

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS

ASSIMILAÇÃO DE ALTIMETRIA ESPACIAL PARA ESTIMATIVA DE BATIMETRIA
E RUGOSIDADE EFETIVAS PARA MODELAGEM HIDRODINÂMICA

JOÃO PAULO LYRA FIALHO BRÊDA

Porto Alegre, Março de 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS

ASSIMILAÇÃO DE ALTIMETRIA ESPACIAL PARA ESTIMATIVA DE BATIMETRIA
E RUGOSIDADE EFETIVAS PARA MODELAGEM HIDRODINÂMICA

JOÃO PAULO LYRA FIALHO BRÊDA

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre, Março de 2017

APRESENTAÇÃO

Este trabalho foi desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental do Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob a orientação do Prof. Rodrigo Cauduro Dias de Paiva da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer...

Primeiramente à minha família. Aos meus pais, George Guido e Juliana, por sempre terem me apoiado e me incentivado a buscar o meu melhor. À minha segunda mãe, tia Lu, e a minha irmã, Aninha, por terem feito parte da minha vida.

Ao pessoal da sala da Hidrologia no IPH por ter me acolhido quando cheguei (Benício, Billy, Fran, Ana). Ao pessoal do HGE – Ayan, Siqueira, Arthur, Pedro, Mino, Huguinho e Alice, e os professores Walter e Anderson – por enriquecerem meu conhecimento sobre diversos assuntos relacionados a Hidrologia, desde sensoriamento remoto a modelos hidrológicos. A outros amigos que fiz no IPH: Carlos Henrique, Caetano, Felipe e Vinicius. E um abraço em especial ao Sly e ao Germano que estiveram comigo por todo esse tempo (nas duas salas – HGE e Hidrologia).

Ao professor Juan Martin que me forneceu um código do algoritmo SCE-UA e me ensinou a acoplá-lo ao modelo. Além de ter dado dicas importantes de como o algoritmo deveria ser configurado e avaliado.

Ao Daniel Moreira – que nem conheço, diga-se de passagem – e me forneceu dados essenciais para validação do trabalho, mesmo ocupado na fase final da sua tese.

Ao Adrien Paris que me passou os dados de altimetria do JASON 2 e do ENVISAT no rio Madeira.

Ao Otávio S. que extraiu, a pedidos, dados de altimetria do ICESAT no rio Madeira para que eu pudesse usar nesse trabalho.

Ao CNPq pela bolsa de mestrado.

E por fim, ao professor Rodrigo, que me orientou nessa empreitada. Gostaria muito de agradecê-lo por ter pensado e sugerido um tema tão interessante, e estar sempre à disposição para me ajudar.

RESUMO

Modelos hidrodinâmicos de grandes bacias são importantes ferramentas que prevêm vazões, níveis e inundações em rios. No entanto, essas técnicas carregam erros consideráveis; uma parcela dos erros relacionadas a incertezas em parâmetros como cota de fundo e coeficientes de rugosidade. Dados de missões de altimetria espaciais recentes oferecem uma oportunidade para reduzir os erros de parâmetros através de métodos inversos. Esse estudo procura desenvolver e avaliar diferentes métodos de assimilação de dados de altimetria para melhorar a estimativa da cota de fundo de rios e da rugosidade de Manning em um modelo hidrodinâmico unidimensional. O estudo de caso foi em um trecho de 1.100 km do rio Madeira, tributário do Amazonas. Os métodos de assimilação testados foram: inserção direta, interpolação linear, o método de otimização global SCE-UA e uma adaptação do Filtro de Kalman. O método do Filtro de Kalman é composto por novas funções de covariância de origem física, baseadas em equações de escoamento permanente e efeitos de remanso. É avaliada a aptidão de missões altimétricas de diferentes resoluções espaciais e temporais, como o ICESAT, ENVISAT e JASON 2. Séries temporais de níveis de 7 estações fluviométricas e 5 perfis longitudinais do nível do rio obtidos por GPS foram usados para avaliar e validar os métodos de assimilação. Por fim, é discutido o potencial de futuras missões altimétricas como o ICESAT-2 e o SWOT através de testes sintéticos. Observou-se que a resolução espacial dos satélites foi um fator determinante no desempenho da assimilação. No caso real os desempenhos dos satélites ENVISAT e ICESAT superaram o desempenho do JASON 2. No caso sintético, a diferença do foi ainda mais evidente, tendo o SWOT apresentado a melhor performance seguido do ICESAT-2, ENVfam e JASfam. Os métodos de assimilação de dados que apresentaram os menores erros no nível modelado, tanto no caso real quanto sintético, foram o SCE-UA e o Filtro de Kalman seguidos pela Interpolação Linear e a Inserção Direta. Vale ressaltar que o método de otimização global (SCE-UA) é cerca de 10^3 vezes mais custoso computacionalmente que o método baseado no Filtro de Kalman introduzido neste trabalho, tendo apresentado desempenhos semelhantes.

ABSTRACT

Hydrodynamic models of large rivers are important prediction tools of river discharge, height and floods. However, these techniques still carry considerable errors; part of them related to parameters uncertainties related to river bathymetry and roughness coefficient. Data from recent spatial altimetry missions offers an opportunity to reduce parameters uncertainty through inverse methods. This study aims to develop and access different methods of altimetry data assimilation to improve river bottom levels and Manning roughness estimations in a 1-D hydrodynamic model. The case study was a 1,100 km reach of the Madeira River, a tributary of the Amazon. The tested assimilation methods are direct insertion, linear interpolation, SCE-UA global optimization algorithm and a Kalman Filter adaptation. The Kalman Filter method is composed by new physically based covariance functions developed from steady-flow and backwater equations. It is accessed the benefits of altimetry missions with different spatio-temporal resolutions, such as ICESAT-1, ENVISAT and JASON 2. Level time series of 7 gauging stations and 5 GPS river height profiles are used to assess and validate the assimilation methods. Finally, the potential of future missions such as ICESAT-2 and SWOT satellites are evaluated trough synthetic tests. It was observed that the satellites spatial resolution affects significantly the data assimilation method performances. Results from ENVISAT and ICESAT data have presented lower errors than JASON 2 data assimilation results. Regarding the synthetic case, the difference between satellites performances related to spatial resolution were even more noticeable. SWOT data assimilation presented the best results, followed by ICESAT 2, ENVfam and JASfam at last. The data assimilation method that results on lowest errors, at both the synthetic and real case, were the SCE-UA and Kalman Filter methods followed by Linear Interpolation and Direct Insertion. However, the global optimization method (SCE-UA) request 10^3 more computational processing time than the adapted Kalman Filter introduced in this paper, despite having presented similar performance.

ÍNDICE

1.	APRESENTAÇÃO	11
1.1.	Introdução.....	11
1.2.	Objetivos	13
1.3.	Organização do Texto	13
2.	FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	14
2.1.	Modelagem Hidrológica.....	14
2.2.	Altimetria Espacial	19
2.3.	Assimilação de Dados	30
3.	MÉTODOS DE ASSIMILAÇÃO DE ALTIMETRIA ESPACIAL PARA ESTIMATIVA DA COTA DE FUNDO E RUGOSIDADE EFETIVA EM UM MODELO HIDRODINÂMICO.....	38
3.1.	Método Inserção Direta (Inser_D).	38
3.2.	Método Interpolação Linear (Interp).....	38
3.3.	Método Otimização Global (SCE-UA):.....	40
3.4.	Método Filtro de Kalman (KF)	41
4.	ESTUDO DE CASO NO RIO MADEIRA.....	50
4.1.	Rio Madeira.....	51
4.2.	Modelo Hidrodinâmico do Rio Madeira	52
4.3.	Dados de Altimetria Espacial	56
4.4.	Parâmetros dos Métodos de Assimilação de Dados.....	60
4.5.	Validação dos Resultados.....	61
5.	RESULTADOS.....	63
5.1.	Experimentos com dados observados: Missões altimétricas passadas.....	63
5.2.	Experimentos com observações sintéticas: Missões altimétricas futuras	71
6.	RESUMO DOS RESULTADOS	77
7.	CONCLUSÃO	79
8.	BIBLIOGRAFIA	81

9. APÊNDICE.....	90
------------------	----

LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 - Modelo Inercial (Fan et al., 2014).....	18
Figura 2-2 - Deslocamento do pulso e o formato de onda. a) Caso ideal, b) Caso real (Fu e Cazenave, 2001).....	20
Figura 2-3 - Medida Altimétrica em Hidrossistemas Continentais (Silva, 2010).....	21
Figura 2-4 - ENVISAT (http://www.aviso.altimetry.fr).....	24
Figura 2-5 - ICESAT (http://ICESAT.gsfc.nasa.gov/ICESAT).....	25
Figura 2-6 - JASON 2 (http://www.aviso.altimetry.fr).....	26
Figura 2-7 - SWOT (Biancamaria et al., 2015).....	28
Figura 2-8 - Demonstração do funcionamento da técnica de Assimilação de Dados em meteorologia (Lahoz et al., 2010).....	30
Figura 2-9 – Representação esquemática de métodos de assimilação de dados sequenciais e suavizados.....	32
Figura 3-1 - Métodos de Assimilação de Dados. (Δh - diferença observação e nível modelado, z_i - cota do fundo no trecho i , Δz - acréscimo na cota do fundo, O é o trecho em que houve observação).....	39
Figura 3-2 - Esquema simplificado do SCE-UA.....	40
Figura 3-3 - Assimilação de Dados corrigindo cota de fundo e nível com base no Filtro de Kalman.....	42
Figura 3-4 - Influência da variação de nível a jusante (adaptado de Samuels, 1989)..	45
Figura 3-5 – Simulação do impacto da alteração no fundo (preto) no nível do canal (azul).	46
Figura 3-6 - Fundo do rio com diferentes correlações espaciais.....	47
Figura 4-1 - Fluxograma da metodologia do trabalho.....	50
Figura 4-2 - Mapa da Bacia Hidrográfica do rio Madeira e o fragmento estudado (vermelho).....	51
Figura 4-3 - MDE da bacia do Rio Madeira e o traçado de sua rede de drenagem.....	53
Figura 4-4 - Imagens LANDSAT 8 (banda 5) do trecho estudado no período úmido.	53
Figura 4-5 - Largura no trecho estudado do rio Madeira.....	53
Figura 4-6 – Condição de Contorno de Montante.....	54
Figura 4-7 – Condição de Contorno de Jusante.....	54
Figura 4-8 – Série de vazão nos postos de Porto Velho e Manicoré e método de contribuição lateral.....	56

Figura 4-9 - Série de Níveis de duas Estações Virtuais	57
Figura 4-10 - <i>Groundtracks</i> dos satélites ENVISAT (azul claro) e JASON 2 (vermelho), estações virtuais do ENVISAT (preto) e trecho do rio estudado (amarelo)	57
Figura 4-11 - Quantidade de observações do SWOT a cada ciclo de 21 dias (0-preto; 1- verde; 2-vermelho).....	59
Figura 4-12 - <i>Groundtrack</i> do satélite ICESAT-2 (preto) sobre o trecho do rio estudado (vermelho).....	59
Figura 4-13 - Espaço de busca do algoritmo SCE-UA	60
Figura 4-14 - Localização dos postos fluviométricos no Rio Madeira	62
Figura 5-1 - Cotas de Fundo resultantes dos métodos de assimilação	63
Figura 5-2 - Processo de assimilação de dados por Filtro de Kalman	64
Figura 5-3 – Coeficientes de rugosidade de Manning corrigidos	65
Figura 5-4 - Perfis longitudinais de níveis d’água observados e simulados com assimilação de dados de altimetria em um período de seca (esquerda) e cheia (direita).....	66
Figura 5-5 – Séries de níveis simulados comparado com níveis de estações fluviométricas.....	67
Figura 5-6 - Média do valor absoluto do Viés dos 7 postos fluviométricos	68
Figura 5-7 - Média do RMSE dos 7 postos fluviométricos.....	68
Figura 5-8 - Média do valor absoluto do Viés dos 5 perfis longitudinais.....	68
Figura 5-9 - Média do RMSE dos 5 perfis longitudinais	68
Figura 5-10 - Média dos erros RMSE e Viés entre níveis d’água observados e simulados em postos fluviométricos e perfis longitudinais para diferentes satélites e métodos de assimilação de dados.....	69
Figura 5-11 - Cotas de Fundo resultante dos métodos de assimilação com dados sintéticos.....	71
Figura 5-12 - Coeficientes de rugosidade de Manning corrigidos usando dados sintéticos	72
Figura 5-13 - Valor absoluto do Viés do fundo do rio	73
Figura 5-14 - RMSE do fundo do rio	73
Figura 5-15 – Valor absoluto do Viés do nível simulado	73
Figura 5-16 - RMSE do nível simulado	73
Figura 5-17 - Desempenho médio de cada satélite (Z=cota e Y=nível)	74
Figura 5-18 - Desempenho médio de cada método de assimilação de dados	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 - Principais Missões Altimétricas (adaptado de Sulistioadi, 2013 e O'Loughlin et al., 2016).....	23
Tabela 4-1 - Dados de altimetria utilizados no trabalho	58

1. APRESENTAÇÃO

1.1. Introdução

Modelos hidrológicos e hidrodinâmicos de grandes bacias (e.g. Collischonn et al., 2007; Yamazaki et al., 2011; Paiva et al., 2013) são desenvolvidos visando diversas aplicações, como sistemas de previsão hidrológica (e.g. Fan et al. 2014; Alfieri et al., 2012), prognóstico de impactos de mudanças climáticas em recursos hídricos (e.g. Sorribas et al., 2016), mapeamento de áreas de risco de inundação (Trigg et al., 2016) ou como ferramenta para auxiliar na compreensão e quantificação de diferentes processos hidrológicos como a evapotranspiração, o armazenamento de água no solo e os escoamentos nos rios e planícies alagáveis (e.g. Paiva et al., 2013).

Um dos desafios no desenvolvimento de modelos hidrológicos para grandes áreas é a obtenção de parâmetros. Devido às dimensões e a inacessibilidade de algumas grandes bacias, a extração *in situ* de parâmetros físicos torna-se inviável. Dessa forma, a informação disponível acaba sendo insuficiente para uma representação espacial adequada de um modelo hidrológico.

Neste sentido, o sensoriamento remoto se apresenta como alternativa para a obtenção de parâmetros hidráulicos (Yan et al., 2015). Modelos Digitais de Elevação (MDE), como do SRTM – Shuttle Radar Topography Mission (Farr et al., 2007), são frequentemente usados para definir traçado de bacias e da rede de drenagem (e.g. Paiva et al., 2013; Yamazaki et al., 2011) enquanto equações geomorfológicas fornecem estimativas simplificadas de largura e profundidade do rio (e.g. Coe et al., 2008 e Paiva et al., 2011). Estudos mais recentes aprimoraram a estimativa de largura em rios através de extração automática utilizando dados de satélites imageadores (e.g. LANDSAT) e máscaras de água (Yamazaki et al., 2014; Pavelsky e Smith, 2008) e desenvolveram correções em modelos digitais de elevação para melhor representação das várzeas (O’Loughlin et al., 2016). Entretanto, tais métodos carregam incertezas significativas, além de que as técnicas para correções de outros parâmetros como batimetria efetiva ou rugosidade dos rios não estão consolidadas. Paiva et al. (2013) demonstram que erros nesses parâmetros afetam significativamente simulações de níveis d’água, extensão de áreas inundadas e tempos de viagem de ondas de cheia.

Uma maneira de diminuir as incertezas associadas aos parâmetros é realizar um processo de calibração, em que os parâmetros são ajustados de maneira a aproximar as saídas do modelo aos dados observados. Tradicionalmente a calibração é conduzida através de

técnicas, manuais ou automáticas, que tendem a ignorar os erros estruturais do modelo e os erros das observações (Liu e Gupta, 2007). No entanto, estudos recentes têm desenvolvido e testado métodos estocásticos de assimilação de dados para a estimativa de parâmetros em modelos hidrológicos (Moradkhani et al., 2005, Vrugt et al., 2005, Schöniger et al., 2012, Shi et al., 2014).

A assimilação de dados é uma técnica que combina dados observados e respostas de modelos, considerando suas incertezas, de maneira a obter uma estimativa ótima sobre um determinado sistema. O método se baseia no teorema de Bayes, atualizando as probabilidades de ocorrência das variáveis do modelo dada a existência de um novo conjunto de observações. Como normalmente a quantidade de observações *in situ* em bacias de difícil acesso é reduzida, recorre-se ao sensoriamento remoto para complementar o monitoramento do sistema.

A altimetria espacial figura como opção para a aquisição de observações de rios e corpos d'água. Essa técnica mede o nível da superfície terrestre através de altímetros, a laser ou por radar, a bordo de satélites. Embora tenha sua principal aplicação no monitoramento de oceanos e calotas polares, com os avanços tecnológicos, a altimetria espacial também mostrou potencial para medir os níveis de hidrossistemas continentais (Birkett et al., 2002, Frappart et al., 2006, Silva et al., 2010). Existe uma grande quantidade de missões altimétricas passadas, presentes e futuras (e.g. ENVISAT, JASON, ICESAT, SARAL, SWOT) com diferentes coberturas espaço-temporais e acurácia, cujo potencial para assimilação em modelos hidrológicos precisa ser avaliado.

Trabalhos anteriores já mostraram a capacidade de se assimilar dados de altimetria espacial para corrigir o fundo do rio de um modelo hidrodinâmico unidimensional usando dados sintéticos do futuro satélite SWOT. Durand et al. (2008) assimilaram dados de elevação do nível d'água para estimar a cota e a declividade do fundo de um rio na Amazônia usando o modelo hidrodinâmico LISFLOOD-FP. O erro da cota do fundo do modelo alcançado foi de 56 cm em valor absoluto, o que representa uma redução de 86% se comparado ao erro inicial, utilizando um método de assimilação baseado no Ensemble Kalman Filter – EnKF (Evensen, 1994). Já Yoon et al. (2012) assimilaram dados sintéticos do SWOT usando um Local Ensemble Batch Smoother (LEnBS), também no modelo LISFLOOD-FP, alcançando erros na cota de fundo de 52 cm. No entanto esses trabalhos fizeram apenas uso de dados sintéticos de uma missão espacial futura, utilizando somente variações do EnKF. Portanto se torna propício expandir as possibilidades dessa técnica testando novos métodos de assimilação de dados e

verificar a utilidade de observações das variadas missões altimétricas, passadas, presentes e planejadas.

Desta forma, esse trabalho propõe o desenvolvimento e avaliação de métodos para estimativa da cota de fundo e coeficiente de rugosidade de Manning de modelos hidrodinâmicos por assimilação de dados de satélites altimétricos. O modelo hidrodinâmico unidimensional utilizado nesse trabalho é um modelo inercial (Bates et al., 2010) com seção retangular e são avaliados diferentes métodos de assimilação de dados e calibração para estimativa da cota de fundo, fazendo uso de dados altimétricos dos satélites ICESAT, ENVISAT e JASON 2 e dados sintéticos de missões espaciais futuras como o SWOT e o ICESAT-2.

1.2. Objetivos

O objetivo deste trabalho é desenvolver e avaliar métodos para estimativa da cota de fundo de rios e coeficiente de rugosidade de rios para modelos hidrodinâmicos unidimensionais através da assimilação de dados de satélites altimétricos. Análises serão realizadas visando responder questões científicas como: Quais métodos são mais adequados para a assimilação de dados de altimetria espacial em modelos hidrodinâmicos visando a estimativa de informação batimétrica e coeficiente de rugosidade? Que tipos de sensores altimétricos são mais adequados, considerando aspectos como cobertura espaço-temporal e precisão de diferentes tipos de sensores?

