

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

UMA COMPARAÇÃO ENTRE METODOLOGIAS PARA CÁLCULO DA VIDA EM  
FADIGA NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA COM APLICAÇÃO NA  
SIMULAÇÃO DINÂMICA DE IMPLEMENTOS RODOVIÁRIOS

por

Julian Marcell Enzweiler Marques

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Abril de 2017

UMA COMPARAÇÃO ENTRE METODOLOGIAS PARA CÁLCULO DA VIDA EM  
FADIGA NO DOMÍNIO DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA COM APLICAÇÃO NA  
SIMULAÇÃO DINÂMICA DE IMPLEMENTOS RODOVIÁRIOS

por

Julian Marcell Enzweiler Marques  
Engenheiro Industrial Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da  
Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos  
necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Rogério José Marczak

Aprovada por:

Prof. Dr. Marcelo Maia Rocha.....PPGEC / UFRGS

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Letícia Fleck Fadel Miguel.....PROMECC / UFRGS

Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas.....PROMECC / UFRGS

Eng. Valdir Mendes Cardoso.....ALTAIR BRASIL

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 13 de Abril de 2017

## DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho a minha mãe, There  
e a minha namorada, Michele*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Prof. Dr. Rogério José Marczak, pelos conselhos e pelos ensinamentos ao longo do meu mestrado.

A minha mãe, There, e a minha namorada, Michele, pelo apoio durante mais esta etapa.

Aos meus amigos e colegas, por tornarem mais divertida toda essa jornada.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

## RESUMO

Atualmente, a exigência da indústria na construção de estruturas complexas é consequência da acirrada concorrência, principalmente, entre empresas dos segmentos rodoviários. Com o auxílio de ferramentas computacionais, baseadas no Método de Elementos Finitos, é possível dimensionar essas estruturas submetidas a solicitações aleatórias variando no tempo. Nesse caso, é comum a realização de simulações dinâmicas no domínio do tempo que se empregue um modelo de Elementos Finitos de placa ou viga e, assim, obter as tensões nos locais críticos de interesse. Porém, análises no domínio do tempo capturam tensões e deformações com boa precisão, mas costumam ser caras computacionalmente. Na maioria dos casos estudados, a vida em fadiga é fundamental para prever falhas estruturais de elevadas proporções, como o colapso da viga principal da estrutura chassi de um implemento rodoviário. Diante disso, são de interesse tecnológico e industrial as análises no domínio da frequência, a fim de diminuir o custo computacional de simulação dinâmica independente do modelo de Elementos Finitos.

Com esse propósito, o presente trabalho propõe uma comparação entre metodologias capazes em estimar a vida em fadiga no domínio do tempo e da frequência, de um caso simples e um segundo caso, mais complexo, que é o da indústria. Os diferentes modelos de Elementos Finitos e métodos de cálculos da vida em fadiga no domínio da frequência são comparados e discutidos, usando-se como referência o método clássico de cálculo da vida em fadiga, domínio do tempo. A metodologia leva em conta os diferentes Elementos Finitos empregados, as simplificações dos modelos estruturais usados e potenciais restrições cinemáticas aplicadas ao modelo. A comparação é feita com a ajuda de ferramentas comerciais que executam as análises modais, harmônicas, transientes, espectrais e rotinas de cálculos. Assim, o analista pode selecionar malhas com quantidade viável de graus de liberdade tornando possível as simulações dinâmicas e, além disso, prever a vida em fadiga no domínio do tempo para modelos simples e complexos. A partir dos resultados, verificou-se que as análises de estimativa da vida em fadiga no domínio da frequência, para modelos complexos, ainda não apresentam resultados confiáveis e, assim, são sugeridas recomendações.

Palavras-chave: Elementos Finitos; Simulação Dinâmica; Vida em Fadiga no Domínio do Tempo e da Frequência; Placa e Viga.

## **ABSTRACT**

Currently, the industry demand for the construction of complex structures is a consequence of the fierce competition, mainly between companies from semi-trailers segments. With the support of computational tools, based on the Finite Element Method, it is possible to size these structures submitted to random requests varying in time. In this case, it is common to perform dynamic simulations in the time domain to use a Finite Element model of plate or beam and thus obtain the stresses at the critical sites of interest. However, time domain analyses capture tensions and deformations with good accuracy, but they are often computationally expensive. In most of the studied cases, fatigue life is fundamental to predict structural failures of high proportions, such as main beam collapse of the chassis structure of a semi-trailer. Therefore, the semi-trailer industry segments is interested in the frequency domain, in order to reduce the computational cost of dynamic simulation no matter of the Finite Element model.

With this purpose, the present work proposes a comparison between methodologies which are able to estimate the fatigue life in time domain and frequency, of a simple and second case, more complex, that of the industry. The different Finite Element models and methods of calculating fatigue life in frequency domain are compared and discussed using the classic time domain fatigue life calculation method as reference.

The methodology takes into account the different Finite Elements are used, the simplifications of the structural models used and potential kinematic constraints applied to the model. The comparison is made with not only the following analyses: modal, harmonic, transient, spectral, but also computational routines. Thus, the analyst can select meshes with a viable amount of degrees of freedom making dynamic simulations possible, in addition, to its predict the fatigue life in time domain for simple and complex models. Based on the results, it was verified that the fatigue life estimates in frequency domain, for complex models, do not present reliable results yet. Therefore, recommendations are suggested.

**Keywords:** Finite Element; Dynamic Simulation; Fatigue Life in the Time and Frequency Domain; Plate and Beam.

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivos.....	2
1.2	Estrutura do Trabalho .....	2
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>4</b>
2.1	Fadiga no domínio do tempo .....	4
2.2	Fadiga no domínio da frequência .....	5
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>9</b>
3.1	Implementos rodoviários .....	9
3.1.1	Usinas de asfalto móvel.....	9
3.1.2	Suspensão tipo <i>tridem</i> .....	11
3.1.2.1	Feixes de mola trapezoidal .....	12
3.2	Aspectos de análise dinâmica .....	13
3.2.1	Análise modal de um sistema sem amortecimento.....	15
3.2.2	<i>Modal Assurance Criterion</i> .....	18
3.2.3	Função Resposta em Frequência .....	19
3.3	Processo aleatório, estacionário e ergódico.....	20
3.3.1	Densidade Espectral de Potência.....	22
3.3.2	Momentos e parâmetros da Densidade Espectral de Potência .....	23
3.3.3	Função Densidade de Probabilidade .....	25
3.3.4	Transformada Rápida de Fourier.....	28
3.3.5	Rugosidade de pistas - ISO 8608.....	29
3.4	Vida em fadiga.....	32
3.4.1	Curva S-N e limite de fadiga .....	33
3.4.2	Método de <i>Rainflow</i> .....	35
3.4.3	Dano acumulado de Palmgren-Miner.....	36
3.4.4	Fadiga no domínio do tempo .....	36
3.4.5	Fadiga no domínio da frequência .....	37
3.4.5.1	Método de Banda Estreita ou Narrow Band.....	38
3.4.5.2	Método de Dirlik .....	39
3.4.5.3	Método de Wirsching e Light.....	41
3.4.5.4	Método de Ortiz e Chen.....	41
3.4.5.5	Método de Benasciutti e Tovo.....	42
3.4.5.6	Método Alpha 0,75 .....	43

3.4.5.7	Método de Zhao e Baker .....	43
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA PROPOSTA.....</b>	<b>45</b>
4.1	Proposta básica .....	47
4.2	Comparação entre modelos estruturais diversos .....	53
4.3	Etapas principais da metodologia proposta .....	55
4.3.1	Propriedades dos materiais .....	56
4.3.2	PSD de deslocamento .....	57
4.3.3	Sinal de deslocamento em função do tempo .....	58
4.3.4	Análise transiente .....	59
4.3.5	Análise modal .....	63
4.3.6	FRF através da análise harmônica .....	64
4.3.7	<i>Modal Assurance Criterion</i> .....	64
4.3.8	Resposta em PSD .....	64
4.3.9	Cálculo da vida em fadiga no domínio do tempo .....	65
4.3.10	Cálculo da vida em fadiga no domínio da frequência .....	65
<b>5</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>67</b>
5.1	Geração dos perfis de pistas .....	67
5.2	Estudo de caso 1 – Viga em balanço .....	70
5.2.1	Modelo em Elementos Finitos de placa.....	70
5.2.1.1	Análise modal .....	70
5.2.1.2	Função Resposta em Frequência .....	72
5.2.2	Modelo em Elementos Finitos de viga .....	73
5.2.2.1	Análise modal .....	73
5.2.2.2	Função Resposta em Frequência .....	74
5.3	Estudo de caso 2 – Estrutura chassi.....	75
5.3.1	Modelo em Elementos Finitos de placa.....	76
5.3.1.1	Análise modal .....	76
5.3.1.2	Função Resposta em Frequência .....	78
5.3.2	Modelo em Elementos Finitos de viga .....	80
5.3.2.1	Análise modal .....	81
5.3.2.2	Função Resposta em Frequência .....	82
5.4	Comparação de vida em fadiga entre modelos de Elementos Finitos .....	84
5.4.1	Estudo de caso 1 – Viga em balanço .....	85
5.4.1.1	Modal Assurance Criterion e Função Resposta em Frequência .....	85
5.4.1.2	Estimativa da vida em fadiga.....	87

5.4.2	Estudo de caso 2 – Estrutura chassi.....	94
5.4.2.1	Modal Assurance Criterion e Função Resposta em Frequência .....	95
5.4.2.2	Estimativa da vida em fadiga.....	102
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>110</b>
6.1	Sugestões de Continuidade da Pesquisa .....	112
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>115</b>
	<b>ANEXO I – PSD DE DESLOCAMENTO DE CLASSES DE PISTAS.....</b>	<b>120</b>
	<b>APÊNDICE A – FLUXOGRAMA DA ESTRUTURA CHASSI .....</b>	<b>121</b>
	<b>APÊNDICE B – ROTINA DA PSD DE DESLOCAMENTO E SINAL DE DESLOCAMENTO EM FUNÇÃO DO TEMPO .....</b>	<b>122</b>
	<b>APÊNDICE C – ROTINA DOS CÁLCULOS DA VIDA EM FADIGA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....</b>	<b>125</b>
	<b>APÊNDICE D – MODOS DE VIBRAR DA ESTRUTURA CHASSI COM ELEMENTOS FINITOS DE PLACA E VIGA DOS 3 MODELOS PROPOSTOS .....</b>	<b>130</b>
	<b>APÊNDICE E – RESULTADOS DAS ANÁLISES TRANSIENTES E GRÁFICOS DE BARRAS DA CONTAGEM DE CICLOS DA VIGA EM BALANÇO .....</b>	<b>134</b>
	<b>APÊNDICE F – RESULTADOS DAS RESPOSTA EM PSD E CONTAGEM DE CICLOS DA PDF DE DIRLIK DA VIGA EM BALANÇO .....</b>	<b>138</b>
	<b>APÊNDICE G – RESULTADOS DAS ANÁLISES TRANSIENTES E GRÁFICOS DE BARRAS DA CONTAGEM DE CICLOS DA ESTRUTURA CHASSI.....</b>	<b>142</b>
	<b>APÊNDICE H – RESULTADOS DAS RESPOSTA EM PSD E CONTAGEM DE CICLOS DA PDF DE DIRLIK DA ESTRUTURA CHASSI.....</b>	<b>146</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 Usina de asfalto tipo móvel.....	10
Figura 3.2 Suspensão tipo <i>tridem</i> .....	11
Figura 3.3 Histerese de feixes de mola trapezoidal [Peres, 2006].....	13
Figura 3.4 Categorização do sinal de um processo [adaptado de Bosco Junior, 2007].....	21
Figura 3.5 PSD através da FFT [adaptado de Bishop, 2000] .....	22
Figura 3.6 Momentos de área da PSD [adaptado de Bishop e Sherrat, 2000].....	24
Figura 3.7 Expectativa de zeros com cruzamento positivo e expectativa de picos [adaptado de Bishop e Sherrat, 2000] .....	24
Figura 3.8 Amostra temporal de um processo aleatório [adaptado de Cesário, 2012].....	26
Figura 3.9 Processo de Banda Larga [adaptado de Ansys, 2016] .....	27
Figura 3.10 Distribuição Gaussiana [adaptado de Cesário, 2012] .....	27
Figura 3.11 Distribuição de probabilidade de Rayleigh [adaptado de Reis, 2016] .....	28
Figura 3.12 Sinal decomposto em série de senos [adaptado de Passos, 2016].....	29
Figura 3.13 Discretização da PSD de deslocamento [adaptado de Munari <i>et al.</i> , 2012] .....	31
Figura 3.14 Método de <i>Rainflow</i> de contagem de ciclos [adaptado de Radaj, 1990] .....	35
Figura 3.15 Análise de fadiga no domínio do tempo [Passos, 2016] .....	37
Figura 3.16 Análise de fadiga no domínio da frequência [Passos, 2016] .....	38
Figura 3.17 Limitação do método de Banda Estreita [Reis, 2013] .....	39
Figura 4.1 Fluxograma da viga em balanço .....	46
Figura 4.2 Malha da viga em balanço com elementos de placa .....	48
Figura 4.3 Malha da viga em balanço com elementos de viga.....	48
Figura 4.4 Malha da estrutura chassi com elementos de placa.....	48
Figura 4.5 Malha da estrutura chassi com elementos de viga .....	49
Figura 4.6 Condições de contorno da estrutura chassi do modelo 1 .....	55
Figura 4.7 Condições de contorno da estrutura chassi do modelo 2 .....	55
Figura 4.8 Condições de contorno da estrutura chassi do modelo 3 .....	55
Figura 4.9 Curva S-N do aço estrutural ASTM A36 usada na pesquisa .....	57
Figura 4.10 Ponto crítico da viga em balanço com EF de placa .....	59
Figura 4.11 Ponto crítico da viga em balanço com EF de viga.....	59
Figura 4.12 Ponto crítico da estrutura chassi com EF de placa.....	60
Figura 4.13 Ponto crítico da estrutura chassi com EF de viga .....	60
Figura 4.14 Distribuição de massas na estrutura chassi .....	61
Figura 4.15 Passo de tempo inicial, mínimo e máximo da análise transiente [Ansys, 2016] ..	62
Figura 5.1 PSD de deslocamento das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h.....	68
Figura 5.2 Sinal de deslocamento em função do tempo das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	69
Figura 5.3 FRF da viga em balanço com EF de placa.....	72
Figura 5.4 FRF da viga em balanço com EF de viga .....	75
Figura 5.5 FRF da estrutura chassi com EF de placa do modelo 1 .....	78
Figura 5.6 FRF da estrutura chassi com EF de placa do modelo 2 .....	79
Figura 5.7 FRF da estrutura chassi com EF de placa do modelo 3 .....	80
Figura 5.8 FRF da estrutura chassi com EF de viga modelo 1 .....	83
Figura 5.9 FRF da estrutura chassi com EF de viga modelo 2.....	83
Figura 5.10 FRF da estrutura chassi com EF de viga modelo 3.....	84
Figura 5.11 Comparação da FRF da viga em balanço com EF de placa e viga .....	87

Figura 5.12 Gráfico do erro relativo dos métodos espectrais da viga em balanço com EF de placa.....	92
Figura 5.13 Gráfico do erro relativo dos métodos espectrais da viga em balanço com EF de viga .....	94
Figura 5.14 Comparação da FRF da estrutura chassi referente ao modelo 1 .....	99
Figura 5.15 Comparação da FRF da estrutura chassi referente ao modelo 2 .....	100
Figura 5.16 Comparação da FRF da estrutura chassi referente ao terceiro modelo .....	101
Figura 5.17 Gráfico do erro relativo dos métodos espectrais de estrutura chassi com EF de placa.....	106
Figura 5.18 Gráfico do erro relativo dos métodos espectrais de estrutura chassi com EF de viga .....	108
Figura I.1 PSD de deslocamento em função da frequência espacial e temporal de diversas classes de pistas [ISO 8608, 1995] .....	120
Figura A.1 Fluxograma da estrutura chassi .....	121
Figura E.1 Tensão de vonMises em função do tempo da viga em balanço com EF de placa das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	134
Figura E.2 Tensão de vonMises em função do tempo da viga em balanço com EF de viga das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	135
Figura E.3 Contagem de ciclos em função de tensões de vonMises da viga em balanço com EF de placa das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	136
Figura E.4 Contagem de ciclos em função de tensões de vonMises da viga em balanço com EF de viga das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h.....	137
Figura F.1 RPSD de tensão de vonMises da viga em balanço com EF de placa das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	138
Figura F.2 RPSD de tensão de vonMises da viga em balanço com EF de viga das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	139
Figura F.3 Contagem de ciclos de Dirlik em função da tensão de vonMises da viga em balanço com EF de placa das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h.....	140
Figura F.4 Contagem de ciclos de Dirlik em função da tensão de vonMises da viga em balanço com EF de viga das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	141
Figura G.1 Tensão de vonMises em função do tempo da estrutura chassi com EF de placa das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	142
Figura G.2 Tensão de vonMises em função do tempo da estrutura chassi com EF de viga das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	143
Figura G.3 Contagem de ciclos em função de tensões de vonMises da estrutura chassi com EF de placa das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h.....	144
Figura G.4 Contagem de ciclos em função de tensões de vonMises da estrutura chassi com EF de viga das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	145
Figura H.1 RPSD de tensão de vonMises da estrutura chassi com EF de placa das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	146
Figura H.2 RPSD de tensão de vonMises da estrutura chassi com EF de viga das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	147
Figura H.3 Contagem de ciclos de Dirlik em função da tensão de vonMises da estrutura chassi com EF de placa das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h .....	148
Figura H.4 Contagem de ciclos de Dirlik em função da tensão de vonMises da estrutura chassi com EF de viga das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h.....	149

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Valores médios da PSD de acordo com o grau de rugosidade da pista [adaptado de ISO 8608, 1995] .....	31
Tabela 4.1 Quantidade de elementos, nó e graus de liberdade de cada modelo.....	49
Tabela 4.2 Propriedades mecânicas do aço estrutural ASTM A36 .....	56
Tabela 4.3 Parâmetros da curva S-N do aço estrutural ASTM A36.....	56
Tabela 4.4 Rigidez e amortecimento de cada mola e pneu .....	60
Tabela 4.5 Carregamentos aplicados na estrutura chassi .....	61
Tabela 5.1 Modos e frequências naturais da viga em balanço com EF de placa.....	71
Tabela 5.2 Modos e frequências naturais da viga em balanço com EF de viga .....	73
Tabela 5.3 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 1 .....	76
Tabela 5.4 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 2 .....	77
Tabela 5.5 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 3 .....	77
Tabela 5.6 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de viga referente ao modelo 1 .....	81
Tabela 5.7 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de viga referente ao modelo 2 .....	81
Tabela 5.8 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de viga referente ao modelo 3 .....	82
Tabela 5.9 Valores do índice de <i>MAC</i> da viga em balanço.....	85
Tabela 5.10 Comparação das frequências naturais do caso simples de uma viga em balanço	86
Tabela 5.11 Parâmetros das análises transientes da viga em balanço com EF de placa e viga	88
Tabela 5.12 Vida em fadiga da viga em balanço com EF de placa. O valor entre parênteses indica o erro relativo.....	91
Tabela 5.13 Vida em fadiga da viga em balanço com EF de viga. O valor entre parênteses indica o erro relativo.....	93
Tabela 5.14 Valores do índice de <i>MAC</i> da estrutura chassi referente ao modelo 1 .....	95
Tabela 5.15 Valores do índice de <i>MAC</i> da estrutura chassi referente ao modelo 2 .....	96
Tabela 5.16 Valores do índice de <i>MAC</i> da estrutura chassi referente ao modelo 3 .....	97
Tabela 5.17 Comparação das frequências naturais da estrutura chassi referente ao modelo 1	97
Tabela 5.18 Comparação das frequências naturais da estrutura chassi referente ao modelo 2	98
Tabela 5.19 Comparação das frequências naturais da estrutura chassi referente ao terceiro modelo .....	98
Tabela 5.20 Parâmetros das análises transientes de estrutura chassi com EF de placa e viga	102
Tabela 5.21 Vida em fadiga da estrutura chassi com EF de placa. O valor entre parênteses indica o erro relativo.....	105
Tabela 5.22 Vida em fadiga da estrutura chassi com EF de viga. O valor entre parênteses indica o erro relativo.....	107
Tabela D.1 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 1.....	130
Tabela D.2 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 2.....	131
Tabela D.3 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao terceiro modelo .....	131
Tabela D.4 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de viga referente ao modelo 1 .....	132
Tabela D.5 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de viga referente ao modelo 2 .....	132

Tabela D.6 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de viga referente ao terceiro modelo ..... 133

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

EF	Elementos Finitos
CVC	Combinações Veiculares de Carga
CONTRAN	Conselho Nacional de Trânsito
MEF	Método de Elementos Finitos
FRF	Função Resposta em Frequência
PSD	<i>Power Spectral Density</i> ou Densidade Espectral de Potência
PDF	<i>Probability Density Function</i> ou Função Densidade de Probabilidade
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i> ou Transformada Rápida de Fourier
RMS	<i>Root Mean Square</i> ou Valor Médio Quadrático
RPSD	Resposta em PSD

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>M</b>	Matriz de massas, kg
<b>C</b>	Matriz de amortecimentos, N.s/m
<b>K</b>	Matriz de rigidez, N/m
$\ddot{q}(t)$	Vetor de acelerações, m/s <sup>2</sup>
$\dot{q}(t)$	Vetor de velocidades, m/s
$q(t)$	Vetor de deslocamentos, m
$\alpha$	Multiplicador da matriz de massa
$\beta$	Multiplicador da matriz de rigidez
$N_{ma}$	Número de materiais com o multiplicador da matriz de massa como entrada
$\alpha_i^m$	Multiplicador da matriz de massa para o material
<b>M<sub>i</sub></b>	Porção da matriz de massa baseado no material, kg
$N_{ma}^{MD}$	Número de elementos com amortecimento do material proporcional em massa como entrada
$N_{sa}$	Número de secções em um elemento com amortecimento do material proporcional em massa como entrada
$\alpha_p$	Fator do amortecimento do material proporcional em massa para a secção k com material p
<b>M<sub>ki</sub></b>	Porção do elemento i da matriz de massa baseada na secção k, kg
$N_{mb}$	Número de materiais com o multiplicador da matriz de rigidez como entrada
$\beta_j^m$	Multiplicador da matriz de rigidez para o material j
<b>K<sub>j</sub></b>	Porção da matriz de rigidez baseado no material j, N/m
$N_{mb}^{MD}$	Número de elementos com amortecimento do material proporcional em rigidez como entrada
$N_{sb}$	Número de secções em um elemento com amortecimento do material proporcional em rigidez como entrada
$\beta_q$	Fator do amortecimento do material proporcional em rigidez para a secção n com material q
<b>K<sub>nj</sub></b>	Porção do elemento j da matriz de rigidez baseada na secção n, N/m

$N_e$	Número de elementos com amortecimento especificado
$C_k$	Matriz de amortecimento do elemento, N.s/m
$N_g$	Número de elementos com amortecimento baseado no efeito de Coriolis
$G_l$	Matriz do elemento com amortecimento baseado no efeito de Coriolis
$\zeta_i$	Fator de amortecimento que incide no modo de vibração $i$
$\omega_i$	Frequência natural do sistema no modo de vibração $i$
$c$	Vetor da constante da integral da solução do problema
$\omega$	Frequência angular natural, rad/s
<b>D</b>	Matriz dinâmica
<b>I</b>	Matriz identidade
$\lambda$	Frequência natural, Hz
$f$	Vetor com as frequências naturais, Hz
<b><math>\Phi</math></b>	Matriz dos modos de vibração
$r(t)$	Vetor de participação associado aos modos de vibração da estrutura, m
<b><math>\Lambda</math></b>	Matriz diagonal dos autovalores ou frequências naturais
<b><math>\Phi_{mj}</math></b>	Matriz dos deslocamentos obtidos na primeira análise de modal de Elementos Finitos
<b><math>\Phi_{ak}</math></b>	Matriz dos deslocamentos obtidos pela segunda análise modal de EF
$\xi_i$	Razão de amortecimento do sistema
$H_i(\omega)$	Função Resposta em Frequência, Hz
$R_x(\tau)$	Função de autocorrelação
$x(t)$	Valor do sinal em um instante de tempo $t$
$G_x(f)$	PSD unilateral, Pa <sup>2</sup> /Hz
$G_{out}(f)$	Resposta em PSD, Pa <sup>2</sup> /Hz
$m_i$	Momento de área do momento $i$
$S_{RMS}$	Tensão da raiz do valor quadrático médio, Pa
$\alpha_i$	Fator de irregularidade
$E[0]$	Expectativas de zeros com cruzamento positivo
$E[P]$	Expectativas de picos
$P$	Probabilidade
$\sigma_x$	Desvio padrão do processo

$\mu_x$	Média quadrática
$G_a(n)$	PSD de deslocamento em função da frequência espacial, m <sup>2</sup> /ciclos/m
$G_a(f)$	PSD de deslocamento em função da frequência, m <sup>2</sup> /Hz
$v$	Velocidade do veículo, m/s
$n_i^-$	Valor mínimo do subintervalo de frequência especial do componente i
$n_i^+$	Valor máximo do subintervalo de frequência especial do componente i
$A_i$	Área abaixo da PSD do componente i, m <sup>2</sup>
$y(t)$	Vetor do sinal de deslocamento em função do tempo, m
$N$	Número de componentes
$\theta_i$	Ângulo de fase do componente i, rad
$\Delta f_i$	Intervalo de variação da frequência
$S_a$	Tensão de amplitude, Pa
$S_f$	Coefficiente de resistência a fadiga, Pa
$N_f$	Número de ciclos até a falha por fadiga
$b$	Expoente de resistência a fadiga ou expoente de Basquin
$m$	Fator de inclinação da reta
$D$	Dano de Palmgren-miner
$n_i$	Número de ciclos em cada nível de tensão aplicado i
$N_{f_i}$	Número de ciclos resistente desse nível de tensão
$D_{NB}$	Dano de Banda Estreita
$T$	Tempo de duração da análise, s
$\Gamma(\cdot)$	Função gama
$p(S)$	PDF de Dirlik
$Z$	Amplitude normalizada
$x_m$	Frequência média
$D_{DK}$	Dano de Dirlik
$\lambda_{WL}$	Fator empírico de Wirsching e Light
$D_{WL}$	Dano de Wirsching e Light
$\lambda_{OC}$	Fator empírico de Ortiz e Chen
$D_{OC}$	Dano de Ortiz e Chen
$b_{BT}$	Fator empírico de Benasciutti e Tovo

$D_{BT}$	Dano de Benasciutti e Tovo
$\alpha_{0,75}$	Fator de irregularidade para $i = 0,75$
$D_{AL}$	Dano alpha 0,75
$p(Z)$	PDF de Zhao e Baker
$w_{ZB}$	Fator de ponderação de Zhao e Baker
$D_{ZB}$	Dano de Zhao e Baker
$q_l(t)$	Graus de liberdade livres da estrutura
$q_r(t)$	Graus de liberdade restritos da estrutura
$f_r(t)$	Forças reativas nos graus de liberdade restritos, N
$f_{efe}(t)$	Vetor do carregamento efetivo devido aos deslocamentos impostos, N
$p(t)$	Vetor de deslocamento devido ao perfil de pista das equações desacopladas, m
$\Delta t_{inicial}$	Passo de tempo inicial, s
$\Delta t_{min}$	Passo de tempo mínimo, s
$\Delta t_{max}$	Passo de tempo máximo, s
$T_1$	Período da menor frequência, s
$f_{max}$	Maior frequência natural de interesse, Hz
$f_{min}$	Menor frequência natural de interesse, Hz
$S_{ls}$	Limite superior de integração, Pa
$T_{RFC}$	Vida em fadiga no domínio do tempo, s
$T_{err}$	Erro relativo
$T^{XX}$	Vida em fadiga no domínio da frequência, s

# 1 INTRODUÇÃO

O emprego de modelos numéricos nas análises em Elementos Finitos (aqui referido como EF) prevê o desempenho e confiabilidade de estruturas cada vez mais complexas na indústria. Por outro lado, em diversas situações, tal previsão é difícil, pois inúmeros parâmetros são relevantes e comprometem consideravelmente os resultados. Para os problemas de engenharia, os seguintes tópicos são fundamentais: seleção do modelo discreto de corpos rígidos para o caso de implementos rodoviários, hipóteses simplificadoras que possam ser usadas em problemas dinâmicos e determinação das forças e vinculações na estrutura. Diante desses desafios, o uso do correto modelo de EF permite analisar tensões e prever a vida em fadiga das estruturas com menor custo computacional.

A vida em fadiga tem sido objeto de estudo nos meios acadêmicos e origem de problemas na indústria, principalmente, pelo desconhecimento dos métodos de projeto e também pelas restrições de aplicação dos modelos existentes para prever a vida em fadiga. Uma área que tem especial preocupação é a vida em fadiga de implementos rodoviários, devido à grande preocupação com a segurança.

Os carregamentos aleatórios nos quais as estruturas de implementos rodoviários são submetidas, devido às rugosidades de pistas, vêm acompanhados de uma análise dinâmica para encontrar a resposta da estrutura. Em termos gerais, a análise dinâmica difere da análise estática pelo fato de levar em consideração a variação no tempo das solicitações, bem como a existência de movimentos que induzem forças de inércia devidas à aceleração dos componentes da estrutura. Na análise dinâmica, a resposta pode ser obtida, basicamente, resolvendo o sistema de equações do movimento, ou no domínio do tempo ou no domínio da frequência. No domínio do tempo, tem-se um grande consumo computacional para descrever comportamento da estrutura, caso comum no estudo da fadiga.

A transformação de um sinal no domínio do tempo para frequência surgiu com Jean-Baptiste Joseph Fourier. Esse avanço permitiu a conversão do domínio do tempo para o domínio da frequência, de forma rápida e eficiente de grandes quantidades de dados oriundos de medições feitas em campo. Desde então, os métodos para estimar a vida em fadiga no domínio da frequência vêm recebendo importantes contribuições, e se mostrando eficientes e muito competitivos em relação aos modelos no domínio do tempo.

Nesse sentido, as empresas fabricantes de implementos rodoviários, como usinas de asfalto móvel, não demonstravam preocupação em relação ao emprego de uma metodologia

para o desenvolvimento estrutural de seus produtos, pois itens como peso do produto não eram prioridades no projeto desses veículos. Dessa maneira, as estruturas acabavam superdimensionadas e com peso muito elevado.

Com a acirrada concorrência do mercado, principalmente, da globalização, os fabricantes tiveram que rever os seus conceitos de projeto. Além de veículos mais leves, o mercado passou a exigir robustez, confiabilidade e segurança.

## 1.1 Objetivos

O objetivo geral do trabalho é propor uma comparação entre metodologias capazes de estimar a vida em fadiga, domínio do tempo e da frequência, de um caso simples e um segundo caso mais complexo da indústria, estrutura chassi de uma usina de asfalto móvel. Os diferentes modelos de EF e métodos de cálculos da vida em fadiga no domínio da frequência são comparados e discutidos, usando como referência o método clássico de cálculo da vida em fadiga, domínio do tempo. Essa comparação deve dar subsídios ao desenvolvimento dos veículos para diminuir o peso dos produtos, aumentando robustez e confiabilidade, buscando, dessa forma, o desenvolvimento e o emprego da tecnologia nesse segmento. Como objetivos específicos citam-se:

- Estudar a correlação dos modos de vibração de diferentes modelos estruturais, placa e viga, através do índice de *MAC* e Função Resposta em Frequência (aqui referido como FRF).
- Aplicar excitações de pistas em ambos os estudos de casos, conforme ISO 8608, 1995.
- Comparar diferentes condições de contorno da estrutura chassi por meio dos resultados da análise modal, índice de *MAC* e FRF a fim de selecionar a melhor para os cálculos de vida em fadiga.

## 1.2 Estrutura do Trabalho

Essa dissertação está estruturada da seguinte maneira:

- Este primeiro capítulo faz a introdução do assunto tratado no trabalho, além de descrever os objetivos desse estudo.
- No segundo capítulo (Revisão Bibliográfica), é feita uma revisão básica dos resultados obtidos por diversos autores em suas respectivas publicações.

- No terceiro capítulo (Fundamentação Teórica), é feito o embasamento teórico para todas as análises desenvolvidas nesse contexto. Conceitos fundamentais são descritos com a finalidade de classificar o tipo de implemento rodoviário usado nas análises, bem como aspectos de análise dinâmica, processo aleatório, estacionário e ergódico e, por último, a fim de dar maior significância, os conceitos da vida em fadiga.

- No quarto capítulo (Metodologia proposta), é descrito o procedimento de todas as análises realizadas que envolvem diferentes conceitos e técnicas. Para o estudo de caso de uma viga em balanço e um implemento rodoviário, a teoria é aplicada propondo uma metodologia capaz de comparar a vida em fadiga entre o domínio do tempo e da frequência, através de análises dinâmicas que contribuem expressivamente para engenheiros e afins. A metodologia leva em conta, ainda, as simplificações inerentes ao modelo estrutural de um implemento rodoviário.

- No quinto capítulo (Resultados), são apresentados os resultados encontrados, ao longo do trabalho. Cada caso visa comparar e discutir diferentes tipos de EF e, principalmente, confrontar metodologias de cálculo da vida em fadiga. Os resultados obtidos mostram a viabilidade prática da análise dinâmica de casos complexos como um implemento rodoviário, no domínio da frequência, e a correta seleção de um único modelo de EF.

- No sexto capítulo (Conclusões), são expostas as principais conclusões, assim como recomendações para trabalhos futuros. Recomendações práticas para as técnicas que permeiam o trabalho são descritas, contribuindo, assim, com a seleção do tipo de EF para análises dinâmicas futuras. Destacando que a análise de vida em fadiga no domínio da frequência é uma alternativa viável para problemas de engenharia.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo apresenta uma revisão bibliográfica a fim de expor as diferentes contribuições científicas relacionadas à dissertação. A revisão é indispensável, não somente para obter uma ideia precisa da bibliografia recente sobre o tema, como também definir bem o problema a ser estudado. Além disso, é muito importante na elaboração de uma base teórica para esse trabalho, visando determinar objetivos e construir discussões em torno das técnicas apresentadas no âmbito acadêmico, até o presente momento.

Alguns trabalhos científicos tiveram suas metodologias bastante pesquisadas, com inúmeras referências na literatura. Outros, porém, possuem bibliografia bem específica e restrita. Dentro de cada tópico, a apresentação dos estudos respeita a ordem cronológica.

Assim sendo, esse capítulo é organizado em duas partes. Na primeira parte, seção 2.1, é feita uma revisão da vida em fadiga no domínio do tempo, tema clássico quando se trata de falhas de estruturas mecânicas com cargas variando de amplitude no tempo. Já na segunda, seção 2.2, a revisão se dá em torno da vida em fadiga no domínio da frequência, por tratar-se de um tema mais recente e menos estudado se comparado à fadiga no domínio do tempo. Segundo Cesário, 2012, os primeiros estudos envolvendo a fadiga dos materiais datam da primeira metade do século XIX, no entanto, estudos sobre a fadiga no domínio da frequência, começaram a ser desenvolvidos, com mais intensidade, somente a partir dos anos de 1960.

### 2.1 Fadiga no domínio do tempo

A abordagem tradicional utiliza o domínio do tempo para estimar o dano e a vida em fadiga dos componentes [Halfpenny, 1999]. Quando se faz citação a metodologias adotadas em projetos sujeitos à fadiga durante serviço, se destacam diversos nomes entre eles William Fairbairn, William John Macquorn Rankine e August Wöhler. O mais famoso, o alemão Wöhler, 1871, contribuiu muito a engenharia propondo a curva S-N no final do século 18. Os ensaios com corpos de prova mostram um gráfico de magnitude de tensão (S) por número de ciclos (N) com uma curva características assintótica ao eixo do número de ciclos, plotados na escala logarítmica.

Ao longo do tempo, algumas metodologias foram desenvolvidas para considerar o efeito da tensão média. O primeiro foi o engenheiro alemão, Johann Gottfried Heinrich Gerber em 1874, logo após em 1899, Goodman e por último, Soderberg que estudaram e determinaram a

influência das tensões médias na vida em fadiga considerando a tensão limite de escoamento do material, a tensão limite de resistência do material e o limite de resistência a fadiga.

Palmgren, 1924, e Miner, 1954, desenvolveram o conceito de acúmulo de dano e a regra de acúmulo linear de dano, nomeada em sua homenagem como Regra de Palmgren- Miner, muito utilizados até os tempos atuais [Passos, 2016].

Coffin e Manson, 1954, postularam importantes considerações sobre fadiga de baixo ciclo, efeitos da deformação plástica e deformação cíclica, realizando o levantamento de curvas  $\epsilon-N$ , que fazem uma relação entre a deformação e o número de ciclos, essas relações ficaram conhecidas como relações de Coffin-Manson [Passos, 2016].

A fim de avaliar a vida de fadiga de uma estrutura sujeita a carga complexa e permitir a aplicação da regra de Miner, um algoritmo foi desenvolvido por Endo e Matsuishi, 1968, chamado método *Rainflow* de contagem de ciclos. Entre diversos métodos de contagem de ciclos estudados, até o presente momento, o mais utilizado continua sendo o método de *Rainflow*.

Na segunda metade do século XX, houve um aumento na busca de conhecimentos de bases matemáticas sólidas e métodos analíticos, já que muitos vinham, apenas, de testes experimentais. Porém, os estudos se desenvolveram mais na área da mecânica da fratura comparado com a fadiga clássica de estruturas mecânicas.

## 2.2 Fadiga no domínio da frequência

A pesquisa de Rice, 1954, evidenciou conceitos utilizados, até hoje, para a fadiga no domínio da frequência. Uma delas é que o número de picos de um sinal de Banda Larga aleatório ou determinístico tende a uma distribuição de Rayleigh. Sua pesquisa também mostra a contagem de ciclos e fator da irregularidade dos momentos de área da Densidade Espectral de Potência (ou, em inglês, *Power Spectral Density*, aqui referido como PSD).

Bendat, 1964, escreveu sobre vida em fadiga e desenvolveu o primeiro modelo de estimativa no domínio da frequência através da PSD. Ele mostrou que a Função Densidade de Probabilidade (ou, em inglês, *Probability Density Function*, aqui referido como PDF), de picos para um sinal de Banda Estreita (ou, em inglês, *Narrow Band*) também se aproxima de uma distribuição de Rayleigh e que cada pico no histórico de tensão no tempo é seguido por um vale de mesma amplitude. Assim, a PDF de picos é igual a PDF de amplitude de tensões. [Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000]. Para completar seu método de solução, Bendat usou uma série

de equações derivadas por Rice para estimar o número esperado de picos utilizando momentos de área sob a PSD.

Muitos dos estudos de fadiga no domínio da frequência provêm da indústria *offshore*. As estruturas são geralmente grandes, complexas e estão sujeitas a carregamentos aleatórios dos ventos e das ondas. Os aspectos dos mares são processos tipicamente de Banda Larga impossibilitando o uso do modelo por Bendat.

Durante os anos de 1980, os pesquisadores Wirsching e Light, 1980, Chaudhury e Dover, 1985, Ortiz e Chen, 1987, desenvolveram modelos para tratar o conservadorismo da solução de Banda Estreita em aplicações na indústria *offshore*. As equações propostas por Chaudhury e Dover apresentam-se na forma de tensões equivalentes, enquanto que a equação de Wirsching apresenta um fator multiplicador para a equação de Banda Estreita. Essa solução mostra-se aplicável em diversas classes de problemas industriais [Halfpenny, 1999; Bishop e Sherratt, 2000].

Até meados da década de oitenta, não era possível transformar, satisfatoriamente, o PSD de saída de tensões na PDF das amplitudes de ciclos de *Rainflow*, imprescindível para o cálculo de fadiga [Halfpenny, 1999].

Dirlik, 1985, baseado em Bendat, 1964, avaliou a quantidade de ciclos através dos momentos de área abaixo da curva da PSD na sua referida tese. O método é empírico e possui uma boa aproximação da vida em fadiga fazendo o uso das técnicas de Monte Carlo.

Outro estudo de relevância utilizando métodos para obter a contagem de ciclos com a PSD é a tese de Bishop, 1988. Ele concluiu que estruturas com muitos dados de entrada e saída do sistema e as diversas informações na FRF, têm melhores resultados no domínio da frequência.

No momento o modelo de Dirlik é o mais empregado no meio acadêmico. Ele tem sido o melhor comparado com outros, quando calculada a vida em fadiga no domínio da frequência. Existem citações que o identificam como um modelo confiável e eficiente. Por outro lado, ainda, há um conservadorismo principalmente da indústria devido à precisão de estimar a vida em fadiga de modelos complexos.

Bishop *et al.*, 1995, chegaram a propor melhorias no método de Dirlik. Porém, Lalanne, 2009, contradizendo Dirlik fez a proposta que depois de um período longo de tempo a PDF da contagem de picos por *Rainflow* tenderia a formulação original de Rice. A formulação de Lalanne apresenta a vantagem de ter um caráter científico.

Halfpenny, 1999, utilizou os métodos de Banda Estreita e Dirlik para estimar a vida em fadiga de um caso simples, apontando que o modelo proposto por Dirlik é o mais robusto diante do método tradicional de contagem de ciclos de *Rainflow*. Halfpenny também sugere a utilização de métodos no domínio da frequência a fim de melhorar o tempo de análise.

Hougaz, 2015, em sua tese desenvolveu uma análise probabilística de durabilidade em veículos de carga rodoviários, através de métodos espectrais e utilizando o modelo de Dirlik para estimativa de vida em fadiga. No exemplo de aplicação, o autor utiliza um semirreboque do tipo tanque com três eixos e capacidade para 18 mil litros. As excitações aplicadas ao modelo são oriundas de uma equação desenvolvida após extensivas medições de pistas europeias. Uma vez que o implemento rodoviário recebe as excitações das pistas em vários pontos da sua estrutura, o uso de espectros cruzados na definição dos carregamentos é fundamental para contabilizar cada um destes efeitos, bem como as diferenças de fase entre as excitações. Nesse trabalho, as tensões médias também foram consideradas, a partir do equilíbrio estático do tanque carregado, levando-se em conta o sistema de suspensão. O panorama de tensões estáticas no modelo foi obtido através de análise não linear, em função dos grandes deslocamentos do sistema de suspensão. Essas tensões foram, posteriormente, utilizadas para corrigir a curva S-N através da teoria de Goodman, 1919. Hougaz, 2015, concluiu que ocorrem mais falhas estruturais em veículos no Brasil, quando comparados a países do primeiro mundo, em função das piores condições das estradas brasileiras [Cesário, 2012].

Mršnik *et al.*, 2013, verificaram que o método Benasciutti e Tovo, 2006, fornece a melhor estimativa de vida para casos reais de estruturas dinâmicas como turbinas eólicas, com exceção dos casos da indústria automotiva, para os quais o método de Zhao e Baker, 1992, apresentou resultados melhores. Esse artigo conclui que, além da abordagem de Dirlik, os métodos de Benasciutti e Tovo e Zhao e Baker podem ser considerados para estimativa da vida em fadiga no domínio da frequência.

Larsen e Irvine, 2015, destacam a importância dos processos aleatórios para casos reais como estruturas offshore e aeroespaciais. Eles abordam a aproximação do dano de Banda Estreita e incluem as estimativas de Wirsching e Light, Ortiz e Chen e outros métodos espectrais. Por fim, verifica-se pequenas diferenças entre os métodos espectrais e a vida em fadiga no domínio do tempo na maioria dos casos, com algumas limitações. As diretrizes são dadas para o uso de vários métodos espectrais a fim de aumentar a confiança na estimativa da vida em fadiga

Algumas pesquisas encontraram metodologias de menor relevância para a estimativa vida em fadiga como o método Alpha 0,75 proposto por Lute *et al.*, 1984. Outras, mais recentes, estudaram os métodos espectrais com aplicação em casos simples. Entre elas pode-se citar a dissertação de Bosco Junior, 2007, Nieslony, 2010, Cesário, 2012, Reis, 2013, e Passos, 2016.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica do trabalho se baseia em torno da vida em fadiga no domínio do tempo e da frequência de estruturas mecânicas que são submetidas a carregamentos aleatórios. No entanto, outros conceitos são fundamentais para entendimento da dissertação, por exemplo, implementos rodoviários, aspectos de análise dinâmica e processo aleatório, estacionário e ergódico. Nesse capítulo, são introduzidos esses conceitos básicos teóricos que serão, posteriormente, utilizados na metodologia proposta e nos resultados.

#### 3.1 Implementos rodoviários

Os veículos de grande porte, com dimensões e peso bruto total maior que o normal, são caracterizados no âmbito industrial como implementos rodoviários. Também chamados de veículos longos combinados, as Combinações Veiculares de Carga (aqui referido como CVC), são composições para transportes de cargas formadas por duas ou mais unidades articuladas entre si. A primeira é a unidade motora, comumente designada por cavalo mecânico, ou veículo trator, e as demais são unidades movidas, que podem ser de diferentes tipos: reboque, semirreboque, bitrem, rodotrem e outros [Vargas, 2011]. Em geral, compostas por chassi, eixos, pneus, molas e outros componentes.

A dissertação estuda um caso atípico de semirreboque, usina de asfalto móvel, acoplado a um cavalo mecânico de três eixos que juntos somam aproximadamente 20 metros de comprimento. Opta-se por esse tipo de veículo por causa da disponibilidade e conhecimento do projeto.

Na seção seguinte, tem-se o conceito fundamental de uma usina de asfalto, classificado como um semirreboque com homologação nacional, uma vez que atende às resoluções de trânsito do Conselho Nacional de Trânsito (aqui referido como CONTRAN).

##### 3.1.1 Usinas de asfalto móvel

As usinas de asfalto do tipo móveis são compostas por um chassi com sistema de suspensão do tipo *tridem*, freios, iluminação e sinalização conforme legislações de trânsito nacionais, isso auxilia na mobilidade até a mineradora e na instalação do equipamento. As mais modernas possuem um queimador e secador do tipo contrafluxo para secagem dos agregados,

dosador contínuo no qual ocorre a pesagem dinâmica dos agregados, filtro de mangas plissadas para exaustão e filtragem de partículas de pó dos agregados, elevador de arraste, o qual tem a função de transportar a mistura asfáltica desde o misturador até a descarga no caminhão e, por último, misturador externo tipo *plug mill*, Figura 3.1. Esses são os conjuntos fixados na estrutura chassi com maior massa de uma usina de asfalto do tipo móvel.



Figura 3.1 Usina de asfalto tipo móvel

Analisando a usina de asfalto móvel acoplada no cavalo mecânico, nota-se o tamanho da complexidade da estrutura chassi, principalmente, por causa das condições de trabalho que é submetida ao longo da sua vida. Dentre as principais citam-se:

- Estática com o cavalo mecânico acoplado na quinta roda.
- Estática desacoplada do cavalo mecânico e apoiada pelos pés mecânicos.
- Transporte pelas rodovias.
- Içamento da usina de asfalto através do chassi.
- Operação em campo.

A estrutura chassi é a mesma para todas as condições especificadas, alguns componentes mecânicos são transportados na estrutura chassi e montados de acordo com a necessidade. Um exemplo são as vigas de içamento as quais se fixam na estrutura chassi para içamento em caso de embarque marítimo.

Apesar disso, o transporte da usina de asfalto pelas rodovias é o principal causador de falhas mecânicas estruturais. A rugosidade das rodovias nacionais geram excitações nas rodas, ao longo do tempo, aumentando a probabilidade de falha. Para a estrutura chassi estudada a fadiga é o modo de falha mais importante.

Cita-se como grande vantagem desse tipo de semirreboque o tipo de carregamento, isto é, a usina de asfalto não é um veículo com composições carregado e vazio. A massa sobre a estrutura chassi sempre é a mesma, diferente de outros semirreboques como os graneleiros, tanques, etc., os quais carregam uma diversidade de produtos.

Assim como outros semirreboques, um dos componentes mais importantes de uma usina de asfalto móvel é a suspensão. Seu comportamento dinâmico influencia nas vibrações da estrutura chassi devido ao contato do pneu no solo. O objetivo principal é minimizar essas excitações transmitidas dos pneus ao chassi.

### 3.1.2 Suspensão tipo *tridem*

A suspensão de um veículo é fundamental na transmissão dos esforços que provêm das pistas, quando a usina de asfalto móvel trafega. O sistema *tridem* significa que a suspensão é composta por 3 eixos interligados por um dispositivo rotulado, também conhecido como balancim mecânico. Essa interligação dos eixos permite uma melhor distribuição das cargas. Normalmente, cada eixo de semirreboque são compostos por 4 conjuntos de pneus e rodas. Assim, a suspensão tipo *tridem* tem 3 eixos interligados, 12 conjuntos de pneus e rodas e 6 feixes de molas, Figura 3.2.

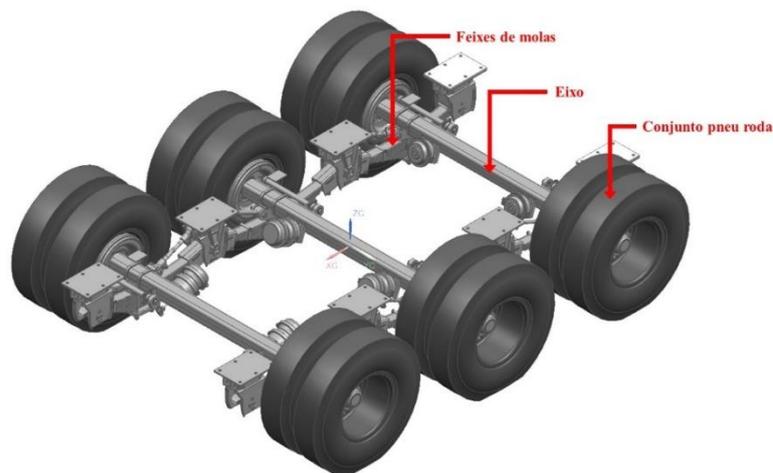


Figura 3.2 Suspensão tipo *tridem*

Esse tipo de suspensão é comum em semirreboques com cargas maiores, pois necessitam de uma melhor distribuição por eixos e conjuntos de pneus e rodas [Gillespie, 1992].

Peres, 2006, lembra que o sistema de suspensão tem grande importância no estudo de fadiga, uma vez que o amortecimento da suspensão prevalece sobre o dos elementos estruturais e, conseqüentemente, desempenha papel muito importante no histórico de tensões sobre os pontos críticos.

Grandes fabricantes de implementos rodoviários utilizam suspensão do tipo *tridem* com sistema pneumático devido à maior proteção da carga e estrutura chassi, aumento da vida útil do veículo e diminuição do tempo de parada para manutenção. No entanto, a suspensão mecânica com feixes de molas continua sendo a mais utilizada, pois é a mais simples e mais barata de todos os sistemas de suspensões.

### **3.1.2.1 Feixes de mola trapezoidal**

Os feixes de mola trapezoidal são formados por múltiplas lâminas sobrepostas em formato de trapézio. Nesse tipo de feixe, os esforços são distribuídos entre as diversas lâminas que possuem uma só espessura ao longo do seu comprimento.

Nessa configuração de suspensão, a rigidez dessas molas é conferida pela flexão das lâminas no regime elástico e o amortecimento ocorre através do atrito entre as lâminas do feixe, devido ao deslocamento relativo entre as mesmas. Feixes de molas apresentam amortecimento com histerese, devido ao atrito entre as lâminas [Leadsman, 2005].

A histerese de molas trapezoidais tem como característica curvas que relacionam a carga pela deflexão. Geralmente, possuem as curvas de carga e descarga que demonstram a energia dissipada representando o amortecimento da mola. Tanto amortecimento como rigidez tem comportamento não linear, Figura 3.3, por isso fabricantes de feixes de mola costumam fazer análises experimentais.

