

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE NUMÉRICA E OTIMIZAÇÃO DE UMA CÉLULA DE CARGA DE PONTO  
ÚNICO

por

Felipe Thomas Flores da Silva

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Julho de 2017



Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Departamento de Engenharia Mecânica

ANÁLISE NUMÉRICA E OTIMIZAÇÃO DE UMA CÉLULA DE CARGA DE PONTO  
ÚNICO

por

Felipe Thomas Flores da Silva

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof<sup>a</sup>. Thammy Cristina Hayashi  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Dr. Herbert Gomes Martins

Comissão de Avaliação:

Prof<sup>a</sup>. Dr. Rodrigo Rossi

Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Porto Alegre, julho de 2017

## DEDICATÓRIA

A todos aqueles que de alguma forma estiveram e estão próximos de mim e colaboraram com meu crescimento pessoal e profissional.

## AGRADECIMENTOS

Aos meus familiares que sempre apoiaram e me mostraram o caminho correto a seguir, especialmente à minha mãe que sempre priorizou minha educação e bem-estar.

à minha namorada Lethicia pelo companheirismo e paciência.

ao meu professor orientador Herbert por me apoiar neste trabalho.

SILVA, F. T. F. “**Análise numérica e otimização de uma célula de carga de ponto único**”. 2017 . 14 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

## RESUMO

Células de carga são geralmente compostas de uma peça metálica que tem a função de gerar uma deformação proporcional a força aplicada e por sensores (*strain gauges*), que são responsáveis por converter essa deformação em um sinal elétrico, ligados entre si formando uma ponte de Wheatstone para amplificar o sinal. Muitas células de carga comerciais são construídas para trabalhar longe do seu ponto ideal de tensão e deformação, as vezes por excesso de segurança para sobrecargas ou por falta de um melhor estudo no seu projeto. Este trabalho tem como objetivo o estudo de um modelo de célula de carga comercial de ponto único através de simulação numérica, bem como sua otimização paramétrica. É utilizado um algoritmo de otimização baseado em gradientes (SQP) para realizar as otimizações. Rotinas em Matlab são desenvolvidas com o intuito de acoplar o algoritmo de otimização com a ferramenta de elementos finitos utilizada para as análises estáticas e dinâmicas da célula de carga. Dados referentes aos projetos otimizados obtidos como sensibilidade, massa, deformações e tensões nos locais de colagem dos *strain gages* e frequências naturais da célula de carga são apresentados e comparações com os respectivos valores do projeto inicial são traçadas. Gráficos de isotensões e isodeformações assim como formas modais da célula de carga também são apresentados. Ao final, para uma configuração com a possibilidade de otimização permitindo o diâmetro interno dos furos da célula de ponto único variar, obteve-se melhorias de redução da massa da ordem de 66% e melhorias no aumento da sensibilidade da ordem de 95%.

**PALAVRAS-CHAVE:** Célula de carga, *strain gauge*, otimização paramétrica, simulação numérica, SQP.

SILVA, F. T. F. “**Numerical analysis and optimization of a single point load cell**”. 2017. 14 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

## **ABSTRACT**

Load cells are generally composed of a metal part that has the function of generating a deformation proportional to the applied force and by strain gauges, which are responsible for converting this deformation into an electrical signal, connected to each other forming a Wheatstone bridge to amplify the signal. Many commercial load cells are built to work away from their ideal point of strain and deformation, sometimes because of safety reasons by overestimation for overloads or for lack of a better study in their design. This work aims to study a single point commercial load cell model through numerical simulation, as well as its parametric optimization. A gradient-based optimization algorithm (SQP) is used to perform the optimizations. Routines in Matlab are developed with the purpose of coupling the optimization algorithm with the finite element tool used for the static and dynamic analysis of the load cell. Optimized design data obtained as sensitivity, mass, deformations and tensions at the bonding sites of the strain gages and natural frequencies of the load cell are presented and comparisons with the respective initial design values are plotted. Graphs of contour plots for stress and strain as well as modal forms of the load cell are also presented. At the end, for a configuration with the possibility of optimization allowing the internal diameter of the holes of the single point cell to be varied, mass reduction improvements of the order of 66% and sensitivity increase improvements of the order of 95% were obtained.

**KEYWORDS:** Load cell, strain gauge, parametric optimization, numerical simulation, SQP.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                                                                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – (a) Ponte de Wheatstone simples. (b) Resistor de <i>shunt</i> para calibração. ....                                                                                                                                       | 3  |
| Figura 2 – Célula de carga com suas dimensões nominais iniciais (L=0,2 m, W=0,04 m, h=0,04m).....                                                                                                                                    | 5  |
| Figura 3 – Comportamento da célula de carga de ponto único para cargas verticais. ....                                                                                                                                               | 6  |
| Figura 4 – (a) Detalhe do apoio. (b) Detalhe aplicação das cargas.....                                                                                                                                                               | 6  |
| Figura 5 - (a) Tensões $\sigma_x$ na direção dos <i>strain gages</i> da célula otimizada e (b) deformações $\epsilon_x$ na direção de colagem dos <i>strain gages</i> para a célula otimizada .....                                  | 8  |
| Figura 6 - Modos de vibração da célula de carga otimizada (a) 1º. Modo, $f_1= 514,08$ Hz (b) 2º. Modo, $f_2=1097,31$ Hz, (c) 3º. Modo, $f_3=2165,05$ Hz. ....                                                                        | 9  |
| Figura 7- (a) Tensões $\sigma_x$ na direção dos <i>strain gages</i> da célula otimizada e (b) deformações $\epsilon_x$ na direção de colagem dos <i>strain gages</i> para a célula otimizada com possibilidade de raio variável..... | 10 |
| Figura 8- Modos de vibração da célula de carga otimizada (a) 1º. Modo, $f_1=189,69$ Hz (b) 2º. Modo, $f_2=398,19$ Hz, (c) 3º. Modo, $f_3=891,64$ Hz, para a célula otimizada com possibilidade de raio variável.....                 | 10 |
| Figura A.1 – Dados geométricos da célula de carga comercial (Projeto Inicial) da empresa Reacción. ....                                                                                                                              | 13 |
| Figura A.2 – Tipo de elemento finito Solid92 utilizado para a discretização da célula de carga.                                                                                                                                      | 14 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Valores de resistência de <i>shunt</i> de calibração para SG de 120Ω e 350Ω para deformações virtuais equivalentes desejadas. ....                                                     | 4  |
| Tabela 2 – Propriedades do material da célula de carga de ponto único. ....                                                                                                                       | 6  |
| Tabela 3 – Projeto inicial da Célula de Carga com os respectivos valores de tensão, deformação, massa, sensibilidade e frequências naturais. ....                                                 | 7  |
| Tabela 4 – Projeto Otimizado da Célula de Carga com os respectivos valores de tensão, deformação, massa, sensibilidade e frequências naturais. ....                                               | 8  |
| Tabela 5 – Projeto Otimizado da Célula de Carga com os respectivos valores de tensão, deformação, massa, sensibilidade e frequências naturais par ao caso de possibilidade de raio variável. .... | 11 |
| Tabela A.1 – Dados comerciais (sublinhado) da célula comercial avaliada. ....                                                                                                                     | 14 |

## ÍNDICE

Pág.

