MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UM MÉTODO PARA CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE MATERIAS POROSOS COM PROPRIEDADES DIFUSIVAS FUNCIONALMENTE GRADATIVAS PRÉ-ESPECIFICADAS

por

André Faraon Rodrigues

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, julho de 2017.

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

UM MÉTODO PARA CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE MATERIAS POROSOS COM PROPRIEDADES DIFUSIVAS FUNCIONALMENTE GRADATIVAS PRÉ-ESPECIFICADAS

por

André Faraon Rodrigues

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Thammy Cristina Hayashi
Coordenadora do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Rogério José Marczak

Comissão de Avaliação:

Prof. Cirilo Seppi Bresolin

Prof. Jakson Manfredini Vassoler

Prof. Rogério José Marczak

Porto Alegre, 20 julho de 2017.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família pelo apoio, paciência e bom humor que mantiveram durante este longo percurso que fiz, sempre me motivando a continuar.

Também agradeço aos meus amigos, dentro e fora da UFRGS, que sempre estiveram ao meu lado, compartilhando bons momentos e boas risadas.

Um especial agradecimento para minha namorada, que acredita mais em mim do que eu mesmo.

E por fim, um gigantesco agradecimento ao meu orientador, Prof. Rato, que apesar de tudo, se manteve como um exemplo de professor e que me possibilitou mais esta oportunidade de aprendizado ao seu lado.

RODRIGUES, A. F. **UM MÉTODO PARA CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE MATERIAS POROSOS COM PROPRIEDADES DIFUSIVAS FUNCIONALMENTE GRADATIVAS PRÉ-ESPECIFICADAS.** 2017. 26f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

RESUMO

O presente trabalho abordou um método de caracterização geométrica de materiais porosos a fim de se obter propriedades difusivas funcionalmente gradativas. O objetivo do trabalho é a obtenção de curvas de condutividade resultantes de distribuições de poros segundo uma probabilidade exponencial. Para tal, o material base foi discretizado em um domínio no qual posteriormente foi dividido em quatro sub-regiões. Nestas sub-regiões se pressupõe válida a teoria de campos médios e calculando-se o EVR da seção se analisou cada EVR em um problema de transferência de calor. Utilizando o método de elementos de contorno, calculam-se os coeficientes de condutividade térmica efetivo de cada região e utilizando funções de base radial, determinou-se a influência dos parâmetros da distribuição exponencial de poros nas propriedades de interesse. Os resultados obtidos fornecem curvas aproximadas para o comportamento da propriedade difusiva, de modo a servir de guia para construção de materiais com propriedades especificadas de condutividade.

PALAVRAS-CHAVE: material funcionalmente gradativo, elementos de contorno, materiais porosos, condução de calor, propriedades efetivas.

RODRIGUES, A. F. **A METHOD FOR GEOMETRIC CHARACTERIZATION OF POROUS MATERIALS WITH PRE-SPECIFIED FUNCTIONALLY GRADATIVE DIFFUSIVE PROPERTIES.** 2017. 26f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

ABSTRACT

The present work addresses a method of geometric characterization of porous materials in order to obtain functionally gradative diffuse properties. The objective of this work is to obtain curves for the conduction coefficient resulting of a distribution of porous according to an exponential probability. For such, the base material is discretized into a domain in which subsequently is divided into four sub-regions. In this sub-regions it's assumed validity of the theory o mean fields and calculating an RVE of the section, it was analyzed each REV in a heat transfer problem. Using the boundary element method, the effective thermal conductivity coefficient is evaluated for each region and using radial basis function, it is obtained the influence of the parameters for the exponential distribution of porosity, for the proprieties of interest. The obtained results provide approximate curves for the behavior of the diffuse properties, in order to serve as a guide for the construction of materials with pre-specified properties.

KEYWORDS: functionally graded material, boundary elements, porous material, heat transfer, effective properties.

ÍNDICE Pág.

1. INTRODUÇÃO 1
1.1. OBJETIVOS DO TRABALHO 1
1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 1
1.3. EVR E TEORIA DE CAMPOS MÉDIOS 2
2. MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO 2
3. METODOLOGIA 4
3.1. O PROBLEMA 4
3.2. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL 5
3.2.1. Criação do domínio 5
3.2.2. Criação dos poros 6
3.2.3. Secções de corte e criação do problema local 7
3.2.4. Condições de contorno e cálculo do coeficiente de condutividade 8
3.2.5. Interpolação para condutividade e distância média entre poros 9
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES 9
5. CONCLUSÕES 13
APÊNDICE A 15

1. INTRODUÇÃO

O conceito de material funcionalmente gradativo, ou FGM (do inglês Functional Graded Materials), foi inicialmente cunhado em 1984 com o programa espacial japonês, onde se buscou materiais que suportassem grandes variações de temperatura em espessuras menores que 10 milímetros [Shiota I., Miyamoto Y., 1996]. Esse tipo de material avançado se caracteriza por ter alguma de suas propriedades variando em suas dimensões, sejam elas propriedades físicas, químicas ou microestruturais [Singh L., 2016].

O grande atrativo desta classe é permitir o projeto de materiais cujas propriedades sejam definidas para a sua condição de trabalho, fazendo um uso mais inteligente de seus recursos. Alguns autores dividem os materiais FGM em três categorias, sendo elas: materiais quimicamente gradativos, materiais porosamente gradativos e materiais microestruturalmente gradativos [Mohamood R. M., et al, 2017]. Como exemplo pode-se citar o processo de deposição de vapor em uma superfície metálica, para qual, neste caso, a resistência do material é maior na superfície na qual foi feito o tratamento, conferindo-lhe assim melhores características somente nas regiões onde realmente é necessário um melhor refino da qualidade do material.

Hoje, contudo, estudam-se novas formas de modificar as características de um material, sem envolver necessariamente a alteração química deste. O uso e as possibilidades de utilização desta classe de materiais são amplos e apresentam uma tendência muito atrativa em vários setores onde não somente já são utilizados, mas também onde se buscam novas técnicas de obtenção de materiais FGM.

Sendo assim, o estudo de métodos para modificar as propriedades de materiais, de modo a configurá-los como materiais FGM, são de grande importância para a criação de novas possibilidades de utilização destes materiais.

1.1. OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo do presente trabalho é desenvolver um método de caracterização geométrica de um material poroso para obtenção dos parâmetros necessários de modo a se ter propriedades difusivas funcionalmente gradativas. O foco do trabalho é nos parâmetros relacionados à configuração da distribuição de poros obtida por uma probabilidade exponencial.

Para tal, à matriz será aplicada uma distribuição exponencial aleatória de poros, de raio constante, na qual será resolvido o problema de condução de calor em regime permanente. Para a análise da propriedade efetiva, a matriz será subdividida em diversas regiões nas quais é pressuposto a validade da teoria de campos médios, criando-se assim um elemento representativo para cada uma destas regiões. A cada região, é resolvido o problema de condução em regime permanente, utilizando-se o método de elementos de contorno, e obtendo-se assim uma propriedade média da condutividade térmica. Finalmente, utilizando-se curvas de base radial, traçou-se a função que descreve a condutividade térmica em função da posição, relacionando-se a distribuição de poros com seu respectivo impacto na propriedade de condução. Toda a metodologia e soluções numérico-computacionais foram feitas em linguagem Matlab.

O objetivo específico é o levantamento de casos para que se tenham alguns parâmetros pré-especificados que apresentem um comportamento para a condutividade térmica do material.

1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo de problemas do cálculo das propriedades efetivas em materiais heterogêneos vem ganhando espaço durante as últimas décadas graças ao grande avanço das técnicas computacionais, auxiliando o desenvolvimento de novos modelos. Desde o desenvolvimento dos primeiros estudos a respeito de propriedades efetivas em materiais porosos desenvolvido por Maxwell, em 1873, novos estudiosos vêm se dedicando para não

somente desenvolver novos modelos para determinadas estruturas e materiais, mas também modelos que consigam unificar o grande universo de possibilidades que existem no estudo dos materiais heterogêneos.

Dentro do estudo dos problemas de determinação de propriedades efetivas em problemas térmicos, o uso de métodos computacionais é cada vez mais utilizado. Em Zain-ul-Adbein et al., 2012, é realizado uma investigação dos fatores que afetam a condutividade térmica de compósitos particulados utilizando o método de elementos finitos. Já Berger J. R., 2000, apresenta duas metodologias para o desenvolvimento de soluções fundamentais para o problema de condução em materiais com anisotropia exponencial.

Também se destacam os trabalhos de Zarichta, 2012, com um estudo sobre a condutividade térmica de materiais porosos, na qual é utilizado o método de elementos de contorno para a solução do problema potencial, assim como apresenta um extenso estudo dos parâmetros associados ao elemento representativo (EVR), tais como o seu tamanho, número de poros, quantidade de simulações, etc.

A utilização do método de elementos de contorno para solução de tais problemas, e sua qualidade, é evidenciado em amplo apanhado de referências realizado no estudo de Buroni, F. C., 2006, focando-se no cálculo de propriedades mecânicas de materiais com inclusões cilíndricas com raio variável.

Udupa, et al, 2014, apresentam uma visão geral de utilização de materiais funcionalmente gradativos de compósitos, focando-se no desenvolvimento, criação e utilização de tais materiais.

1.3. EVR E TEORIA DE CAMPOS MÉDIOS

O conceito de EVR – do inglês Representative Volume Element, elemento de volume representativo – é apresentado por vários autores, e é usado para estimar as propriedades constitutivas de um material em termos dos seus microconstituintes [Nemat-Nasser, 1999]. Em outras palavras: é um elemento que seja pequeno o suficiente para capturar efeitos microscópicos do material, mas grande o suficiente para que ele seja representativo do material, capturando uma grande quantidade destes efeitos microscópicos. Este elo entre micro e macro escala, é de fundamental importância na solução do problema.

O método se baseia nas propriedades efetivas como sendo em relação a uma média, no volume, dos campos internos das variáveis envolvidas.

2. MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO

O método de elementos de contorno é um método numérico computacional que nos últimos anos tem se mostrado uma boa ferramenta de simulação computacional, obtendo resultados de alta qualidade, como mostram os trabalhos de Buroni, 2006, Zaricha, 2012. O método, que consiste na solução aproximada de problemas da mecânica do contínuo, tem como grande atrativo a passagem matemática das equações diferenciais que regem o problema em equações integrais equivalentes, sem conter integrais no volume. Desta forma, a discretização somente ocorre na superfície do corpo, resultando em uma significativa redução de elementos utilizados e, consequentemente, menores matrizes de equações.