1.3. Organização do Texto

Primeiramente é feita uma fundamentação teórica, abordando os assuntos de modelagem hidrológica e hidrodinâmica, altimetria espacial e assimilação de dados. Em seguida são descritos os 4 métodos de assimilação de dados testados nesse trabalho. Depois a metodologia é apresentada, dando destaque à região de estudo, ao modelo hidrodinâmico utilizado e aos dados de altimetria espacial, reais e sintéticos. Por fim serão apresentados os principais resultados e a conclusão.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1. Modelagem Hidrológica

Os modelos hidrológicos são ferramentas utilizadas para representar fluxos e armazenamentos de água e energia em bacias hidrográficas (Tucci, 2005). Esse instrumento tem sido estudado em sistemas de previsão, com o objetivo de reduzir a vulnerabilidade da população a eventos extremos; na avaliação dos impactos decorrentes de mudanças de uso do solo; ou como ferramenta para auxiliar na compreensão e quantificação de diferentes processos hidrológicos.

Os modelos hidrológicos conceituais são formulados a partir do conhecimento físico sobre a dinâmica do sistema. Modelos conceituais que relacionam chuva a vazão devem considerar elementos essenciais do ciclo hidrológico como a distribuição espacial da precipitação, as perdas por interceptação e evaporação, a infiltração de água no solo, a recarga dos aquíferos e o escoamento superficial e subsuperficial.

A propagação de escoamento de um modelo hidrológico é particularmente importante, pois simula a dinâmica dos rios. Esse módulo é decorrente do balanço hídrico dos outros processos hidrológicos (precipitação, infiltração, evapotranspiração) e normalmente produz as variáveis de saída de interesse. Através da propagação de escoamento pode-se identificar um extravasamento da calha principal do rio e, conseqüentemente, o alagamento de áreas ribeirinhas, simular a propagação de uma onda de cheia ou estudar a dispersão de poluentes.

No decorrer da seção é feita uma breve descrição sobre o desenvolvimento de modelos hidrológicos; em seguida os principais métodos de propagação de escoamento são apresentados e, por fim, demonstra-se a formulação do modelo inercial, método de propagação que é utilizado nesse trabalho.

2.1.1. Exemplos de Modelos Hidrológicos

Inicialmente os modelos hidrológicos tinham formulação empírica. O primeiro modelo hidrológico que se tem conhecimento é o método Racional, desenvolvido por Mulvany em 1850, que utiliza o conceito de tempo de concentração para estimar a vazão de pico em pequenas bacias (Todini, 2007, Todini, 2011). Cerca de 80 anos depois, Sherman apresentou o hidrograma unitário (HU) que foi criado no intuito de prover conhecimento não só sobre a vazão de pico, como também sobre a forma e volume do hidrograma de um evento (Todini, 2007,

Todini, 2011). Com o aparecimento do computador e o aprimoramento de técnicas numéricas, houve um aumento significativo no número de modelos hidrológicos conceituais (Tucci, 2005) que apareceram como uma alternativa mais robusta aos modelos empíricos. Os modelos conceituais procuravam representar a complexa interdependência dos principais mecanismos geradores de escoamento no solo e na superfície (Todini, 2011).

A escolha do modelo hidrológico conceitual a ser utilizado depende da finalidade do estudo, pois a precisão na representação dos processos hidrológicos está condicionada à escala do modelo. Assim os modelos hidrológicos têm sido desenvolvidos em basicamente duas direções: modelos de pequenas ou grandes bacias (Tucci, 2005). Modelos focados em grandes bacias, como o LISFLOOD (Knijff et al., 2010), VIC (Liang et al., 1994) e MGB-IPH (Collischonn et al., 2007) desconsideram processos hidrológicos de menor escala, sendo realizadas simulações com resoluções espaciais da ordem de 10 a 100 km.

Os esforços no desenvolvimento de modelos hidrológicos são diversos. Entre os próprios modelos de grande escala existe uma variedade de aplicações. Existem modelos de superfície focados em simulação detalhada de balanço hídrico e de energia no solo e vegetação em escala regional a global (e.g. VIC, ISBA). Também existem modelos hidrodinâmicos focados apenas na simulação hidrodinâmica de rios e várzea de inundação na escala local (e.g. HEC-RAS, TELEMAC, LISFLOOD-FP) a global (e.g. CaMa-Flood, Yamazaki et al., 2011). Em outra linha, existem modelos distribuídos focados na escala de bacia hidrográfica, simulando tanto o balanço de água e energia no solo e vegetação, e escoamento em rios com menos detalhes, como o modelo SWAT (Arnold et al., 1998), que inclui sub-modelos voltados à gestão agrícola, concentração de sedimentos e erosão do solo. O modelo MGB-IPH (Collischonn et al., 2007, Paiva et al., 2011) é um exemplo de modelo distribuído focado em grandes bacias ou até escala continental, que simula processos hidrológicos e hidrodinâmicos detalhadamente. Mesmo modelos com mesma finalidade têm abordagens diferentes que interferem nos resultados. Enquanto a discretização do LISFLOOD e do VIC é em grade o MGB-IPH (Collischonn et al., 2007), por exemplo, adota atualmente uma discretização em minibacias. Paz et al. (2011) estudaram as duas abordagens, e concluíram que, embora a formulação em grade tenha vantagem em uniformizar o tamanho das células, a discretização em minibacias consegue definir melhor os fluxos e a rede de drenagem. Dessa forma, a escolha do modelo hidrológico para determinado estudo deve ser bem avaliada; a escala da aplicação, as principais falhas e simplificações do modelo e a precisão fornecida devem ser levadas em consideração.

2.1.2. Métodos de Propagação do Escoamento / Equações de Saint-Venant

A maior parte dos estudos hidrológicos de escoamento em rios é não permanente, ou seja, é variável no tempo e no espaço (Tucci, 2005). As leis básicas da Mecânica utilizadas para representar esse tipo de escoamento são os princípios da continuidade e da quantidade de movimento. As equações de Navier-Stokes utilizam o princípio da quantidade de movimento para simular a dinâmica do fluido nas 3 dimensões do espaço e no tempo. No entanto a direção do escoamento em rios é predominantemente longitudinal, o que permite simplificar as equações para apenas uma dimensão. As equações da continuidade e de conservação de massa em 1-D são denominadas equações de Saint Venant:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} = gA \left(S_o - S_f - \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (2)$$

Onde: Q é a vazão; A é a área da seção transversal; q é a vazão lateral por comprimento longitudinal; g é a aceleração da gravidade; S_o é a declividade do fundo do rio; S_f é a declividade da linha de carga; e h é a profundidade do rio.

A equação da continuidade (equação 1) representa a conservação de massa do sistema enquanto a equação da quantidade de movimento (equação 2) envolve a atuação das forças presentes no escoamento. No lado esquerdo da igualdade da equação da quantidade de movimento estão os termos de inércia, já no lado direito se encontram as principais forças que atuam no escoamento: a força gravitacional, a força de atrito e a força do gradiente de pressão, representados pelos termos S_o , S_f e $\partial h/\partial x$ respectivamente.

Outra maneira de representar a equação da quantidade de movimento é substituindo os termos de declividade do rio (S_o) e da variação longitudinal da profundidade ($\partial h/\partial x$) pela variação longitudinal da cota do nível d'água (y).

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial y}{\partial x} + S_f \right) = 0 \quad (3)$$

Diante da quantidade de processos hidrológicos a serem representados e da complexidade na resolução de um sistema de equações não-lineares, muitos modelos adotam simplificações das equações de Saint Venant para propagar o escoamento. Em rios com grandes declividades, a força gravitacional é predominante e os termos de inércia e de pressão de movimento são muito pequenos (Henderson, 1966 apud Tucci, 2005). Os modelos que

desprezam a inércia e a pressão na equação da quantidade de movimento são chamados de modelos de onda cinemática. Quando apenas os termos de inércia são desprezados, o modelo é dito de difusão. Já os modelos que consideram as equações de Saint Venant completas são chamados de hidrodinâmicos.

2.1.3. Modelo Inercial

Outra forma de representar o escoamento é utilizar as equações de Saint Venant desprezando apenas um dos termos de inércia: a inércia advectiva $\left(\frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x}\right)$ (Equação 3). Esse tipo de simplificação é denominado na literatura como “modelo inercial”. O modelo inercial tem sido usado em estudos recentes de simulações 2-D em planícies de inundação (Bates et al., 2010, Neal et al., 2012). Fan et al. (2014) aplicaram o modelo inercial em 1-D e demonstraram seu potencial para representar o escoamento em regiões de baixa declividade.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \left(\frac{\partial y}{\partial x} + S_f \right) = 0 \quad (4)$$

O cálculo da declividade da linha de carga (S_f) normalmente é feito através de equações empíricas de escoamento em regime permanente como as equações de Chézy ou de Manning (equação 5) (Cunge, 1980). Ambas as equações relacionam a vazão do escoamento à raiz da declividade da linha de carga.

$$Q = A \frac{R^{2/3}}{n} \sqrt{S_f} \quad (5)$$

Sendo R o raio hidráulico; n é o coeficiente de Manning.

Assim, isolando o termo S_f da equação de Manning e substituindo na equação 3, obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial y}{\partial x} + g \frac{|Q| \cdot Q \cdot n^2}{A \cdot R^{4/3}} = 0$$

Nota-se que um dos valores de vazão está em módulo. Isso é um artifício para que a direção do escoamento seja considerada no termo de atrito.

Outra simplificação possível de ser utilizada é admitir que o canal é retangular e considerar o perímetro molhado da seção igual à largura do rio (B), pois em águas rasas $B \gg h$. Dessa forma, $A = B \times h$ e $R = h$. Assim o sistema de equações passa a ser:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + g B h \frac{\partial y}{\partial x} + g \frac{|Q| \cdot Q \cdot n^2}{B \cdot h^{7/3}} = 0$$

Fan et al. (2014) baseado em Bates et al. (2010) discretizaram as equações do modelo inercial e propuseram a seguinte formulação numérica utilizando diferenças finitas de primeira ordem:

$$\frac{Q_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} - Q_{i-\frac{1}{2}}^{k+1}}{\Delta x} + B \frac{h_i^{k+1} - h_i^k}{\Delta t} = 0$$

$$\frac{Q_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} - Q_{i+\frac{1}{2}}^k}{\Delta t} + g B h_{i+\frac{1}{2}}^k \frac{y_{i+1}^k - y_i^k}{\Delta x} + g \frac{|Q_{i+\frac{1}{2}}^k| Q_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \cdot n^2}{B \cdot \left(h_{i+\frac{1}{2}}^k\right)^{\frac{7}{3}}} = 0$$

Em que o índice k representa o avanço no tempo e o índice i representa o avanço no espaço. O índice que representa o espaço ($i \pm x$) é inteiro quando considera o termo no meio da seção e é fracionado quando o termo está representado no começo da seção, conforme demonstra a Figura 2-1. O fato de usar uma das vazões do termo de atrito no tempo $k + 1$ traz um ganho na convergência do modelo semelhante a um esquema implícito (Bates et al., 2010). Utilizando esse arranjo, a vazão (Q) do tempo $k + 1$ é obtida na equação da quantidade de movimento e em seguida é utilizada a equação da continuidade para se obter a profundidade (h) do tempo $k + 1$, sendo $y_i^k = f(h_i^k)$ e $h_{i+\frac{1}{2}}^k = f(y_i^k, y_{i+1}^k)$. Detalhes em Fan et al. (2014).

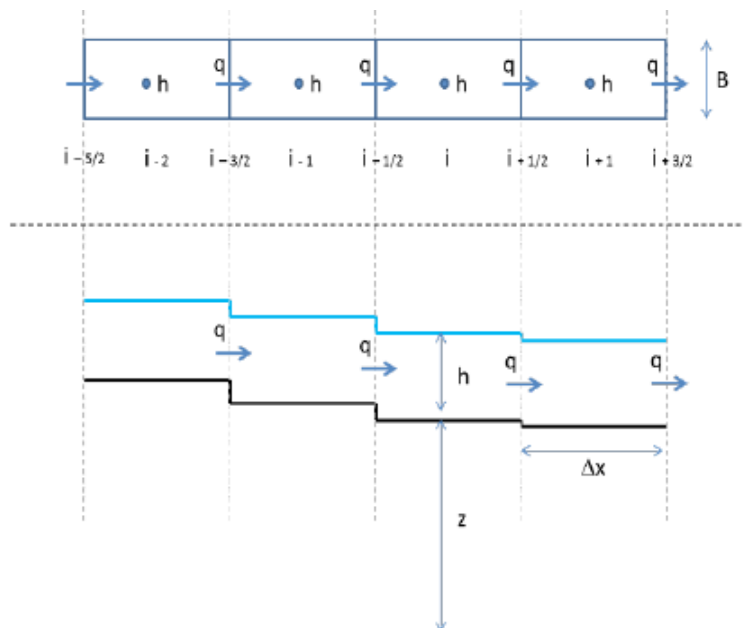


Figura 2-1 - Modelo Inercial (Fan et al., 2014)

2.2. Altimetria Espacial

Altimetria é a técnica de medir a elevação da superfície. A altimetria espacial foi conceitualmente prevista nos anos 60 com o objetivo inicial de medir a forma da Terra (Benveniste, 2011). Logo se notou o potencial de utilizar a altimetria por satélite para o estudo dos oceanos (satélites Seasat, Geosat, TOPEX/Poseidon, etc). A técnica também foi aplicada para observação das calotas polares desde o lançamento do ERS-1 em 1992 (Pritchard et al., 2010), e posteriormente missões foram desenvolvidas especificamente para esse fim (ICESAT, CRYOSAT). Nessas últimas décadas os níveis de corpos d'água continentais obtidos por altimetria espacial têm sido utilizados em estudos, principalmente em regiões de difícil acesso. Com o lançamento do SWOT previsto para 2020, espera-se que a altimetria espacial alcance uma importância ainda maior no monitoramento de hidrossistemas continentais (Pavelsky et al., 2014).

2.2.1. Altimetria por Radar

Um altímetro por radar é um sensor ativo que emite radiação na faixa do micro-ondas e analisa o sinal que retorna da superfície ou atmosfera terrestre. Basicamente, um altímetro por radar funciona da seguinte maneira:

1. Um gerador de pulsos produz pulsos (≈ 4 mil por segundo – TOPEX/Poseidon) na faixa espectral do micro-ondas (≈ 10 GHz) e os transmite à antena do sensor;
2. A antena emite os pulsos recebidos em direção à superfície terrestre;
3. O eco refletido pela superfície retorna à antena do satélite e essa o conduz a um detector de pulsos;

O eco que chega ao detector carrega à resposta da superfície ao pulso emitido pelo satélite. Sabendo o retardamento entre o tempo de emissão e o de coleta e a velocidade de propagação da onda emitida, pode-se estimar a distância entre o sensor e o alvo. Além disso, a forma do pulso recebido também é importante, pois fornece indícios da rugosidade da superfície (Silva, 2010).

A potência do eco refletido é proporcional à área de contato com a superfície e às características da superfície como refletor. A Figura 4-1 demonstra o deslocamento do pulso em direção à superfície e a potência recebida pelo altímetro em função do tempo – cuja representação pode ser denominada de “forma de onda”. A imagem apresenta um caso ideal em

que a superfície terrestre é plana (4-1.a), baseado no modelo de Brown (1977 apud Ress, 2013), e um caso semelhante à realidade nos oceanos (4-1.b).

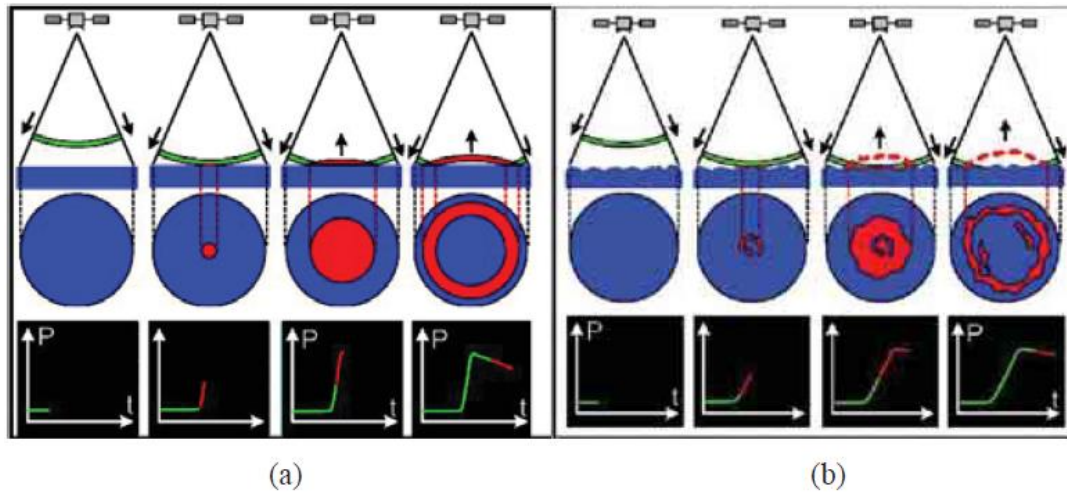


Figura 2-2 - Deslocamento do pulso e o formato de onda. a) Caso ideal, b) Caso real (Fu e Cazenave, 2001)

Observando a situação ideal, a área da superfície que reflete o pulso cresce em formato de disco até que a parte interna do pulso deixe de atingir a superfície. A partir daí a área atingida pelo pulso fica em formato de anel cujo diâmetro externo cresce até o tamanho do feixe da emissão. A maior área em formato de disco que toca simultaneamente a superfície é nomeada de “pulse limited footprint”, já a área delimitada pelo tamanho do feixe é chamada de “beam limited footprint”. Esses dois fatores estão diretamente relacionados às emissões e às características dos equipamentos (Ress, 2013):

1. pulse limited footprint – o raio (r) do “*footprint*” pode ser aproximado pela equação $r = \sqrt{cHt_p}$, onde c é a velocidade da luz, H é a distância entre o satélite e a superfície e t_p é a duração do pulso.

2. beam limited footprint – o raio (r) do “*footprint*” pode ser aproximado por $r = H\Delta\theta/2$ onde H é a distância entre o satélite e a superfície e $\Delta\theta$ é a abertura angular do feixe em radianos, que pode ser estimado por $\Delta\theta = 1,22 \times \lambda/D$, onde λ é o comprimento de onda e D é o diâmetro da antena.

No entanto, como demonstra a Figura 2-2b, a superfície real não é plana e a sua rugosidade provoca ruídos na forma de onda dos ecos elementares que chegam ao satélite. Logo, para se obter dados utilizáveis, como a distância entre o satélite e a superfície, é necessário um tratamento dos sinais aplicando algoritmos sofisticados, seja a bordo (“tracking”) ou em solo (“retracking”).

A altura de uma superfície pode ser estimada através da diferença entre a altura da órbita do satélite em relação a um elipsoide de referência (a_s) e a distância entre o satélite e a superfície. Esta, por sua vez, é aproximada pela distância altimétrica (detectada pelo altímetro - ρ) após uma série de correções ($\sum \delta R_j$): instrumentais, ambientais e geofísicas. A figura 2 mostra o processo de medição de altimetria espacial e o cálculo da altitude de um hidrossistema continental. Observa-se que para determinar a altitude da lâmina d'água no continente, também foi descontado o valor da ondulação geoidal (h_g).