|                                                                                                                                                           |      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| RESUMO .....                                                                                                                                              | v    |
| ABSTRACT .....                                                                                                                                            | vi   |
| LISTA DE FIGURAS .....                                                                                                                                    | vii  |
| LISTA DE TABELAS .....                                                                                                                                    | viii |
| ÍNDICE .....                                                                                                                                              | ix   |
| 1. INTRODUÇÃO .....                                                                                                                                       | 1    |
| 1.1 Motivação .....                                                                                                                                       | 1    |
| 1.2 Objetivos .....                                                                                                                                       | 1    |
| 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....                                                                                                                            | 1    |
| 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....                                                                                                                            | 2    |
| 3.1 Células de Carga .....                                                                                                                                | 2    |
| 3.2 Elemento sensor <i>strain gage</i> .....                                                                                                              | 2    |
| 3.2.1 Ponte de Wheatstone .....                                                                                                                           | 3    |
| 3.2.2 Calibração .....                                                                                                                                    | 4    |
| 3.3 Otimização por Programação Quadrática Sequencial (SQP) .....                                                                                          | 4    |
| 4. MATERIAIS E MÉTODOS .....                                                                                                                              | 5    |
| 4.1 Condições de contorno .....                                                                                                                           | 6    |
| 4.2 Modelo discretizado .....                                                                                                                             | 7    |
| 4.3 Restrições de Deformação e Tensão mecânica .....                                                                                                      | 7    |
| 5. ANÁLISES NUMÉRICAS .....                                                                                                                               | 7    |
| 5.1 Minimização da massa da célula de carga e maximização da sensibilidade com restrições nas frequências naturais, tensões e deformações mecânicas ..... | 7    |
| 5.2 Testes com possibilidade dos furos centrais modificados .....                                                                                         | 9    |
| 6. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....                                                                                                                | 11   |
| 6.1 Sugestões para trabalhos futuros .....                                                                                                                | 11   |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                                                                                                                          | 11   |
| ANEXOS .....                                                                                                                                              | 13   |

## 1. INTRODUÇÃO

Células de carga são dispositivos eletromecânicos capazes de medir força através da deformação de um corpo sólido, gerando um sinal elétrico de saída, proporcional à carga mecânica aplicada. O uso desses dispositivos para medição de força abrange hoje uma vasta gama de aplicações, desde balanças comerciais até controle e automatização de processos industriais. As células são constituídas de um corpo o qual sofre deformação quando recebe alguma carga e um elemento que transforma essa deformação em um sinal elétrico, tornando assim possível a leitura e armazenamento dos valores medidos, na maioria das vezes utiliza-se um corpo metálico com *strain gauges* colados em posições estratégicas aonde a deformação é acentuada para um melhor aproveitamento desses sensores.

O objetivo de estudo deste trabalho são as células de carga de ponto único para medir forças de até 100N. A análise numérica destes dispositivos é fundamental para obter uma geometria que favoreça a deformação na região onde é colado o sensor, não ultrapassando a deformação de 1500 $\mu$ strain com os 100N aplicados, e ainda reduzir a massa e/ou aumentar sua sensibilidade, restringindo deformações e tensões máximas assim como frequências naturais afim de obter um dispositivo mais leve e sensível que atenda aos requisitos de medições de forças adequados.

### 1.1 Motivação

Muitas células de carga comerciais são construídas com valores limites de medição pré-definidos comercialmente de forma que na maioria das vezes trabalham fora do seu ponto limite de tensão e deformação, as vezes por excesso de segurança para sobrecargas ou por falta de perícia dos fabricantes na hora do projeto. Um projeto que preveja adequadamente os valores reais de carga as quais a célula de carga irá trabalhar é preferível visto que o projeto poderá prever que a célula estará trabalhando com o material de forma mais racional (utilizando seus limites) assim como prever uma maior sensibilidade para a mesma. Para um melhor aproveitamento do sensor utilizado o projeto deve acentuar a deformação na área onde o mesmo é colado, para isso o ideal é realizar uma otimização paramétrica na célula de carga de modo a garantir que a deformação sofrida pelo transdutor mecânico que é deformável será compatível com o sofrido pelo *strain gauge* na condição de aplicação da carga máxima.

### 1.2 Objetivos

Este trabalho irá analisar numericamente, através de elementos finitos, com o auxílio dos softwares comerciais *Ansys Mechanical* (Ansys, 2014) e *Matlab* (2000), uma célula de carga do tipo ponto único e realizar uma otimização paramétrica da mesma, a fim de obter uma geometria final que favoreça a leitura da deformação pelo *strain gauge* e que possua maiores frequências naturais de vibração de forma a evitar problemas de ressonância quando do uso em medições de forças variáveis no tempo. Será desenvolvido script em linguagem APDL do Ansys (2014) para facilitar todos os procedimentos de geração de malha, análise numérica estática e modal e pós-processamento para a obtenção das tensões máximas e deformações nos pontos de medição da célula de carga e a sua interação com o software *MATLAB* (2000).

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Células de carga são usadas há bastante tempo para monitoramento e aquisição de forças, desde seu surgimento muitos estudos foram feitos em cima desses componentes visando sua melhoria e explorando novas aplicações.

Em seu trabalho, Thakar *et al.* (2013) apresenta um estudo de otimização paramétrica de célula de carga usada para medição de peso em sistemas de empacotamento e preenchimento. No trabalho ele otimiza uma célula do tipo *bending beam* (engastada-livre) utilizando o *software*

Pro Engineering. Diferentemente do que geralmente se faz em otimizar o formato e dimensão da célula, o autor apenas otimizou a faixa de utilização da célula para que a mesma obtivesse uma acurácia melhor.

Vijay e Gore (2012) apresentam um estudo de otimização da forma a fim de minimizar a massa de uma célula de carga do tipo S utilizando o software de elementos finitos Ansys. Os resultados da otimização são checados com análises por Foto-elasticidade e mostram valores muito próximos daqueles obtidos com Elementos Finitos. Em seu trabalho uma limitação de deformação máxima de 1000  $\mu\text{m}/\text{m}$  é colocada na deformação observada nos locais de colagem dos *strain gages* e furos. Especial cuidado é tomado no modelamento do furo para a saída dos cabos de conexão na célula. Ao final os autores relatam uma melhoria de 24.95% na sensibilidade da célula de carga. Uma redução de 23.77% do volume final também é obtida.

Em seu trabalho, Soni e Priyadarshi (2017) analisam o projeto de balanças para múltiplos componentes de força a partir do projeto de uma célula de carga do tipo viga. Para um projeto inicial, percebeu-se um acoplamento entre os componentes de forças pretendidas de serem medidas, mas que foram diminuídas ao se utilizar o projeto de uma célula com a parte central vazada, eliminando as sensibilidades cruzadas nas outras direções. Toda a análise foi feita com o software Ansys. A otimização foi feita de forma automática com o *software* Design Xplorer da versão 13.0 do Ansys.

Ghanvat e Patil (2012) apresentam uma análise em elementos finitos utilizando o software Ansys 11.0 para otimizar uma célula de carga tipo S, com o objetivo de assim reduzir o peso da mesma sem ultrapassar a deformação máxima de 1250  $\mu\text{m}/\text{m}$  no ponto aonde são colados os *strain gauges*. Após otimização foi obtido uma redução no volume total de 24,68% em relação ao modelo inicial, posteriormente foi utilizada a técnica de foto-elasticidade para comparar com os resultados fornecidos pelo FEM, após verificar ambos os métodos, foi observada uma semelhança muito grande entre os resultados.

Em seu trabalho, Varne *et al.* (2006) utiliza o método das superfícies de resposta para otimizar de forma viável uma célula de carga do tipo panqueca. Foram usadas múltiplas funções objetivo como sensibilidade e massa da célula de carga. O software Hyperworks foi utilizado para realizar as análises de elementos finitos. As superfícies de respostas forma treinadas para diversas configurações da célula de carga como largura da alma, espessura da alma e altura da célula de carga de forma a poder, mais tarde na otimização, ser utilizada como função objetiva diretamente sem ter a necessidade de realizar análises demoradas por elementos finitos. Ao final conseguem chegar a um resultado que representa um compromisso entre o aumento da sensibilidade e diminuição do volume da célula. Ao final por uma análise de variância determina-se que a altura da célula é a mais importante variável a ser considerada na otimização.