Outra característica marcante do MEC é a resolução de gradientes de resposta não ser ligado ao refino de malha no volume [Kane, 1994], sendo o motivo pelo qual o MEC apresenta resultados excelentes na resolução de problemas com inclusões, poros ou falhas. A Figura 2.1 apresenta a comparação entre as malhas de um problema para o método de elemento de contorno e para o método de elementos finitos.

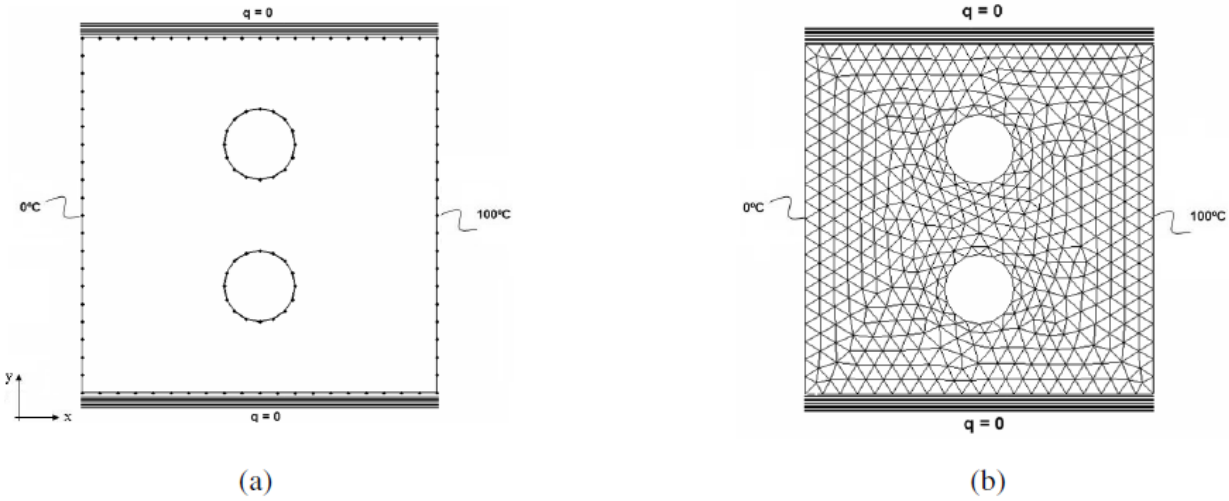


Figura 2.1: Comparação entre malhas do MEC(a) e MEF(b) – [Zarichta, 2015].

Apesar destas qualidades, o tratamento matemático envolvido – resolução das equações integrais, uso de soluções fundamentais, etc – resulta em uma solução do sistema mais complexa.

Para determinação das integrais de contorno do problema potencial sem geração de energia interna, e utilizando o método direto, temos que a solução deste problema deve respeitar a solução fundamental da equação de Laplace, de acordo com equação abaixo:

$$\nabla^2 T_{(x)} = 0 \qquad \text{no domínio } \Omega \tag{2.1}$$

onde $T_{(x)}$ representa o campo de temperatura em todo o domínio.

Assumindo-se a existência duas regiões de contorno, Γ_1 e Γ_2, e que as condições de contorno são conforme:

$$T_{(x)} = \overline{T}_{(x)} \qquad \text{no contorno } \Gamma_1 \tag{2.2}$$

$$q_{(x)} = \overline{q}_{(x)} \qquad \text{no contorno } \Gamma_2 \tag{2.3}$$

onde $q_{(x)}$ e $T_{(x)}$ são respectivamente o fluxo de calor e o campo de temperatura, ambos avaliados no contorno com seus valores prescritos de $\overline{q}_{(x)}$ e $\overline{T}_{(x)}$.

Podemos minimizar o erro da solução aproximada, utilizando equação residual abaixo [Brebbia et. al. 1984]:

$$\int_{\Omega} \nabla^2 T_{(x)} . T^*_{(\xi,\, x)} . d\Omega = \int_{\Gamma_2} \left[q_{(x)} - \overline{q}_{(x)} \right] . T^*_{(\xi,\, x)} . d\Gamma_2 - \int_{\Gamma_1} \left[T_{(x)} - \overline{T}_{(x)} \right] . q^*_{(\xi,\, x)} . d\Gamma_1 \tag{2.4}$$

Realizando a integração por partes com respeito a cada ponto x_i, obtemos a equação:

$$\int_{\Omega} \nabla^2 T^*_{(\xi,\, x)} . T_{(x)} d\Omega = \int_{\Gamma} T_{(x)} . q^*_{(\xi,\, x)} d\Gamma - \int_{\Gamma} q_{(x)} . T^*_{(\xi,\, x)} d\Gamma \tag{2.5}$$

Considerando T* como uma solução fundamental da equação de Laplace, e q* como:

$$T^*_{(\xi,\ x)} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \tag{2.6}$$

$$q^*_{(\xi,\ x)} = \frac{\partial T^*_{(\xi,\ x)}}{\partial n_{(x)}} \tag{2.7}$$

Após manipulações algébricas, a equação 2.5 gera uma identidade válida para o contorno:

$$c_{(\xi)} T_{(\xi)} = \int_{\Gamma} T_{(x)} . q^*_{(\xi,\ x)} d\Gamma - \int_{\Gamma} q_{(x)} . T^*_{(\xi,\ x)} d\Gamma \tag{2.8}$$

Os fatores ξ e $c_{(\xi)}$, representam respectivamente, o ponto em um elemento no qual é aplicada a solução fundamental, e um fator geométrico dependente do contorno local. [Kane, 1994]

3. METODOLOGIA

3.1. O PROBLEMA

A inclusão de poros ou microporos, em uma matriz de material condutor, cria um efeito de dificultar a transferência de calor no meio, dado que estes apresentem condutividade menor que a da matriz, podendo ser trabalhadas como poros termicamente isoladas [Öchsner, et al 2006]. A Figura 3.1 mostra a saída em termos dos fluxos nos elementos de contorno onde pode-se perceber o efeito de diminuição do fluxo de calor devido a presença do poro.

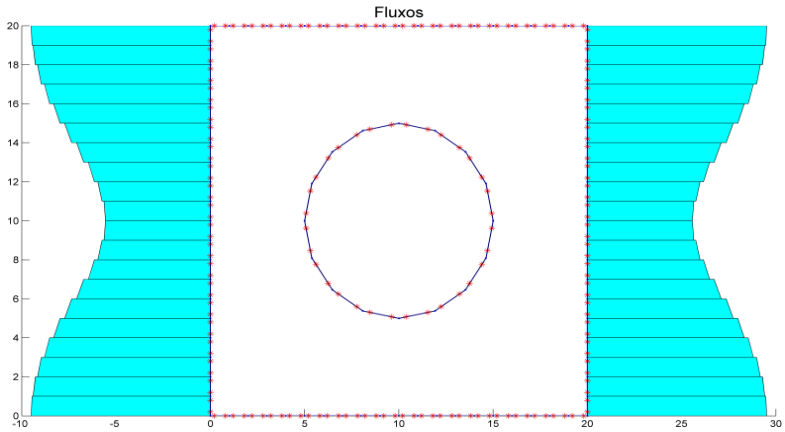


Figura 3.1: Exemplo de resposta dos fluxos nos elementos de contorno para um EVR.

Desta forma, pode-se criar uma distribuição de poros tal que modifique a transferência de calor, mais especificamente, diminua a condutividade térmica do material ao longo de uma direção preferencial, forçando-se assim um comportamento anisotrópico.

Com isto em mente, o problema analisado consiste na determinação do coeficiente de condutividade térmica de uma matriz de material isotrópico, na qual existe uma distribuição aleatória exponencial de poros. Pela natureza da distribuição, espera-se que a condutividade térmica apresente um comportamento que varie ao longo da direção da distribuição. Tal fato é conflitante com os modelos para a solução do problema, na qual a teoria de campos médios pressupõe uma aleatoriedade homogênea no EVR. Este problema será solucionado dividindo-se o problema inicial em diversas regiões, na qual a distribuição, antes exponencial, não apresenta de forma significativa o comportamento exponencial. Isto implica que dentro das

sub-regiões a teoria de campos médios permanece válida, e, por conseguinte, pode-se estabelecer um EVR.

A utilização de uma distribuição aleatório exponencial se refere à probabilidade de existência de uma bolha segundo uma curva exponencial. Desta forma, o domínio do problema terá regiões com mais poros em um extremo e gradativamente menos poros no outro.

3.2. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Para a solução do problema, foi criado um algoritmo no software Matlab, que fará a análise para diversos modelos. Cada modelo analisado terá os mesmos parâmetros de entrada inicial, diferindo entre si somente pela forma da distribuição, visto que esta apesar de ter uma curva característica, ainda permanece aleatória. Todos os parâmetros de entrada iniciais dos modelos são resumidos na Tabela 3.1, apresentada abaixo:

Tabela 3.1: parâmetros gerais utilizados

Variável	Valor utilizado
Arestas superior e inferior	40 un
Arestas esquerda e direita	20 un
Nº de elementos em x	20
Nº de elementos em y	20
Nº de elementos radiais	16
Fração de volume	10%
Raio de poro	1 un
Divisões	4
Nº de simulações	20

Para os parâmetros de utilização do EVR, optou-se pela utilização dos parâmetros mínimos encontrados por Zarichta, 2012, em seu extenso estudo.

3.2.1. Criação do domínio

Para melhor capturar o efeito da distribuição, foi assumido um domínio para o EVR com tamanho de 20x40 unidades, tendo suas arestas discretizadas com elementos lineares, com 20 por 20 elementos respectivamente para as coordenadas x e y, totalizando 80 elementos para as fronteiras do problema. A Figura 3.2 apresenta uma malha externa ilustrativa de um EVR.