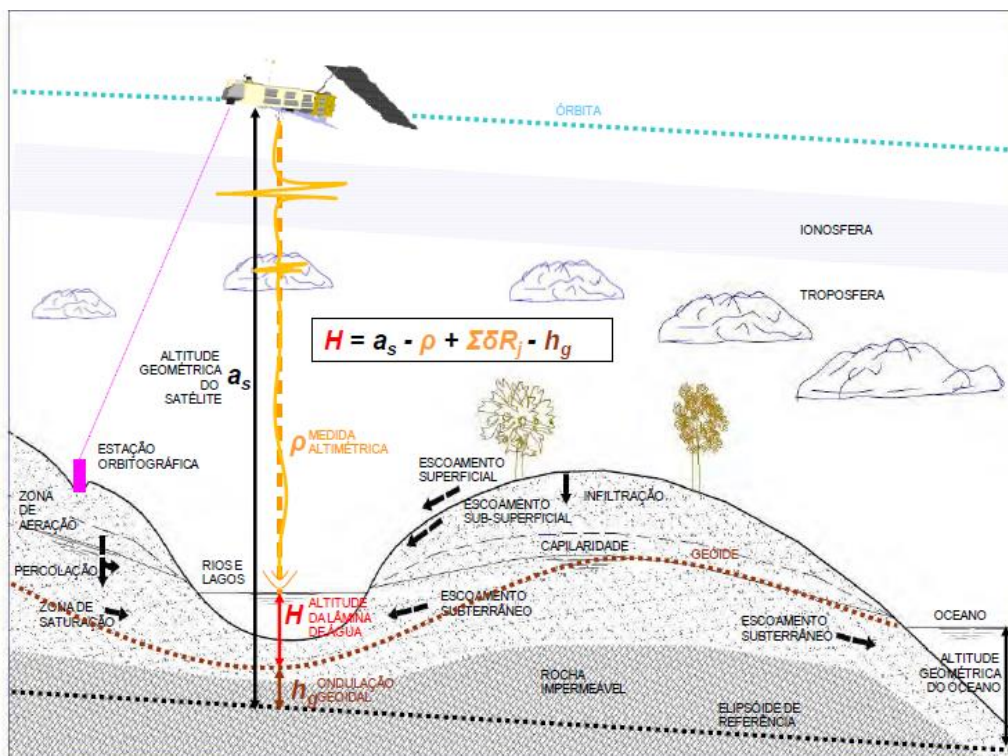


Figura 2-3 - Medida Altimétrica em Hidrossistemas Continentais (Silva, 2010)

2.2.2. Altimetria a Laser

A altimetria a laser é a aplicação mais simples da tecnologia LiDAR (*Light Detection and Ranging*). Seu funcionamento é bem direto e semelhante à altimetria por radar: o instrumento emite um pulso de “luz” no visível ou infravermelho (532 nm e 1064 nm - ICESAT) em direção à superfície terrestre e seu “eco” é detectado um tempo depois. Sabendo a velocidade de propagação da luz na atmosfera e o tempo entre a emissão e o retorno do sinal é possível calcular a distância entre o satélite e a superfície. E então, transmitindo pulsos continuamente, é possível traçar um perfil altimétrico do solo.

2.2.3. Lasers X Radar

Embora o princípio da altimetria por radar e a laser seja o mesmo, cada técnica tem suas particularidades. O altímetro por radar emite radiações com comprimento de onda muito maior, logo a abertura angular do feixe ($\Delta\theta$) e conseqüentemente seu “*footprint*” também são maiores. Por exemplo, enquanto o GLAS/ICESAT (laser) produz um “*footprint*” (limitado pelo feixe) de 70 m, o “*pulse-limited footprint*” da banda K_u do RA-2/ENVISAT (radar) é de 1,7 km (Ress, 2013). Por apresentar um “*footprint*” grande, as medições por radar contêm erros induzidos pela declividade da superfície que são desprezíveis nas medições a laser (Brenner et al., 2007). Logo, a altimetria por radar não é indicada para regiões muito declivosas. Por outro lado, a altimetria a laser falha na modelagem de efeitos de espalhamento na atmosfera. Assim a técnica a laser não consegue fazer medições através de nuvens grossas, enquanto o altímetro por radar pode ser usado sob qualquer condição climática (Brenner et al., 2007).

2.2.4. Missões Espaciais

A altimetria espacial teve início na década de 70. O satélite Skylab foi lançado em 1973 e permitiu detectar ondulações no geóide associadas a fossas oceânicas, revelando o potencial da técnica. Em seguida a NASA lançou mais dois satélites com altímetros radar, o GEOS-3 em 1975 e o Seasat em 1978, que embora tenha funcionado por apenas 3 meses forneceu dados significantes à comunidade científica, especialmente no campo da oceanografia (Benveniste, 2011). Em 1985 a marinha norte-americana lançou o GEOSAT cujo principal objetivo era mapear o geóide marítimo.

Na década de 90, deu-se início a dois ramos de missões altimétricas que tiveram continuidade até os dias atuais (Silva, 2010). Um dos ramos foi fruto do trabalho conjunto entre a NASA e o CNES, dedicado especificamente para o estudo dos oceanos. Os equipamentos altimétricos foram embarcados nos satélites TOPEX/Poseidon e em seus sucessores: JASON 1, JASON 2 e o recém-lançado JASON 3. O outro ramo consiste em missões altimétricas desenvolvidas pela ESA a bordo dos satélites ERS-1, ERS-2 e ENVISAT e, graças ao seu “módulo continental”, permitiu medidas mais confiáveis nos continentes e calotas polares. O altímetro AltiKa, desenvolvido pelo CNES, foi embarcado em 2013 no satélite SARAL da ISRO (Indian Space Research Organization) que percorre a mesma rota terrestre (“ground track”) que o ENVISAT e ERS-1/2, dando assim seqüência aos dados.

Em 2003 a NASA lançou o satélite ICESAT, carregando a bordo o GLAS (*Geoscience Laser Altimeter System*), primeiro instrumento LiDAR para observações contínuas do planeta.

No entanto, os lasers do GLAS apresentaram problemas técnicos, tornando necessário alterar planos operacionais (Brenner et al., 2007). Em 2009 a missão teve fim, mas já existe uma continuação, a ICESAT-2, prevista para ser lançada em 2018.

Além dos satélites supracitados, outras missões merecem destaque: o GFO, desenvolvido pela marinha norte-americana como continuação do GEOSAT; o CRYOSAT-2, que utiliza o altímetro/interferômetro SIRAL que possui um modo SAR/Doppler. A tabela abaixo contém informações básicas sobre as principais missões passadas, presentes e futuras.

Tabela 2-1 - Principais Missões Altimétricas (adaptado de Sulistioadi, 2013 e O’Loughlin et al., 2016)

Missão	Período de Operação		Acurácia (m)	Inclinação da órbita (°)	Altitude (km)	Ciclo (dias)	Distância máx. traços
	Início	Fim					
Skylab	1973	1974	-	-	435	-	-
GEOS-3	abr/75	dez/78	-	115	840	-	-
Seasat	jul/78	out/78	-	108	800	3 / 17	-
Geosat GM & ERM	mar/85	jan/90	-	108	800	23 / 17	-
ERS-1	jul/91	jun/95	-	98,5	785	3 / 35 / 168	80 km
TOPEX/Poseidon	ago/92	dez/05	0,35	66	1336	9,9	315 km
ERS-2	abr/95	jun/03	0,55	98,5	785	35	80 km
Geosat Follow-On (GFO)	mai/98	set/08	-	108	800	17	-
JASON 1	dez/01	jul/13	1,07	66	1336	9,9	315 km
ENVISAT	mar/02	jun/12	0,28	98,5	785	35	80 km
ICESAT-1	jan/03	ago/10	0,10	94	600	91	30 km
JASON 2	jun/08	-	0,28	66	1336	9,9	315 km
Cryosat-2	abr/10	-	0,23	92	717	369 / 30	-
HY-2A	ago/11	-	-	99,3	971	14 / 168	-
SARAL/AltiKa	fev/13	-	0,11	98,5	800	35	80 km
JASON 3	jan/16	-	-	66	1336	10	315 km
Sentinel-3	fev/16	-	-	98,6	815	27	-
ICESAT-2	2017	-	-	94	600	91	30 km
JASON CS	2020	-	-	66	1336	10	315 km
SWOT	2020	-	-	77,6	890	21	-

Apenas os dados dos satélites ICESAT, ENVISAT e JASON 2 são utilizados nesse trabalho e, portanto, estão descritos em maiores detalhes a seguir.

2.2.5. ENVISAT

O ENVISAT (*ENVironmental SATellite*) foi lançado em março de 2002 pela ESA, como parte do Programa de Observação da Terra, percorrendo a mesma órbita do ERS-2. O objetivo da missão era proporcionar maior conhecimento sobre o meio ambiente terrestre, contribuindo para aumentar o entendimento sobre a dinâmica oceânica, a química atmosférica e os processos que afetam a parte sólida do planeta. O satélite voou a 780 km da superfície em uma órbita circular heliosíncrona inclinada em 98,5° com um período de repetição de 35 dias (Silva et al., 2010).

O ENVISAT embarcou 10 instrumentos, incluindo o altímetro por radar RA-2 (Advanced Radar Altimeter). O RA-2 é um altímetro de bi-frequência, sendo uma frequência na banda K_u (13,575 GHz) e a outra na banda S (3,2 GHz). Em seu modo de operação com maior resolução, são produzidos pulsos de 3,1 ns (t_p) para a banda K_u e de 6,3 ns para banda S, o que implica em um “*pulse-limited footprint*” teórico de 1,7 km e 2,4 km (Ress, 2013), respectivamente, no entanto o “*footprint*” real varia entre 2 km nos oceanos chegando até 16 km em terra (Chelton et al., 2001 apud Schwatke et al., 2015) O intervalo espacial de amostra é de aproximadamente 350 m para cada banda, sendo as medições obtidas pela banda K_u mais precisas. A principal razão de se operar com duas frequências é para possibilitar correções ionosféricas (Ress, 2013).



Figura 2-4 - ENVISAT (<http://www.aviso.altimetry.fr>)

2.2.6. ICESAT

O ICESAT (*Ice, Cloud and Land Elevation Satellite*) é um satélite da NASA que foi lançado em 2003 e permaneceu funcionando até 2010. A missão teve como objetivo principal criar uma série que registra as mudanças de elevação das calotas polares da Groelândia e da

Antártica e assim estudar o balanço de massa do gelo, o clima polar, e a contribuição para o aumento do nível do mar. Paralelamente o ICESAT também fez medições da altura de nuvens e da estrutura vertical de nuvens e aerossóis, da topografia em terra e do dossel das árvores, da rugosidade e espessura das camadas de gelo, dos níveis do oceano e da refletividade da superfície (Zwally et al., 2002). O satélite orbitava a 600 km de altitude em uma inclinação de 94°, repetindo seu trajeto a cada 91 dias.

As medições altimétricas da missão eram efetuadas pelo GLAS (*Geoscience Laser Altimeter System*), primeiro instrumento LiDAR para observações contínuas do planeta. O GLAS operava com comprimento de onda de 1064 nm (infra-vermelho), para medir a altimetria da superfície e altura de nuvens densas, e de 532 nm (verde), para avaliar a distribuição vertical das nuvens e aerossóis (Zwally et al., 2002). A abertura angular do feixe ($\Delta\theta$) era de aproximadamente 0,1 miliradiano e seu “*footprint*” de 70 m de diâmetro, sendo este limitado pelo feixe (*beam-limited*) e não pelo pulso, como os altímetros por radar (Ress, 2013). O intervalo espacial da amostra dessa missão era de 170 m. O GLAS era composto por 3 lasers, e essa quantidade foi determinada prevendo dificuldades operacionais que de fato ocorreram (Ress, 2013). Problemas com o equipamento impossibilitou uma operação contínua dos lasers que foram forçados a funcionar em alternância (Brenner et al., 2007).



Figura 2-5 - ICESAT (<http://ICESAT.gsfc.nasa.gov/ICESAT>)

2.2.7. JASON 2

O JASON 2 é um satélite desenvolvido em conjunto pelas instituições americanas NASA e NOAA, o centro de estudos espaciais francês CNES e a organização europeia

EUMETSAT. Lançado em 20 de junho de 2008, o satélite deu continuidade às séries de observações das missões TOPEX/Poseidon e JASON 1, permanecendo em sua órbita nominal até outubro de 2016, mês em que deu lugar ao mais novo satélite da missão, JASON 3. O JASON 2 conduzia a Ocean Surface Topography Mission, com o objetivo de ter dados altimétricos de alta precisão em tempo quase real para integrar com modelos de previsão oceânica além de dar continuidade às séries de observações do TOPEX/Poseidon e JASON 1 e assim contribuir com estudos oceânicos de longo período. O satélite voou a uma altitude de 1336 km da superfície em uma órbita circular inclinada em 66° com um período de repetição de 10 dias.

O JASON 2 carrega um total de 8 instrumentos: o radiômetro AMR, que mede perturbações devido ao vapor atmosférico, três aparelhos de localização (Doris, LRA e GPSP), três instrumentos experimentais (Carmen-2, LPT e T2L2) e o instrumento principal da missão, o Poseidon-3. O Poseidon-3 é um altímetro bi-frequência, sendo uma frequência na banda K_u (13,575 GHz) e a outra na banda C (5,3 GHz). Embora emita sinais na mesma frequência que o Envisat, seu footprint é um pouco maior (cerca de 1,3 vezes) por estar em uma órbita mais afastada da Terra.



Figura 2-6 - JASON 2 (<http://www.aviso.altimetry.fr>)

2.2.8. Aplicações na Hidrologia

A altimetria espacial tem sua principal aplicação para o estudo dos oceanos e, mais recentemente, variações nas calotas polares. Em águas continentais, a técnica é limitada por problemas de processamento associados a distorções do sinal quando refletidos na superfície (Troitskaya et al., 2012). Isso ocorre porque, diferentemente dos oceanos, a superfície continental é não homogênea. No entanto, pesquisas científicas tem sido realizadas com recorrência para se obter a melhor resposta do sinal altimétrico em corpos d'água continentais: desde Brown (1977 apud Calmant e Seyler, 2006), em que foram analisadas as “formas de onda” típicas do Grande Lago Salgado em Utah, a Maillard et al. (2015) que consideram

informações prévias do rio, como sua forma e largura, para obter uma estimativa mais precisa do nível d'água.

Devido as suas dimensões, os primeiros corpos d'água continentais a serem monitorados por altimetria espacial foram lagos. Os estudos iniciais foram dedicados aos Grandes Lagos americanos e posteriormente também aos africanos (Calmant e Seyler, 2006). Berry et al. (2005) confirmaram que a grande maioria dos lagos maiores que 500 km² podem ser monitorados usando multimissões altimétricas (o autor especificamente utilizou o TOPEX/Poseidon, ENVISAT, ERS-1 e ERS-2). Gao et al. (2012) utilizaram dados de altimetria para criar um histórico de armazenamento de água de 34 grandes reservatórios espalhados pelo mundo.

Os estudos sobre altimetria espacial em rios começaram na década de 90, com destaque a estudos na bacia Amazônica. O estudo pioneiro foi feito por Koblinsky et al. (1993 apud Calmant e Seyler, 2006) que analisaram as formas de onda recebidas pelo GEOSAT para estimar os níveis d'água de quatro lugares na Amazônia. Os autores observaram uma discrepância de 70 cm RMSE (raiz do erro quadrático médio) entre as medições do satélite e *in-situ*, sendo maior parte do erro devido à incerteza da determinação da órbita. Birkett et al. (2002) avaliaram os dados do TOPEX/Poseidon na bacia Amazônica entre 1992 e 1999, e encontraram um erro médio de 1,1 m RMSE. Os melhores resultados foram nos rios Amazônia, Solimões, Xingu e Unini que apresentaram erros entre 0,4 e 0,6 m RMSE. O autor considera que, havendo zonas de várzea, é necessário que o rio tenha ao menos 1 km de largura para se obter dados de boa qualidade. Logo depois o ENVISAT/RA-2 foi testado com sucesso por Frappart et al. (2006) também na bacia Amazônica. Silva et al. (2010) deram continuidade aos estudos na bacia utilizando os dados altimétricos dos satélites ERS-2 e do ENVISAT. Tais autores demonstraram melhorias nas medições, comparando com Birkett et al. (2002), devido ao uso de algoritmos de processamento de melhor performance (*Ice-1 e Ice-2*).

As séries altimétricas geradas pelas missões espaciais também foram usadas para melhoria de modelos hidrológicos. Getirana et al. (2010), por exemplo, utilizaram dados altimétricos de satélite como validação do modelo MGB-IPH na bacia do rio Negro enquanto Paiva et al. (2013b) assimilaram dados de altimetria do ENVISAT utilizando a técnica do EnKF para melhorar previsões de vazão na bacia Amazônica. Já Getirana (2010) fez um trabalho pioneiro de integração de dados de altimetria para calibração automática de um modelo hidrológico (MGB-IPH). A calibração foi realizada pelo método MOCOM-UA, os dados altimétricos foram oriundos do ENVISAT, e a região de estudo foi o rio Branco.

Em 2020 está previsto o lançamento do SWOT, primeira missão espacial cujo principal objetivo é a observação de hidrossistemas continentais. Essa prospecção tem entusiasmado hidrólogos que já avaliam as oportunidades de pesquisa que tal missão pode proporcionar (Pavelsky et al., 2014, Paiva et al., 2015).

2.2.9. SWOT

O SWOT (Surface Water and Ocean Topography) é uma missão espacial que está sendo desenvolvida em conjunto pela NASA, o CNES e as agências espaciais canadense e britânica e está previsto para ser lançado no ano de 2020. Esse projeto tem o objetivo de gerar as primeiras observações de alta-resolução do nível de água continental, extensão de inundação e elevação da superfície oceânica (Durand et al., 2010, apud Pavelsky et al., 2014). Assim, é esperado que as observações do satélite permitam um monitoramento dos níveis dos rios e, quando possível, realizem uma estimativa de sua vazão (Pavelsky et al., 2014). O SWOT percorrerá uma órbita a 890 km de altura da superfície terrestre, com uma inclinação de $77,6^\circ$ e período de repetição de 21 dias (Biancamaria et al., 2015).

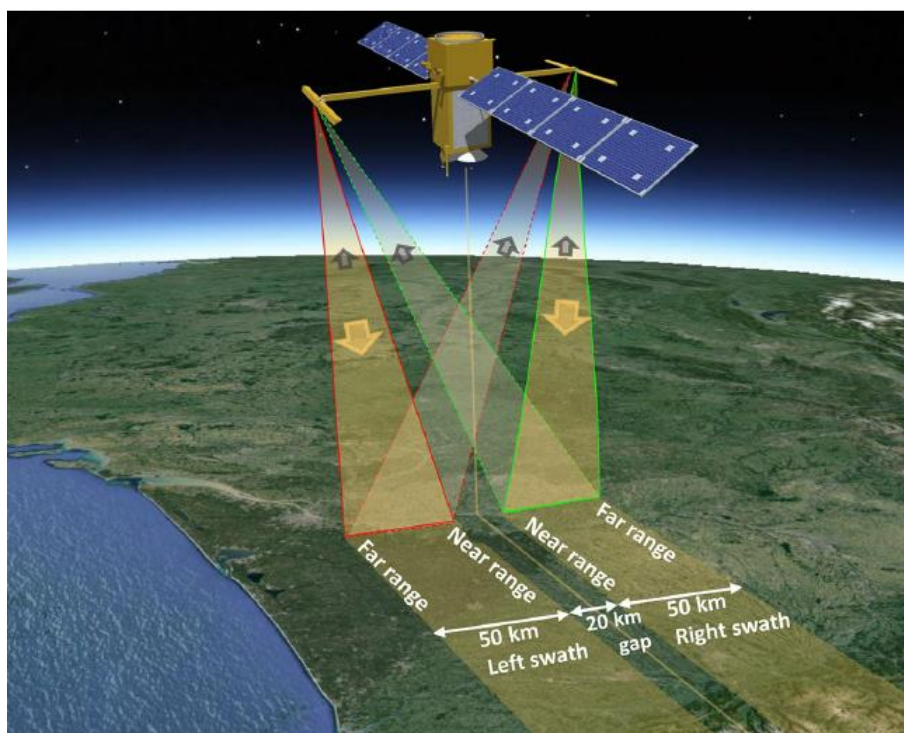


Figura 2-7 - SWOT (Biancamaria et al., 2015)

As medições altimétricas da missão espacial ficarão a cargo do interferômetro KaRIn e de um altímetro por radar. O KaRIn será um interferômetro SAR (Synthetic Aperture Radar) que funcionará na banda Ka (35,75 GHz – 8,6 mm de comprimento de onda), com ângulos de incidência próximos ao nadir (entre $0,6^\circ$ e $3,9^\circ$) (Biancamaria et al., 2015). Esse equipamento

irá fornecer imagens da elevação da água em duas faixas de 50 km de largura e separadas em 20 km, uma a cada lado do satélite (Figura 2-7). Seu funcionamento envolve uma triangulação: uma antena emitirá o sinal eletromagnético na direção da faixa mais próxima e ambas as antenas, que estão separadas em 10 m, receberão o sinal, permitindo então uma observação em duas posições o que proporcionará uma medição precisa da elevação. Além do KaRIn, a missão espacial também contará com um altímetro a nadir que funcionará em duas frequências, banda C e Ku, e fornecerá o nível d'água no meio dos 20 km que separam as duas faixas de visada do KaRIn (Biancamaria et al., 2015).