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 Células de Carga

Células de Cargas são transdutores de força muito versáteis que podem ser aplicadas nas mais diversas situações devido às suas grandes variedades de formas. A maioria é fabricada com os extensômetros elétricos de resistência, *strain gage*, ligados entre si através de uma ponte de Wheatstone, gerando um sinal elétrico de saída proporcional à carga aplicada. Esta configuração amplifica os sinais obtidos nas medições, permitindo que se avalie a variação ôhmica dos extensômetros de modo mais sensível. O uso desses dispositivos para medição de força abrange hoje uma vasta gama de aplicações, desde balanças comerciais até controle e automatização de processos industriais.

#### 3.2 Elemento sensor *strain gage*

Os extensômetros de resistência elétrica são elementos resistivos os quais variam sua resistência linearmente com a deformação a que são submetidos por estarem colados a

elementos que sofrem deformações mecânicas. Fisicamente os *strain gage* são sensores que contém um resistor composto de uma finíssima camada de material condutor. As variações de dimensões da estrutura são transmitidas mecanicamente ao *strain gage*, que transforma essas variações em variações equivalentes de sua resistência elétrica, sendo assim definidos como transdutores. Eles são usados para medir variações de diversos componentes e tipos como pressão, tensão, compressão. Assim, para a seleção devem ser observados alguns pontos como: material da grade metálica, material da superfície que está sendo ensaiado, material do adesivo. Quanto à sua forma, ele tem funções e características diferentes tais como: fator de medição, resistividade, entre outros. A sensibilidade à temperatura é um fator que também deve ser levando em conta visto que deformações diferidas podem atrapalhar as medições assim como circuitos que compensem eventuais deformações por dilatação das peças analisadas. A equação geral que relaciona a deformação sofrida pelo *strain gage* com sua sensibilidade elétrica e variação de resistência é dada por:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R / R}{k} \quad (3.1)$$

onde  $\varepsilon$  é a deformação na direção da grade do *strain gage*,  $\Delta R$  é a variação de resistência em função da deformação,  $R$  a resistência elétrica inicial e  $k$  a sensibilidade (em geral próximo a 2,0) função do material de que é feito o *strain gage*.

### 3.2.1 Ponte de Wheatstone

Pontes de Wheatstone são circuitos idealmente projetados para avaliação de resistências elétricas desconhecidas mas que é bastante empregado em instrumentação para avaliação de deformações mecânicas. Seja a ponte de Wheatstone mostrada na Figura 1.

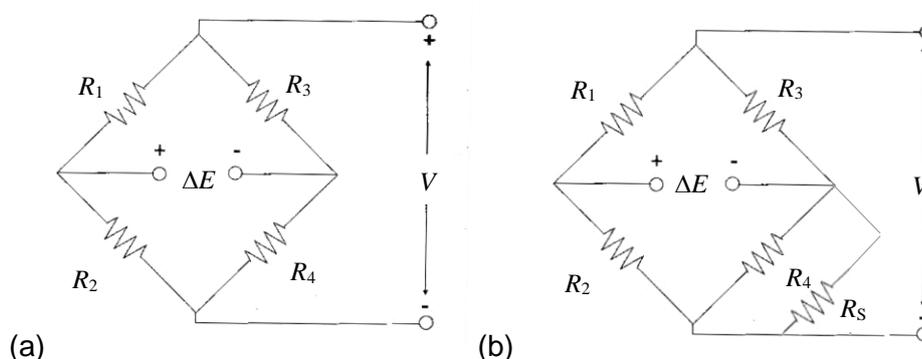


Figura 1 – (a) Ponte de Wheatstone simples. (b) Resistor de *shunt* para calibração.

A equação genérica para a Ponte de Wheatstone vem dada por (Beckwith et al.,2006):

$$\Delta E = \left( \frac{R_1}{R_1+R_2} - \frac{R_4}{R_4+R_3} \right) V \quad (3.2)$$

Para pequenas variações em cada um dos resistores a correspondentes deformações pode ser avaliada por:

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta R_i / R_i}{k} \quad \text{com } i = 1,2,3,4 \quad (3.3)$$

Assumindo pequenas variações de resistência individuais na equação genérica da Ponte de Wheatstone, chega-se à seguinte equação em termos das deformações medidas:

$$\Delta E = \frac{k}{4}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4)V \quad (3.4)$$

### 3.2.2 Calibração

A necessidade de calibração surge frequentemente com o uso da instrumentação com *strain gages*. Há dois métodos para calibração: direto e indireto. Na calibração direta, a peça em que está colado o *strain gage* é submetida a uma deformação conhecida e a leitura é verificada e aferida. No Segundo caso, uma deformação virtual é aplicada ao *strain gage* de forma que se gere um valor de deformação conhecido, entretanto que é “virtual”. Na Hipótese de que se coloque um resistor de *shunt* em paralelo a um dos 4 *strain gages*, Figura 1(b), o valor de sua resistência diminuirá, gerando uma variação e resistência que resultará numa deformação virtual (Figura 2(b)). Assim:

$$\Delta E = \frac{k}{4}(\varepsilon_4)V \quad (3.5)$$

onde  $\varepsilon_4 = (\Delta R_4 / R_4) / k$  e  $\Delta R_4 = (R_4 R_S / R_4 + R_S) - R_4$ .

Desta forma, supondo resistores de  $120\Omega$ ,  $k=2,0$  e uma deformação da ordem de  $1000 \mu\text{m/m}$  (*microstrains*), o resistor de *shunt* equivalente será de:

$$R_S = \frac{R_4}{k\varepsilon_4} - R_4 = 59880\Omega \quad (3.6)$$

Com a formulação anterior, pode-se mostrar a Tabela 1 com os resistores de *shunt* para cada deformação virtual desejada.

Tabela 1 – Valores de resistência de *shunt* de calibração para SG de  $120\Omega$  e  $350\Omega$  para deformações virtuais equivalentes desejadas.

| $\varepsilon$ [ $\mu\text{m/m}$ ] | 500    | 1000   | 2000  | 3000  | 4000  | 5000  | 10000 |
|-----------------------------------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| SG de $120 \Omega$                | 119880 | 59880  | 29880 | 19880 | 14880 | 11880 | 5880  |
| SG de $350 \Omega$                | 349650 | 174650 | 87150 | 57983 | 43400 | 34650 | 17150 |

### 3.3 Otimização por Programação Quadrática Sequencial (SQP)

Métodos de otimização nos ajudam a encontrar soluções para problemas onde o melhor de certo critério é sempre desejado. Basicamente há parâmetros livres (variáveis de projeto) as quais definem o comportamento de uma função (função objetivo) a qual se quer otimizar (minimizar ou maximizar). Na otimização estrutural, as variáveis de projeto geralmente estão associadas à estrutura mecânica a qual se deseja otimizar como seções transversais de perfis, dimensões geométricas, tipos materiais a empregar na construção, etc. Como função objetivo a ser otimizada o mais comum a se adotar é a massa da estrutura, visto que esta função está relacionada intrinsecamente com o custo da estrutura, entretanto funções como coeficiente de segurança, máxima rigidez (mínima flexibilidade), frequências naturais, deslocamentos, deformações e tensões podem ser utilizadas como funções objetivo, apesar de algumas vezes estas mesmas funções serem utilizadas como restrições do problema de otimização.