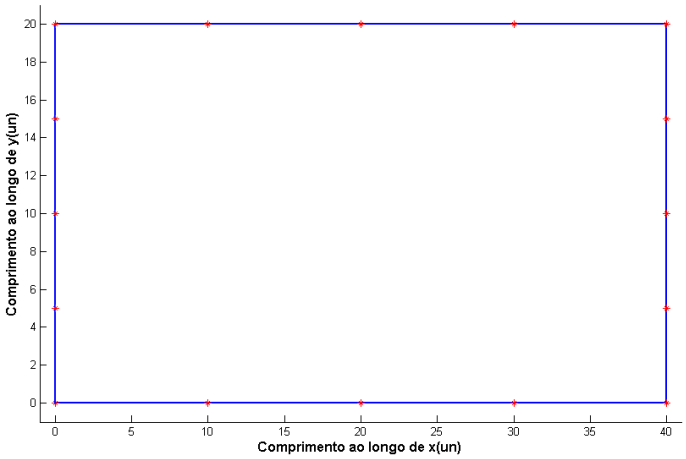


Figura 3.2: Exemplo esquemático de malha criada pelo algoritmo.

Como mencionado anteriormente, o material base será considerado isotrópico, tendo sua matriz de condutividade conforme equação, abaixo:

$$k=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{3.1}$$

Evidentemente, uma distribuição de poros espacialmente diferente deve levar a um coeficiente de condução de calor diferente em cada direção.

3.2.2. Criação dos poros

Os poros, de raio constante, foram modelados como sendo isolados no seu interior e sendo discretizados com 16 elementos lineares por furo.

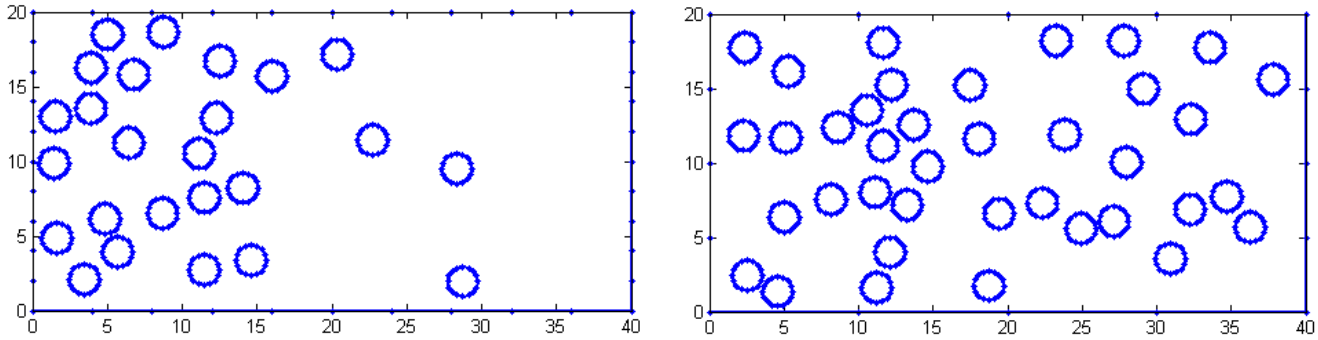
Para que a criação dos furos seja feita dentro do domínio de trabalho, foi criada uma região delimitadora, na qual são respeitadas as seguintes regras:

$$\begin{cases} r_1 = R + 0{,}25.R \\ d_1 = a + 2.r_1 \\ d_2 = b + 2.r_1 \end{cases} \tag{3.2}$$

$$\begin{cases} x_{furo} = exprnd(d_1.L_2).L_1 + r_1 \\ y_{furo} = rand(d_2) + r_1 \end{cases} \tag{3.3}$$

onde R é o raio dos poros, a e b são o comprimento das arestas superior/inferior e esquerda/direita, respectivamente. As expressões *exprnd* e *rand* representam a geração de elementos aleatórios segundo uma distribuição exponencial e uma distribuição uniforme, respectivamente.

Desta forma, se obtém uma distribuição aleatória linear para a posição y e aleatória exponencial para x. Os parâmetros L_1 e L_2 foram adicionados para se obter um controle mais refinado do formato da distribuição exponencial, como se pode ser observado na Figura 3.3, abaixo, onde se utilizou L_1=1,30 e L_2=0,125 na Figura 3.3(a) e L_1=1,75 e L_2=0,300 na Figura 3.3(b).



(a) (b)

Figura 3.3: Efeito da alteração dos parametros L1 e L2 sob a distribuição, caso 11 (a) e caso 1 (b).

Também foi implementado um controle para evitar que a posição de cada furo ficasse de tal forma que criasse uma interface de matriz muito pequena ou sobrepusesse outro furo. Este controle é conforme a equação 3.4, e pode ser visualizado pela Figura 3.4.

$$D_{furos} \geq 2.R + 0{,}25 \tag{3.4}$$

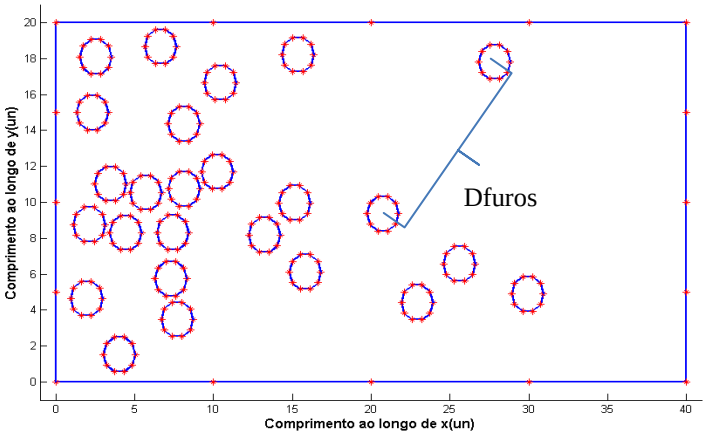


Figura 3.4: Exemplo de distribuição de poros e regra de distância minima.

3.2.3. Secções de corte e criação do problema local

A determinação das seções de corte respeitam condições para evitar a intersecção com elementos de contorno dos furos, na qual sua posição inicial pode ser deslocada dentro de um intervalo. As seções de corte servem para que a partir de um modelo global, que apresente uma distribuição exponencial aleatória de poros, se passe para quatro modelos na qual se assume uma distribuição aleatória de poros. A Figura 3.5 exemplifica os critérios de corte, onde para um corte hipotético verticalmente simétrico ocorreria à intersecção com poros, tendo o novo corte realizado a uma posição posterior a posição inicial.

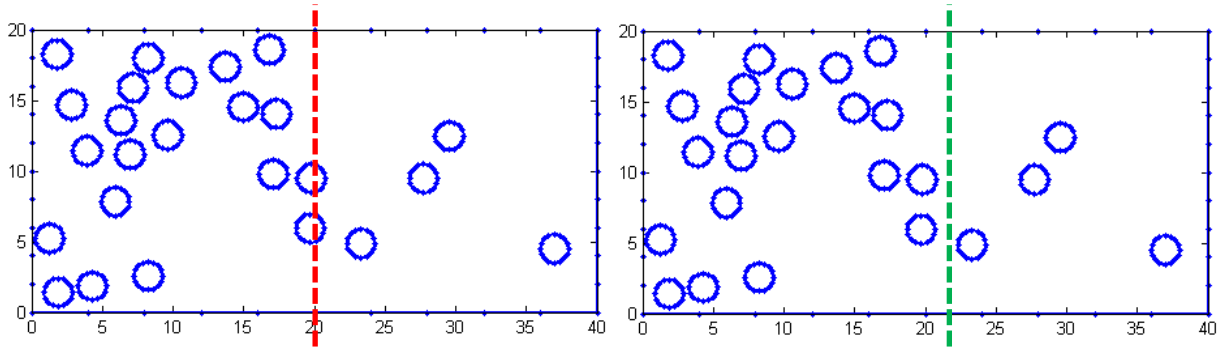


Figura 3.5: Exemplo do deslocamento da seção de corte.

Para evitar problemas na qual a divisão criasse sub-regiões muito pequenas, delimitou-se que a zona na qual pode ocorrer um corte é tal que a partir do ponto inicial, a divisão acontecerá no primeiro ponto, sem intersecção com nenhum poro, e que esteja a no máximo três unidades de distância a mais ou a menos. O ponto inicial, por sua vez, é definido como sendo o ponto na qual o domínio seria dividido igualmente.

A partir da seleção das seções do problema global, inicia-se novamente o processo de criação do domínio com as novas dimensões para o problema local de cada seção, assim como a criação dos poros nas suas mesmas posições relativas. A Figura 3.6, abaixo, mostra esquematicamente o processo de passagem entre o modelo global e os EVRs correspondentes empregados para cada seção.

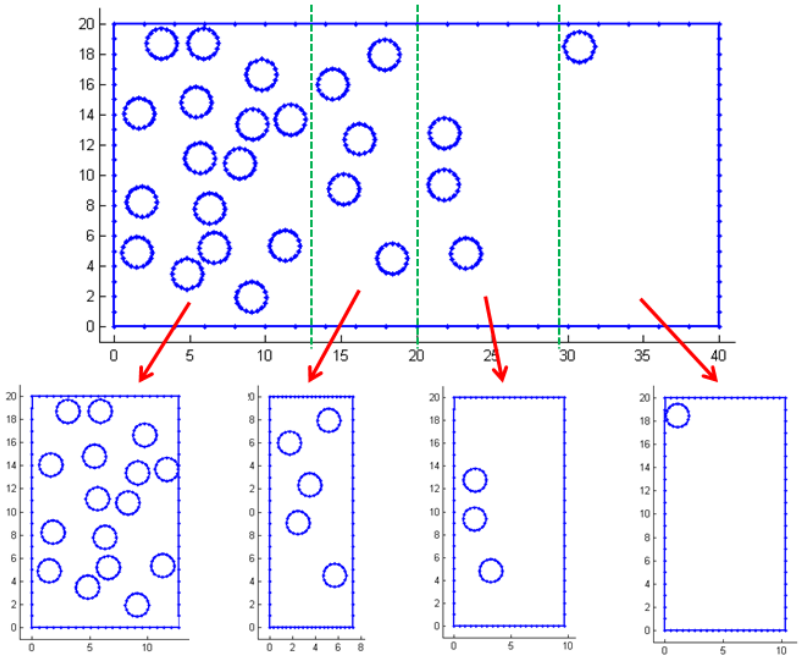


Figura 3.6: Divisão do problema global em problemas locais.