2.3. Assimilação de Dados

2.3.1. Introdução

A natureza é um sistema complexo e dinâmico. As relações entre as variáveis de estado na natureza são extremamente não-lineares o que torna necessário estar sempre obtendo novas informações sobre o sistema. As informações são originadas basicamente de duas fontes: observações e entendimento (Lahoz et al., 2010). As observações normalmente são amostras do sistema em uma escala de espaço e tempo dependente da técnica utilizada. Já o “entendimento” se refere às informações do sistema obtidas pelo conhecimento teórico e empírico, compreensão física e representações matemáticas (ex. modelos numéricos).

No entanto existem erros e lacunas associados a cada um dos tipos de informação. Algumas técnicas de observação são mais precisas que outras, além de que os erros também podem estar relacionados à calibração, operação ou manutenção dos aparelhos de medição. Ao mesmo tempo, as técnicas de medições não são capazes de alcançar todo o espaço simultaneamente. Já nos modelos os erros estão associados a simplificações na representação do sistema, seja por praticidade (aproximações numéricas) ou por um limite de conhecimento (equações incompletas e incertezas dos parâmetros). Mesmo com erros, os dados obtidos são de grande valia para compreensão do sistema físico, desde que sejam bem trabalhados. Dessa forma, a assimilação de dados é uma maneira estatística de se obter uma combinação ótima das informações.

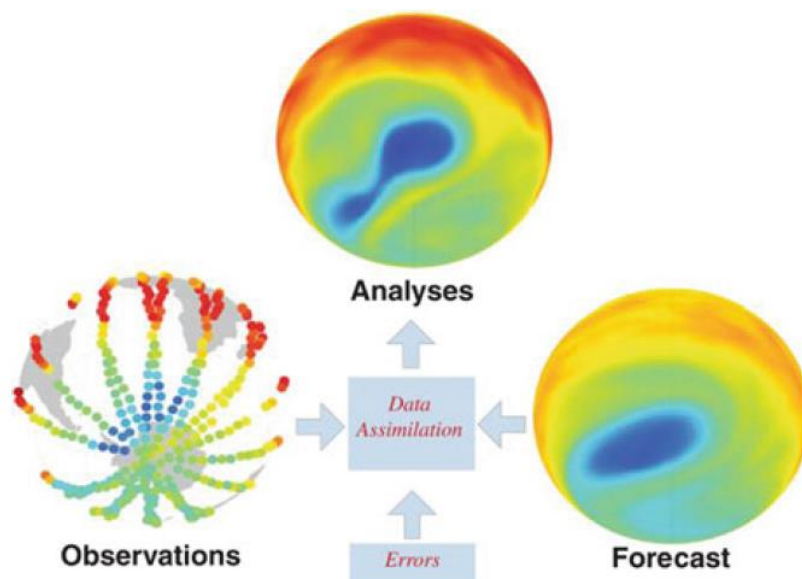


Figura 2-8 - Demonstração do funcionamento da técnica de Assimilação de Dados em meteorologia (Lahoz et al., 2010)

A assimilação de dados é uma técnica que tenta reduzir as incertezas mesclando medições observadas com modelos de um sistema dinâmico. Esse artifício pode ser utilizado para melhorar a compreensão de processos geofísicos e bioquímicos, detecção de tendências e mudanças no sistema terrestre, aperfeiçoamento de modelos, elaboração de um sistema de monitoramento e melhoria nas condições iniciais em sistemas de previsão (Reichle, 2008).

Matematicamente, a assimilação de dados é interpretada como um processo de otimização em que as variáveis/parâmetros (\mathbf{X}/α) são determinados através de uma ponderação entre as observações e as respostas prévias do modelo. O método pode ser apresentado através de uma formulação básica de mínimos-quadrados em que é gerada uma função custo (J) a ser minimizada:

$$J(\mathbf{X}) = \frac{1}{2}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b) + \frac{1}{2}(\mathbf{Y} - H(\mathbf{X}))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - H(\mathbf{X}))$$

Onde: \mathbf{X}_b é o vetor das variáveis de estado prévias (background) do modelo, \mathbf{Y} é o vetor das observações, H é um operador que leva as variáveis de estado à mesma dimensão das observações, \mathbf{B} e \mathbf{R} são matrizes simétricas relacionadas às incertezas do modelo e das observações e \mathbf{X} é um vetor das variáveis de estado ótimas.

A minimização da função-custo implica em encontrar o conjunto de variáveis de estado (\mathbf{X}) que gere o menor valor de J , ou seja, cuja derivada da função-custo se iguale a 0. Então o problema de minimização se resume à seguinte equação:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b) - \widehat{\mathbf{H}}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - H(\mathbf{X})) = 0 \quad (6)$$

Onde: $\widehat{\mathbf{H}}$ é a variação de H em relação a \mathbf{X} .

Normalmente, a não-linearidade do problema impossibilita encontrar soluções explícitas da equação 6 (Lahoz et al., 2010). Na prática a maior parte dos métodos de assimilação de dados adota a alternativa de linearizar o problema (Reichle, 2008), buscando encontrar a melhor estimativa linear, técnica conhecida como BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*) (Bouttier e Courtier, 1999). A linearização consiste, basicamente, em aproximar $H(\mathbf{X})$ por uma série de Taylor de 1ª ordem em torno de \mathbf{X}_b da seguinte forma:

$$\mathbf{d} = \mathbf{Y} - H(\mathbf{X}_b) \quad H(\mathbf{X}) = H(\mathbf{X}_b) + \widehat{\mathbf{H}}_b(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b)$$

Onde: $\widehat{\mathbf{H}}_b$ a derivada de H em relação às variáveis de estado avaliada em \mathbf{X}_b . (Aproximações de ordens mais elevadas também já foram testadas, como em Lakshmirarahan et al. (2003)).

Assim o problema de minimização é formulado da seguinte maneira:

$$J(\mathbf{X}) = \frac{1}{2}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b) + \frac{1}{2}(\mathbf{d} - \hat{\mathbf{H}}_b(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{d} - \hat{\mathbf{H}}_b(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b))$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b) - \hat{\mathbf{H}}_b^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d} + \hat{\mathbf{H}}_b^T \mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{H}}_b(\mathbf{X} - \mathbf{X}_b) = 0$$

Logo, as variáveis de estado (\mathbf{X}) podem ser estimadas explicitamente por:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_b + (\hat{\mathbf{H}}_b^T \mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{H}}_b + \mathbf{B}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{H}}_b^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d}$$

$$(\hat{\mathbf{H}}_b^T \mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{H}}_b + \mathbf{B}^{-1})^{-1} \hat{\mathbf{H}}_b^T \mathbf{R}^{-1} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{H}}_b^T (\hat{\mathbf{H}}_b \mathbf{B} \hat{\mathbf{H}}_b^T + \mathbf{R})^{-1} = \mathbf{K}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_b + \mathbf{K} \mathbf{d}$$

A matriz \mathbf{K} é denominada matriz de ganho. Lembrando que $\mathbf{d} = \mathbf{Y} - H(\mathbf{X}_b)$, a matriz de ganho pode ser interpretada como um coeficiente que indica o quanto a variável de estado deve ser modificada com base na diferença entre a resposta do modelo e as observações.

2.3.2. Técnicas de Assimilação de Dados / Sequencial X Suavizado

Atualmente o campo da assimilação de dados oferece um número variado de técnicas para resolver o problema apresentado. Basicamente os métodos de assimilação de dados podem ser divididos em dois tipos: sequenciais e suavizados. O primeiro é da forma “observador dinâmico”, em que as observações disponíveis são assimiladas pelo modelo a cada passo de tempo formando uma melhor estimativa atual e para futuras previsões, de maneira sequencial. Já as assimilações suavizadas são da forma “observador direto”, em que os dados observados em uma faixa de tempo são assimilados ao modelo, assumindo, assim, uma trajetória mais suave no tempo (Lahoz et al. 2010).

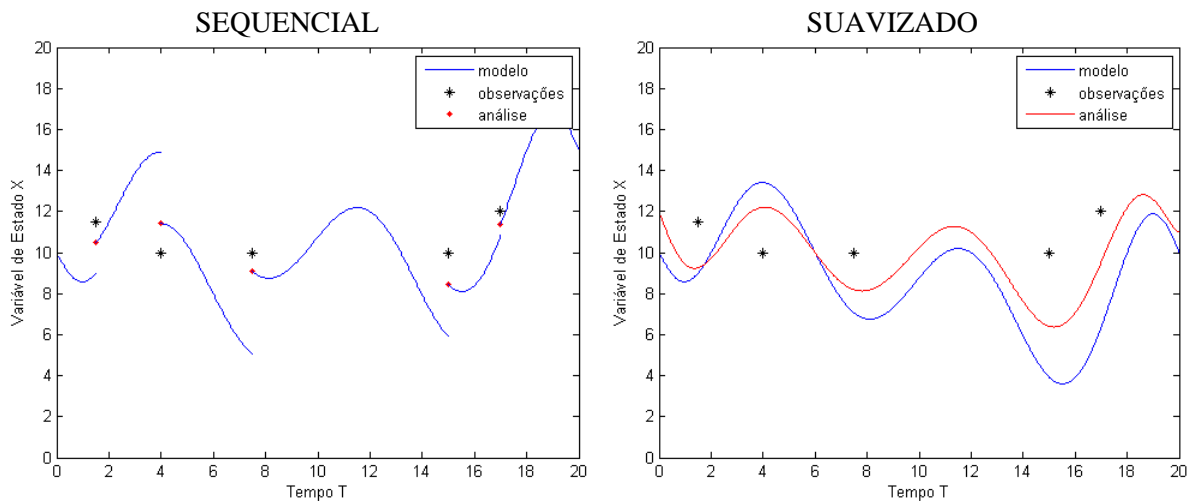


Figura 2-9 – Representação esquemática de métodos de assimilação de dados sequenciais e suavizados

2.3.3. Técnicas Variacionais

O 3D-VAR é um exemplo de método sequencial. Esse método emprega *algoritmos variacionais* de assimilação de dados que correspondem à minimização direta da função-custo (J) por esquemas numéricos avançados (Reichle, 2008). O 3D-VAR se aproxima da solução de maneira iterativa fazendo reavaliações da função-custo por algoritmos de gradiente descendente (Bouttier e Courtier, 1999). Parte-se de uma estimativa inicial para as variáveis de estado (\mathbf{X}), que normalmente é o próprio \mathbf{X}_b , e o algoritmo avalia a função-custo e realiza uma nova estimativa. Esse processo é repetido até que $\partial J / \partial \mathbf{X}$ esteja suficientemente próximo a 0 ou o número máximo de iterações seja atingido.

O 4D-VAR é equivalente ao 3D-VAR sendo que otimizado para um dado intervalo de tempo, o que o caracteriza como um método de assimilação de dados suavizador. Dessa maneira a minimização da função custo (J) conta com termos em instantes diferentes, tendo como objetivo principal descobrir a condição inicial das variáveis de estado do modelo (\mathbf{X}^0).

$$J(\mathbf{X}^0) = \frac{1}{2}(\mathbf{X}^0 - \mathbf{X}_b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{X}^0 - \mathbf{X}_b) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\mathbf{Y}^k - H^k(\mathbf{X}^k))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y}^k - H^k(\mathbf{X}^k))$$

Onde: k representa o avanço no tempo.

Como as variáveis de estado dos passos seguintes dependem do tempo anterior, a formulação da função-custo é remontada como função das condições iniciais.

$$\mathbf{X}^{k+1} = M(\mathbf{X}^k) \quad \rightarrow \quad \mathbf{X}^{k+1} = M(M(\dots M(\mathbf{X}^0))) = M_{0,k}(\mathbf{X}^0)$$

$$J(\mathbf{X}^0) = \frac{1}{2}(\mathbf{X}^0 - \mathbf{X}_b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{X}^0 - \mathbf{X}_b) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\mathbf{Y}^k - H^k(M_{0,k-1}(\mathbf{X}^0)))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y}^k - H^k(M_{0,k-1}(\mathbf{X}^0)))$$

Onde: M é a aplicação do modelo.

Linearizando o problema, tem-se:

$$H(M_{0,k}(\mathbf{X}^0)) = H(M_{0,k}(\mathbf{X}_b)) + \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{M}}_{0,k}(\mathbf{X}^0 - \mathbf{X}_b) \quad \rightarrow \quad \hat{\mathbf{M}}_{0,k} = \hat{\mathbf{M}}_k \hat{\mathbf{M}}_{k-1} \dots \hat{\mathbf{M}}_0$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{X}^0 - \mathbf{X}_b) - \sum_{k=1}^n \hat{\mathbf{M}}_{0,k-1}^T \hat{\mathbf{H}}^k \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y}^k - H^k(\mathbf{X}^k))$$

Onde: $\hat{\mathbf{M}}_k$ é a variação do modelo em relação às variáveis de estado (\mathbf{X}) no tempo k .

O 4D-VAR resolve o problema iterativamente usando um método de otimização de gradiente em que os gradientes são determinados pelo método adjunto. A cada iteração o processo exige as soluções do modelo sob as novas estimativas das condições iniciais (\mathbf{X}^0) e calcula o gradiente (ΔJ) através do método adjunto que funciona no sentido contrário, do tempo futuro ao passado. Esse processo se repete até que o gradiente esteja suficientemente próximo de 0.

2.3.4. Filtro de Kalman

O Filtro de Kalman (KF) é um método sequencial de assimilação de dados, desenvolvido por Kalman em 1960, que além de utilizar técnicas variacionais também propaga informação dos erros para os passos de tempo seguintes, computando as covariâncias dos erros em uma matriz adicional (Reichle, 2008). Esse método também surge da formulação de mínimos-quadrados e consiste em uma implantação recursiva de um passo de predição e outro de atualização (Liu e Gupta, 2007):

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_b^k &= M(\mathbf{X}^{k-1}) \\ \mathbf{B}^k &= \widehat{\mathbf{M}}_k \mathbf{A}^{k-1} \widehat{\mathbf{M}}_k^T + \mathbf{Q}_k \\ \mathbf{K}^k &= \mathbf{B}^k \widehat{\mathbf{H}}^T (\widehat{\mathbf{H}} \mathbf{B}^k \widehat{\mathbf{H}}^T + \mathbf{R})^{-1} \\ \mathbf{X}^k &= \mathbf{X}_b^k + \mathbf{K}^k (\mathbf{Y}^k - H(\mathbf{X}_b^k)) \\ \mathbf{A}^k &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}^k \widehat{\mathbf{H}}) \mathbf{B}^k\end{aligned}$$

Onde: \mathbf{Q} representa a matriz de covariância de erro do modelo, \mathbf{I} é a matriz identidade, \mathbf{B} é a matriz de covariância dos erros das variáveis de estado calculadas pelo modelo enquanto \mathbf{A} é de covariância dos erros das variáveis de estado pós-análise.

No entanto, o Filtro de Kalman possui algumas limitações quando aplicado a sistemas não-lineares (Gelb, 1974 apud Reichle, 2002). Dessa forma, foram desenvolvidas variações do método para adaptar seu uso, sendo um dos mais utilizados o Filtro de Kalman por Ensemble (EnKF) apresentado por Evensen (1994). O método se popularizou por ter uma formulação conceitual simples e por ser relativamente fácil de implementar (Evensen, 2003). O EnKF faz uso do método de Monte Carlo para criar uma função densidade de probabilidade como alternativa à matriz de covariância dos erros (Evensen, 2003), e assim evita a linearização de M ou H (Liu e Gupta, 2007).

2.3.5. Aplicações da Estimativa de Parâmetros na Hidrologia

Enquanto a maior parte das aplicações dos métodos de assimilação de dados está voltada para atualização de variáveis de estado, pesquisas recentes têm se dedicado a estimativa de parâmetros dos modelos (Liu et al., 2012). As incertezas dos parâmetros têm uma alta contribuição nas incertezas de modelos hidrológicos, exigindo normalmente que seja realizado um processo de calibração para que o modelo gere respostas realistas (Shi et al., 2014). Nesse intuito, métodos diversos de assimilação de dados vêm sendo testados.

Castaigns et al. (2009) revelaram o potencial dos métodos variacionais para estimativas de parâmetros em modelos hidrológicos distribuídos. O autor aplicou o método adjunto em um modelo hidrológico que combina infiltração por Green Ampt e propagação de vazão por onda cinemática. No entanto ele ressaltou a desvantagem do método em relação ao tempo de processamento e dificuldade de implementação. Smith et al. (2009) também conferiram a eficiência de técnicas variacionais empregando o 3D-VAR para estimar parâmetros de um modelo morfodinâmico unidimensional de propagação de formação de fundo. Além de ter se mostrado eficaz na predição da batimetria, o custo computacional associado ao método foi relativamente baixo.

Liu e Gupta (2007) destacam duas técnicas estocásticas de assimilação de dados para estimativa dos parâmetros: *Generalized Likelihood Uncertainty Estimation* (GLUE) e *Bayesian Recursive Estimation* (BaRE). O GLUE é baseado na abordagem de Monte Carlo e se caracteriza como uma extensão do GSA (*Generalized Sensitivity Analysis*) (Stedinger et al., 2008). Por esse método, os conjuntos de parâmetros são amostrados aleatoriamente seguindo distribuições probabilísticas e em seguida é feita uma simulação do modelo com cada um dos conjuntos. Os resultados das simulações são então avaliados por um critério de qualidade que compara os valores previstos com os observados durante o período de calibração. Os conjuntos que não se enquadrarem são descartados e aos demais são atribuídos pesos cuja soma totaliza 1 (Stedinger et al., 2008). Assim como o GLUE, o BaRE também baseia-se no método de Monte Carlo para amostragem dos conjuntos de parâmetros, no entanto utiliza uma estrutura Bayesiana mais formal. A metodologia do BaRE consiste em dois passos recursivos: a predição, em que o modelo é simulado avançando no tempo, e a atualização, em que é utilizado uma versão recursiva da equação Bayesiana para obtenção da probabilidade dos grupos de parâmetros (Liu e Gupta, 2007); se caracterizando então como um método sequencial.