Dentre os diversos métodos existentes para otimização baseados em gradientes da função objetivo um dos mais populares é o método SQP (*Sequential Quadratic Programming*). Este é um método iterativo para funções não lineares o qual resolve uma sequência de subproblemas de otimização de uma aproximação quadrática da função objetivo, geralmente não-linear e de uma aproximação linear para as funções de restrições do problema. Assumem que a função objetivo é suave e diferenciável ao menos 2 vezes. Seja um problema de otimização não-linear do tipo:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(\mathbf{x}), \\ & \text{sujeito a } \mathbf{b}(\mathbf{x}) = 0, \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) \leq 0,$$

onde  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  é o vetor de variáveis de projeto,  $\mathbf{b}$  é o conjunto de equações com o respectivo conjunto de coeficientes das restrições de igualdade do problema (linearizadas),  $\mathbf{c}$  é o conjunto de equações com os respectivos coeficientes das equações de desigualdade do problema (linearizadas). Para transformar o problema com restrições em um problema de otimização irrestrito faz-se uso do Lagrangeano e dos multiplicadores e variáveis de folga para o problema e que pode ser definido como:

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{b}(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{c}(\mathbf{x}), \quad (3.8)$$

onde  $\boldsymbol{\lambda}$  é o vetor que contém os multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade do problema,  $\boldsymbol{\mu}$  é o vetor que contém as variáveis de folga associadas às restrições de desigualdade. Então a cada iteração o problema de otimização é aproximado, utilizando séries de Taylor, por:

$$\text{minimize } \mathbf{s}^T \nabla^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}_k) \mathbf{s} + \nabla f(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{s} + f(\mathbf{x}_k), \quad (3.9)$$

$$\text{sujeito a } \nabla h_i(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{s} + h_i(\mathbf{x}_k) = 0 \quad (i = 1, \dots, p), \quad (3.10)$$

$$\nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{s} + g_j(\mathbf{x}_k) = 0 \quad (j = 1, \dots, q), \quad (3.11)$$

onde  $p$  é o número de restrições de igualdade e  $q$  as de desigualdade. Para aproximar a Hessiana  $\nabla^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}_k)$  por uma matriz positivo definida simétrica  $\mathbf{H}_k$  o método BFGS pode ser utilizado de forma que:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{H}_k + \frac{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T}{\mathbf{v}_k^T \mathbf{u}_k} - \frac{\mathbf{H}_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \mathbf{H}_k^T}{\mathbf{v}_k^T \mathbf{u}_k}, \quad (3.12)$$

onde  $\mathbf{v}_k = \nabla \mathcal{L}(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla \mathcal{L}(\mathbf{x}_k)$  e  $\mathbf{u}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$ . Então o subproblema quadrático é resolvido para obter o vetor de direção de procura  $\mathbf{s}$ .

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha \mathbf{s}_k, \quad (3.13)$$

que pode ser resolvido, por exemplo usando um método de procura linear ou outro equivalente para obter o melhor  $\alpha$  que minimize uma função de mérito composto pela função objetivo penalizada pelas restrições. Neste trabalho a função “*fmincon*” do MATLAB (2000) com a opção do algoritmo SQP foi utilizada para a realização das otimizações.

#### 4. MATERIAIS E MÉTODOS

A célula de carga em análise é a descrita no desenho indicado da Figura 2. Ela é uma aproximação em dimensão de uma célula de carga comercial como indicada na Figura A.1 do Anexo deste trabalho (Flexar ITX, 2017).

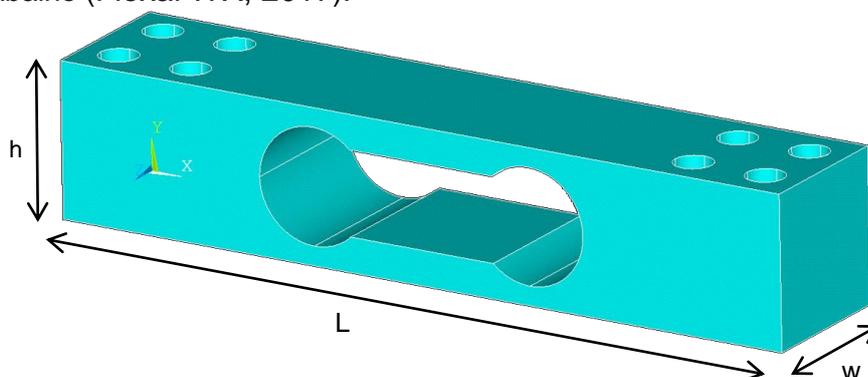


Figura 2 – Célula de carga com suas dimensões nominais iniciais (L=0,2 m, W=0,04 m, h=0,04m).

Fixou-se a proporção do posicionamento dos furos centrais em relação aos furos dos parafusos de apoio e aplicação da carga. Neste tipo de célula de carga as deformações para cargas verticais aplicadas em um lado e a célula fixada do outro é como indicado na Figura 3. Esta é a forma como a célula de carga deve ser utilizada. As tensões que surgem na célula de carga são as indicadas pela Figura 3, Tração próximo ao engaste na parte superior, compressão na parte próxima à carga aplicada na parte superior e, Compressão na parte inferior próximo ao engaste e tração na parte inferior próximo à carga aplicada.

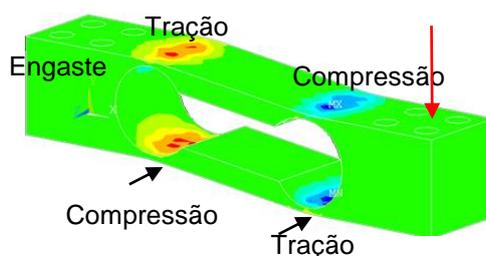
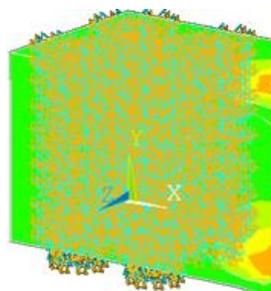


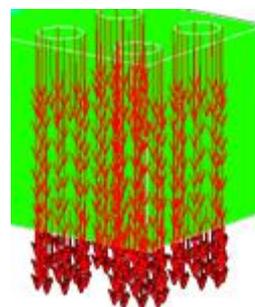
Figura 3 – Comportamento da célula de carga de ponto único para cargas verticais.

#### 4.1 Condições de contorno

A célula de carga foi colocada numa condição de engastada nos quatro furos de parafusos como indicado na Figura 4. Foi tomado o cuidado na programação em APDL de aplicar a carga de forma distribuída nos outros furos de parafuso, evitando que concentrações de tensões se formem neste local e assegurando que os máximos valores de deformação e tensão, em módulo, estarão nos locais de colagem dos *strain gages*.



(a)



(b)

Figura 4 – (a) Detalhe do apoio. (b) Detalhe aplicação das cargas.  
Na tabela 2 estão indicadas as propriedades do material da célula de carga.

Tabela 2 – Propriedades do material da célula de carga de ponto único.

|                          |         |
|--------------------------|---------|
| Módulo de elasticidade   | 68 GPa  |
| Tensão de escoamento     | 250 MPa |
| Tensão limite de ruptura | 350 MPa |
| Coefficiente de Poisson  | 0,33    |

Adotou-se um Coeficiente de Segurança (CS) para as tensões de 1,5 e que corresponderia a uma sobrecarga (*overshooting*) de 50% para a carga nominal que a célula está sendo projetada.

## 4.2 Modelo discretizado

Para a discretização em elementos finitos da célula de carga utilizou um modelo elemento sólido, solid92 (elemento sólido tetraédrico com nós nos vértices e no meio das arestas perfazendo um total de 10 nós) com três graus de liberdade por nó, três translações  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$ . Na Figura A.2 do Apêndice deste trabalho encontra-se indicado este tipo de elemento finito. Ao final a malha foi discretizada com 18682 elementos.