3.2.4. Condições de contorno e cálculo do coeficiente de condutividade

Depois de criados os problemas locais, são aplicadas as condições de contorno para a análise do problema de condução de calor em regime permanente. Para o problema proposto, as arestas superior e inferior são isoladas, enquanto que às arestas direita e esquerda é aplicada uma diferença de potencial de 100 unidades.

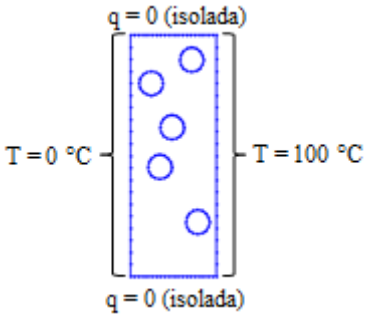


Figura 3.7: condições de contorno do problema

O cálculo do coeficiente de condutividade térmico é realizado somando-se a contribuição de todos os elementos sob as arestas, conforme Equação 3.5, onde se faz necessário a integração da Equação 2.8. Para problemas discretizados, temos que a Equação 2.8 pode ser escrita conforme equação 3.5, abaixo:

$$c_i T_i = \sum_{j=1}^{N} \int_{\Gamma} T.q^*.d\Gamma - \sum_{j=1}^{N} \int_{\Gamma} T^*.q.d\Gamma \tag{3.5}$$

Definindo-se as novas equações para relacionar as integrais de fluxo e potencial, temos que:

$$\{h\}^T = \int_{\Gamma_1} \{\Phi\}^T . q^* . d\Gamma \tag{3.6}$$

$$\{g\}^T = \int_{\Gamma_1} u^*.\{\Phi\}^T.\mathrm{d}\Gamma \tag{3.7}$$

onde Φ é a função de interpolação para as variáveis de temperatura e fluxo.

Utilizando um método de integração numérico tipo Gauss, pode-se resolver as equações integrais, de modo que ao aplicar-se em todos os nós do contorno, o sistema resultante é descrito pela equação:

$$[H]\{T\} = [G]\{q\} \tag{3.8}$$

Por fim, Annapragada S. R., et al 2007, apresenta um método de estimar a condutividade efetiva em uma direção, na qual para o problema discretizado, é dado, para elementos lineares, conforme:

$$k_{efetivo} = \frac{\sum_{i=1}^{n_e}\left[\frac{(q_1^i + q_2^i)}{2}.\frac{L}{n_e}\right]}{(T_H - T_L)} \tag{3.9}$$

onde n_e é o número de elementos na aresta de cálculo, L o comprimento da aresta, q_1^i e q_2^i são respectivamente o fluxo de calor no elemento i no primeiro e no segundo nó.

Devido ao decaimento da condutividade, optou-se por realizar a média entre os coeficientes efetivos calculados para a fronteira esquerda e direita, de modo a representar a média dentro desta região.

3.2.5. Interpolação para condutividade e distância média entre poros

Para obtenção de uma correlação entre a quantidade de poros - expressa pela distância média entre poros - e a condutividade térmica, foram utilizadas funções de base radial do tipo gaussiana, conforme as equações 3.10 e 3.11, abaixo [Buhmann M. D., 2003]:

$$\varphi_{(r)} = e^{-(\varepsilon r)^2} \tag{3.10}$$

$$r = ||x - x_i|| \tag{3.11}$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

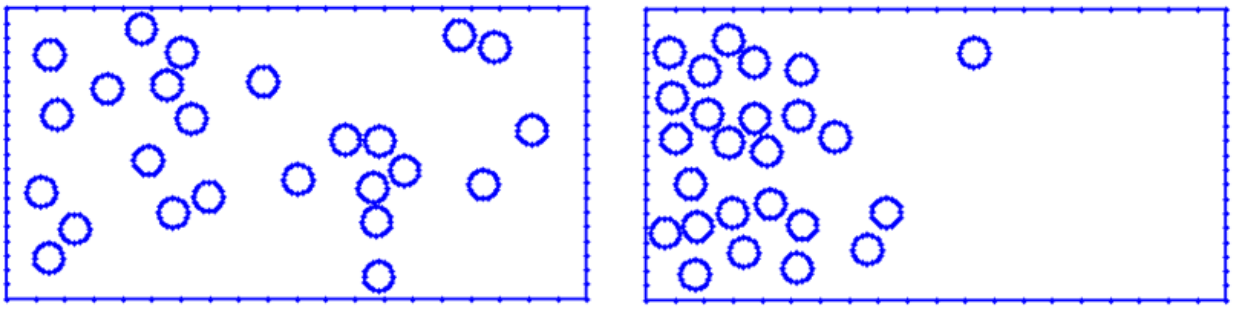
Realizadas o total de 20 simulações, para cada caso, foram feitos os tratamentos estatísticos, média e desvio, tanto para o coeficiente de condutividade, quanto para a distância média entre poros. A Tabela 4.1 apresenta os casos analisados, com seus respectivos parâmetros.

Tabela 4.1: Resumo de casos estudados, com seus respectivos parâmetros.

		Parâmetro L2			
		0,300	**0,200**	**0,125**	**0,08**
Parâmetro L1	**1,75**	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
	1,60	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8
	1,30	Caso 9	Caso 10	Caso 11	Caso 12
	1,00	Caso 13	Caso 14	Caso 15	Caso 16

É importante salientar que alguns dos casos adotados representaram limites para o problema, nos quais a distribuição não apresenta mais o caráter exponencial desejado.

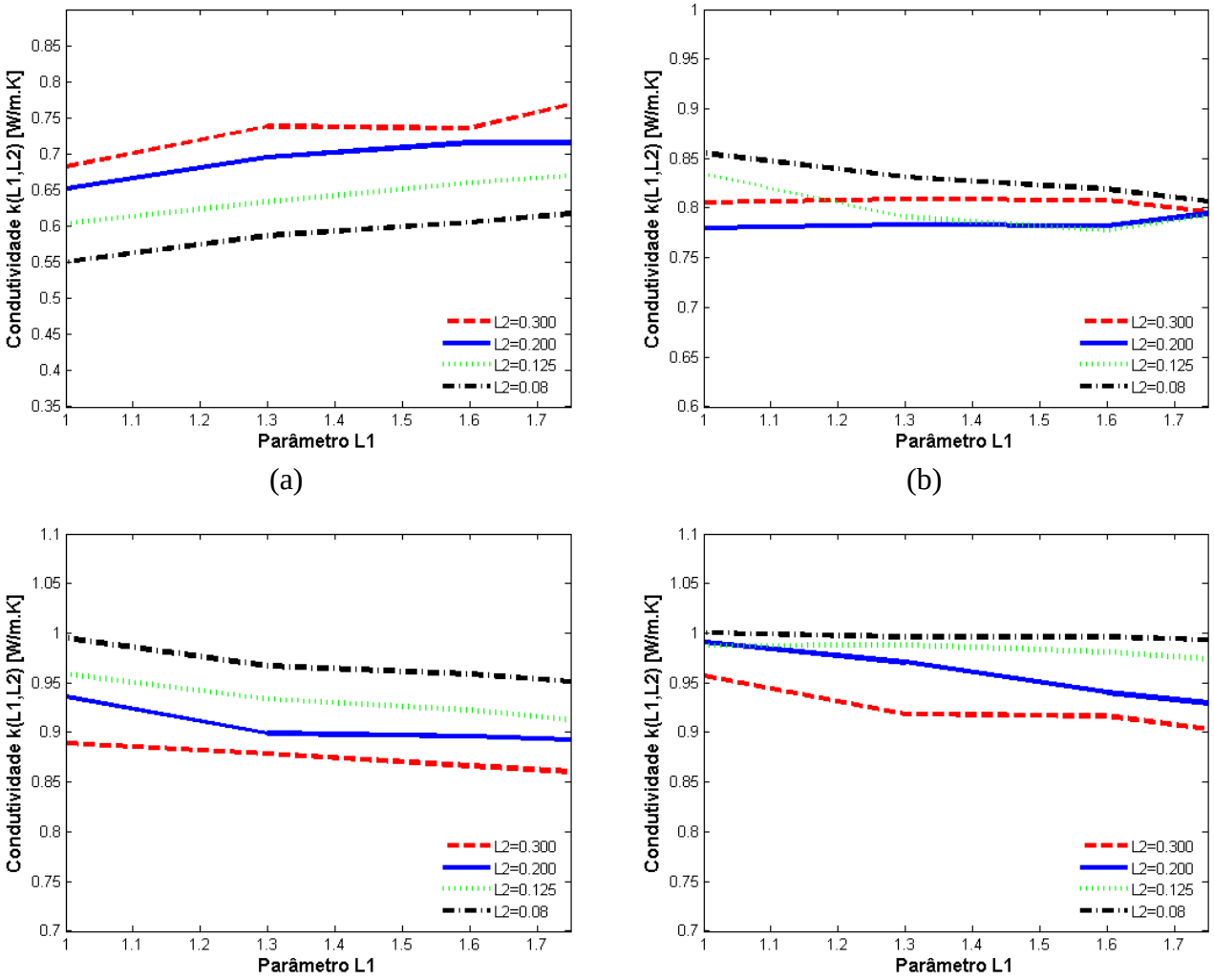
A Figura 4.1 mostra o formato da distribuição para os casos limites mencionado, na qual a Figura 4.1(a) mostra o caso onde a distribuição se tornou quase homogênea, enquanto que a Figura 4.1 (b) o caso onde houve concentração dos poros em torno da média da distribuição.



(a) (b)

Figura 4.1: Casos com pouca representatividade da distribuição exponencial, caso 1 (a) e caso 16 (b).

A Figura 4.2 apresenta a distribuição dos valores médios de condutividade para cada região em função dos parâmetros L_1e L_2, sendo Figura 4.2(a) para primeira região, Figura 4.2(b) para a segunda, e assim sucessivamente.