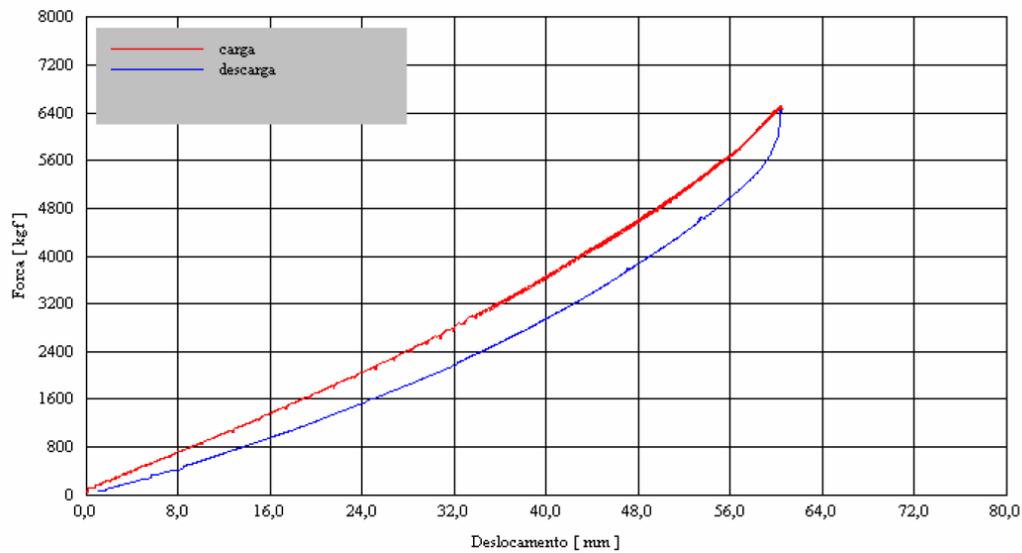


Figura 3.3 Histerese de feixes de mola trapezoidal [Peres, 2006]

A rigidez da mola é obtida através da função que representa a curva de carga (superior), o amortecimento é obtido pela diferença entre as curvas de carga e descarga (inferior), ou seja, pela histerese do sistema [Peres, 2006]. Aliás, esse sistema de molas é função do número de feixes e não dependem da velocidade de aplicação da carga.

### 3.2 Aspectos de análise dinâmica

A análise dinâmica costuma partir de modelos matemáticos de casos simples, sistema com um grau de liberdade, que servem de base para o conhecimento de estruturas complexas, sistema com vários graus de liberdade. Para resolver o problema complexo de vários graus de liberdade e encontrar o comportamento do sistema, obtêm-se informações da equação do movimento através dos cálculos de integração direta. Essa metodologia exige um custo computacional alto devido a muitas equações diferenciais que envolvem o problema.

Atualmente, computadores com alta capacidade de processamento e, principalmente, memória para armazenamento auxiliam na solução das equações diferenciais. Todavia, quando se escolhe um método numérico deve se levar em conta a importância da discretização. No caso do Método de Elementos Finitos (ou, em inglês, *Finite Element Method*, aqui referido como MEF) a escolha correta do tipo de elemento e refinamento da malha é fundamental para obter resultados coerentes com o problema e tornar possível a solução.

Diante disso, a análise dinâmica dessa dissertação parte da equação do movimento com vários graus de liberdade objetivando representar estruturas complexas.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (3.1)$$

As matrizes  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{K}$ , consistem, respectivamente, a matriz de massas, amortecimento e rigidez. Por sua vez, os vetores  $\ddot{\mathbf{q}}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{q}}(t)$  e  $\mathbf{q}(t)$  contêm as acelerações, velocidades e deslocamentos generalizados relativos a cada um dos graus de liberdade da estrutura, enquanto o vetor  $\mathbf{f}(t)$  contém as forças aplicadas em cada um dos graus de liberdade. A descrição de métodos para a solução da Equação (3.1) não será aqui vista em detalhes, pois pode ser facilmente encontrada em Clough *et al.*, 2003, e Meirovitch, 2001.

O amortecimento em estruturas mecânicas costuma ser pequeno, mas muito importante nas respostas de análises no domínio do tempo e domínio da frequência. De acordo com Ansys, 2016, a matriz do amortecimento na sua forma completa para problemas dinâmicos de vários graus de liberdade é da forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{C} = & \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} + \sum_{i=1}^{N_{ma}} \alpha_i^m \mathbf{M}_i + \sum_{i=1}^{N_{ma}^{MD}} \sum_{k=1}^{N_{sa}} \alpha_p \mathbf{M}_{k_i} + \sum_{j=1}^{N_{mb}} \beta_j^m \mathbf{K}_j + \sum_{j=1}^{N_{mb}^{MD}} \sum_{n=1}^{N_{sb}} \beta_q \mathbf{K}_{n_j} \\ & + \sum_{k=1}^{N_e} \mathbf{C}_k + \sum_{l=1}^{N_g} \mathbf{G}_l \end{aligned} \quad (3.2)$$

em que,  $\alpha$  é o multiplicador da matriz de massa,  $\beta$  é o multiplicador da matriz de rigidez,  $N_{ma}$  é o número de materiais com o multiplicador da matriz de massa como entrada,  $\alpha_i^m$  é o multiplicador da matriz de massa para o material  $i$ ,  $\mathbf{M}_i$  é a porção da matriz de massa baseado no material  $i$ ,  $N_{ma}^{MD}$  é o número de elementos com amortecimento do material proporcional em massa como entrada,  $N_{sa}$  é o número de secções em um elemento com amortecimento do material proporcional em massa como entrada,  $\alpha_p$  é o fator do amortecimento do material proporcional em massa para a secção  $k$  com material  $p$ ,  $\mathbf{M}_{k_i}$  é a porção do elemento  $i$  da matriz de massa baseada na secção  $k$ ,  $N_{mb}$  é o número de materiais com o multiplicador da matriz de rigidez como entrada,  $\beta_j^m$  é o multiplicador da matriz de rigidez para o material  $j$ ,  $\mathbf{K}_j$  é a porção da matriz de rigidez baseado no material  $j$ ,  $N_{mb}^{MD}$  é o número de elementos com amortecimento do material proporcional em rigidez como entrada,  $N_{sb}$  é o número de secções em um elemento com amortecimento do material proporcional em rigidez como entrada,  $\beta_q$  é o fator do

amortecimento do material proporcional em rigidez para a secção  $n$  com material  $q$ ,  $\mathbf{K}_{n_j}$  é a porção do elemento  $j$  da matriz de rigidez baseada na secção  $n$ ,  $N_e$  é o número de elementos com amortecimento especificado,  $\mathbf{C}_k$  é a matriz de amortecimento do elemento  $k$ ,  $N_g$  é o número de elementos com amortecimento baseado no efeito de Coriolis,  $G_l$  é a matriz do elemento com amortecimento baseado no efeito de Coriolis.

As estruturas complexas com vários graus de liberdade podem adotar a hipótese do amortecimento viscoso. Um esquema utilizado para avaliação da matriz de amortecimento é o amortecimento de Rayleigh ou amortecimento proporcional [Clough *et al.*, 2003 e Meirovitch, 2001].

Existem diversos métodos para determinação do amortecimento, talvez mais usuais na indústria, porém o objetivo dessa dissertação é estudar e aplicar o amortecimento de Rayleigh.

Assim, a Equação (3.2) pode ser escrita para amortecimento estrutural de Rayleigh da seguinte maneira:

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (3.3)$$

Conforme Cai *et al.*, 2002, Spears e Jensen, 2009, e Ansys, 2016, para determinar os multiplicadores das matrizes da Equação (3.3) é calculado o fator de amortecimento que incide no modo de vibração  $i$ ,  $\zeta_i$ , de acordo com a frequência natural do sistema no modo de vibração  $i$ ,  $\omega_i$ .

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.4)$$

Em muitos problemas estruturais práticos o multiplicador da matriz de massa da Equação (3.4) pode ser ignorado. Nesse caso, o multiplicador da matriz de rigidez pode ser avaliado a partir de valores conhecidos de  $\zeta$ , que pode representar o amortecimento estrutural do material. Recomenda-se escolher a frequência dominante da FRF para calcular  $\beta$ .

### 3.2.1 Análise modal de um sistema sem amortecimento

A análise modal estuda problemas de dinâmica com o objetivo principal de obter a resposta de um sistema considerando vibração livre sem amortecimento. Por isso, é importante

obter os modos fundamentais de vibração e as frequências naturais de uma estrutura para, posteriormente, a partir da equação do movimento sem amortecimento encontrar um sistema de equações desacopladas.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = 0 \quad (3.5)$$

Ao resolver a equação diferencial ordinária linear de segunda ordem, Equação (3.5), e realizar algumas operações algébricas, chega-se à:

$$-\omega^2 \mathbf{M}\mathbf{c} + \mathbf{K}\mathbf{c} = 0 \quad (3.6)$$

no qual,  $\mathbf{c}$  é o vetor da constante da integral da solução do problema e  $\omega$  é a frequência natural. Observa-se que a Equação (3.6) é classificada como um autoproblema. A solução do autoproblema não será aqui vista em detalhes, pois pode ser facilmente obtida na literatura [Bathe, 1996 e Zienkiewicz, 1989]. Dito isto, o determinante do sistema é da forma:

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{D}) = 0 \quad (3.7)$$

Lembrando que na Equação (3.7),  $\mathbf{D}$  é a matriz dinâmica e  $\mathbf{I}$  matriz identidade. Dessa forma, o autovalor será associado ao autovetor encontrado, ou seja, para cada frequência natural  $\lambda = \omega^2$  existe um vetor  $\mathbf{c}$ . Também, convém ressaltar que os modos de vibração são organizados de forma que o primeiro modo seja a primeira coluna da matriz e o segundo modo a segunda coluna da matriz e assim por diante [Marques e Marczak, 2016]. Portanto,

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{\Phi} = [\mathbf{c}_1 \quad \mathbf{c}_2 \quad \dots \quad \mathbf{c}_n]$$

em que,  $\mathbf{f}$  é o vetor com as frequências naturais e  $\mathbf{\Phi}$  é a matriz dos modos de vibração.

A Equação (3.8) mostra os modos e as frequências, mas para encontrar um novo sistema de coordenadas, na qual as equações estejam desacopladas é necessário introduzir a forma:

$$q(t) = \Phi r(t) \quad (3.9)$$

a qual,  $r(t)$ , Equação (3.9), representa o vetor de participação associado aos modos de vibração da estrutura, ou seja, vetor que realiza a mudança de variável. Logo, a equação do movimento de um sistema de vários graus de liberdade sem amortecimento fica:

$$\mathbf{M}\Phi\ddot{r}(t) + \mathbf{K}\Phi r(t) = 0 \quad (3.10)$$

Equação (3.10) é facilmente resolvida multiplicando por  $\Phi^T$  e utilizando as relações de ortonormalidade, propriedade de autovalor e autovetor. Assim, chega-se à:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{r}(t) + \Phi^T \mathbf{K} \Phi r(t) = 0 \quad (3.11)$$

Conhecendo as propriedades matemáticas de independência linear e álgebra, a partir da Equação (3.11) obtêm-se:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \quad (3.12)$$

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Lambda = \text{diag}[\omega_1^2 \quad \omega_2^2 \quad \dots \quad \omega_n^2] \quad (3.13)$$

no qual,  $\Lambda$  é a matriz diagonal dos autovalores ou frequências naturais, Equação (3.12) e Equação (3.13).

Finalmente, o resultado é um sistema de equações diferenciais não homogêneas, sendo possível resolvê-lo como se cada equação correspondesse a um grau de liberdade:

$$\ddot{r}_i(t) + \omega_i^2 r_i(t) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.14)$$

em que,  $n$  corresponde ao número de graus de liberdade considerado, Equação (3.14).

### 3.2.2 Modal Assurance Criterion

O *Modal Assurance Criterion* (aqui referido como *MAC*) é um índice, largamente, utilizado para estimar um grau de correlação de dados em formas modais. O *MAC* foi desenvolvido após o conhecimento dos cálculos de Coerência Ordinária (ou, em inglês, *Ordinary Coherence*) associado à determinação da FRF. A Coerência Ordinária é um indicador estatístico que indica se uma determinada entrada e saída estão ou não correlacionadas linearmente. Têm valores entre 0 e 1, com 1 indicando uma relação perfeitamente linear, entre a entrada e a saída, e 0 indicando uma completa falta de correlação.

Essa forma de análise de regressão linear baseada nos mínimos quadrados produz um indicador que é mais sensível à maior diferença entre os valores de comparação e resulta no *MAC* que é insensível a pequenas alterações ou pequenas magnitudes [Pastor *et al.*, 2012].

Os vetores modais de uma análise de EF podem ser comparados com valores determinados experimentalmente, bem como vetores modais determinados por meios de diferentes métodos. Nessa abordagem, os métodos podem ser comparados de forma a avaliar a consistência entre eles [Randall, 2003].

O *MAC* tem sido usado como uma Constante de Correlação de Forma de Modo (ou, em inglês, *Mode Shape Correlation Constant*) para quantificar a precisão dos modos de vibração de uma estrutura [Marques e Marczak, 2016]. Para modos complexos de vibração, a matriz do índice de *MAC* pode ser calculada de acordo com a equação:

$$\mathbf{MAC}_{jk} = \frac{|\boldsymbol{\Phi}_{mj}^T \boldsymbol{\Phi}_{ak}|^2}{(\boldsymbol{\Phi}_{ak}^T \boldsymbol{\Phi}_{ak})(\boldsymbol{\Phi}_{mj}^T \boldsymbol{\Phi}_{mj})} \quad (3.15)$$

no qual,  $\boldsymbol{\Phi}_{mj}$  é a matriz dos deslocamentos dos modos obtidos na primeira análise modal de EF e  $\boldsymbol{\Phi}_{ak}$  matriz dos deslocamentos obtidos pela segunda análise modal de EF.

O cálculo da Equação (3.15) é realizado para cada posição da matriz do índice de *MAC*. Como dito anteriormente, valores próximos à unidade indicam que o modelo está convergindo, ou seja, relacionados.

A matriz *MAC* ideal não pode ser uma matriz unitária porque os vetores modais não são ortogonais. O ideal é uma matriz identidade, na qual os elementos que pertencem à diagonal

principal são sempre iguais a 1 e os outros elementos que não pertencem à diagonal principal são iguais a 0 [Marques e Marczak, 2016].

### 3.2.3 Função Resposta em Frequência

A FRF pode ser definida como uma relação entre entrada e saída de sistemas. A saída de um sistema pode ser chamada de resposta, enquanto a entrada pode ser chamada de excitação. Uma maneira intuitiva de obter a FRF é aplicando-se excitações senoidais através de uma análise em um *Software* de EF, varrendo-se uma determinada gama de frequências e obter a amplitude da resposta da estrutura para cada frequência analisada [Bishop e Sherratt, 2000].

A equação do movimento de um sistema com vários graus de liberdade amortecida pode ser resolvido e escrito em coordenadas modais. É necessário assumir a ortogonalidade dos modos de vibração em relação à matriz de amortecimento [Marques e Marczak, 2016]. Sendo assim, equação do movimento desacoplada com amortecimento é expressa por:

$$\ddot{r}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{r}_i(t) + \omega_i^2r_i(t) = p(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.16)$$

no qual,  $\xi_i$  é a razão de amortecimento do sistema.

Considerando uma excitação harmônica, a resposta do sistema linear será também harmônica e com a mesma frequência de excitação. Chama-se de Teorema da Preservação da Frequência.

A Equação (3.16) pode ser resolvida no domínio do tempo através da integral de Duhamel ou ser transformada para o domínio da frequência, recorrendo à transformada de Fourier, Equação (3.17).

$$r_i(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r_i(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.17)$$

Então, a primeira derivada de  $r_i(\omega)$  é:

$$\dot{r}_i(\omega) = -r_i(0) + i\omega r_i(\omega) \quad (3.18)$$

A segunda derivada é calculada de acordo:

$$\ddot{r}_i(\omega) = -\dot{r}_i(0) + i\omega r_i(0) - \omega^2 r_i(\omega) \quad (3.19)$$

Fazendo as substituições necessárias através da Equação (3.18) e Equação (3.19) o resultado no domínio da frequência é definido de acordo com:

$$-\omega^2 r_i(\omega) + i2\xi_i \omega \omega_i r_i(\omega) + \omega_i^2 r_i(\omega) = p_i(\omega) \quad (3.20)$$

$$r_i(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 + i2\xi_i \omega \omega_i + \omega_i^2} p_i(\omega) \quad (3.21)$$

A Equação (3.20) e Equação (3.21) podem ser representadas da seguinte maneira:

$$r_i(\omega) = H_i(\omega) p_i(\omega) \quad (3.22)$$

Logo, a FRF é dado por:

$$H_i(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 + i2\xi_i \omega \omega_i + \omega_i^2} \quad (3.23)$$

Assim sendo, a Equação (3.22) relaciona a excitação  $p_i(\omega)$  e a FRF  $H_i(\omega)$ , Equação (3.23).

### 3.3 Processo aleatório, estacionário e ergódico

Os autores Dodds e Robson, 1973, e Bishop, 1999, pesquisaram as excitações oriundas de pistas e chegaram à conclusão que o sinal pode ser classificados como aleatório, estacionário e ergódico, descrito completamente com uma única função de autocorrelação.

O sinal do processo pode ser determinístico quando a excitação é conhecida em qualquer tempo ou aleatório, não determinístico, quando o valor da excitação não pode ser predito em qualquer tempo. A Figura 3.4 mostra como é categorizado o sinal de um processo.

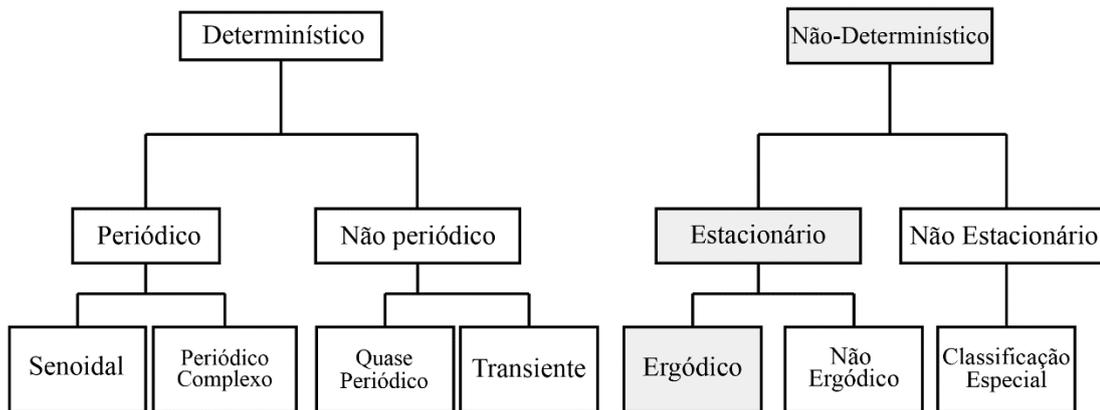


Figura 3.4 Categorização do sinal de um processo [adaptado de Bosco Junior, 2007]

Somente o processo determinístico pode ser representado analiticamente por uma função ou sistema de equações, enquanto que processo aleatório é representado de forma probabilística [Bendat, 1964].

Conforme Nieslony e Macha, 2007 inúmeras aplicações de processos aleatórios apresentam características probabilísticas que podem ser encontradas. Tais fenômenos são modelados como processos estocásticos estacionários. Um processo estocástico é estacionário no sentido estrito se todas as possíveis distribuições estatísticas dos componentes do processo são independentes para qualquer intervalo de tempo.

O processo aleatório estacionário é definido através de propriedades como valor médio e função autocorrelação de um processo, obtidas em relação ao conjunto de funções amostra. Quando as propriedades são invariantes para cada função amostra, o processo é classificado como ergódico. Salienta-se que todo processo aleatório ergódico é estacionário, porém o contrário não pode ser afirmado [Cesário, 2012].

A função de autocorrelação é a dependência do valor instantâneo de uma variável em relação à outra, calculada em um intervalo de tempo maior. De forma geral, é a medida da correlação da dependência linear entre duas variáveis aleatórias.

$$R_x(\tau) = E[x(t)y(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T x(t)y(t + \tau) dt \quad (3.24)$$

na qual,  $R_x(\tau)$  é a função de autocorrelação,  $x(t)$  é o valor do sinal em um instante de tempo  $t$  e  $y(t + \tau)$  é o valor do sinal em um instante de tempo posterior a  $t$ , Equação (3.24).

Os valores de autocorrelação podem variar entre -1 e 1, com o valor igual a -1 correspondendo a uma anticorrelação perfeita, o valor 0 a uma completa ausência de correlação, e o valor 1 correspondendo a uma correlação perfeita [Fossati, 2014].

### 3.3.1 Densidade Espectral de Potência

A definição muito utilizada na literatura para PSD é a de Bendat, 1964, ele definiu a PSD como uma composição dos valores da variável aleatória de seus respectivos valores quadráticos, calculando-se o seu Valor Médio Quadrático (ou, em inglês, *Root Mean Square*, aqui referido como RMS).

A variável aleatória pode ser representada na frequência como uma PSD bilateral, mas na prática não há sentido ter frequências negativas. Assim, se lida com a PSD de frequências positivas, unilateral.

Em um processo aleatório, ergódico, estacionário e com média gaussiana zero, a relação entre a PSD unilateral,  $G_x(f)$ , e a função de autocorrelação pode ser feita através da transformada de Fourier:

$$G_x(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.25)$$

em que,  $f$  é a frequência, relacionada com a frequência angular como  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ .

A PSD unilateral, Equação (3.25), também pode ser obtida tomando o módulo ao quadrado da Transformada Rápida de Fourier. A FFT produz um número complexo dado em relação à frequência, mas na PSD apenas a amplitude de cada onda senoidal é retida, Figura 3.5. Toda a informação de fase é descartada [Bishop, 2000].

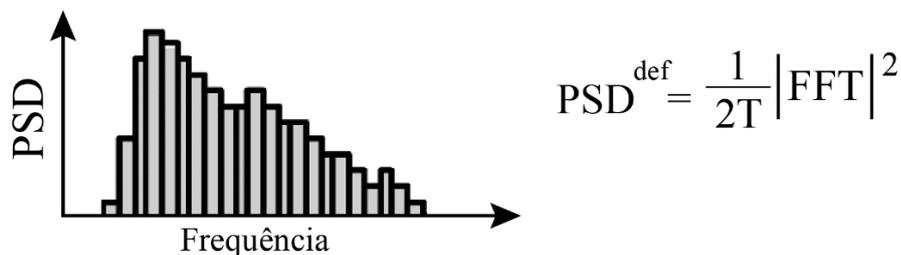


Figura 3.5 PSD através da FFT [adaptado de Bishop, 2000]

Uma característica importante da PSD unilateral observada acima, é que a área abaixo de cada pico representa a média quadrática da onda senoidal de cada frequência.

Com a PSD unilateral como dado de entrada para um sistema dinâmico e a FRF em qualquer ponto da estrutura é possível obter a Resposta em PSD (aqui referido como RPSD).

$$G_{out}(f) = |H(f)|^2 G_{in}(f) \quad (3.26)$$

à qual,  $G_{out}(f)$  é a RPSD em função da frequência,  $H(f)$  é a FRF em função da frequência e  $G_{in}(f)$  é a PSD de entrada do sistema em função da frequência.

O cálculo da Equação (3.26), demonstra a relação linear entre as variáveis para um única PSD de entrada. Sistemas com múltiplas entradas ou funções diferentes não serão tratados aqui, conhecidos como Espectro Cruzado de Potência (ou, em inglês, *Cross Spectral Density Function*).

### 3.3.2 Momentos e parâmetros da Densidade Espectral de Potência

Através da PSD de resposta de tensão em determinado ponto da estrutura, é possível perceber como o sinal está distribuído na frequência. No entanto, são necessários parâmetros quantitativos para descrever a característica do sinal. Esses parâmetros são propriedades da PSD, chamados momentos de área ou momentos espectrais [Bishop e Sherratt, 2000; Nieslony, 2010].

Os momentos espectrais são extraídos diretamente da PSD de resposta de tensões e, através dos mesmos, são obtidos valores como a PDF de tensões e parâmetros como a expectativa de zeros com cruzamento positivo e expectativa de picos. Tanto a PDF quanto os momentos espectrais são parâmetros essenciais para a obtenção do dano por fadiga no domínio da frequência [Cesário, 2012].

$$m_i = \int_0^{\infty} f^i G_a(f) df \quad (3.27)$$

em que,  $m_i$  é o momento de área do momento  $i$ .

Nota-se que a Equação (3.27) discretiza a área abaixo da PSD em função da frequência, conforme mostra a Figura 3.6.

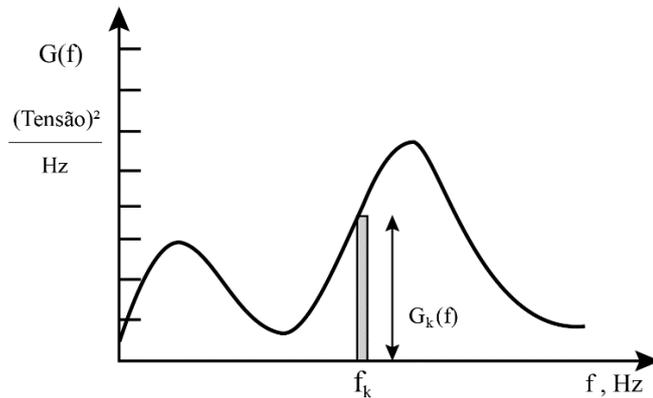


Figura 3.6 Momentos de área da PSD [adaptado de Bishop e Sherratt, 2000]

De forma geral, todos os momentos possíveis são necessários para caracterizar o sinal. Entretanto, os primeiros quatro momentos são suficientes para se obterem as informações relevantes a serem utilizadas no cálculo da vida em fadiga [Bishop, 1999; Bishop e Sherratt, 2000].

Bishop, 1988, afirmou que o momento zero,  $m_0$ , pode ser usado como uma forma alternativa de computar de maneira rápida a intensidade de um processo, uma vez que fornece a tensão do RMS,  $S_{RMS}$ , expresso como:

$$S_{RMS} = \sqrt{m_0} \quad (3.28)$$

Os principais parâmetros da PSD obtidos a partir dos momentos espectrais são as expectativas de zeros com cruzamento positivo,  $E[0]$ , e expectativas de picos,  $E[P]$ , Figura 3.7. Além desses, o fator de irregularidade,  $\alpha_i$ , indica a largura de banda do sinal. Todos esses 3 parâmetros são fundamentais para os cálculos de dano e vida em fadiga.

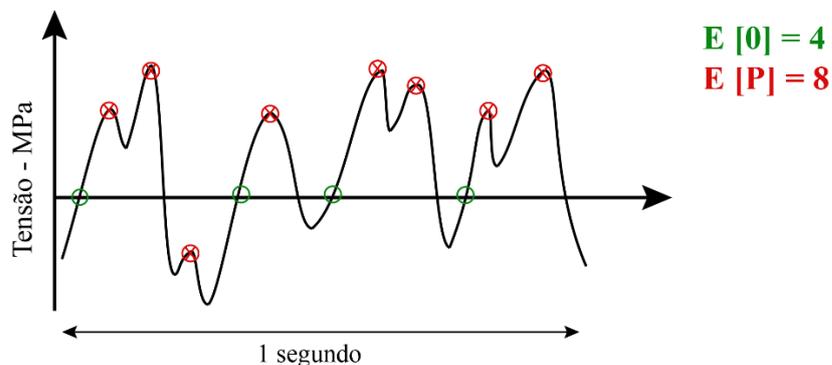


Figura 3.7 Expectativa de zeros com cruzamento positivo e expectativa de picos [adaptado de Bishop e Sherratt, 2000]

$$E[0] = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (3.29)$$

$$E[P] = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (3.30)$$

$$\alpha_i = \frac{m_i}{\sqrt{m_0 m_{2i}}} \quad (3.31)$$

Na maioria dos casos o fator de irregularidade, Equação (3.31), é usado para  $i = 2$ :

$$\alpha_2 = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}} = \frac{E[0]}{E[P]} \quad (3.32)$$

O número de picos por segundo, Equação (3.30), similar ao número de cruzamento de zeros, Equação (3.29), caracteriza um processo de Banda Estreita. Cita-se, como exemplo, um processo dado por sinal senoidal.

O fator de irregularidade, Equação (3.31), próximo da unidade indica que o processo é de Banda Estreita. Já o processo de Banda Larga é caracterizado por um fator de irregularidade próximo de zero.

### 3.3.3 Função Densidade de Probabilidade

A PDF é muito conhecida quando se estuda a teoria das probabilidades e estatística e pode ser definida como a função relativa a uma variável aleatória assumir um valor dentro de um intervalo de tempo. Além disso, é classificada como variável aleatória contínua, pois pode admitir qualquer valor ao longo desse intervalo de tempo.

Cesário, 2012, apresenta uma amostra temporal de um processo aleatório ou a distribuição geral de intensidade de desse processo, Figura 3.8.

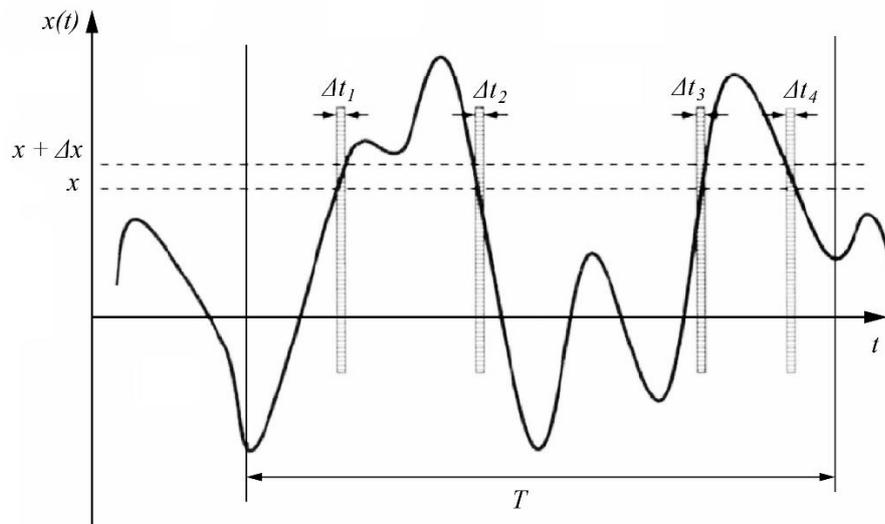


Figura 3.8 Amostra temporal de um processo aleatório [adaptado de Cesário, 2012]

A probabilidade  $P$  de  $x(t)$  assumir um valor entre  $x$  e  $x + \Delta x$  é dada por:

$$P[x \leq x(t) \leq x + \Delta x] = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4}{T} \quad (3.33)$$

Se o valor de  $T$  for suficientemente longo, a probabilidade  $P$  é dada por:

$$P[x \leq x(t) \leq x + \Delta x] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_x}{T} \quad (3.34)$$

em que,  $T_x$  é o somatório de  $\Delta t_1$  a  $\Delta t_i$ .

A probabilidade dada pela Equação (3.33) e (3.34), pode ser chamada de  $p(x)$  para valores pequenos de  $\Delta x$ , definida como:

$$P[x \leq x(t) \leq x + \Delta x] \approx p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P[x \leq x(t) \leq x + \Delta x]}{\Delta x} \quad (3.35)$$

Dessa forma, a probabilidade da variável ocorrer nos intervalos  $x_1$  e  $x_2$  é de acordo com a equação:

$$p(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx \quad (3.36)$$

As equações (3.35) e (3.36) definem a PDF de forma geral. No entanto, existem inúmeras funções definidas a serem aplicadas a cada caso em particular, entre elas os modelos de distribuição normal ou Gaussiana e distribuição de Rayleigh.

A teoria da distribuição normal ou Gaussiana tem formato de sino e possui media nula e desvio padrão unitário quando centrada. A Figura 3.9 mostra um típico sinal de Banda Larga e a Figura 3.10 uma distribuição de probabilidade Gaussiana.

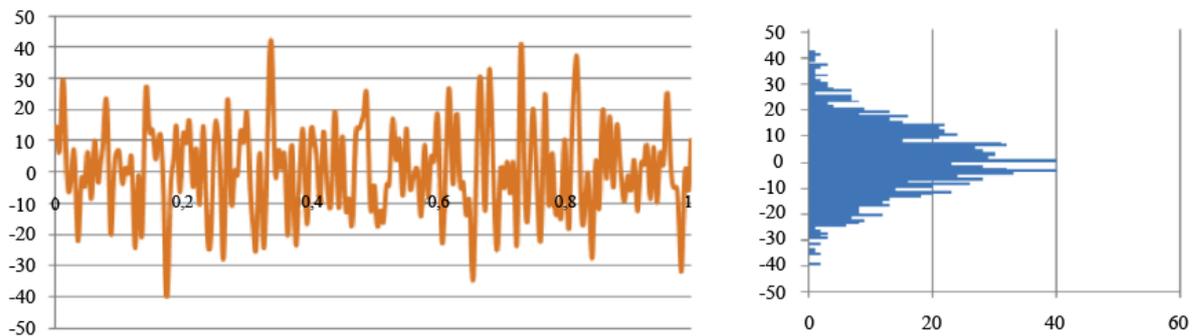


Figura 3.9 Processo de Banda Larga [adaptado de Ansys, 2016]

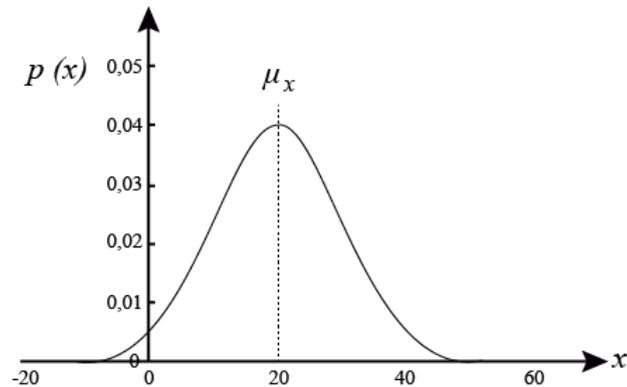


Figura 3.10 Distribuição Gaussiana [adaptado de Cesário, 2012]

Para este caso, a PDF é dada pela Equação (3.37):

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2} \quad (3.37)$$

no qual,  $\sigma_x$  é o desvio padrão do processo e  $\mu_x$  é a média quadrática.

Já a distribuição de Rayleigh, Figura 3.11, considera que o ciclo que gera dano deve ser contado, quando o mesmo é positivo e com uma inclinação positiva, utilizando a multiplicação

da probabilidade gaussiana para as duas condições. Essa distribuição, geralmente, é observada quando a magnitude global de um vetor está relacionada com os seus componentes de direção.

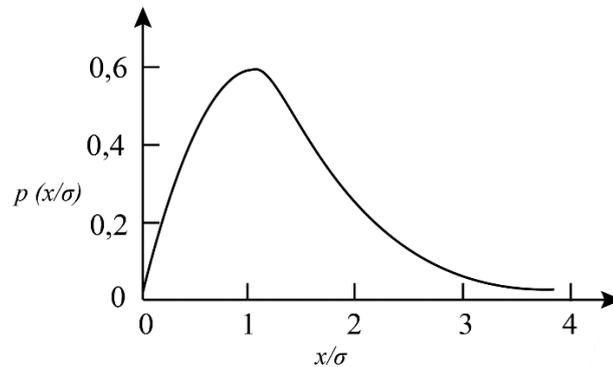


Figura 3.11 Distribuição de probabilidade de Rayleigh [adaptado de Reis, 2016]

O equacionamento para distribuição de Rayleigh é na forma:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2} \quad (3.38)$$

A aplicação da Equação (3.38) de Rayleigh é limitada, pois durante a dedução da PDF é assumido que o carregamento é do tipo Banda Estreita.

### 3.3.4 Transformada Rápida de Fourier

Nos processos aleatórios, estacionários e ergódicos, pode-se obter o espectro do sinal através da Transformada Rápida de Fourier, como já mencionado, é possível avaliá-los através de apenas uma amostra da variável aleatória.

A transformada de Fourier, possui sua versão discreta chamada de Transformada Discreta de Fourier, e é utilizada para o tratamento de sinais discretos no tempo, enquanto que a sua versão contínua chamada de Transformada Contínua de Fourier é utilizada para o tratamento de sinais contínuos, normalmente, representados por funções também contínuas. Todo equacionamento e exemplos de aplicações podem ser encontrados na literatura [Meirovitch, 2001].

Com o avanço da capacidade de processamento dos computadores, e o aperfeiçoamento de métodos numéricos, tornou-se popular a Transformada de Fourier e, também, uma técnica

derivada da mesma chamada Transformada Rápida de Fourier. A Transformada de Fourier tem por base extrair do sinal no domínio do tempo, infinitos pares de frequência e amplitude, esses pares quando aplicados a funções senoidais e somados, geram o próprio sinal original, ou algo próximo [Passos, 2016].

A Figura 3.12 ilustra uma função,  $f(t)$ , qualquer no domínio do tempo decomposta em vários sinais senoidais, cada sinal numa determinada frequência  $\omega_n$  com sua respectiva amplitude complexa composta de uma parcela real  $a(\omega_n)$  e uma parcela imaginária  $b(\omega_n)$ .

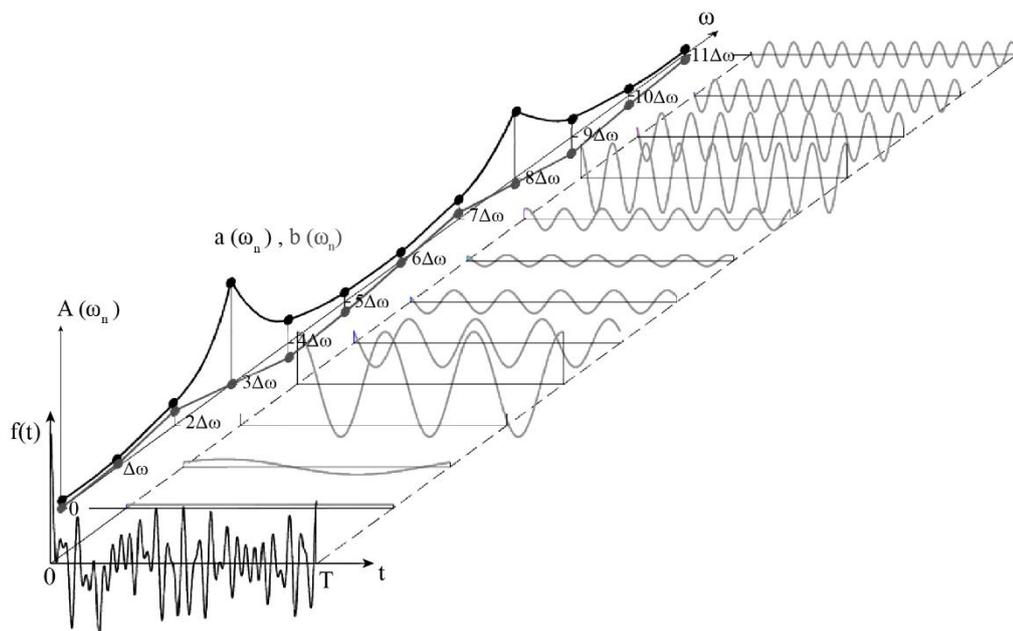


Figura 3.12 Sinal decomposto em série de senos [adaptado de Passos, 2016]

### 3.3.5 Rugosidade de pistas - ISO 8608

A rugosidade de pistas pode ser classificada de acordo com a norma internacional, ISO 8608, 1995. Ela descreve um método uniforme de relatar dados de perfil de superfície vertical medidos de ruas, estradas, rodovias e terreno *off-road*, com diferentes rugosidades.

A padronização de um método, ISO 8608, 1995, que permite representar diferentes perfis de pistas é amplamente utilizada como dados de entrada na análise dinâmica de veículos. É possível simular uma rodovia de asfalto em ótimas condições até uma estrada secundária, não pavimentada, em péssimas condições.

Os perfis de estradas conforme ISO 8608, 1995, podem ser determinados através da PSD de deslocamento ou PSD de aceleração, mas a recomendação da norma é o uso do primeiro método mencionado, a PSD de deslocamento.

A relação entre a PSD de deslocamento vertical e a frequência espacial de diferentes categorias de pistas podem ser aproximadas por retas decrescentes, em um gráfico de escalas logarítmicas. A Figura I.1 (no anexo A) ilustra o sistema de classificação descrito, que divide as classes de pistas em ordem alfabética crescente, segundo o aumento da rugosidade.

A PSD de deslocamento em função da frequência espacial,  $G_d(n)$ , pode ser escrita como:

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left( \frac{n}{n_0} \right)^{-w} \quad (3.39)$$

a qual,  $G_d(n_0)$  é a PSD de referência da classe de pista,  $n$  é a frequência espacial,  $n_0$  é a frequência espacial de referência e  $w$  é o expoente de inclinação da PSD.

Conforme ISO 8608, 1995, a frequência espacial de referência é 0,1 ciclos/m e o expoente deve ser 2 quando a velocidade é constante. O ajuste do intervalo de frequências espaciais é feita pelo Método dos Mínimos Quadrados e varia entre 0,011 e 2,83 ciclos/m. A relação entre a frequência e espacial é dada por:

$$f = nv \quad (3.40)$$

em que,  $v$  é a velocidade do veículo, Equação (3.40).

A PSD de deslocamento em função da frequência,  $G_d(f)$ , está associada com a PSD de deslocamento em função da frequência espacial através da velocidade do veículo.

$$G_d(f) = \frac{G_d(n)}{v} \quad (3.41)$$

Para calcular a PSD de deslocamento em função da frequência espacial, Equação (3.39), e depois obter a PSD de deslocamento em função da frequência, Equação (3.41), utiliza-se um valor médio da PSD de referência da classe de pista para simulação de veículos. Os valores

variam de acordo com o grau de rugosidade da pista e a PSD de referência atua como função da frequência espacial de referência, Tabela 3.1.

Tabela 3.1 Valores médios da PSD de acordo com o grau de rugosidade da pista [adaptado de ISO 8608, 1995]

Classe da pista	Média geométrica $G_d(n_0)$
A	$16 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
B	$64 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
C	$256 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
D	$1024 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
E	$4096 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
F	$16384 \times 10^{-6} \text{ m}^3$
G	$65536 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

Verifica-se que uma única PSD pode fornecer uma descrição suficientemente precisa de um perfil de pista, tendo em vista a análise dinâmica de veículos e a norma ISO 8608, 1995.

As PSDs de deslocamento em função da frequência obtidas podem ser transformadas em sinais de deslocamento em função do tempo. Uma forma de construir esse sinal é discretizar a reta da PSD em diversos componentes, ou seja, subintervalos dentro do intervalo da reta, Figura 3.13. Como dito anteriormente, o intervalo da reta de frequências espaciais é 0,011 e 2,83 ciclos/m.

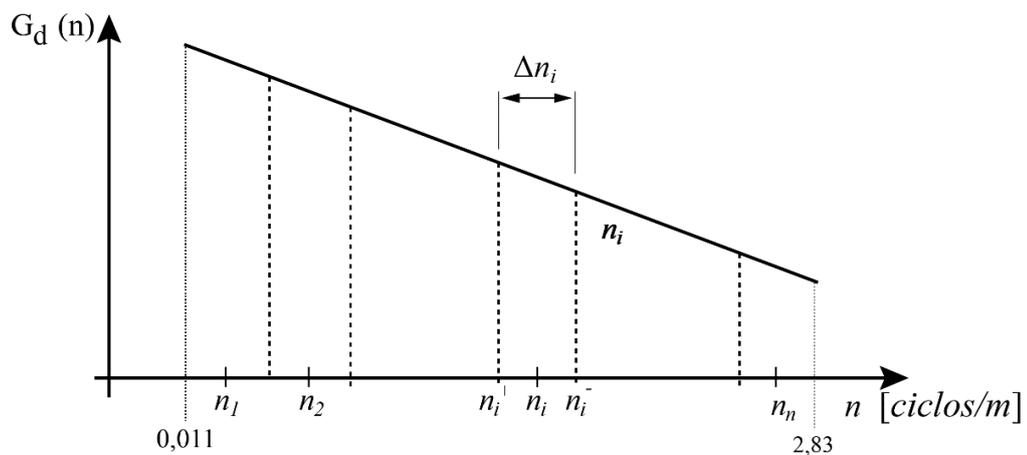


Figura 3.13 Discretização da PSD de deslocamento [adaptado de Munari *et al.*, 2012]

Em seguida, usar a área associada abaixo da PSD,  $A_i$ , para obter a média das amplitudes de componente.

$$A_i^2 = \int_{n_i^-}^{n_i^+} G_d(n) dn \quad (3.42)$$

em que,  $n_i^-$  é o valor mínimo do subintervalo de frequência especial do componente  $i$  e  $n_i^+$  é o valor máximo do subintervalo de frequência especial do componente  $i$ .

Finalmente, chega-se a um sinal usando somatório de componentes harmônicos, isto é, somatório de senos.

$$y(t) = \sum_{i=1}^N A_i \text{sen}(2\pi v n_i t + \theta_i) \quad (3.43)$$

no qual,  $y(t)$  é o sinal de deslocamento em função do tempo,  $N$  é o número de componentes e  $\theta_i$  é o ângulo de fase do componente  $i$ .

Outro método alternativo a Equação (3.42) e (3.43) e também muito utilizado para processos de sinais aleatórios, estacionários e ergódigos é a equação proposta por Shinozuka e Jan, 1972. O sinal de deslocamento em função do tempo é definido como:

$$y(t) = \sum_{i=1}^N \sqrt{2G_d(f_i)\Delta f_i} \cos(2\pi f_i t + \theta_i) \quad (3.44)$$

em que,  $\Delta f_i$  é o intervalo de variação da frequência.

O ângulo de fase da Equação (3.44) consiste em uma variável aleatória entre 0 e  $2\pi$ , com função distribuição de probabilidade uniforme.

### 3.4 Vida em fadiga

A aplicação de carregamentos variáveis como tensões sendo caracterizada pela propagação de trincas que levam ao colapso é o que define de forma geral a fadiga. Nesse âmbito, o comportamento dinâmico de um veículo preocupa muito os engenheiros devido a

possíveis falhas estruturais. As variáveis são inúmeras para estimar o início de uma trinca e principalmente a ruptura. É um fenômeno complexo que depende do carregamento, da geometria, material, fatores ambientais e fabricação.

As falhas por fadiga costumam ocorrer em níveis de tensões inferiores a tensão de escoamento do material, ou seja, o colapso por fadiga não ocorre sem que o veículo esteja sobre ação de carga cíclica.

A estrutura chassi de um veículo, formada por materiais isentos de defeitos, quando submetidas a carregamentos variáveis e terem pontos de elevadas tensões, mesmo que estejam no limite elástico do material, podem desenvolver trincas. Na maioria das vezes, existem descontinuidades que também agem como concentradores de tensão deixando a estrutura mais suscetível a falhas. Algumas fontes de descontinuidades segundo Passos, 2016, são:

- Mudanças bruscas de seção (cantos), furos e entalhes;
- Elementos rolantes ou deslizantes sujeitos às altas pressões de contato podem causar o efeito *pitting* ou esfoliações na superfície;
- Defeitos de acabamento como riscos, rebarbas, choques, entre outros;
- Defeitos de fabricação nos diversos processos disponíveis como fundição, soldagem, extrusão, laminação, entre outros;

A maioria das falhas de componentes e estruturas mecânicas ocorre devido à fadiga estrutural progressiva decorrente de carregamentos variáveis. Esse é um dos principais responsáveis pelas falhas em estruturas como um chassi veicular.

### **3.4.1 Curva S-N e limite de fadiga**

A curva S-N teve início, no período de 1852 a 1869, pelo Alemão August Wöhler e ficou muito conhecida como curva de Wöhler em sua homenagem. As curvas S-N são resultados de ensaios realizados por Wöhler que conduziu flexões rotativas em ligas metálicas utilizadas na fabricação de eixos ferroviários.

A curva S-N ou método S-N significa tensão (S) por número de ciclos (N) normalmente em escala logarítmica. A aplicação é para fadiga de altos ciclos, a partir de  $10^3$  ciclos, considera apenas deformações elásticas no regime linear do material. Além disso, não considera a existência de trincas e é apropriado para vidas longas.

A curva S-N três regiões, sendo a primeira região com uma inclinação para fadiga de baixo ciclo com grandes níveis de tensões, outra inclinação para fadiga de alto ciclo e, por

último, a região para vida infinita de fadiga, com tensões menores que o limite de resistência à fadiga.

A partir de  $10^6$  ciclos o material pode ser ciclado, indefinidamente, sem apresentar falhas. A tensão de fadiga obtida a partir deste ponto é conhecida como limite de fadiga e seu valor é em torno de 35 a 50% do limite de resistência à tração do material.

A expressão que relaciona a tensão de amplitude,  $S_a$ , para um carregamento alternado pelo número de ciclos é chamada de relação de Basquin, 1910, apresentada na forma:

$$S_a = S_f(2N_f)^b \quad (3.45)$$

sendo,  $S_f$  o coeficiente de resistência a fadiga,  $N_f$  o número de ciclos até a falha por fadiga e  $b$  o expoente de resistência a fadiga ou expoente de Basquin, Equação (3.45).

O fator de inclinação da reta é conhecido como  $m$ , dado por:

$$m = -\frac{1}{b} \quad (3.46)$$

O número de ciclos até a falha a partir de um determinado valor de tensão, pode ser encontrado como:

$$N_f = AS_a^{-m} \quad (3.47)$$

em que,  $A$  é o coeficiente.

$$A = \frac{S_f^{-m}}{2} \quad (3.48)$$

Alguns autores costumam mostrar na curva S-N a inclinação da reta, Equação (3.46), para calcular a vida conhecendo a tensão em um ponto na estrutura, conforme a Equação (3.47) e Equação (3.48).

### 3.4.2 Método de *Rainflow*

O método de *Rainflow* para contagem de ciclos, conforme ASTM E 1049-85, é amplamente utilizado para análise de fadiga principalmente na indústria, pois permite realizar previsões do comportamento melhor que outros métodos.

Sua origem data de 1968, quando T. Endo e M. Matsuishi propuseram contar os ciclos e meios ciclos de sinais de tensão no tempo, originalmente, esse método foi baseado na analogia de gotas de chuva caindo através de um telhado típico japonês chamado *Pagoda Roof*.

O método de *Rainflow*, basicamente, consiste em analisar o histórico de tensões ou deformações com, o eixo do tempo na vertical e de forma figurada, a água passa pelo histórico de tensões que tem sua amplitude horizontal. Dessa forma, ele considera somente os picos externos do sinal como ciclos [Peres, 2006].

A Figura 3.14 mostra três ciclos completos representados pelas sequências de pontos 1-2, 3-4 e 6-7, já as sequências formadas pelos pontos 0-5, 5-8 e 8-9 são consideradas como meio ciclo. Essa divisão de ciclos completos e meios ciclos podem ser observadas como um fluxo imaginário de gotas de água, por isso chamado de *Rainflow*.

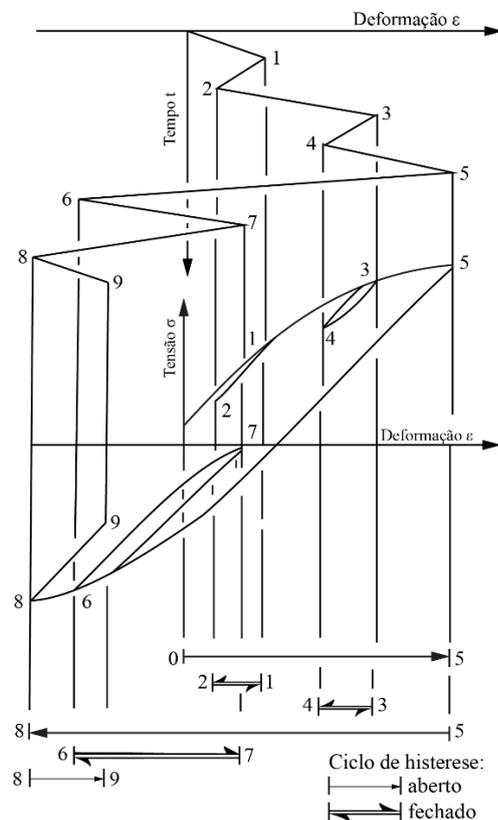


Figura 3.14 Método de *Rainflow* de contagem de ciclos [adaptado de Radaj, 1990]

No domínio da frequência, a obtenção do número de ciclos para cada nível de tensão é feita através da utilização de propriedades espectrais da PSD. Nesse caso os momentos espectrais permitem aproximar quantos picos, vales e cruzamentos pelo nível de tensão zero e médio ocorrem por segundo.