## 4.3 Restrições de Deformação e Tensão mecânica

No presente trabalho foram impostas restrições práticas nos valores de deformações nos locais onde serão colocados os *strain gages* no valor de 1500  $\mu\text{m/m}$ , valor este recomendado na literatura como limite para que não haja problemas de descolamento do *strain gage* no transdutor mecânico da célula. Também limitações nas tensões limite do material da célula foram impostos de forma que a célula sempre trabalhe, para a carga limite nominal, dentro do regime elástico linear. No modelamento em elementos finitos tomou-se o cuidado de assegurar-se que os pontos de medição das deformações e tensões sempre fossem os de localização dos *strain gages* apesar da modificação da malha de elementos finitos ao longo das otimizações da forma da célula de carga. Isto é possível através do comando \*GET da linguagem APDL o qual permite obter determinado valor para um ponto do elemento através de interpolação.

## 5. ANÁLISES NUMÉRICAS

Para fins comparativo dos resultados de otimização que serão feitos, apresenta-se abaixo os valores de massa, frequências naturais, tensões, deformações e sensibilidade para o caso da célula de carga não otimizada (projeto inicial).

Tabela 3 – Projeto inicial da Célula de Carga com os respectivos valores de tensão, deformação, massa, sensibilidade e frequências naturais.

| Projeto Inicial                              |            |             |             |            |
|----------------------------------------------|------------|-------------|-------------|------------|
| Dimensões (m)                                | L=0,200    | h=0,04      | w=0,04      |            |
| Massa inicial (kg)                           | 4,9609e-01 |             |             |            |
| Sensibilidade inicial ( $\Delta E/V$ ) (adm) | 2,2592e-04 |             |             |            |
| Deformações (adm)                            | 1,2274e-04 | -1,0310e-04 | -1,2326e-04 | 1,0274e-04 |
| Tensões (Pa)                                 | 1,0928e+07 | -9,459e+06  | -1,0578e+07 | 9,7799e+06 |
| Frequências Naturais (Hz)                    | 3,6683e+02 | 8,1969e+02  | 1,7017e+03  |            |

### 5.1 Minimização da massa da célula de carga e maximização da sensibilidade com restrições nas frequências naturais, tensões e deformações mecânicas

Neste exemplo, foi assumida uma função objetivo que leva em conta a massa da célula assim como sua sensibilidade de forma que a minimização da massa pode ocorrer de forma concomitante à maximização da sensibilidade. A função objetivo assim como as restrições são as indicadas na Equação 5.1:

$$\text{Minimize } f(x) = \frac{\text{Volume da célula}}{\text{sensibilidade}} = \frac{\text{Vol}}{\Delta E/V}$$

$$\text{sujeito a } \begin{cases} \left| \frac{\sigma_i}{CS} \right| \leq \sigma_{lim}, & \text{para } i = 1, \dots, 4 \\ |\epsilon_i| \leq \epsilon_{lim}, & \text{para } i = 1, \dots, 4 \\ |f_i| \geq f_{lim}, & \text{para } i = 1, \dots, 3 \end{cases} \quad (5.1)$$

onde  $x = (L, h, w)$  são as variáveis de projeto,  $\sigma_i$ ,  $\epsilon_i$  e  $f_i$  são respectivamente as tensões e deformações nos pontos de colagem dos *strain gages* e as primeiras 3 frequências naturais da célula de carga, CS é o coeficiente de segurança para as tensões (*overshooting* para a célula de carga, adotado como 1,5 neste trabalho), por último  $\sigma_{lim}$ ,  $\epsilon_{lim}$ ,  $f_{lim}$  são as tensões limites para o material (250 MPa), deformações máximas (1500  $\mu\text{m/m}$ ) admissíveis para os *strain gages* e frequências naturais limites (100 Hz, 300Hz e 800Hz), respectivamente. A forma da função objetivo permite a minimização do volume e ao mesmo tempo a maximização da sensibilidade.

Após otimização a célula teve suas dimensões alteradas de modo a reduzir sua massa total preservando uma deformação de 1500  $\mu\text{m/m}$  na região dos extensômetros, os valores otimizados podem ser observados na Figura 5.

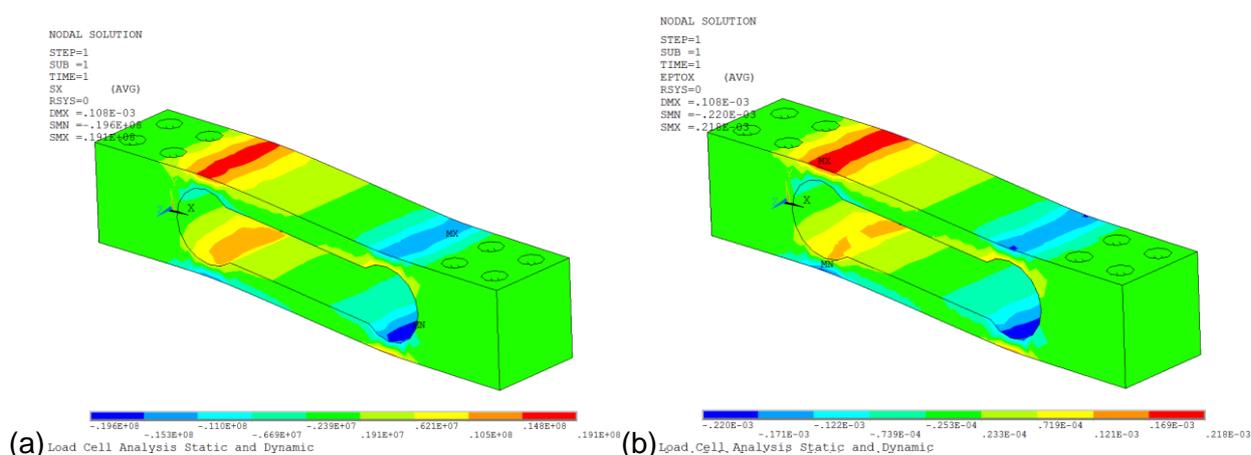


Figura 5 - (a) Tensões  $\sigma_x$  na direção dos *strain gages* da célula otimizada e (b) deformações  $\epsilon_x$  na direção de colagem dos *strain gages* para a célula otimizada

Na Tabela 4 indicam-se os resultados obtidos para a otimização inicial com os respectivos valores das tensões, deformações e frequências naturais.

Tabela 4 – Projeto Otimizado da Célula de Carga com os respectivos valores de tensão, deformação, massa, sensibilidade e frequências naturais.

| Projeto Otimizado 1                  |            |             |             |            |
|--------------------------------------|------------|-------------|-------------|------------|
| Dimensões (m)                        | L=0,150    | h=0,0303    | w=0,0300    |            |
| Massa (kg)                           | 2,1153e-01 |             |             |            |
| Sensibilidade ( $\Delta E/V$ ) (adm) | 3,5052e-04 |             |             |            |
| Deformações (adm)                    | 1,9173e-04 | -1,7370e-04 | -2,0790e-04 | 1,2770e-04 |
| Tensões (Pa)                         | 1.5014e+07 | -1.1735e+07 | -1.5006e+07 | 1.2828e+07 |
| Frequências Naturais (Hz)            | 5,1408e+02 | 1,0993e+03  | 2,16505e+03 |            |

Na Figura 6 indicam-se os três primeiros modos de vibração para este resultado otimizado. Para o valor ótimo encontrado, a solução não viola nenhuma das restrições impostas na definição do problema para frequências naturais, tensões máximas e deformações máximas. A partir desta otimização houve uma redução de 42% da massa em relação ao projeto original da célula de carga e um aumento de 39% da sensibilidade da mesma, e apresentou um aumento das frequências naturais.