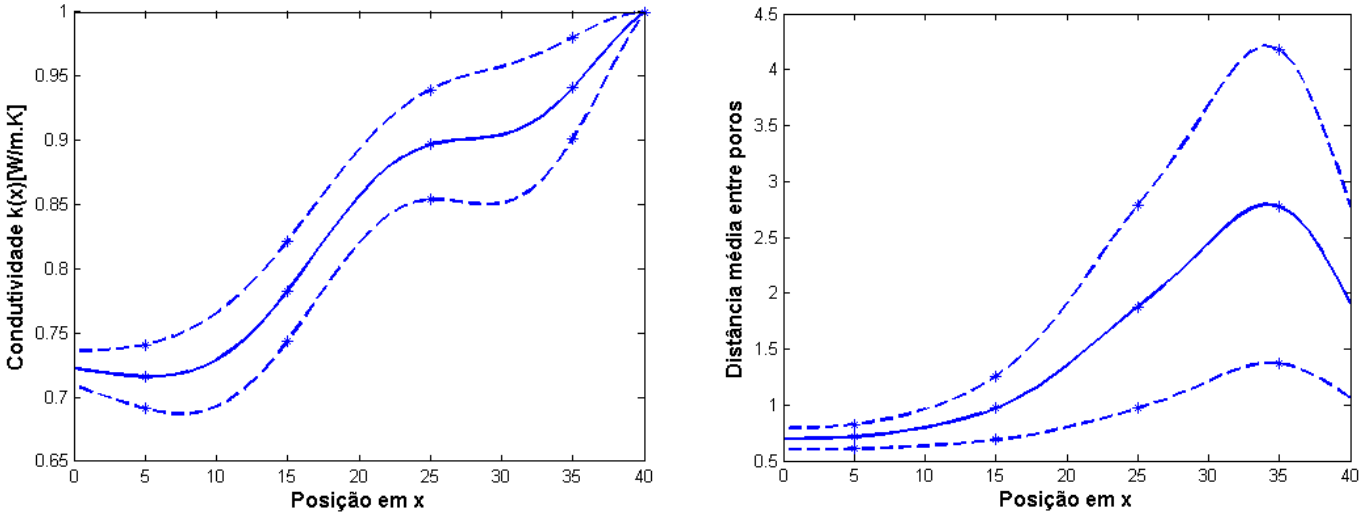
(a) (b)

(c) (d)

Figura 4.2: coeficiente efetivo médio na direção x em função dos parâmetros L_1 e L_2, na primeira região (a), para segunda (b) e assim sucessivamente.

A Figura 4.3 e 4.4 exemplificam respectivamente, as respostas obtidas para o caso de estudo 6, e sua distribuição de poros, na qual se utilizou a interpolação com funções de base radial, tanto para a média - linha cheia - quanto para os desvios - linhas tracejadas. É importante salientar que o decréscimo próximo do fim da ultima região observado na distância média entre poros se deve a um aumento artificial da distância, visto que a distância deveria tender ao infinito, oriunda da representação por funções de base radial.

Pode-se perceber pela Figura 4.2 que para os valores acima de L_2 próximos de 0,300 a dispersão de poros é tal que a condutividade térmica efetiva não sofre grandes alteração para a maior parte da faixa de alteração do parâmetro L_1. Esta faixa é a que apresenta a distribuição de poros mais suavizada, aproximando-se de uma distribuição homogênea, Figura 4.1(a). Já para valores de L_2 próximos de 0,08, a concentração de poros foi intensa próxima da média da distribuição, gerando grandes saltos de condutividade do material, Figura 4.1(b).



(a) (b)

Figura 4.3: Condutividade em função de x, (a), e distância entre poros em função de x (b), caso 6.

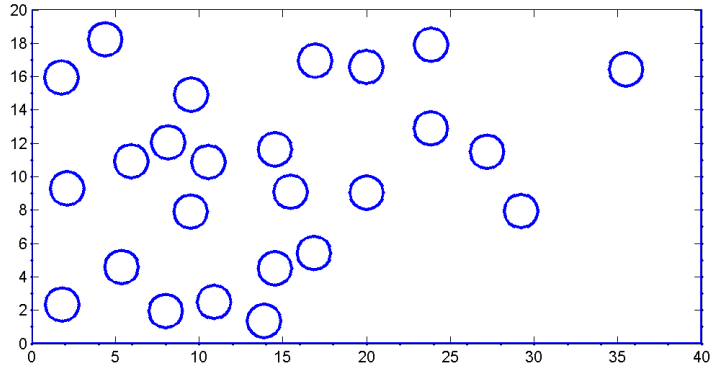


Figura 4.4: Distribuição dos poros para o caso 6.

Já na Figura 4.5, é apresentada a distribuição dos valores médios da distância entre poros para cada região em função dos parâmetros L_1 e L_2, sendo Figura 4.5(a) para primeira região, Figura 4.5(b) para a segunda, e assim sucessivamente.

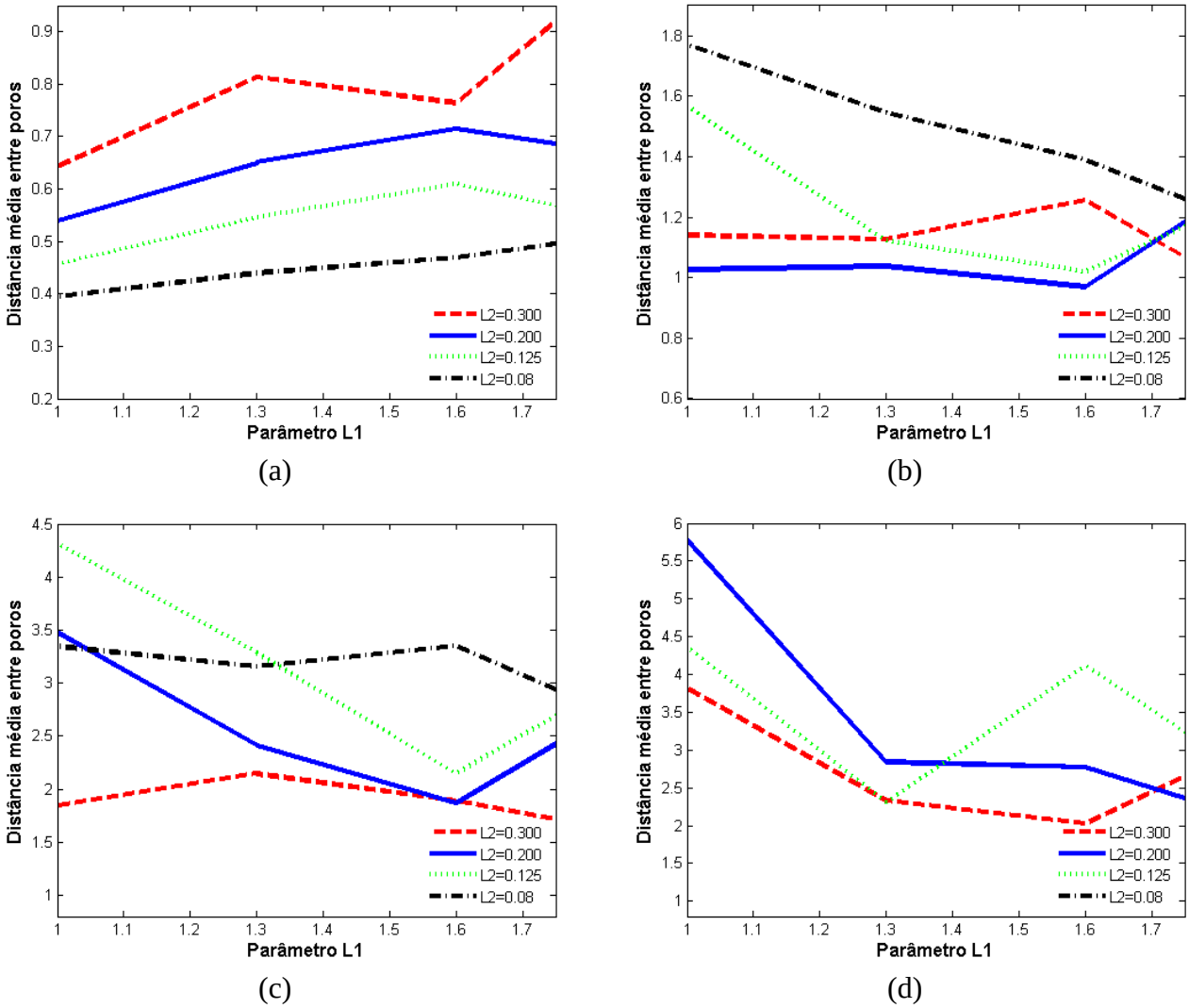


Figura 4.5: Distância média entre poros em função de L_1 e L_2, na primeira região (a), para segunda (b) e assim sucessivamente.

Por fim, a Figura 4.6 apresenta a condutividade de cada região em relação à distância média entre poros, sendo respectivamente para a primeira seção, Figura 4.6(a), segunda seção Figura 4.6(b), e assim por diante.

Pode-se perceber pela Figura 4.6 o comportamento esperado entre o espaçamento médio entre poros e o coeficiente de condutividade, na qual à medida que a distância entre poros tende a diminuir, também a condutividade térmica diminui, Figura 4.6(a) e (b). Porém é interessante notar que a curva de condutividade aparenta seguir uma tendência aproximadamente linear de decaimento nas primeiras seções do domínio. Para as seções posteriores, devido à pequena quantidade de poros, a dispersão aumenta, dispersando assim a correlação entre condutividade de espaçamento médio entre poros.