### 3.4.3 Dano acumulado de Palmgren-Miner

O cálculo do dano via regra de Palmgren-Miner foi o primeiro método proposto para avaliar a vida em fadiga de componentes estruturas mecânicas, entre 1924 e 1954. Esse é um dos modelos mais simples e utilizados atualmente.

A regra de Palmgren-Miner faz uma relação entre o número de ciclos aplicado e o número de ciclos máximo suportado para um determinado carregamento, enquanto essa relação for menor que 1, assume-se que o elemento ainda não atingiu o máximo de sua vida em fadiga, e quando ultrapassa este valor assume-se que a falha irá ocorrer [Passos, 2016].

Pode-se dizer que o dano acumulado de Palmgren-Miner é os somatórios de todos os danos individuais, dado pela equação:

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_{f_i}} \quad (3.49)$$

no qual,  $n_i$  é número de ciclos em cada nível de tensão aplicado  $i$  e  $N_{f_i}$  é o número de ciclos resistente desse nível de tensão, Equação (3.49).

### 3.4.4 Fadiga no domínio do tempo

A fadiga no domínio do tempo continua sendo o método preferido para estimar o dano e vida de estruturas mecânicas.

A resposta de uma análise transiente é, normalmente, expressa como um histórico de tensões em função do tempo, método clássico. Posteriormente, a contagem de ciclos de tensão realizada pelo método de *Rainflow*, apresenta a distribuição de amplitudes de tensão num intervalo de tempo da análise. O resultado pode ser utilizado juntamente com a regra de

Palmgren-Miner para estimar a vida de fadiga da estrutura. A Figura 3.15 apresenta um diagrama da análise de fadiga no domínio do tempo.

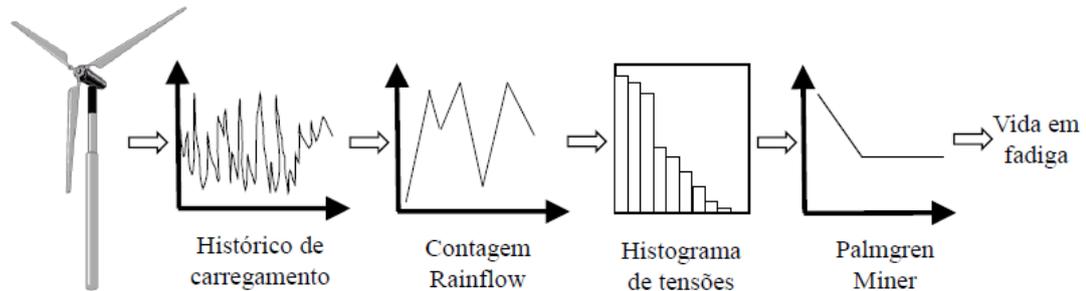


Figura 3.15 Análise de fadiga no domínio do tempo [Passos, 2016]

Como visto anteriormente, o dano acumulado é expresso como uma proporção do dano necessário para o material falhar de forma adimensional. Portanto, a vida de fadiga no domínio do tempo para a estrutura costuma ser determinada pela razão do intervalo de tempo da análise e o dano acumulado.

A análise no domínio do tempo tem como entrada conjuntos finitos de valores para diferentes instantes de tempo e, assim, não representa o fenômeno como um todo, mas, apenas, uma amostra dele [Hougaz, 2005].

### 3.4.5 Fadiga no domínio da frequência

Os estudos dos métodos de determinação da vida em fadiga no domínio da frequência são mais recentes que no domínio do tempo. Por exemplo, até meados da década de oitenta, não era possível transformar satisfatoriamente a RPSD na PDF das amplitudes de ciclos para cálculo do dano. Em 1985, Dirlik, desenvolveu uma expressão adequada para esta transformação. Outros métodos espectrais, também, foram desenvolvidos ao longo dos anos, alguns com formulação empírica, outros semi-empíricas.

Ao adotar-se a análise espectral, realizada no domínio da frequência, é importante ter clara suas principais diferenças quando comparada a uma análise no domínio do tempo.

A análise no domínio da frequência tem como entrada as PSDs que, por sua vez, é obtida a partir de inúmeras amostras de carregamentos, reproduzindo, assim, integralmente, o fenômeno [Bishop, 1999].

O tratamento no domínio da frequência é mais eficiente computacionalmente face ao domínio do tempo, pois, aplicando-se o MEF, efetuar o cálculo via FRF é computacionalmente mais simples do que realizar análises transientes para longas amostras temporais de carregamento [Bathe, 1996 e Bishop, 1999].

A análise espectral é a ferramenta adequada para o tratamento probabilístico. No entanto, a análise espectral torna, matematicamente, mais laboriosa a correta aplicação do carregamento [Hougaz, 2005].

A Figura 3.16 apresenta um diagrama da análise de fadiga no domínio da frequência.

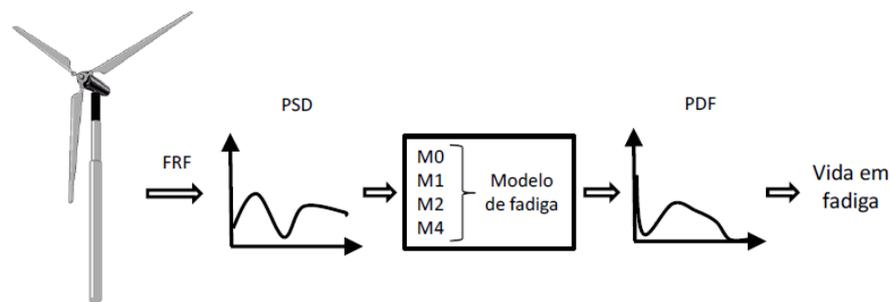


Figura 3.16 Análise de fadiga no domínio da frequência [Passos, 2016]

#### 3.4.5.1 Método de Banda Estreita ou Narrow Band

O método de Banda Estreita para estimativa da vida em fadiga no domínio da frequência assume que cada pico da PDF é coincidente com um ciclo e que, conseqüentemente, as amplitudes de tensão do ciclo são distribuídas de acordo com a distribuição de Rayleigh.

Mršnik *et al.*, 2013, define o dano acumulado de Banda Estreita,  $D_{NB}$ , como:

$$D_{NB} = \frac{E[0]T}{A} (\sqrt{2m_0})^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right) \quad (3.50)$$

sendo,  $T$  o tempo de duração da análise e  $\Gamma(\cdot)$  a função gama.

O fato de considerar que cada pico de tensão é seguido por um vale de mesma amplitude, faz com que os vales positivos e os picos negativos, características presentes nos processos de Banda Larga, sejam ignorados. Por esse motivo, o método da Equação (3.50) mostra-se conservador para este tipo de processo, ou seja, indica falha em períodos de tempo inferiores

ao que se verifica em aplicações experimentais. Tal limitação é exemplificada na Figura 3.17 [Bishop e Sherratt, 2000].

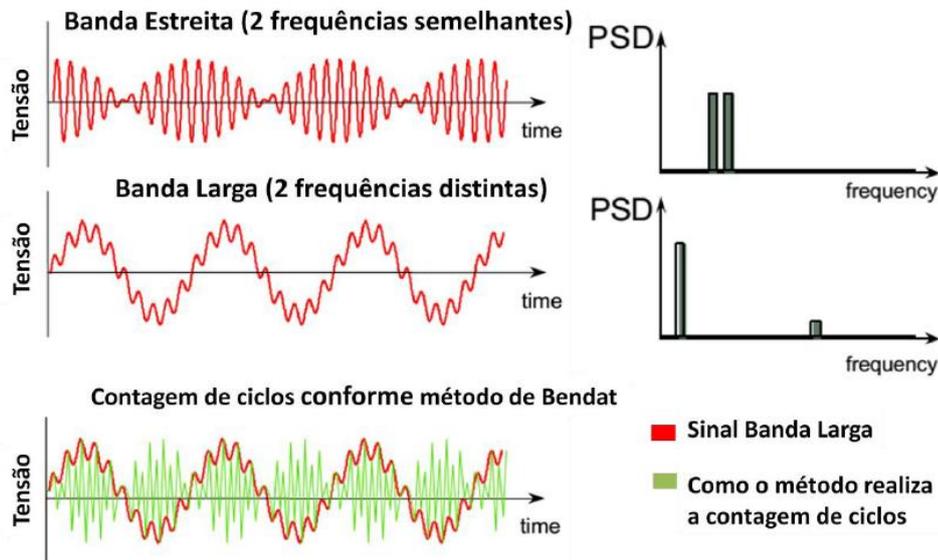


Figura 3.17 Limitação do método de Banda Estreita [Reis, 2013]

### 3.4.5.2 Método de Dirlik

O método de Dirlik, desenvolvido em 1985, aproxima a distribuição ciclos por amplitudes de tensão usando uma combinação de uma densidade de probabilidade exponencial e duas de Rayleigh. A solução empírica de Dirlik seguiu extensivas simulações numéricas utilizando o Método de Monte Carlo, o qual é um método estatístico usado em simulações estocásticas para obter aproximações numéricas de funções complexas. Esse método tem sido considerado há muito tempo como sendo um dos melhores. A PDF de Dirlik,  $p(S)$ , é dado por:

$$p(S) = \frac{\frac{D_1}{Q} e^{-\frac{Z}{Q}} + \frac{D_2 Z}{R^2} e^{-\frac{Z^2}{2R^2}} + D_3 Z e^{-\frac{Z^2}{2}}}{2\sqrt{m_0}} \quad (3.51)$$

em que,  $Z$  é a amplitude normalizada e  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $Q$  e  $R$  são parâmetros da Equação (3.51), definidos como:

$$Z = \frac{S}{2\sqrt{m_0}} \quad (3.52)$$

$$D_1 = \frac{2(x_m - \alpha_2^2)}{1 + \alpha_2^2} \quad (3.53)$$

$$D_2 = \frac{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2}{1 - R} \quad (3.54)$$

$$D_3 = 1 - D_1 + D_2 \quad (3.55)$$

$$Q = \frac{1,25(\alpha_2 - D_3 - D_2R)}{D_1} \quad (3.56)$$

$$R = \frac{\alpha_2 - x_m - D_1^2}{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2} \quad (3.57)$$

sendo,  $x_m$  a frequência média, obtida por:

$$x_m = \frac{m_1}{m_0} \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad (3.58)$$

A amplitude normalizada, os parâmetros  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $Q$  e  $R$  e a frequência média são resultantes de um procedimento de ajuste realizado sobre dados das simulações numéricas, Equação (3.52), Equação (3.53), Equação (3.54), Equação (3.55), Equação (3.56), Equação (3.57) e Equação (3.58).

O número de ciclos em cada nível de tensão aplicado de acordo com a probabilidade de Dirlik é:

$$n_i = E[P]Tp(S) \quad (3.59)$$

De posse da Equação (3.59) o dano acumulado para estimativa de vida em fadiga pelo método de Dirlik pode ser obtido através do somatório proposto por Palmgren-Miner.

Já a expressão de forma fechada para o dano de Dirlik,  $D_{DK}$ , é dada por:

$$D_{DK} = E[P]m_0^{\frac{m}{2}} \left[ D_1 Q^m \Gamma(1 + m) + (\sqrt{2})^m \Gamma(1 + \frac{m}{2}) (D_2 |R|^m + D_3) \right] \quad (3.60)$$

Apesar de apresentar resultados melhores que outros métodos, a solução fechada de Dirlik, equação (3.60), só passou a ser utilizada em larga escala, após verificação teórica realizada por Bishop em 1988.

### 3.4.5.3 Método de Wirsching e Light

Wirsching e Light utilizaram, em 1980, um parâmetro adicional para corrigir a estimativa do cálculo do dano pelo método de Banda Estreita. O fator empírico,  $\lambda_{WL}$ , para essa correção é função apenas do fator de irregularidade e do fator de inclinação da curva de Wöhler. Portanto,

$$\lambda_{WL} = a(m) + [1 - a(m)](1 - \varepsilon)^{c(m)} \quad (3.61)$$

no qual,  $a(m) = 0,926 - 0,033m$ ,  $c(m) = 1,587m - 2,323$  e  $\varepsilon = \sqrt{1 - \alpha_2^2}$ .

Assim, combinando a Equação (3.50) com Equação (3.61), chega-se à:

$$D_{WL} = \left[ \frac{E[0]T}{A} (\sqrt{2m_0})^m \Gamma(1 + \frac{m}{2}) \right] \{ a(m) + [1 - a(m)](1 - \varepsilon)^{c(m)} \} \quad (3.62)$$

O método proposto por Wirsching e Light, Equação (3.62), considera nos cálculos os momentos  $m_2$  e  $m_4$  por causa do fator de irregularidade que na aproximação de Banda Estreita não contempla.

### 3.4.5.4 Método de Ortiz e Chen

Ortiz e Chen desenvolveram um fator de correção empírico,  $\lambda_{OC}$ , através de extensivas simulações utilizando o Método de Monte Carlo, assim como Wirsching e Light [Lee *et al.* 2005].

$$\lambda_{OC} = \frac{\beta_k^m}{\alpha_2} \quad (3.63)$$

no qual,  $\beta_k = \sqrt{\frac{m_2 m_k}{m_0 m_{k+2}}}$  e  $k = 2/m$ .

Logo, a Equação (3.63) também é multiplicada pelo dano do método de Banda Estreita:

$$D_{OC} = \left[ \frac{E[0]T}{A} (\sqrt{2m_0})^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right) \right] \left( \frac{\beta_k^m}{\alpha_2} \right) \quad (3.64)$$

sendo,  $D_{OC}$  o dano proposto por Ortiz e Chen para estimar a vida em fadiga.

#### 3.4.5.5 Método de Benasciutti e Tovo

Benasciutti e Tovo propuseram uma abordagem em que a vida em fadiga é calculada como uma combinação linear dos limites superiores e inferiores da intensidade do dano [Mršnik et al., 2013]. O método de Benasciutti e Tovo é semi-empírico e a expressão final para correção da estimativa do dano via método de Banda Estreita é:

$$D_{BT} = \left[ \frac{E[0]T}{A} (\sqrt{2m_0})^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right) \right] \{ \alpha_2 [\alpha_2^{m-1} (1 - b_{BT}) + b_{BT}] \} \quad (3.65)$$

em que,  $D_{BT}$  é o dano estimado pelo método de Benasciutti e Tovo e  $b_{BT}$  é um fator encontrado por diversas simulações numéricas.

Duas equações diferentes são sugeridas para determinar o fator  $b_{BT}$ , a fim de substituir na Equação (3.65), ambos foram propostos por Benasciutti e Tovo. No entanto, o mais utilizado e preciso nos resultados costuma ser:

$$b_{BT} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \{ 1,112 [ 1 + \alpha_1 \alpha_2 - (\alpha_1 + \alpha_2) ] e^{2,11\alpha_2} + (\alpha_1 - \alpha_2) \}}{(\alpha_2 - 1)^2} \quad (3.66)$$

Conforme Bosco Junior, 2007, Benasciutti e Tovo obtiveram a Equação (3.66), após algumas simulações aplicando técnicas de aproximação por mínimos quadrados.

#### 3.4.5.6 Método Alpha 0,75

Conforme observado nos métodos anteriores, parâmetros foram sugeridos para correção da aproximação do dano pelo método de Banda Estreita.

Numa base puramente empírica, pode-se argumentar que o fator de correção de dano é apenas uma função do parâmetro de largura de banda do fator de irregularidade para  $i = 0,75$ , e que é independente da inclinação da curva S-N [Benasciutti, 2004].

$$D_{AL} = \alpha_{0,75}^2 D_{NB} \quad (3.67)$$

sendo que,  $\alpha_{0,75}$  indica o fator de irregularidade para  $i = 0,75$  e  $D_{AL}$  o dano definido por esse método.

A Equação (3.67) sem qualquer tipo de motivação teórica mostrou concordar bastante com os dados da simulação e pode ser tomada como uma primeira aproximação dos danos causados [Benasciutti e Tovo, 2006].

#### 3.4.5.7 Método de Zhao e Baker

Este método foi desenvolvido por Zhao e Baker em 1992. Ele combina pressupostos teóricos e resultados de simulações que encontram um método de determinação do dano através da combinação linear da distribuição de Weibull e Rayleigh [Mršnik *et al.*, 2013].

$$p(Z) = w_{ZB} a_{ZB} b_{ZB} Z^{b_{ZB}-1} e^{-a_{ZB} Z^{b_{ZB}}} + (1 - w_{ZB}) Z e^{-\frac{Z^2}{2}} \quad (3.68)$$

sendo que,  $p(Z)$  é a PDF de Zhao e Baker,  $w_{ZB}$  é o fator de ponderação e  $a_{ZB}$  e  $b_{ZB}$  os parâmetros de Weibull.

De acordo com a Equação (3.68), a parte de Rayleigh corresponde, principalmente, as grandes amplitudes e a parte de Weibull a pequenas amplitudes quando se observa a distribuição [Mršnik *et al.*, 2013].

$$w_{ZB} = \frac{1 - \alpha_2}{1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{b_{ZB}}\right) a_{ZB}^{-\frac{1}{b_{ZB}}}} \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned} a_{ZB} &= 8 - 7\alpha_2 \\ b_{ZB} &= \begin{cases} 1,1, & \text{se } \alpha_2 < 0,9 \\ 1,1 + 9(\alpha_2 - 0,9), & \text{se } \alpha_2 \geq 0,9 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.70)$$

O fator de ponderação da Equação (3.70), varia de 0 a 1 e os parâmetros de Weibull da Equação (3.69), são maiores que 0.

Existe uma versão melhor que inclui uma relação adicional do fator de irregularidade para  $i = 0,75$ . Isso foi observado em simulações para pequenos valores da inclinação da curva S-N, por exemplo  $m=3$ , o dano está mais correlacionado com outras propriedades espectrais do que com  $\alpha_2$  [Zhao e Baker, 1992].

Adicionando a versão aperfeiçoada do método desenvolvido por Zhao e Baker, chega-se à:

$$D_{ZB} = \frac{E[P]}{A} m_0^{\frac{m}{2}} \left[ w_{ZB} a_{ZB}^{-\frac{m}{b_{ZB}}} \Gamma\left(1 + \frac{m}{b_{ZB}}\right) + (1 - w_{ZB}) 2^{\frac{m}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{m}{2}\right) \right] \quad (3.71)$$

A Equação (3.71) é a forma fechada para calcular diretamente a aproximação do dano proposto por Zhao e Baker.

## 4 METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia proposta nessa dissertação visa comparar diferentes modelos para cálculo da vida em fadiga no domínio do tempo e da frequência. Para isso, dois estudos de casos e dois modelos estruturais de EF, de cada um, serão estudados da mesma forma, a fim de confrontar e analisar as diferenças. O primeiro estudo de caso consiste em uma viga em balanço e, o segundo, um caso complexo da indústria, uma estrutura chassi de um implemento rodoviário. A aplicação da teoria, até aqui, apresentada em um caso simples, como uma viga em balanço, é fundamental para compreensão e principalmente validação da metodologia.

Em ambos os casos, ferramentas comerciais são utilizadas para os cálculos das excitações, tensões e vida em fadiga. As tensões em função do tempo e a RPSD são obtidas com o uso de um software comercial de EF, Ansys, 2016. Já os cálculos de excitações, usados como dados de entrada para as simulações numéricas, e os cálculos de vida em fadiga são implementados em um compilador comercial, MathWorks, 2017.

Os modelos estruturais da viga em balanço e estrutura chassi estudados são modelos numéricos de EF de placa e viga, além disso, hipóteses para as excitações são assumidas a fim de atingir os objetivos do trabalho:

- As excitações na base de ambos os estudos de casos, viga em balanço e estrutura chassi, são baseadas nas classes de pistas determinadas na norma ISO 8608, 1995;
- As PSDs de deslocamentos são definidas nas classes de pistas A, B e C e nas velocidades de 30km/h e 60km/h;
- Os sinais de deslocamento de pistas em função do tempo são obtidos pela equação proposta por Shinozuka e Jan, 1972;

A fim de detalhar os processos pertinentes a essa dissertação, dois fluxogramas mostram as etapas de cada estudo de caso. A Figura 4.1 e Figura A.1 no apêndice A ilustram a sequência das análises dinâmicas estruturais e rotinas de cálculos em forma de blocos do caso da viga em balanço e estrutura chassi, respectivamente.

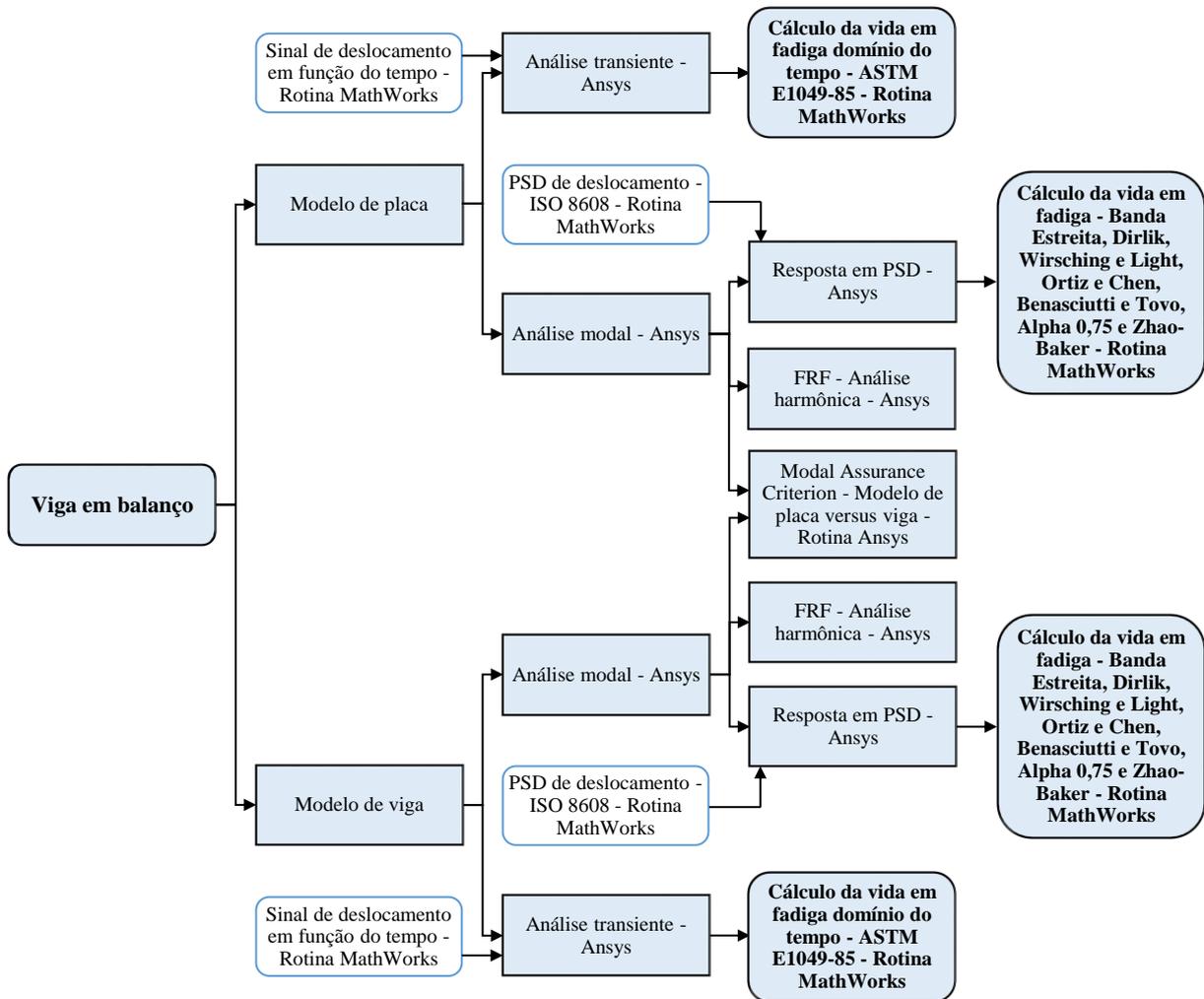


Figura 4.1 Fluxograma da viga em balanço

A análise dinâmica transiente é utilizada para os cálculos de fadiga no domínio do tempo, e o sinal de deslocamento em função do tempo obtido através da PSD de deslocamento é usado como dado de entrada. De forma similar, a PSD de deslocamento e a análise modal são dados de entrada para determinar a RPSD e, por fim, realizar o cálculo da vida em fadiga no domínio da frequência. Essa sequência de análises dinâmicas e rotinas de cálculos são aplicadas em ambos os casos e modelos estruturais.

Os modos de vibração e as frequências naturais são obtidos pela análise modal e os resultados dos modelos estruturais de EF apresentados através das figuras de deslocamento dos modos. Os vetores de deslocamento dos modos são correlacionados a fim de calcular o índice de *MAC*. Por último, uma excitação harmônica é introduzida, simultaneamente, nos modelos para encontrar a FRF.

O estudo de caso da estrutura chassi é simulado via MEF, através de diferentes modelos numéricos com diferentes restrições na região da suspensão tipo *tridem* e pino rei. A suspensão tem grande importância nas respostas de problemas dinâmicos estruturais, por isso as uniões e vinculações são modeladas de 3 formas distintas, a fim de confrontá-las e selecionar a melhor para os cálculos de vida em fadiga no domínio do tempo e da frequência.

As próximas seções que dividem esse capítulo apresentam a proposta básica em torno da metodologia, uma comparação entre os modelos estruturais usados e a descrição detalhada das etapas principais da metodologia baseado nos fluxogramas demonstrados.

#### 4.1 Proposta básica

A proposta básica da metodologia é resolver o problema de vários graus de liberdade em função do tempo e da frequência, aplicando os estudos de caso da presente dissertação. Lembrando que a grande vantagem de trabalhar no domínio da frequência, quando comparado com as análises no domínio do tempo, é o tempo de processamento em modelos de grande porte. Isso é tratado nessa seção, partindo da quantidade de graus de liberdade de cada modelo de EF e cada caso obtido pela discretização, até as equações que regem o problema.

Os graus de liberdade do sistema determinam o tamanho das matrizes e vetores necessários para as equações do problema, por isso a discretização é fundamental para não tornar caro, computacionalmente, e capturar com boa precisão as respostas.

As discretizações da presente pesquisa são obtidas baseadas na teoria da divisão do meio contínuo, também conhecido como MEF. Portanto, a primeira discretização do modelo da viga em balanço é feita com elementos de placa que é apropriado para analisar chapas finas de estruturas.

A Figura 4.2 ilustra a malha em EF da viga em balanço com elementos de placa. Considerando tamanho do elemento de 25 mm por 25 mm e dimensões da viga em balanço de 2x100x500 mm, espessura, largura e comprimento, têm-se 80 elementos, 289 nós e 1680 graus de liberdade.

Na segunda malha, Figura 4.3, para a mesma viga em balanço é empregado elementos de viga.

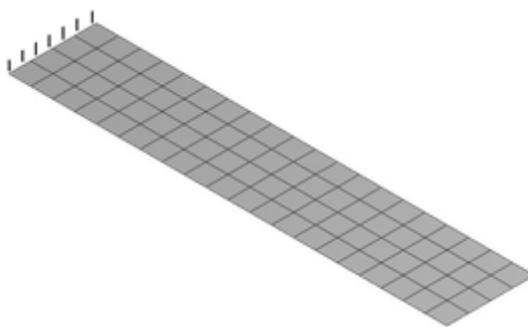


Figura 4.2 Malha da viga em balanço com elementos de placa

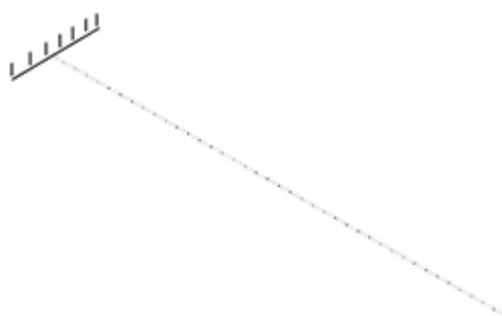


Figura 4.3 Malha da viga em balanço com elementos de viga

Obtêm-se 20 elementos, 61 nós e 240 graus de liberdade aplicando elementos de viga para a viga em balanço.

Seguindo a utilização de 2 tipos de EF empregados no caso simples de uma viga em balanço, o caso da estrutura chassi do implemento rodoviário é discretizado com elementos de placa e viga.

A Figura 4.4 mostra a estrutura do chassi com a malha composta por elementos quadráticos, placa. Por sua vez, a Figura 4.5 ilustra a malha do chassi com elementos de viga.

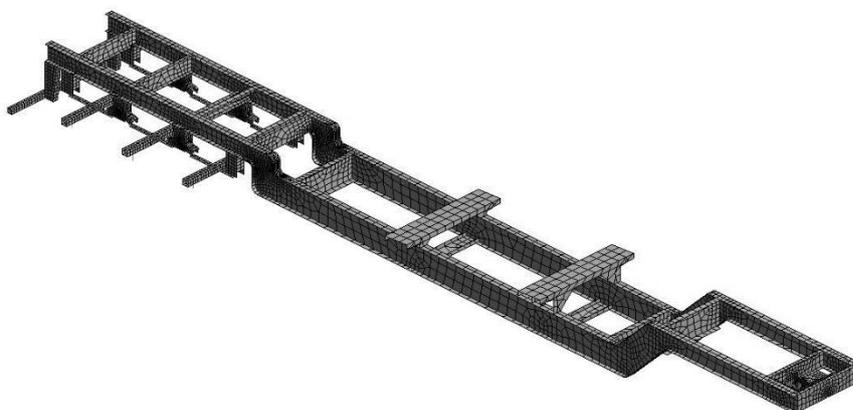


Figura 4.4 Malha da estrutura chassi com elementos de placa

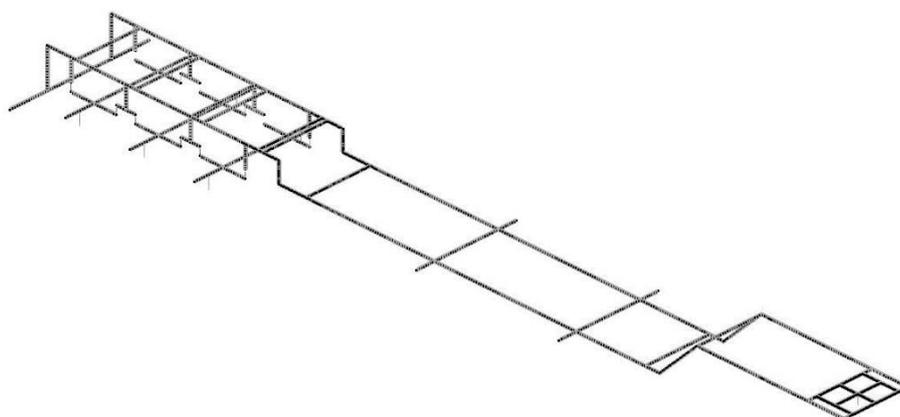


Figura 4.5 Malha da estrutura chassi com elementos de viga

A estrutura chassi simulada com 3 casos diferentes de vinculações e uniões também apresentam variações na quantidade de elementos, nós e graus de liberdade. Assim, os valores da quantidade de elementos, nós e graus de liberdade de cada caso da estrutura chassi podem ser vistos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 Quantidade de elementos, nó e graus de liberdade de cada modelo

	Modelo com elementos de placa			Modelo com elementos de viga		
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Elementos	11233	11099	11099	1576	1451	1451
Nós	31990	32014	32014	3180	3210	3210
Graus de liberdade	178192	183829	184066	11407	11905	12142

Conhecendo os graus de liberdade de cada caso e modelo de EF determinam-se as equações do problema tanto para a viga em balanço como a estrutura chassi.

A equação do movimento para um sistema dinâmico apresentada anteriormente, é composta por 3 matrizes que necessitam muita memória e armazenamento para gerenciar todos os graus de liberdade. Nos casos estudados, os efeitos não lineares não são importantes e o sistema de equações é reduzido para que a análise computacional seja mais econômica.

As excitações da viga em balanço são na base e a estrutura chassi nos pneus e no pino rei. A viga em balanço com elementos de placa é excitada em 9 nós e com elementos de viga 1 nó. A estrutura chassi com elementos de placa e viga são excitadas em 7 nós, sendo 6 nos pneus da suspensão tipo *tridem* e 1 no pino rei. Os deslocamentos impostos em ambos os estudos de caso são os mesmos, por isso a formulação matemática da viga em balanço pode ser considerada igual a um veículo.

As matrizes e os vetores da equação do movimento podem ser particionados para representar os graus de liberdade livres,  $q_l(t)$ , e os graus de liberdade restritos,  $q_r(t)$ .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ll} & \mathbf{M}_{lr} \\ \mathbf{M}_{rl} & \mathbf{M}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_l(t) \\ \ddot{q}_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ll} & \mathbf{C}_{lr} \\ \mathbf{C}_{rl} & \mathbf{C}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_l(t) \\ \dot{q}_r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ll} & \mathbf{K}_{lr} \\ \mathbf{K}_{rl} & \mathbf{K}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_l(t) \\ q_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_r(t) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

em que,  $f_r(t)$  corresponde às forças reativas nos graus de liberdade restritos, devido aos deslocamentos impostos e o vetor nulo aparece porque se adota a ausência de forças atuando nos nós livres [Ansys, 2016].

Ao reescrever a Equação (4.1) sem o vetor nulo, encontra-se:

$$\mathbf{M}_{ll}\ddot{q}_l(t) + \mathbf{C}_{ll}\dot{q}_l(t) + \mathbf{K}_{ll}q_l(t) = f_{efe}(t) \quad (4.2)$$

na qual,  $f_{efe}(t)$  é o vetor do carregamento efetivo devido aos deslocamentos impostos.

Hougaz, 2015, afirma em sua tese que o vetor de carregamento efetivo, no caso de um veículo, do perfil de pista pode ser representado sem o amortecimento nos graus de liberdade restritos.

$$f_{efe}(t) = \mathbf{M}_{lr}\ddot{q}_r(t) + \mathbf{K}_{lr}q_r(t) \quad (4.3)$$

Da mesma forma que Morsch, 2001, e Drehmer, 2012, tratam o seu modelo, a formulação aqui proposta utiliza o movimento independente de cada conjunto pneu e roda. Isso induz a um problema do tipo *quasi-estático* que deve ser adotado devido ao deslocamento estático da base. Entretanto, as forças inerciais são negligenciadas, porque o veículo parte em movimento após as condições de equilíbrio estável estejam satisfeitas. Se essas condições não forem consideradas, o veículo vai se deslocar, inicialmente, com uma aceleração vertical residual que não foi suportada pelo sistema massa-mola-amortecedor. Por isso, a análise é feita em torno do ponto de equilíbrio estático inicial, e os deslocamentos são referenciados a esse ponto de equilíbrio.

Assim, desprezando essas forças inerciais e igualando a Equação (4.2) com a Equação (4.3), têm-se a equação geral:

$$\mathbf{M}_{ll}\ddot{q}_l(t) + \mathbf{C}_{ll}\dot{q}_l(t) + \mathbf{K}_{ll}q_l(t) = \mathbf{K}_{lr}q_r(t) \quad (4.4)$$

A formulação matemática exposto na Equação (4.4) evidencia em ambos os estudos de casos quais são os graus de liberdades livres e restritos.

Em termos de fenômeno físico, o sistema pode ser, resumidamente, descrito como pistas dotadas de irregularidades, em que uma viga em balanço e uma estrutura chassi se deslocam e as translações verticais, graus de liberdades restritos, geram excitações no modelo.

As reduções das matrizes podem ser feitas pelo método clássico da superposição modal. Esse método pode ser aplicado em sistemas lineares e consiste, basicamente, na mudança de base passando das coordenadas nodais para as coordenadas generalizadas. As equações passam a ser desacopladas permitindo que sejam resolvidas independentemente e a resposta é dada pela superposição das respostas de cada equação.

Na presente dissertação, opta-se por resolver os problemas transientes sem redução de matrizes, a fim de realizar uma análise dinâmica mais completa. Mesmo sabendo que é muito caro computacionalmente, a solução da equação do movimento através da integração direta é a forma mais completa de se extrair informações sobre o comportamento de um sistema.

No caso de utilizar a superposição modal para encontrar um novo sistema de coordenadas no qual as excitações estejam desacopladas e cada equação dependa apenas de uma coordenada, é necessário usar a matriz dos modos de vibração.

$$q_l(t) = \Phi r(t) \quad (4.5)$$

Portanto, substituindo os valores da Equação (4.5) na equação do movimento com graus de liberdade livres e restritos, chega-se à:

$$\mathbf{M}_{ll} \Phi \ddot{r}(t) + \mathbf{C}_{ll} \Phi \dot{r}(t) + \mathbf{K}_{ll} \Phi r(t) = \mathbf{K}_{lr} q_r(t) \quad (4.6)$$

Ao multiplicar o resultado da Equação (4.6) por  $\Phi^T$  e utilizar as relações de ortonormalidade, propriedade de autovalor e autovetor, têm-se:

$$\Phi^T \mathbf{M}_{ll} \Phi \ddot{r}(t) + \Phi^T \mathbf{C}_{ll} \Phi \dot{r}(t) + \Phi^T \mathbf{K}_{ll} \Phi r(t) = \Phi^T \mathbf{K}_{lr} q_r(t) \quad (4.7)$$

As propriedades matemáticas de independência linear e álgebra servem de base para as equações seguintes.

$$\Phi^T \mathbf{M}_{II} \Phi = \mathbf{I} \quad (4.8)$$

$$\Phi^T \mathbf{K}_{II} \Phi = \Lambda = \text{diag}[\omega_1^2 \ \omega_2^2 \ \dots \ \omega_n^2] \quad (4.9)$$

$$\Phi^T \mathbf{C}_{II} \Phi = 2\mathbf{Y}\Lambda^{1/2} = \text{diag}[2\xi_1\omega_1 \ 2\xi_2\omega_2 \ \dots \ 2\xi_n\omega_n] \quad (4.10)$$

onde,  $\mathbf{Y}$  é a diagonal da razão de amortecimento.

Por fim, o lado direito da Equação (4.7) é apresentada da seguinte forma:

$$\Phi^T \mathbf{K}_{lr} \mathbf{q}_r(t) = \mathbf{K}_{lr} \mathbf{p}(t) \quad (4.11)$$

em que,  $\mathbf{p}(t)$  é o vetor de deslocamento devido ao perfil de pista das equações desacopladas. Diante disso, o resultado é um sistema de equações diferenciais não homogêneo, sendo possível resolvê-lo como se cada equação correspondesse a um grau de liberdade.

$$\ddot{r}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{r}_i(t) + \omega_i^2 r_i(t) = K_{lr} p_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.12)$$

Com a Equação (4.12), é possível visualizar a forma e a quantidade de equações para a viga em balanço com EF de placa e viga e a estrutura chassi, também com EF de placa e viga para as 3 condições de contorno estudadas. Obviamente, o resultado das equações desacopladas só é possível com os modos de vibração.

Assim, a mudança da expressão matemática da resposta no domínio do tempo para a frequência é feita pela Transformada de Fourier. Após as derivadas e a substituição dos resultados da Transformada de Fourier, obtêm-se a expressão:

$$-\omega^2 r_i(\omega) + i2\xi_i\omega\omega_i r_i(\omega) + \omega_i^2 r_i(\omega) = K_{lr} p_i(\omega) \quad (4.13)$$

Isolando,  $r_i(\omega)$ , o resultado da resposta no domínio da frequência é:

$$r_i(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 + i2\xi_i\omega\omega_i + \omega_i^2} K_{lr} p_i(\omega) \quad (4.14)$$

A Equação (4.13) e (4.14) são as formulações matemáticas essenciais para as análises no domínio da frequência da viga em balanço e da estrutura chassi.

Finalmente, a relação da PSD de entrada e a RPSD é dada pelo FRF e podem ser encontradas facilmente na fundamentação teórica através da Equação (3.22) e (3.23).

## 4.2 Comparação entre modelos estruturais diversos

A escolha do modelo estrutural para simulação de modelos em dinâmica pode comprometer os resultados, ou até mesmo, extrair respostas dinâmicas de maneira errada. Prever o comportamento de estruturas complexas é difícil na indústria, pois inúmeros parâmetros são relevantes. Entre eles, citam-se:

- Seleção do modelo discreto;
- Hipóteses simplificadoras que possam ser usadas em problemas dinâmicos;
- Determinação das forças e vinculações na estrutura;

Diante dos desafios, adota-se uma metodologia capaz de comparar elementos de placa e viga da viga em balanço, e estrutura chassi de um implemento rodoviário com diferentes condições de contorno e encontrar um único para os cálculos de vida em fadiga. O modelo deve ser confiável e não comprometer os resultados de todas as análises.

Os modelos estruturais de EF costumam ser de placa para realizar análises de tensões e viga para as simulações dinâmicas. As duas teorias estruturais clássicas são utilizadas nas simulações dos casos estudados para determinar a vida em fadiga:

- Hipóteses de Mindlin-Reissner para placas;
- Teoria de viga de Timoshenko;

Os elementos de placas empregados nesse trabalho são compostos por duas dimensões cartesianas comparáveis e, outra, com ordem de grandeza inferior, ou seja, uma placa semi-espessa que pode ser considerada apenas por seu plano médio. Conforme Ansys, 2016, elemento de placa ou SHELL281 tem 8 nós com 6 graus de liberdade cada: translação e rotação no eixos X, Y e Z.

Os elementos de vigas ou BEAM189 são elementos de barra tridimensional, sendo adequado para a análise de estruturas que possuem espessuras, como, por exemplo, vigas curtas e relativamente grossas. Considera os efeitos de deformação de cisalhamento ou por esforço cortante, pois se baseia na teoria de viga de Timoshenko. Trata-se de um elemento de viga quadrático com três nós possuindo seis graus de liberdade em cada nó [Ansys, 2016].

Algumas premissas são adotadas na modelagem da estrutura chassi e não devem ser esquecidas, pelas consequências que acarretam nos resultados:

- Não se objetiva determinar os parâmetros da dinâmica veicular lateral, mas, sim, as tensões atuando na estrutura;
- Pressupõe-se que os pneus estejam continuamente em contato com o solo e o veículo trafega em pistas a velocidades compatíveis;
- Para cada estado de pista considerado, o veículo supostamente trafega em linha reta, para frente e com velocidade constante, de modo que a dinâmica veicular não interfira no equilíbrio da estrutura;

Os subsistemas fixados na estrutura chassi são representados no modelo numérico através de elementos de massa. Esse elemento, MASS21, é formado por um nó com seis graus de liberdade: translação e rotação nos eixos X, Y e Z. O elemento de massa é acrescentado ao modelo no local do centro de gravidade do subsistema que este representa. Além disso, emprega-se elementos de viga rígidos para unir as massas concentradas com a estrutura da chassi, Figura 4.6 e Figura 4.14.

Os modelos estruturais da estrutura chassi são compostas por 3 tipos de vinculações e uniões diferentes do conjunto da suspensão tipo *tridem*.

O modelo 1 conta com elementos de mola representando os pneus e feixes de mola trapezoidal da suspensão tandem. O modelo ainda tem restrição de translação em X, Y e Z na base, Figura 4.6. O elemento de mola ou COMBIN14 é um elemento de tração e compressão uniaxial com 3 graus de liberdade em cada nó: translação nos eixos X, Y e Z. A rigidez ou amortecimento pode ser removido do elemento e não possui massa associado [Ansys, 2016].

O modelo 2 possui elementos rígidos unindo suspensão e estrutura chassi, sem elementos de molas para os pneus e apoio simples restringindo translação X, Y e Z, Figura 4.7.

Por sua vez, o último modelo conta com elementos rígidos unindo suspensão e estrutura chassi, sem elementos de molas para os pneus e não vinculada, Figura 4.8.

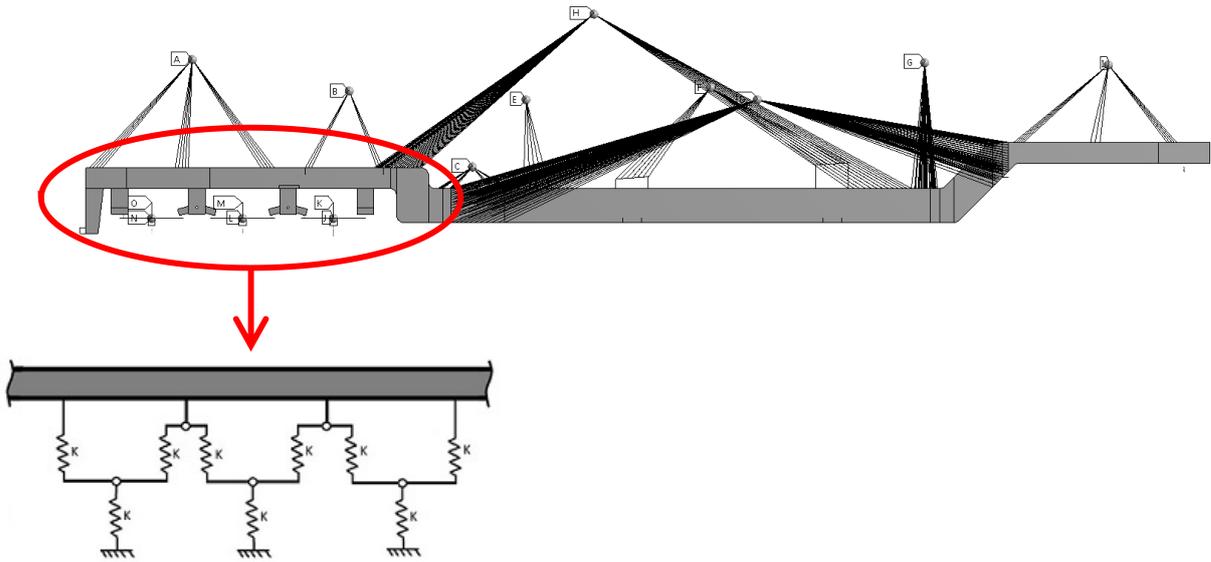


Figura 4.6 Condições de contorno da estrutura chassi do modelo 1

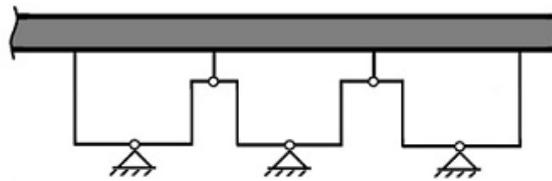


Figura 4.7 Condições de contorno da estrutura chassi do modelo 2

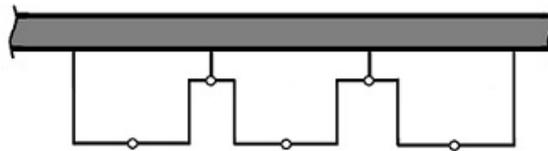


Figura 4.8 Condições de contorno da estrutura chassi do modelo 3

Hoje a forma comum de encontrar os deslocamentos globais, modos e frequências naturais, da estrutura chassi é através do modelo sem vinculação, isto é, de acordo com o último caso descrito. Além do mais, os primeiros 6 modos de vibração da estrutura são descartados por representar os movimentos de corpo rígido, 3 translações e 3 rotações.

### 4.3 Etapas principais da metodologia proposta

A resposta do problema no domínio do tempo e da frequência envolve diversas etapas, partindo das propriedades dos materiais até os cálculos da estimativa da vida em fadiga.

Procurando facilitar a compreensão de todos os passos realizados, esse capítulo descreve, sucintamente, as etapas principais da metodologia dessa dissertação.

#### 4.3.1 Propriedades dos materiais

As propriedades mecânicas do material são utilizadas como dados de entrada em todas as análises numéricas e rotinas de cálculos. Para fins de estudos, o material empregado tem comportamento elástico linear, e é um material isotrópico com pequenos deslocamentos. A Tabela 4.2 mostra as propriedades mecânicas do aço estrutural ASTM A36.

Tabela 4.2 Propriedades mecânicas do aço estrutural ASTM A36

Tensão de escoamento	2,5E+2 Mpa
Tensão de ruptura	4,6E+2 Mpa
Módulo de elasticidade	2,0E+5 Mpa
Coefficiente de Poisson	0,3
Densidade	7,85E+3 kg/m <sup>3</sup>

Observam-se valores típicos de aço de baixo carbono, também classificado como um aço estrutural comum na indústria. No entanto, a norma ASTM garante, principalmente, o valor mínimo de escoamento, quer dizer, propriedades mecânicas e, não, químicas.

Uma vez que o objetivo principal dessa pesquisa consiste em estimar a vida em fadiga buscam-se os parâmetros da curva S-N ou curva de Wöhler do aço estrutural ASTM A36 a partir de ensaios realizados por Higashida *et al.*, 1978, Tabela 4.3.

Tabela 4.3 Parâmetros da curva S-N do aço estrutural ASTM A36

Coefficiente de resistência a fadiga	1014 MPa
Expoente de resistência a fadiga	-0,132
Fator de inclinação da reta	7,576

A inclinação da curva S-N para baixos ciclos é desconsiderada, pois o objetivo não é o estudo da fadiga de baixo ciclo. Essa região da curva S-N é insignificante na vida em fadiga de altos ciclos como são tratados os casos aqui estudados.

Para casos em que a vida é relativamente grande, a partir de 10<sup>6</sup> ciclos, o material é ciclado sem apresentar falhas. Todavia, com o intuito de mostrar os resultados de vida em fadiga

para vidas além de  $10^6$  ciclos, não se considera a região para vida infinita de fadiga. A Figura 4.9 apresenta a curva S-N do aço estrutural ASTM A36 utilizada nas análises e cálculos.

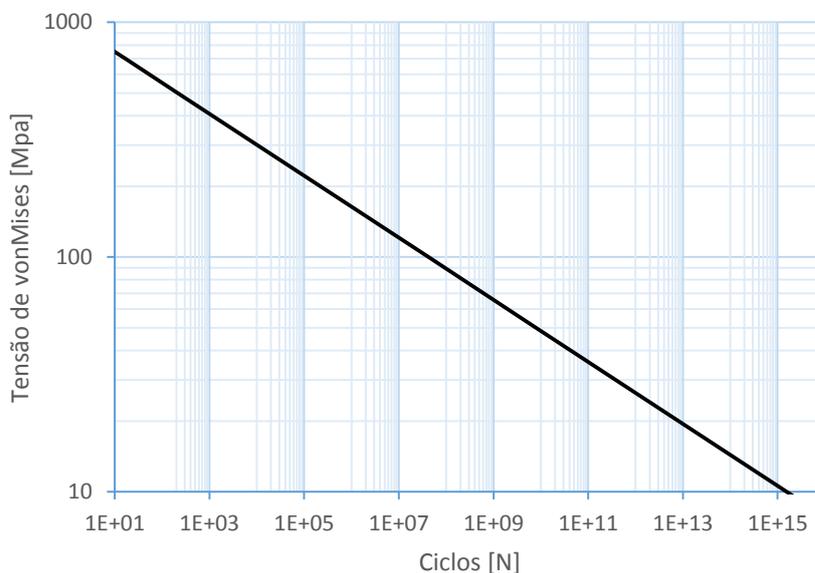


Figura 4.9 Curva S-N do aço estrutural ASTM A36 usada na pesquisa

### 4.3.2 PSD de deslocamento

Os perfis de pistas são obtidos de acordo com a forma estabelecida pela norma ISO 8608, 1995. As PSDs de deslocamento são consideradas irregularidades que causam excitações no modelo e classificadas na norma ISO 8608, 1995, como perfis de pistas.

O processo é aleatório, estacionário e ergódico, descrito completamente com uma única função de autocorrelação. Tais características, já descritas na fundamentação teórica, garantem que, em qualquer posição de tempo e de espaço, o espectro representante do perfil de pista seja sempre o mesmo. Assim, todos os pneus de um mesmo veículo estão submetidos ao mesmo espectro de potência.

As PSDs de deslocamento empregadas na base da viga em balanço e nas rodas e pino rei da estrutura chassi são classificadas como A, B e C. Opta-se por diferentes classes de pistas com o propósito de simular rodovias com perfis de rugosidades ótimas até condições medianas.