Normalmente, as estimativas de parâmetros tendem a focar apenas nas incertezas relacionadas aos parâmetros, acabando por negligenciar outras fontes de incerteza (Liu e Gupta,

2007). Dessa forma, existe uma tendência de viés nas previsões dos modelos devido aos erros das variáveis de estado. Logo é desejável usar métodos que combinem estimativas de parâmetros e variáveis de estado para que mais incertezas sejam levadas em conta. Moradkhani et al. (2005) apresentaram uma forma “dual”, que estima parâmetros e variáveis de estado em modelos hidrológicos usando o EnKF. O método consiste na utilização de dois filtros paralelos, tratando os parâmetros como variáveis de estado. Chen et al. (2015) se dispuseram a fazer uma comparação entre métodos que consideram as incertezas tanto dos parâmetros quanto das variáveis de estado. O autor testou os métodos DEnKF (*Dual Ensemble Kalman Filter*), apresentado por Moradkhani et al. (2005), o AEnKF (*Augmented Ensemble Kalman Filter*) e o SODA (*Simultaneous Optimization and Data Assimilation*) no modelo Common Land Model (CoLM) assimilando dados de umidade do solo. O AEnKF é um método que considera parâmetros como variáveis de estado, adicionando-os ao vetor X (por isso é chamado de “*Augmented EnKF*”). No entanto, esse aumento interfere no grau de liberdade o que pode prejudicar a qualidade das estimativas e estabilidade do processo (Moradkhani et al., 2005). Já o SODA é um método que combina a capacidade e eficiência exploratória do algoritmo SCEM-UA (*Shuffled Complex Evolution Metropolis*) com a eficiência computacional do EnKF (Vrugt et al., 2005). Chen et al. (2015) concluíram que o AEnKF apresenta bons resultados quando existem relação explícita entre parâmetros e variáveis de estado, no entanto é falho quando o modelo é complexo, sendo o SODA o método mais indicado nessa situação. O autor também observa que o SODA requer um tempo maior de processamento comparado aos demais métodos, e o DEnKF aparece como alternativa em simulações complexas de larga escala.

Outras pesquisas também adotaram o EnKF como método de estimativa conjunta de parâmetros e variáveis de estado em modelos hidrológicos. Shi et al. (2014), por exemplo, aplicaram o EnKF ao modelo Flux-PIHM, assimilando dados multivariados (vazão de saída, temperatura de superfície, umidade do solo, etc.). O Flux-PIHM incorpora um modelo de superfície terrestre (LSM) ao PIHM – modelo hidrológico espacialmente distribuído que modela fluxos, 1D e 2D, em superfície e subterrâneo. O método consistiu na utilização de um vetor junção parâmetro/variável de estado, caracterizando um AEnKF (ou Joint-EnKF). Os resultados obtidos pelo autor demonstraram que o uso do EnKF fornece boas estimativas de parâmetros do modelo específico (Flux-PIHM). Já Garamthi et al. (2015), Schöniger et al. (2012) e Durand et al. (2008) fizeram algumas adaptações do EnKF em seus trabalhos. Schöniger et al. (2012) propuseram utilizar o EnKF em dados transformados, e aplicaram o método na estimativa de parâmetros de uma tomografia hidráulica – técnica utilizada para caracterização de aquíferos. Garamthi et al. (2015) apresentaram o Joint-EnKF suavizado –

semelhante ao DEnKF – e utilizaram o método para estimativa de parâmetros e variáveis de estado em um modelo de transporte subsuperficial de contaminantes. Durand et al. (2008) assimilaram dados de elevação de superfície para estimar a batimetria (cota de fundo e declividade) de um rio utilizando o modelo LISFLOOD-FP. A técnica de assimilação de dados se baseou em um estimador de parâmetros linear adaptado ao caso não-linear por técnicas de Monte Carlo descritas em Evensen (1994). A estimativa posterior dos parâmetros era obtida por estatísticas derivadas do “*ensemble*” anterior, semelhante ao processo de atualização do EnKF.

3. MÉTODOS DE ASSIMILAÇÃO DE ALTIMETRIA ESPACIAL PARA ESTIMATIVA DA COTA DE FUNDO E RUGOSIDADE EFETIVA EM UM MODELO HIDRODINÂMICO

São propostas e avaliadas quatro diferentes técnicas para corrigir a cota de fundo de modelos hidrodinâmicos com base em observações de altimetria espacial: Inserção Direta, Interpolação Linear, Filtro de Kalman e otimização global por SCE-UA (Figura 3-1). Os dois últimos métodos são usados também para corrigir o coeficiente de rugosidade de Manning. Estes métodos variam desde muito simplificados a mais complexos com uso de recursos computacionais mais intensivos ou representação explícita e tratamento das diferentes fontes de erros na modelagem hidrodinâmica.

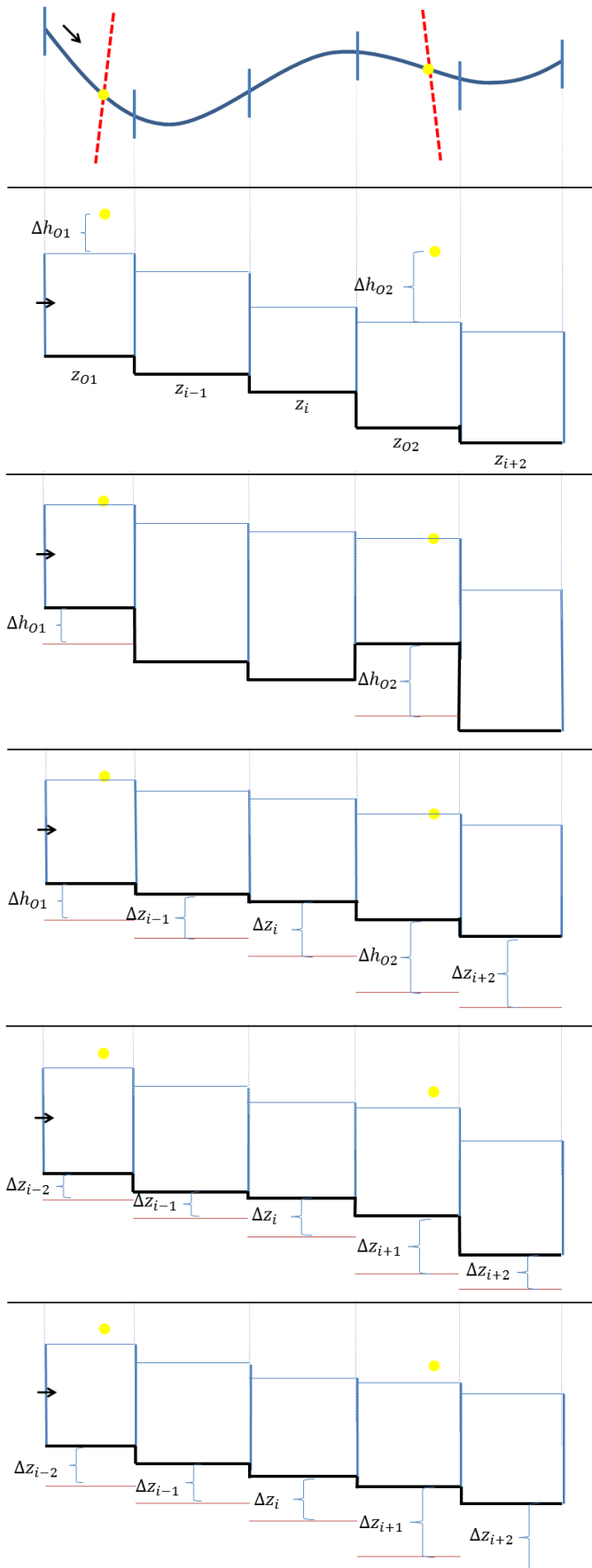
3.1. Método Inserção Direta (Inser_D).

Partindo da proposição que uma mudança na cota do fundo causa uma mudança exatamente igual de nível d'água na superfície, esse método basicamente adiciona ao fundo do trecho a diferença entre a observação por satélite e o nível modelado. Este método é o mais simples a ser avaliado e assume ser possível corrigir erros do modelo hidrodinâmico apenas localmente, sem buscar corrigir trechos de rio não observados.


O método quantifica todas as diferenças entre as observações de altimetria espacial e o nível simulado em cada trecho com observação; faz a média das diferenças em cada trecho; e adiciona essa média à cota de fundo do trecho correspondente. Como alguns trechos não tem observações, esses não são corrigidos.


3.2. Método Interpolação Linear (Interp).


Esse método é bem semelhante ao método de Inserção Direta, entretanto se assume que os erros variam linearmente entre os trechos observados. O método quantifica todas as diferenças entre as observações de altimetria espacial e o nível simulado em cada trecho com observação; faz a média das diferenças em cada trecho; e adiciona essa média à cota de fundo do trecho correspondente. Quanto à cota do fundo dos trechos não observados, é adicionado um valor interpolado linearmente considerando o acréscimo na cota de fundo dos dois trechos mais próximos que possuem observações (um a jusante e outro a montante). Caso não haja vizinho a montante ou a jusante com observações é feito então uma extrapolação linear.



Trecho de Rio

 Traço do satélite

 Observações

 Seção do rio

1- Inserção Direta

$$z_{0X}^* = z_{0X} + \Delta h_{0X} \quad z_i^* = z_i$$

2 - Interpolação Linear

$$z_i^* = z_i + \Delta h_{01} + \frac{\Delta x_{i1}}{\Delta x_{21}} (\Delta h_{02} - \Delta h_{01})$$

3 - Filtro de Kalman

$$z_i^* = z_i + K \times \Delta h$$

4 - Otimização Global

$$\min_z [J(\Delta h)]$$

Figura 3-1 - Métodos de Assimilação de Dados. (Δh - diferença observação e nível modelado, z_i - cota do fundo no trecho i , Δz - acréscimo na cota do fundo, O é o trecho em que houve observação)

3.3. Método Otimização Global (SCE-UA):

O método de otimização global busca a melhor combinação de cotas de fundo e/ou coeficiente de rugosidade de Manning através de um algoritmo de busca, onde é necessário realizar diversas simulações buscando minimizar os erros entre níveis d'água simulados e observados.

O Shuffle Complex Evolution – University of Arizona (SCE-UA / Duan et al., 1992) é um algoritmo de busca global que combina os conceitos de busca aleatória controlada, baralhamento de complexos e evolução competitiva para minimização de uma função objetivo (FO). Esse algoritmo é capaz de contornar os principais problemas encontrados em processos de calibração como: múltiplas regiões de atração, superfície rugosa devido a derivadas descontínuas e a interdependência entre parâmetros (Duan et al., 1994). O método é explicado simplificadaamente nos parágrafos a seguir.

Primeiro uma população de s pontos (conjunto de parâmetros) é gerada aleatoriamente. Cada ponto é avaliado por uma FO que basicamente quantifica a diferença entre as observações e os resultados do modelo. Então a população é ranqueada segundo os valores da FO e dividida em p complexos de m pontos. Cada complexo evolui individualmente em uma geração, seguindo um algoritmo de Evolução Competitiva do Complexo (CCE). Ao fim da geração, os complexos são reunidos e reordenados aleatoriamente para formar novos complexos e dar início à próxima geração. Esse processo continua até que os parâmetros converjam ou um número pré-definido de gerações seja alcançado.

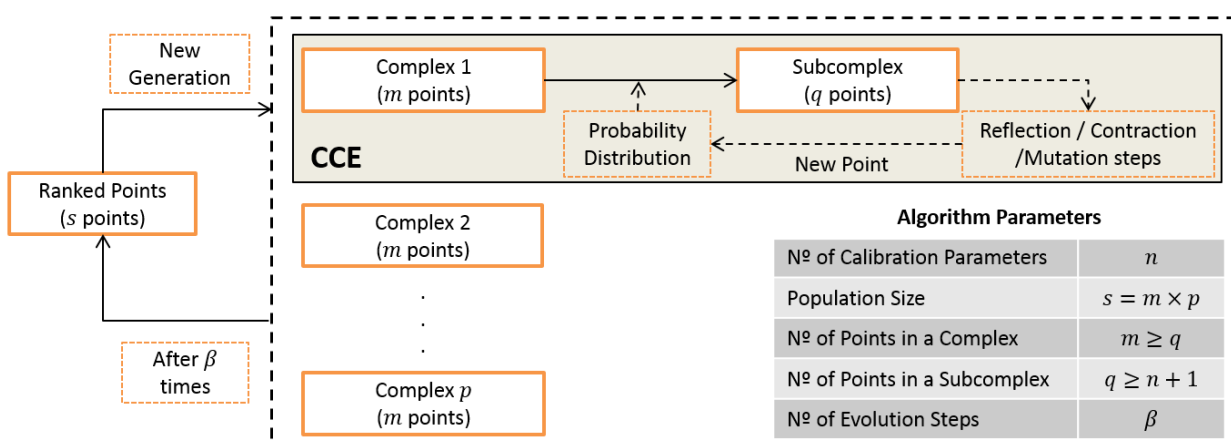


Figura 3-2 - Esquema simplificado do SCE-UA

O CCE é baseado no método de otimização Simplex (Nelder e Mead, 1965). Inicialmente q pontos do complexo são selecionados para formar um subcomplexo. A seleção considera uma distribuição de probabilidade trapezoidal em que os pontos mais adaptados

(menor valor da FO) têm mais chances de serem selecionados. Então um processo semelhante ao Simplex ocorre. Primeiro, o algoritmo calcula o centroide dos pontos do subcomplexo desconsiderando o ponto menos adaptado (maior valor da FO); então novos pontos são encontrados através de um passo de reflexão, de contração ou de mutação (mais detalhes em Duan et al., 1992). Esse processo é repetido β vezes e então é feito um baralhamento de complexos para próxima geração (Figura 3-2).

3.4.Método Filtro de Kalman (KF)

A assimilação de dados com método baseado no Filtro de Kalman assume que tanto as observações altimétricas, como o modelo de simulação possuem incertezas que podem ser quantificadas. O objetivo do método é obter uma estimativa ótima da cota de fundo e/ou coeficiente de rugosidade que minimizem os erros finais do modelo.

O Filtro de Kalman foi apresentado anteriormente, na seção 2.3.4. Como os componentes atualizados pelo método são parâmetros e não variáveis de estado, a formulação do método se torna um pouco mais simples, pois os erros e o próprio parâmetro não são modificados a cada iteração do modelo. Além disso, as observações e as assimilações foram realizadas individualmente, termo a termo, de forma escalar e não matricial. A seguir estão descritas as adaptações efetuadas e as equações propostas para o caso da assimilação de dados para modelagem hidrológica de grande escala em específico.

3.4.1. Filtro de Kalman para correção da cota de fundo e rugosidade de Manning

As equações centrais do Filtro de Kalman utilizadas nesse trabalho foram obtidas seguindo o princípio do BLUE (Best Linear Unbiased Estimator). O objetivo é encontrar a correção (*análise*) ótima do parâmetro (X), cota de fundo (Z) ou/e rugosidade (n) em uma determinada posição do rio, com base no erro do nível d'água do modelo no ponto de observação ($Y_o - Y_f$), conforme a Figura 3-3:

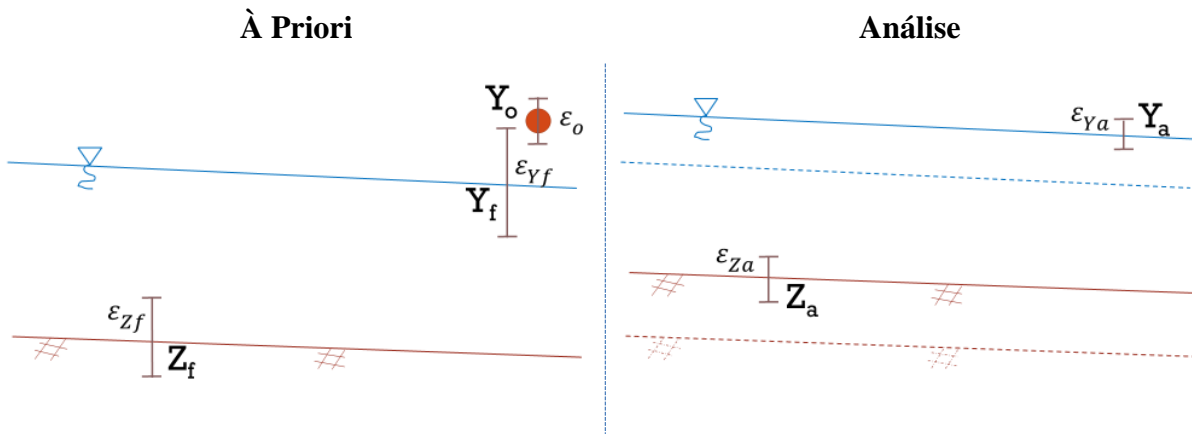


Figura 3-3 - Assimilação de Dados corrigindo cota de fundo e nível com base no Filtro de Kalman

Os valores a priori e posteriori do parâmetro a ser corrigido e os níveis d'água simulados e observados possuem erros ε_{Xf} , ε_{Xa} , ε_{Yf} e ε_o :

$$\begin{aligned} X_f &= X + \varepsilon_{Xf} & X_a &= X + \varepsilon_{Xa} \\ Y_f &= Y + \varepsilon_{Yf} & Y_o &= Y + \varepsilon_o \end{aligned}$$

sendo ε o erro das estimativas; f o índice referente ao modelo; a o índice referente à análise; o índice da observação (a ausência de índice indica o valor real).

Os erros são considerados conhecidos, assumindo que não são tendenciosos,

$$E[\varepsilon] = 0$$

- não existe dependência entre os erros das observações e modelo:

$$E[\varepsilon_o \varepsilon_{Yf}] = 0, \quad E[\varepsilon_o \varepsilon_{Xf}] = 0$$

- a variância σ^2 dos erros é conhecida:

$$E[\varepsilon_o^2] = \sigma_o^2, \quad E[\varepsilon_{Yf}^2] = \sigma_{Yf}^2, \quad E[\varepsilon_{Xf}^2] = \sigma_{Xf}^2$$

- e a covariância entre os erros do parâmetro X e dos níveis é conhecida:

$$E[\varepsilon_{Yf} \varepsilon_{Xf}] = \sigma_{Xf|Yf}$$

O estimador é não tendencioso se o valor esperado do seu erro é igual a zero, $E[X_a - X] = 0$, podendo ser obtido quando a correção é proporcional à diferença entre os níveis observado (Y_o) e modelado (Y_f) e um ponderador K chamado de ganho de Kalman:

$$X_a = X_f + K(Y_o - Y_f)$$

A estimativa ótima é obtida quando a variância é mínima, ou seja, quando:

$$\frac{\partial}{\partial K} E[(X_a - X)^2] = 0$$

A partir das hipóteses sobre os erros e desenvolvendo a equação acima (ver APÊNDICE), se torna possível identificar o valor ótimo para o ponderador K e assim determinar as equações centrais do método:

Correção da Cota de Fundo

$$K_i = \frac{\sigma_{Z_i|Y_N}}{\sigma_{Y_N}^2 + \sigma_o^2}$$

$$Z_i^a = Z_i^f + K_i(Y_o - Y_N)$$

$$\sigma_{Z_i}^2 = \sigma_{Z_i}^2 - K_i \sigma_{Z_i|Y_N}$$

Correção da Rugosidade de Manning

$$K_i = \frac{\sigma_{n_i|Y_N}}{\sigma_{Y_N}^2 + \sigma_o^2}$$

$$n_i^a = n_i^f + K_i(Y_o - Y_N)$$

$$\sigma_{n_i}^2 = \sigma_{n_i}^2 - K_i \sigma_{n_i|Y_N}$$

Em que Z representa a cota de fundo; n representa a rugosidade de Manning; σ_X^2 representa a variância de X e $\sigma_{X_1|X_2}$ a covariância entre X_1 e X_2 . Os índices i e N representam uma seção qualquer e o trecho onde houve a observação, respectivamente.