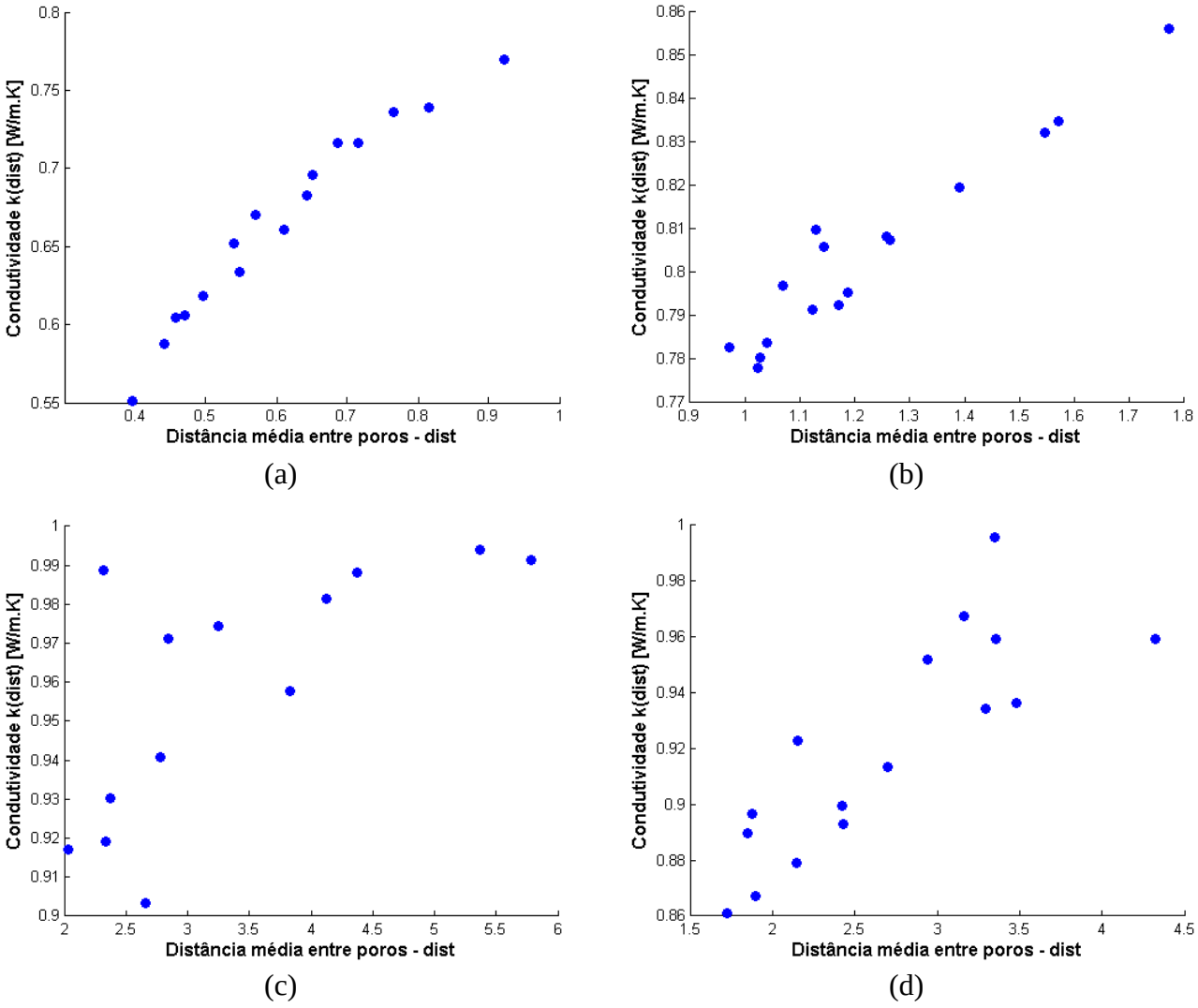


Figura 4.6: Condutividade em relação ao espaçamento médio entre poros, primeira região (a), segunda região (b) e assim sucessivamente.

Também é interessante salientar que se pode perceber um comportamento similar da condutividade e do espaçamento médio, pelas Figuras 4.2 e 4.5, para as primeiras duas divisões enquanto que para as divisões posteriores, a aleatoriedade aumenta, diminuindo este comportamento.

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou uma técnica numérica para estimar o coeficiente de condutividade térmica efetiva para um material com distribuição exponencial aleatória de poros. Foi utilizado o método de elementos de contorno para solucionar as equações governantes do problema de condução em regime permanente sem geração interna de energia. Para obtenção desta solução, o problema global foi subdividido em regiões menores na qual se pressupôs válido a teoria de campos médios, criando-se assim um elemento representativo de cada região. A resposta da condutividade térmica em função da posição e sua correlação com a distância média entre os poros foram obtidas utilizando-se uma interpolação com funções de base radial.

Os resultados obtidos mostram que projetar um material com significativas variações do coeficiente de condutividade térmico, pela adição de poros na matriz, pode-se ser obtido utilizando uma distribuição exponencial aleatória de poros.

Estudou-se 16 casos que apresentassem comportamentos diferenciados para condutividade, fornecendo uma base para a construção de um material que apresentem curvas pré-especificadas.

Para os casos estudados, observou-se que apesar do caráter exponencial da distribuição, a condutividade efetiva do material poderia ter uma aproximação linear com relação ao espaçamento médio dos poros, para as primeiras duas regiões. Para as regiões subsequentes, a maior dispersão de poros não permitiu uma conclusão clara a respeito desta relação.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Annapragada, S. R., Sun D. e Garimella S. V., 2007. *Prediction of Effective Thermo-Mechanical Properties of Particulate composites***. Computational Material Science**, vol 40, pp. 255-266.

Berger J. R., Martin P. A., Mantič V., Gray L. J., 2005. *Fundamental solutions for steady-state heat transfer in na exponentially graded anisotropic material*. Birkhäuser - Verlag

Brebbia C. A., Telles J. C. F., Wrobel L. C., 1984. **Boundary Elements Techniques: Theory and Applcation in Engineering.** Berlin: Springer – Verlag.

Buhmann M. D., 2003. **Radial Basis Functions: Theory and Implementations**. Cambridge University Press.

Buroni F. C., 2006. *"Modelagem e Projeto Computacional de Materiais Micro-porosos com Distribuição Aleatória Utilizando uma Formulação de Elementos de Contorno".* Defesa de Mestrado. **Universidade Federal do Rio Grande do Sul.** Porto Alegre. Brasil.

Kane, J. H., 1994. **Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics.** Prentice Hall, New Jersey.

MATLAB, 2013, **"User Guide Version 7.0"**. The MathWorks, Inc.

Mahamood R.M., Akinlabi E.T., 2017. **Functionally Graded Materials. Topics in Mining, Metallurgy and Materials Engineering**; Springer, Cham

Nemat-Nasser S. and Hori M.,1999. **Micromechanics: Overall Properties of Heterogeneous Solids.** 2nd Edition, Elsevier.

Öchsner A., Tane M. and Nakajima H., 2006. *Prediction of the Thermal Properties of Lotus-type of Quase-isotropic Porous Metals: Numerical and Analytical Methods.* **Materials Letters**, vol. 60, pp.2690-2694.

Shiota I., Miamoto Y., 1996. Functionally Graded Materials 1996. **Proceedings of the 4th International Symposium on Functionally Graded Materials**, AIST Tsukuba Research Center, Tsukuba, Japan, 1996.

Singh L., 2016. A Review on Functionally Graded Materials. **International Journal of Research in Aeronautical and Mechanical Engineering**, pp. 8-14. Vol.4.

Zain-ul Adein, Azeen S., Shah S. M., 2012. *Computational investigation of factores affecting thermal conductivity in a particulate filled composite using finite element method.* **International Journal of Engineering Science**, pp. 86-98.

Zarichta C., 2008. *"Um Estudo Sobre condutividade Térmica Efetiva em Materiais Micro-porosos Utilizando o Método dos Elementos de Contorno". Defesa de Mestrado.* **Universidade Federal do Rio Grande do Sul.** Porto Alegre. Brasil.