As velocidades de tráfego da viga em balanço e estrutura chassi são consideradas nos cálculos constante e por isso estuda-se diferentes valores, 30km/h e 60km/h. Seguindo a ISO 8608, 1995, utiliza-se nos cálculos a frequência espacial de referência, 0,1 ciclos/m, o expoente

da PSD para velocidades constantes, 2, o intervalo de frequências espaciais entre 0,011 e 2,83 ciclos/m e as médias geométricas da Tabela 3.1.

A rotina de cálculo para determinar as PSDs de deslocamento em função da frequência estão no apêndice B.

### 4.3.3 Sinal de deslocamento em função do tempo

O sinal de deslocamento em função do tempo dos perfis de pistas é obtido após os cálculos das PSDs de deslocamento conforme descrito anteriormente. O método utilizado é proposto por Shinozuka e Jan, 1972.

A melhor maneira de construir o vetor de deslocamento em função do tempo é discretizar a reta decrescente da PSD em diversos componentes iguais dentro da escala logarítmica. Essa metodologia pode ser evidenciada em Munari *et al.*, 2012, e Irvine, 2016.

A quantidade de subintervalos dentro do intervalo de frequências da PSD representa os componentes de cossenos do somatório. Munari *et al.*, 2012, recomendam usar 15 componentes ou mais para estabilizar o RMS, o expoente da PSD,  $w$ , e as médias geométricas,  $G_a(n_0)$ .

Da mesma maneira, eles sugerem simulações com perfis de pistas maiores que 4000 metros assegurando as hipóteses de um processo aleatório, estacionário e ergódico.

Adotam-se os valores das componentes de cossenos e distância dos perfis de pista recomendados pela pesquisa de Munari *et al.*, 2012.

A taxa ou frequência de amostragem do sinal de deslocamento é calculada com a finalidade de evitar problemas de *Aliasing* e respeitar o teorema de Nyquist. O teorema diz que a frequência de amostragem deve ser, no mínimo, igual a duas vezes a maior frequência que se está medindo para que o sinal original possa ser corretamente representado.

Ocorre que, a princípio, não se sabe o valor maior da frequência que estará presente no sinal, devido ao caráter aleatório dos perfis de pista, o que dificulta a definição da frequência de amostragem. Deve-se ressaltar que valores de frequência de amostragem abaixo do recomendado, resultam em erro de *Aliasing*, ao passo que altas frequências de amostragem resultam em dados redundantes e grande volume de informações a serem processadas e armazenadas [Cesário, 2012].

Será observado nos resultados da FRF que as maiores frequências com energia significativa são menores que 100 Hz. Dito isto, define-se a frequência de amostragem em 400 Hz.

Todo o equacionamento do sinal de deslocamento em função do tempo para classes de pistas A, B e C e velocidades 30km/h e 60km/h, implementadas estão no apêndice B.

#### 4.3.4 Análise transiente

A etapa da análise transiente tem como entrada o sinal de deslocamento em função do tempo e são usadas para determinar a resposta dinâmica da estrutura em termos de tensões equivalentes de vonMises que variam no tempo.

A resposta dinâmica do sistema da viga em balanço é obtida próximo do engaste na qual apresenta maiores tensões, ponto crítico da Figura 4.10 e Figura 4.11 para o modelo de placa e viga, respectivamente. No caso da estrutura chassi, o ponto crítico encontra-se na transição abrupta da viga I principal, onde a estrutura tinha manifestado falha, Figura 4.12 e Figura 4.13.

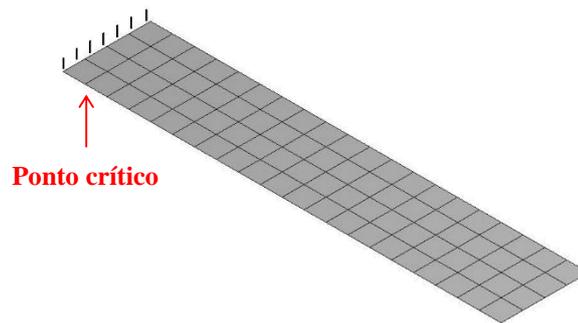


Figura 4.10 Ponto crítico da viga em balanço com EF de placa

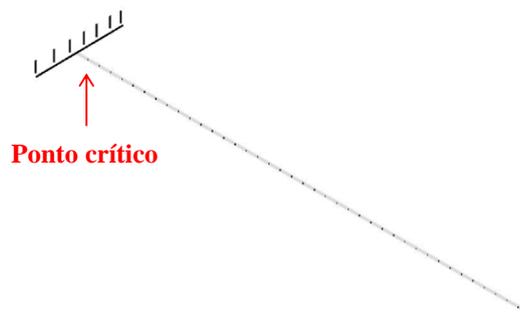


Figura 4.11 Ponto crítico da viga em balanço com EF de viga

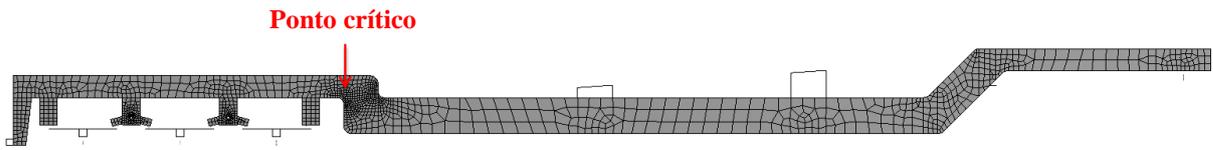


Figura 4.12 Ponto crítico da estrutura chassi com EF de placa



Figura 4.13 Ponto crítico da estrutura chassi com EF de viga

O *Software* usado utiliza como padrão o método de Newmark para integração numérica. O método pode ser entendido como uma extensão do método da aceleração linear, e originalmente foi proposto como forma de estabilidade incondicional para o método da aceleração média constante, também conhecido como regra do trapézio [Bathe, 1996].

Os efeitos não lineares podem ser desconsiderados por causa das pequenas deformações do material usado na análises. Incluir efeitos não lineares pode ser caro em termos de tempo de solução. Afirma-se que não é importante para os casos analisados na presente dissertação, pois não afetam a resposta dinâmica da estrutura.

A equação do movimento definida na proposta básica é usada nas análises transientes e os efeitos de inércia e amortecimento são considerados. Os elementos de molas do conjunto da suspensão da estrutura chassi são parâmetros determinados por fabricantes, conforme descrito na fundamentação teórica.

Assim como as molas trapezoidais, os pneus da estrutura chassi também apresentam rigidez e amortecimento que são considerados nas análises transientes. A Tabela 4.4 demonstra a rigidez e o amortecimento das molas e pneus do tipo 295/80 R22,5 utilizados no modelo numérico da estrutura chassi.

Tabela 4.4 Rigidez e amortecimento de cada mola e pneu

	Rigidez nominal	Amortecimento
Feixe de mola trapezoidal	2012 N/mm	0,7 N.s/mm
Pneu 295/80 R22,5	1100 N/mm	1,4 N.s/mm

Os subsistemas montados na estrutura chassi são fundamentais tanto para o funcionamento da usina de asfalto operando em campo como para o dimensionamento da própria estrutura chassi. As massas aplicadas na estrutura chassi são dadas pela Tabela 4.5.

Tabela 4.5 Carregamentos aplicados na estrutura chassi

Secador Rotativo Contra Fluxo e Roletes de Apoio	7300 kg
Queimador e Câmara de Combustão	800 kg
Misturador e Sistema de Injeção de Asfalto	2500 kg
Filtro de Mangas e Caracóis	3100 kg
Exaustor e Soprador	1500 kg
Elevador de Arraste	3200 kg
Tubulação de Gases	1200 kg
Silo Dosador	1800 kg
Câmara de Aspiração	750 kg
Conjunto roda pneu 1° eixo direita	600 kg
Conjunto roda pneu 1° eixo esquerda	600 kg
Conjunto roda pneu 2° eixo direita	600 kg
Conjunto roda pneu 2° eixo esquerda	600 kg
Conjunto roda pneu 3° eixo direita	600 kg
Conjunto roda pneu 3° eixo esquerda	600 kg

A Figura 4.14 indica a distribuição das massas ao longo da estrutura chassi.

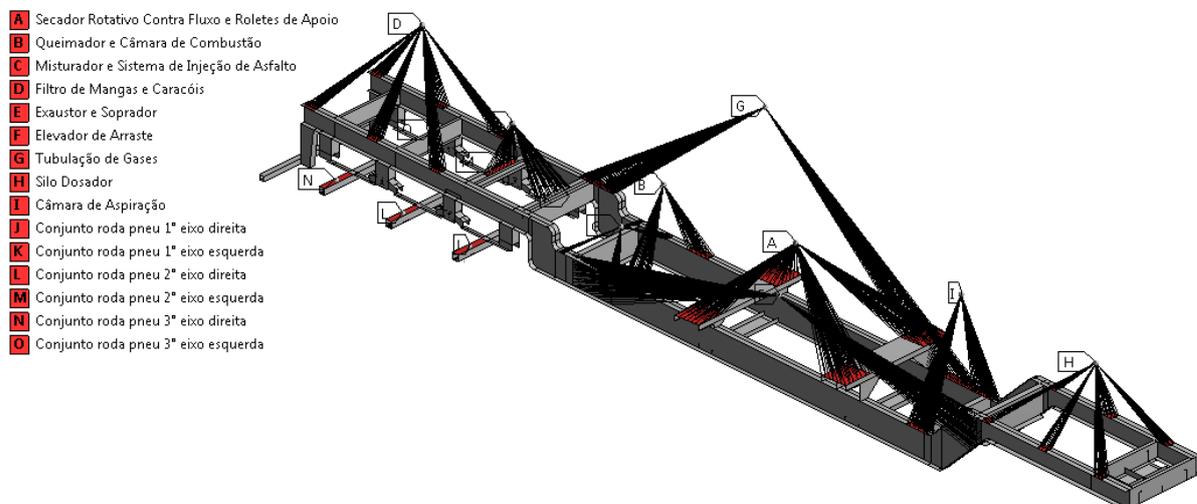


Figura 4.14 Distribuição de massas na estrutura chassi

A precisão da solução da análise transiente depende do passo de tempo de integração: quanto menor o passo de tempo, maior a precisão. Um passo de tempo muito grande introduz um erro que afeta a resposta e evidentemente um passo de tempo muito pequeno implica um alto custo computacional.

Na análise transiente é necessário configurar o passo de tempo inicial, passo de tempo mínimo e o passo de tempo máximo, Figura 4.15. Emprega-se a metodologia recomendada por Ansys, 2016, e Researchgate, 2016, para os cálculos dos passos de tempos.

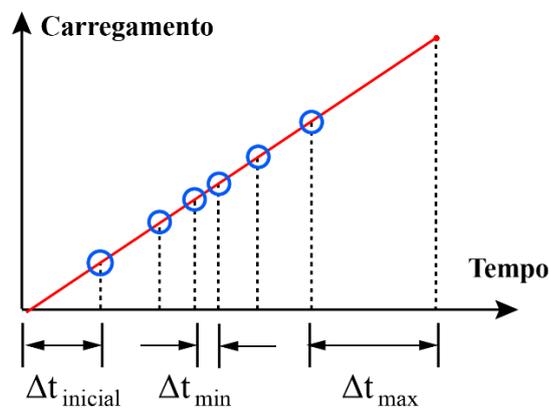


Figura 4.15 Passo de tempo inicial, mínimo e máximo da análise transiente [Ansys, 2016]

$$\Delta t_{inicial} = \frac{1}{20f_{max}} \quad (4.15)$$

O passo de tempo inicial,  $\Delta t_{inicial}$ , é dado pela maior frequência de interesse obtida na análise modal,  $f_{max}$ .

O passo de tempo mínimo,  $\Delta t_{min}$ , deve ser entre 100 a 1000 vezes menor que o passo de tempo inicial. Procurando diminuir o tempo total de processamento ou custo computacional, opta-se por utilizar nas análises transientes o valor maior, ou seja,

$$\Delta t_{min} = \frac{\Delta t_{inicial}}{100} \quad (4.16)$$

Por sua vez, o passo de tempo máximo,  $\Delta t_{max}$ , é definido da seguinte maneira:

$$\Delta t_{max} = \frac{T_1}{50} \quad (4.17)$$

sendo que,  $T_1$  é o período da menor frequência.

$$T_1 = \frac{1}{f_{min}} \quad (4.18)$$

em que,  $f_{min}$  da Equação (4.18) representa a menor frequência de interesse obtida na análise modal.

Definido o intervalo do passo de tempo entre o mínimo, Equação (4.16), e o máximo, Equação (4.17), além do passo de tempo inicial, Equação (4.15), ativa-se o modo automático do passo de tempo para o *Software* fazer os ajustes de acordo com as respostas de cada iteração.

Finalmente, estabelece o amortecimento estrutural de Rayleigh para resolver as equações do movimento atenuando os modos de vibrar reais do sistema equivalente não amortecido. Amplamente indicado para aplicação de um sistema ou material associado a perdas de energia por atrito, devido ao movimento relativo entre componentes e por contato intermitente nas articulações de estruturas.

O amortecimento estrutural de Rayleigh é calculado conforme equações apresentadas na fundamentação teórica. De tal modo, o fator de amortecimento aplicado é 0,05 incidindo sobre o modo de vibração da frequência que apresenta a maior amplitude na FRF e o multiplicador da matriz de massa é nulo, recomendado por Cai *et al.*, 2002, e Spears e Jensen, 2009.

#### 4.3.5 Análise modal

A análise fundamental da dinâmica de uma estrutura linear elástica é a análise modal, pois costuma dar uma ideia de como o modelo responderá a diferentes carregamentos dinâmicos. O objetivo principal dessa etapa é determinar os modos e as frequências naturais de vibração da viga em balanço e estrutura chassi.

Para os casos da viga em balanço de placa e viga, os 10 primeiros modos são considerados e utilizados nas outras etapas desse estudo. O mesmo acontece para o modelo 1 e 2 proposto para a estrutura chassi, a análise modal define os 10 primeiros modos de interesse. Já no modelo 3 os 6 primeiros modos encontrados são desconsiderados, pois representam os movimentos de corpos rígidos. No entanto, os 10 modos seguintes apresentam formas reais de deformação da estrutura e são analisados.

#### 4.3.6 FRF através da análise harmônica

A FRF tem como premissa uma excitação harmônica qualquer no modelo numérico. Devido a isso, a FRF via MEF é encontrada através da análise harmônica através de ferramentas comerciais.

Para a análise harmônica é inserido uma excitação na forma de aceleração na direção Y, vertical, com valor de 1g e direção Z, horizontal, também de 1g. Obtêm-se a FRF em termos de deslocamento no ponto crítico da viga em balanço e estrutura chassi.

Para os casos da viga em balanço e estrutura chassi com modelos estruturais diferentes se procede da mesma maneira.

#### 4.3.7 Modal Assurance Criterion

O índice de *MAC* compara os vetores modais das análises modais via EF. As matrizes dos modos de vibrar dos modelos estruturais de placas são comparadas com as matrizes dos modos de vigas. Os 10 primeiros modos obtidos de forma numérica são correlacionados em forma de matriz, onde cada valor é calculado conforme a Equação (3.15) da fundamentação teórica.

Os cálculos são feitos com os nós combinados dentro de um intervalo escolhido de 50 mm. Esse cálculo é realizado para cada posição das matrizes numéricas. Valores próximos à unidade indicam que o modelo numérico está convergindo.

De acordo com a fundamentação teórica, o ideal é uma matriz identidade, em que os elementos que pertencem à diagonal principal são sempre iguais a 1 e os outros elementos que não pertencem à diagonal principal são iguais a 0.

#### 4.3.8 Resposta em PSD

Nessa etapa, a PSD de deslocamento e a análise modal são dados de entrada para as simulações no domínio da frequência. A RPSD é dada pela tensão equivalente de vonMises em termos de PSD.

Os nós críticos utilizados para obter a RPSD são os mesmos da análise transiente.

As frequências naturais de interesse do sistema tanto da viga em balanço e estrutura chassi encontram-se entre a frequência mínima e máxima da PSD de entrada. Portanto, a faixa de frequência da RPSD engloba o mesmo intervalo da PSD de entrada.

#### **4.3.9 Cálculo da vida em fadiga no domínio do tempo**

O cálculo da vida em fadiga no domínio do tempo segue a teoria clássica e tradicional descrita na fundamentação teórica, ou seja, as tensões em função do tempo são usadas como dados de entrada para contagem dos ciclos pelo método de *Rainflow* segundo ASTM E 1049-85, após o acúmulo do dano é calculado de acordo com a regra de Palmgren-Miner. Por último, a vida em fadiga de ambos os casos e metodologias são obtidas dividindo o tempo de análise pelo dano.

Para a discretização do método de *Rainflow* é importante usar uma quantidade de barras para os cálculos, de modo que as tensões não sejam muito alteradas. Cada barra representa um intervalo de tensões fixas que são mapeados dos dados de entrada, as tensões em função do tempo. Os cálculos são feitos com 100 barras objetivando eliminar picos ou ruídos advindos da resposta das análises transientes.

A escolha do critério de acúmulo do dano segundo Palmgren-Miner se dá pela facilidade na implementação numérica, haja visto que sua formulação é linear e simples de ser aplicada, como também pela ampla utilização de seu modelo pelos autores estudados.

A rotina para os cálculos da vida em fadiga no domínio do tempo são compiladas no *Software* comercial. Sua implementação baseada na norma ASTM E 1049-85 pode ser facilmente encontrada na literatura, MathWorks, 2017.

#### **4.3.10 Cálculo da vida em fadiga no domínio da frequência**

A etapa do cálculo da vida em fadiga no domínio da frequência recebe os resultados das respostas em PSD de tensão de vonMises verificado no ponto crítico da viga em balanço e estrutura chassi.

Com isso, calculam-se os momentos espectrais ou momentos de área, parâmetros quantitativos e essenciais. Por fim, determina-se o dano e vida em fadiga via método de Banda Estreita, Dirlik, Wirsching e Light, Ortiz e Chen, Benasciutti e Tovo, Alpha 0,75 e Zhao e Baker da presente dissertação.

Os cálculos da vida em fadiga no domínio da frequência são implementados no *Software* comercial, apêndice C, e segui a proposta de implementação de Santos, 2015, para o cálculo do dano e vida em fadiga por Dirlik e Mršnik *et al.*, 2013, para os outros métodos, Wirsching e Light, Ortiz e Chen, Benasciutti e Tovo, Alpha 0,75 e Zhao e Baker.

Para limitar o nível de tensões da PDF dos métodos estudados utiliza-se a forma de Bishop, 1988.

$$S_{ls} = 2\sqrt{2}\sqrt{m_0} \quad (4.19)$$

em que,  $S_{ls}$  é o limite superior de integração, proposto conforme Equação (4.19).

Por último, opta-se pela mesma quantidade de barras para computar a PDF usada no método de contagem de ciclos de *Rainflow*, 100 barras.

## 5 RESULTADOS

Os resultados aqui apresentados visam à aplicação prática do tema estudado em dois casos, viga em balanço e estrutura chassi de um implemento rodoviário. O presente capítulo se refere à informação de que a aplicação da metodologia proposta é viável e pertinente, porém muitos fatores podem influenciar nos resultados da vida em fadiga no domínio do tempo e da frequência. Por isso, aconselha-se validar os resultados numéricos do comportamento dinâmico de estruturas, experimentalmente. Ressaltam-se os cuidados na interpretação em torno das estimativas dos resultados devido aos métodos empíricos empregados.

A viga em balanço e a estrutura chassi dividem os resultados em duas etapas, a primeira visa a viabilizar o método de análise para o analista utilizar em diversos casos práticos da engenharia. Posteriormente, a análise da estrutura chassi serve de apoio para casos reais da indústria como outros tipos de implementos rodoviários.

Nesse contexto, o objetivo desse capítulo visa comparar os resultados dos dois casos, viga em balanço e estrutura chassi, com modelos numéricos de EF distintos e, principalmente, confrontar metodologias de cálculo da vida em fadiga.

### 5.1 Geração dos perfis de pistas

Os resultados dos perfis de pistas são obtidos da rotina desenvolvida para usar como sinal de entrada para as análises de sistemas dinâmicos. As excitações na viga em balanço e estrutura chassi são provenientes desses espectros inseridos na base, pneus e pino rei. Lembrando que, os deslocamentos são restritos em 9 nós na viga em balanço com EF de placa e 1 nó com EF de viga, já a estrutura chassi, 7 nós com EF de placa e viga. Portanto, a trajetória vertical do pneu segue, fielmente, os perfis de pistas apresentados nessa secção.

Os valores de velocidade adotados na presente aplicação são 30 km/h e 60 km/h. As classes de pistas utilizadas nas simulações são classificadas como excelente, A, boa, B e razoável, C, [Hougaz, 2005]

A Figura 5.1 mostra as PSDs de deslocamento em função da frequência das classes de pistas e velocidades utilizadas. O intervalo da frequência varia de acordo com a velocidade, ou seja, para 30 km/h têm-se 0,1 à 23,6 Hz e para 60 km/h 0,2 à 47,2 Hz.

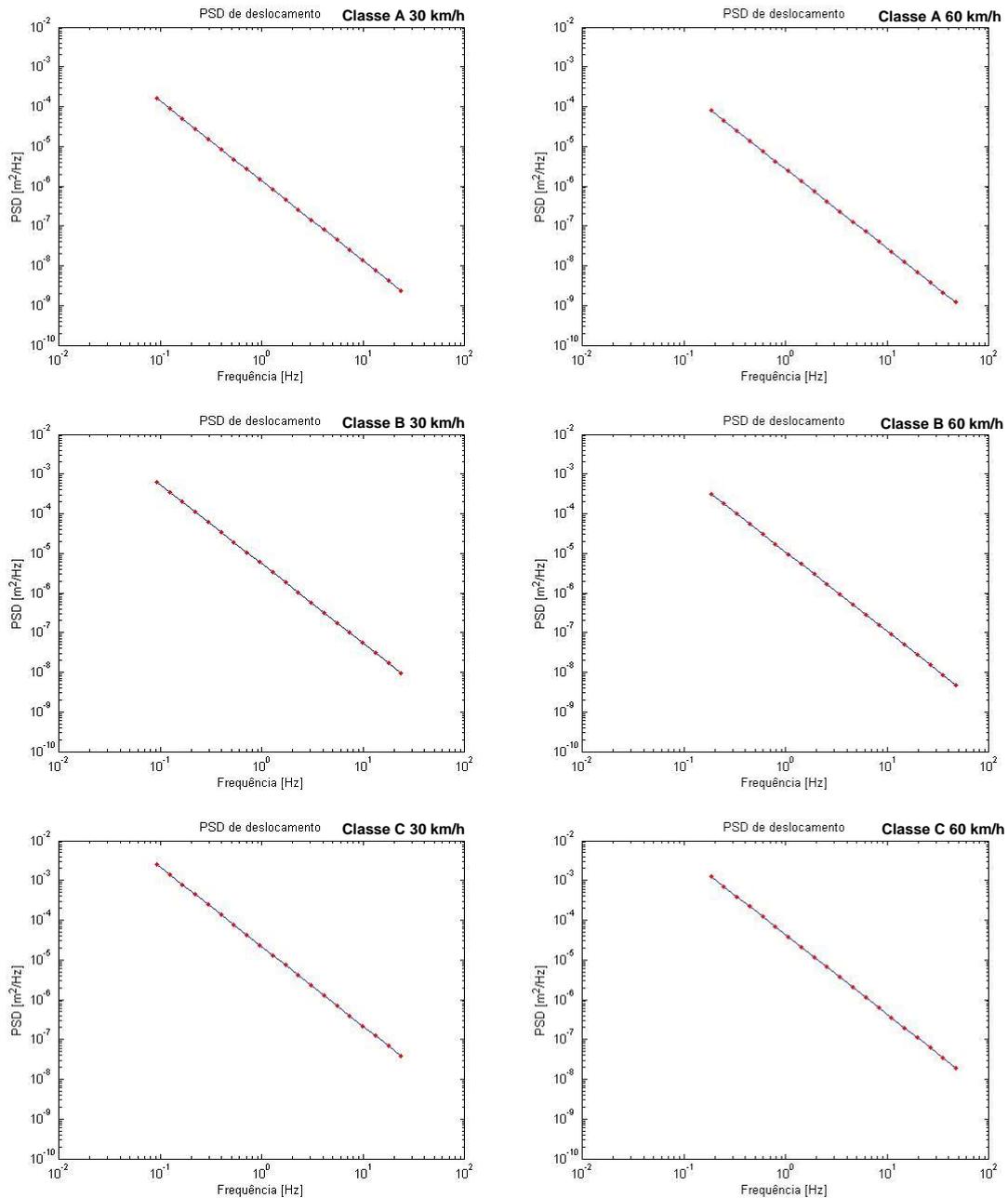


Figura 5.1 PSD de deslocamento das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

Observa-se que a frequência aumenta de acordo com a velocidade, assim como a PSD dada em  $m^2/Hz$  aumenta conforme a qualidade da pista. O valor do eixo da PSD é fixada num intervalo entre  $10^{-10}$  e  $10^{-2}$   $m^2/Hz$  evidenciando o incremento dos valores das classes de pistas, A, B e C, respectivamente.

Os pontos vermelhos nas retas decrescente das PSDs indicam a quantidade de componentes ou cossenos do somatório proposto por Shinozuka e Jan, 1972. Nota-se que todas as PSDs são discretizadas com 20 componentes dentro da escala logarítmica, para

posteriormente, gerar o sinal de deslocamento em função do tempo de forma aleatória e ergódica.

O tempo total do sinal de deslocamento criado a partir da PSD de deslocamento é menor para 60 km/h comparado com 30 km/h. A distância de pista percorrida é igual para ambas as velocidades, levando tempos diferentes para a viga em balanço e a estrutura chassi completar o percurso de 4000 metros. Os sinais de deslocamento encontrados para cada classe de pista e velocidades estão na Figura 5.2.

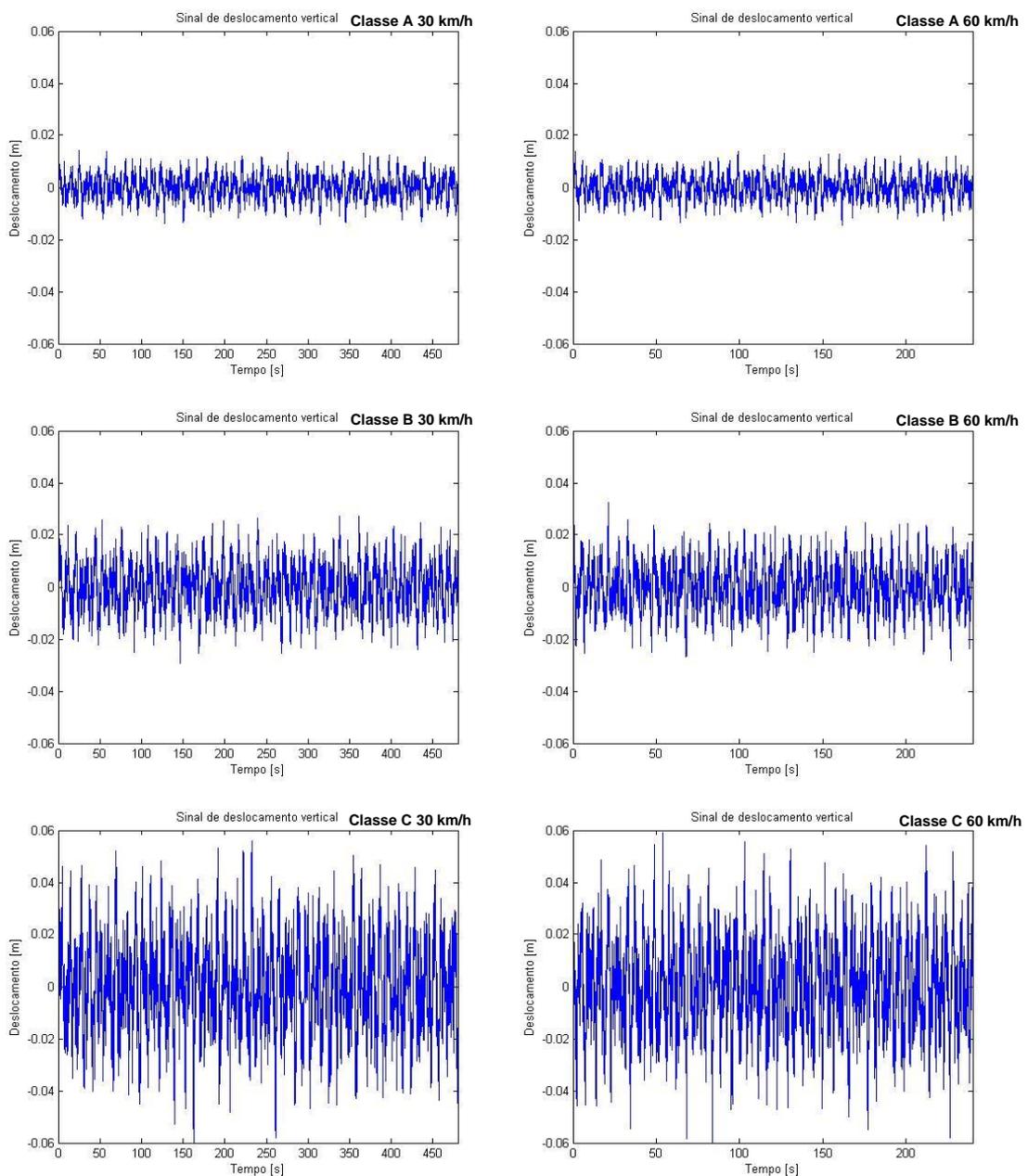


Figura 5.2 Sinal de deslocamento em função do tempo das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

Assim como a PSD de deslocamento, opta-se por manter o mesmo intervalo do eixo do deslocamento para verificar as diferenças de amplitudes de uma classe para a outra. Logo, os resultados de deslocamento das classes de pistas, A, B e C, apresentam um aumento sucessivo das amplitudes de excitações. Os valores dos deslocamentos verticais são expressos em metros, seguindo a unidade padrão da PSD de deslocamento proveniente da ISO 8608, 1995. O tempo total do sinal de deslocamento para velocidade de 30 km/h é 480 segundos, sendo o dobro de 60 km/h, 240 segundos.

Visualmente, os sinais tem caráter aleatório admitindo o fenômeno estatístico necessário para perfis de pistas das vias automotivas. Afirma-se que as propriedades como o RMS são invariantes para cada função amostrada classificando o processo como ergódico. Como as distribuições estatísticas dos componentes das PSDs são independentes para qualquer intervalo do tempo, o sinal de deslocamento das classes de pistas são processos estacionários.

Nas secções subsequentes, os resultados da análise são divididos em duas etapas principais, a viga em balanço e a estrutura chassi. Cada uma aborda os tipos de EF estudados através dos resultados das principais análises dinâmicas estruturais, análise modal e FRF.

## **5.2 Estudo de caso 1 – Viga em balanço**

A viga em balanço é um modelo hipotético, não necessariamente de um veículo, que visa eliminar a complexidade geométrica da análise, tornando mais comparáveis modelos numéricos compostos por EF de diferentes graus de complexidade estrutural. Citam-se modelos numéricos de EF de placa, viga, elasticidade 3D etc. Dessa forma, procura-se concentrar os erros nos modelos de fadiga empregados.

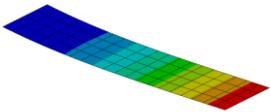
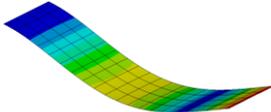
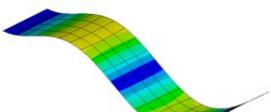
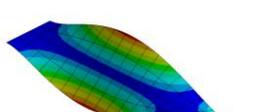
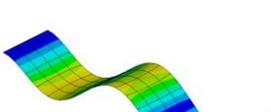
### **5.2.1 Modelo em Elementos Finitos de placa**

#### **5.2.1.1 Análise modal**

As condições de contorno da análise modal influenciam na resposta do problema e são importantes para a viga em balanço. Considerando a restrição das translações e rotações em X, Y e Z na base, nos quais, posteriormente, os deslocamentos são inseridos, verificam-se os 6 primeiros modos de vibração e as frequências naturais na Tabela 5.1. Os 10 primeiros modos são adquiridos dentro da faixa de frequência estipulada, 0 a 600 Hz, porém selecionam-se os 6

primeiros. Quando a estrutura é posta em ressonância, os deslocamentos globais dos modos diminuem conforme o avanço dos mesmos. Assim, os modos acima do sexto geram deflexões globais insignificantes e são ignorados nas análises modais.

Tabela 5.1 Modos e frequências naturais da viga em balanço com EF de placa

Modo	Figura	Frequência	Comportamento
1		6,61 Hz	Flexão pura.
2		41,35 Hz	Segundo modo de flexão.
3		65,73 Hz	Torção pura.
4		116,00 Hz	Terceiro modo de flexão.
5		201,06 Hz	Segundo modo de torção.
6		228,06 Hz	Quarto modo de flexão

Os resultados mostram comportamentos clássicos de casos simples e coerentes com as análises analíticas, facilmente encontradas na literatura. O primeiro modo de torção da viga em balanço possui 65,73 Hz e está em um modo baixo, modo 3, provando a correta escolha das dimensões de 2x100x500 mm. Os modos torcionais são fundamentais e devem ser obtidos, pois representam as formas reais de vibrar de estruturas como um chassi.

Obtêm-se quatro modos de flexão e dois modos de torção pura entre o modo 1 e o modo 6 da viga em balanço. Verifica-se também que a maior diferença entre as frequências, 84%, está no modo 1 e 2, flexão pura e segundo modo de flexão.

O modo 1 apresenta maior amplitude e a frequência natural está dentro do intervalo das frequências de excitações dos perfis de pistas. Além disso, veículos costumam ser excitados com frequências naturais abaixo de 10 Hz.

### 5.2.1.2 Função Resposta em Frequência

A FRF do primeiro estudo de caso, viga em balanço, com EF de placa é determinada através da análise harmônica após os resultados da análise modal. Utilizou-se o método da superposição modal, com os modos previamente obtidos. Restringindo na base e inserindo a excitação descrita na metodologia, chega-se à FRF, Figura 5.3.

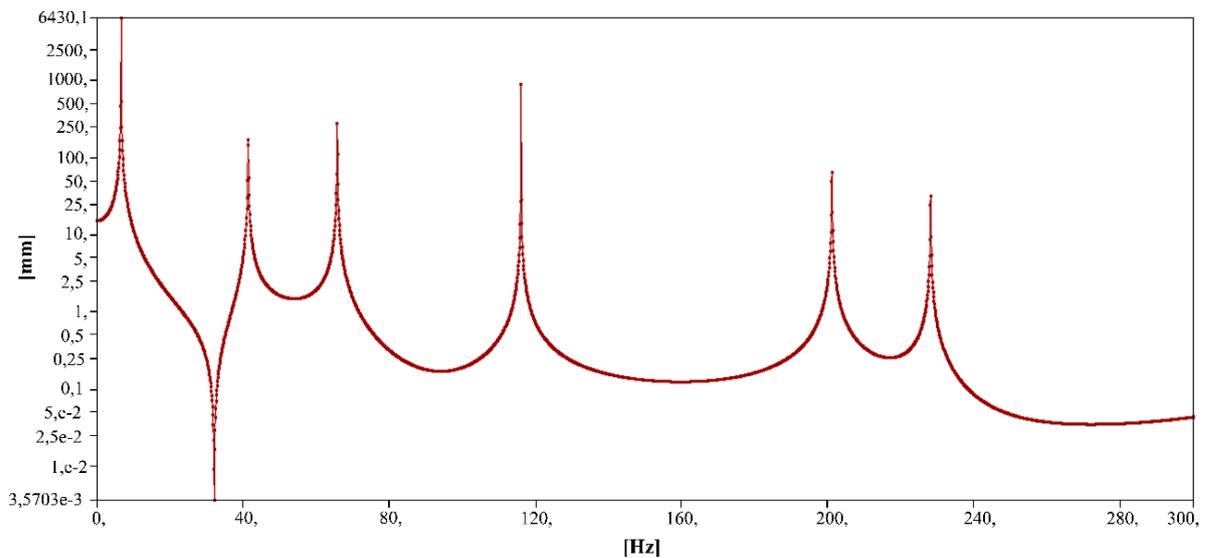


Figura 5.3 FRF da viga em balanço com EF de placa

A frequência de varredura aplicada na análise harmônica é de 0 a 300 Hz e a amplitude é caracterizada em termos de deslocamentos na escala logarítmica. O modo 1 apresenta a maior amplitude em deslocamento e o valor da frequência coincide com a frequência natural verificada na análise modal, 6,61 Hz.

De forma geral, observa-se que todos os 6 modos são bem representados na FRF com altos picos. No entanto, os picos e vales dos modos 5 e 6 apresentam um decréscimo na amplitude provando a tendência da diminuição do valor com o aumento dos modos.

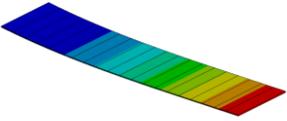
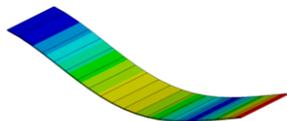
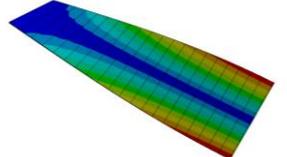
## 5.2.2 Modelo em Elementos Finitos de viga

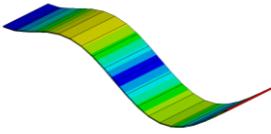
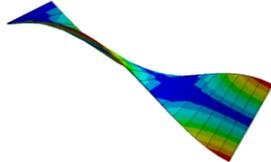
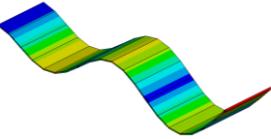
### 5.2.2.1 Análise modal

A análise modal do modelo em EF de viga é mais simples e rápida, computacionalmente, devido às características do tipo do elemento. No entanto, existem desvantagens como a precisão dos resultados. A comparação entre EF de placa e viga apresentada posteriormente, traz recomendações importantes em torno da seleção de um único modelo estrutural.

Os EF de viga das imagens com as formas de vibrar inseridas na Tabela 5.2, são apenas representativos. Conforme mencionado na metodologia, capítulo 4, os elementos de viga ou BEAM 189 utilizados nas análises são compostos por três nós possuindo seis graus de liberdade em cada nó.

Tabela 5.2 Modos e frequências naturais da viga em balanço com EF de viga

Modo	Figura	Frequência	Comportamento
1		6,52 Hz	Flexão pura.
2		40,88 Hz	Segundo modo de flexão.
3		62,56 Hz	Torção pura.

4		114,44 Hz	Terceiro modo de flexão.
5		187,67 Hz	Segundo modo de torção.
6		224,26 Hz	Quarto modo de flexão

Os comportamentos, as formas de vibrar e as frequências naturais estão bem caracterizados. O modo 1, flexão pura, 6,52 Hz tem maior deslocamento na extremidade da viga em balanço. O modo 2, segundo modo de flexão, 40,88 Hz apresenta dois pontos sem deslocamento e dois pontos com flexão positiva e negativa.

As frequências naturais dos modos apresentam diferença entre o modo 1 e o 2 de 84%, afirma-se que essa é a maior variação dos 6 modos estudados, assim como os modos e frequências naturais da viga em balanço com EF de placa.

#### 5.2.2.2 *Função Resposta em Frequência*

Da mesma maneira que a FRF da viga em balanço com EF de placa, identificam-se as amplitudes e frequências naturais em um gráfico da FRF da viga em balanço com EF de viga.

A Figura 5.4 mostra a FRF da viga em balanço com EF de viga realizada por meio da análise harmônica.

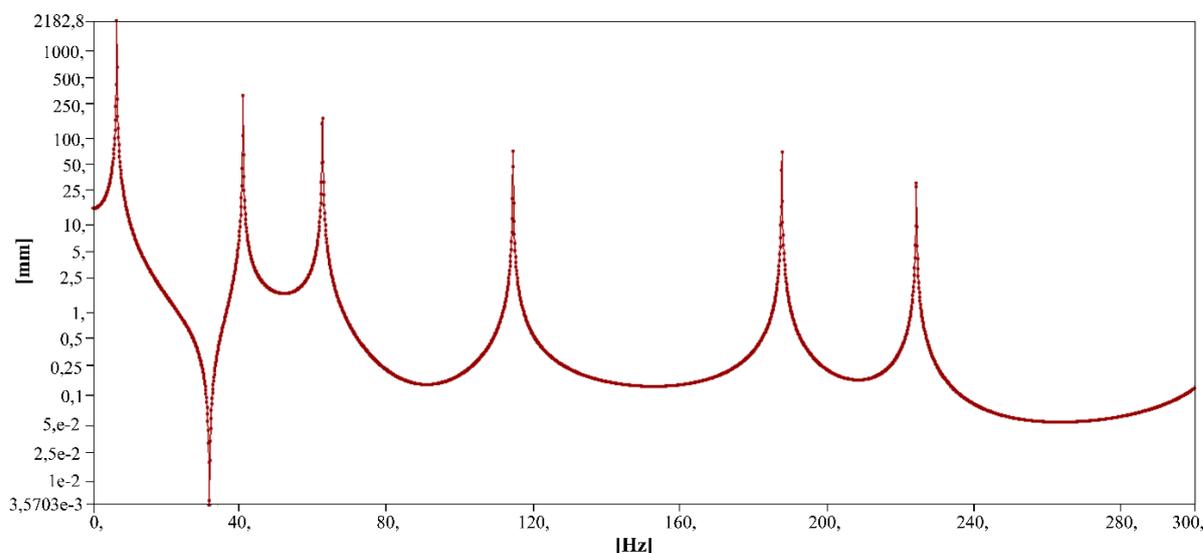


Figura 5.4 FRF da viga em balanço com EF de viga

Percebem-se 6 picos característicos dos modos de vibrar dentro do intervalo de frequências de 0 a 300Hz indicados na análise modal. Conforme se esperava, as frequências de cada pico da FRF são as mesmas calculadas na análise modal.

Apesar do modo 5 apresentar amplitude similar ao modo 4, os vales e o pico após o modo 5 exibem um declínio típico do aumento dos modos para o caso da viga em balanço.

O modo 1 tem a maior amplitude em termos de deslocamentos sendo o mais crítico diante das falhas estruturais quando submetido a excitações com frequências de 6,52 Hz.

### 5.3 Estudo de caso 2 – Estrutura chassi

Este modelo foi escolhido por contemplar um caso não acadêmico, e, portanto, adicionando erros inerentes da modelagem de geometrias complexas, além do uso de EF diversos.

Após a apresentação dos resultados da viga em balanço, para obter a resposta da análise dinâmica modal e FRF de EF de placa e viga, pode-se simular, numericamente, a estrutura chassi com 3 diferentes condições de contorno previamente detalhadas.

As próximas secções estão estruturadas da mesma forma que a viga em balanço, ou seja, análise modal e FRF do modelo em EF de placa seguidos da análise modal e FRF do modelo em EF de viga.

A estrutura chassi conta com dois tipos de EF de cada condição de contorno para, posteriormente, comparar os modelos estruturais de EF e vinculações e uniões.

### 5.3.1 Modelo em Elementos Finitos de placa

O modelo de EF de placa costuma apresentar resultados melhores diante do EF de viga, entretanto o custo computacional é maior. Com o objetivo de dar mais ênfase a EF de placa, verifica-se que as análises dinâmicas dessa dissertação, destacando a estrutura chassi, iniciam-se pelo EF de placa.

O modelo em EF de placa conta com duas análises dinâmicas para cada CC estudada, análise modal e FRF.

#### 5.3.1.1 Análise modal

A análise modal da estrutura chassi com EF de placa é realizada com diferentes condições de contorno que foram descritas na metodologia. Os 10 primeiros modos são adquiridos dentro da faixa de frequência estipulada, 0 a 600 Hz, porém apenas os 6 primeiros modos de vibrar reais da estrutura chassi são abordados.

Os resultados das frequências naturais e comportamentos dos respectivos modos da estrutura chassi com EF de viga, encontrados na análise modal, estão na Tabela 5.3, Tabela 5.4 e Tabela 5.5.

Tabela 5.3 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 1

Modo	Frequência	Comportamento
1	0,49 Hz	Torção frontal.
2	1,46 Hz	Torção pura fora de fase.
3	1,49 Hz	Torção pura fora de fase.
4	1,78 Hz	Flexão vertical. Barriga clássica.
5	1,99 Hz	Flexão lateral e torção em fase.
6	2,61 Hz	Flexão lateral com torção no centro.

As frequências naturais observadas são valores típicos de uma estrutura chassi, que costumam apresentar determinada rigidez para uma massa alta e conseqüentemente baixas frequências naturais.

A suspensão tem fundamental participação nos resultados das frequências. A rigidez dos feixes de molas permite deslocamento de acordo com as amplitudes, trazendo formas reais de vibração da estrutura chassi. Os modos da Tabela D.1 do apêndice D ilustram a flexibilidade da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 1.

Tabela 5.4 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 2

Modo	Frequência	Comportamento
1	0,53 Hz	Torção frontal.
2	1,48 Hz	Flexão lateral.
3	1,88 Hz	Flexão lateral com torção frontal.
4	2,87 Hz	Flexão vertical. Barriga clássica.
5	2,96 Hz	Flexão lateral com torção no centro.
6	3,49 Hz	Flexão lateral fora de fase.

Os resultados do modelo 2 indicam pequenas variações das frequências naturais entre um modo e outro. No entanto, o modo 1 e 6 possuem diferença de 85% nos valores encontrados das frequências naturais. Outra observação, é a proximidade das frequências naturais do modo 4 e 5, diferença de 3%.

A estrutura chassi com ligações rígidas e apoio simples entre pista e suspensão, restringe alguns movimentos da parte traseira da estrutura chassi. As imagens da Tabela D.2 do anexo D ilustram com detalhes as formas de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 2.

Tabela 5.5 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa referente ao modelo 3

Modo	Frequência	Comportamento
1	0,80 Hz	Torção pura fora de fase.
2	1,54 Hz	Flexão lateral em fase.
3	1,89 Hz	Flexão lateral com torção em fase.
4	2,87 Hz	Flexão vertical. Barriga clássica.
5	3,02 Hz	Flexão lateral fora de fase.
6	3,89 Hz	Flexão lateral em fase.

O modelo 3 da estrutura chassi tem frequências naturais que contribuem para o sistema a partir de 0,8 Hz. Outros 6 modos incoerentes com o sistema, aparecem antes com frequências naturais nulas devido aos modos de movimento de corpo rígido.

A estrutura chassi sem nenhuma restrição relativa à pista, tanto no pino rei quanto na suspensão, vibra livremente ocultando alguns modos, Tabela D.3 no anexo D. O modo 5 e 6 mostram travessas excitando nas suas respectivas frequências naturais, modificando o deslocamento global ou forma dos modos de vibrar da estrutura chassi.

### 5.3.1.2 Função Resposta em Frequência

A FRF da estrutura chassi é apresentada com intervalos de frequências diferentes para cada modelo, 0 a 6 Hz para o modelo 1, 0 a 9 Hz modelo 2 e 0 a 8 Hz modelo 3. Por sua vez, a amplitude é plotada em termos de deslocamentos.

A excitação para obtenção da FRF é harmônica e inserida em todo o modelo, 1g vertical e horizontal, conforme descrito na metodologia. Os resultados alcançados da FRF da estrutura chassi com EF de placa de cada modelo estão na Figura 5.5, Figura 5.6 e Figura 5.7.

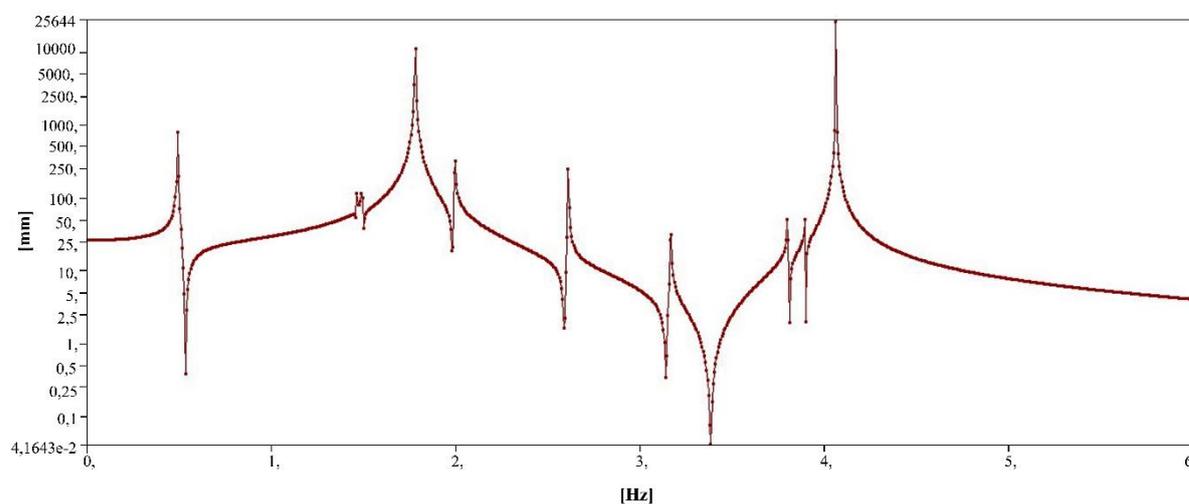


Figura 5.5 FRF da estrutura chassi com EF de placa do modelo 1

Obtêm-se mais de 6 picos por causa do intervalo definido de 0 a 6 Hz. Sendo assim, a FRF mostra o modo 7, 8, 9 e 10, além dos 6 primeiros. Como verificado na análise modal, o modo 2 e 3 possuem diferença de apenas 0,3 Hz, as amplitudes de ambos são similares e menores comparado com outros picos da FRF.

Desconsiderando o último modo ou pico, o modo 4 evidencia a maior amplitude da FRF. A flexão vertical é um modo fundamental e típico da estrutura chassi de implementos rodoviários.

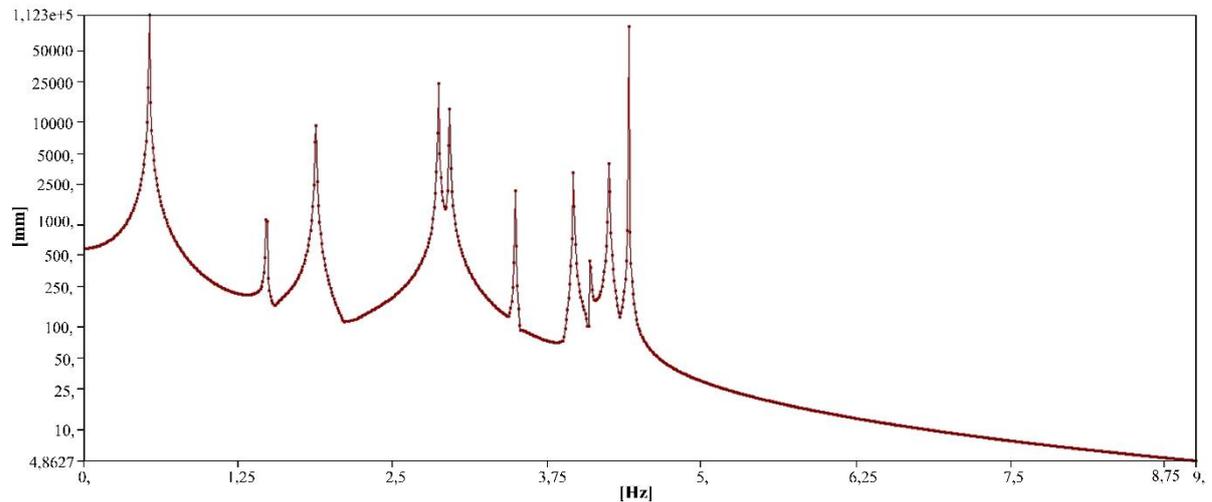


Figura 5.6 FRF da estrutura chassi com EF de placa do modelo 2

O gráfico da FRF do modelo 2 mostra vales com mudanças abruptas e muitas frequências naturais próximas umas das outras, mesmo desconsiderando os modo após o modo 6. Apesar de conter 10 picos diferentes e bem definidos, eles estão mal distribuídos em termos de frequências naturais.

