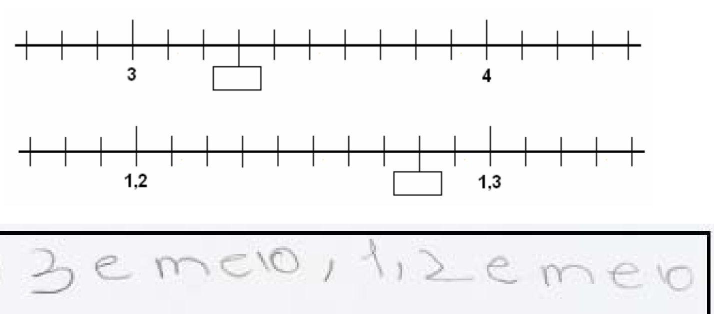


FIGURA 19 - Resposta do aluno AI 6, da quinta série, referente à quinta questão.

Nesta resposta, fica claro que o aluno não compreende a representação de número decimal através da reta real, ignorando o posicionamento do número nesta reta, e apenas identificando que o número está entre dois conhecidos. Desta forma, o aluno identifica que o número procurado está em um intervalo real, do qual conhece as extremidades (3 e 4 no primeiro caso, 1,2 e 1,3 no segundo caso), e então apenas adiciona "meio" ao menor valor, ou seja, o extremo esquerdo do seu intervalo conhecido.

A 6ª série (Amora II), no geral, obteve o maior número de acertos no questionário aplicado, abrangendo questões do tipo conceitual, de representação e de ordem/posição, com resultados mais significativos nas questões que envolviam representação. A 5ª série (Amora I) obteve melhores resultados nas questões 2, 3, 6, do tipo conceitual, de representação e de ordem/posição. No entanto, ambas as turmas apresentaram maiores dificuldades nas questões do tipo ordem/posição ao resolvê-las.

Muitas vezes a forma como o número decimal vem sendo trabalhado na escola oferece ao aluno uma compreensão restrita do conceito. Acredito que seja importante produzir questões que relacionem os números decimais com o cotidiano utilizando suas diferentes formas de representação para realizar comparações entre eles, uma vez que a meu ver este conteúdo apresenta grande dificuldade na compreensão por parte dos alunos.

4. ANÁLISE DAS PROPOSTAS PARA MELHORIA DO ENSINO DOS NÚMEROS DECIMAIS

4.1. Critérios

Quando analisamos alguns artigos e dissertações acerca de propostas de melhoras no ensino dos números decimais, precisamos de alguns critérios para fazer comentários. Ao longo deste texto comentarei os critérios que utilizei para a análise das propostas de melhoria do ensino dos números decimais.

No conteúdo dos números decimais, a ordenação desses números é tão importante para podermos fazer representações e comparações quanto complicada. Para solucionar essas dificuldades seria interessante propor situações problemas, pois concordo com Pais (apud GRANDO; VIEIRA, 2006) que o problema é um impulso para o saber e um elemento essencial para a prática pedagógica, deixando os alunos mais interessados no conteúdo. Os usos da linguagem oral e da escrita também são critérios considerados importantes para a formação do conceito dos números decimais. Ao escrever um número decimal, deve-se saber qual a finalidade da vírgula neste contexto, bem como a leitura formal do número, que ajuda na compreensão do conceito (por exemplo, lendo-se o número decimal 1,2 como "um inteiro mais 2 décimos", ou seja, uma unidade somada com uma parte menor do que a unidade).

Quanto à unidade de medida, é interessante propor para os alunos situações que possibilitem relacionar várias unidades de medidas, como por exemplo, fazer relações entre 3,5m e 350cm. Muitas vezes, os alunos não conseguem fazer relações entre unidades de medida diferentes, o que dificulta a compreensão de certas questões de números decimais.

Sempre que possível, é interessante proporcionar aos alunos "situações no ensino-aprendizagem que favoreçam a descoberta dos princípios que regem o sistema de numeração decimal" (GRANDO; VIEIRA, 2006, p. 131). Alunos que buscam a compreensão do conceito têm uma nova visão do conteúdo, sem precisar decorar regras simplificadas que sejam, digamos, fáceis de esquecer. Precisamos repensar o processo ensino-aprendizagem, elaborar uma proposta que realmente possibilite a apropriação do significado do conceito de número decimal, pois essa é uma necessidade que nos cerca. A tentativa de repensar aulas menos tradicionais e mais participativas pode ser um meio eficaz para sairmos dos mesmos modelos de aula, modelos muito parecidos pelos quais passamos como alunos.

Construir relações dos números decimais com a representação fracionária e gráfica é um método muito interessante, pois há certos problemas para a solução dos quais precisamos de algo diferente da representação decimal, precisamos de alguma representação que seja mais adequada àquele contexto. Para isso temos que compreender outras representações dos números decimais, sempre analisando qual a melhor delas para utilizar em certos problemas.

Segundo Cunha (2002), a compreensão dos alunos acerca dos números decimais não pode vir separadamente de maneira escrita, ou separadamente de maneira oral. Relacionar essas duas formas de linguagem possibilita ao aluno construir um conhecimento envolvendo a forma simbólica (forma escrita) e a forma natural (linguagem oral).

Perez (1988) sugere agrupar os erros para identificar os níveis de compreensão de cada aluno, e procura discutir sobre a importância do erro nos processos de aprendizagem, enfatizando o ensino pelo método de *conflito*. O método de conflito consiste em provocar o aluno através de discussões e debates orais, com ajuda de instrumentos (como régua, calculadora), a fim de provocar reflexões onde o aluno reforça o conceito correto dos números decimais.

Os alunos necessitam de tempos diferentes para o aprendizado, em diferentes partes do conteúdo. Se interpretam bem as dezenas, centenas e unidades, não podemos pensar que vão interpretar com a mesma facilidade os décimos, centésimos e milésimos, embora tenham o mesmo modelo de representação (10 unidades em uma dezena é o mesmo que 10 décimos em uma unidade), uma vez que quando tratamos de décimos, centésimos, milésimos, estamos subdividindo a unidade em partes iguais, e não apenas multiplicando um número inteiro pela base (dez).