As equações citadas anteriormente compõem o sistema central do método de assimilação de dados. Os valores à priori da cota de fundo (Z^f) e rugosidade (n^f) e suas respectivas variâncias ($\sigma_{Z_i}^2$, $\sigma_{n_i}^2$) são atualizados a cada nova observação. Enquanto a variância diminui a cada etapa do método, a correção da cota de fundo ou rugosidade se torna cada vez menor e o parâmetro acaba convergindo para um valor específico. Observa-se, por exemplo, que caso o erro do modelo ($\sigma_{Y_N}^2$) e da observação (σ_o^2) sejam grandes e a covariância entre o fundo e o erro de nível seja pequena ($\sigma_{Z_i|Y_N}$) então o ganho de Kalman (K_i) será pequeno assim como a atualização da cota de fundo (Z_i^a). Nota-se também que a correção do parâmetro, seja cota de fundo ou rugosidade, é diretamente proporcional à diferença entre a observação e o modelo ($Y_o - Y_N$).

A variância da observação de altimetria espacial (σ_o^2) é normalmente encontrada na literatura em estudos de aplicação ou nas próprias especificações dos satélites. Dessa forma, o maior desafio do método se resume: à identificação da covariância entre a cota de fundo (ou rugosidade de Manning) de um trecho qualquer e o nível d'água onde ocorre a observação ($\sigma_{Z_i|Y_N}$); e à quantificação do erro do nível simulado nessa seção ($\sigma_{Y_N}^2$).

Para tanto, é necessário compreender como os erros de diferentes fatores se propagam para o nível d'água em diferentes posições do rio. As próximas seções elucidam estes aspectos.

3.4.2. Erros do nível devido aos parâmetros do modelo hidrodinâmico

Os erros de diferentes parâmetros de uma seção transversal podem ser propagados para erros no nível d'água da seguinte forma:

$$\varepsilon_Y = \frac{\partial Y}{\partial Q} \varepsilon_Q + \frac{\partial Y}{\partial n} \varepsilon_n + \frac{\partial Y}{\partial W} \varepsilon_W + \frac{\partial Y}{\partial Z} \varepsilon_Z$$

Em que Q é a vazão e W é a largura do rio.

A relação entre o nível d'água e os parâmetros do canal pode ser compreendida através da equação de Manning (seção 2.1.3), fórmula para escoamento permanente que relaciona vazão a raiz da perda de carga unitária (S_f):

$$Q = A \frac{R^{2/3}}{n} \sqrt{S_f}$$

Como em rios de “águas rasas” a largura do rio é muito maior que sua profundidade ($W \gg h$), então o raio hidráulico (R) pode ser aproximado por h . Sendo a área de uma seção retangular (A) definida pela multiplicação da largura e profundidade, a equação de Manning pode ser reformulada da seguinte maneira:

$$Q = W \frac{h^{5/3}}{n} \sqrt{S_f} \quad \rightarrow \quad Q = W \frac{(Y - Z)^{5/3}}{n} \sqrt{S_f} \quad \rightarrow \quad Y = Z + \left(\frac{Q n}{W \sqrt{S_f}} \right)^{3/5}$$

Logo as derivadas do nível em relação aos parâmetros do canal são:

$$\frac{\partial Y}{\partial Q} = \frac{3}{5} \left(\frac{Q n}{W \sqrt{S_f}} \right)^{-2/5} \left(\frac{n}{W \sqrt{S_f}} \right) = \frac{3}{5} \frac{(Y - Z)}{Q} = \frac{3}{5} \frac{h}{Q}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial n} = \frac{3}{5} \frac{h}{n} \quad \frac{\partial Y}{\partial W} = -\frac{3}{5} \frac{h}{W} \quad \frac{\partial Y}{\partial Z} = 1$$

Portanto, as fórmulas acima ajudam a identificar o quanto um erro em algum parâmetro afeta o nível do rio.

3.4.3. Propagação de erros no espaço por efeitos de remanso

A variação de nível de um trecho devido a uma variação a jusante já foi estudada por Samuels (1989). O autor estabeleceu uma equação simplificada que prevê a curva de remanso de um canal, através de uma análise matemática das equações de Saint Venant para regime permanente e escoamento sob condição de profundidade normal (Figura 3-4), ou seja, quando a declividade da linha piezométrica, do nível d'água e do fundo do rio coincidem. A relação entre níveis encontrada por Samuels foi a seguinte:

$$\begin{cases} \frac{\partial Y_j}{\partial Y_i} = \exp\left(-\frac{3,3 D(i,j) s_f}{h}\right) & \text{se } i < j \\ \frac{\partial Y_j}{\partial Y_i} = 0 & \text{se } i > j \end{cases}$$

Em que D é a distância entre os trechos i e j , h é a profundidade, s_f é a perda de carga e quanto menor o índice (i ou j) mais próximo é o trecho da foz. Logo a influência da variação do nível d'água só é considerada de trechos de jusante, não havendo interferências de montante.

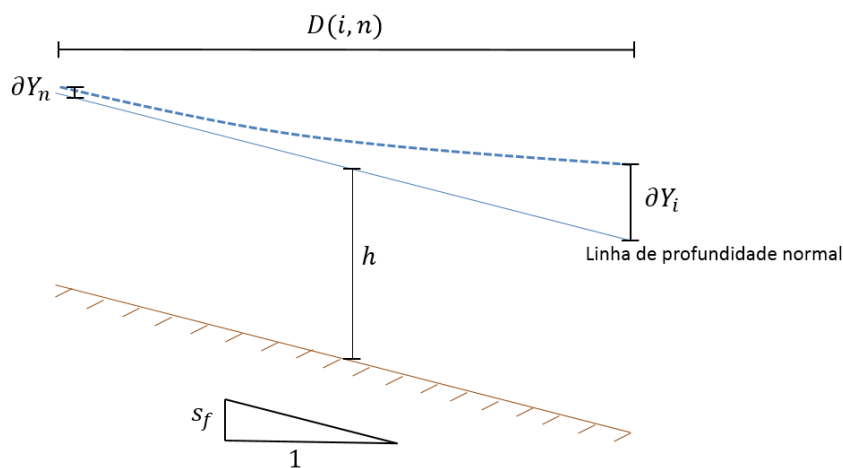


Figura 3-4 - Influência da variação de nível a jusante (adaptado de Samuels, 1989)

3.4.4. Atenuação de erros em um trecho finito

A propagação do erro de parâmetros no nível do rio, avaliado na seção 3.4.2, é válida em uma situação em que os parâmetros são igualmente alterados em todo o canal. No entanto, quando se procura representar a variação do nível d'água em relação a um parâmetro de um trecho do rio apenas ($\partial Y_i / \partial X_i$) percebe-se que o impacto no nível é bem menor. Assim, é proposto que as derivadas apresentadas acima sejam multiplicadas por um fator ($0 < f < 1$), baseado na equação de Samuels, que procura corrigir a variação de nível no trecho:

$$f_i = 1 - \exp\left(-\frac{3,3 \Delta x_i s_f}{h}\right)$$

Em que o Δx_i indica o comprimento do trecho que teve o parâmetro modificado.

Assim, quando o trecho é muito pequeno em comparação ao comprimento de remanso, a variação do parâmetro terá pouco impacto no nível d'água, pois $f_i \approx 0$. Já quando o tamanho do trecho for muito grande, o valor de f se aproxima de 1, e a variação do nível no final do trecho pode ser aproximada pelas equações citadas na seção 3.4.2. Esse efeito é visualizado na Figura 3-5.

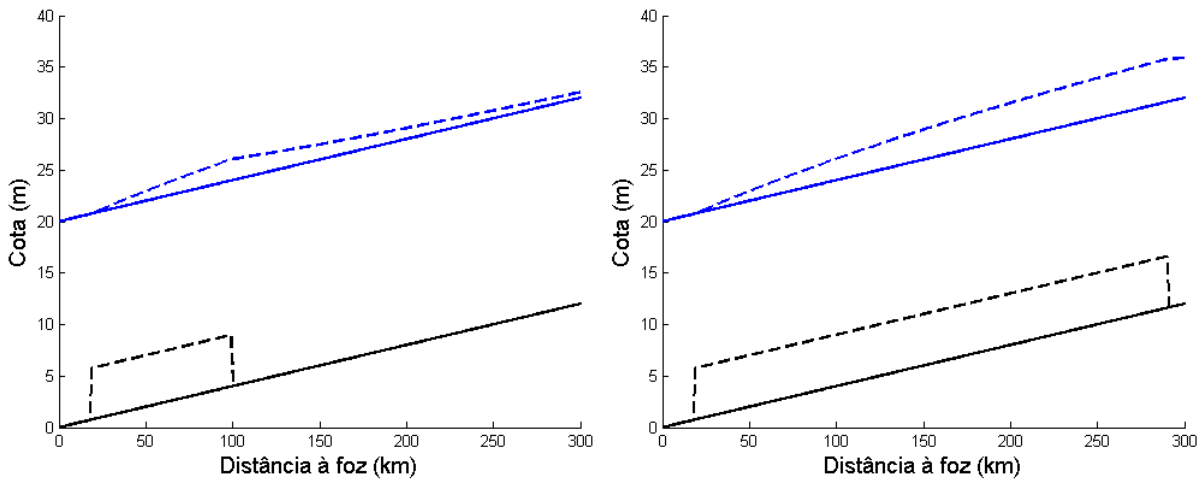


Figura 3-5 – Simulação do impacto da alteração no fundo (preto) no nível do canal (azul).

Esse efeito pode ser melhor compreendido através do seguinte exemplo: sendo aumentada a cota de fundo em 1 m de um trecho grande, a tendência é que seu nível também suba 1 m; no entanto, caso um trecho à jusante não tenha sua cota de fundo também acrescida em 1 m, haverá um efeito sobre o trecho grande equivalente a um “efeito de remanso” causado pelo rebaixamento de 1 m no nível do trecho jusante. Dessa forma podemos interpretar a fórmula de f_i ao potencial de crescimento, representado pelo termo da unidade, menos o “efeito de remanso” devido a não alteração do trecho jusante.

Logo, a variação de nível devido à variação de algum parâmetro/variável de um trecho é representada pelas seguintes equações:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial Q_i} = \frac{3}{5} \frac{h_i}{Q_i} f_i \quad \frac{\partial Y_i}{\partial n_i} = \frac{3}{5} \frac{h_i}{n_i} f_i \quad \frac{\partial Y_i}{\partial W_i} = -\frac{3}{5} \frac{h_i}{W_i} f_i \quad \frac{\partial Y_i}{\partial Z_i} = f_i$$

3.4.5. Correlação Espacial (ρ)

Na natureza, espera-se que regiões vizinhas tenham características parecidas e que as mudanças sejam gradativas. Assim também seria o leito de um rio e o equivalente aos parâmetros do modelo, como os coeficientes de rugosidade, a largura ou a cota do fundo. De fato, quanto mais próximos estão os trechos maior é a semelhança entre forma e características. A correlação relacionada à proximidade é denominada correlação espacial. Ao fazer estimativas às correções de trechos, assume-se que tanto os parâmetros quanto seus erros são correlacionados espacialmente, e dessa forma às incertezas dos parâmetros tem um maior efeito sobre o modelo do que se fossem avaliados em cada trecho individualmente. A Figura 3-6 demonstra fundos de rio (em marrom) com diferentes correlações espaciais.

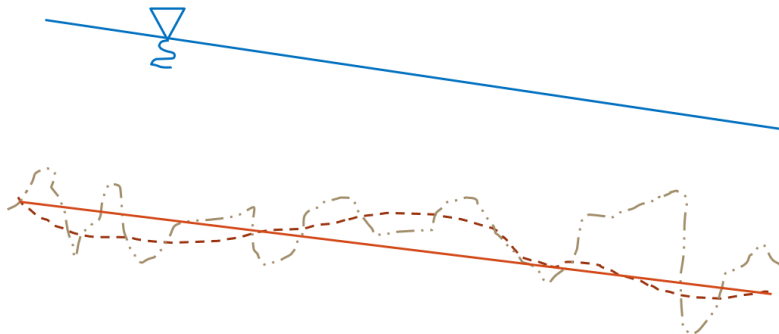


Figura 3-6 - Fundo do rio com diferentes correlações espaciais

A correlação espacial pode ser aproximada por uma função, que varie entre -1 e 1, e que considere a distância entre os trechos (D). Nesse trabalho foi assumido que essa correlação se aproximaria de uma função exponencial dependente de um comprimento de correlação espacial (L), conforme já apresentado na literatura (Yoon et al., 2012):

$$\rho = e^{-\frac{D(i,j)}{L}}$$

3.4.6. Modelo de Erros

Os conceitos e equações apresentadas nas seções anteriores fornecem o embasamento necessário para calcular os fatores remanescentes das equações centrais do método: a covariância entre a cota de fundo/rugosidade de Manning de um trecho qualquer e o nível d'água onde ocorre a observação ($\sigma_{z_i|Y_N}$, $\sigma_{n_i|Y_N}$); e à variância do nível simulado nessa seção ($\sigma_{Y_N}^2$).

Para quantificação da variância do nível simulado, supôs-se que o erro (ε_{Y_N}) de nível d'água depende do somatório dos erros na vazão (Q_i), na rugosidade de Manning (n_i), na

largura dos trechos (W_i) e na cota de fundo (Z_i), sendo propagados à montante conforme a equação de Samuels (seção 3.4.3). A variância do nível é calculada como o valor esperado do erro ao quadrado ($\sigma_{Y_N}^2 = E[\varepsilon_{Y_N} \varepsilon_{Y_N}]$), apresentada na equação a seguir (NF corresponde ao número de trechos do rio):

$$\varepsilon_{Y_N} = \sum_{i=1}^{NF} \left(\frac{\partial Y_i}{\partial Q_i} \varepsilon_{Q_i} + \frac{\partial Y_i}{\partial n_i} \varepsilon_{n_i} + \frac{\partial Y_i}{\partial W_i} \varepsilon_{W_i} + \frac{\partial Y_i}{\partial Z_i} \varepsilon_{Z_i} \right) \frac{\partial Y_N}{\partial Y_i}$$

$$\sigma_{Y_N}^2 = \sum_{i=1}^{NF} \sum_{j=1}^{NF} \left(\frac{\partial Y_i}{\partial Q_i} \frac{\partial Y_j}{\partial Q_j} \sigma_{Q_i|Q_j} + \frac{\partial Y_i}{\partial n_i} \frac{\partial Y_j}{\partial n_j} \sigma_{n_i|n_j} + \frac{\partial Y_i}{\partial W_i} \frac{\partial Y_j}{\partial W_j} \sigma_{W_i|W_j} + \frac{\partial Y_i}{\partial Z_i} \frac{\partial Y_j}{\partial Z_j} \sigma_{Z_i|Z_j} \right) \frac{\partial Y_N}{\partial Y_i} \frac{\partial Y_N}{\partial Y_j}$$

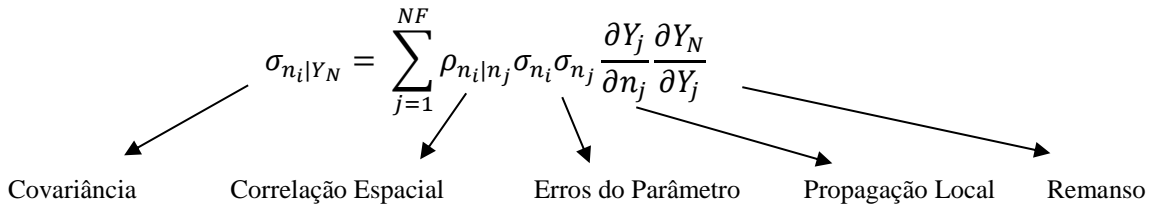
$$\sigma_{Y_N}^2 = \sum_{i=1}^{NF} \sum_{j=1}^{NF} \left(\frac{\partial Y_i}{\partial Q_i} \frac{\partial Y_j}{\partial Q_j} \rho_{Q_i|Q_j} \sigma_{Q_i} \sigma_{Q_j} + \frac{\partial Y_i}{\partial n_i} \frac{\partial Y_j}{\partial n_j} \rho_{n_i|n_j} \sigma_{n_i} \sigma_{n_j} + \frac{\partial Y_i}{\partial W_i} \frac{\partial Y_j}{\partial W_j} \rho_{W_i|W_j} \sigma_{W_i} \sigma_{W_j} + \frac{\partial Y_i}{\partial Z_i} \frac{\partial Y_j}{\partial Z_j} \rho_{Z_i|Z_j} \sigma_{Z_i} \sigma_{Z_j} \right) \frac{\partial Y_N}{\partial Y_i} \frac{\partial Y_N}{\partial Y_j}$$

Variância Erros vazão Erros Manning Erros Largura Erros fundo Remanso

Em que ρ representa a correlação espacial (sabe-se que $\sigma_{X|Y} = \rho_{X|Y} \sigma_X \sigma_Y$). A equação acima foi alcançada considerando que os erros entre os parâmetros e variáveis Q, n, W e Z não são correlacionados entre si.

A covariância entre a cota de fundo/rugosidade de Manning de um trecho e o nível d'água onde houve observação foi representada da seguinte maneira ($\sigma_{Z_i|Y_N} = E[\varepsilon_{Y_N} \varepsilon_{Z_i}]$):

$$\sigma_{Z_i|Y_N} = \sum_{j=1}^{NF} \rho_{Z_i|Z_j} \sigma_{Z_i} \sigma_{Z_j} \frac{\partial Y_j}{\partial Z_j} \frac{\partial Y_N}{\partial Y_j}$$



Após a correção dos parâmetros o nível (variável de estado) é reajustado para continuação da simulação. O reajuste do nível (Y_i) é computado de jusante à montante, observando o efeito de remanso dos níveis atualizados de jusante e o efeito das correções dos parâmetros. A correção de nível é feita da seguinte maneira:

$$Y_i^a = Y_i^f + \sum_{j=1}^i \left(\delta Z_j \frac{\partial Y_j}{\partial Z_j} + \delta n_j \frac{\partial Y_j}{\partial n_j} \right) \frac{\partial Y_i}{\partial Y_j}$$

Em que o δ representa a variação dos parâmetros Z e n após a correção ($K_i(Y_o - Y_N)$).

3.4.7. Tratamento de Efeitos não-lineares

A aplicação do Filtro de Kalman deve ser feita com cautela pois o método é altamente não-linear. O ganho de Kalman é um valor dependente das condições do escoamento. Para o caso de diferença significativa de nível entre observação e simulação, deve-se usar um K que seja relativo à faixa de valores intermediários da correção e não à condição inicial da simulação, porque pode acontecer do fundo ser corrigido a uma cota mais alta que o nível do rio, por exemplo. Para que o cálculo da atualização fosse mais preciso, foi implementado um artifício em que a correção aconteceria gradualmente, ou seja, os parâmetros e o nível do rio seriam atualizados algumas vezes considerando uma mesma observação. Basicamente esse procedimento se deu da seguinte forma:

$$\text{Se } (Y_o - Y_N) > 10 \text{ cm, } \quad \text{então } m = \text{inteiro}((Y_o - Y_N)/10 \text{ cm})$$

Admitiu-se que 10 cm seria uma faixa de valor aceitável, em que não haveria tanta variação do ganho de Kalman; m seria então a quantidade de iterações do método (quantidade de vezes que os parâmetros e níveis iriam ser corrigidos considerando uma mesma observação - $j = 1$ até m). O ganho de Kalman (K_i) usado nas fórmulas centrais seria igual ao ganho calculado naquela iteração dividido pelo número de iterações ($K_i = K_{ij}/m$).