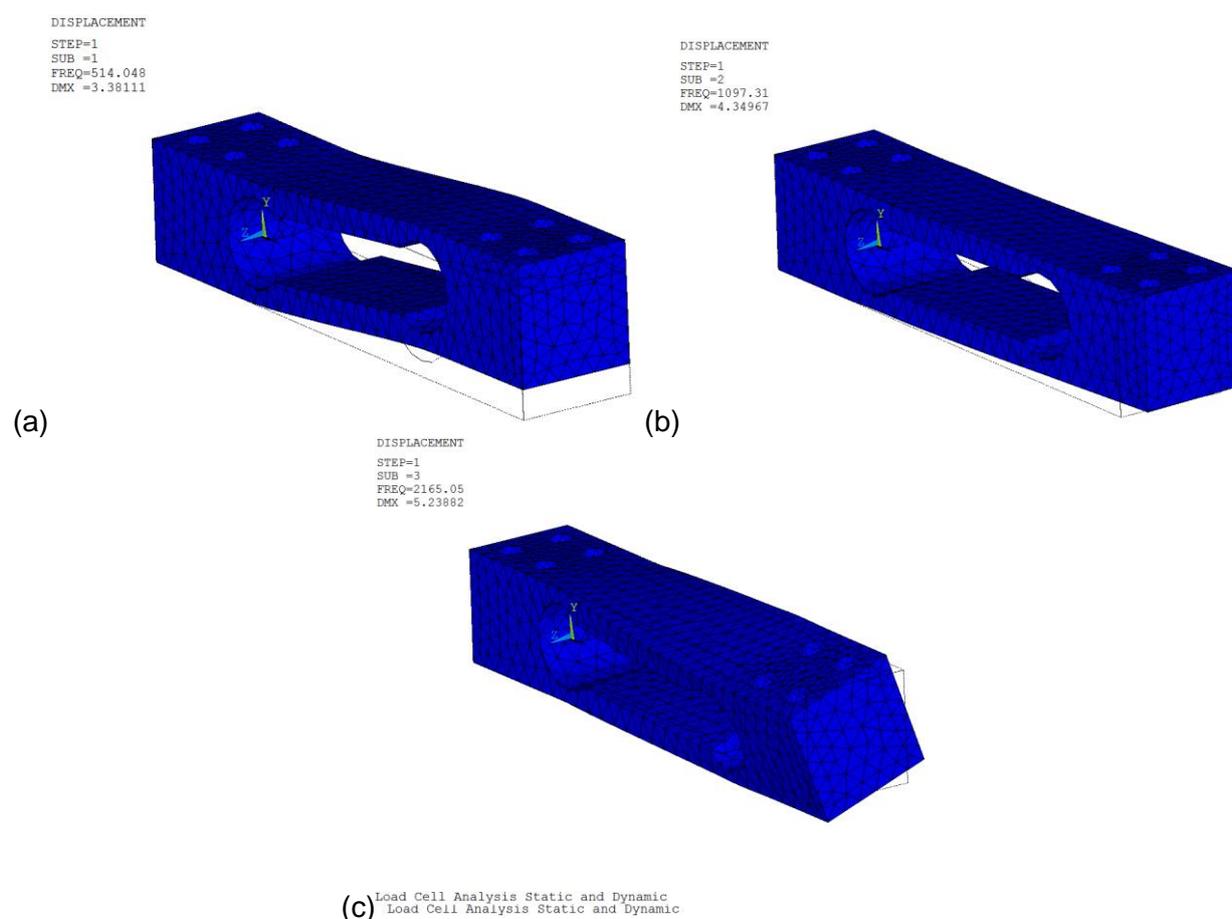


Figura 6 - Modos de vibração da célula de carga otimizada (a) 1º. Modo,  $f_1= 514,08$  Hz (b) 2º. Modo,  $f_2=1097,31$  Hz, (c) 3º. Modo,  $f_3=2165,05$  Hz.

## 5.2 Testes com possibilidade dos furos centrais modificados

Para avaliar a robustez da metodologia desenvolvida, neste exemplo investigou-se a possibilidade dos furos centrais (binóculos) da célula de carga serem considerados variáveis de projeto no problema. Neste caso assumiu-se que o diâmetro dos furos centrais podem variar entre valores que vão de 0,5 a 0,95 da altura da célula de carga ( $D=fator \times h$ ), possibilitando uma maior ou menor espessura de material abaixo dos locais onde serão colados os *strain gages*. Este fator foi considerado como nova variável de projeto. Imagina-se que com isto, haja mais flexibilidade para o processo de otimização poder diminuir a massa e ainda manter as restrições impostas.

Na Figura 7 indicam-se as tensões e deformações na direção de colagem dos *strain gages* para o resultado da otimização neste caso. Na Figura 8 indicam-se os três primeiros modos de vibração para este resultado otimizado.

Na Tabela 5 são apresentados os resultados de deformação, tensão, frequências naturais, massa e sensibilidade para o caso estudo de otimização da célula de carga com possibilidade de raio variável.

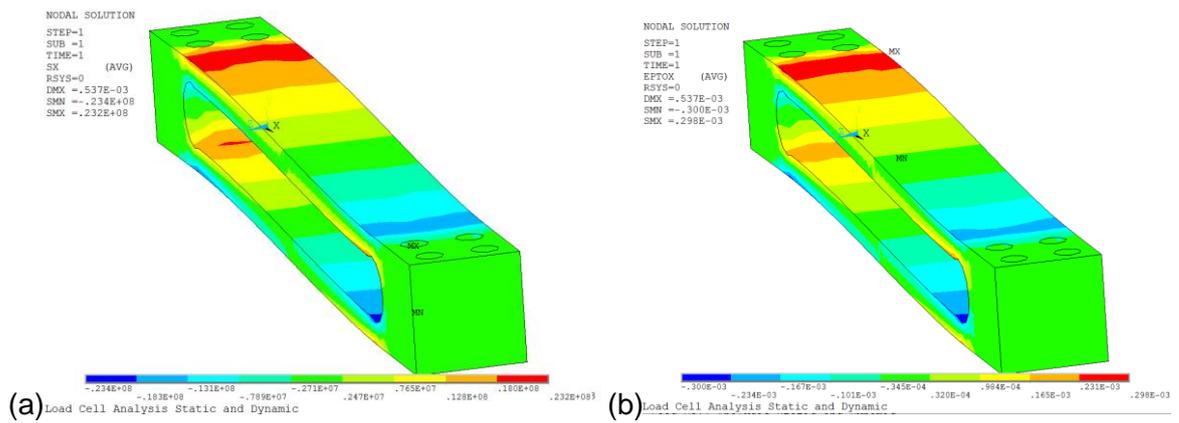


Figura 7- (a) Tensões  $\sigma_x$  na direção dos *strain gages* da célula otimizada e (b) deformações  $\epsilon_x$  na direção de colagem dos *strain gages* para a célula otimizada com possibilidade de raio variável.