4.2. Análise das propostas

4.2.1. Dos números com vírgula para os fracionários

Marchesi (2001) apresenta um artigo em que trata da inversão da ordem de aprendizagem entre dois conteúdos matemáticos, a saber, o estudo dos números decimais antes do aprendizado de frações para a 5ª série, empregando a metodologia de experiência de ensino. O autor fez essa investigação em 1997, utilizando-se de materiais concretos, questionários e exercícios, além do uso de um mecanismo que causa polêmica nas escolas: a calculadora.

O objetivo do trabalho consiste em inovar o ensino de números racionais da 5ª série, introduzindo-se inicialmente os números decimais e, a partir deles, evoluir para as demais representações dos números racionais, com sua utilização simultânea. Outra inovação foi o uso da calculadora como elemento exploratório e recurso didático-pedagógico para a significação dos números decimais. A atividade que dá início à investigação diz respeito à exploração e conhecimento da calculadora. Discussões foram feitas acerca da calculadora, a fim de quebrar o preconceito que ainda imperava na sala de aula, e à medida que iam se aprendendo as funções da calculadora, novas dúvidas iam surgindo, mostrando que a mesma pode ser um objeto muito complexo, se utilizado de forma coerente.

Cálculos feitos na calculadora, como 5 – 2 x 2 = 6, fizeram os alunos refletir que a calculadora era "burra", pois fazia as operações que apareciam primeiro, e só fazia o que a instruíam a fazer. O objetivo de problematizar com a calculadora surtiu efeito, e logo os alunos já estavam entendendo a função da tecla "ponto" da calculadora, tendo-a como a "vírgula" que separa a parte inteira da parte quebrada, e não mais como um ponto de milhar, como no número 1.000 que estavam acostumados a escrever em seus cadernos. Para as operações e para noções de ordem foram utilizados materiais concretos, como a régua e o material dourado. Para contextualizar o estudo da régua foram trabalhadas as unidades padrão de comprimento, buscando a internalização do significado dos números decimais.

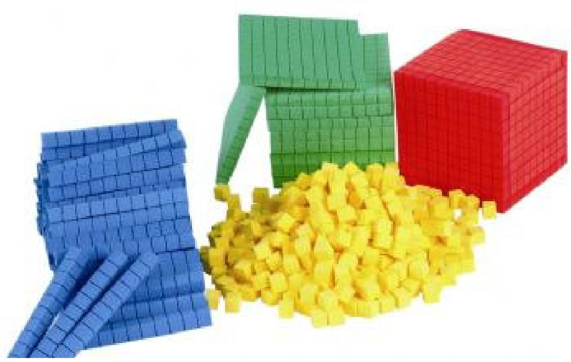


FIGURA 20 – Material dourado.

Segundo Marchesi (2001), os alunos construíram, com a ajuda da reta real, o conceito de número decimal. O obstáculo ainda aparecia para quem estava acostumado a ler o número 4,2 como "quatro vírgula dois", sendo conduzido ao erro no ordenamento desses números na reta. Quem se habituava a ler como "quatro unidades (ou inteiros) e dois décimos" (4 e 2/10) foi quem rapidamente percebeu que, estando a unidade dividida em cinco partes iguais, cada partição representaria dois décimos. Não levou muito tempo para os alunos chegarem a um resultado significativo sobre frações equivalentes. Uma aluna disse que "4 e 2/10 pode ser representado por 42/10”. Justificou que “cada inteiro corresponde a dez décimos, então quarenta décimos são quatro inteiros e mais dois décimos de fração.”

O autor concluiu que inovações como a calculadora ainda causam polêmica em salas de aula, entre os profissionais de ensino. A principal objeção refere-se à possibilidade de ser usada de forma mecânica e sem sentido, não apoiando o desenvolvimento e a capacidade de pensar. Outro aspecto inovador dessa experiência, a inversão na ordem na abordagem das representações dos números racionais, é pouco utilizado, tanto dentro das escolas quanto em livros didáticos.

No final do texto, encontra-se a conclusão de que a inversão é viável. Mas, além de ser viável, outro questionamento à proposta da inversão é se ela é necessária ou não. Marchesi (2001) está convencido de que privilegiar o estudo de frações em relação aos números decimais é legitimar uma autêntica contradição cultural em um país que utiliza o sistema decimal para a maioria das unidades de medidas.

Nesta análise de proposta nota-se que o autor tenta inovar para buscar a compreensão do aluno sobre os números decimais. Ao trabalhar com a calculadora, além de explorar um método de ensino manipulativo, tenta-se, ao elaborar um método prático e eficaz para o aluno, buscar a compreensão do significado dos números decimais.

Quando propomos situações problemas com a calculadora, podemos também trabalhar a linguagem do número decimal utilizando a forma mais “formal” de escrever o número (como no exemplo acima do número decimal 4,2). Manipulando a reta real ao fazer medições de perímetros e áreas, o aluno em geral tem menos dificuldades em relação ao ordenamento do número decimal, uma vez que trabalhando com material concreto, consegue visualizar a diferença, por exemplo, entre 5,5 e 5,05, que muitos acreditam serem equivalentes.

Se, após utilizarmos a régua graduada, conseguirmos trabalhar com um instrumento de medição com outra unidade de medida mais precisa, como o paquímetro, podemos trabalhar com a idéia de densidade dos números decimais sempre encontrando um número decimal entre dois números decimais, mesmo se os números tiverem a parte decimal consecutiva, como por exemplo, no caso dos números 1,34 e 1,35, onde muitos alunos se equivocam ao achar que não existe número entre esses dois números decimais.

À medida que vamos utilizando a calculadora para fazer cálculos como 5 – 2 x 2 = 6, nota-se que a resposta dada pela calculadora está equivocada. Utilizando o método de conflito, ao encontrarmos a resposta errada, pedimos aos alunos para tentar descobrir o porquê de ela estar errada, e explicar com suas próprias palavras, mas não deixando de lado a formalização, dando ênfase ao sistema de posicionamento dos números decimais.