APÊNDICE A

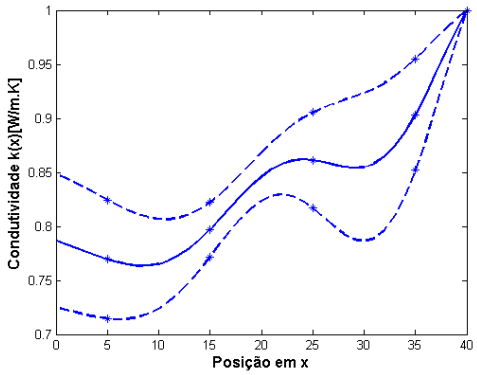


Figura A.1: condutividade em função de x, caso 1

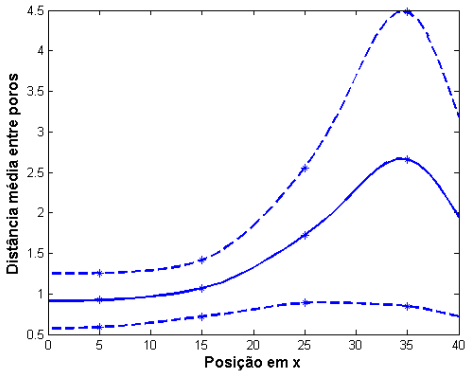


Figura A.2: distância entre poros em função de x, caso 1

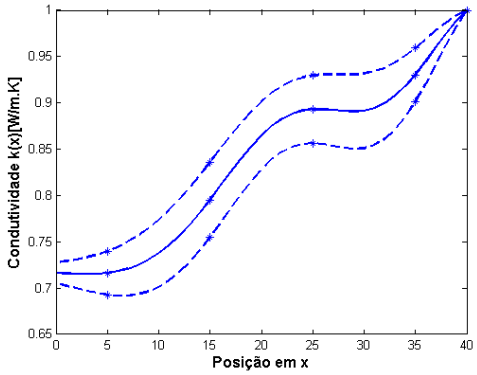


Figura A.3: condutividade em função de x, caso 2

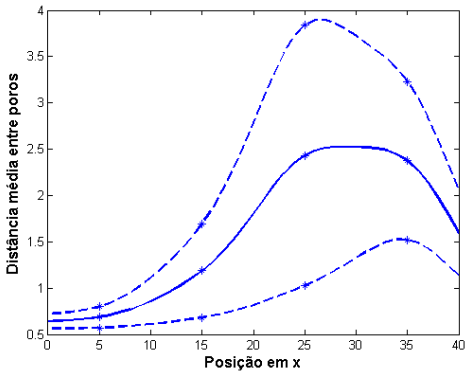


Figura A.4: distância entre poros em função de x, caso 2

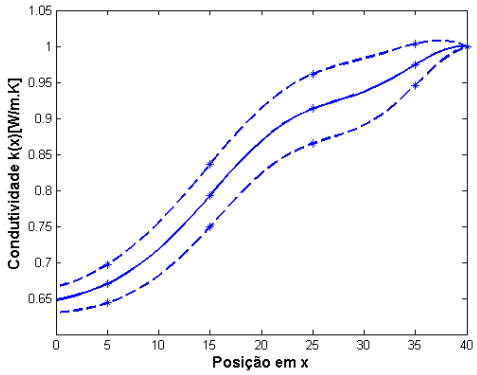


Figura A.5: condutividade em função de x, caso 3

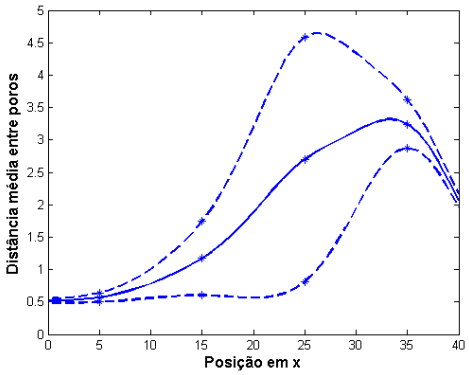


Figura A.6: distância entre poros em função de x, caso 3

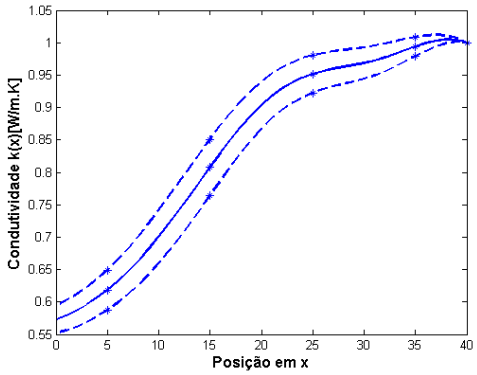


Figura A.7: condutividade em função de x, caso 4

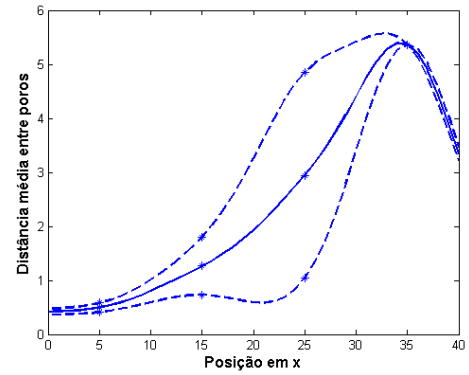


Figura A.8: distância entre poros em função de x, caso 4

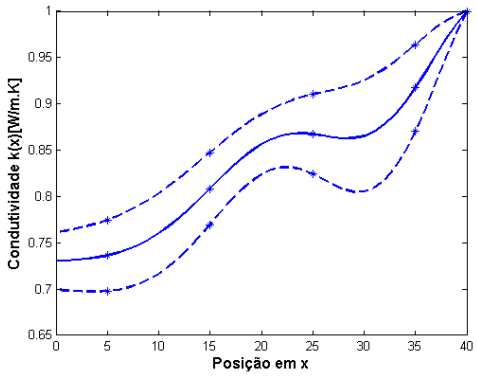


Figura A.9: condutividade em função de x, caso 5

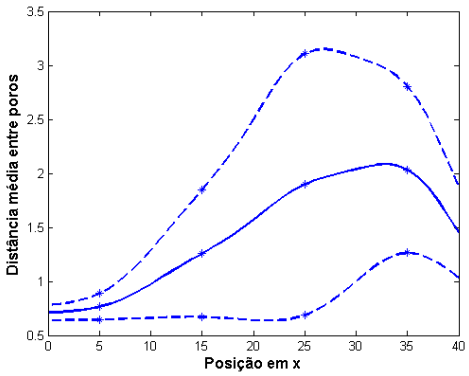


Figura A.10:distância entre poros em função de x, caso 5

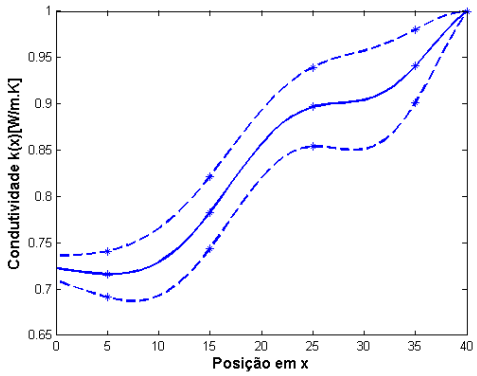


Figura A.11: condutividade em função de x, caso 6

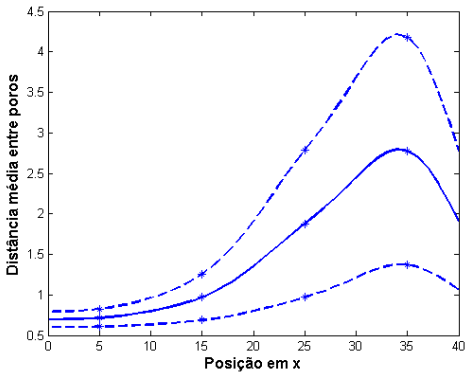


Figura A.12:distância entre poros em função de x, caso 6

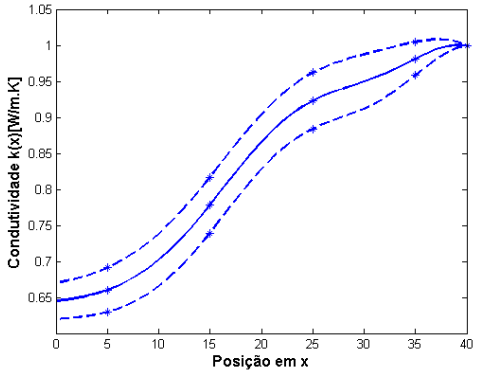


Figura A.13: condutividade em função de x, caso 7

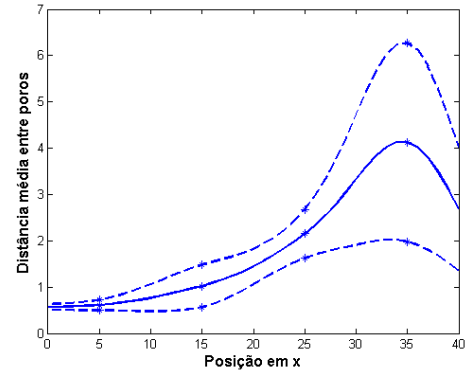


Figura A.14:distância entre poros em função de x, caso 7

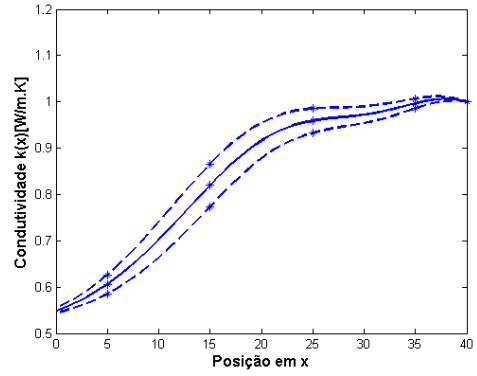


Figura A.15: condutividade em função de x, caso 8

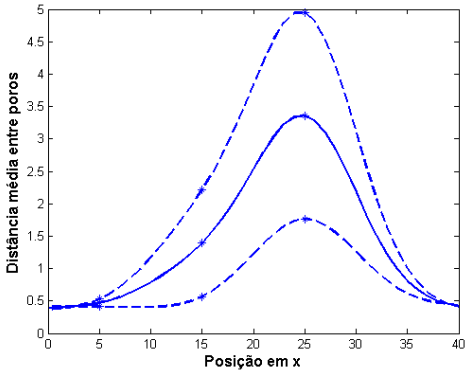


Figura A.16:distância entre poros em função de x, caso 8

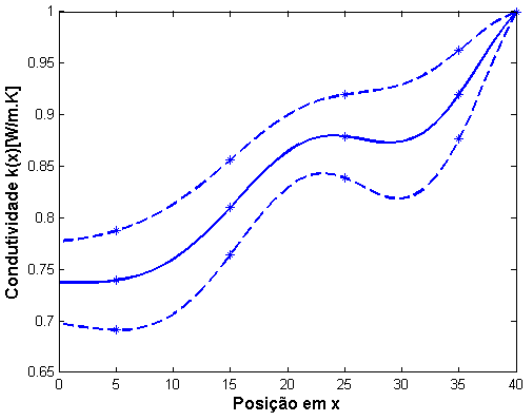


Figura A.17: condutividade em função de x, caso 9

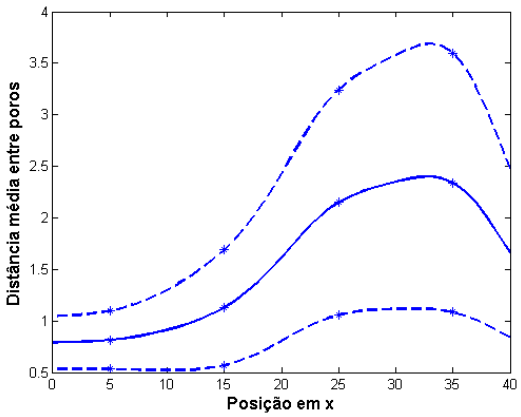


Figura A.18:distância entre poros em função de x, caso 9

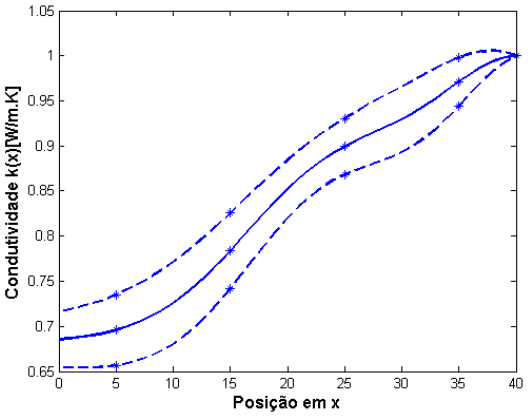


Figura A.19: condutividade em função de x, caso 10

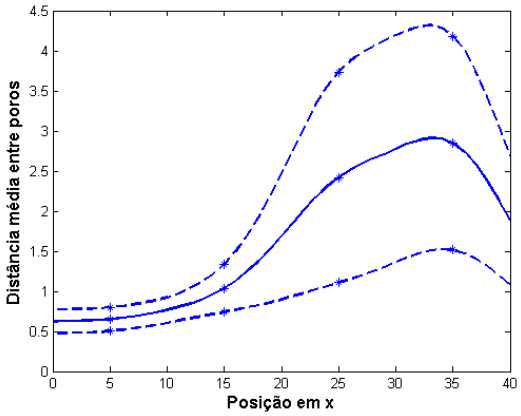


Figura A.20:distância entre poros em função de x, caso 10

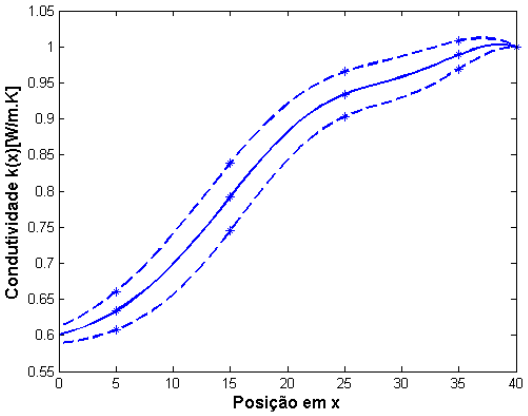


Figura A.21: condutividade em função de x, caso 11

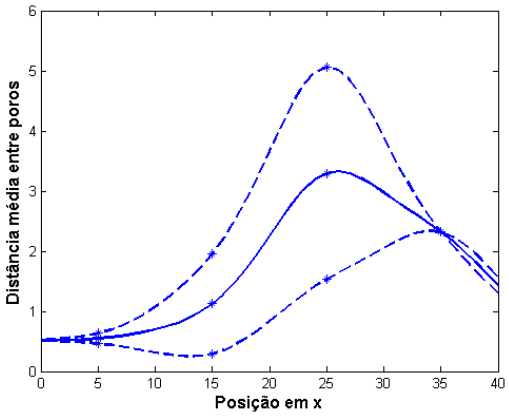


Figura A.22:distância entre poros em função de x, caso 11

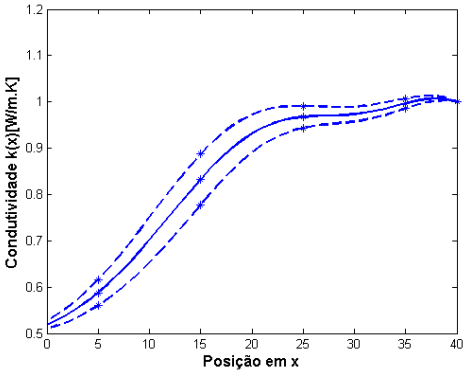