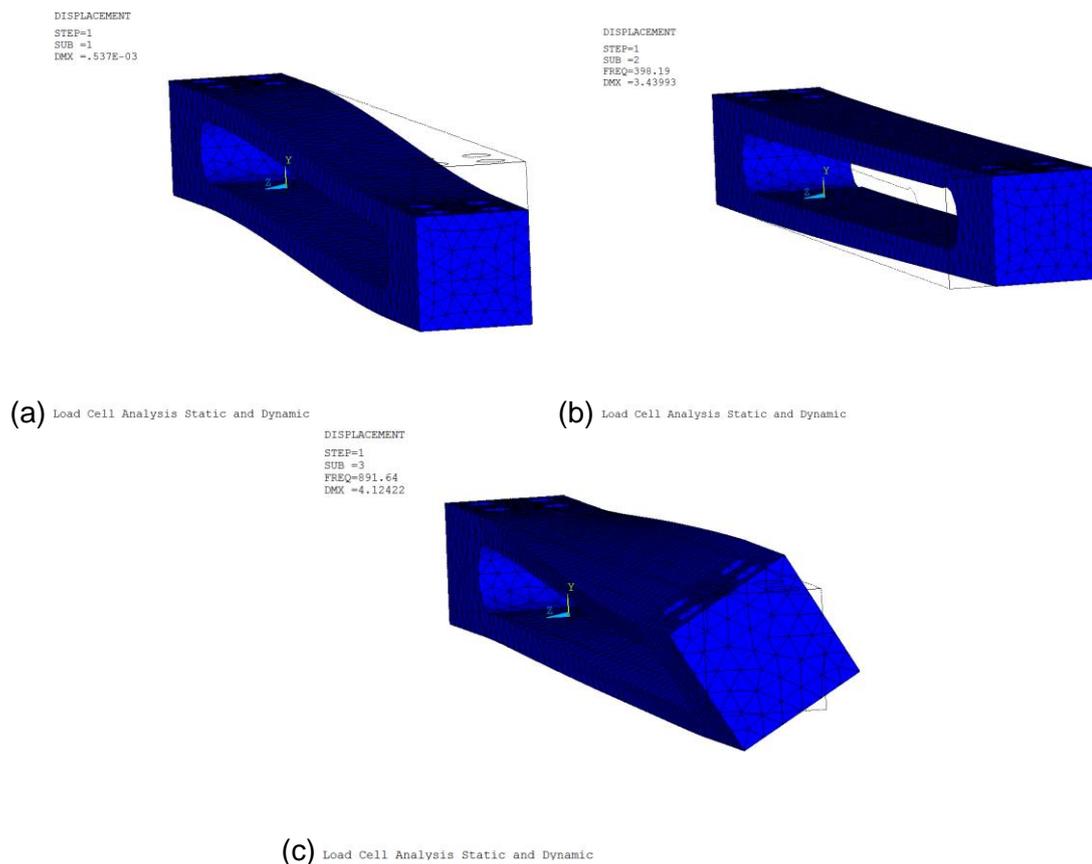


Figura 8- Modos de vibração da célula de carga otimizada (a) 1º. Modo,  $f_1=189,69$  Hz (b) 2º. Modo,  $f_2=398,19$ Hz, (c) 3º. Modo,  $f_3=891,64$ Hz, para a célula otimizada com possibilidade de raio variável.

Tabela 5 – Projeto Otimizado da Célula de Carga com os respectivos valores de tensão, deformação, massa, sensibilidade e frequências naturais par ao caso de possibilidade de raio variável.

| Projeto Otimizado 2                  |            |             |             |             |
|--------------------------------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Dimensões (m)                        | L=0,2534   | h=0,0300    | w=0,0300    | fator=0,600 |
| Massa (kg)                           | 3,3199e-01 |             |             |             |
| Sensibilidade ( $\Delta E/V$ ) (adm) | 4,4209e-04 |             |             |             |
| Deformações (adm)                    | 2,7542e-04 | -1,8063e-04 | -2,5074e-04 | 1,7739e-04  |
| Tensões (Pa)                         | 2,1749e+07 | -1,5174e+07 | -1,9745e+07 | 1,4852e+07  |
| Frequências Naturais (Hz)            | 1,8969e+02 | 3,9819e+02  | 8,9164e+02  |             |

Para o valor ótimo encontrado, a solução não viola nenhuma das restrições impostas na definição do problema para frequências naturais, tensões máximas e deformações máximas. Neste caso, a otimização resultou numa redução de 66,9% do valor da massa do projeto inicial e num aumento da sensibilidade de 95% em relação à sensibilidade do projeto inicial, apesar de apresentar uma diminuição das frequências naturais.

## 6. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho propôs o projeto otimizado de uma célula de carga do tipo ponto único utilizando uma metodologia que faz uso de ferramenta de otimização (SQP). No projeto foi previsto restrições que são comuns num projeto deste tipo que são limitações da tensão que o material está sujeito, deformação máxima medida pelos *strain gages* e restrições de frequências naturais que são importantes no caso do uso da célula para a medição de cargas dinâmicas.

Foi feita a otimização utilizando parâmetros geométricos como largura, altura, comprimento e espessura do local onde são colocados os *strain gages*. Ao final, conseguiu-se a melhor redução de massa final da célula em comparação com o projeto original, da ordem de 66% no caso do problema de otimização ser formulado assumindo o diâmetro do furo central como variável de projeto. Da forma como foi formulada a função objetivo, obteve-se concomitantemente um aumento de sensibilidade da célula de carga da ordem 95% em relação ao projeto original, resultado este por si só interessante. Apesar da redução de massa ter sido expressiva, os custos devido a esta redução não serão muito menores que o custo do projeto original, entretanto, a sensibilidade desta célula de carga será quase que o dobro da sensibilidade original. No resultado final obtido, nenhuma das restrições assumidas foi violada indicando um projeto viável e com geometria que é exequível.

### 6.1 Sugestões para trabalhos futuros

Como trabalhos futuros para este tema sugere-se estudar mais possibilidades de variáveis de projeto que tornem a otimização mais flexível como a hipótese de furos com diâmetros diferentes. Sugere-se uma otimização topológica, tomando-se o cuidado de avaliar se os resultados obtidos sejam exequíveis para a sua construção por usinagem. Também a construção e calibração de um protótipo da célula de carga projetada seja uma tarefa que pode ser feita, comprovando os resultados teóricos obtidos com esta otimização. Também sugere-se uma otimização feita com outros algoritmos, especificamente metaheurísticos, para confirmar os valores ótimos encontrados ou mesmo melhorar os resultados já obtidos com o uso da otimização SQP.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS, **ANSYS Mechanical APDL Academic – Users guide R 14.0: Static structural Analysis: 1<sup>st</sup> Ed.:** 2014.

Beckwith, T. G., Marangoni, R. D., Lienhard, J. H. "**Mechanical measurements**", Person Ed., 6<sup>th</sup> Edition, 2006.

Flexar ITX, Load Cells, BCDL10, Bending Beam Single Point Load Cell data sheet, <[http://www.flexar.com.br/site/li\\_cc\\_sp\\_cdl.php](http://www.flexar.com.br/site/li_cc_sp_cdl.php)>, Acessado em 01/06/2017.

Ghanvat, M. S., Patil, G.H. "**Shape optimization os 'S' type load cell using finite element method**" International Journal of Engineering Innovation & Research Vol 1. No. 3, 2012.

MATLAB, "**MATrix LABoratory, R2012a**". The MathWorks Inc., Natick, MA, 2000. <[www.mathworks.com/](http://www.mathworks.com/)>. Acessado em 01/09/2016.

Soni, A., Priyadarshi, P. "**Finite element analysis and optimization of a beam type load cell for an external balance design**". Internal report. <[https://www.academia.edu/6462303/Finite\\_Element\\_Analysis\\_and\\_Optimization\\_of\\_a\\_Beam\\_Type\\_Load\\_Cell\\_for\\_an\\_External\\_Balance\\_Design](https://www.academia.edu/6462303/Finite_Element_Analysis_and_Optimization_of_a_Beam_Type_Load_Cell_for_an_External_Balance_Design)>. Acessado em 26/05/2017.

Thakkar, K. H., Prajapai, V. M, Patel, B. D. "**Performance evaluation fo strain gauge based load cell to improve weighting accuracy**". International Journal of Latest Trends in Engineering and Technology (IJLTET), Vol 2. No.1, 2013.

Varne, V., Shinde, V.m Kamble, V. "**Parametric optimization of Pancake type load cell sing responde surface**", International Journal of Current Engineering and Technology, MMIT, Lohgaon, Pune, Maharashtra, India, NCPSM- 2016, INPRESSCO IJCET Special Issue-6 (Oct 2016).