O modo 4, flexão vertical é a segunda maior amplitude dos 6 primeiros modos e modo 1, torção frontal, manifesta a maior amplitude.

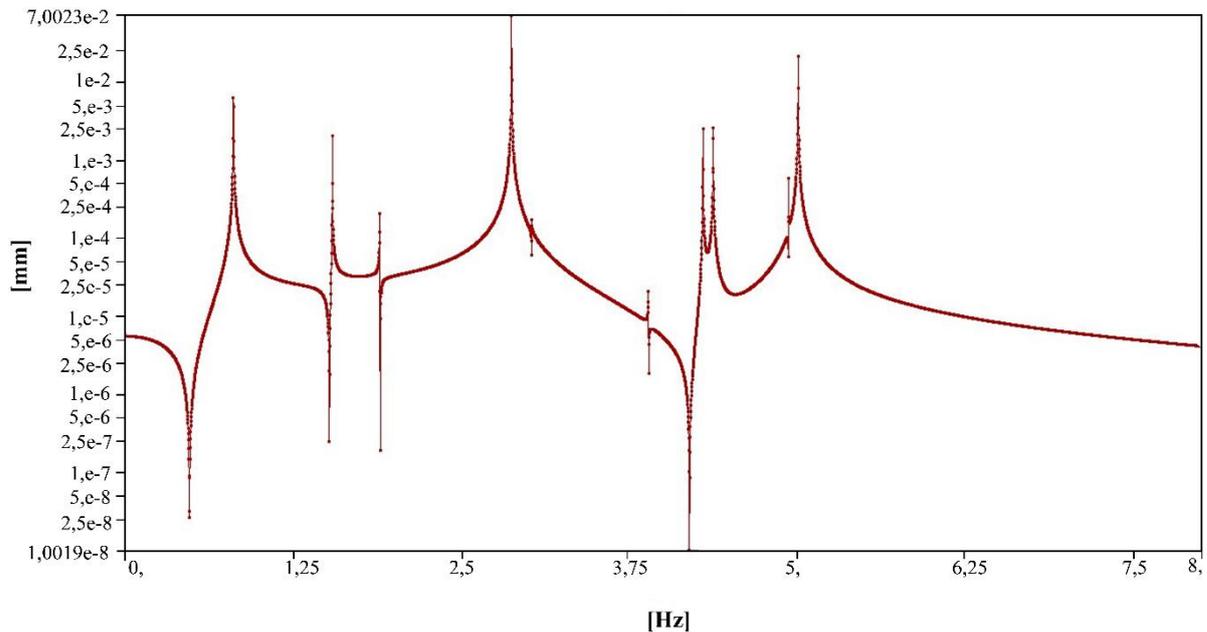


Figura 5.7 FRF da estrutura chassi com EF de placa do modelo 3

Lembrando que apenas as frequências dos picos estão relacionadas com as respostas da análise modal. Logo, todos os vales das FRFs podem ser ignorados.

O modo 4, flexão vertical, 2,87 Hz apresenta a maior amplitude com a importância destacada nos modelos de condições de contorno anteriores.

### 5.3.2 Modelo em Elementos Finitos de viga

A estrutura chassi com EF de viga possui suas peculiaridades. Não é tão simples obter resultados coerentes como a viga em balanço, o modelo deve ter flexibilidade razoável para alcançar os modos e frequências naturais corretas ou próximas do caso real.

Os resultados de sistemas dinâmicos de muitos modelos numéricos no âmbito acadêmico são obtidos com EF de viga. Contudo, casos complexos, como a estrutura chassi, são muito difíceis de se extrair valores corretos na análise modal e FRF. As formas de vibração dos modos podem representar formas erradas de deflexão e torção da estrutura chassi, e as frequências naturais tendem a ser maiores que os casos reais, devido à maior rigidez. Esses cuidados necessitam ser tomados para correta interpretação dos resultados.

Os resultados da estrutura chassi com EF de viga através dos 3 modelos propostos são apresentados nas seções seguintes.

### 5.3.2.1 Análise modal

Para a estrutura chassi com EF de viga, são realizadas análises numéricas modais com as mesmas condições de contorno anteriores. Sabendo que o objetivo é comparar os tipos de EF empregados nas análises, a análise modal da estrutura chassi com EF de viga segue demonstrando os resultados de cada modelo.

Os resultados das frequências naturais e comportamentos dos respectivos modos da estrutura chassi com EF de viga, encontrados na análise modal, estão na Tabela 5.6, Tabela 5.7 e Tabela 5.8. As imagens das formas de vibrar dos três modelos da estrutura chassi com EF de viga são apresentados na Tabela D.4, Tabela D.5 e Tabela D.6 do apêndice D.

Tabela 5.6 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de viga referente ao modelo 1

Modo	Frequência	Comportamento
1	0,45 Hz	Flexão lateral.
2	0,83 Hz	Torção frontal.
3	1,76 Hz	Torção pura fora de fase.
4	2,24 Hz	Flexão vertical. Barriga clássica.
5	2,51 Hz	Flexão lateral e torção em fase.
6	3,35 Hz	Flexão lateral com torção no centro.

O comportamento e as frequências naturais são adequados para uma estrutura chassi de um implemento rodoviário com base em valores da literatura. Nenhum modo apresenta frequência natural próxima um do outro. Dessa forma, o estudo de comparação com EF de placa é mais assertivo, uma vez que os modos não estão agindo juntos.

Tabela 5.7 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de viga referente ao modelo 2

Modo	Frequência	Comportamento
1	0,46 Hz	Flexão lateral.
2	1,04 Hz	Torção frontal.
3	2,34 Hz	Flexão lateral com torção frontal.
4	3,85 Hz	Flexão vertical. Barriga clássica.
5	4,24 Hz	Flexão lateral fora de fase.
6	4,77 Hz	Suporte vibrando. Desconsiderar modo.

Observam-se que as frequências naturais do modelo 2 são maiores que as do modelo 1 a partir do modo 2 e, sucessivamente, até o modo 6. O último modo, modo 6, indica a vibração de um suporte ou travessa que invalida o resultado da frequência, comportamento e forma de vibrar desse modo.

Tabela 5.8 Frequências naturais e comportamentos dos modos de vibrar da estrutura chassi com EF de viga referente ao modelo 3

Modo	Frequência	Comportamento
1	0,48 Hz	Torção em fase.
2	1,70 Hz	Torção pura fora de fase.
3	2,70 Hz	Flexão lateral com torção em fase.
4	3,72 Hz	Flexão vertical. Barriga clássica.
5	4,66 Hz	Flexão lateral em fase.
6	4,91 Hz	Flexão lateral fora de fase.

Por fim, compara-se modo a modo do modelo 3 com o modelo 2 e verifica-se frequências naturais maiores no modelo 3, exceto o modo 4, flexão vertical. Estruturas com EF de viga costumam apresentar rigidez maior e assim frequências naturais altas.

### 5.3.2.2 *Função Resposta em Frequência*

A FRF da estrutura chassi com EF de viga de cada modelo proposto são análises harmônicas mais simples em termos de graus de liberdades e, obviamente, custo computacional. Assim, como as outras análises da FRF do caso da viga em balanço, o método de superposição é empregado. A Figura 5.8 mostra os resultados do modelo restringido com molas, Figura 5.9, modelo sem molas com apoio simples e finalmente, Figura 5.10, modelo com uniões rígidas e livres entre pista e estrutura chassi.

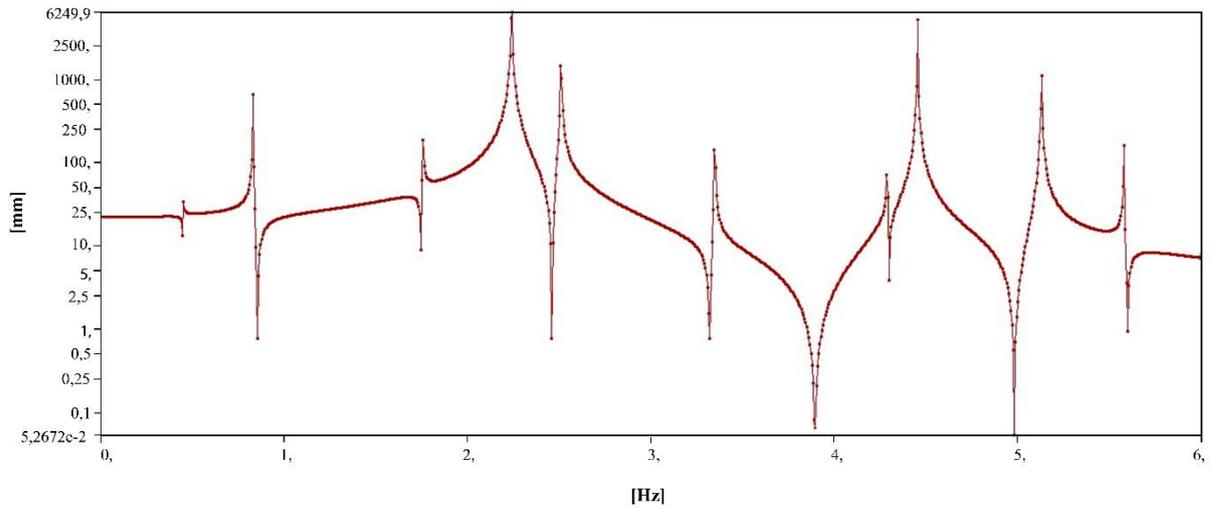


Figura 5.8 FRF da estrutura chassi com EF de viga modelo 1

Verifica-se o modo 4, 2,24 Hz, com maior amplitude comparado com os outros. Após o modo 4 as amplitudes diminuem conforme o aumento dos modos até o modo 7. O modo 8 mostra um pico com amplitude alta, porém os modos de interesse para avaliação são os 6 primeiros.

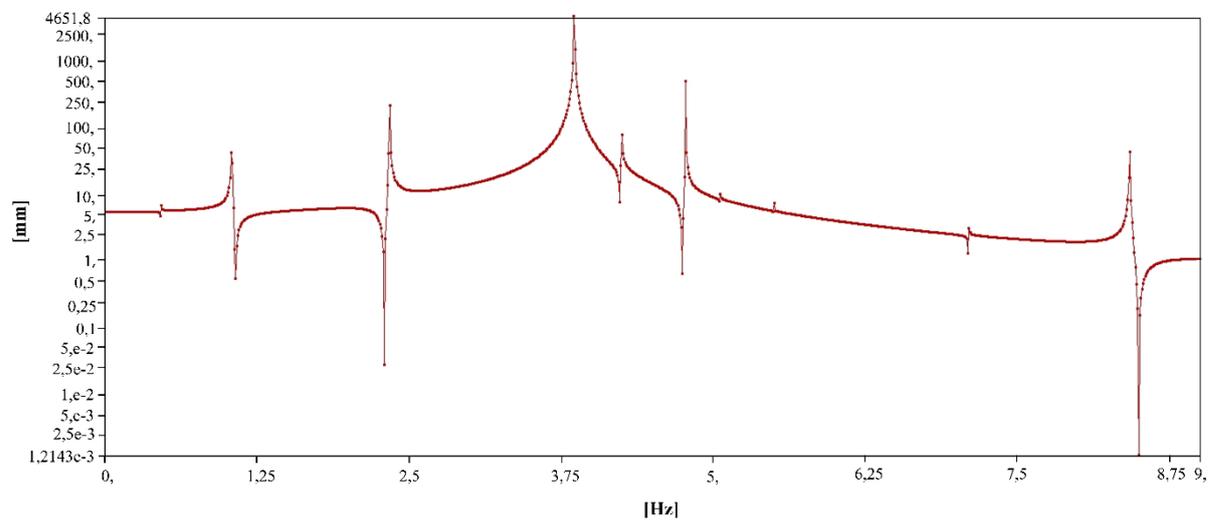


Figura 5.9 FRF da estrutura chassi com EF de viga modelo 2

Novamente, o modo 4 alcança a maior amplitude no intervalo de 0 a 9 Hz, ou seja, nas primeiras 10 frequências naturais da FRF. Com pouca amplitude, o modo 1, 0,46 Hz, flexão lateral, quase não aparece diante do modo 4.

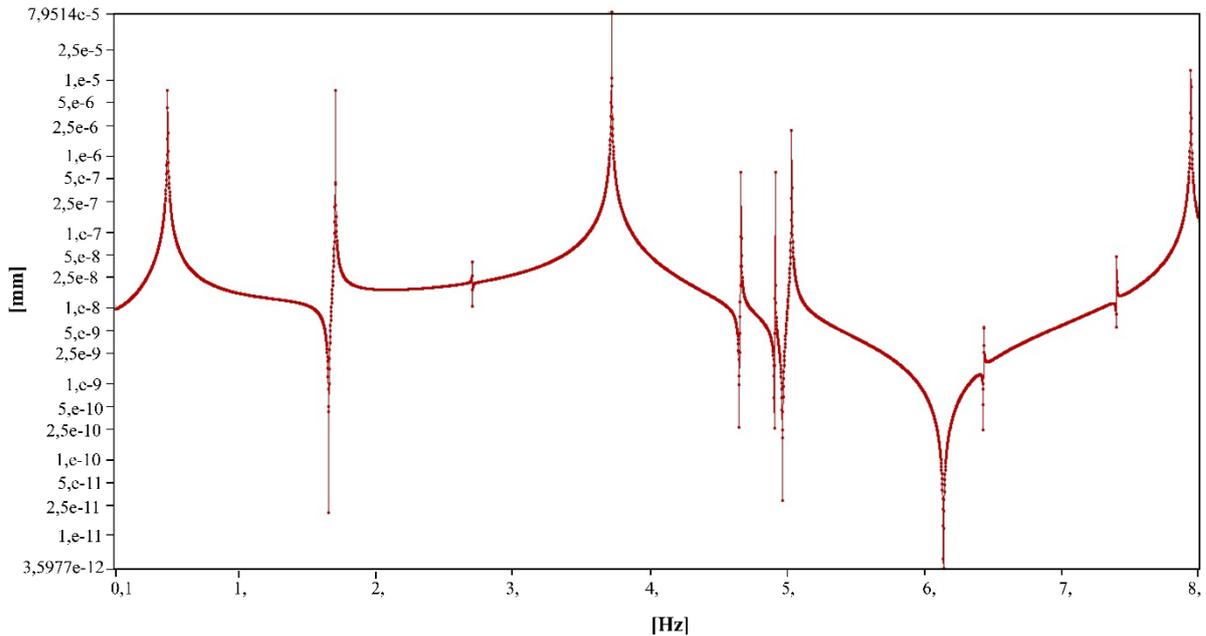


Figura 5.10 FRF da estrutura chassi com EF de viga modelo 3

Sem avaliar os valores de deslocamento, o modo 4 aparece com maior amplitude outra vez, e o modo 3 é apenas um impulso sem muita significância. Opta-se por não verificar os modos acima do modo 6, 4,91 Hz, devido a deflexões insignificantes como o modo 7, o qual não é discutido aqui, mas apresenta deformação de travessas descaracterizando a forma de vibrar global da estrutura chassi.

Uma característica importante observada nas análises modais e FRF da estrutura chassi é a flexão vertical clássica. Aproximando o sistema para uma viga bi apoiada com carregamento distribuído ao longo da estrutura e verificando os modos, analiticamente, sabe-se que a flexão vertical é o mais crítico em termos de excitações, pois é o modo mais simples e fácil de alcançar.

#### 5.4 Comparação de vida em fadiga entre modelos de Elementos Finitos

Os resultados da comparação da vida em fadiga são divididos em duas etapas, a primeira, a viga em balanço e a segunda a estrutura chassi. Analisam-se os resultados da viga em balanço, para então validar a estrutura chassi do implemento rodoviário. O objetivo do caso simples é mostrar o método da análise para o analista utilizar em diversos casos da engenharia. A análise da estrutura chassi serve de apoio para casos reais da indústria como outros tipos de implementos rodoviários.



Observa-se que a matriz resultante com os 10 primeiros modos alcança 7 combinações iguais a 1 localizados na diagonal principal. Já nos 6 primeiros modos encontra-se 5 combinações iguais a 1 e os outros elementos que não pertencem a diagonal são iguais a 0.

Verifica-se que exceto o modo 5, segundo modo de torção, os 6 primeiros modos estão bem correlacionados. Isso indica que o comportamento dos modos de vibração de ambos os tipos de EF aplicados ao modelo de viga em balanço são similares. A matriz do índice de *MAC* está próxima da matriz identidade, relação perfeita entre os modos de vibração.

Após os resultados da comparação do índice de *MAC* é realizada uma análise comparativa, entre valores de frequências naturais da viga em balanço com EF de placa e viga. A diferença e o erro dos modelos estruturais de EF são verificados num caso simples, viga em balanço, Tabela 5.10.

Tabela 5.10 Comparação das frequências naturais do caso simples de uma viga em balanço

Modo	Frequência (placa)	Modo	Frequência (viga)	Diferença	Erro %
1	6,61 Hz	1	6,52 Hz	-0,08 Hz	-1%
2	41,35 Hz	2	40,88 Hz	-0,48 Hz	-1%
3	65,73 Hz	3	62,56 Hz	-3,17 Hz	-5%
4	116,00 Hz	4	114,44 Hz	-1,56 Hz	-1%
5	201,06 Hz	5	187,67 Hz	-13,39 Hz	-7%
6	228,06 Hz	6	224,26 Hz	-3,80 Hz	-2%

As pequenas diferenças entre os resultados de frequências naturais do modelo com EF de placa e viga são aceitáveis dadas as particularidades de cada tipo de EF e tecnologia empregada.

Realizando uma comparação entre a diferença da quantidade de graus de liberdade e o erro máximo das frequências naturais têm-se -600% contra -7%. Percebe-se que o custo computacional para o mesmo *Hardware* é muito menor na análise modal da viga em balanço com EF de viga frente à viga em balanço com EF de placa. O erro é considerado pequeno, visto a redução de tempo de processamento em termos de graus de liberdade.

A FRF com EF de placa e viga é comparada através da relação das frequências organizadas nos eixos das abscissas. A relação é apontada com setas em azuis facilitando a compressão dos resultados, Figura 5.11. A vista superior refere-se ao modelo com EF de placa e a vista inferior modelo com EF de viga.

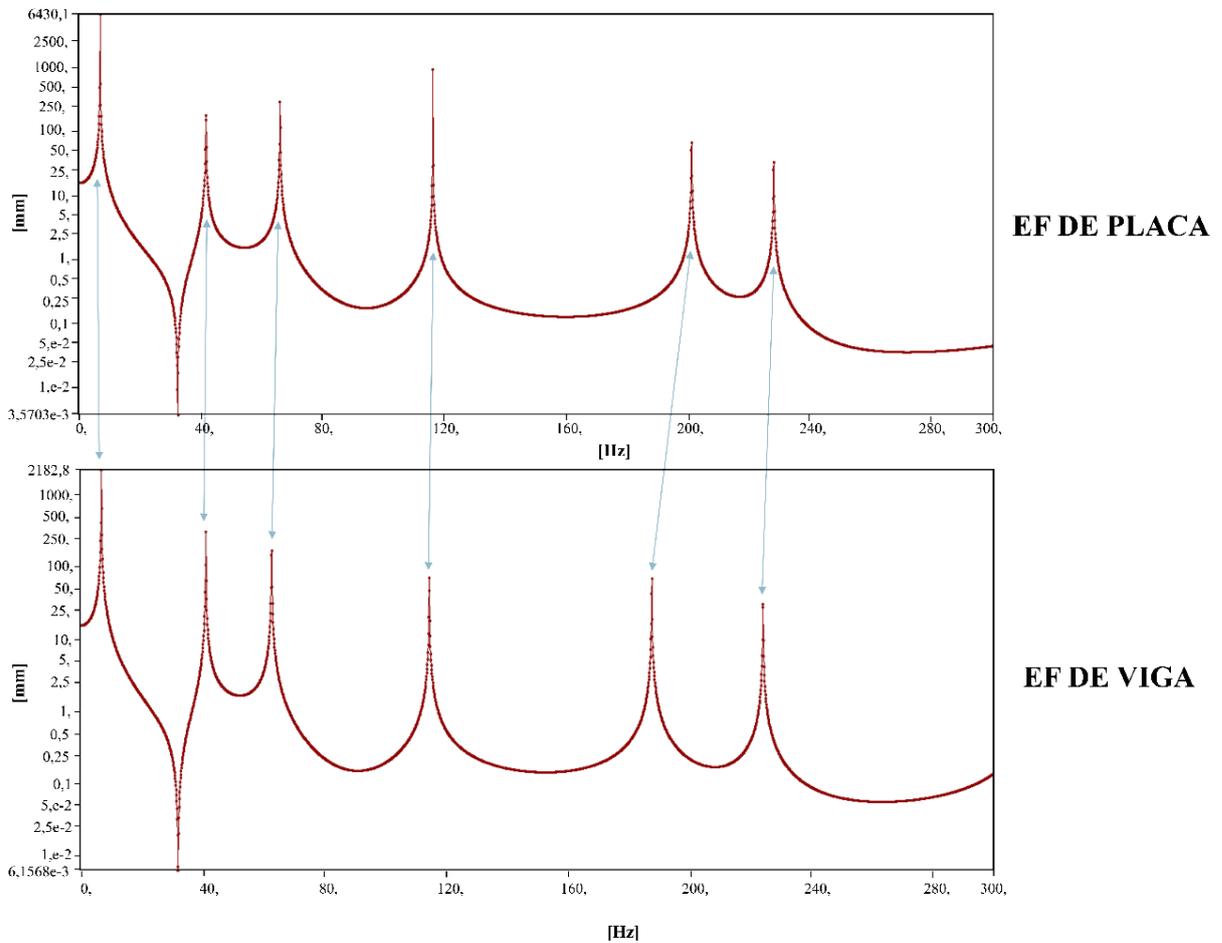


Figura 5.11 Comparação da FRF da viga em balanço com EF de placa e viga

Nota-se 10 picos na vista superior e inferior que estão bem relacionados em termos de frequências. As linhas azuis que ligam uma vista a outra mostram a pequena diferença de frequências. O segundo modo de torção, modo 5, está mais afastado em termos de frequência confirmando o valor de 0,99 encontrado no índice de *MAC* e o erro de -7%, Tabela 5.9 e Tabela 5.10, respectivamente.

Importante lembrar que os modos de torção estão aparecendo na FRF, devido às acelerações horizontais impostas. Com apenas a aceleração de 1g vertical, não seria possível visualizar os picos dos modos de torção.

#### 5.4.1.2 Estimativa da vida em fadiga

Os resultados da vida em fadiga do caso simples, viga em balanço com EF de placa e viga, são apresentados evidenciando as diferenças em torno das metodologias de cálculos. A

comparação e discussão entre vida em fadiga dos modelos estruturais de EF, a metodologia no domínio do tempo e metodologias no domínio da frequência são as finalidades desse trabalho, e, por isso, esses resultados não são divididos.

Os resultados da etapa da análise transiente são apresentados com o objetivo de calcular primeiro a vida em fadiga no domínio do tempo. Os parâmetros que envolvem tais análises, transiente para viga em balanço com EF de placa e viga, são determinados de acordo com a metodologia apresentada no capítulo 4. A Tabela 5.11 organiza os resultados dos parâmetros das análises transientes.

Tabela 5.11 Parâmetros das análises transientes da viga em balanço com EF de placa e viga

	EF de Placa	EF de Viga
Passo de tempo inicial, $\Delta t_{inicial}$	2,19E-04 s	2,23E-04 s
Passo de tempo mínimo, $\Delta t_{min}$	2,19E-06 s	2,23E-06 s
Passo de tempo máximo, $\Delta t_{max}$	7,57E-03 s	7,67E-03 s
Fator de amortecimento, $\zeta$	0,05	0,05
Multiplicador da matriz de massa, $\alpha$	0	0
Multiplicador da matriz de rigidez, $\beta$	2,41E-03	2,44E-03

Com os parâmetros da análise transiente definidos, a resposta do sistema, viga em balanço com EF de placa e viga, é encontrada no ponto crítico através das tensões de vonMises em função do tempo, Figura E.1 e Figura E.2 no apêndice E, respectivamente, as análises transientes da viga em balanço com EF de placa e viga são feitas com as classes de pistas A, B e C, além da velocidade de 30 km/h e 60 km/h.

Os históricos de tensões variam muito no intervalo de tempo definido, observado em ambos os modelos estruturais de EF. Têm-se muitos picos e vales oscilando devido à distância de 4000 m percorrida. Obviamente, tanto para a viga em balanço em EF de placa como viga, o resultado do histórico de tensões da classe A com 30 km/h apresenta as menores amplitudes. No outro extremo, a classe C com 60 km/h, mostra as maiores amplitudes. Observa-se um incremento no valor das amplitudes, conforme diminui a qualidade da classe da pista e/ou aumenta a velocidade.

Os resultados dos gráficos de barras da contagem de ciclos via *Rainflow* estão baseados na ASTM E1049-85. A Figura E.3 e Figura E.4 no apêndice E, ilustram a contagem dos ciclos da viga em balanço com EF de placa e viga. As figuras são separadas por gráficos que mostram

as classes de pista A, B e C, e velocidades de 30 km/h e 60 km/h. Cada gráfico possui 100 barras que representam intervalos de tensões de vonMises.

Todas as análises do caso simples, viga em balanço com EF de placa e viga, apresentam aumento na quantidade de ciclos quando passam de 30 km/h para 60 km/h. Assim como, as tensões aumentam com o avanço da velocidade. Os gráficos da velocidade de 60 km/h de ambos os modelos estruturais apresentam a forma da distribuição de Rayleigh. Característica importante para determinar a vida em fadiga, já que os gráficos com 30 km/h mostram pouca relação com a forma de Rayleigh.

Os resultados da vida em fadiga no domínio do tempo são obtidos na mesma rotina dos gráficos de contagem dos ciclos, isto é, poderia ser apresentada na sequência. No entanto, o objetivo é comparar a vida em fadiga no domínio do tempo com frequência, e por isso será mostrado depois dos resultados das respostas em PSD e a contagem de ciclos da PDF conforme proposta de Dirlik.

Com o intuito de tornar o texto mais coerente e claro, opta-se por levar os resultados das respostas em PSD, viga em balanço com EF de placa e viga, para o apêndice F, Figura F.1 e Figura F.2.

Os gráficos das figuras dos resultados das respostas em PSD estão na escala logarítmica na abcissa e ordenada, seguindo a forma utilizada na PSD de deslocamento. Os valores máximos e mínimos das frequências também são os mesmos das PSD de deslocamentos, para 30 km/h verifica-se 0,1 à 23,6 Hz e para 60 km/h 0,2 à 47,2 Hz. Além disso, as RPSD apresentam valores maiores com o aumento da rugosidade de pista, classe A, B e C. Os gráficos com velocidades de 30 km/h contêm apenas um pico, modo 1, bem definido de vibrar da viga em balanço, 6,61 Hz com EF de placa e 6,52 Hz com EF de viga. E devido as maiores frequências das RPSDs com velocidade de 60 km/h, o modo 2 é observado com um pico suave no final do intervalo, próximo de 47,2 Hz. A viga em balanço com EF de viga evidencia essa característica de modo mais forte por causa dos modos 1 e 2 apresentarem valores menores das frequências naturais.

De posse das respostas em PSD obtidas, a rotina dos cálculos da vida em fadiga no domínio da frequência é executada. Opta-se por apresentar a PDF das amplitudes de ciclos, segundo o método proposto por Dirlik. Essa escolha é feita por causa da eficiência do método de Dirlik e ótimos resultados obtidos comparado com outros métodos, quando calculado a vida em fadiga no domínio da frequência. A contagem de ciclos proposta por Dirlik da viga em balanço com EF de placa e viga encontram-se na Figura F.3 e Figura F.4 no apêndice F.

Os gráficos com amplitudes dos ciclos em função da tensão de vonMises são limitados nas abcissas conforme o limite de integração proposto por Bishop, 1988. Dessa maneira, a integral é realizada na área abaixo da função, observa-se em, vermelho, pontos que traçam a forma da função calculados conforme método de Dirlik. A maioria dos gráficos tem ótima representação frente à distribuição de Rayleigh, pois cada pico da PDF de Dirlik é coincidente com um ciclo e a tensão do ciclo é distribuída de acordo com Rayleigh. A viga em balanço com EF de viga apresenta quantidade elevada de ciclos para tensões baixas nas classes de pistas A, B e C com velocidade de 30 km/h. As amplitudes dos ciclos desses gráficos da Figura F.4 (apêndice F) são representadas de forma diferente, deixando de ter aspecto de uma função distribuição de Rayleigh.

De acordo com os resultados dos gráficos das contagem de ciclos ou PDFs de Dirlik os valores dos ciclos são maiores com o aumento da rugosidade de pista, classe A, B e C e velocidade, 30 km/h e 60 km/h. O mesmo acontece com a tensão de vonMises, aumenta de acordo com a classe de pista e velocidade.

Discutidos e apresentados os resultados da contagem de ciclos através de *Rainflow*, método clássico, e contagem de ciclos de Dirlik, a presente dissertação apresenta os resultados da vida em fadiga no domínio do tempo e da frequência da viga em balanço com EF de placa e viga na forma de tabelas, Tabela 5.12 e Tabela 5.13. No domínio do tempo o acúmulo do dano é calculado pela regra de Palmgren-Miner e no domínio da frequência os métodos empíricos e semi-empíricos de Banda Estreita, Dirlik, Wirsching e Light, Ortiz e Chen, Benasciutti e Tovo, Alpha 0,75 e Zhao e Baker são aplicados. Conforme mencionado na metodologia, capítulo 4, a rotina implementada dos métodos espectrais estão escritos e comentados no apêndice C.

Os diversos resultados da vida em fadiga no domínio da frequência são comparados assumindo como referência o resultado da vida em fadiga no domínio do tempo,  $T_{RFC}$ . Assim, o cálculo do erro relativo,  $T_{err}$ , à vida em fadiga no domínio do tempo para o resultado de um dos métodos espectrais é na forma:

$$T_{err} = \frac{T^{XX} - T_{RFC}}{T_{RFC}} \quad (5.1)$$

sendo,  $T^{XX}$  a estimativa de vida em fadiga de um dos métodos espectrais, Equação (5.1).

Tabela 5.12 Vida em fadiga da viga em balanço com EF de placa. O valor entre parênteses indica o erro relativo.

		<i>Rainflow</i> [km]	Banda Estreita [km]	Dirlik [km]	Wirsching e Light [km]	Ortiz e Chen [km]	Benasciutti e Tovo [km]	Alpha 0,75 [km]	Zhao e Baker [km]
A	30 km/h	4,4E+09	3,1E+10 (5,92)	7,5E+09 (0,71)	4,5E+10 (9,23)	2,7E+10 (5,19)	3,4E+10 (6,73)	3,2E+10 (6,35)	9,1E+10 (19,52)
	60 km/h	2,1E+09	1,7E+09 (-0,21)	7,7E+08 (-0,64)	2,5E+09 (0,17)	2,1E+09 (0,00)	2,4E+09 (0,12)	2,3E+09 (0,08)	5,9E+09 (1,78)
B	30 km/h	3,7E+07	1,6E+08 (3,29)	7,9E+07 (1,12)	2,4E+08 (5,33)	1,4E+08 (2,85)	1,8E+08 (3,80)	1,7E+08 (3,56)	4,7E+08 (11,75)
	60 km/h	1,5E+07	8,7E+06 (-0,43)	8,0E+06 (-0,47)	1,3E+07 (-0,15)	1,1E+07 (-0,27)	1,2E+07 (-0,18)	1,2E+07 (-0,22)	3,1E+07 (1,02)
C	30 km/h	1,4E+06	8,3E+05 (-0,40)	8,3E+05 (-0,40)	1,2E+06 (-0,11)	7,5E+05 (-0,46)	9,3E+05 (-0,32)	8,9E+05 (-0,36)	2,5E+06 (0,80)
	60 km/h	3,9E+05	4,6E+04 (-0,88)	8,4E+04 (-0,78)	6,8E+04 (-0,83)	5,8E+04 (-0,85)	6,5E+04 (-0,83)	6,2E+04 (-0,84)	1,6E+05 (-0,59)

Observa-se que o método de Dirlik é o mais robusto de forma geral, com resultados próximos da vida em fadiga no domínio do tempo, denominado *Rainflow*. Verificando a média dos erros relativos de Dirlik, indicados entre parênteses, têm-se 8% de diferença, média bem menor que os outros métodos espectrais.

Encontra-se um valor de vida em fadiga igual a *Rainflow* através do método de Ortiz e Chen com classe A de pista e 60 km/h. O método de Alpha 0,75, classe A de pista e 60 km/h, também apresenta pequena diferença, apenas 8%. Ambos os métodos têm em sua formulação um fator empírico para correção do método de Banda Estreita. Ortiz e Chen utilizam momentos da PSD que variam de acordo com a inclinação da reta do material da estrutura, além dos momentos 0 e 2. Já o método alpha 0,75, ajusta o fator de irregularidade que multiplica Banda Estreita.

O método proposto por Zhao e Baker apresenta grandes discrepâncias, por exemplo, classe A de pista com velocidade de 30 km/h é extremamente arriscado, pois a vida em fadiga é muito maior que *Rainflow*. Apesar de ser um método proposto recentemente e semi-empírico, os erros relativo a *Rainflow* são valores altos, exceto classe C de pista com 60 km/h.

O gráfico da Figura 5.12 mostra as variações dos erros relativos conforme a classe de pista e velocidade.

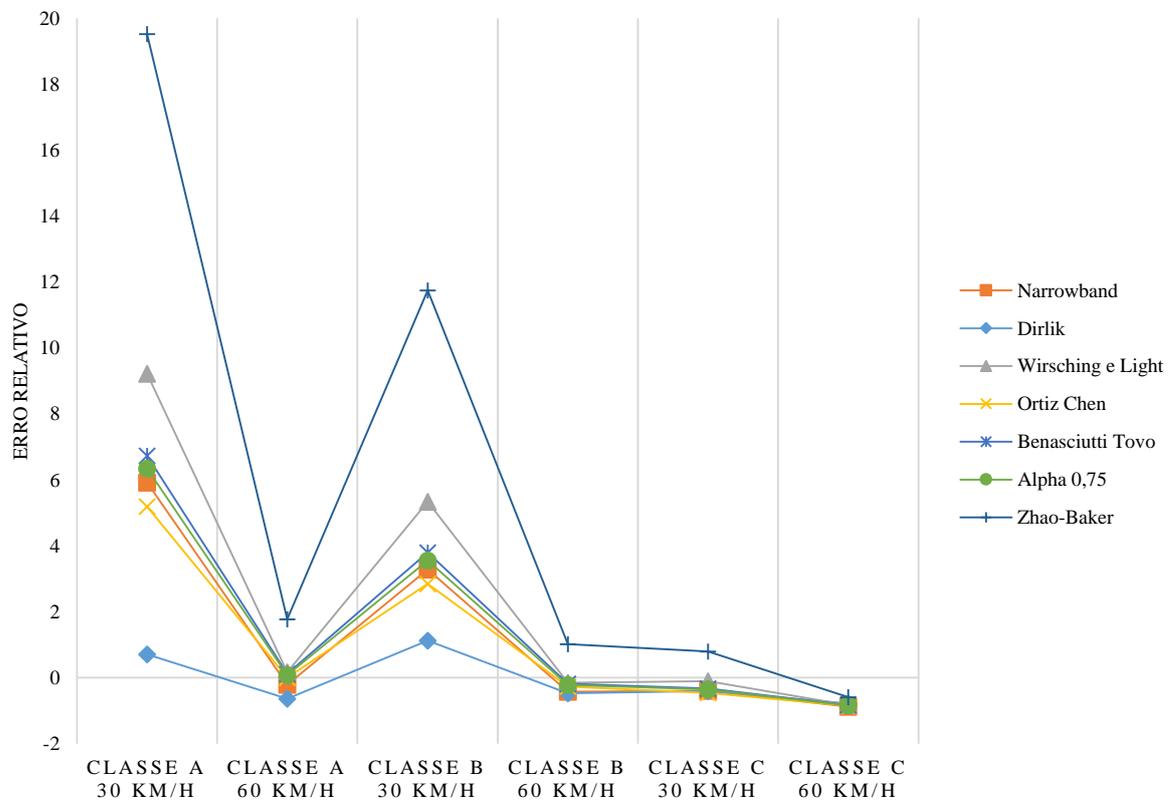


Figura 5.12 Gráfico do erro relativo dos métodos espectrais da viga em balanço com EF de placa

Nota-se que Dirlik tem as menores diferenças e Zhao e Baker as maiores, conforme comentado anteriormente. Os maiores valores dos erros estão nas velocidades de 30 km/h, em que todos os métodos espectrais apresentam maior vida em fadiga em relação à vida em fadiga no domínio do tempo. O contrário ocorre na classe C de pista com velocidade de 60 km/h, os valores de vida em fadiga dos métodos espectrais são menores.

Tabela 5.13 Vida em fadiga da viga em balanço com EF de viga. O valor entre parênteses indica o erro relativo.

		<i>Rainflow</i> [km]	Banda Estreita [km]	Dirlik [km]	Wirsching e Light [km]	Ortiz e Chen [km]	Benasciutti e Tovo [km]	Alpha 0,75 [km]	Zhao e Baker [km]
A	30 km/h	2,6E+09	7,3E+10 (26,76)	1,6E+10 (5,12)	1,1E+11 (39,68)	7,1E+10 (25,81)	8,2E+10 (29,99)	7,4E+10 (27,29)	1,9E+11 (72,76)
	60 km/h	4,0E+08	3,4E+09 (7,45)	1,5E+09 (2,67)	5,0E+09 (11,49)	4,6E+09 (10,37)	5,0E+09 (11,49)	4,8E+09 (10,85)	1,2E+10 (28,93)
B	30 km/h	2,0E+07	3,8E+08 (18,10)	1,7E+08 (7,40)	5,6E+08 (26,95)	3,7E+08 (17,45)	4,3E+08 (20,30)	3,9E+08 (18,45)	1,0E+09 (49,50)
	60 km/h	8,9E+06	1,8E+07 (1,00)	1,5E+07 (0,73)	2,6E+07 (1,95)	2,4E+07 (1,68)	2,6E+07 (1,95)	2,5E+07 (1,79)	6,3E+07 (6,07)
C	30 km/h	6,9E+05	2,0E+06 (1,92)	1,8E+06 (1,57)	2,9E+06 (3,28)	1,9E+06 (1,82)	2,2E+06 (2,27)	2,0E+06 (1,98)	5,3E+06 (6,75)
	60 km/h	2,6E+05	9,3E+04 (-0,64)	1,6E+05 (-0,38)	1,4E+05 (-0,47)	1,3E+05 (-0,52)	1,4E+05 (-0,47)	1,3E+05 (-0,50)	3,3E+05 (0,26)

Os erros relativos dos métodos espectrais aumentam, demasiadamente, e a estimativa de vida em fadiga maior pode levar a sérias proporções como falhas estruturais antecipadas.

A viga em balanço com EF de viga tem diferenças de vida em fadiga amplos, até mesmo, entre os métodos espectrais. No entanto, o método de Dirlik continua o mais robusto e confiável para o caso simples de uma viga em balanço. E o método de Zhao e Baker apresenta novamente grandes discrepâncias.

Fazendo uma analogia com os resultados da análise modal, índice de *MAC* e *FRF* dado anteriormente, EF de viga é uma péssima escolha para cálculos de vida em fadiga no domínio da frequência. Mesmo o resultado da vida em fadiga no domínio do tempo para a viga em balanço com EF de placa e viga, trazem diferenças significativas.

Por último, a Figura 5.13 ilustra o gráfico dos erros relativos à vida em fadiga no domínio do tempo calculado via método de contagem de ciclos de *Rainflow*.

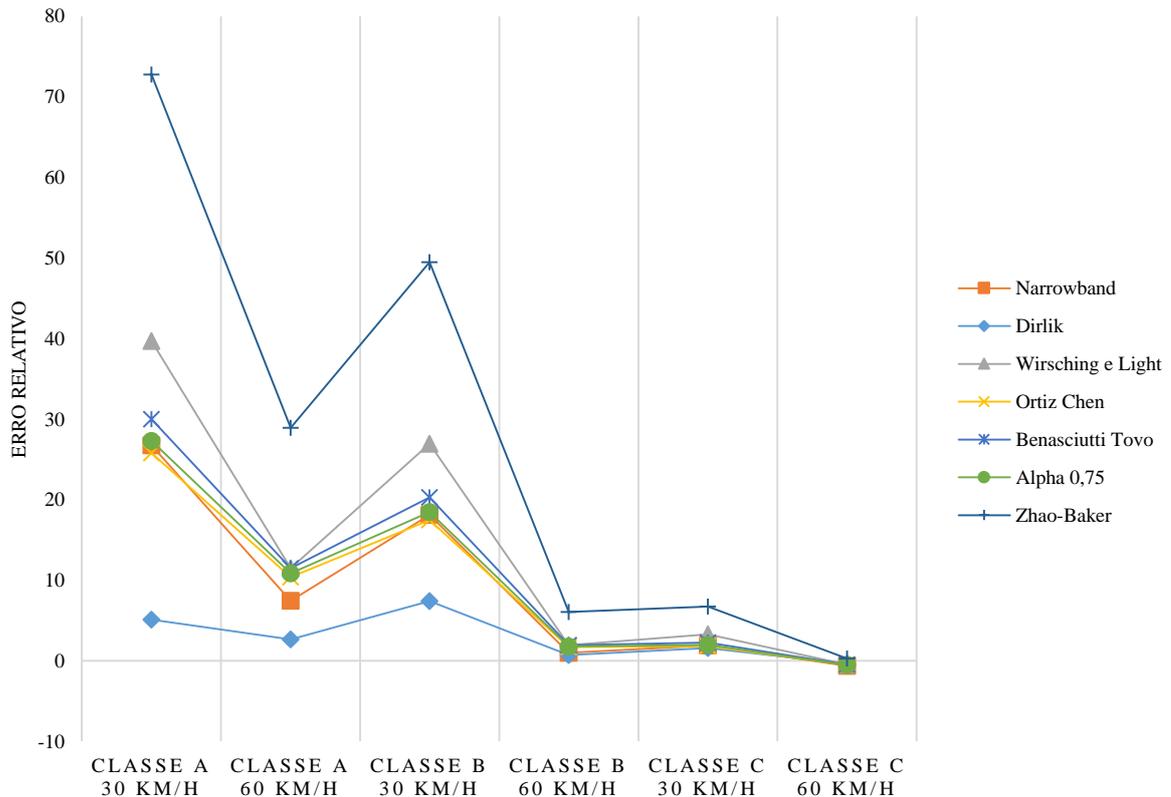


Figura 5.13 Gráfico do erro relativo dos métodos espectrais da viga em balanço com EF de viga

O mesmo comportamento visto no gráfico do erro relativo da viga em balanço em EF de placa é observado com EF de viga. Erros relativos maiores ficam claros, assim como uma convergência dos valores para a vida em fadiga no domínio do tempo, *Rainflow*. Lembrando que o erro relativo ideal é 0 e a classe de pista C com velocidade de 60 km/h evidencia uma diminuição dos erros relativos.

As simulações dinâmicas com EF de viga sugerem que os resultados não são confiáveis, dado a tecnologia e teoria envolvida. Sabendo as aproximações de cada método e variações que eles apresentam, o método de Banda Estreita traz resultados razoáveis, visto os diversos métodos que fizeram para aprimorar.

#### 5.4.2 Estudo de caso 2 – Estrutura chassi

Aqui são discutidos todos os resultados em torno da estrutura chassi com EF de placa e viga. A relação entre modos de vibração da estrutura chassi e as estimativas da vida em fadiga

são mais difíceis que o caso anterior. A geometria não tem o mesmo comportamento quando submetida a vibração, excitações aleatórias e sua construção não tem a mesma similaridade.

As análises modais, índice de *MAC* e *FRF* dos 3 modelos de condições de contorno distintos da estrutura chassi são confrontados. Um modelo da estrutura chassi com condições de contorno que apresenta resultados melhores é verificado através dos métodos de vida em fadiga. Os resultados da estimativa de vida em fadiga segue a mesma ordem de apresentação dos resultados da estimativa de vida em fadiga da viga em balanço.

#### 5.4.2.1 Modal Assurance Criterion e Função Resposta em Frequência

O cálculo do índice de *MAC* é feito após a análise modal com o apoio de comandos especiais, Ansys, 2016. Os resultados, Tabela 5.14, são obtidos através da comparação das matrizes modais da estrutura chassi do modelo 1 com EF de placa e viga. Os nós de cada malha são mapeados e combinados. Opta-se por destacar em vermelho os valores do *MAC* maiores de 0,7 e também mostrar 10 modos de vibração de cada modelo estrutural. O primeiro, segundo e modelo 3 da estrutura chassi tem 633 nós combinados.

Tabela 5.14 Valores do índice de *MAC* da estrutura chassi referente ao modelo 1

		Viga									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Placa	1	0,38	0,93	0,18	0,03	0,10	0,04	0,15	0,01	0,00	0,01
	2	0,10	0,10	0,57	0,01	0,17	0,05	0,24	0,00	0,00	0,17
	3	0,20	0,10	0,72	0,00	0,29	0,28	0,03	0,00	0,01	0,04
	4	0,09	0,05	0,01	0,96	0,01	0,02	0,01	0,00	0,08	0,00
	5	0,52	0,25	0,00	0,00	0,81	0,04	0,00	0,00	0,00	0,25
	6	0,46	0,01	0,01	0,05	0,46	0,94	0,09	0,00	0,00	0,41
	7	0,01	0,01	0,07	0,05	0,14	0,00	0,00	0,05	0,08	0,15
	8	0,04	0,00	0,04	0,05	0,04	0,02	0,30	0,03	0,00	0,15
	9	0,12	0,02	0,01	0,01	0,14	0,06	0,23	0,14	0,03	0,02
	10	0,00	0,00	0,01	0,06	0,01	0,00	0,01	0,90	0,61	0,33

O primeiro modo de vibração do modelo com elementos de placa combina com o segundo modo de viga, ao contrário os modos 3, 4, 5 e 6 estão compatíveis entre si. Esperava-se uma relação menor por causa da complexidade da estrutura. No entanto, as relações encontradas são muito importantes, pois indicam os principais deslocamentos translacionais representando formas reais que a estrutura chassi vibra.

O modo 2 de viga e o modo 1 de placa tem comportamentos iguais, torção frontal, pode-se dizer que a estrutura chassi do modelo 1 é mais rígida quanto a torção frontal. Assim, chega-se a valores de frequência maiores nesse modo, modo 2 com EF de viga, e o índice de *MAC* comprova a combinação de modos diferentes.

Resumidamente, entre os modos de vibração mais importante, 6 primeiros modos, nota-se 4 relações com índice de *MAC* acima de 0,7.

A Tabela 5.15 é referente ao modelo 2 da estrutura chassi e demonstra a relação dos modos de vibração com o índice de *MAC*.

Tabela 5.15 Valores do índice de *MAC* da estrutura chassi referente ao modelo 2

		Viga									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Placa	1	0,01	<b>0,96</b>	0,14	0,00	0,05	0,00	0,06	0,01	0,12	0,01
	2	<b>0,79</b>	0,00	0,84	0,00	0,27	0,17	0,61	0,52	0,05	0,00
	3	0,31	0,34	<b>0,86</b>	0,00	0,02	0,05	0,43	0,27	0,16	0,00
	4	0,07	0,00	0,12	<b>0,90</b>	0,01	0,36	0,07	0,08	0,04	0,19
	5	0,47	0,00	0,54	0,08	0,62	0,57	<b>0,85</b>	0,82	0,04	0,01
	6	0,34	0,01	0,23	0,04	<b>0,76</b>	0,32	0,29	0,30	0,30	0,01
	7	0,25	0,00	0,25	0,08	0,48	0,02	0,20	0,38	0,39	0,03
	8	0,02	0,02	0,01	0,01	0,07	0,08	0,00	0,01	0,01	<b>0,72</b>
	9	0,00	0,01	0,00	0,69	0,28	0,62	0,00	0,01	0,07	0,21
	10	0,08	0,13	0,00	0,09	0,00	0,12	0,12	0,07	0,60	0,00

O ideal é obviamente uma matriz identidade. Entretanto, é possível ver alguns modos relacionados com valores do índice de *MAC* acima de 0,7. Porém, apenas 2 modos estão combinados na diagonal principal da matriz, diversos valores destacados acima não tem resultados significantes. Como comentado, a relação em termos de comportamento dos modos de vibração existe nos valores indicados, porém as frequências naturais devem resultar em diferenças bem maiores que valores combinados na diagonal principal.

O índice de *MAC* do modelo 3 da estrutura chassi está na Tabela 5.16.

Tabela 5.16 Valores do índice de *MAC* da estrutura chassi referente ao modelo 3

		Viga									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Placa	1	0,05	0,96	0,26	0,00	0,05	0,36	0,11	0,00	0,04	0,00
	2	0,66	0,39	0,04	0,00	0,02	0,23	0,05	0,04	0,04	0,00
	3	0,00	0,11	0,48	0,01	0,02	0,20	0,07	0,00	0,00	0,02
	4	0,00	0,01	0,00	0,99	0,05	0,04	0,61	0,00	0,00	0,03
	5	0,07	0,02	0,27	0,08	0,30	0,12	0,08	0,06	0,18	0,04
	6	0,09	0,02	0,04	0,01	0,60	0,04	0,00	0,26	0,11	0,00
	7	0,01	0,00	0,01	0,13	0,14	0,23	0,02	0,02	0,50	0,01
	8	0,00	0,02	0,01	0,42	0,03	0,17	0,64	0,03	0,40	0,02
	9	0,05	0,11	0,07	0,00	0,38	0,26	0,03	0,91	0,01	0,01
	10	0,00	0,00	0,00	0,14	0,03	0,03	0,01	0,12	0,01	0,11

Verificam-se poucas combinações com valor de *MAC* maior que 0,7. O único que está na diagonal principal é o modo clássico, flexão vertical da estrutura chassi ou barriga clássica. Muitos valores próximo de 0 na diagonal, como o modo 6, 0,04, flexão lateral em fase da estrutura chassi com EF de placa e flexão lateral fora de fase com EF de viga. O mesmo ocorre no modo 1, torção pura fora de fase e torção pura em fase.

Com o intuito de mostrar as diferenças e erros, a Tabela 5.17 mostra a comparação dos valores de frequências naturais entre EF de placa e viga da estrutura chassi do modelo 1, Tabela 5.18 modelo 2 e Tabela 5.19 modelo 3.

Opta-se por confrontar os modos combinados no índice de *MAC*. Isso é realizado em todos os modelos de restrições da estrutura chassi.

Tabela 5.17 Comparação das frequências naturais da estrutura chassi referente ao modelo 1

Modo	Frequência (placa)	Modo	Frequência (viga)	Diferença	Erro %
1	0,49 Hz	2	0,83 Hz	0,34 Hz	40%
3	1,49 Hz	3	1,76 Hz	0,26 Hz	15%
4	1,78 Hz	4	2,24 Hz	0,46 Hz	21%
5	1,99 Hz	5	2,51 Hz	0,52 Hz	21%
6	2,61 Hz	6	3,35 Hz	0,74 Hz	22%

Sobre os erros visualizados acima, cita-se o primeiro como o mais discrepante, 0,34 Hz maior na estrutura chassi elementos de viga. Pode-se afirmar que a estrutura chassi está mais rígida com elementos de viga, e o primeiro modo mostra o comportamento de torção frontal.

As pequenas diferenças são provenientes das diferenças de aproximações utilizadas na elaboração do modelo numérico. As próprias variações dimensionais da geometria entre um modelo e outro também contribuem para essas diferenças.

Apesar disso, os erros em percentuais são considerados altos e podem comprometer as análises dinâmicas futuras com modelos de EF de viga para a estrutura chassi. Da mesma forma, afirma-se que EF de viga não são confiáveis para análises dinâmicas de estruturas complexas. Aproximações podem ser feitas para análises modais empregando EF de viga, mas análises com EF de placa ou sólidos são fundamentais a fim de obter resultados sem erros significativos.