Figura A.23: condutividade em função de x, caso 12

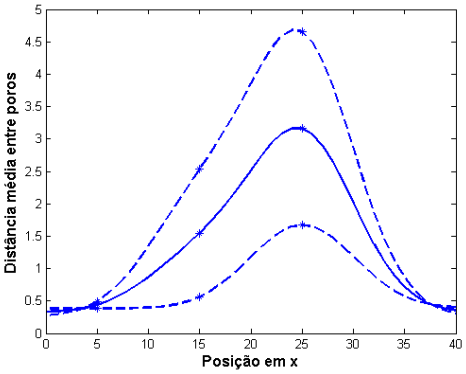


Figura A.24:distância entre poros em função de x, caso 12

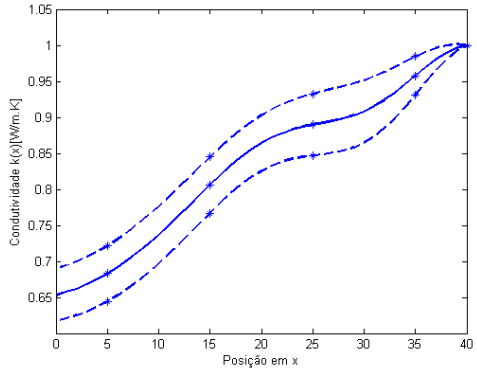


Figura A.25: condutividade em função de x, caso 13

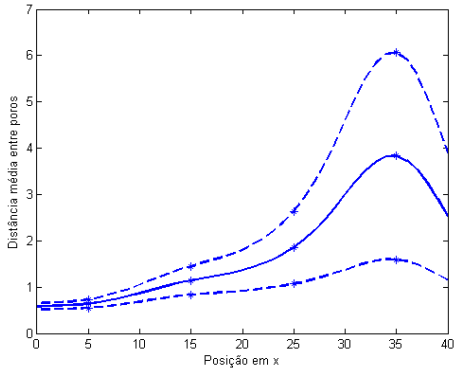


Figura A.26:distância entre poros em função de x, caso 13

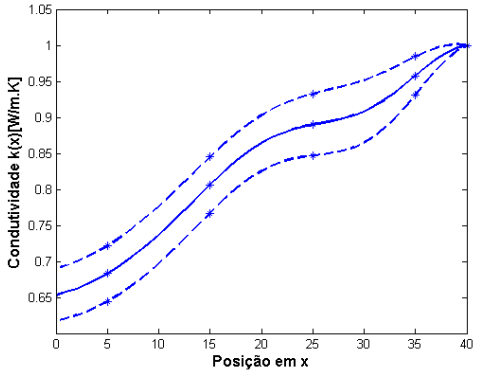


Figura A.27: condutividade em função de x, caso 14

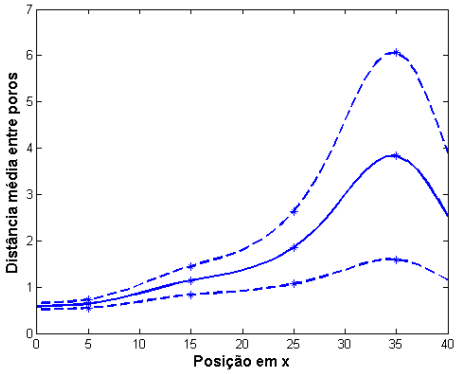


Figura A.28:distância entre poros em função de x, caso 14

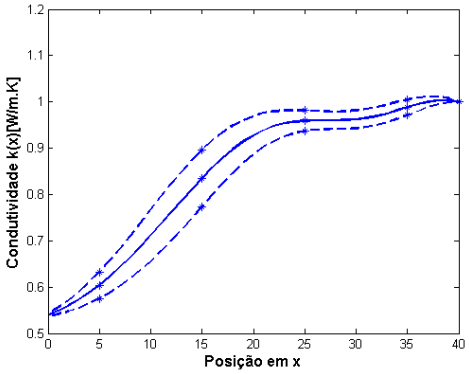


Figura A.29: condutividade em função de x, caso 15

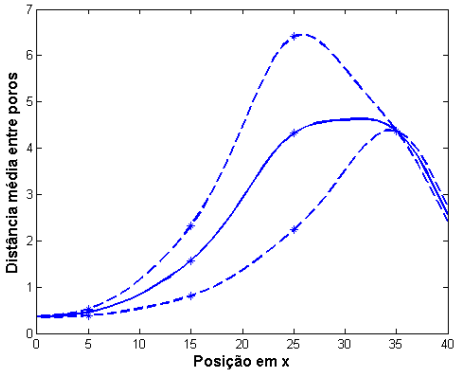


Figura A.30:distância entre poros em função de x, caso 15

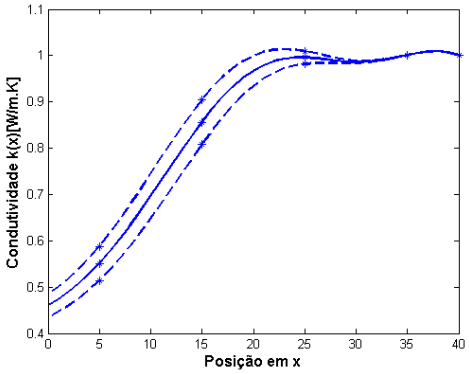


Figura A.31: condutividade em função de x, caso 16

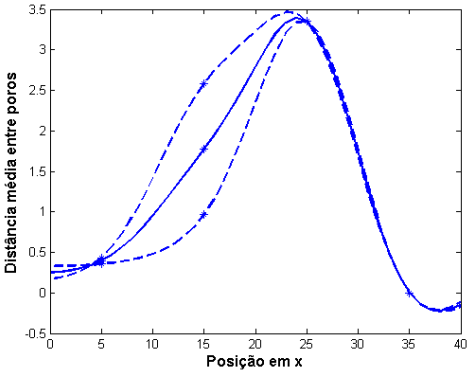


Figura A.32:distância entre poros em função de x, caso 16

Caso	distância média seção 1	distância média seção 2	distância média seção 3	distância média seção 4
1	0,9215	1,0697	1,7222	2,6628
2	0,6863	1,1871	2,4327	2,3757
3	0,5700	1,1705	2,6961	3,2445
4	0,4967	1,2636	2,9432	5,3659
5	0,7657	1,2580	1,8974	2,0332
6	0,7159	0,9720	1,8755	2,7774
7	0,6103	1,0228	2,1509	4,1261
8	0,4705	1,3909	3,3565	-
9	0,8146	1,1286	2,1497	2,3406
10	0,6510	1,0393	2,4195	2,8472
11	0,5470	1,1239	3,2952	2,3179
12	0,4403	1,5467	3,1617	-
13	0,6435	1,1433	1,8521	3,8301
14	0,5400	1,0281	3,4798	5,7871
15	0,4579	1,5712	4,3230	4,3722
16	0,3955	1,7717	3,3496	-

Tabela A.1: Distância média entre poros por seção, para cada caso

Caso	k médio na seção 1	k médio na seção 2	k médio na seção 3	k médio na seção 4
1	0,7695	0,7969	0,8612	0,9035
2	0,7163	0,7953	0,8931	0,9304
3	0,6703	0,7926	0,9133	0,9745
4	0,6184	0,8076	0,9518	0,9941
5	0,7362	0,8083	0,8672	0,9172
6	0,7160	0,7827	0,8967	0,9408
7	0,6604	0,7781	0,9230	0,9814
8	0,6057	0,8197	0,9594	0,9967
9	0,7392	0,8098	0,8792	0,9193
10	0,6958	0,7837	0,8994	0,9712
11	0,6339	0,7915	0,9342	0,9889
12	0,5877	0,8321	0,9675	0,9966
13	0,6830	0,8060	0,8899	0,9577
14	0,6517	0,7803	0,9365	0,9913
15	0,6043	0,8350	0,9592	0,9882
16	0,5511	0,8561	0,9958	1,0011

Tabela A.2: condutividade efetiva por seção, para cada caso