4.2.2. Resolução de problemas e jogos com números decimais

Vizinho e Cabrita (2002) apresentam um artigo que trata do estudo do processo de ensino e aprendizagem dos números decimais sustentado por atividades de resolução de problemas. Analisou-se o desenvolvimento da atividade didática com alunos do quarto ano de escolaridade. As autoras fizeram a investigação no ano de 2002, utilizando situações problemas, jogos, e materiais contextualizados muitas vezes sugeridos pelos próprios alunos.

A principal finalidade do estudo consistiu em avaliar se uma diferente abordagem matemática com outras áreas disciplinares, com o cotidiano e com o apoio de materiais diversificados contribui para uma sólida construção dos conceitos dos números decimais, para os alunos e para um desenvolvimento profissional dos professores envolvidos na investigação. Em uma última instância, analisar se o estudo também contribuiu para uma nova cultura matemática. O estudo envolveu 36 professores do 1º ciclo, somados com 19 alunos freqüentando o 4º ano de escolaridade, numa escola do distrito de Aveiro, em Portugal.

A investigação teve início com um questionário sobre os números decimais aplicado aos professores do 1º ciclo, com o intuito de recolher informações sobre suas concepções e representações no processo de ensino dos números decimais, e acerca de seus respectivos modelos de ensinar o conteúdo. Em seguida, desenvolveu-se a parte empírica do trabalho. Procedeu-se a uma breve avaliação em forma de questionário de diagnóstico da aprendizagem dos alunos sobre os números decimais, para, posteriormente, elaborar um questionário modificado para a investigação.

Para a tarefa aplicada, apostou-se numa enorme diversidade, priorizando a resolução de problemas, investigações matemáticas, estabelecendo-se relações com outras áreas disciplinares (interdisciplinaridade), e com o cotidiano. O trabalho foi realizado ora com atividades individuais, ora com atividades em pequenos e grandes grupos, atribuindo ao aluno o papel principal para a construção do seu conhecimento, no qual a comunicação obteve destaque.

Entre as atividades envolvidas na investigação, utilizando-se ou não a calculadora e o computador (Excel) destacam-se:

- Decimate: material manipulável em que o mesmo retângulo é dividido em 10, 100 e 1000 partes iguais, permitindo a representação e a compreensão dos conceitos, das relações e das ordens representadas. Por exemplo, com este material pode-se perceber que $0{,}35 < 0{,}5$;

- Domicedi, Dominó da décima: um jogo similar ao dominó, onde num dos lados dos "tijolos" estão quadros representativos de unidades divididas em 10 partes iguais e no outro números decimais, e tem como objetivo a associação de cada número com a quantidade que representa (partes pintadas segundo seu valor inteiro e decimal), além da construção do significado e ordenamento dos decimais.

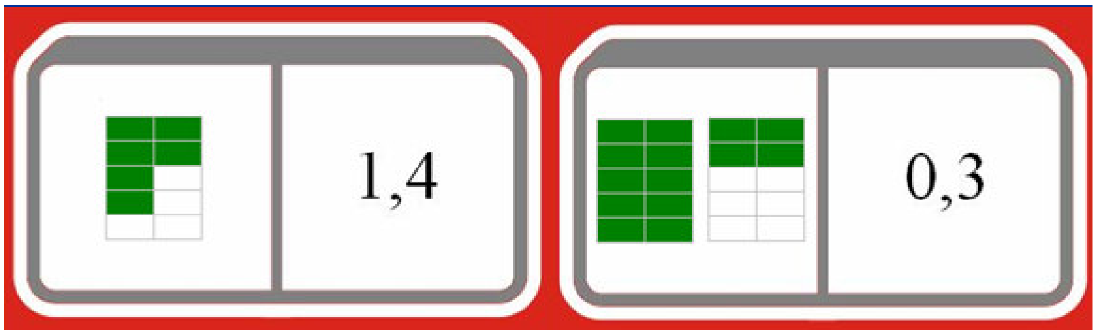


FIGURA 21 – Representação do jogo Domicedi.

Outras atividades subseqüentes surgiram, a maior parte, por invenção dos próprios alunos.

Segundo Vizinho e Cabrita (2002), foram registrados ganhos significativos, do ponto de vista qualitativo, ao analisar e comparar os resultados obtidos pelos alunos entre o primeiro e o segundo questionário. Com a contextualização do dia-a-dia, além de jogos manipulativos e da interdisciplinaridade, nota-se que os alunos, em geral, parecem compreender algumas questões referentes ao ordenamento dos decimais que eram tidas como dificuldades no primeiro questionário. Grande parte dos alunos considerava a décima parte da unidade maior do que a quinta parte dessa mesma unidade. Através das discussões e idéias provocadas pela resolução de problemas, foi quase sempre possível uma “reformulação” do conceito de número decimal em questão, trazendo os significados pessoais muito próximos aos pretendidos pelos professores e pelas escolas.

As autoras concluíram que as mudanças no ensino investigadas nesta pesquisa parecem contribuir para uma melhora significativa da qualidade do ensino dos números decimais. Logo, acredito que este trabalho pode vir a provocar novas discussões entre os alunos acerca do conceito dos números decimais, possibilitando-os a uma melhor compreensão em questões conceituais, de ordem e de representação dos números decimais.

Segundo Perez (1988), para ocorrer um ambiente pedagógico de aprendizado, deve-se possuir certas características, como as de motivar e estimular as atividades dos alunos, levando-os ao prazer de buscar, investigar e de descobrir, realizando atividades diversificadas que tenham a finalidade de sanar dúvidas e que conduzam os alunos para novas aprendizagens. Considero importante que o professor utilize aulas participativas, que geralmente promovem mais envolvimento por parte do aluno, que participa da construção do seu próprio processo de aprendizagem. Para essa participação, o uso de recursos didáticos, a meu ver, é fundamental.