Tabela 5.18 Comparação das frequências naturais da estrutura chassi referente ao modelo 2

Modo	Frequência (placa)	Modo	Frequência (viga)	Diferença	Erro %
1	0,53 Hz	2	1,04 Hz	0,51 Hz	49%
2	1,48 Hz	1	0,46 Hz	-1,03 Hz	-225%
3	1,88 Hz	3	2,34 Hz	0,46 Hz	20%
4	2,87 Hz	4	3,85 Hz	0,99 Hz	26%
5	2,96 Hz	7	5,06 Hz	2,10 Hz	41%
6	3,49 Hz	5	4,24 Hz	0,75 Hz	18%

No modelo 2 da estrutura chassi, o erro do modo 2 de placa relacionado com o modo 1 de viga é maior que os demais. Pela estrutura chassi ser mais rígida devido às condições de contorno no modelo 2, encontra diferenças maiores comparado com o modelo 1 da estrutura chassi.

Tabela 5.19 Comparação das frequências naturais da estrutura chassi referente ao terceiro modelo

Modo	Frequência (placa)	Modo	Frequência (viga)	Diferença	Erro %
1	0,80 Hz	2	1,70 Hz	0,90 Hz	53%
4	2,87 Hz	4	3,72 Hz	0,85 Hz	23%
9	4,94 Hz	8	6,43 Hz	1,50 Hz	23%

Observam-se duas combinações clássicas, a primeira torção pura fora de fase e a segunda flexão vertical. No entanto, o primeiro modo de placa está relacionado com o segundo de viga. Evidentemente, apresenta um erro maior na comparação das frequências. Para casos clássicos dos modos de vibração os erros de frequências naturais são classificados como

grosseiros. Salienta-se que o modelo 3 de condições de contorno, sem vinculações com os corpos unidos, é amplamente empregada para análises dinâmicas de implementos rodoviários.

A característica principal que se mantém entre os 3 modelos da estrutura chassi é a maior rigidez do modelo de viga da estrutura chassi.

Devido à quantidade de graus de liberdade de cada modelo da estrutura chassi de placa e viga os erros são pequenos, mas significativos dada às exigências de precisão nos cálculos de vida em fadiga de uma estrutura.

A FRF de cada modelo da estrutura chassi com diferente tipo de EF é apresentada e discutida separadamente. Seguindo as análises comparativas, e sem considerar as amplitudes, pois o interesse está na comparação das frequências organizadas no eixo das abscissas, a FRF do modelo 1 da estrutura chassi com EF de placa e viga estão relacionadas na Figura 5.14. A vista superior refere-se ao modelo de placa e a vista inferior modelo de viga.

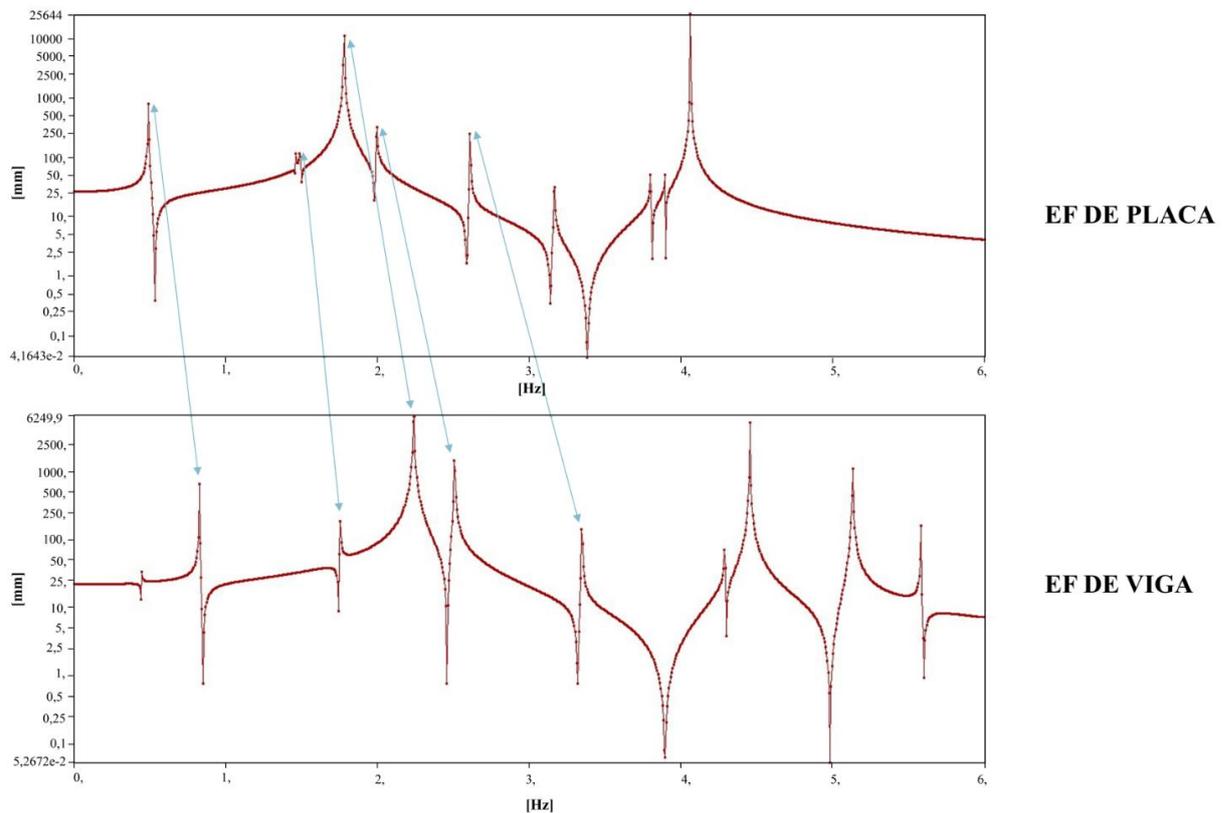


Figura 5.14 Comparação da FRF da estrutura chassi referente ao modelo 1

Percebem-se vários picos, alguns com amplitude maior, e outros menores. Porém, as setas mostram os 5 modos de estudo do modelo 1 ilustrando o mesmo contorno quanto à vale e picos. Assim, a FRF prova frequências maiores com EF de viga.

Os picos do modo 4 com EF de placa e viga estão nítidos, alta amplitude e apresentam grandes semelhanças no vale posterior e anterior, as amplitudes diminuem destacando o modo 4.

As frequências encontradas nos eixos das abcissas são as mesmas verificadas na análise modal. Não existe cruzamento de modos entre os 5 modos combinados no índice de *MAC*.

Uma das desvantagens verificada nesse modelo 1 da estrutura chassi é a mola fixada na base. O comportamento é diferente de um pneu, pois está fixado na base restringindo o deslocamento na vertical superior. Contudo, a mola é um elemento de suma importância e não deve ser desconsiderada em análises modais da estrutura chassi de implementos rodoviários, pois se quer analisar o chassi rodando. Os modos importantes se manifestam com a mola.

A Figura 5.15 mostra a FRF da comparação entre placa e viga do modelo 2 da estrutura chassi.

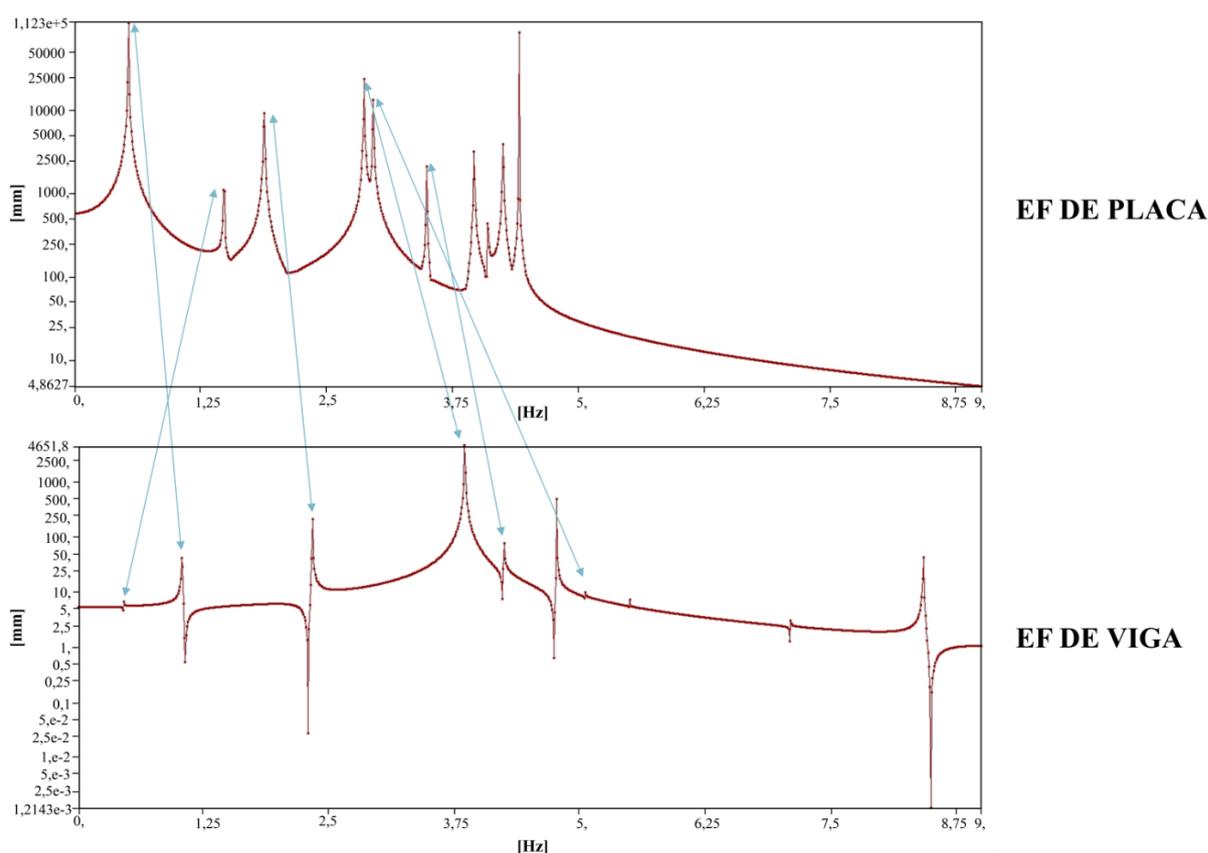


Figura 5.15 Comparação da FRF da estrutura chassi referente ao modelo 2

Conforme esperado, notam-se vários cruzamentos das linhas que combinam os modos do modelo com placa e viga, vista superior e inferior, respectivamente.

A discrepância do modelo 2 removendo as molas que caracterizam os feixes de mola trapezoidal e pneus são maiores. A estrutura é mais rígida devido a essas condições de contorno dificultando a relação dos modos entre placa e viga.

Outra observação fundamental é a perda do modo de torção pura fora de fase obtida no modelo 1 da estrutura chassi. Além disso, estrutura mais rígida se desloca através de formas irreais que não contribuem para as repostas dinâmicas do sistema.

Por fim, os resultados da comparação da FRF do terceiro modelo da estrutura chassi com EF de placa e viga possuem apenas 3 relações com altas amplitudes, Figura 5.16.

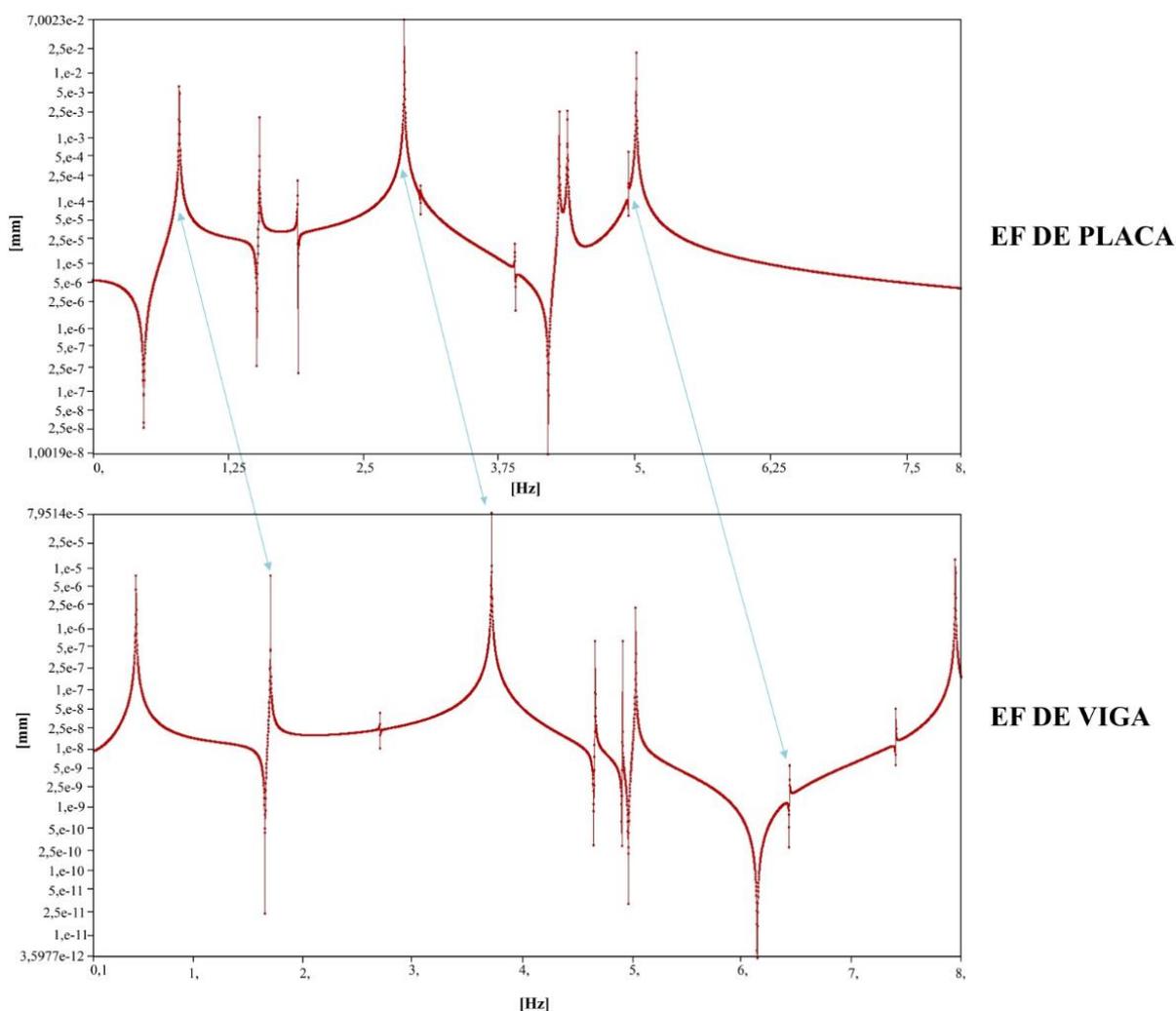


Figura 5.16 Comparação da FRF da estrutura chassi referente ao terceiro modelo

Novamente, o modo 4, flexão vertical, está bem definido com a maior amplitude em ambos os casos, placa e viga, e é seguido por curvas decrescentes suaves.

Também, observa-se pouca similaridade entre as frequências. As linhas estão inclinadas indicando os erros de frequências naturais. O modo 10 de placa está ocultando parte do modo 9 e pode interferir em outra análises dinâmicas. No modelo de EF de viga os modos estão mais espaçados devido a maior rigidez.

Outro detalhe é a falta do modo de torção frontal que é fundamental e não aparece no terceiro modelo. A restrição nas rodas é importante para considerar esse modo de vibrar dinâmico.

#### 5.4.2.2 *Estimativa da vida em fadiga*

Seguindo a apresentação dos resultados da vida em fadiga da viga em balanço, opta-se por apresentar os resultados da estrutura chassi com EF de placa e viga para a vida em fadiga no domínio do tempo e da frequência juntos. O objetivo principal é confrontar os resultados da estrutura chassi com a viga em balanço dado a sua complexidade. No entanto, apenas um modelo de condições de contorno é analisado devido ao fato dos outros apresentarem incoerências nos resultados modais. Conforme afirmado anteriormente, o modelo 1 conta com elementos de mola representando os pneus e feixes de mola trapezoidal da suspensão tandem. Suas frequências naturais, modos de vibrar, comportamento, índice de *MAC* e *FRF* apresentaram melhor concordância realizando os estudos da comparação.

Os resultados da etapa da análise transiente são apresentados com o objetivo de calcular primeiro a vida em fadiga no domínio do tempo. Os parâmetros que envolvem tais análises são estruturados de acordo com a Tabela 5.20.

Tabela 5.20 Parâmetros das análises transientes de estrutura chassi com EF de placa e viga

	EF de Placa	EF de Viga
Passo de tempo inicial, $\Delta t_{inicial}$	1,92E-02 s	1,49E-02 s
Passo de tempo mínimo, $\Delta t_{min}$	1,92E-04 s	1,49E-04 s
Passo de tempo máximo, $\Delta t_{max}$	1,02E-01 s	1,11E-01 s
Fator de amortecimento, $\zeta$	0,05	0,05
Multiplicador da matriz de massa, $\alpha$	0	0
Multiplicador da matriz de rigidez, $\beta$	8,94E-03	7,11E-03

Através dos parâmetros da análise transiente determinados, a resposta do sistema com 178.192 e 11.407 graus de liberdade para a estrutura chassi com EF de placa e viga, é encontrada

no ponto crítico através das tensões de vonMises em função do tempo, Figura G.1 e Figura G.2 no apêndice G, na devida ordem.

Os históricos de tensões oscilam de forma aleatória no intervalo de tempo definido, observado na estrutura chassi com EF de placa. Por sua vez, formas senoidais são percebidas nos históricos da estrutura chassi com EF de viga. De maneira mais clara, a classe A de pista com velocidade de 60 km/h indica esse comportamento acentuadamente. Obviamente, tanto para a estrutura chassi em EF de placa como viga, o resultado do histórico de tensões da classe A de pista com velocidade de 30 km/h apresenta as menores amplitudes. No outro extremo, a classe C de pista com velocidade de 60 km/h, mostra as maiores amplitudes. Observa-se um incremento no valor das amplitudes, conforme diminui a qualidade da classe da pista e/ou aumenta a velocidade.

Os resultados dos gráficos de barras da contagem de ciclos via *Rainflow* estão baseados na ASTM E1049-85. A Figura G.3 e Figura G.4 no apêndice G ilustram a contagem dos ciclos da estrutura chassi com EF de placa e viga. As figuras são separadas por gráficos que mostram as classes de pistas A, B e C, e velocidades de 30 km/h e 60 km/h. Cada gráfico possui 100 barras que representam intervalos de tensões de vonMises.

Observa-se que os resultados da estrutura chassi com EF de placa e viga apresentam diminuição na quantidade de ciclos quando passam de 30 km/h para 60 km/h. Esse comportamento pode ser estranho e não fazer muito sentido, mas as tensões de vonMises aumentam, enormemente, de 30 km/h para 60 km/h. Outra importante verificação é que o formato de distribuição não apresenta correlação com a distribuição de Rayleigh em nenhum dos casos com EF de placa e viga, classes de pistas e velocidades. Não tem uma tendência definida por uma função seja ela qualquer e muitas barras estão dispersas em termos de amplitudes de ciclos.

Os resultados da vida em fadiga no domínio do tempo são obtidos na mesma rotina dos gráficos de contagem dos ciclos, isto é, poderia ser apresentada na sequência. No entanto, o objetivo é comparar a vida em fadiga no domínio do tempo com frequência, e por isso será mostrado depois dos resultados das respostas em PSD e a contagem de ciclos da PDF conforme proposta de Dirlik.

Tal como as RPSD da viga em balanço, opta-se por levar os resultados das respostas em PSD da estrutura chassi com EF de placa e viga, para o apêndice H, Figura H.1 e Figura H.2.

Os gráficos das figuras dos resultados das respostas em PSD estão na escala logarítmica na abcissa e ordenada seguindo a forma utilizada na PSD de deslocamento. Nota-se que o

modelo estrutural de placa e viga apresenta o modo 1, 2 e 3 de vibrar da estrutura chassi com picos definidos no intervalo de frequências de interesse segundo Ansys, 2016. Notoriamente, esses são os modos que tem a maior amplitude e participação na RPSD, conseqüentemente na vida em fadiga. Além desses, o modo 4 aparece cortado em alguns gráficos com pequena participação. Lembrando que o ponto crítico verificado está localizado na viga principal da estrutura chassi, próximo da suspensão. Assim, o modo 4, flexão vertical, deve atuar mais na resposta da PSD dos nós na região central da estrutura chassi e não próximo da suspensão.

De posse das respostas em PSD obtidas, a rotina dos cálculos da vida em fadiga no domínio da frequência é executada. Em seguida, obtêm-se as PDFs das amplitudes de ciclos, segundo o método proposto por Dirlik. Portanto, a contagem de ciclos proposta por Dirlik da estrutura chassi com EF de placa e viga pode ser vista na Figura H.3 e Figura H.4 no apêndice H.

Os gráficos com amplitudes dos ciclos em função da tensão de vonMises são limitados nas abcissas, conforme o limite de integração proposto por Bishop, 1988. Dessa maneira, a integral é realizada na área abaixo da função, nota-se, em vermelho, pontos que traçam a forma da função calculados conforme método de Dirlik. A estrutura chassi com EF de placa e viga exhibe quantidade elevada de ciclos para tensões baixas, seguido de um vale mais suave com velocidade de 30 km/h e abrupto com 60 km/h. Por fim, os gráficos indicam diminuição na quantidade de ciclos quando passam de 30 km/h para 60 km/h, porém aumento das tensões de vonMises. Portanto, mesmo comportamento da contagem de ciclos via *Rainflow*.

Discutidos e apresentados os resultados da contagem de ciclos através de *Rainflow*, método clássico, e contagem de ciclos de Dirlik, a Tabela 5.21 se evidencia os resultados da vida em fadiga da estrutura chassi com EF de placa. No domínio do tempo o acúmulo do dano é calculado pela regra de Palmgren-Miner e no domínio da frequência os métodos empíricos e semi-empíricos de Banda Estreita, Dirlik, Wirsching e Light, Ortiz e Chen, Benasciutti e Tovo, Alpha 0,75 e Zhao e Baker são aplicados.

Tabela 5.21 Vida em fadiga da estrutura chassi com EF de placa. O valor entre parênteses indica o erro relativo.

		<i>Rainflow</i> [km]	Banda Estreita [km]	Dirlik [km]	Wirsching e Light [km]	Ortiz e Chen [km]	Benasciutti e Tovo [km]	Alpha 0,75 [km]	Zhao e Baker [km]
A	30 km/h	3,1E+08	1,3E+09 (3,04)	5,6E+08 (0,79)	1,8E+09 (4,87)	1,3E+09 (3,26)	1,6E+09 (4,26)	1,3E+09 (3,23)	3,4E+09 (9,90)
	60 km/h	1,8E+07	1,5E+08 (7,42)	6,4E+08 (34,19)	2,2E+08 (11,19)	1,6E+08 (7,63)	1,9E+08 (9,27)	1,6E+08 (7,69)	3,6E+09 (195,72)
B	30 km/h	1,4E+06	6,6E+06 (3,68)	5,8E+06 (3,13)	9,6E+06 (5,80)	7,0E+06 (3,96)	8,6E+06 (5,10)	6,9E+06 (3,91)	1,8E+07 (11,62)
	60 km/h	6,8E+04	8,1E+05 (10,80)	6,8E+06 (97,68)	1,2E+06 (16,11)	8,3E+05 (11,12)	9,8E+05 (13,39)	8,4E+05 (11,21)	1,9E+07 (275,32)
C	30 km/h	1,9E+03	3,5E+04 (17,60)	6,1E+04 (31,85)	5,0E+04 (25,99)	3,7E+04 (18,68)	4,5E+04 (23,25)	3,6E+04 (18,52)	9,3E+04 (49,16)
	60 km/h	3,7E+02	4,2E+03 (10,31)	7,1E+04 (188,04)	6,1E+03 (15,36)	4,4E+03 (10,63)	5,2E+03 (12,80)	4,4E+03 (10,68)	9,9E+04 (263,44)

Para a estrutura chassi de um implemento rodoviário como é o caso de uma usina de asfalto, não existe referência para analisar os valores da vida em fadiga no domínio do tempo via *Rainflow*. Mesmo assim, a vida em fadiga no domínio do tempo da estrutura chassi de placa apresenta concordância nos valores. Aumento gradativo da vida em fadiga com troca da classe de pista de C para B ou B para A e diminuição da velocidade.

Assim sendo, assume-se como referência o resultado da vida em fadiga no domínio do tempo para verificar os erros relativos dos métodos espectrais.

Sabe-se que as diferenças entre o método do cálculo de vida via *Rainflow* e espectrais costumam ser menores para casos com excitações e frequências também menores. Isso significa que classe A de pista e velocidade de 30 km/h deve apresentar diferenças menores diante de outras classes de pistas e velocidades. De forma geral, os resultados da estrutura chassi com EF de placa evidencia essa tendência.

Nota-se que para baixas velocidades e classes A e B, Dirlik mostra menor erro relativo comparado com os outros métodos, ou seja, vida em fadiga próxima da estimativa via *Rainflow*. Porém, para velocidades altas, os valores da vida em fadiga aumentam drasticamente.

Em todas as classes de pista e velocidades a estimativa de vida em fadiga através do método de Zhao e Baker estão maiores que a vida no domínio do tempo. Da mesma forma que Dirlik, a divergência é maior com velocidade de 60 km/h.

Com velocidade de 60 km/h e classe A de pista, o método com menor erro relativo é Banda Estreita, 7,42. Apesar desse método ignorar os processos típicos de Banda Larga apresenta erro relativo razoável dado o panorama complexo e variável da estimativa de vida em fadiga de uma estrutura chassi.

Com o intuito de mostrar a variação dos erros relativos, o gráfico da Figura 5.17 mostra os métodos espectrais e seus erros diante de *Rainflow*.

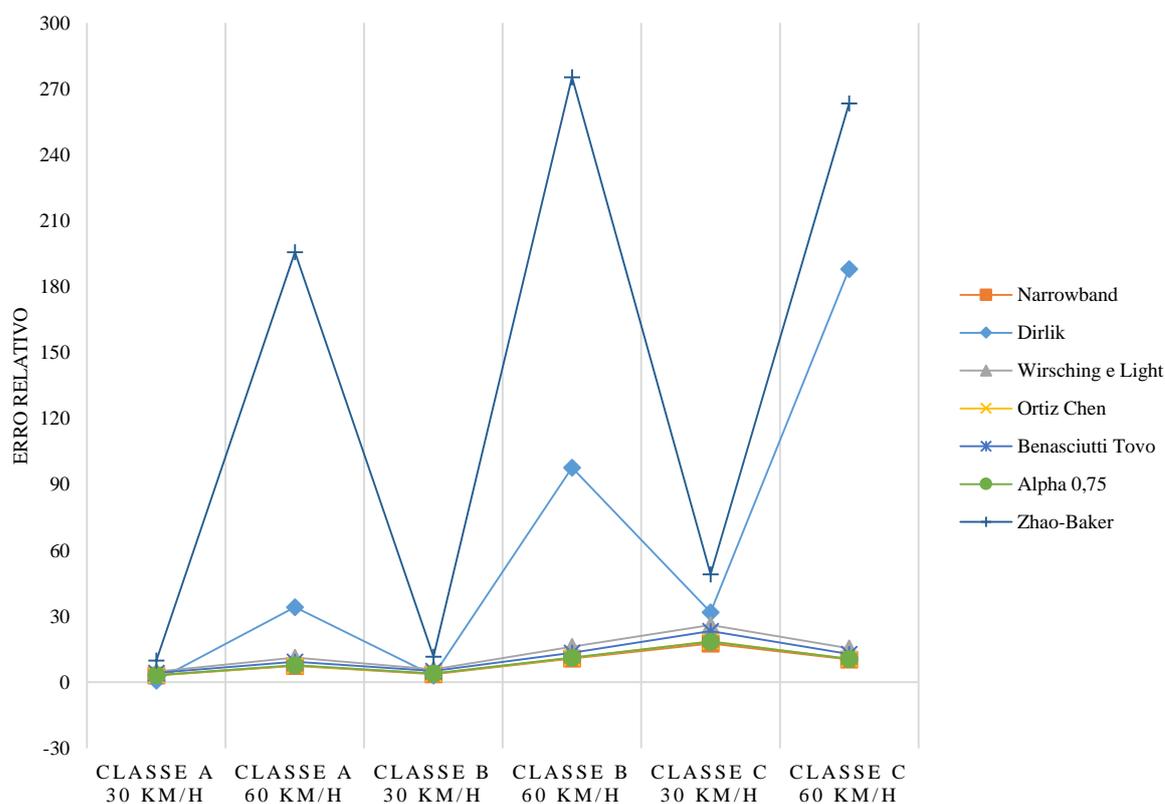


Figura 5.17 Gráfico do erro relativo dos métodos espectrais de estrutura chassi com EF de placa

Verifica-se no gráfico que o erro relativo é muito maior com velocidades de 60 km/h principalmente método de Dirlik e Zhao e Baker, conforme comentado. Exceto esses dois métodos, Dirlik e Zhao e Baker, o erro relativo com 60 km/h tanto classe de pista A, B e C não passou o valor de 16,11 encontrado com o método de Wirsching e Light, classe B de pista e 60 km/h.

Todos os métodos distanciam-se da vida em fadiga no domínio do tempo a partir da classe B de pista com velocidade de 60 km/h. Nota-se que a classe C de pista com velocidade de 30 km/h indica a maior média, 26,43, dos erros relativos dos métodos espectrais com velocidades de 30 km/h.

Visivelmente, a estrutura chassi com EF de placa apresenta erros relativos muito maiores que o caso simples da viga em balanço com EF de placa. Ainda assim, os métodos espectrais podem ser uma razoável aproximação da vida em fadiga, porém os erros inerentes nos métodos empíricos e semi-empíricos são vastos e devem ser considerados para correta avaliação.

Por fim, a Tabela 5.22 retrata da vida em fadiga da estrutura chassi com EF de viga.

Tabela 5.22 Vida em fadiga da estrutura chassi com EF de viga. O valor entre parênteses indica o erro relativo.

		<i>Rainflow</i> [km]	Banda Estreita [km]	Dirlik [km]	Wirsching e Light [km]	Ortiz e Chen [km]	Benasciutti e Tovo [km]	Alpha 0,75 [km]	Zhao e Baker [km]
A	30 km/h	1,6E+10	1,0E+11 (5,35)	1,7E+10 (0,09)	1,5E+11 (8,31)	1,1E+11 (5,86)	1,4E+11 (7,68)	1,1E+11 (5,79)	1,8E+11 (10,45)
	60 km/h	3,2E+07	9,8E+09 (302,42)	1,2E+08 (2,76)	1,3E+10 (399,62)	9,9E+09 (306,45)	1,1E+10 (328,19)	9,9E+09 (305,83)	5,1E+08 (14,75)
B	30 km/h	8,0E+07	4,9E+08 (5,12)	1,8E+08 (1,27)	7,2E+08 (8,00)	5,3E+08 (5,60)	6,7E+08 (7,39)	5,2E+08 (5,57)	9,5E+08 (10,97)
	60 km/h	1,7E+05	5,1E+07 (294,95)	1,3E+06 (6,28)	6,8E+07 (389,75)	5,2E+07 (299,00)	5,5E+07 (318,65)	5,2E+07 (298,42)	2,7E+06 (14,38)
C	30 km/h	4,5E+05	2,6E+06 (4,75)	1,9E+06 (3,27)	3,8E+06 (7,45)	2,8E+06 (5,20)	3,5E+06 (6,87)	2,8E+06 (5,18)	5,0E+06 (10,24)
	60 km/h	1,1E+03	2,7E+05 (251,83)	1,3E+04 (11,45)	3,6E+05 (333,91)	2,7E+05 (255,60)	2,9E+05 (272,58)	2,7E+05 (254,66)	1,4E+04 (12,11)

Observa-se em *Rainflow*, vida em fadiga no domínio do tempo, uma maior vida da estrutura chassi quando comparado com EF de placa. De forma atípica, classe A de pista com velocidade de 60 km/h apresenta menor vida, 3,2E+07 km, que a classe B de pista com velocidade de 30 km/h, 8,0E+07 km. Isso também acontece na classe B de pista com velocidade de 60 km/h e classe C de pista com velocidade de 30 km/h.

Alterar a frequência do sinal, como passar de 30 km/h para 60 km/h, representa variações significativas na vida em fadiga. Por outro lado, aparentemente a estrutura chassi com EF de viga varia menos com a mudança de rugosidade de pista.

A vida em fadiga no domínio do tempo com EF de viga é maior para todas as classes e velocidades diante da estrutura chassi com EF de placa. Este fato pode ser resultado da rigidez da estrutura chassi com EF de viga.

Uma vez que os erros relativos são sempre maiores com EF de viga frente a EF de placa, é estranho obter um erro relativo de 9% com o método de Dirlik para classe A de pista e velocidade de 30 km/h. Ao contrário da estrutura chassi com EF de placa, Dirlik apresenta ser mais robusto e confiável que os outros métodos espectrais.

Alguns erros relativos são demasiadamente altos indicando a sensibilidade de diversos fatores, como a escolha do modelo de EF, amortecimento estrutural, limite superior de integração da PDF, passo de tempo, simplificações inerentes ao modelo, entre outros. Na estrutura chassi com EF de viga esses erros são vistos nas velocidades de 60 km/h, Figura 5.18.

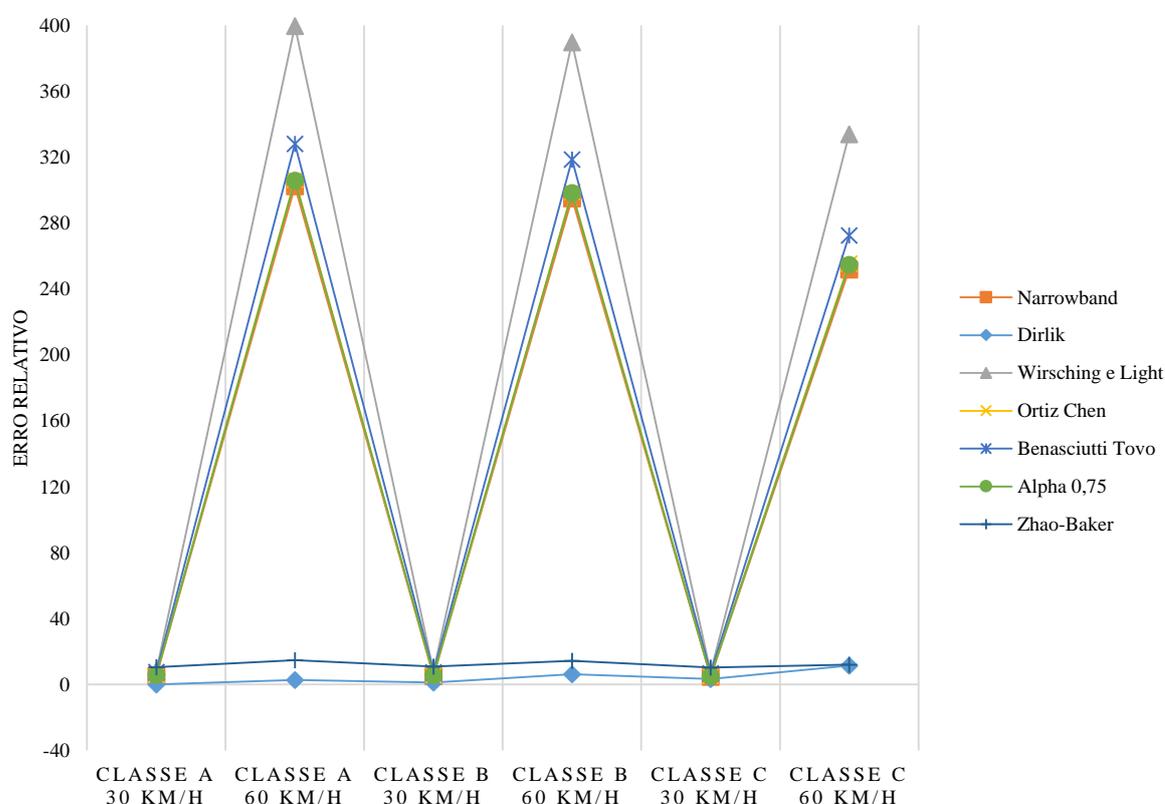


Figura 5.18 Gráfico do erro relativo dos métodos espectrais de estrutura chassi com EF de viga

Nesse caso, estrutura chassi com EF de viga o método de Zhao e Baker estão convergindo para *Rainflow* e observa-se pequeno desvio dos valores em relação a sua média, 12,15.

Os pequenos erros de Dirlik pode ser coincidência, visto maiores erros na estrutura chassi com EF de placa, porém os erros grandes de Wirsching e Light para 60 km/h estão mais coerentes diante do tipo de EF e panorama complexo de uma estrutura chassi.

É difícil representar uma estrutura chassi de um implemento rodoviário devido às simplificações que podem comprometer a análise, por isso é necessário o conhecimento da influência dos principais componentes. Além disso, os métodos espectrais ainda não apresentam tamanha robustez para ser substituído tranquilamente pelo cálculo da vida em fadiga no domínio do tempo via *Rainflow*. Os resultados apresentados indicam isso claramente.

## 6 CONCLUSÕES

A presente dissertação abordou diversas metodologias para a estimativa da vida em fadiga, utilizando como base o domínio do tempo e da frequência. O comportamento dinâmico das estruturas estudadas, viga em balanço e estrutura chassi de um implemento rodoviário, foi obtido através de modelos lineares sujeito a excitações aleatórias, conforme rugosidade de pistas da ISO 8608, 1995.

As análises dinâmicas iniciais, análises modais, demonstraram que o uso de teorias estruturais para a simplificação de problemas práticos de engenharia não são triviais. Casos com relativa complexidade de condições de contorno, geometria e carregamento podem divergir acentuadamente nos resultados para rigidez e inércia. O mesmo cita-se para os resultados da vida em fadiga no domínio do tempo e da frequência.

Os casos analisados, viga em balanço e estrutura chassi, mostraram que o índice *MAC* tem potencial para ser usado como métrica para comparação de modelos estruturais diferentes, e sua propriedade diagonal dominante serve como indicador para avaliar a equivalência de modelos distintos como EF de placa e viga. Isto é, matrizes *MAC* que diferem muito significativamente da identidade podem ser usadas para acusar a falta de correlação entre dois modelos de EF distintos desde que, evidentemente, demais parâmetros da análise permaneçam os mesmos.

Os resultados da vida em fadiga no domínio da frequência, com o modelo de Dirlik, mostraram-se confiáveis para o caso simples, viga em balanço, gerando valores condizentes. A grande vantagem no modelo de Dirlik é, principalmente, o baixo consumo computacional. De modo geral, o histograma da PDF de Dirlik trouxe resultados próximos ao apresentado pelo método de contagem *Rainflow* no domínio do tempo, método esse já consagrado e usado como base para validação.

Durante a comparação dos resultados, algumas verificações foram realizadas com *Software* comercial, sendo utilizado o módulo de análise transiente, o qual é realizado no domínio do tempo utilizando um incremento de tempo, e constatou-se que consumiu uma quantidade de tempo maior em relação à análise equivalente no domínio da frequência. Fato esse que evidencia a viabilidade de se trabalhar no domínio da frequência em determinados casos.

Casos e modelos simples são fáceis de serem resolvidos tanto no domínio do tempo como da frequência, porém os resultados servem apenas de base ou estudos preliminares.

Quando a metodologia é aplicada em estruturas complexas, geometria e carregamentos aleatórios impostos, os erros observados são bem maiores com os métodos espectrais. É difícil nesse momento da pesquisa apontar conclusivamente quais são as fontes de erros, mas certamente existem um conjunto de hipóteses nos métodos de Banda Estreita, Dirlik, Wirsching e Light, Ortiz e Chen, Benasciutti e Tovo, Alpha 0,75 e Zhao e Baker que não são atendidos. Dessa forma, não se recomenda para as estruturas complexas do dia-a-dia.

Modelos estruturais de viga apresentaram diferenças significativas, quando comparados com EF de placa, verificados em ambos os casos abordados. Para o caso simples, viga em balanço, nas classes de pistas A e B com velocidades de 30 km/h observou-se erros dos métodos espectrais exagerados e difíceis de explicar. Entretanto, o método de Dirlik, embora mais antigo frente aos outros, demonstrou erros relativamente pequenos, comparados com a vida no domínio do tempo via *Rainflow*, sendo parcialmente aceito e utilizado por *Softwares* comerciais, nCode, 2015. Como se trata de um modelo empírico ele apresenta suas peculiaridades, isto fica claro, quando o mesmo é aplicado em estruturas complexas.

A estrutura chassi de um implemento rodoviário, usina de asfalto, não possui carregamento variável aplicado na estrutura, isto é, os conjuntos montados na estrutura chassi sempre serão os mesmos, facilitando a análise com diferentes classes de pistas e velocidades. O modelo representando os pneus e feixes de mola trapezoidal da suspensão tandem apresentou efeitos dinâmicos mais realísticos, apesar da suposição dos pneus estarem, continuamente, em contato com o solo. Quanto aos resultados da vida em fadiga, os métodos espectrais tiveram erros considerados grosseiros e, novamente, EF de viga devem ser evitados. Outra importante constatação são os grandes erros com velocidades de 60 km/h, as estimativas nesses casos são mais difíceis, devido ao aumento das frequências.

De maneira geral, pode-se estimar a vida em fadiga no domínio do tempo de uma estrutura chassi, quando operar em condições determinadas. Conhecendo a resposta do veículo em cada pavimento, pode-se otimizar as rotas utilizadas de forma a maximizar a vida útil, e com base nos resultados obtidos, algumas melhorias nos projetos desses implementos podem ser definidas, como a redução de peso do produto.

As simplificações de modelos complexos e aplicação dos métodos espectrais são fundamentais para a redução do custo computacional envolvido. A indústria tem muito respeito e embora, ainda, com certos resquícios de conservadorismo, realiza as análises de vida em fadiga no domínio do tempo, via contagem de ciclos normalizada, ASTM E1049-85.

Destaca-se que a simulação transiente, mesmo com algoritmos explícitos, de estruturas complexas modeladas com EF estruturais mais refinados implica na solução das equações de equilíbrio centenas ou milhares de vezes por cada segundo do tempo total de simulação. Esse fato tem exigido análises com horas ou mesmo dias de simulação contínua. Assim, a otimização dessas estruturas para funções objetivos relacionadas à fadiga tem se tornado inviáveis, mesmo para a tecnologia atual de *Hardware* computacional. Portanto, o presente estudo apresenta uma contribuição no sentido de empregar a análise de vida em fadiga no domínio da frequência como uma alternativa viável para problemas de engenharia.

### 6.1 Sugestões de Continuidade da Pesquisa

O presente trabalho mostrou uma série de aspectos que ainda não foram satisfatoriamente abordados. A fim de continuar a presente investigação, com vistas a tornar a análise de vida em fadiga no domínio da frequência confiável, diversos tópicos podem ser estudados. Dentre eles, citam-se:

- Determinar as acelerações impostas nos pneus através de acelerômetros e submeter o veículo a pistas com rugosidades A, B e C.
- Instrumentar os pontos críticos com extensômetros e fazer comparação numérico-experimental.
- Identificar os pontos críticos e fazer análise global –local em EF de sólidos.
- Propor melhoria na metodologia de Dirlik, deixando de ser calculado de forma empírica e passando a ser definido por critérios mais técnicos.
- Estudar o efeito do amortecimento estrutural de Rayleigh nos resultados de vida em fadiga.
- Realizar comparações com o modelo proposto por Lalanne para calcular a vida em fadiga no domínio da frequência, utilizados por importantes *Softwares* comerciais, nCode, 2015.

E no caso específico de veículos:

- Melhorar o modelo de pneu para contabilizar descolamento do chão e ser possível de contemplar as alterações ocorridas na calibração do modelo dinâmico em velocidades mais elevadas.

- Propor um modelo numérico que considere o cavalo mecânico ou veículo trator e seus efeitos na estrutura chassi do implemento rodoviário.
- Modificar o modelo dinâmico para contemplar de forma integral a dinâmica lateral e a dinâmica longitudinal para estudar os carregamentos advindos de curvas, manobras e frenagens.
- Elaborar uma metodologia para definir melhor os pontos críticos da estrutura, deixando de ser selecionados de forma empírica e passando a ser selecionados por critérios mais técnicos.
- Empregar métodos de validação de modelo numérico (ou, em inglês, *Finite Element Model Updating*) para reduzir os erros entre o modelo numérico e os resultados experimentais, se disponíveis.

*Partes do conteúdo desta Dissertação ou trabalhos do mesmo tema já foram publicadas em:*

Marques, J. M. E.; Marczak, R. J. **Uma metodologia para comparação entre modelos de Elementos Finitos com aplicação na simulação dinâmica de implementos rodoviários.** *Anais do XXIV Simpósio Internacional de Engenharia Automotiva - SIMEA 2016 [Blucher Engineering Proceedings]*, p. 212-231, São Paulo: Blucher, 2016. ISSN 2357-7592, DOI 10.5151/engpro-simea2016-PAP32.

Marques, J. M. E.; Marczak, R. J. **Uma metodologia para comparação entre modelos de Elementos Finitos com aplicação na simulação dinâmica de implementos rodoviários.** *Proceedings of the XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*, Suzana Moreira Ávila (Editor), ABMEC, Brasília, DF, Brazil, November 6-9, 2016.

Marques, J. M. E.; Marczak, R. J. **Uma Comparação entre Metodologias para Cálculo da Vida em Fadiga no Domínio do Tempo e da Frequência com Aplicação na Simulação Dinâmica de Implementos Rodoviários.** Enviado para o congresso: XIII Congresso Ibero-Americano de Engenharia Mecânica (CIBEM), Lisboa, Portugal, 23-26 Outubro 2017.

Marques, J. M. E.; Marczak, R. J. **A Comparison among Methodologies for Fatigue Life Calculation in Time and Frequency Domain with Application in the Dynamic Simulation of Semi-Trailers.** Enviado para o congresso: 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering (COBEM), Curitiba, Brazil, December 3<sup>rd</sup> to 8<sup>th</sup>, 2017.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ansys 17.2. **Ansys Mechanical APDL Theory Reference**. SAS IP, Inc., Canonsburg, PA, 2016.

ASTM E 1049-85. **Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis**. ASTM International, West Conshohocken, PA, 2005.

Basquin, O. H. The exponential law of endurance tests. **Proceedings of the ASTM**, vol. 10, p. 625-630, 1910.

Bathe, K. J. **Finite Element Procedures**. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1996.

Benasciutti, D. **Fatigue Analysis of Random Loadings**. Ph.D. Thesis, University of Ferrara, Italy, 2004.

Benasciutti, D.; Tovo, R. Comparison of Spectral Methods for Fatigue Analysis of Broad-Band Gaussian Random Processes. **Probabilistic Engineering Mechanics**, Vol. 21(4), p. 287–299, 2006.

Bendat, J. S. **Probability Functions for Random Responses: Prediction of Peaks, Fatigue Damage, and Catastrophic Failures**. NASA report on contract NAS-5-4590, National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC, 1964.

Bishop, N. W. M.; Lack, L. W.; Li, T.; Kerr, S. C. **Analytical Fatigue Life Assessment of Vibration Induced Fatigue Damage**. *MSC World Users' Conference Proceedings, CA*, 1995.

Bishop, N. W. M. **Vibration Fatigue Analysis in the Finite Element Environment**. *XVI Encontro del Grupo Espanol De Fractura*, Torremolinos, Espanha, 1999.

Bishop, N.W.M. **The Use of Frequency Domain Parameters to Predict Structural Fatigue**. Ph.D. Thesis, University of Warwick, Coventry, England, 1988.

Bishop, N. W. M.; Sherratt, F. **Finite Element Based Fatigue Calculations**. The International Association for the Engineering Analysis Community, Farnham, United Kingdom, 2000.

Bonte, M. H. A.; Boer, A. de; Liebrechts, R. **Prediction of mechanical fatigue caused by multiple random excitations**. *Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering*, Leuven, 2004.

Bosco Junior, R. **Análise Numérico-Experimental de Componentes Sujeitos à Fadiga por Solicitações Aleatórias – Avaliação de Modelos**. Dissertação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

Budynas, R.; Nisbett, K. **Shigley's Mechanical Engineering Design**. McGraw-Hill Education, New York, 2014.

Cai, C.; Zheng H., Khan, M. S.; Hung, K. C. **Modeling of Material Damping Properties in ANSYS**. Defense Systems Division, Institute of High Performance Computing 89C Science Park Drive, Singapore Science Park I, Singapore, 2002.

Cesário, A. A. **Estimativa da vida em fadiga de componentes de implementos rodoviários através de métodos espectrais**. Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

Chaudhury, G. K.; Dover, W. D. Fatigue Analysis of Offshore Platforms Subject to Sea Wave Loading. **International Journal Fatigue**, Vol. 7, 1985.

Clough, R. W.; Penzien, J. **Dynamics of Structures**. Computers & Structures, Inc., Berkeley, CA, 1995.

Dirlik, T. **Application of Computers in Fatigue Analysis**. Ph.D. Thesis, University of Warwick, Coventry, England, 1985.

Dodds, C. J.; Robson, J. D. The description of Road Surface Roughness. **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 31(2), p. 175–183, 1973.

Dowling, N. E. **Mean stress effects in stress-life and strain-life fatigue**. *Proceedings of Fatigue 2004: Second SAE Brasil International Conference on Fatigue*, São Paulo, BR, 2004.

Drehmer, L. R. C. **Otimização de Parâmetros Concentrados de Suspensão para Conforto e Segurança Veicular**. Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

Fredö, C.R.; Laveno, A.; Svensson, J.; Wilmar, O.; Brunner, O. **Force Measurements during Vibration Tests with Sinusoidal Base Excitation**. *Proceedings of a European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing*, Braunschweig, Alemanha, 1998.

Gillespie, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. SAE, Warrendale, PA, 1992.

Goodman, J. **Mechanics Applied to Engineering**. Longmans, Green and Co., London, UK, 1919.

Ferreira, W. G.; Meehan, T. S.; Cardoso, V. M.; Bishop, N. W. M. **A Comparative Study of Automotive System Fatigue Models Processed in the Time and Frequency Domain**. SAE Technical Paper 2016-01-0377, Warrendale, PA, 2016.

Fossati, G. G. **Determinação das Respostas Dinâmicas de Veículos à Excitação Causada por Diferentes Perfis de Pista Através de Análise Espectral**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

Halfpenny, A. **A Frequency Domain Approach for Lifetime Estimation from Finite Element Analysis**. *International Conference on Damage Assessment of Structures*, Dublin, Ireland, 1999.

Halfpenny, A.; Kihm, F. **Rainflow Cycle Counting and Acoustic Fatigue Analysis Techniques for Random Loading**. *10th International Conference on Recent Advances in Structural Dynamics Southampton*, UK, 2010.

Higashida, Y.; Burk, J. D.; Lawrence, F. D. Jr. Strain-controlled fatigue behavior of ASTM A36 and A514 grade F steels and 5083-0 aluminum weld materials. **Welding Journal**, Vol. 57, p. 334s–344s, 1978.

Hougaz, A. B. **Análise Probabilística de Durabilidade Aplicada a Veículos de Carga Rodoviária**. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

Hughes, T. J. R. **The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis**. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.

Irvine, T. **Vibrationdata: Shock & vibration Software & tutorials**. <[www.vibrationdata.com/webinar/unit11/Webinar\\_11\\_PSD.ppt](http://www.vibrationdata.com/webinar/unit11/Webinar_11_PSD.ppt)>. Acessado em 05/07/2016.

ISO 8608. **Mechanical vibration - Road surface profiles - Reporting of measured data**. International Organization for Standardization, Switzerland, 1995.

Lalanne, M.; Berthier, P.; Hagopian, J. D. **Mechanical Vibrations for Engineers**. John Wiley and Sons, Lyon, 1984.