4. ESTUDO DE CASO NO RIO MADEIRA

O estudo de caso é realizado no rio Madeira, afluente do rio Amazonas. O rio é representado por um modelo hidrodinâmico baseado no modelo inercial (Bates et al., 2010). Dados de sensoriamento remoto são utilizados para a estimativa inicial dos parâmetros do modelo e suas condições de contorno são definidas a partir de estações fluviométricas da ANA. Então são testados diferentes métodos de assimilação de dados para corrigir os parâmetros, cota de fundo e rugosidade, buscando reduzir a diferença entre as observações por altimetria espacial e a simulação hidrodinâmica. Essa correção é avaliada através de 7 séries de níveis da ANA e 5 perfis longitudinais do nível do rio. O fluxograma abaixo traz um resumo da metodologia:

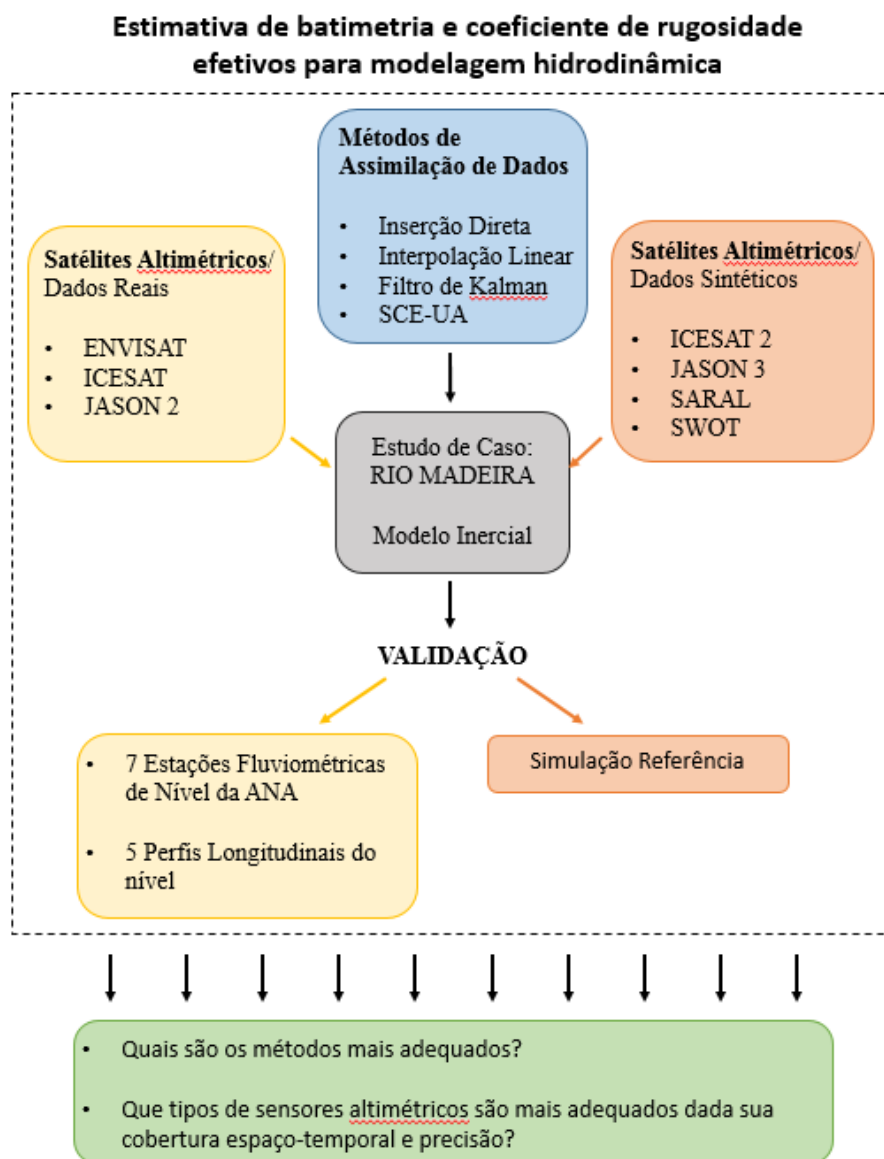


Figura 4-1 - Fluxograma da metodologia do trabalho

4.1. Rio Madeira

A área da bacia do Rio Madeira é de aproximadamente 1,4 milhão km², o equivalente a cerca de 20 % da bacia amazônica. O rio Madeira tem suas nascentes no território da Bolívia e Peru, distando até 3.300 km da sua foz no rio Amazonas no Brasil. A descarga média do rio na foz é cerca de 30 mil m³/s e a precipitação média é cerca de 2000 mm/ano (Molinier et al., 1994). Os trechos mais a jusante possuem uma largura média de aproximadamente 1,5 km e variação de nível de 10 metros.

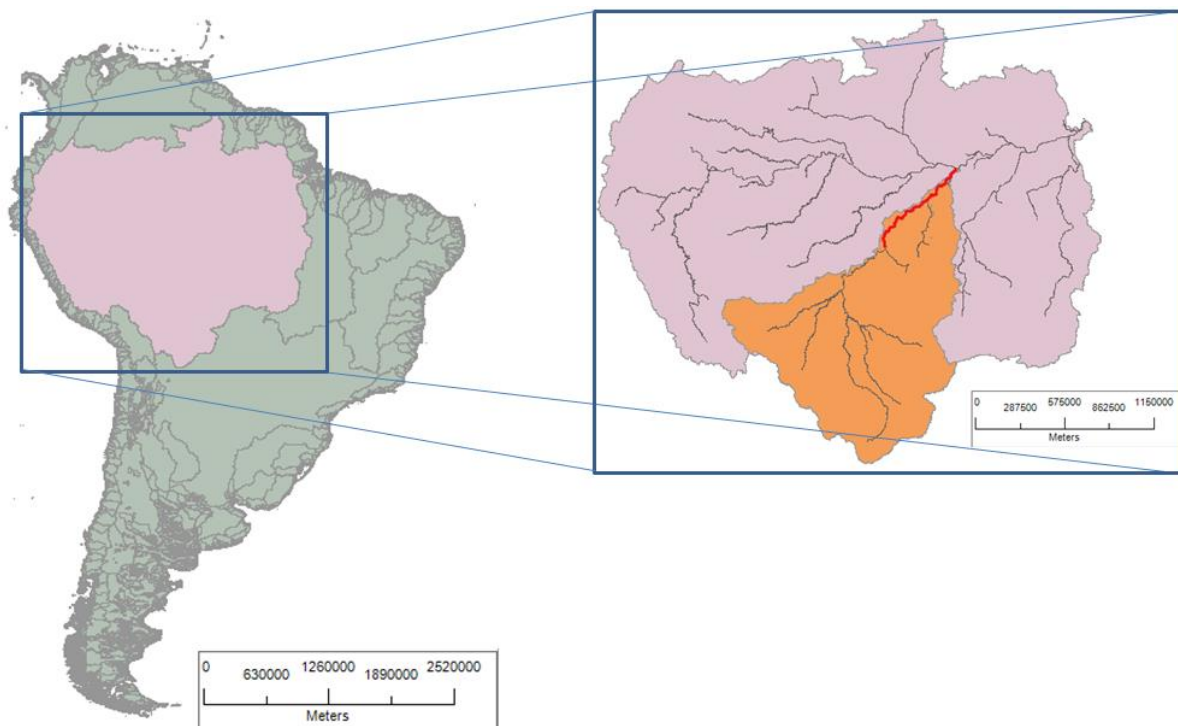


Figura 4-2 - Mapa da Bacia Hidrográfica do rio Madeira e o fragmento estudado (vermelho)

Esse trabalho simula apenas um trecho do rio Madeira, que tem início em Porto Velho/RO (8°45' S, 63°55' O), que já corresponde a 3/4 da área de drenagem da bacia, e percorre 1100 km até sua foz no rio Amazonas (3°20' S, 58°45' O).

O rio Madeira tem uma grande área de drenagem e é suficientemente largo para poder aplicar a técnica de altimetria espacial. O trecho selecionado é longo e sem grandes contribuições laterais pontuais que justificassem a utilização de modelagem hidrológica sofisticada. A sua baixa declividade na parte média e inferior da bacia e um delineamento sem muitas singularidades permitem uma aplicação simples do modelo inercial. Esses fatores tornam a região uma boa opção para estudo.

4.2. Modelo Hidrodinâmico do Rio Madeira

O modelo hidráulico adotado é baseado no modelo inercial, que é um método de propagação de vazão relativamente simples de ser aplicado e que recentemente vêm sendo utilizado na literatura (Bates et al., 2010, Neal et al. 2012, Yamazaki et al., 2013, Fan et al., 2014). Basicamente esse modelo consiste nas seguintes equações numéricas:

$$Q_i^{t+1} = \frac{Q_i^t - \Delta t g A_i^t \frac{(y_i^t - y_{i+1}^t)}{\Delta x}}{1 + \frac{\Delta t g |Q_i^t| n^2}{A_i^t R_i^{t^{\frac{4}{3}}}}} \quad \left| \quad h_{i+1}^{t+1} = h_{i+1}^t - \frac{1}{\Delta x b_{i+1}} (Q_i^{t+1} - Q_{i+1}^{t+1} - Q a_{i+1}^{t+1})$$

Em que Q representa a vazão no rio principal (m^3/s); Qa a vazão de contribuição lateral (m^3/s); h a profundidade (m); y o nível (m), dado por cota de fundo (z) mais profundidade; b a largura do trecho (m); g a gravidade (m/s^2); e n o coeficiente de rugosidade de Manning. A e R são respectivamente a área transversal e o raio hidráulico calculados na transição entre trechos, da mesma maneira que a vazão. Δt e Δx são o incremento temporal e espacial respectivamente, sendo o Δx igual ao comprimento do trecho e Δt calculado por uma equação baseada na condição de Courant-Freidrichs-Levy utilizando um $\alpha = 0,7$ (ver Bates et al.,2010). O termo subscrito i se refere à posição longitudinal enquanto o termo sobrescrito t se refere ao avanço no tempo.

A formulação numérica acima partiu de duas equações derivadas de princípios físicos – conservação da massa e conservação da quantidade de movimento – assumindo uma seção transversal retangular. A descrição do modelo inercial assim como as proposições que resultaram nas equações citadas acima estão apresentadas na seção 2.1.3.

Os parâmetros iniciais do modelo foram estimados por sensoriamento remoto. A rede de drenagem foi delimitada seguindo a direção de fluxo por diferença de nível adquirida de um MDE (Figura 4-3) de resolução de 500 m gerado pela missão SRTM (Shuttle Radar Topographic Mission) (Farr et al., 2007). De maneira semelhante se obteve a área acumulada de drenagem correspondente a cada trecho da rede utilizando o software IPH Hydro Tools (Siqueira et al.,2016). A rede de drenagem foi dividida em trechos de aproximadamente 5 km, gerando assim 211 trechos no canal principal de Porto Velho à foz do rio Madeira.

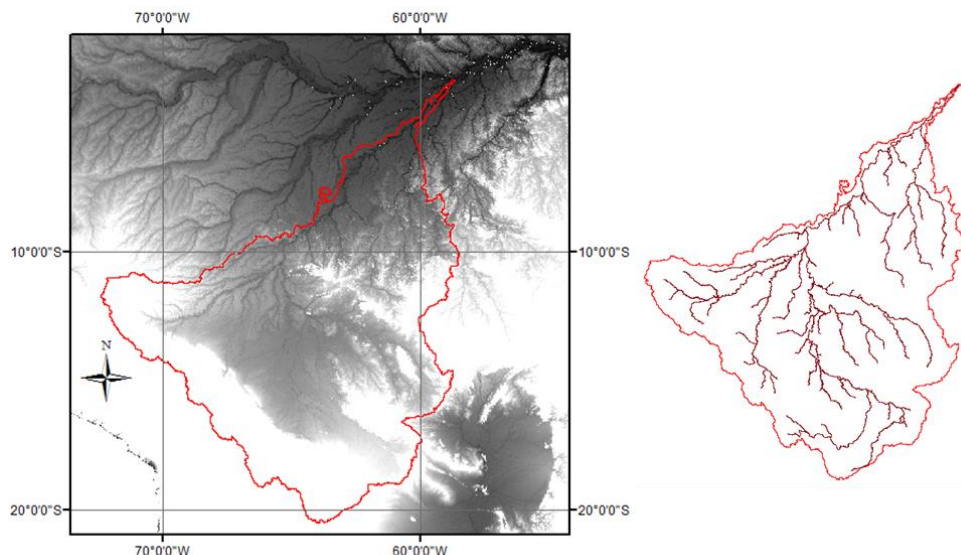


Figura 4-3 - MDE da bacia do Rio Madeira e o traçado de sua rede de drenagem

A largura dos trechos foi definida a partir de imagens LANDSAT obtidas no período de setembro a novembro (rio seco) e de março a maio (rio cheio - Figura 4-4). Gerou-se uma máscara de água para cada período classificando 7 imagens LANDSAT 8 na banda 5 (infravermelho próximo) que continham o percurso do canal. Em seguida, cruzou-se essa informação com o mapa de minibacias visando identificar os trechos na máscara. A área de cada trecho da máscara foi então dividida pelo comprimento da rede de drenagem do trecho para que pudesse obter a largura do canal. Em seguida foi feita uma média entre os períodos seco e cheio. No intuito de deixar a transição entre a largura dos trechos mais suave foi-se aplicado um filtro de média de 15 termos (7 jusante e 7 montante - Figura 4-5).

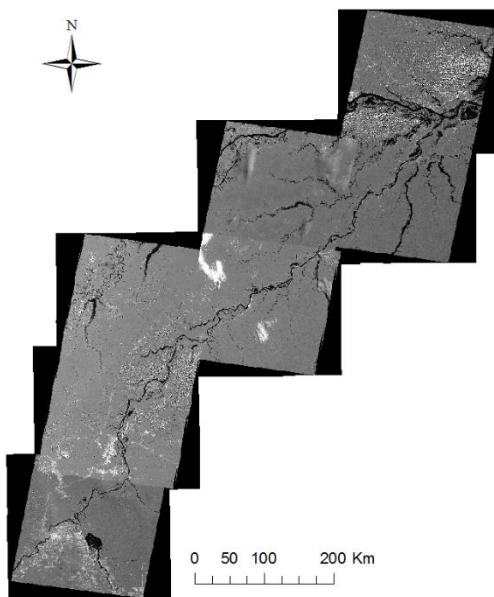


Figura 4-4 - Imagens LANDSAT 8 (banda 5) do trecho estudado no período úmido

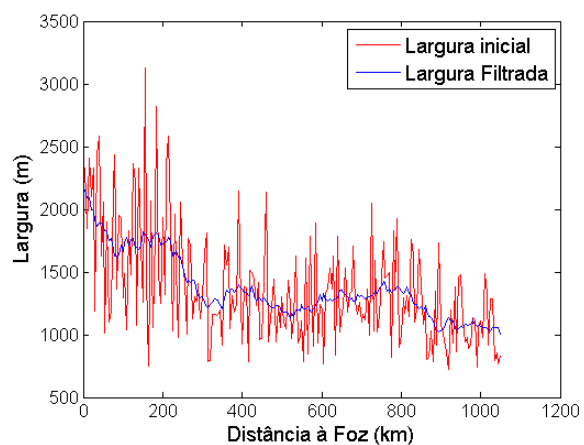


Figura 4-5 - Largura no trecho estudado do rio Madeira

Já a cota de fundo inicial do rio foi obtida descontando do nível do rio a profundidade máxima da seção. O nível de cada trecho foi estimado pela média da cota dos pixels do MDE interceptados por pixels definidos como rede de drenagem. As profundidades máximas dos trechos foram obtidas através de um banco de dados global de profundidade de rios disponibilizado em <http://gaia.geosci.unc.edu/rivers/>, calculadas através de relações geomorfológicas e métodos descritos em Andreadis et al. (2013).

O valor para rugosidade de Manning (n) adotado foi de 0,03, de acordo com a faixa de valores encontrada na literatura para bacia Amazônica (Paiva et al., 2013).

O período de simulação é do ano de 2002 a 2013. A condição de contorno de montante (Figura 4-6) foi uma série de dados de vazão do posto fluviométrico Porto Velho (código 15400000) disponibilizada pela ANA, monitorado pela CPRM (Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais). Como os dados de vazão se interrompem em janeiro de 2008, foi necessário utilizar dados de nível do mesmo posto para criar uma curva-chave e poder estender a série.

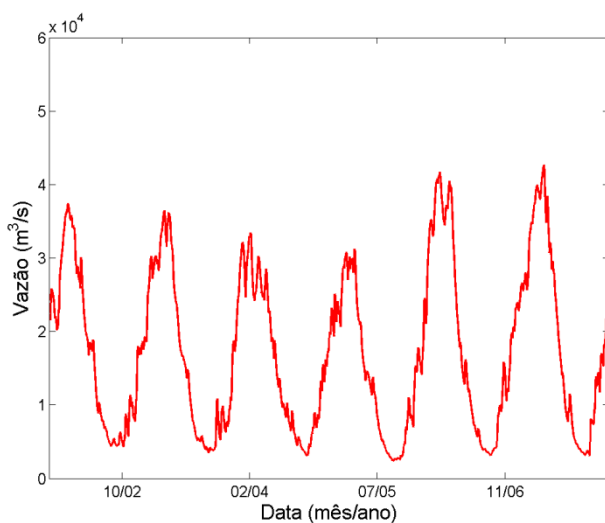


Figura 4-6 – Condição de Contorno de Montante

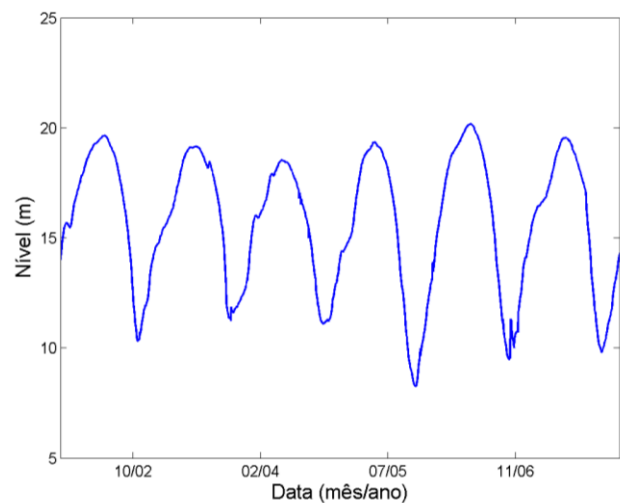


Figura 4-7 – Condição de Contorno de Jusante

A condição de contorno de jusante (Figura 4-7) foi obtida por uma combinação entre séries de níveis dos postos Nova Olinda do Norte (código 15940000), que fica a 80 km da foz, e Itacoatiara (código 16030000), já no rio Amazonas, 50 km a jusante do Madeira, disponibilizados pela ANA. Os dados tiveram que ser combinados por haver falhas em ambos durante o período analisado (jan/2002 - dez/2013). A série do posto fluviométrico de Nova Olinda do Norte foi nivelada para o geóide EGM08 observando o zero da régua obtido por Moreira (2016), enquanto a série de Itacoatiara foi utilizada apenas para complementar os dados (localização dos postos na Figura 4-14).