A partir do método de questionário aplicado podemos fazer uso do método de conflito, o qual busca provocar o aluno através de discussões e debates orais, com ajuda de instrumentos como réguas e materiais concretos. Ao utilizar este método, instigamos os alunos a fazerem reflexões sobre o conceito de número e sobre os erros que cometeram.

4.2.3. O ensino dos decimais através de fração decimal, jogos e calculadora

Jucá (2008) apresenta uma dissertação que trata de uma seqüência didática referente à compreensão, à ordem e às operações no ensino dos números decimais. Para a pesquisa, contou-se com 35 alunos da 5ª série do ensino fundamental de uma escola pública de Belém do Pará, empregando-se a metodologia de experiência de ensino. De antemão, realizou-se um teste diagnóstico com dez situações-problemas envolvendo os números decimais, e, através deste resultado, foi possível construir e aplicar uma seqüência. Darei mais ênfase à análise da autora sobre compreensão e ao ordenamento.

O objetivo desta pesquisa foi o de investigar se uma seqüência didática desenvolvida apresentaria resultados satisfatórios no processo de ensino dos números decimais, utilizando-se recursos como jogos e calculadora no conjunto das atividades, para 5ª série do Ensino Fundamental. No primeiro diagnóstico, os alunos mostraram o resultado abaixo do esperado, fazendo com que a autora, ao construir a seqüência didática, levasse em consideração os principais problemas de aprendizagem, como o de ordenamento e o de compreensão dos números decimais, e a partir disso, propusesse situações problemas que permitissem que os alunos fizessem relações sobre esse conteúdo e construíssem o conhecimento através de jogos e atividades com a calculadora.

Entre as atividades desenvolvidas na seqüência didática, estavam: a transformação de número decimal para fração decimal; a transformação de fração decimal em número decimal; e a comparação entre os números inteiros. Na atividade de compreensão, foi feito uma introdução ao número decimal, através da partição de números inteiros. Após essa introdução, realizou-se uma atividade de leitura e comparação entre os números decimais. Na atividade da transformação de número decimal em fração decimal e vice-versa, o objetivo era a construção dessas duas representações dos números racionais com o auxílio da calculadora. Jucá (2008) notou que, quando os alunos trabalharam com a calculadora, mostraram mais motivação para a realização dos problemas, uma vez que a calculadora não é muito utilizada na sala de aula deles, e que suas aulas são geralmente expositivas.

A calculadora mostrou-se um recurso favorável no processo de ensino dos números decimais, acreditando-se que seja importante para o desenvolvimento de outros trabalhos em sala de aula, com a finalidade de aumentar a compreensão de estudos que envolvam os números decimais. As atividades de jogos, segundo Jucá (2008), foram muito interessantes e favoráveis para a construção do conhecimento, uma vez que os alunos trabalharam juntos e se auxiliavam, ainda que optassem por vencer o jogo, procuravam auxiliar o colega que apresentava dificuldade.

A autora concluiu que a utilização da seqüência didática pode ser significativa para uma proposta de ensino de números decimais. Constatou-se o desenvolvimento esperado dos alunos na aplicação da seqüência e dos seus resultados posteriores. Acredito que esta metodologia de ensino contribuiu de forma satisfatória para a evolução intelectual do aluno, uma vez que os resultados do teste após a aplicação da seqüência didática foram muito melhores do que os resultados do teste de diagnóstico.

Segundo Jucá (2008), alguns alunos encontram dificuldades em trabalhar em grupos na elaboração de conceitos a serem construídos, porém, no decorrer das atividades, essas dificuldades foram sendo superadas. A autora acredita que essas dificuldades iniciais se dão porque os alunos estavam acostumados com aulas expositivas, aulas em que se copia o conteúdo no quadro, e se resolvem exercícios.

Propor aos alunos situações problemas a fim de relacionar diferentes unidades de medidas é algo que precisa ser repensado. Muitos alunos não fazem a relação entre 2 kg e 2000g, não percebendo que esses pesos são equivalentes. Uma forma de propor relações acerca das unidades de medidas seria fazendo medições na sala de aula mesmo. Com a régua graduada podemos fazer a medição de classes, cadeiras, quadro negro, além da altura dos alunos, e, como a régua graduada tem a unidade de medida dos milímetros ou dos centímetros, podemos relacionar essas medidas com o metro. Todavia, não podemos simplesmente dar exemplos de medição para os alunos, esquecendo de todas as outras situações nas quais podemos relacionar as unidades de medida com os números decimais.

Acredito ser um fator importante aderir a uma dinâmica que busque privilegiar situações nas quais os alunos é que tenham que manipular objetos para construir o conhecimento, usando muito o método de que eles produzam seu exercício e o resolvam passo a passo. Logo, considero viável a expansão do conhecimento dos alunos sobre os números decimais, usufruindo de materiais didáticos como a calculadora e os jogos para a resolução de problemas referentes à compreensão e à comparação dos números decimais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho tratei das dificuldades na aprendizagem dos números decimais por alunos de 5ª e 6ª séries, bem como da análise de três propostas para a melhoria do ensino deste conteúdo. Considero este conteúdo problemático, não só pela complexidade do tema, como também porque nas escolas, quando ensinamos aos alunos certos métodos de resolução de problemas envolvendo os números decimais, muitas vezes não damos a devida atenção a partes deste conteúdo que são um tanto necessárias para o entendimento dos alunos. Sendo assim, eles acabam não compreendendo por completo o conceito de número decimal, bem como sua ordenação, suas formas de representação e sua relação com o sistema de numeração decimal.

O objetivo do trabalho foi o de detectar e descrever dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem, especialmente os relativos à construção do conceito, à compreensão do significado e à ordenação dos números decimais; bem como utilizar referências bibliográficas de dissertações, livros e artigos contendo propostas de mudanças no ensino dos números decimais para analisar e fazer comentários acerca dessas propostas.