Vijay, A. K., Gore, P .N. "**Use of FEM and photo elasticity for shape optimization of S type load cell**". Indian Journal of Science and Technology, Vol. 5, No. 3, 2012.

## ANEXOS



## CDL

Single Point para plataformas de até 400 x 400 mm. Célula paralelogramica insensível a cargas excêntricas para balanças comerciais e industriais, protegidas contra o ataque de insetos e do meio ambiente em geral, para aplicações em balanças de supermercado, contadoras, máquinas de embalagem, dosadoras, etc.

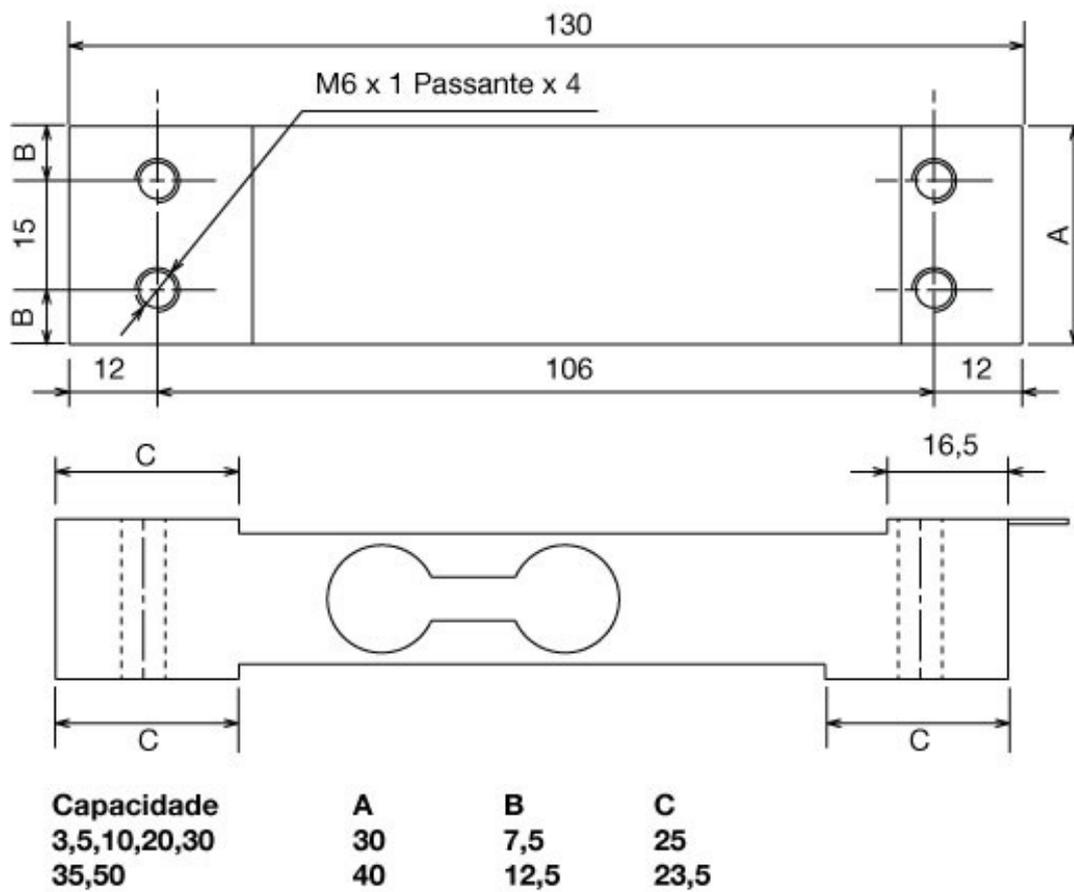


Figura A.1 – Dados geométricos da célula de carga comercial (Projeto Inicial) da empresa Reacción.

Tabela A.1 – Dados comerciais (sublinhado) da célula comercial avaliada.

| Modelo                                       | <u>CDL</u>                                           | <u>CD</u>                                     | <u>CDB</u>                                    | <u>CTMB</u>                                   | <u>CTGC</u>                                   |
|----------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| <b>Descrição</b>                             | <u>Single Point para plataformas de até 40x40 cm</u> | Single Point para plataformas de até 40x40 cm | Single Point para plataformas de até 40x40 cm | Single Point para plataformas de até 50x50 cm | Single Point para plataformas de até 60x60 cm |
| <b>Capacidade (Kg)</b>                       | 3, 5, <u>10</u> , 20, 30, 35, 50                     | 2, 5, 10, 20, 30, 50, 75, 100                 | 10, 20, 30, 50                                | 50, 100, 200, 300                             | 100, 200, 300, 500, 700                       |
| <b>Tensão Máxima (V)</b>                     | 15                                                   | 15                                            | 15                                            | 15                                            | 15                                            |
| <b>Resistência Elétrica(OHM)</b>             | 350                                                  | 350                                           | 350                                           | 350                                           | 350                                           |
| <b>Saída Nomina/Sensibilidade(mV/V)</b>      | 2+/-10%                                              | 2+/-10%                                       | 2+/-10%                                       | 2+/-10%                                       | 2+/-10%                                       |
| <b>Temp. de Trabalho Útil/Compensada (C)</b> | -10 a 40                                             | -10 a 40                                      | -10 a 40                                      | -10 a 40                                      | -10 a 40                                      |
| <b>Zero Inicial (%SN)</b>                    | +/- 1                                                | +/- 1                                         | +/- 1                                         | +/- 1                                         | +/- 1                                         |
| <b>Não Linearidade(%SN)</b>                  | 0,03                                                 | 0,03                                          | 0,03                                          | 0,03                                          | 0,03                                          |
| <b>Histerese (%SN)</b>                       | 0,02                                                 | 0,02                                          | 0,02                                          | 0,02                                          | 0,02                                          |
| <b>Não Repetibilidade(%SN)</b>               | 0,02                                                 | 0,02                                          | 0,02                                          | 0,02                                          | 0,02                                          |
| <b>Creep à Cap. Normal(% Carga em 20')</b>   | 0,03                                                 | 0,03                                          | 0,03                                          | 0,03                                          | 0,03                                          |
| <b>Comprimento do Cabo</b>                   | 70 cm                                                | 70 cm                                         | 70 cm                                         | 3 m                                           | 3 m                                           |
| <b>Grau de Proteção</b>                      | IP66                                                 | IP66                                          | IP66                                          | IP67                                          | IP67                                          |
| <b>Máxima Sobrecarga(%SN)</b>                | 150                                                  | 150                                           | 150                                           | 150                                           | 150                                           |
| <b>Efeito de Temp. no Zero (%SN/C)</b>       | +/- 0,003                                            | +/- 0,003                                     | +/- 0,003                                     | +/- 0,003                                     | +/- 0,003                                     |
| <b>Efeito de Temp. na Calibração (%SN/C)</b> | +/- 0,0015                                           | +/- 0,0015                                    | +/- 0,0015                                    | +/- 0,0015                                    | +/- 0,0015                                    |
| <b>Resistência de Isolamento</b>             | >5000                                                | >5000                                         | >5000                                         | >5000                                         | >5000                                         |
| <b>Material</b>                              | Alumínio                                             | Alumínio                                      | Alumínio                                      | Alumínio                                      | Alumínio                                      |

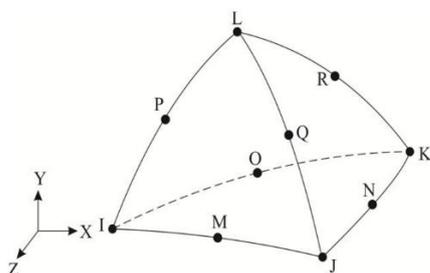


Figura A.2 – Tipo de elemento finito Solid92 utilizado para a discretização da célula de carga.