Larsen, C. E.; Irvine, T. **A review of spectral methods for variable amplitude fatigue prediction and new results**. *3rd International Conference on Material and Component Performance under Variable Amplitude Loading*, p. 243–250, Prague, 2015.

Leadsman, R.; Shih, S. **Heavy and Medium Duty Vehicle Suspension-Related Performance Issues and Effective Analytical Models for System Design Guide**. Paper, Meritor Automotive, Troy, 2005.

Lee, Y. L.; Pan, J.; Hathaway, R. B.; Barkey, M. E. **Fatigue Testing and Analysis Theory and Practice**. Elsevier Inc., UK, 2005.

Lutes L. D.; Corazao, M.; Hu, S. J.; Zimmerman, J. Stochastic fatigue damage accumulation. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, Vol. 110(11), p. 2585-2601, 1984.

MathWorks. **Matlab Primer**. The MathWorks, Inc., Natick, MA, 2017.

Marques, J. M. E.; Marczak, R. J. **Uma metodologia para comparação entre modelos de Elementos Finitos com aplicação na simulação dinâmica de implementos rodoviários**. *Anais do XXIV Simpósio Internacional de Engenharia Automotiva - SIMEA 2016 [Blucher Engineering Proceedings]*, p. 212-231, São Paulo: Blucher, 2016. ISSN 2357-7592, DOI 10.5151/engpro-simea2016-PAP32.

Meirovitch, L. **Fundamentals of Vibrations**. McGraw-Hill Education, New York, 2001.

Miner, M. A. Cumulative damage in fatigue. **Journal of Applied Mechanics**, Vol. 12, 1945.

Morsch, I. B. **Análise Estrutural de Veículos Comerciais Tipo Ônibus**. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

Mršnik, M.; Slavič, J.; Boltežar, M. Frequency-domain methods for a vibration-fatigue-life estimation – Application to real data. **International Journal of Fatigue**, Vol. 47, p. 8-17, 2013.

nCode 11.0. **DesignLife Theory Guide**. HBM, UK, 2015.

Nieslony, A. Comparison of Some Selected Multiaxial Fatigue Failure Criteria Dedicated for Spectral Method, **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, Vol. 48(1) p. 233-254, Warsaw, 2010.

Nieslony, A., Macha, E. **Spectral Method in Multiaxial Random Fatigue**. Opole: Springer, 2007.

Ortiz, K.; Chen, N. K. **Fatigue Damage Prediction for Stationary Wideband Random Stresses**. *Proceedings of the 5th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering*, p. 309-316, Vancouver, 1987.

Paez, T. L.; Consulting, T. P.; Colorado, D. Random vibration – a brief history. **Sound and Vibration**, Vol. 46(1), p. 52-60, 2012.

Passos, J. P. **Estimação da Vida em Fadiga através de Análise Dinâmica Global-Local no Domínio da Frequência**. Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

Pastor, M.; Binda M.; Harčarik T. **Modal Assurance Criterion**. *Organise the 5th International Conference on Modelling of Mechanical and Mechatronic Systems MMaMS 2012*. Procedia Engineering, Vol. 48, P. 1-710, 2012.

Peres, G. **Uma metodologia para simulação e análise estrutural de veículos de transporte de carga**. Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

Radaj, D. **Design and Analysis of Fatigue Resistant Welded Structures**. Woodhead, Cambridge, 1990.

Randall, J. A. **The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse**. University of Cincinnati, Ohio, 2003.

Rao, S. S. **Mechanical Vibrations**. University of Purdue, Addison-Wesley Publishing Company, EUA, 1986.

Reis, C. G. **Estimativa da Vida em Fadiga de Componentes Submetidos a Solicitações Aleatórias**. Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

Researchgate. **How to calculate time step size in ANSYS transient structural**. <[http://www.researchgate.net/post/How\\_do\\_calculate\\_time\\_step\\_size\\_in\\_ANSYS\\_transient\\_structural](http://www.researchgate.net/post/How_do_calculate_time_step_size_in_ANSYS_transient_structural)>. Acessado em 07/07/16.

Rice, S. O. **Mathematical Analysis of Random Noise**. Selected Papers on Noise and Stochastic Processes Nelson Wax ed. Dover Publications, EUA, 1954.

Rychlik, I. On the 'narrow-band' approximation for expected fatigue damage. **Probabilistic Engineering Mechanics**, Vol. 8, p. 1-4, 1993.

Santos, D. P. dos. **Um estudo de análise de fadiga no domínio da frequência**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

Shinozuka, M.; Jan, C. M. Digital Simulation of Random Processes and its Applications. **Journal of Sound and Vibration**, Vol. 25(1), p. 111–128, 1972.

Spears, R. E.; Jensen, S. R. **Approach for Selection of Rayleigh Damping Parameters Used for Time History Analysis**. ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, Prague, Czech Republic, 2009.

Steinberg, D. S. **Vibration Analysis for Electronic Equipment**. 2nd edition, John Wiley and Sons, New York, 1988.

Suresh, S. **Fatigue of Materials**. Cambridge University Press, Second Edition, Cambridge, New York, 1998.

Sweitzer, K. A. **Random Vibration Response Statistics for Fatigue Analysis of Nonlinear Structures**. Ph.D. thesis, University of Southampton, Southampton, UK, 2006.

Vargas, V. A. **Efeitos da Flexibilidade Estrutural em Simulações de Dinâmica Lateral de Veículo de Transporte de Carga**. Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

Wirsching, P. H.; Light, M. C. Fatigue Under Wide Band Random Stress. **Journal of the Structural Division**, ASCE, Vol. 106(7), p. 1593-1607, 1980.

Wöhler, A. Test to determine the forces acting on railway carriage axels and capacity of resistance of the axle. **Engineering**, vol. 11, p. 199, 1871.

Zhao, W.; Baker, M. J. On the probability density function of rainflow stress range for stationary Gaussian processes. **International Journal of Fatigue**, Vol. 14(2), p. 121-135, 1992.

## ANEXO I – PSD DE DESLOCAMENTO DE CLASSES DE PISTAS

O anexo A mostra o gráfico de classes de pistas obtido da norma ISO 8608 na forma de PSD de deslocamento em função da frequência espacial e temporal.

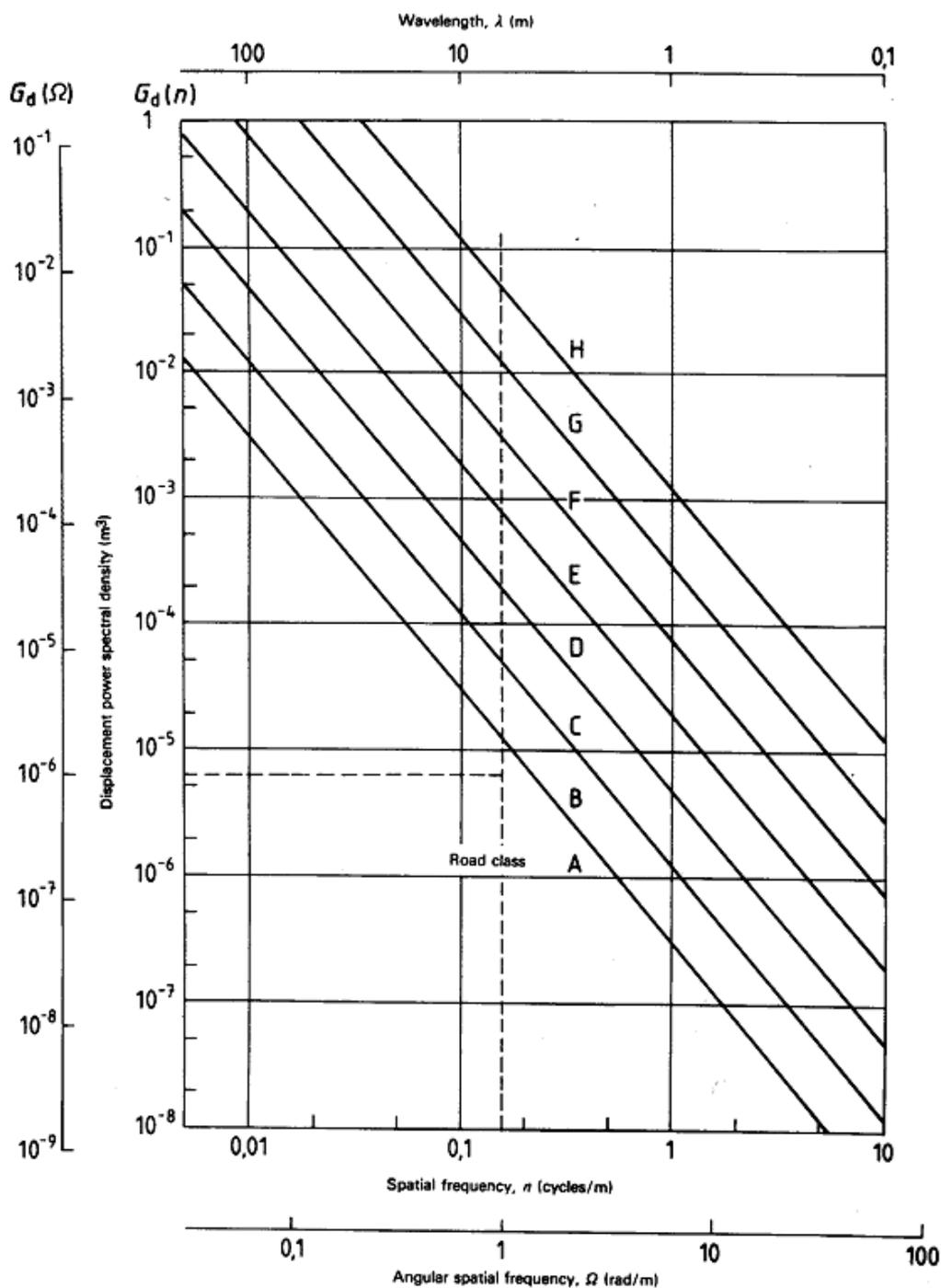


Figura I.1 PSD de deslocamento em função da frequência espacial e temporal de diversas classes de pistas [ISO 8608, 1995]

## APÊNDICE A – FLUXOGRAMA DA ESTRUTURA CHASSI

Nesse apêndice é apresentado o fluxograma com as etapas da análise da estrutura chassi do implemento rodoviários.

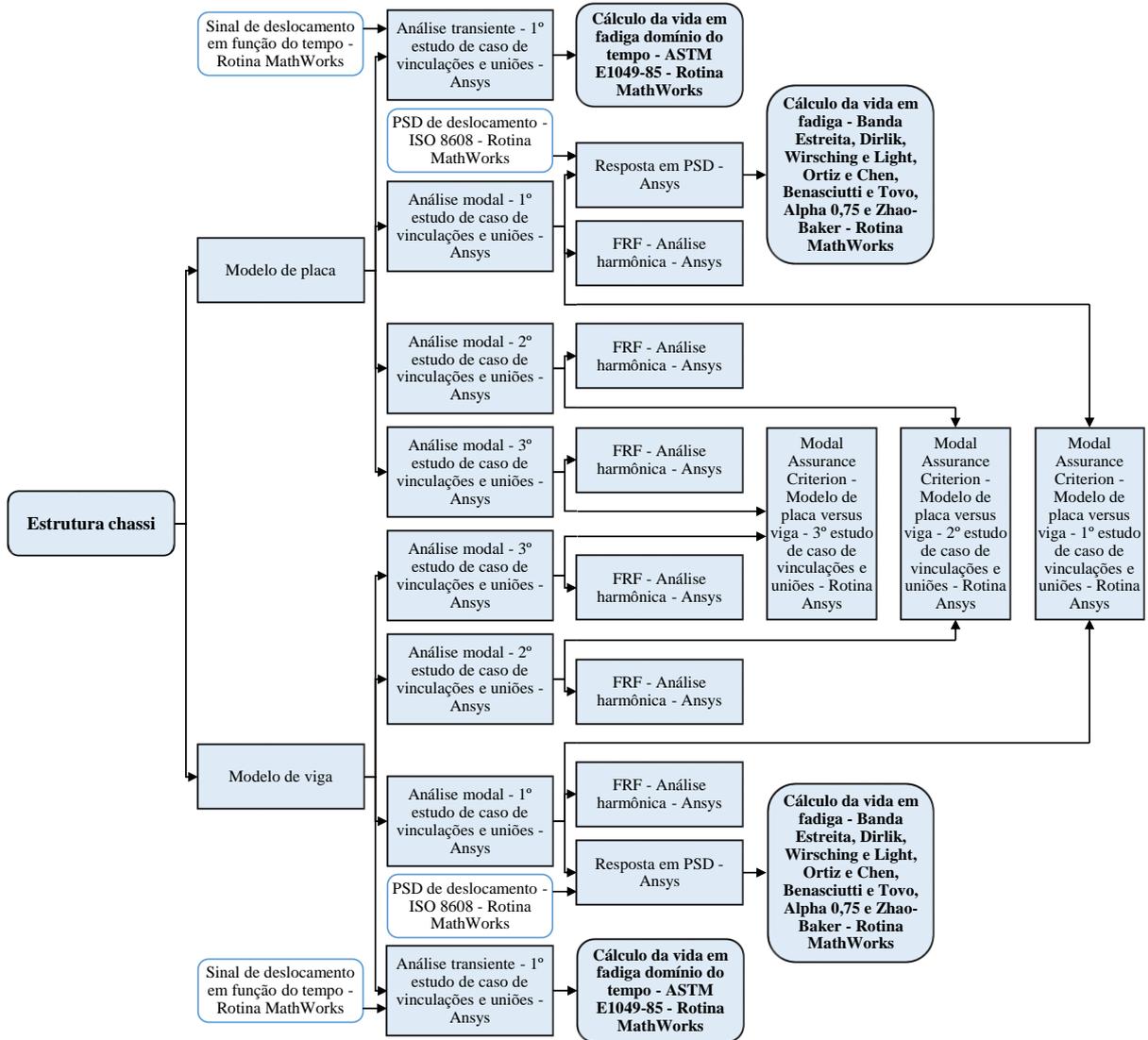


Figura A.1 Fluxograma da estrutura chassi

## APÊNDICE B – ROTINA DA PSD DE DESLOCAMENTO E SINAL DE DESLOCAMENTO EM FUNÇÃO DO TEMPO

```

clc;
close all;
clear all;

format shortEng

disp(' ');
disp('Escolha a classe de pista conforme ISO 8608');
disp('1=CLASSE DE PISTA A');
disp('2=CLASSE DE PISTA B');
disp('3=CLASSE DE PISTA C');
disp('4=CLASSE DE PISTA D');
disp('5=CLASSE DE PISTA E');
classe=input(' ');

%Grau de rugosidade da pista
if(classe==1)
    Gd_n0=16*10^-6;
end
if(classe==2)
    Gd_n0=64*10^-6;
end
if(classe==3)
    Gd_n0=256*10^-6;
end
if(classe==4)
    Gd_n0=1024*10^-6;
end
if(classe==5)
    Gd_n0=4096*10^-6;
end

vel=input('Velocidade da estrutura [km/h] = ');
dist=4000;
T=dist/(vel/3.6);
f_max=200; %Maior frequência que se pretende captar no sinal
f_s=400; %Taxa ou frequência de amostragem. Para evitar problemas de
Aliasing f_s>2*f_max (frequência de Nyquist)
delta_t=1/f_s; %Intervalo de tempo entre amostragem
N=T/delta_t; %Numero de intervalos da banda de frequências ou pontos
adquiridos
n_gap1=round(N); %Arredondamento
n_gap2=20; %Numero de intervalos da somatório

%Geração da PSD de deslocamento
n=linspace(0.011,2.83,n_gap2); %Faixa de frequências espaciais previsto
pela ISO 8608
n0=0.1; %Frequência espacial de referência indicado pela ISO 8608
w=2; %Expoente para velocidade constante
Gd_n=Gd_n0*(n/n0).^(-w); %PSD de deslocamento em função da frequência
espacial

```

```

f=n*(vel/3.6); %Frequência espacial para temporal
Gd_f=Gd_n/(vel/3.6); %%PSD de deslocamento em termos de frequência espacial
para temporal

yy=logspace(log10(Gd_f(1)),log10(Gd_f(end)),n_gap2);
xx=logspace(log10(f(1)),log10(f(end)),n_gap2);

%Integral pela regra do trapézio
integral_trap=sum(diff(xx).*(yy(1:end-1)+yy(2:end))/2);
RMS_PSD_Trap=sqrt(integral_trap);

%Integral pelo somatório
f=xx;
a=yy;
[s,grms]=calculate_PSD_slopes(f,a);
RMS_PSD=grms;

out1=sprintf('Calculo da RMS da PSD [m] = %E',RMS_PSD);
disp(' ');
disp(out1);

figure(1); %PSD de deslocamento
loglog(xx,yy);
hold on
loglog(xx,yy,'.r');
title('PSD de deslocamento');
xlabel('Frequência [Hz]');
ylabel('PSD [m^2/Hz]');
hold off
xlim([10^-2 10^2]);
ylim([10^-10 10^-2]);

%Geração do sinal de deslocamento no domínio do tempo
t=linspace(0,T,n_gap1); %Vetor do tempo discretizado
ang_fase=2*pi.*rand(1,n_gap2-1); %angulo de fase

y=zeros(1,n_gap2-1);
y_t=zeros(1,n_gap1); %Sinal de deslocamento iniciando em repouso

%Proposta de Shinozuka, M. e Jan, C. M.
for j=1:n_gap1
    for i=1:n_gap2-1
        delta_f=xx(i+1)-xx(i); %Intervalo de variação da frequência
        y(i)=sqrt(2*yy(i)*delta_f)*cos(2*pi*xx(i)*t(j)+ang_fase(i));
    end
    y_t(j)=sum(y);
end

figure(2); %Sinal de deslocamento domínio do tempo
plot(t,y_t);
title('Sinal de deslocamento vertical');
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('Deslocamento [m]');
xlim([0 t(length(t))]);
ylim([-0.06 0.06]);

%%FFT e angulo de fase%%
NFFT=2^nextpow2(N);

```

```

y_fft=fft(y_t,NFFT);
f_fft=(0:length(y_fft)-1)*f_s/length(y_fft);
Pyy=y_fft.*conj(y_fft)/length(y_fft);
fase=angle(y_fft);

% figure(3);
% % subplot(2,1,1)
% loglog(f_fft,Pyy)
% title('PSD através da FFT')
% xlabel('Frequência [Hz]')
% ylabel('PSD [m^2/Hz]');

% figure(4);
% % subplot(2,1,2)
% plot(f_fft,rad2deg(fase));
% title('Fase');
% xlabel('Frequência [Hz]');
% ylabel('Angulo de fase [graus]');
% xlim([0 f_fft(round(length(f_fft)))]);

R_M_S=sqrt(mean(y_t.^2));

out2=sprintf('Calculo da RMS do sinal de deslocamento no tempo [m] =
%E',R_M_S);
disp(' ');
disp(out2);

f_Gd_f=[xx',yy'];
t_y_t=[t',y_t'];

% %Salvar arquivo da PSD
% extarq='*.xlsx';
% [arquivo,pasta]=uiputfile(extarq,'Salve o arquivo de dados da PSD');
% cd(pasta);
% xlswrite(arquivo,f_Gd_f);

% %Salvar arquivo do sinal de deslocamento
% extarq='*.xlsx';
% [arquivo,pasta]=uiputfile(extarq,'Salve o arquivo de dados do sinal de
deslocamento');
% cd(pasta);
% xlswrite(arquivo,t_y_t);

```

## APÊNDICE C – ROTINA DOS CÁLCULOS DA VIDA EM FADIGA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

```

clc;
close all;
clear all;

%Propriedades do material
%Referência Y. HIGASHIDA, J. D. BURK, AND F. V. LAWRENCE, JR.
Sf=1014; %Aço ASTM A36
b=-0.132; %Aço ASTM A36
m=-1/b;
A=Sf^m;
Nk=1e6; %Vida infinita
sigaf=Sf*Nk.^b; %Limite de fadiga para vida infinita

%Leitura do arquivo da RPSD
extarq='*.xlsx';
[arquivo,pasta]=uigetfile(extarq,'Escolha o arquivo de dados');
cd(pasta);
fa=xlsread(arquivo);

f=fa(:,1); %Eixo das abscissas frequência [Hz]
a=fa(:,2); %Eixo das ordenadas PSD [MPa^2/Hz]

figure(1); %Resposta em PSD
loglog(f,a);
hold on
loglog(f,a,'.r');
title('Resposta da PSD');
xlabel('Frequencia [Hz]');
ylabel('RPSD [MPa^2/Hz]');
hold off

if (f(1)<=1.0e-20)
    f(1)=[];
    a(1)=[];
end

[s,grms]=calculate_PSD_slopes(f,a); %Calculo da inclinação PSD. RMS da PSD.

if (f(1)>=10)
    df=1;
else
    df=10^(floor(log10(f(1))));
end

[fi,ai]=interpolate_PSD(f,a,s,df); %Interpolação da PSD

disp(' ');
vel=input('Velocidade da estrutura [km/h] = ');
dist=4000;
T=dist/(vel/3.6);

n=length(fi);

```

```

m0=0;
m1=0;
m2=0;
m4=0;
M2m=0;
Mkp2=0;
m0p75=0;
m1p5=0;

ae=2/m;
be=ae+2;

for i=1:n %Integral dos momentos de área abaixo da PSD
    m0=m0+ai(i)*df;
    m1=m1+ai(i)*fi(i)*df;
    m2=m2+ai(i)*fi(i)^2*df;
    m4=m4+ai(i)*fi(i)^4*df;

    M2m=M2m+ai(i)*fi(i)^ae*df;
    Mkp2=Mkp2+ai(i)*fi(i)^be*df;

    m0p75=m0p75+ai(i)*fi(i)^0.75*df;
    m1p5=m1p5+ai(i)*fi(i)^1.5*df;
end

E0=sqrt(m2/m0); %Expectativas de zeros com cruzamento positivo [pontos/seg]
EP=sqrt(m4/m2); %Expectativas de picos [pontos/segundos]

x=(m1/m0)*sqrt(m2/m4); %Frequência média esperada
alpha_0p75=m0p75/sqrt(m0*m1p5); %Fator de irregularidade para i=0,75
alpha_1=m1/sqrt(m0*m2); %Fator de irregularidade para i=1
alpha_2=m2/(sqrt(m0*m4)); %Fator de irregularidade para i=2

%Funções dos momentos de área parâmetros de Dirlik
D1=2*(x-alpha_2^2)/(1+alpha_2^2);
R=(alpha_2-x-D1^2)/(1-alpha_2-D1+D1^2);
D2=(1-alpha_2-D1+D1^2)/(1-R);
D3=1-D1-D2;
Q=1.25*(alpha_2-D3-D2*R)/D1;

sqrt_m0=sqrt(m0);
maxS=2*sqrt(2)*sqrt_m0; %Limite indicado por Bishop e Halfpenny.
% maxS=8*grms; %Limite indicado por Irvine. %grms=sqrt_m0%%
n=100; %Número de barras
ds=maxS/n; %Largura da barra
P=zeros(n,1); %Ciclos por barra
S=zeros(n,1); %Nível pico-vale em cada barra

%Dirlik conforme Santos, D. P. dos. UFRGS
%Halfpenny, A.
for i=1:n
    S(i)=(i-1)*ds; %Nível pico-vale em cada barra [MPa]
    Z=S(i)/(2*sqrt(m0));

    t1=(D1/Q)*exp(-Z/Q);
    a2=-Z^2;

```

```

b2=2*R^2;

t2=(D2*Z/R^2)*exp(a2/b2);
t3=D3*Z*exp(-Z^2/2);

pn=t1+t2+t3;
pd=2*sqrt(m0);
p=pn/pd; %Função probabilidade

P(i)=p;
end

Nm=EP*T*P; %Contagem de ciclos do nível pico-vale Dirlik

figure(2); %Nível pico-vale x Contagem de ciclos
plot(S,Nm);
hold on
plot(S,Nm,'.r');
title('Histograma por Dirlik');
xlabel('Nível pico-vale [MPa]');
ylabel('Ciclos');
hold off

%Cálculo de dano acumulado por Palmgren-Miner
Nfm=(S/Sf)^(1/b); %Contagem de ciclos

n=length(S);
D=zeros(n,1);

for i=1:n
    D(i)=Nm(i)/Nfm(i); %Fração do Dano
end
DDK=sum(D); %Dano acumulado Dirlik

%Narrow Band conforme Mršnik, M.; Slavi?, J.; Boltežar, M. e Larsen, C. E.;
%Irvine, T.
arg=0.5*m+1;
gf=gamma(arg);
DNB=((E0*T)/A)*gf*(sqrt(2*m0))^m; %Dano acumulado Narrow Band

%Wirsching e Light conforme Mršnik, M.; Slavi?, J.; Boltežar, M. e Larsen,
%C. E.; Irvine, T.
a=0.926-0.033*m;
b_wl=1.587*m-2.323;
ee=sqrt(1-alpha_2);
lambda_wl=a+(1-a)*(1-ee)^b_wl;
DWL=DNB*lambda_wl; %Dano acumulado Wirsching e Light

%Ortiz e Chen conforme Mršnik, M.; Slavi?, J.; Boltežar, M. e Larsen, C.
%E.; Irvine, T.
beta_oc=sqrt(m2*M2m/(m0*Mkp2));
beta_oc_m=beta_oc^m;
lambda_oc=beta_oc_m/alpha_2;
DOC=DNB*lambda_oc; %Dano acumulado Ortiz e Chen

%Benasciutti e Tovo conforme Mršnik, M.; Slavi?, J.; Boltežar, M. e Larsen,
%C. E.; Irvine, T.

```

```

h=1+alpha_1*alpha_2-(alpha_1+alpha_2);
term1=1.112*h*exp(2.11*alpha_2);
term2=(alpha_1-alpha_2);
b_bt=(alpha_1-alpha_2)*(term1+term2)/(alpha_2-1)^2;
lambda_bt=(b_bt+(1-b_bt)*alpha_2^(m-1));
DBT=DNB*lambda_bt; %Dano acumulado Benasciutti e Tovo

%Alpha 0,75 conforme Mršnik, M.; Slavi?, J.; Boltežar, M. e Larsen, C. E.;
%Irvine, T.
DAL=alpha_0p75^2*DNB; %Dano acumulado Alpha 0,75

%Zhao e Baker conforme Mršnik, M.; Slavi?, J.; Boltežar, M. e Larsen, C. E.
%Irvine, T.
alpha_w=8-7*alpha_2; %Parâmetro de Weibull Alpha
if(alpha_2 < 0.9)
    beta_w=1.1; %Parâmetro de Weibull beta
else
    beta_w=1.1+9*(alpha_2-0.9); %Parâmetro de Weibull beta
end
wn=1-alpha_2;
wd=1-sqrt(2/pi)*gamma(1+(1/beta_w))*alpha_w^(-1/beta_w);
w=wn/wd;

N=zeros(n,1);
area=0;
for i=1:n
    S(i)=(i-1)*ds;

    Z=S(i)/sqrt_m0;
    dZ=ds/sqrt_m0;

    N(i)=w*alpha_w*beta_w*(Z^(beta_w-1))*exp(-alpha_w*Z^beta_w) + (1-
w)*Z*exp(-Z^2/2);
    area=area+(Z^m)*N(i)*dZ;
end

DZB=(area*EP*T/A)*(sqrt_m0^m); %Dano acumulado Zhao e Baker

out1=sprintf('Dano acumulado Dirlik = %E',DDK);
out2=sprintf('Dano acumulado Narrow band = %E',DNB);
out3=sprintf('Dano acumulado Wirsching e Light = %E',DWL);
out4=sprintf('Dano acumulado Ortiz Chen = %E',DOC);
out5=sprintf('Dano acumulado Benasciutti Tovo = %E',DBT);
out6=sprintf('Dano acumulado Alpha 0,75 = %E',DAL);
out7=sprintf('Dano acumulado Zhao e Baker = %E',DZB);
disp(' ');
disp(out1);
disp(out2);
disp(out3);
disp(out4);
disp(out5);
disp(out6);
disp(out7);

%Vida em fadiga Dirlik
Vida_DDK_s=T/DDK; %Vida em segundos
Vida_DDK_km=vel*Vida_DDK_s/3600; %Vida em quilômetros
%Vida em fadiga Narrow Band

```

```

Vida_DNB_s=T/DNB; %Vida em segundos
Vida_DNB_km=vel*Vida_DNB_s/3600; %Vida em quilômetros
%Vida em fadiga Wirsching e Light
Vida_DWL_s=T/DWL; %Vida em segundos
Vida_DWL_km=vel*Vida_DWL_s/3600; %Vida em quilômetros
%Vida em fadiga Ortiz Chen
Vida_DOC_s=T/DOC; %Vida em segundos
Vida_DOC_km=vel*Vida_DOC_s/3600; %Vida em quilômetros
%Vida em fadiga Benasciutti Tovo
Vida_DBT_s=T/DBT; %Vida em segundos
Vida_DBT_km=vel*Vida_DBT_s/3600; %Vida em quilômetros
%Vida em fadiga Alpha 0,75
Vida_DAL_s=T/DAL; %Vida em segundos
Vida_DAL_km=vel*Vida_DAL_s/3600; %Vida em quilômetros
%Vida em fadiga Zhao e Baker
Vida_DZB_s=T/DZB; %Vida em segundos
Vida_DZB_km=vel*Vida_DZB_s/3600; %Vida em quilômetros

out8=sprintf('Vida em fadiga Dirlik [km] = %E',Vida_DDK_km);
out9=sprintf('Vida em fadiga Narrow Band [km] = %E',Vida_DNB_km);
out10=sprintf('Vida em fadiga Wirsching e Light [km] = %E',Vida_DWL_km);
out11=sprintf('Vida em fadiga Ortiz Chen [km] = %E',Vida_DOC_km);
out12=sprintf('Vida em fadiga Benasciutti Tovo [km] = %E',Vida_DBT_km);
out13=sprintf('Vida em fadiga Alpha 0,75 [km] = %E',Vida_DAL_km);
out14=sprintf('Vida em fadiga Zhao e Baker [km] = %E',Vida_DZB_km);
disp(' ');
disp(out8);
disp(out9);
disp(out10);
disp(out11);
disp(out12);
disp(out13);
disp(out14);

```

## APÊNDICE D – MODOS DE VIBRAR DA ESTRUTURA CHASSI COM ELEMENTOS FINITOS DE PLACA E VIGA DOS 3 MODELOS PROPOSTOS

Os modos de vibrar da estrutura chassi com EF de placa e viga são mostrados no apêndice D com o objetivo de tornar o texto mais limpo para o leitor. As figuras grandes, quando acrescentadas no apêndice, facilitam a leitura e entendimento dos resultados.

Tabela D.1 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de **placa** referente ao modelo 1

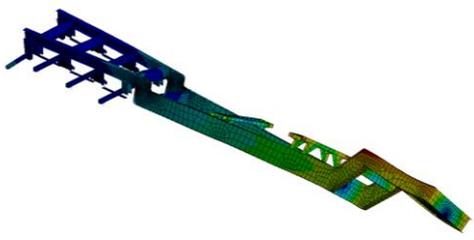
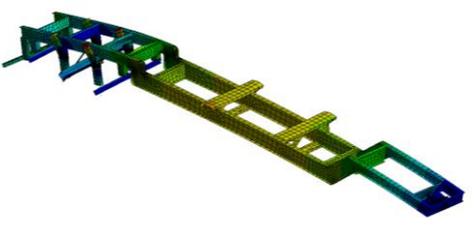
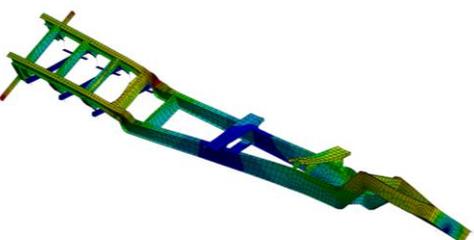
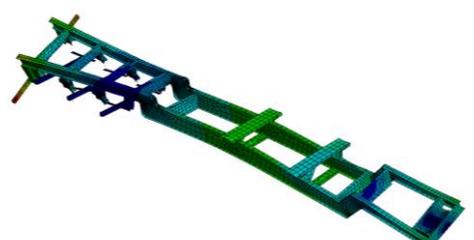
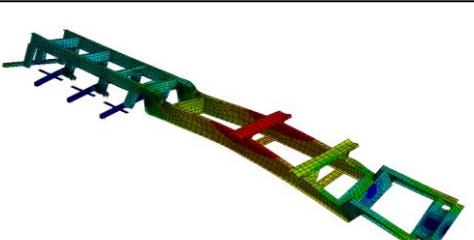
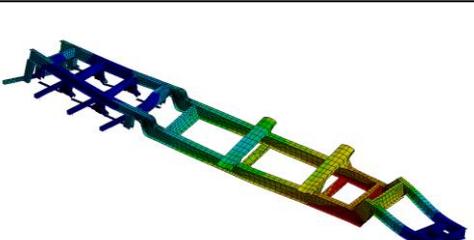
Modo	Figura	Modo	Figura
1		4	
2		5	
3		6	

Tabela D.2 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de **placa** referente ao modelo 2

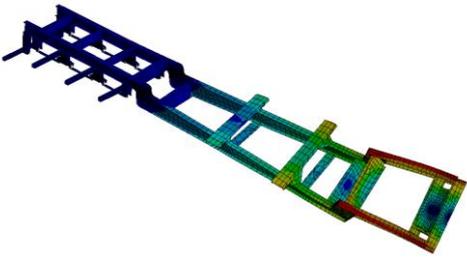
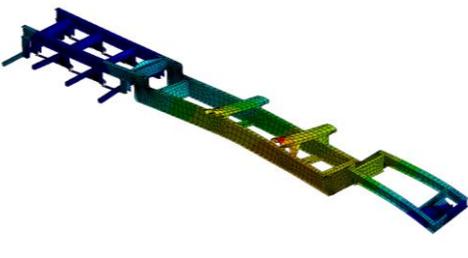
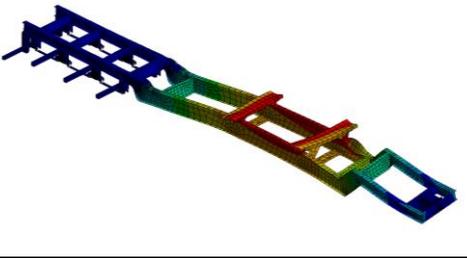
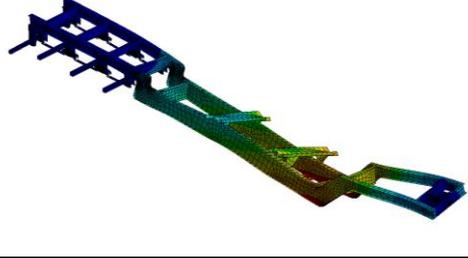
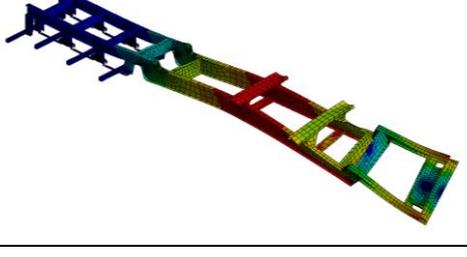
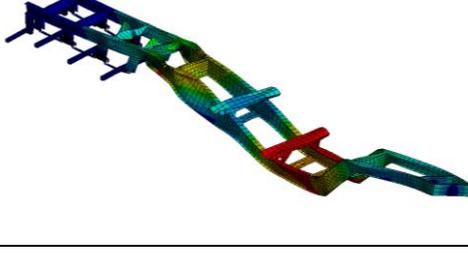
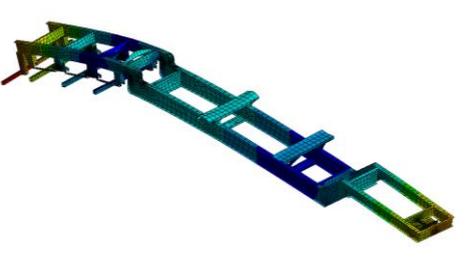
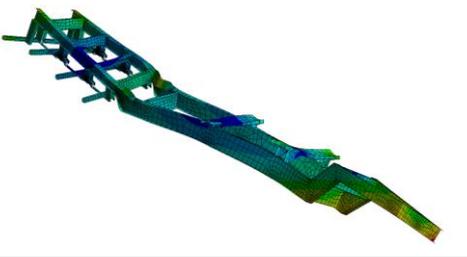
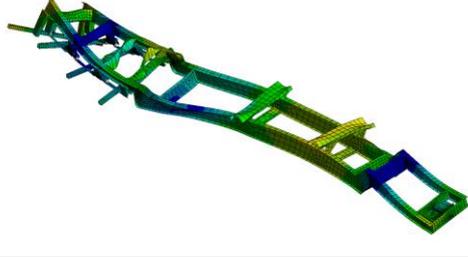
Modo	Figura	Modo	Figura
1		4	
2		5	
3		6	

Tabela D.3 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de **placa** referente ao terceiro modelo

Modo	Figura	Modo	Figura
1		4	
2		5	

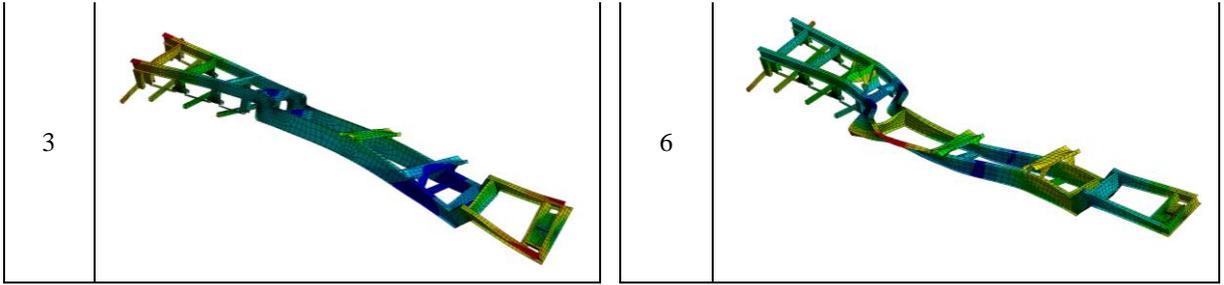


Tabela D.4 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de **viga** referente ao modelo 1

Modo	Figura	Modo	Figura
1		4	
2		5	
3		6	

Tabela D.5 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de **viga** referente ao modelo 2

Modo	Figura	Modo	Figura
1		4	

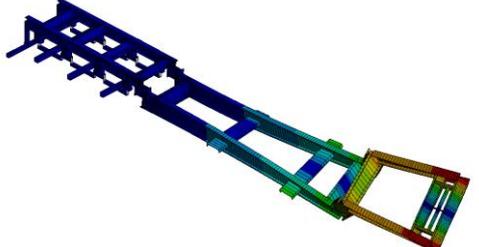
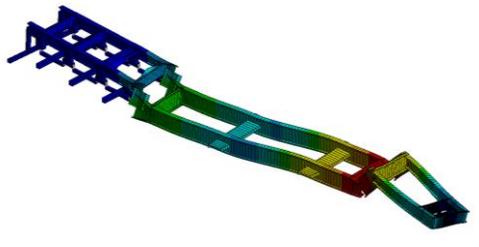
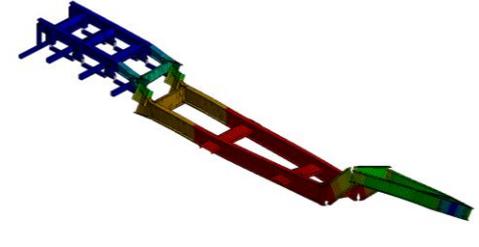
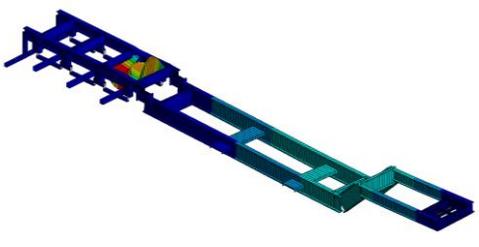
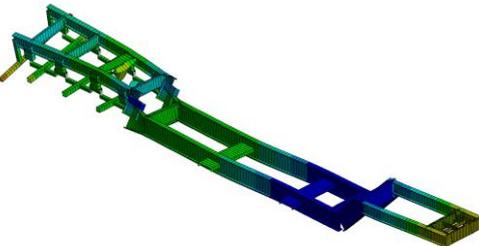
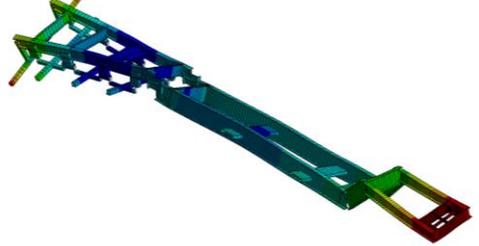
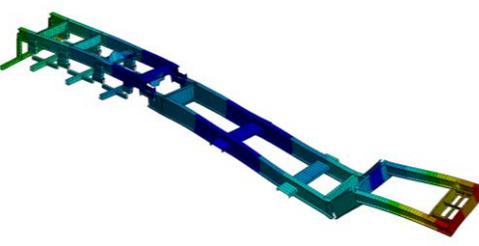
2		5	
3		6	

Tabela D.6 Modos de vibrar da estrutura chassi com EF de **viga** referente ao terceiro modelo

Modo	Figura	Modo	Figura
1		4	
2		5	
3		6	

## APÊNDICE E – RESULTADOS DAS ANÁLISES TRANSIENTES E GRÁFICOS DE BARRAS DA CONTAGEM DE CICLOS DA VIGA EM BALANÇO

O apêndice E apresenta as tensão de vonMises, em função do tempo, e os gráficos de barras da contagem de ciclos em função da tensão, via *Rainflow*, da viga em balanço.

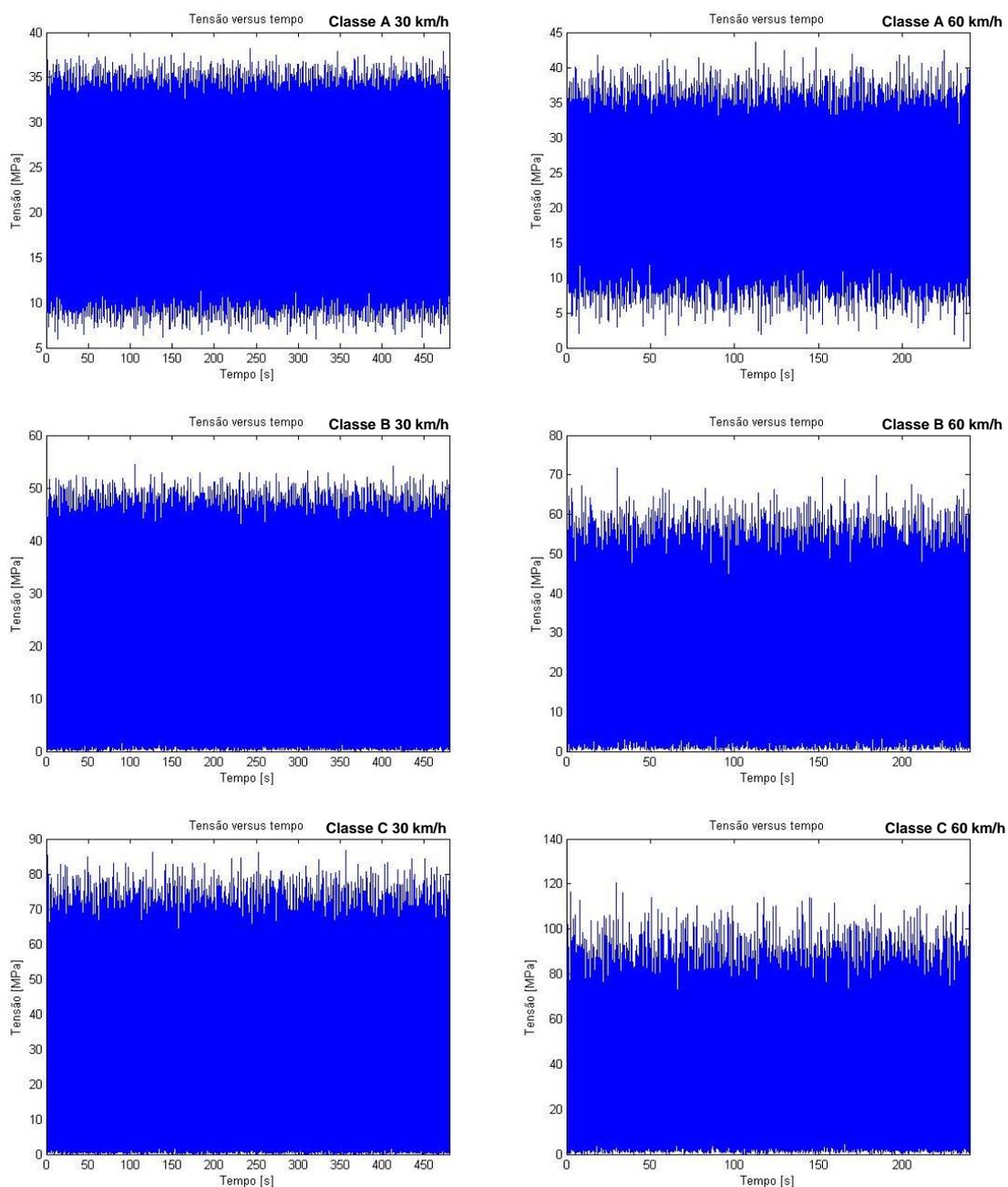


Figura E.1 Tensão de vonMises em função do tempo da viga em balanço com EF de placa das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

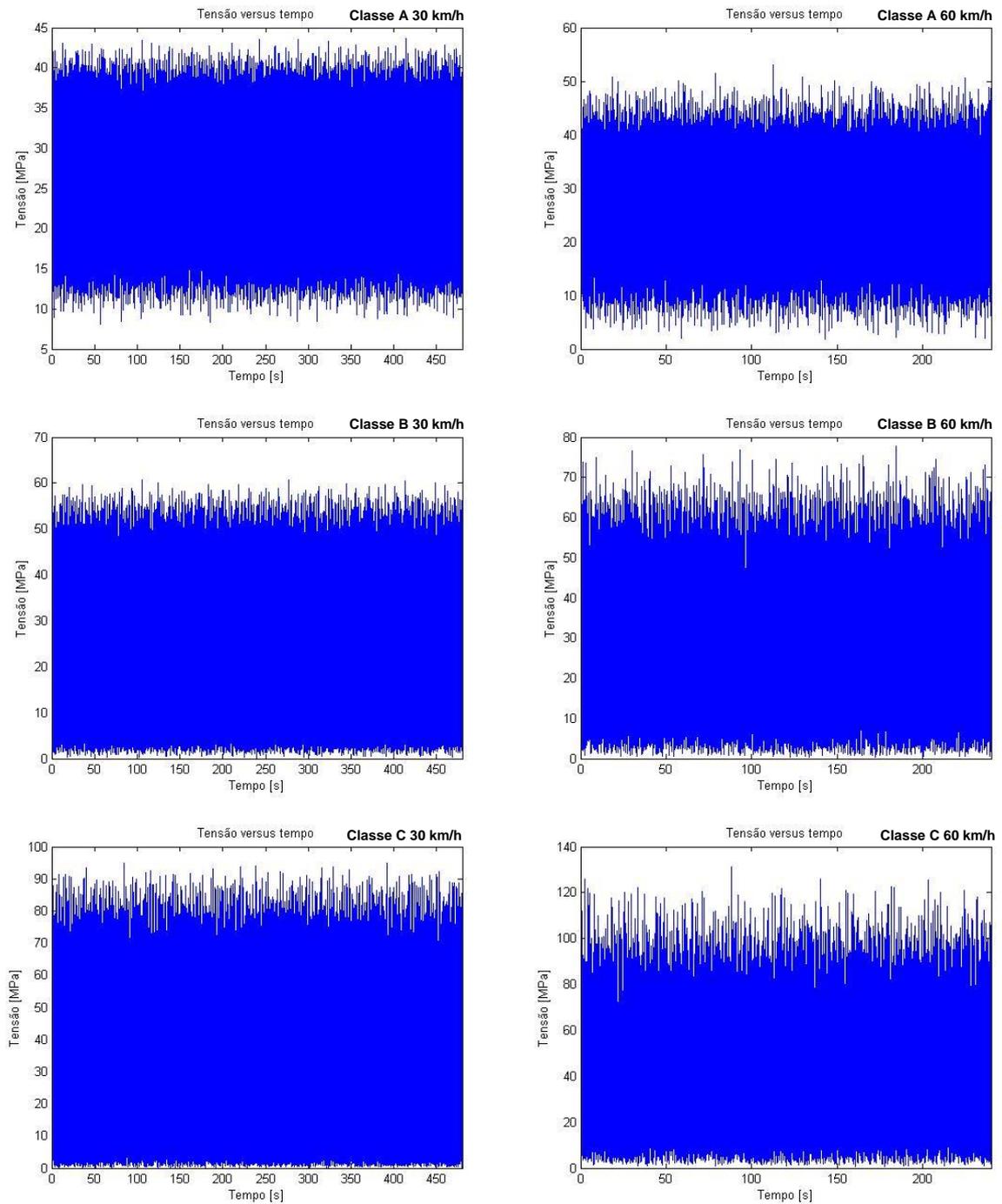


Figura E.2 Tensão de vonMises em função do tempo da viga em balanço com EF de **viga** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

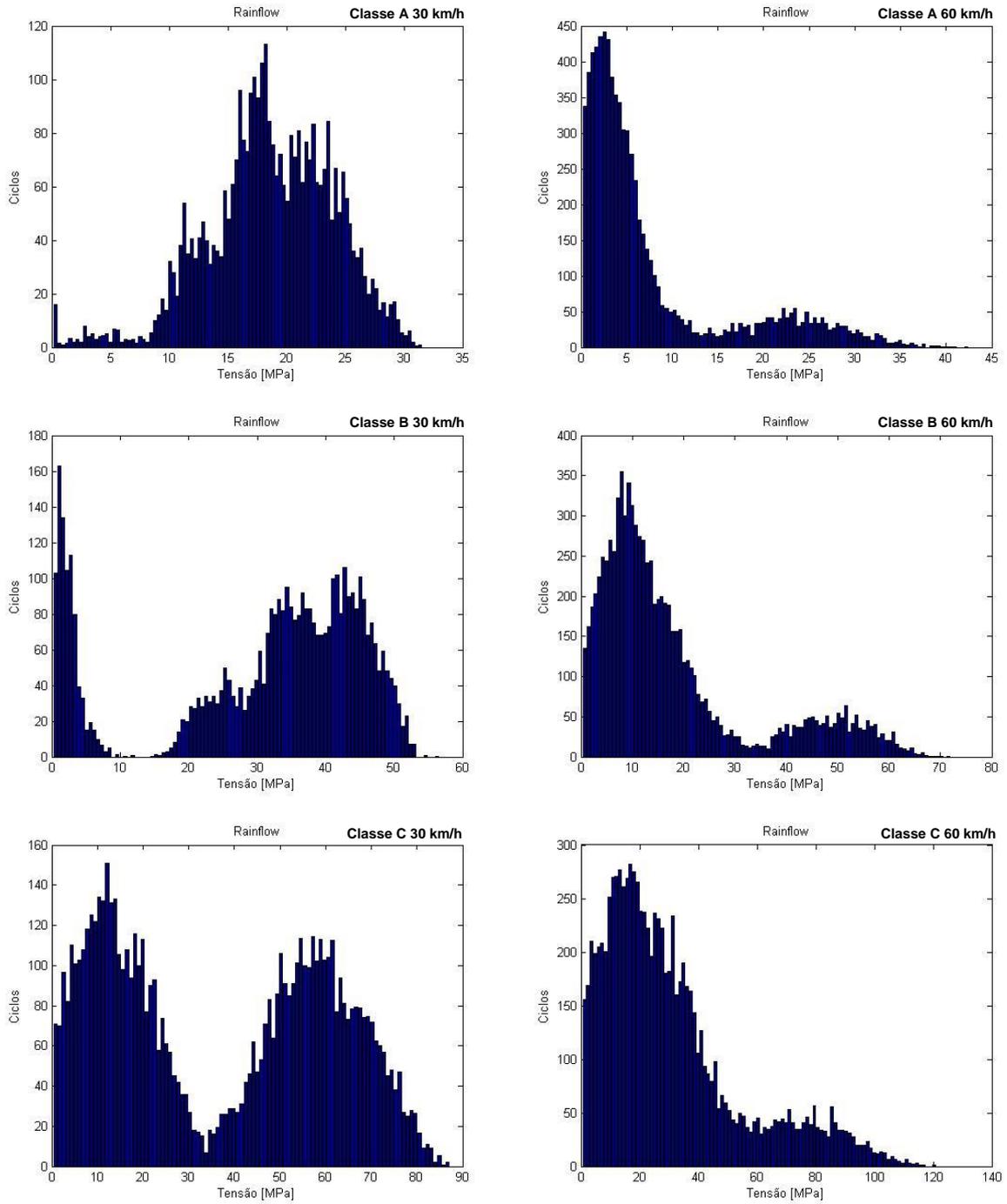


Figura E.3 Contagem de ciclos em função de tensões de vonMises da viga em balanço com EF de **placa** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

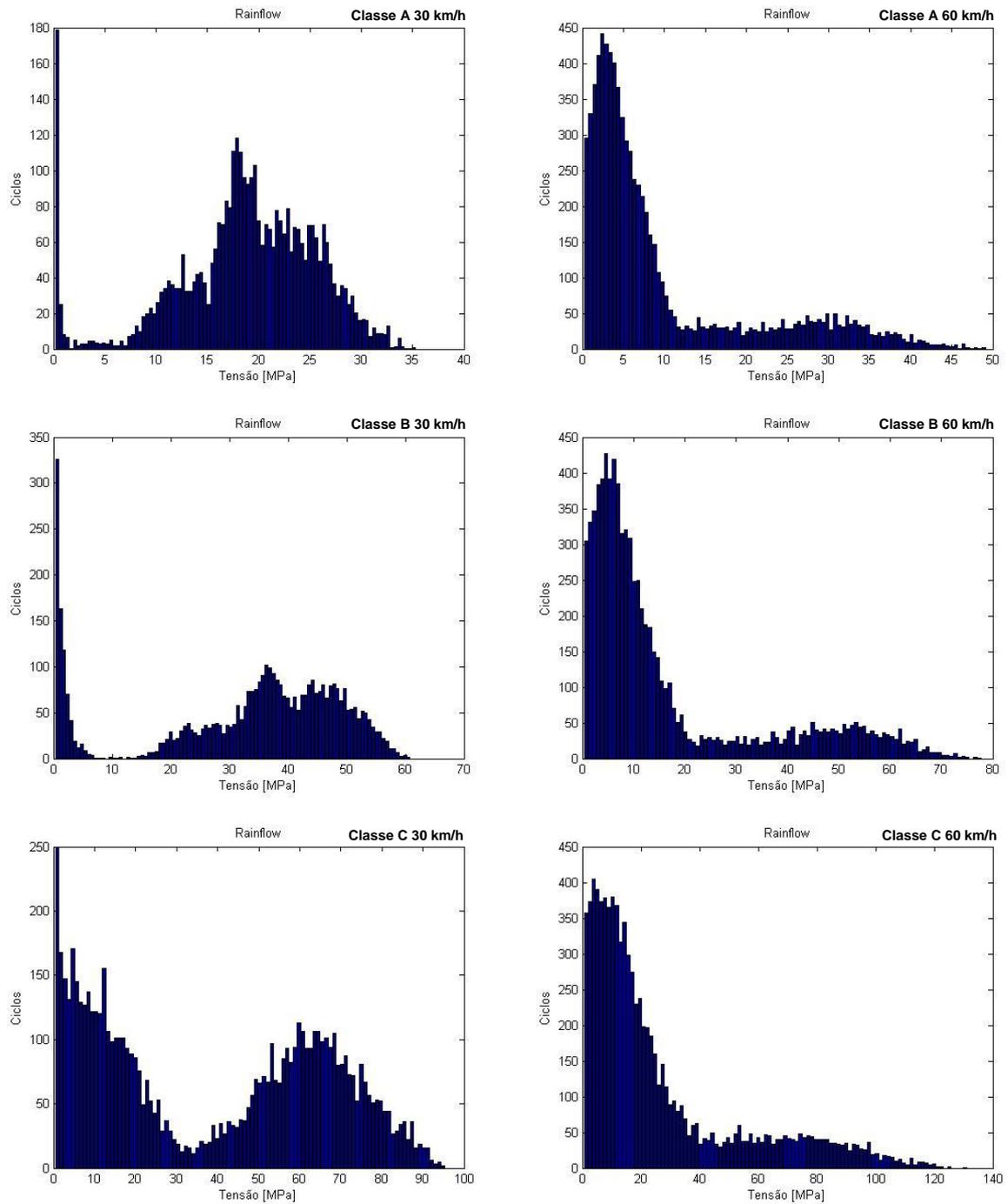


Figura E.4 Contagem de ciclos em função de tensões de vonMises da viga em balanço com EF de **viga** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

## APÊNDICE F – RESULTADOS DAS RESPOSTA EM PSD E CONTAGEM DE CICLOS DA PDF DE DIRLIK DA VIGA EM BALANÇO

O apêndice F evidencia os resultados das RPSD e a contagem de ciclos da PDF de Dirlik. As figuras desse apêndice são referentes à viga em balanço com EF de placa e viga.