Historicamente, os números decimais foram marginalizados por muito tempo, tendo aceitação da comunidade matemática há poucos séculos. O mesmo atraso ocorre na aceitação dos números decimais, onde abstrair o conceito de número decimal, bem como a ordem e suas representações, são tarefas difíceis para alunos da 5ª e 6ª séries.

Das análises da literatura e do questionário realizado pelos alunos da 5ª e 6ª séries do Colégio de Aplicação, concluí que existem dificuldades que precisam ser superadas para que haja uma mudança na compreensão dos números decimais.

Certas dificuldades que os alunos possuem neste conteúdo dizem respeito aos diferentes tipos de representação que os números racionais possuem. Problemas com o ordenamento e com comparações (e equivalência) de números decimais são os erros mais freqüentes em exercícios aplicados pelos alunos. Quando utilizamos a reta real para fazer comparações entre dois números decimais, notamos que se tentarmos explicar apenas o básico sobre o conteúdo, irão aparecer dificuldades para a resolução de problemas desse tipo. Considero importante mostrar as noções de grandeza contínua e discreta na reta real, além de buscar que os alunos compreendam sobre os infinitos números decimais que existem entre dois decimais ditos por muitos deles “consecutivos”, como por exemplo, 2,43 e 2,44.

Os alunos encontram muitas dificuldades quando tentam resolver exercícios não contextualizados, como por exemplo, decidir qual dos dois números decimais é o maior, entre

1,430 ou 1,6. Se o exercício fosse contextualizado de modo que os dois números decimais fossem medidas de altura, por exemplo, os alunos teriam mais facilidade para resolvê-lo, uma vez que, segundo o questionário que apliquei, a maioria sabe que a vírgula separa a parte inteira (metros) da parte não inteira (centímetros). Para solucionar essas dificuldades seria interessante propor aos alunos exercícios contextualizados, pois os problemas motivam os alunos a buscarem suas próprias soluções, promovendo o aprendizado.

O fato de parte dos alunos apresentar dificuldades na representação decimal, não os relacionando com a forma fracionária e gráfica, mostra que, provavelmente, a aprendizagem desse conceito se desenvolve de forma fragmentada no meio escolar, ou seja, estuda-se tudo sobre fração e só após se introduz o estudo com decimais.

Uma nova abordagem se faz necessária para que os alunos não decorem apenas regras e sim consigam fazer relações, comparações e representações. Entretanto, propostas novas, com sucesso comprovado em pesquisa, sugeridas por livros didáticos, artigos e dissertações parecem não ser muito usadas, dando lugar a métodos tradicionais com o uso de exercícios descontextualizados e repetitivos para a fixação do conteúdo.

Através da análise de propostas para a melhoria do ensino dos números decimais, podemos, ao tentar implementá-las, tentar fazer com que o aprendizado se torne mais eficaz, capacitando o aluno ao conhecimento e, assim, ao realizar exercícios, fazer relações com o cotidiano), podendo utilizar materiais concretos para fazer comparações e reflexões acerca da ordem entre números decimais, como a régua graduada e a calculadora.

Ao analisar a proposta de ensino de números decimais antes da introdução dos números fracionários, percebi que esta é uma alternativa para mudar o modo como se ensina o conteúdo, trazendo um retorno satisfatório com relação ao entendimento que os alunos apresentaram ao fim da atividade que desenvolveram. Isso pode ser comprovado com base no relato de Marchesi (2001).

Portanto, acredito que esta experiência contribuiu para minha formação como professor, uma vez que passei a entender melhor o que se passa na mente do aluno, através de certos exercícios e justificativas. O aluno é capaz de aprender e utilizar diferentes métodos para a resolução de exercícios sobre números decimais, sejam eles relacionados à compreensão do significado e à ordenação dos números decimais, bem como suas representações. O professor tem o papel fundamental na aprendizagem do aluno, uma vez que na construção do conceito dos números decimais, quando notar alguma dificuldade na compreensão do aluno, deve buscar saná-la para que o aluno não permaneça com essa dificuldade no decorrer do conteúdo dos números decimais.

Considero que este Trabalho de Conclusão de Curso sobre os números decimais pode ser útil não apenas para os professores da 5ª e 6ª séries, mas também para os professores do ensino fundamental e médio. Percebendo as dificuldades dos alunos, podemos construir novos planos de aula, métodos importantes que levem o aluno a não apenas decorar regras, mas também construir o conhecimento no conteúdo dos números decimais, que estão presentes em todas as partes de nossas vidas.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. ***Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: Ensino de Quinta a Oitava Séries.*** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROLEZZI, A. C. ***A Tensão entre o Discreto e Contínuo na História da Matemática e no Ensino da Matemática.*** Tese de doutorado. São Paulo: Faculdade de Educação da USP, 1996. Disponível em <www.ime.usp.br/~brolezzi/publicacoes/teses/brolezzidr.pdf>.

CENTURIÓN, Marília Ramos; JAKUBOVIC , José; LELLIS Marcelo. ***Matemática na medida certa: 5ª série, 6º ano do ensino fundamental.*** São Paulo: Scipione, 2007.

CUNHA, Micheline R. Kanaan da. ***A quebra da unidade e o número decimal: Um estudo diagnóstico nas primeiras séries do ensino fundamental.*** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática PUC, São Paulo, 2002. Disponível em <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/micheline_kanaan.pdf>.

DI PIERRO NETTO, Scipione. ***Matemática: conceitos e histórias: 5ª série.*** São Paulo: Scipione, 1998.

EVES, Howard. ***Introdução à História da Matemática***, Campinas: Unicamp, 1997.

GRANDO, N. I.; VIEIRA, Giancarla Beatriz. Números decimais: dificuldades conceituais. In: GRANDO, N. I. ***Pesquisa em Educação Matemática: contribuições para o processo ensino-aprendizagem***. 1 ed. Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo, 2006, v. 1, p. 110-135.

GUELLI, Oscar. ***Matemática: Uma aventura do pensamento.*** São Paulo: Ática, 1998.