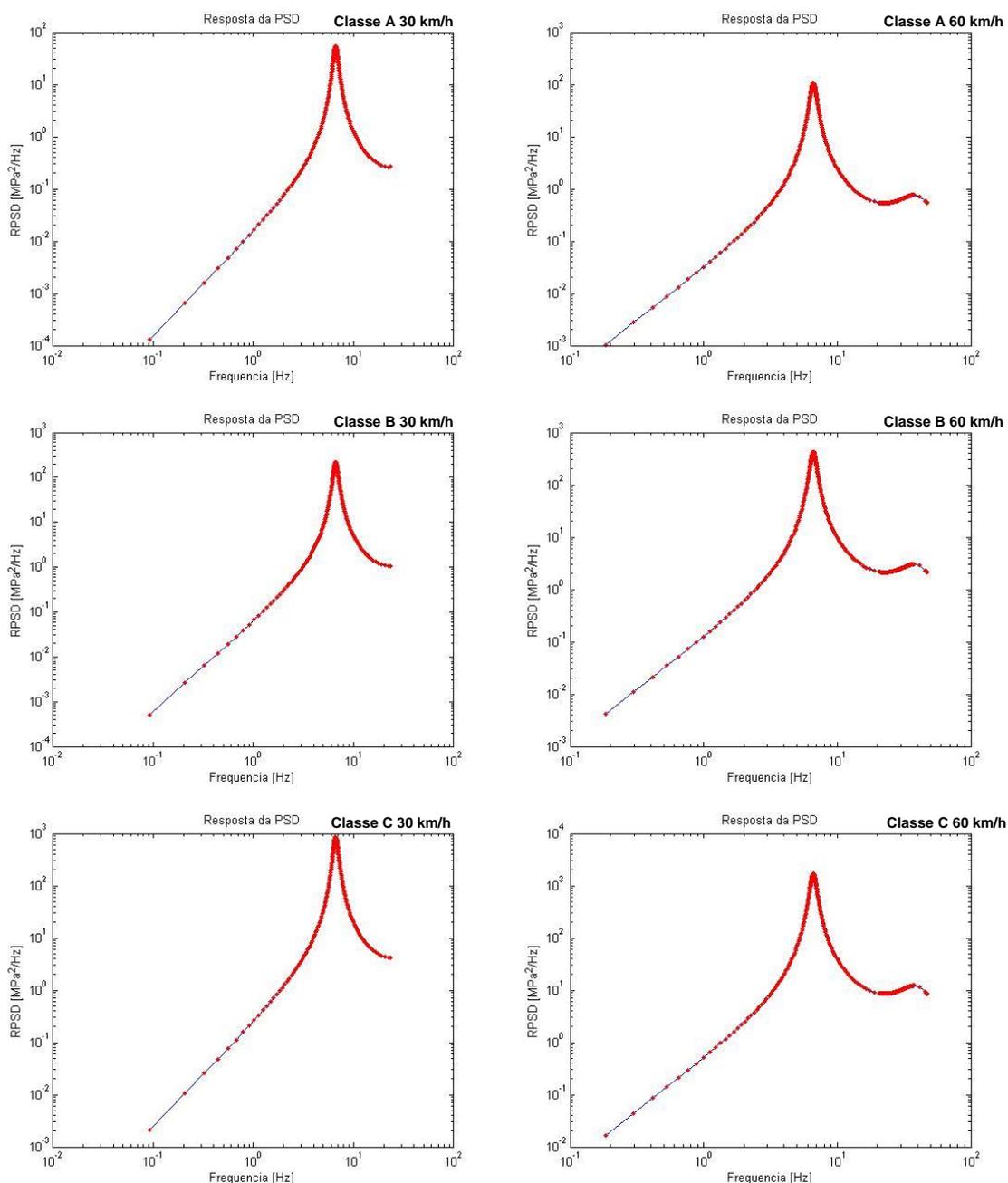


Figura F.1 RPSD de tensão de vonMises da viga em balanço com EF de **placa** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

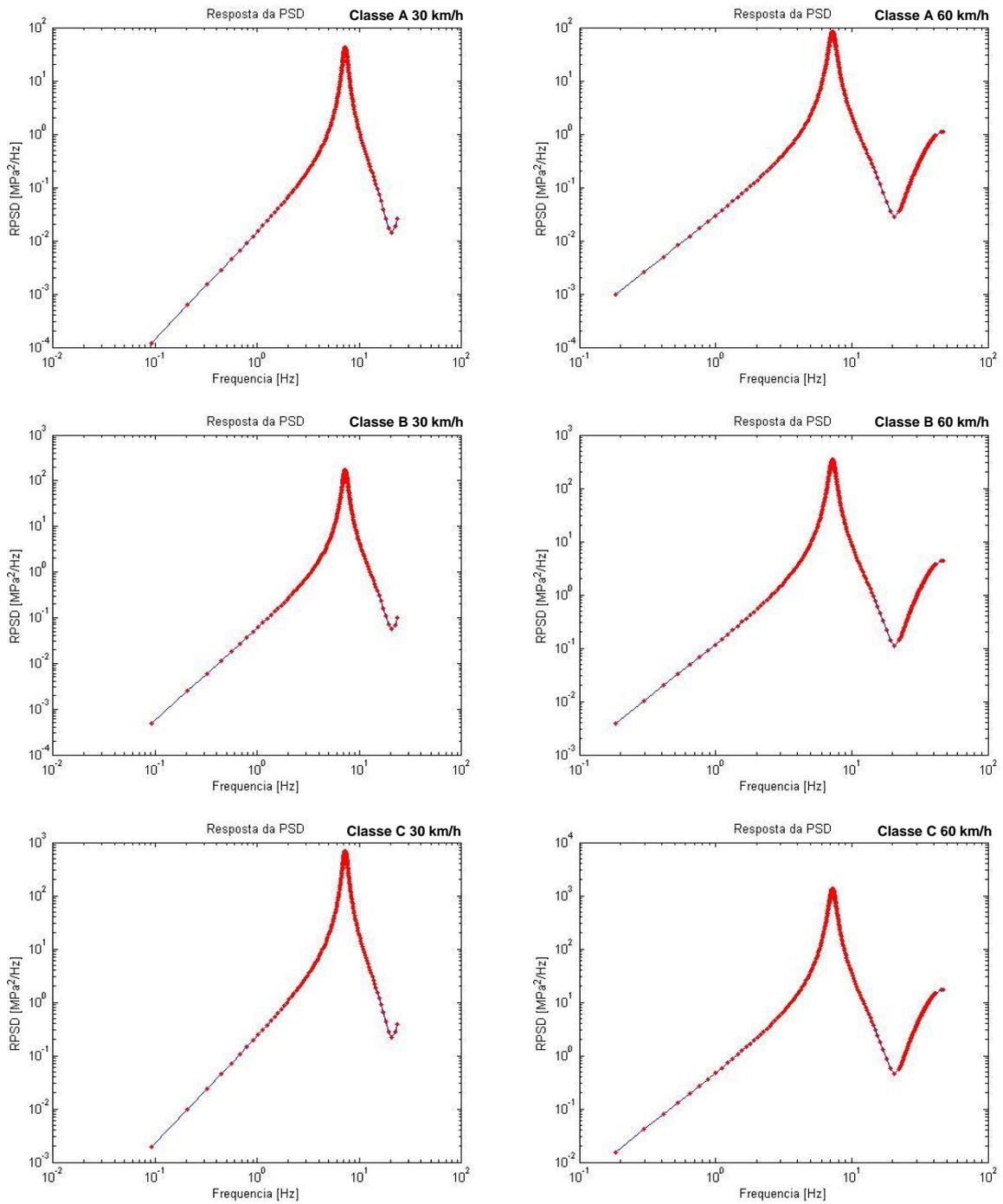


Figura F.2 RPSD de tensão de vonMises da viga em balanço com EF de **viga** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

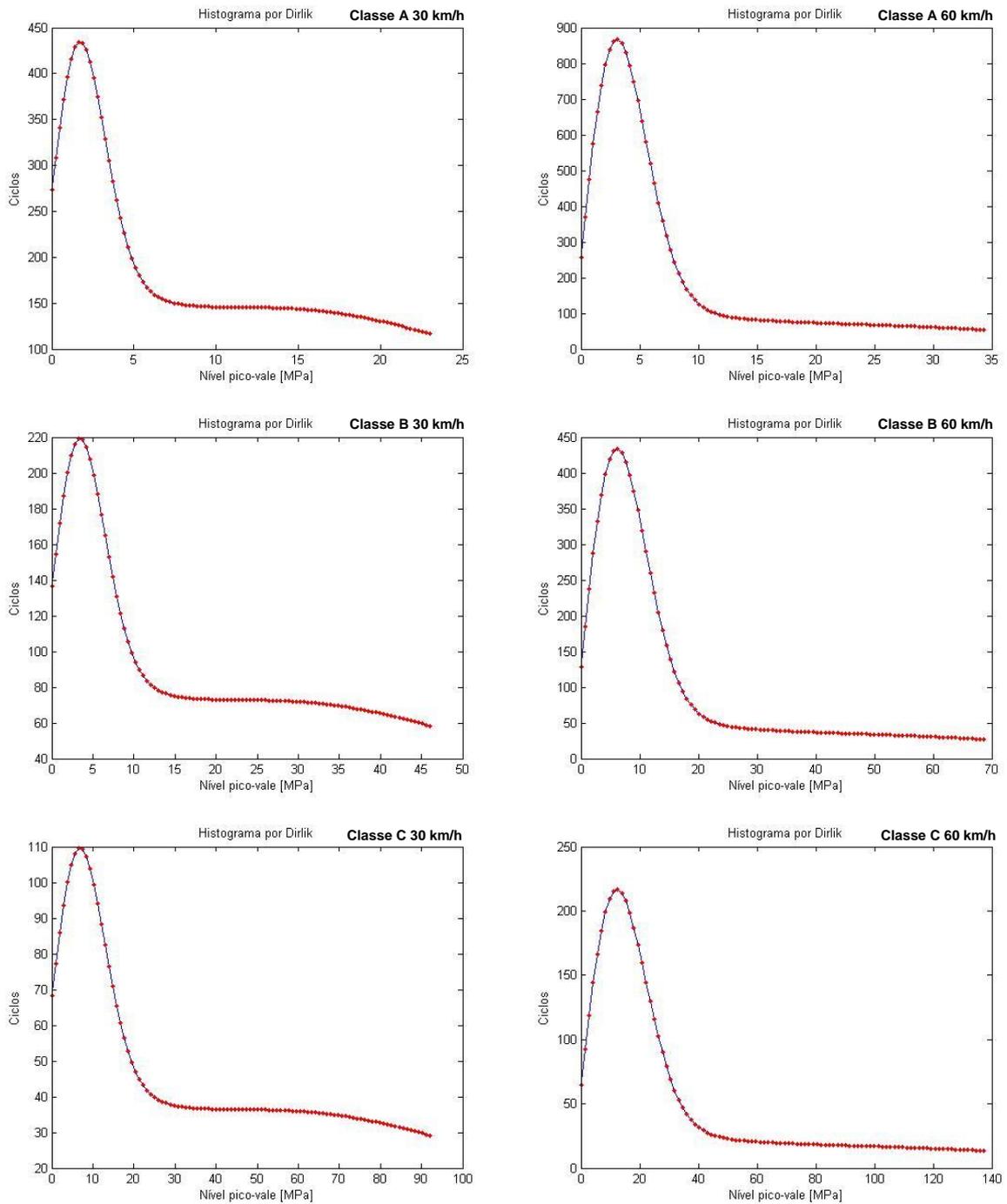


Figura F.3 Contagem de ciclos de Dirlik em função da tensão de vonMises da viga em balanço com EF de **placa** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

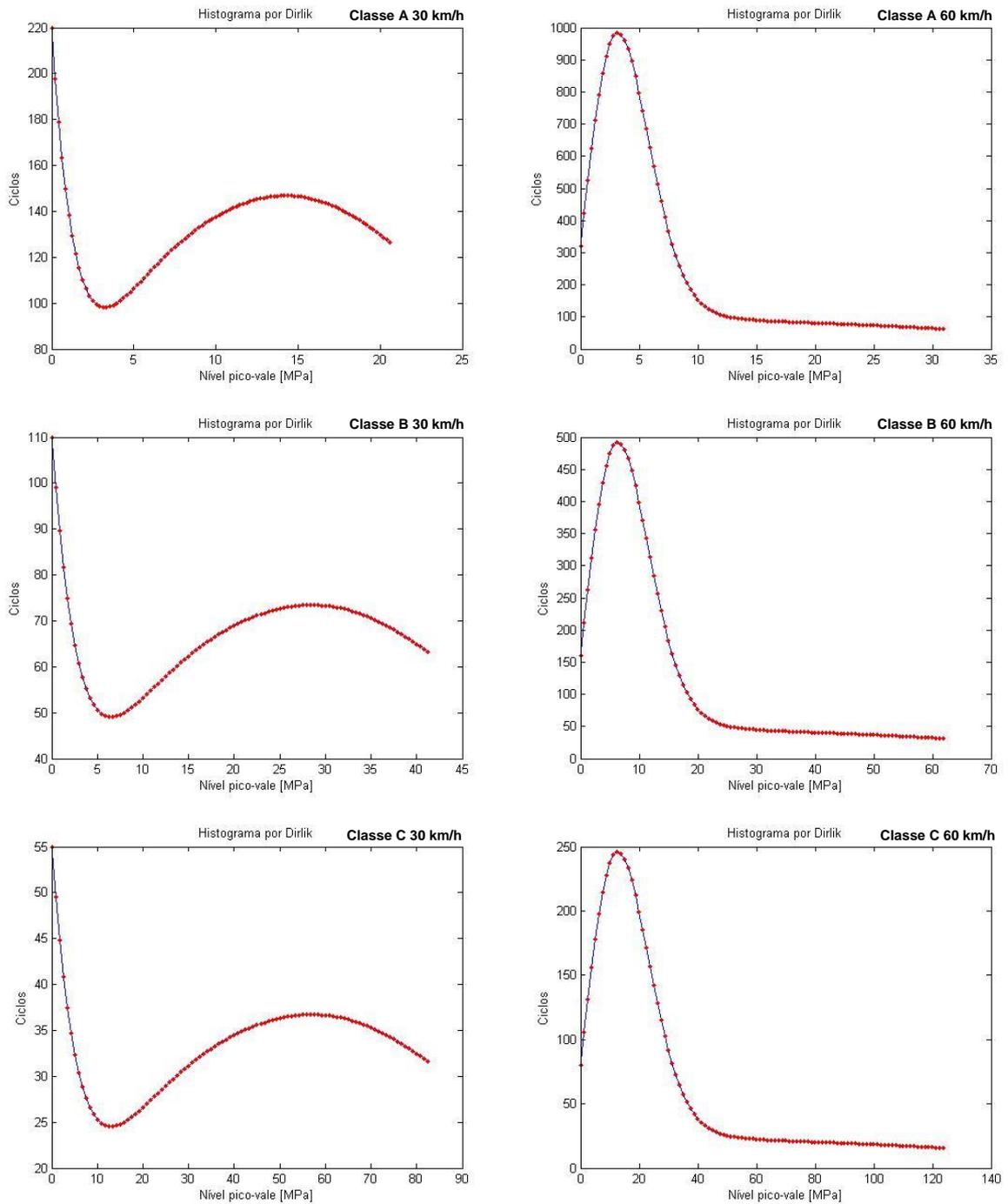


Figura F.4 Contagem de ciclos de Dirlik em função da tensão de vonMises da viga em balanço com EF de **viga** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

## APÊNDICE G – RESULTADOS DAS ANÁLISES TRANSIENTES E GRÁFICOS DE BARRAS DA CONTAGEM DE CICLOS DA ESTRUTURA CHASSI

Os resultados das tensão de vonMises em função do tempo e os gráficos de barras da contagem de ciclos em função da tensão, via *Rainflow*, são referentes a estrutura chassi.

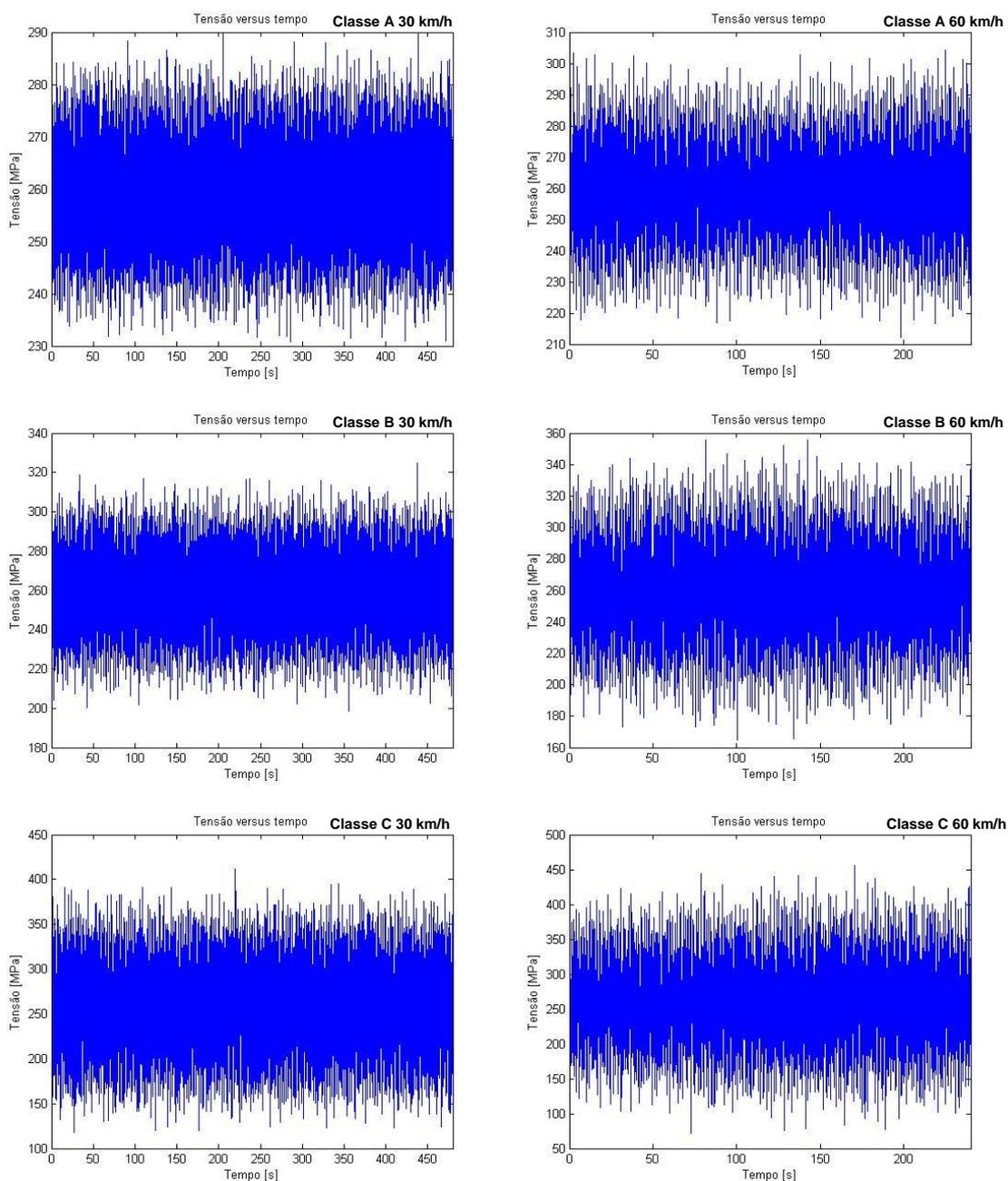


Figura G.1 Tensão de vonMises em função do tempo da estrutura chassi com EF de **placa** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

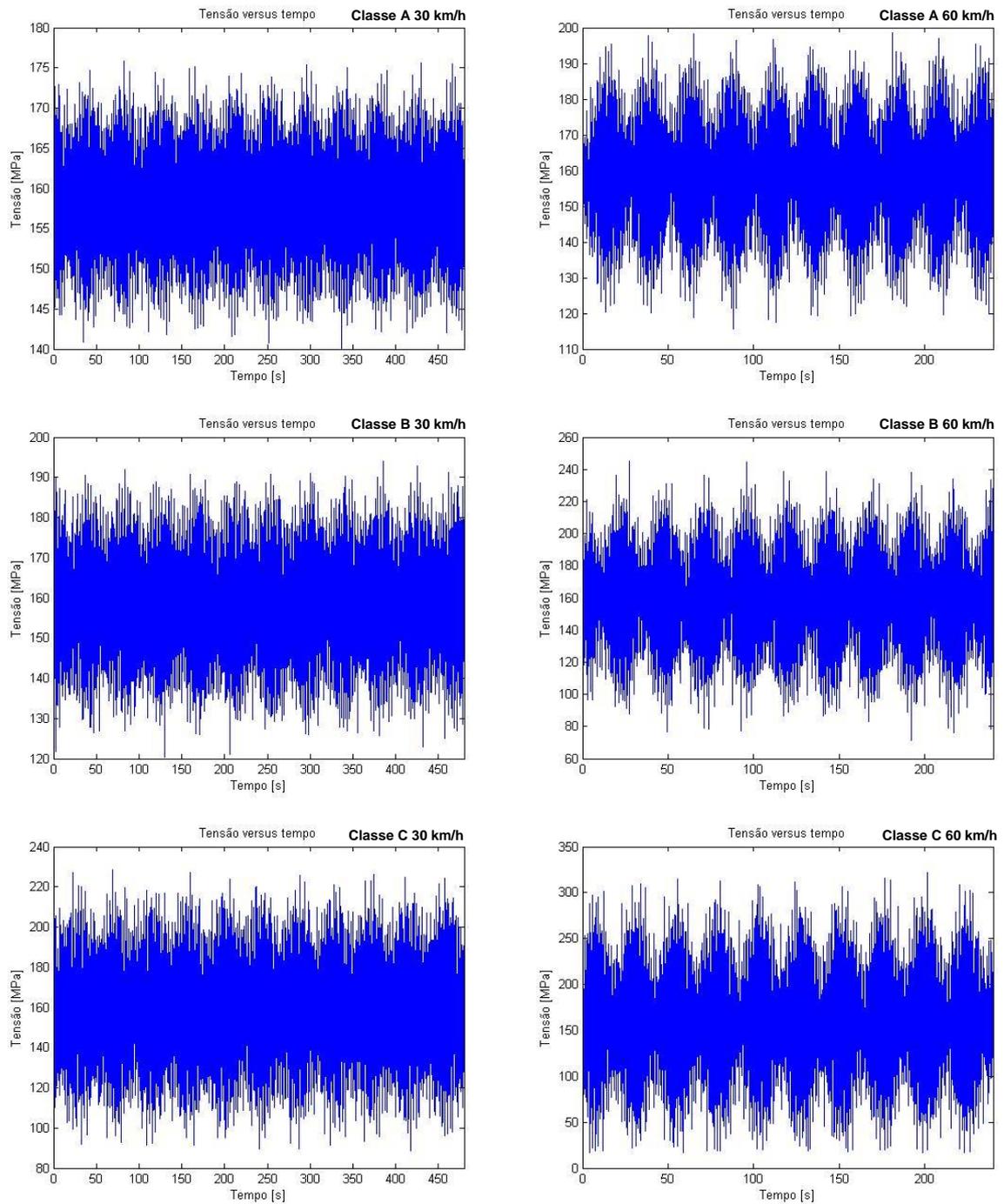


Figura G.2 Tensão de vonMises em função do tempo da estrutura chassi com EF de **viga** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

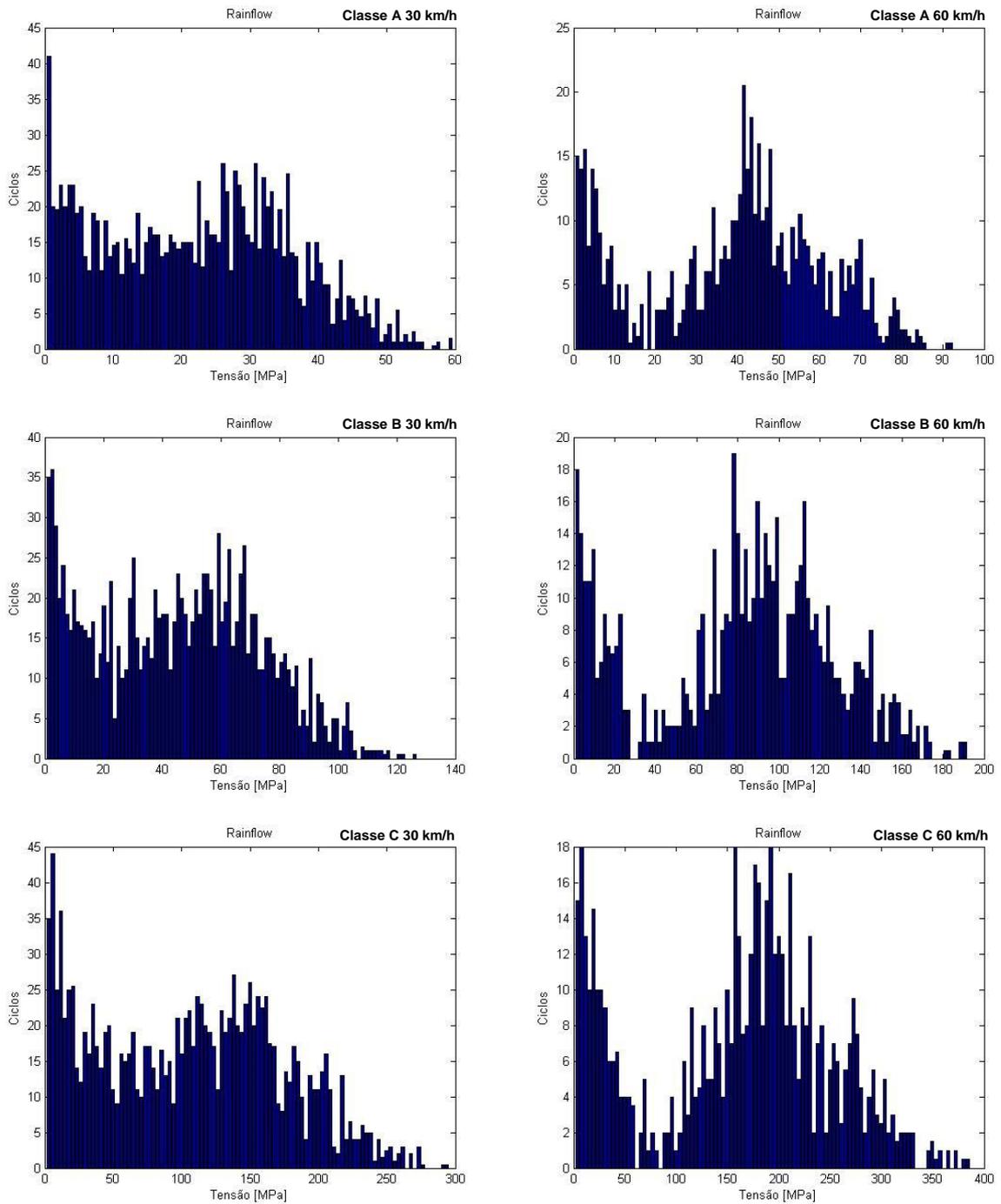


Figura G.3 Contagem de ciclos em função de tensões de vonMises da estrutura chassi com EF de **placa** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

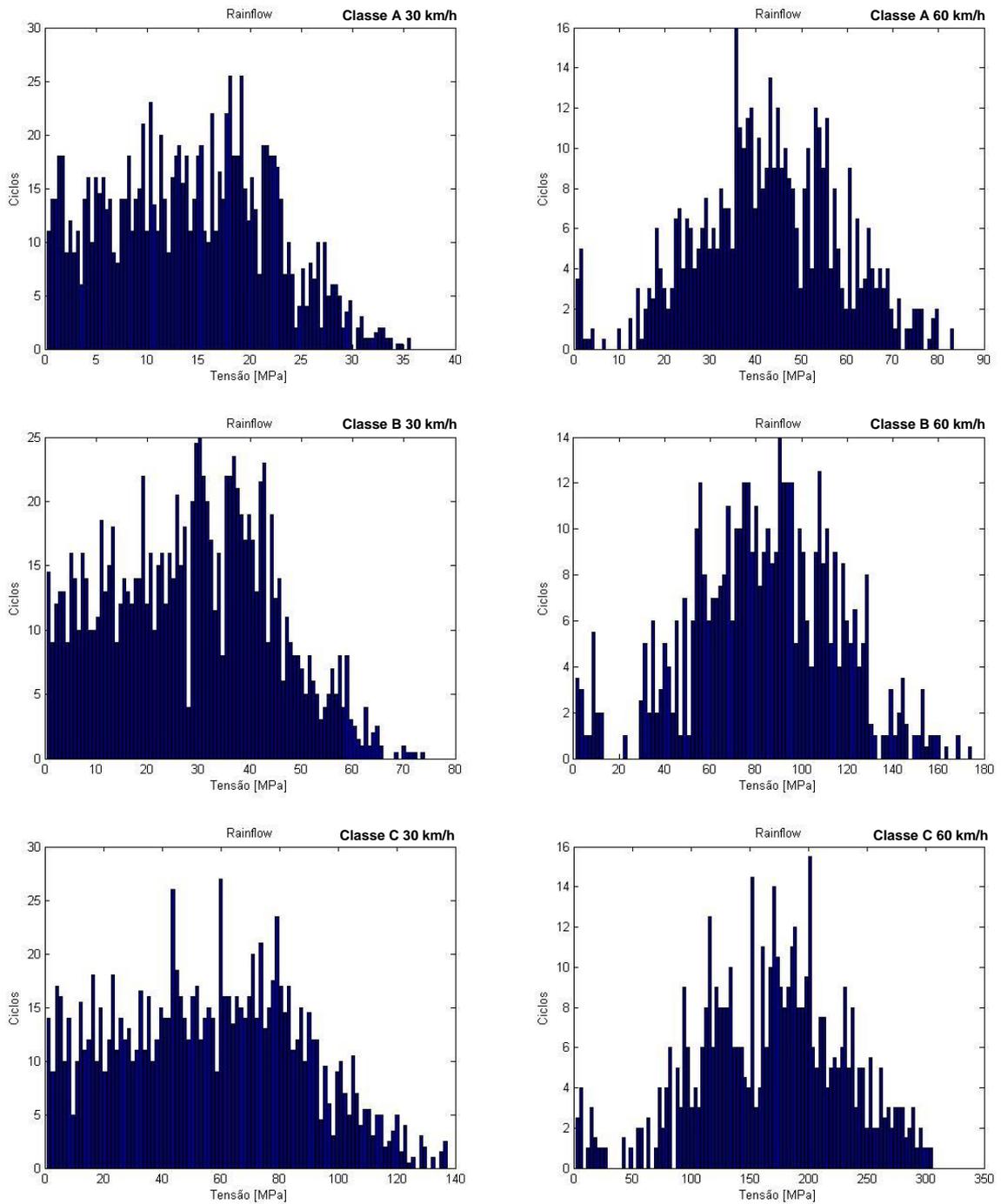


Figura G.4 Contagem de ciclos em função de tensões de vonMises da estrutura chassi com EF de **viga** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

## APÊNDICE H – RESULTADOS DAS RESPOSTA EM PSD E CONTAGEM DE CICLOS DA PDF DE DIRLIK DA ESTRUTURA CHASSI

O apêndice H traz os resultados das RPSD e a contagem de ciclos da PDF de Dirlik. As figuras desse apêndice são referentes a estrutura chassi com EF de placa e viga.

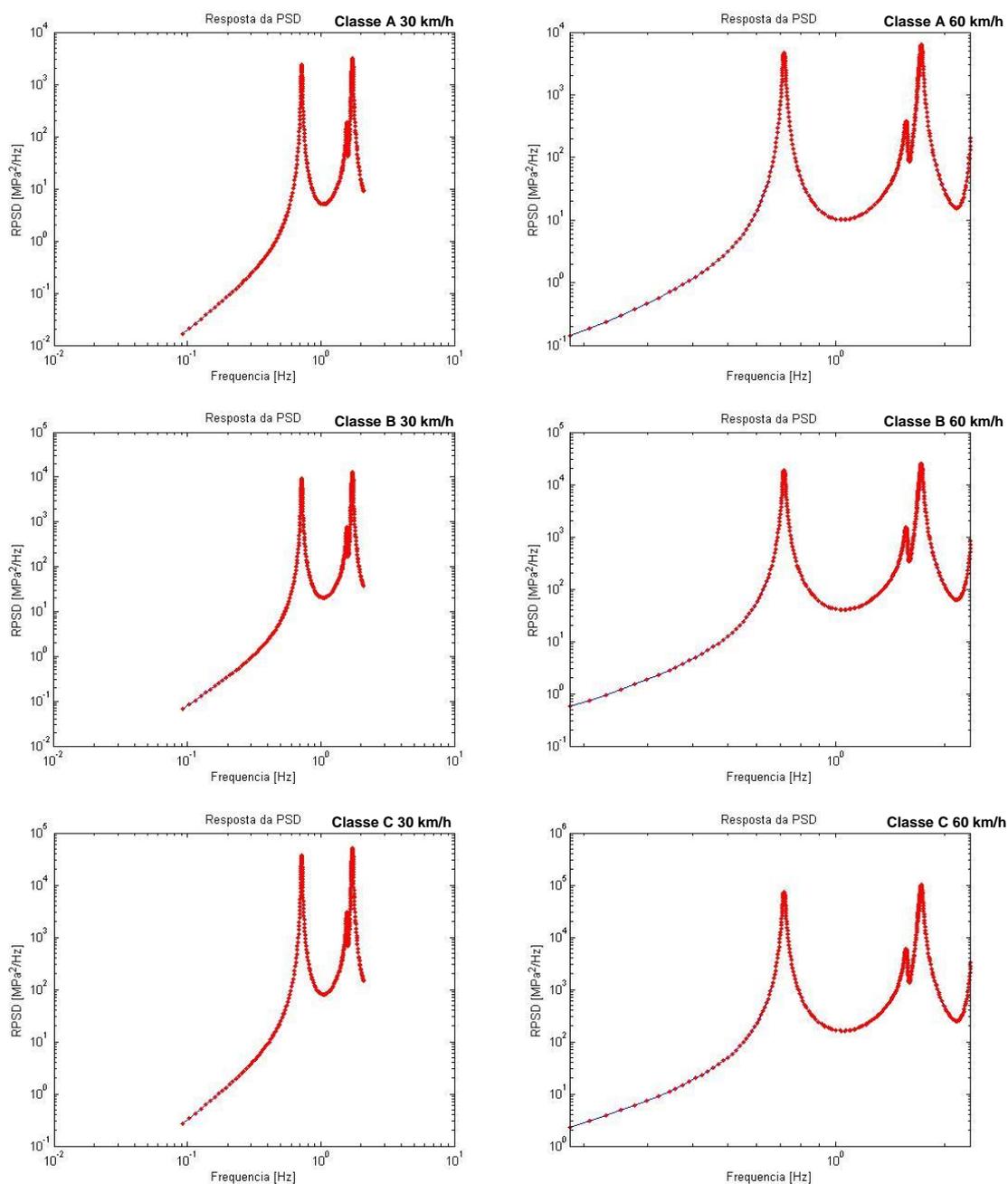


Figura H.1 RPSD de tensão de vonMises da estrutura chassi com EF de **placa** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

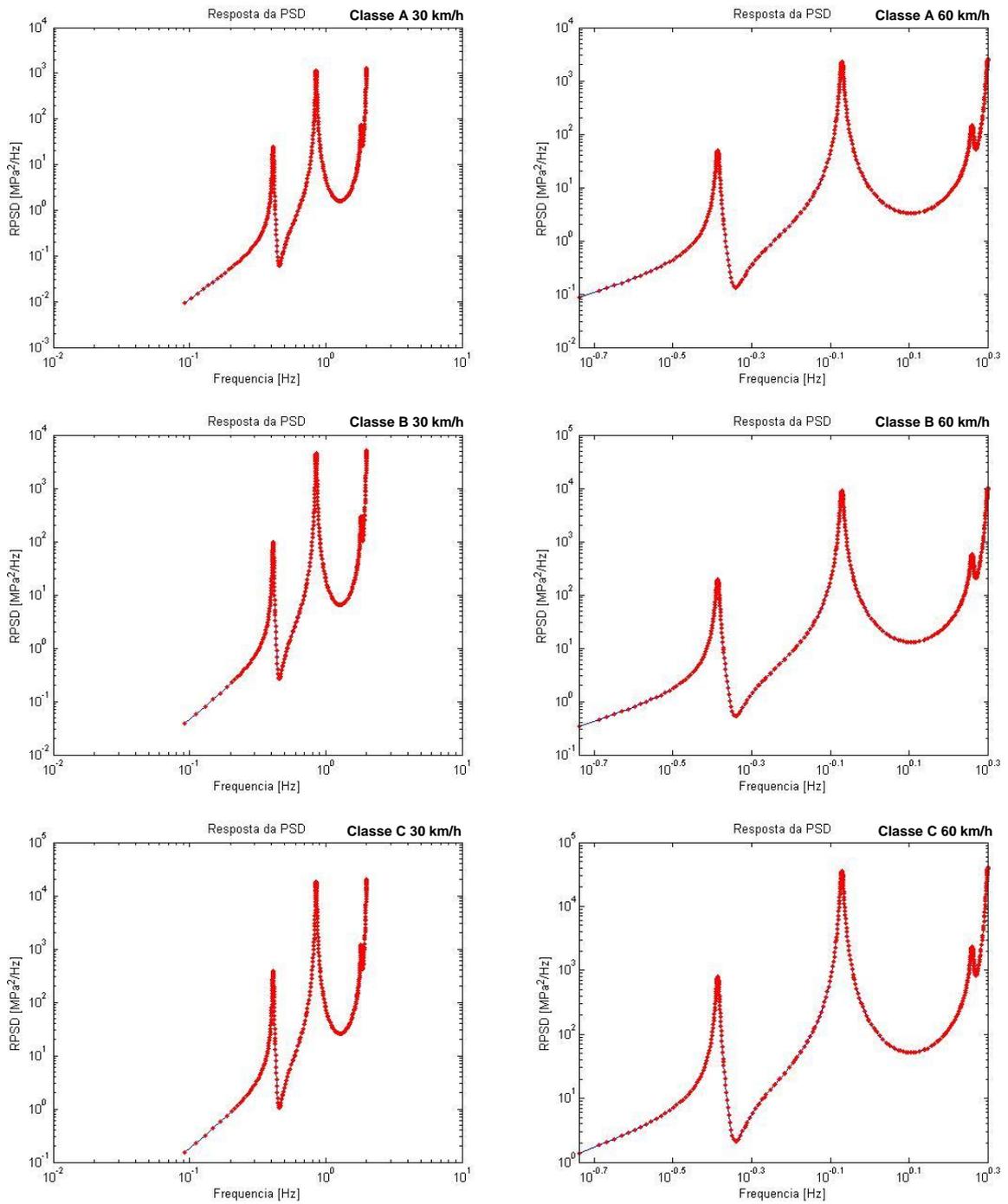


Figura H.2 RPSD de tensão de vonMises da estrutura chassi com EF de **viga** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

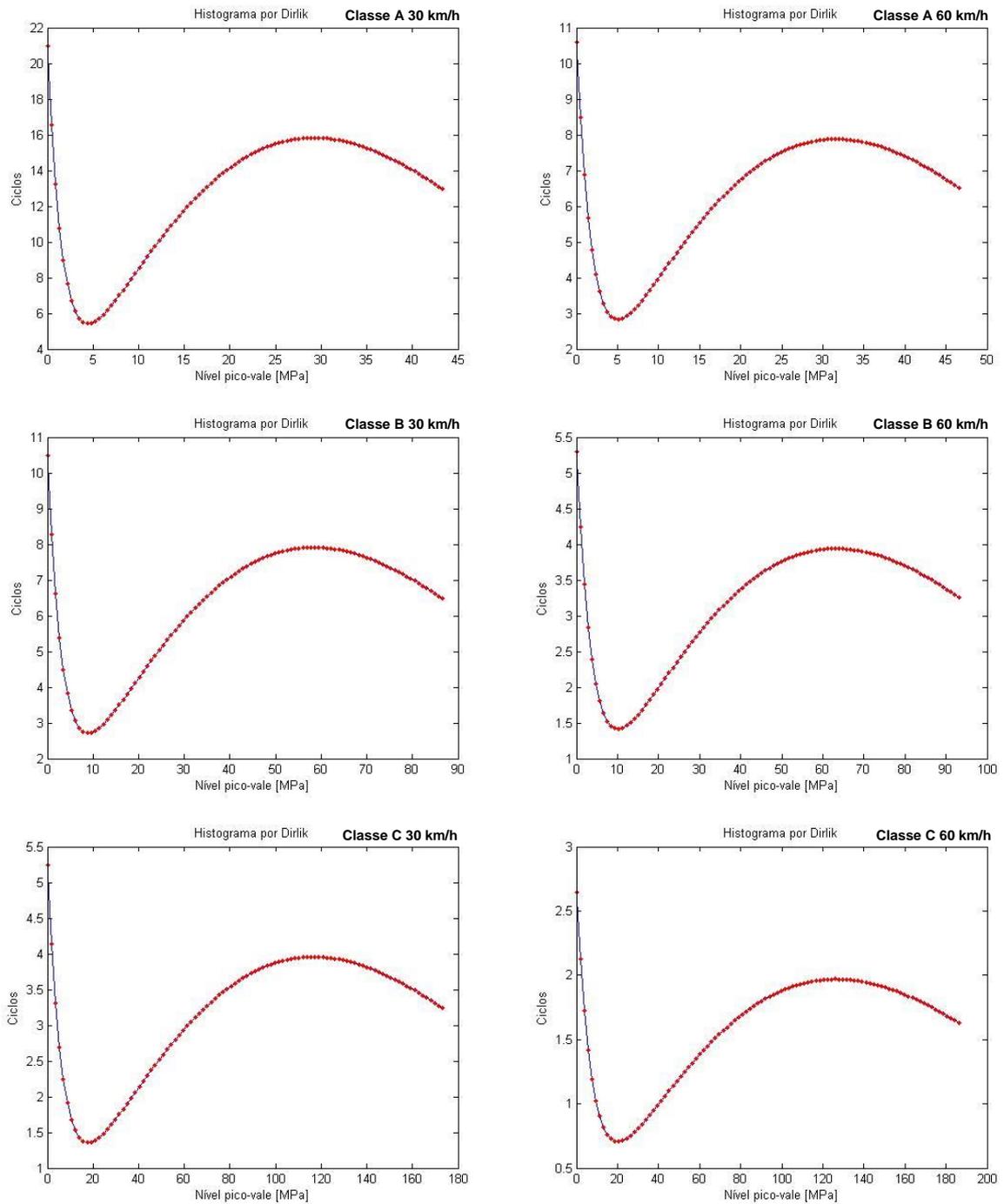


Figura H.3 Contagem de ciclos de Dirlik em função da tensão de vonMises da estrutura chassi com EF de **placa** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h

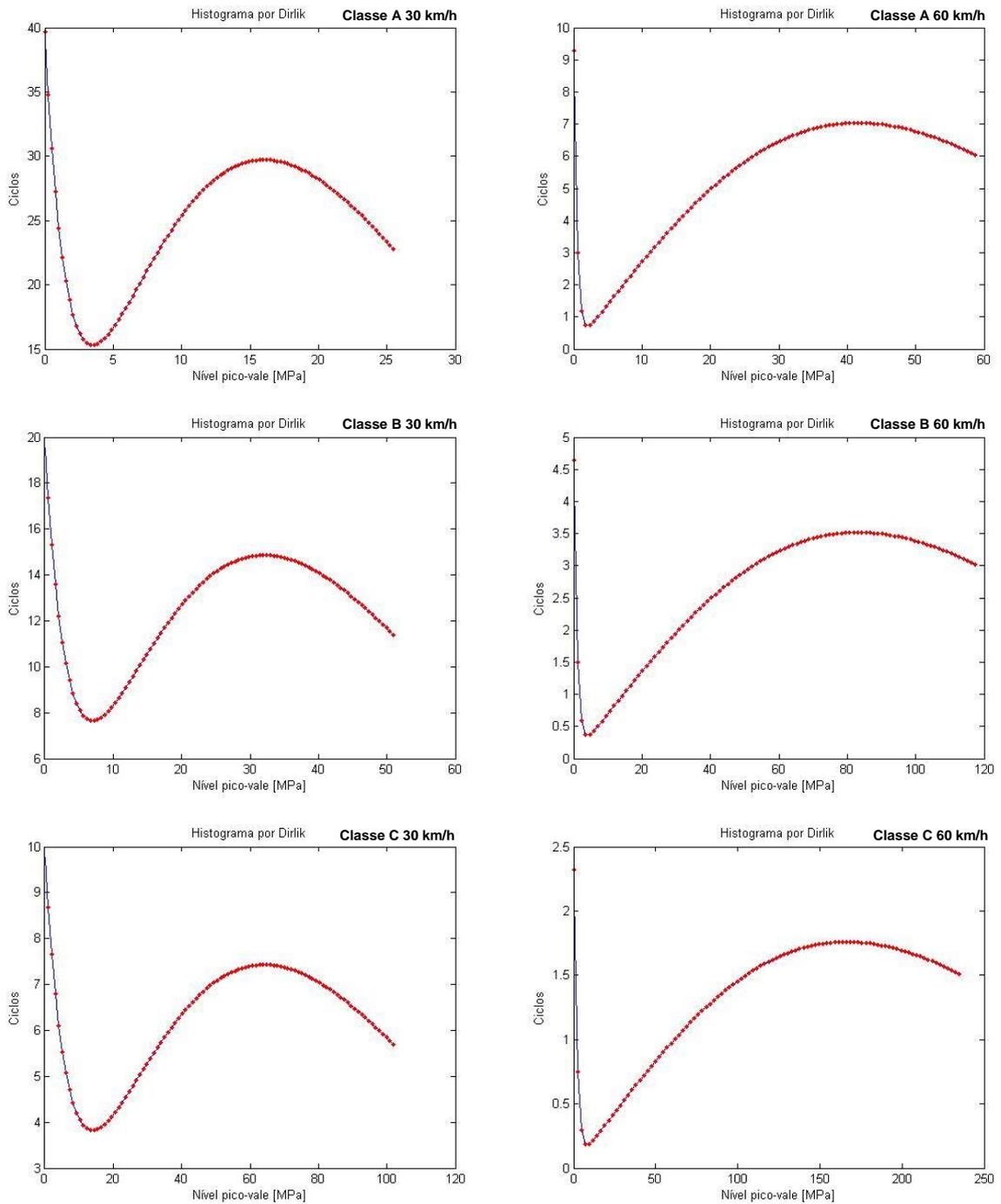


Figura H.4 Contagem de ciclos de Dirlik em função da tensão de vonMises da estrutura chassi com EF de **viga** das classes de pistas A, B e C com velocidades de 30 km/h e 60 km/h