IMENES, Luis Márcio; LELLIS Marcelo. ***Matemática para todos: 5ª série: 6º ano do ensino fundamental.*** São Paulo: Scipione, 2006.

IMENES, Luiz Márcio. ***A numeração indo-arábica.*** 7 ed. São Paulo: Scipione, 2002.

JUCÁ, Rosineide de Sousa. ***Uma Seqüência Didática para o Ensino das operações com os Números Decimais***. 192f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2008.

LUCHETTA, Valéria O. J. ***Sistema de numeração Indo-arábico***. 2000. Texto disponível em: <http://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/indoarabico.html>

MARCHESI, A. Inversão de mão na rua dos racionais: dos números com virgula para os fracionários In: FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. ***Por trás da porta, que matemática acontece?*** Campinas: FE/Unicamp/CEMPEM, 2001.

NUNES, T.; BRYANT, P. ***Crianças fazendo matemática.*** Tradução de S. Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PÉREZ, J. C. ***Números decimales. Por qué? Para qué?***. Madrid: Editorial Sintesis, 1988.

PIAGET, J. & INHELDER, B. ***A representação do espaço na criança***. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

PORTO, Zélia. ***Números Decimais: problemas de compreensão e de representação***. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, 1995.

VIZINHO, I.; CABRITA, I. Abordagem dos numerais decimais no 1º ciclo do ensino básico sustentada por actividades significativas de resolução de problemas. In: Ponte, J.; Costa, C.; Rosendo, A.; Maia, E.; Figueiredo, N.; Dionísio, A. ***Actividades de investigação na aprendizagem da matemática a na formação dos professores.*** Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação e Matemática, 2002.

7. APÊNDICES

A seguir, os questionários respondidos pelos alunos de 5ª (Amora I) e 6ª (Amora II) séries do Colégio de Aplicação da UFRGS.

APÊNDICE A – Questionários respondidos pelos alunos da 5ª série (Amora I)
APÊNDICE B – Questionários respondidos pelos alunos da 6ª série (Amora II)

APÊNDICE A - AMORA I (5ª série)

#6

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Questionário de investigação para Trabalho de Conclusão de Curso
Orientadora: Elisabete Zardo Búrigo
Carlos Eduardo Espinosa
Turma: Am I **Data:** 17/09/09

1. a) Jadel Gregório é um atleta brasileiro que compete no salto triplo. É atualmente um dos maiores nomes do atletismo do Brasil. No Grande Prêmio Brasil de Atletismo, em 2007, Jadel quebrou o recorde sul-americano e brasileiro do salto triplo, conseguindo a marca de 17,90 m. Considerando o número decimal 17,90; qual o significado dos algarismos 1 e 7? E qual o significado dos algarismos 9 e 0? Para que serve a vírgula nesse número?

M = 1
C = 7
D = 9
U = 0,
M = milhar
c = centena
d = dezena
u = unidade.

b) Em que outras situações utilizamos números com vírgula?

2. Em uma cidade do interior do Uruguai há um hotel bastante antigo que possui um contador de todos os hóspedes já alojados lá. Chegará mais um hospede esta noite, como ficará o contador?

<u>Contador antes do hóspede chegar</u>

0	8	2	9	9

<u>Contador após o próximo hóspede</u>

0	8	3	0	0

0 8 3 0 0

3. Ordene em os números a seguir em ordem crescente:

7,6 7,32 7,06

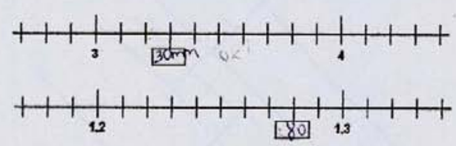
7,06 . 7,32 . 7,6

4. Qual dos números abaixo é o maior? Justifique.

0,09 0,421 0,4 0,1718

0,4 . pois é 40, e por virgula é maior

5. Que números decimais estão marcados nas retas reais representadas a seguir?



6. O número 1,53 é menor, maior ou igual ao número 1,530? Justifique.

igual. Pois só muda o zero, e no caso desta conta, não precisa do zero

7. Existe algum número entre 2,43 e 2,44? Justifique sua resposta.

não, pois neste modo numera não existe mais uma vírgula, por exemplo não existe 2,43,5 ou é 2,43, ou é 2,44.

8. Uma pousada possui ao total 10 quartos para alugar. No momento estão ocupados 4 décimos do total de quartos. Quantos quartos estão ocupados? Pinte a quantidade de quartos ocupados pelos hóspedes.

Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto
Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto

1

a) Os algarismos 1 e 7 significa 17 metros, e os algarismos 9 e 0 significa 90 centimetros, serve para separar o 17 do 90, porque se fosse 1790 não seria apena 17,90, mas muito mais. Então o 17 é metros e o 90 é centimetros.

b) quando queremos fazer conta usan do dinheiro, por exemplo

$$\begin{array}{r} 2,50 \\ +7,75 \\ \hline 10,25 \end{array}$$

Minha unidade de medida foi o real

2

a) | 8 | 2 | 9 | 1 | 0 |

3) é o zero virgula 4, porque o numero após o zero é maior, que o dos outros

4) : 7,6 | 7,32 | 7,06

5) 3 e meio, 1,2 e meio

6) é igual porque o zero não conta

7) Sim é o 2,43 e meio

8 -

1-a) O número 17 significa 17 metros e o 90, 90 centimetros.

b- Em uma prova por exemplo a nota máxima é 10 e um menino tirou 8,5.

2. 8300

3. 7,6 7,06 7,32

4. 0,1718, porque tem mais números.

5. 3,3 e 1,28.

6. É menor porque tem um número a menos do que o outro.

7. Não, 2,13

8.

a) 17,90 m. corresponde à 17 m e 90 cm.

b) Para medir a altura de uma pessoa, medir a altura e a largura de um objeto.

2) O contador ficará com o número 0 8 3 0 0

3) 7,06; 7,32 e 7,6

4) O número maior é o 0,421, porque esse número é igual à 0,4210

Como: 7,6 = 7,60   7,3 = 7,30.

6) É igual, como eu tinha explicado, na questão acima.

7) Eu não conheço.

① - Os algarismos 1 e 7 Servem para mostrar os metros. os algarismos qeo servem para marcar os centimetros.

6a- utilizamos numeros com virgula para dinheiro

0,1718 - porque tem o maior numero de agarismos

3- 7,6 em primeiro. ~~7,0~~ 7,00 em segundo, 7,32 em terceiro

6- eu acho que são iguais porque zero não vale nada

7- eu acho que existe o numero um porque cresce do 43 ao 44

R1a1: 1 e 7 significam 17 metros nessa medida. O 1 simboliza uma dezena e o 7, sete unidades.
9 e 0 ou 90, são o número de centimetros. A vírgula separa os metros dos centimetros.

R1 l e f: Normalmente em medidas como peso, altura e outras várias coisas.

R3: 7,06 7,32 7,6

R4: O número 0,1421. Porque o número 0,1218, que aparenta ser o maior, começa com 1, menor que quatro.
O número 0,1, o segundo maior, é quase o maior.

R6: É igual. Porque o número 1,53 é um diminutivo de 1,530.

R7: Sim. Entre 2,43 e 2,44, há milhares de números como 2,437.

APÊNDICE B - AMORA II (6º série)

42

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Questionário de investigação para Trabalho de Conclusão de Curso
Orientadora: Elisabete Zardo Búrigo
Carlos Eduardo Espinosa
Turma: 8ª 2 Data: 17/09

2

1. a) Jadel Gregório é um atleta brasileiro que compete no salto triplo. É atualmente um dos maiores nomes do atletismo do Brasil. No Grande Prêmio Brasil de Atletismo, em 2007, Jadel quebrou o recorde sul-americano e brasileiro do salto triplo, conseguindo a marca de 17,90 m. Considerando o número decimal 17,90; qual o significado dos algarismos 1 e 7? E qual o significado dos algarismos 9 e 0? Para que serve a vírgula nesse número?

b)Em que outras situações utilizamos números com virgula?

2. Em uma cidade do interior do Uruguai há um hotel bastante antigo que possui um contador de todos os hóspedes já alojados lá. Chegará mais um hospede esta noite, como ficará o contador?

X

Contador antes do hóspede chegar

0	8	2	9	9

Contador após o próximo hóspede

0	9	3	0	0

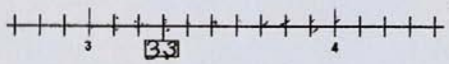
3. Ordene em os números a seguir em ordem crescente: x

7,67 maior 7,322 menor 7,06 - MÉDIO

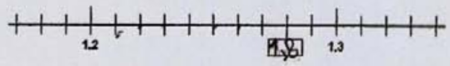
4. Qual dos números abaixo é o maior? Justifique. x Por que o número com menor algarismo era o menor

0,09 0,421 0,4 0,1718

5. Que números decimais estão marcados nas retas reais representadas a seguir?



OK



X

6. O número 1,53 é menor, maior ou igual ao número 1,530? Justifique. ✓
É maior porque o número com mais algarismo é o menor

7. Existe algum número entre 2,43 e 2,44? Justifique sua resposta. Existe dois vírgula quarenta e três e meio.

8. Uma pousada possui ao total 10 quartos para alugar. No momento estão ocupados 4 décimos do total de quartos. Quantos quartos estão ocupados? Pinte a quantidade de quartos ocupados pelos hóspedes.

4,6

Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto
Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto

1. Os algarismo 1e7 significam os metros de quanto o atleta correu.
Os algarismos 9 e 0 significa que são centimetros.
A virgula serve para separar os metros do centimetros.
1) Ah eu não sei.
2) O contador ficará com 08300
3) Acho que é assim: 7,6 , 7,06 , 7,32
4) 0,1718 porque tem um zero e tem uma quantidade bem grande.
5) a) 3,3
b) 2,4
6) 1,53 é menor 10x menor e 1,530 e maior porque 10x mais.
[redacted] Não, porque um é depois do outro.
8)

#3

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Questionário de investigação para Trabalho de Conclusão de Curso
Orientadora: Elisabete Zardo Búrigo
Carlos Eduardo Espinosa
Turma: AMII Data: 17/09/09

1. a) Jadel Gregório é um atleta brasileiro que compete no salto triplo. É atualmente um dos maiores nomes do atletismo do Brasil. No Grande Prêmio Brasil de Atletismo, em 2007, Jadel quebrou o recorde sul-americano e brasileiro do salto triplo, conseguindo a marca de 17,90 m. Considerando o número decimal 17,90; qual o significado dos algarismos 1 e 7? E qual o significado dos algarismos 9 e 0? Para que serve a vírgula nesse número? Para separar os metros dos centímetros

b) Em que outras situações utilizamos números com vírgula? Com dinheiro e peso.

2. Em uma cidade do interior do Uruguai há um hotel bastante antigo que possui um contador de todos os hóspedes já alojados lá. Chegará mais um hospede esta noite, como ficará o contador?

Contador antes do hóspede chegar

0	8	2	9	9

Contador após o próximo hóspede

0	8	3	0	0

3. Ordene em os números a seguir em ordem crescente:

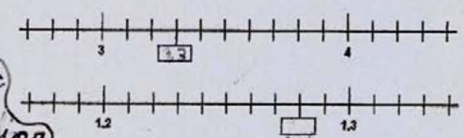
7,6 7,32 7,06 7,06 – 7,32 – 7,6.

4. Qual dos números abaixo é o maior? Justifique.

0,09 0,421 0,4 0,1718

Porque o primeiro número depois da vírgula é o maior, o segundo nº depois da vírgula é o segundo maior e assim por diante.

5. Que números decimais estão marcados nas retas reais representadas a seguir?



6. O número 1,53 é menor, maior ou igual ao número 1,530? Justifique.

Igual. Um zero no final de um número decimal não vale nada.

7. Existe algum número entre 2,43 e 2,44? Justifique sua resposta.

Sim. Existem vários números entre 2,43 e 2,44 como: 2,431 – 2,432 – 2,433...

8. Uma pousada possui ao total 10 quartos para alugar. No momento estão ocupados 4 décimos do total de quartos. Quantos quartos estão ocupados? Pinte a quantidade de quartos ocupados pelos hóspedes.

Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto
Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto

1 a) 17-metros para separar (mostrar) que um e
90-centimetros metro e o outro centimetro.

2 b) compras 7,0

3- 7,06/ 7,32/ 7,6

4- 0,4 por que para traz tem muitos zeros.

6- Eles são iguais, porque o zero não significa "nada" porque 1,53 pode ter uns 4000 zeros.

7- Sim muitos porque ali só está economizando zeros pode ter quantos quizer.

1.a) 1 e 7 são os metros, 9 e 0 são os centímetros, para separar o metro de centímetro.

b) para preços, medidas, temperatura.

3. 7,06' 7,32' 7,6

4. 0,421, por que o 0,421 mesmo tendo menos números que o 0,1718 ele tem o primeiro número depois da virgula maior.

6. Eu acho que são iguais, porque é só colocar um 0 que fica identico.

7. Sim, porque tem o 2,431' 2,432' 2,433'...

8. 4

#6

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Questionário de investigação para Trabalho de Conclusão de Curso
Orientadora: Elisabete Zardo Búrigo
Carlos Eduardo Espinosa
Turma: 6ª série **Data:** 17/09/09

1

1. **a)** Jadel Gregório é um atleta brasileiro que compete no salto triplo. É atualmente um dos maiores nomes do atletismo do Brasil. No Grande Prêmio Brasil de Atletismo, em 2007, Jadel quebrou o recorde sul-americano e brasileiro do salto triplo, conseguindo a marca de 17,90 m. Considerando o número decimal 17,90; qual o significado dos algarismos 1 e 7? E qual o significado dos algarismos 9 e 0? Para que serve a vírgula nesse número?

1 e 7 representa 17 metro e 9 e 0 representam 90 centimetros pois quando usamos o metro como unidade de medida colocamos os centimetros depois da virgula.

b) Em que outras situações utilizamos números com vírgula?

em varios situações usamos numeros com virgula um exemplo é no preço de alguns produtos

2. Em uma cidade do interior do Uruguai há um hotel bastante antigo que possui um contador de todos os hóspedes já alojados lá. Chegará mais um hospede esta noite, como ficará o contador?

Contador antes do hóspede chegar

0	8	2	9	9

Contador após o próximo hóspede

0	8	3	0	0

3. Ordene em os números a seguir em ordem crescente:

7,6 7,32 7,06

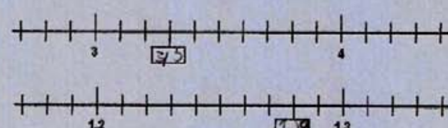
7,06 - 7,6 - 7,32

4. Qual dos números abaixo é o maior? Justifique.

0,09 0,421 0,4 0,1718

pois o primeiro algarismo é quatro e nos numeros depois da virgula o primeiro numero é que mostra se ele é maior ou menor

5. Que números decimais estão marcados nas retas reais representadas a seguir?



6. O número 1,53 é menor, maior ou igual ao número 1,530? Justifique.

igual pois nos numeros com virgula os numeros que estam depois da virgula se acabam em zero podemos retiralo pois não mudaro o numero.

7. Existe algum número entre 2,43 e 2,44? Justifique sua resposta.

8. Uma pousada possui ao total 10 quartos para alugar. No momento estão ocupados 4 décimos do total de quartos. Quantos quartos estão ocupados? Pinte a quantidade de quartos ocupados pelos hóspedes.

Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto
Quarto	Quarto	Quarto	Quarto	Quarto

sim existem numeros infinitos entre 2,43 e 2,44 um deles é 2,437 pois ele ainda é menor que 2,44.

e é maior que 0,4 pela diferença de 0,027.

respostas:

1) a) São 1 metros e 90 centimetros. porque para dividir este numero. dividindo tipo o em: uma dezena e sete unidades. E não me lembro o outro mas é algo deste tipo porem atrás da virgula

B- Em vários lugares. Exemplo: posto de gasolina

3- o primeiro numero é 7,06 o segundo é 7,32 o terceiro é 7,6.

4- O maior numero é o 0,421. Pois o numero que estiver na frente é o maior e os de trás são os menores.

6- Os dois numeros são iguais pois nas contas com virgula não importa quantos zeros botarem atrás da virgula. Mas isto mudaria se botarem depois de muitos zeros um 3.

7- Não existe pois 2,43 o próximo numero é 2,44

R:1. 1 e 7 (17) é correspondente aos metros, e o 9 e o (90) aos centímetro que o Jadel conseguiu saltar.

R:B. Eu não lembro muitos, mas vou falar os que sei. Usamos vírgula em números decimais, numeros ou contas com vírgula, área, perimetro, eu acho que em frações, mas não tenho certeza. Foi os que eu aprendi e me lembro.

R:4. Eu acho que o maior número é 0,1718, não sei o por que, mas acho que é porque vem depois da vírgula.

R:6. Maior porque depois do 3 tem um 0, e por isso faz com que o número fique maior.

R:7. Não, eu acho que só existe um número entre quando é inteiro.

1- B) Quando vamos comprar algo, quando vamos nos medir, quando vamos nos pesar, etc.
A) Eu acho que o 17 representa metros e o 90 centímetros.
2- | 1 | 8 | 2 | 9 | 9 |
3- 7,06 - 7,6 - 7,32.
4- Eu acho que é o 04 porque se você fosse fazer uma linha de números negativos e positivos ele estaria bem mais perto do zero do que os outros.
5- FIZ NA FRENTE DA FOLHA.
6- É igual porque é só tirar o zero do 1530 que fica 1.53.
7- Acho que não porque o número é um logo depois do outro
8.