Já a contribuição lateral foi estimada observando a diferença entre duas séries de vazões de postos fluviométricos ao longo do rio. Um dos postos utilizados foi o de Porto Velho (cód. 15400000) e o outro é o Manicoré (cód. 15700000), 600 km a jusante. A partir dos hidrogramas desses dois postos, foi estabelecida uma função senoidal que fornecia a vazão lateral de cada trecho, formulada da seguinte maneira:

- a) Observou-se a defasagem entre os hidrogramas através do coeficiente de correlação com dados deslocados e verificou-se que a onda de cheia demora, em média, 10 dias de Porto Velho a Manicoré. Assumiu-se então que a onda leva 18 dias até a foz (1100 km de distância). Como o fragmento do rio Madeira estudado foi dividido em 211 trechos, utilizou-se a seguinte fórmula para defasagem:

$$def = \frac{211 - n^{\circ} \text{ do trecho}(i)}{211} \times 18 \text{ (dias)}$$

- b) Mediu-se a diferença entre as médias das vazões dos postos no intuito de verificar o montante de água que entra no sistema até o posto de Manicoré. Assumiu-se que a vazão lateral ($Méd$) que entra em cada trecho seria proporcional à área de drenagem (A_d) incremental do mesmo (A_d trecho jusante menos A_d trecho montante) relativo ao quanto entra de Porto Velho a Manicoré.

$$Méd = Méd_{Manicoré} \times \frac{A_d \text{ Incremental do Trecho}}{A_d(Manicoré - Porto Velho)}$$

- c) Foram identificadas as diferenças entre os hidrogramas dos postos Manicoré e Porto Velho nas vazões máximas e mínimas ($Q^{máx}$ e $Q^{mín}$), para estimar a amplitude (Amp) da função senoidal, que também é proporcional à área de drenagem incremental. O processo pode ser resumido pelas seguintes equações (o tempo t é dado em dias):

$$Amp_{Manicoré} = (Q_{Man}^{máx} - Q_{PV}^{máx}) - (Q_{Man}^{mín} - Q_{PV}^{mín})$$

$$Amp = Amp_{Manicoré} \times \frac{A_d \text{ Incremental do Trecho}}{A_d(Manicoré - Porto Velho)}$$

$$Q_{afI} = Méd + Amp \times \text{sen} \left(\frac{2\pi}{365} \times (t - def) \right)$$

A Figura 4-8 mostra a aplicação do método, somando a senoidal proposta ao hidrograma de Porto Velho defasado que resulta em uma série de vazões semelhante aos dados coletados no posto Manicoré.

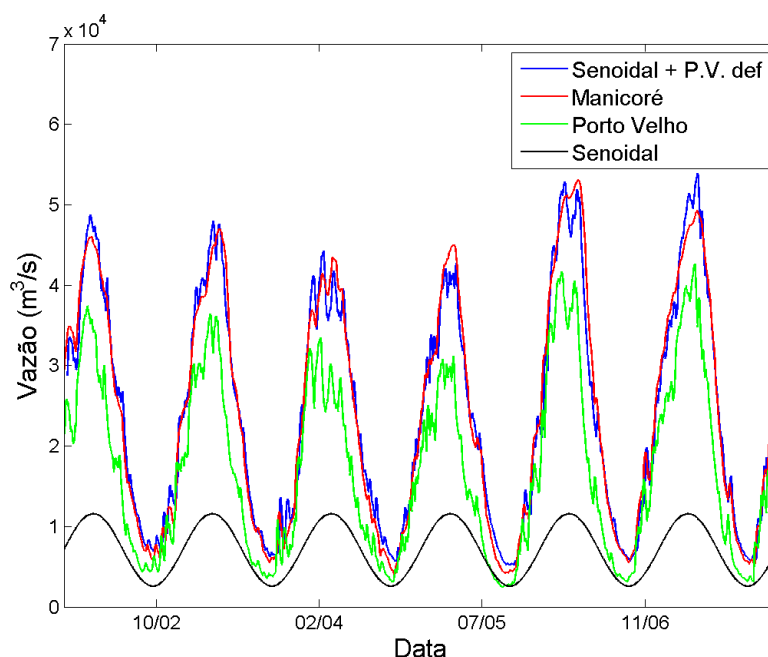


Figura 4-8 – Série de vazão nos postos de Porto Velho e Manicoré e método de contribuição lateral

4.3. Dados de Altimetria Espacial

4.3.1. Missões Atuais

O período da simulação (2002 a 2013) foi escolhido justamente para abranger dados de satélites dos dois principais ramos de missões de altimetria espacial (seção 2.2.4) – ENVISAT e JASON 2 – e também do ICESAT, que tem o diferencial de aplicar uma técnica LiDAR para medir o nível dos corpos d’água. Embora o JASON 1 seja o satélite contemporâneo às missões ENVISAT e ICESAT, esse não gerou dados de boa qualidade para níveis de água continentais (Seyler et al., 2013), logo optou-se pelo JASON 2 como representante da família do TOPEX/Poseidon.

Os dados brutos do satélite precisaram passar por um processamento antes de se tornarem aptos ao uso. Sendo os dados dos satélites ENVISAT e JASON 2 gerados por altímetro de radar, foi necessário fazer um tratamento de sinais em solo por *retracking algorithms*. No caso do ENVISAT o algoritmo escolhido foi o ICE-1 enquanto os sinais do JASON 2 foram tratados com o ICE-3. Os dados ficaram organizados em séries temporais de nível em pontos específicos onde o *groundtrack* dos satélites intercepta o rio, chamados de

“estações virtuais”. Os dados do ENVISAT estão distribuídos em 16 estações virtuais, com novas medições a cada 35 dias, enquanto o JASON2 possui apenas 4 estações, com novas medições a cada 10 dias (Figura 4-10). Os dados de ambos os satélites já haviam sido processados como parte de um estudo anterior (Paris et al., 2016) e foram disponibilizados para esse trabalho pelo seu autor principal (Adrien Paris).

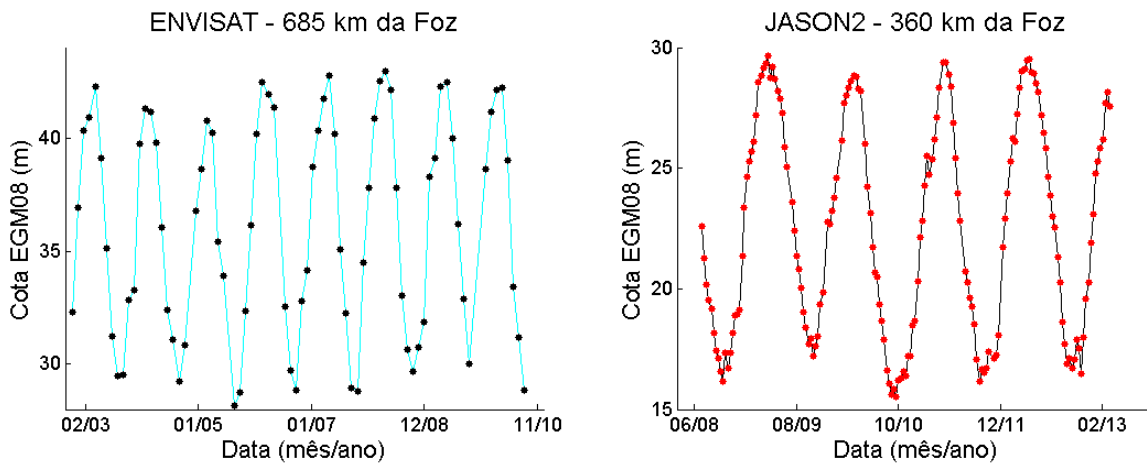


Figura 4-9 - Série de Níveis de duas Estações Virtuais

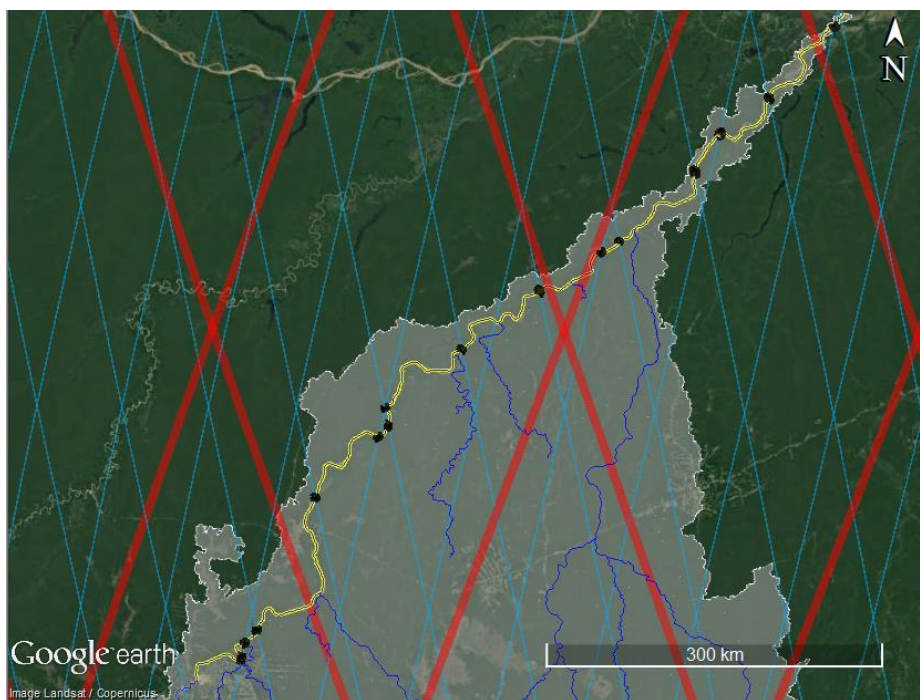


Figura 4-10 - Groundtracks dos satélites ENVISAT (azul claro) e JASON 2 (vermelho), estações virtuais do ENVISAT (preto) e trecho do rio estudado (amarelo)

Já os dados do ICESAT foram obtidos através do software ICESAT Processor, que automatiza parcialmente o processamento dos dados (em “Processamento de dados do ICESAT para aplicações hidrológicas” por Passaia e Paiva, aprovado no I Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto / 2017). Como a grade ICESAT é mais densa, os dados não foram organizados em estações virtuais. Vale ressaltar que devido a problemas que ocorreram em seus

lasers, a frequência de dados foi reduzida (Brenner et al., 2007, Ress, 2013). Além do mais, a qualidade dos dados da altimetria a laser é dependente das condições atmosféricas, o que também interfere na quantidade de dados disponíveis. Ainda foi realizada uma seleção dos dados utilizados, rejeitando medições com menos de 4 pontos ou com um desvio padrão maior que 5 m.

A Tabela 4-1 apresenta o período e a quantidade de medições de nível d'água no fragmento do rio Madeira de cada missão altimétrica avaliada nesse trabalho.

Tabela 4-1 - Dados de altimetria utilizados no trabalho

Satélite	Nº total de observações	Período	
		Início	Fim
ENVISAT	1231	Set/2002	Out/2010
ICESAT	113	Mar/2003	Out/2009
JASON2	630	Jul/2008	Mar/2013

4.3.2. Testes Sintéticos

Os testes sintéticos foram realizados no intuito de se avaliar o potencial de missões altimétricas futuras para determinação da cota de fundo e rugosidade de Manning de um modelo hidrodinâmico. Os testes consistem na tentativa de recuperar a cota de fundo e rugosidade de Manning de uma simulação referência a partir da assimilação de dados sintéticos de missões altimétricas futuras.

A simulação referência foi gerada utilizando uma cota do fundo e rugosidade de Manning obtida através da média entre os resultados do Filtro de Kalman por assimilação de dados do ICESAT e do ENVISAT, mantendo os demais parâmetros e as condições de contorno.

Os dados sintéticos foram gerados perturbando os níveis da simulação referência atribuindo um erro aleatório que segue uma distribuição normal e desvio padrão igual ao erro esperado da missão altimétrica. A posição no rio e a repetição dos dados sintéticos estiveram de acordo com as órbitas planejadas para as missões futuras.

As missões testadas foram o SWOT, o ICESAT-2 e outras duas missões hipotéticas das famílias do JASON e do ENVISAT – (JASfam e ENVfam). Por ser interferometria (seção 2.2.9), o SWOT fornecerá medições de uma faixa do rio ao invés de pontos específicos (Figura 4-11), isso faz com que a quantidade de observações do SWOT seja significativamente maior que os demais. No caso do JASfam e do ENVfam, os dados sintéticos foram gerados seguindo a mesma órbita e ciclo (10 e 35 dias respectivamente) de sua família (Figura 4-10). Já para o

ICESAT-2, a geração de dados foi mais regular que de seu antecessor (Figura 4-12), seguindo um ciclo de 91 dias, assumiu-se que o satélite não apresentaria problemas e que todas as observações seriam aproveitadas (descartando a possibilidade de nuvens, etc.). O período utilizado para geração de dados sintéticos foi de 3 anos, conforme o tempo mínimo planejado para o do SWOT.

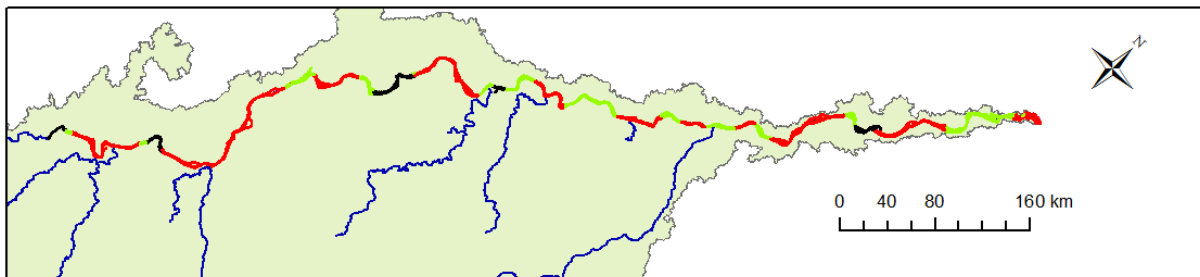


Figura 4-11 - Quantidade de observações do SWOT a cada ciclo de 21 dias (0-preto; 1-verde; 2-vermelho)



Figura 4-12 - *Groundtrack* do satélite ICESAT-2 (preto) sobre o trecho do rio estudado (vermelho)

O erro escolhido para geração dos dados sintéticos esteve de acordo com a acurácia esperada para cada satélite. O erro adotado para o SWOT foi de 10 cm, seguindo a recomendação quando a área da superfície é maior que 1 km² (Biancamaria et al.,2015). Já o erro adotado para o ICESAT-2 foi baseado no trabalho de Jasinski et al. (2016) que usaram um protótipo do ICESAT-2, o MABEL, para avaliar os dados do satélite em águas continentais e indicaram erros de até 5 cm. O erro do JASfam foi baseado no erro do JASON 2 (Tabela 2-1) igual a 28 cm enquanto o erro do ENVfam foi baseado no erro estimado por Schwatke et al. (2015) para o SARAL/AltiKa (satélite mais recente da mesma família) de 17,5 cm para a bacia Amazônica.

Embora os erros estimados para os dados de cada missão altimétrica tenham sido baseados em pesquisas anteriores, Durand et al. (2008) demonstraram que, devido à magnitude

dos erros do modelo, o método de assimilação se torna pouco sensível ao erro atribuído à observação.

4.4. Parâmetros dos Métodos de Assimilação de Dados

4.4.1. SCE-UA

Nesse trabalho, a maior parte dos parâmetros do algoritmo seguiram o padrão, como sugerido por Duan et al. (1994), somente o número de complexos foram alterados conforme a quantidade de parâmetros calibráveis do modelo. O número de complexos está diretamente relacionado à exploração do espaço de busca e, conseqüentemente, à probabilidade de alcançar um máximo global.

O SCE-UA foi configurado para calibrar a cota de fundo de apenas 12 seções (seções 1, 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200 e 211), sendo as demais obtidas por interpolação linear. O espaço de busca foi considerado como 5 metros abaixo e 15 metros acima dos trechos calibráveis (Figura 4-13). Para esse caso, foram adotados 6 complexos.

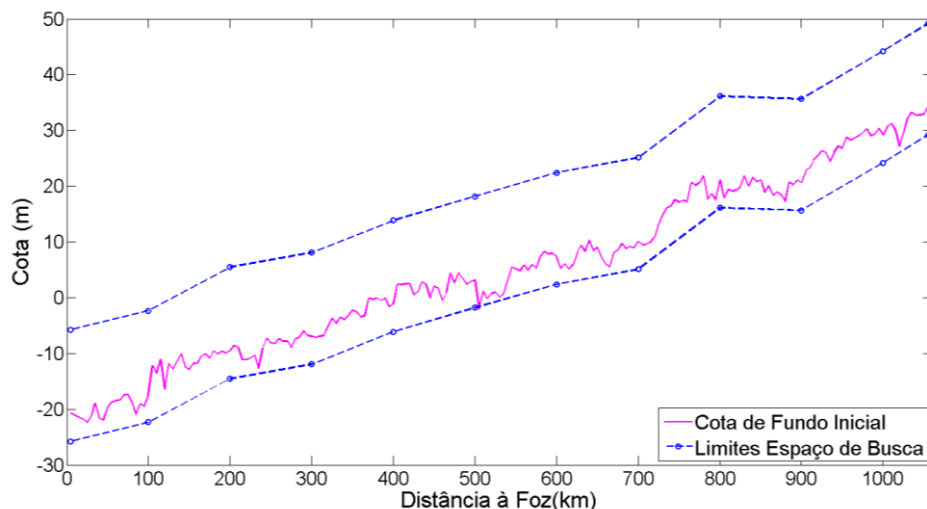


Figura 4-13 - Espaço de busca do algoritmo SCE-UA

Uma segunda configuração foi testada considerando também a rugosidade do rio. Assim, além das 12 seções com calibração da cota de fundo, outras 6 seções (1, 40, 80, 120, 160, 211) foram consideradas para calibração do coeficiente de rugosidade de Manning (**SCE-UA_Man**), sendo os valores dos trechos intermediários definidos por interpolação linear. O espaço de busca para o coeficiente de rugosidade correspondia a faixa entre 0,02 e 0,04 e o número de complexos adotado passou a ser 10.

A função-objetivo a ser minimizada foi a raiz do erro quadrático médio obtido pela diferença entre as observações dos satélites e os níveis resultantes das simulações do modelo hidrodinâmico. Dessa forma, a [cota de fundo] e a [cota de fundo + rugosidade de Manning] foram calibradas uma vez considerando cada satélite. Embora tenha-se usado um número razoável de complexos, não existe garantia de que o ótimo global tenha sido alcançado já que a calibração não foi repetida por se tratar de um procedimento que demanda um tempo considerável de processamento.

4.4.2. Filtro de Kalman

Os erros adotados para os parâmetros/variáveis foram de 20% do valor para a vazão ($\sigma_Q = 0,2Q$), de 40% do valor para a largura ($\sigma_W = 0,4W$), de 15 metros para a cota de fundo ($\sigma_Z = 15m$) e de 0,01 para o coeficiente de rugosidade de Manning ($\sigma_n = 0,01$), adotados por bom senso (testes de sensibilidade são necessários, sugestão para trabalhos futuros). Além disso, foi adotado um erro de 1 metro na série de nível que representa a condição de contorno de jusante.

Também foi adotado um comprimento de correlação espacial $L = 100$ km para o erro dos parâmetros n , W e Z , seguindo estudos anteriores (Yoon et al., 2012). Já para a variável Q , assumiu-se uma correlação $\rho = 1$, considerando que o erro na vazão de entrada se propaga igualmente em todo o fragmento de rio estudado.

4.5. Validação dos Resultados

A validação dos resultados ocorre de duas maneiras, ambas relacionadas com nível observado da superfície d'água. Uma delas é a comparação com séries de níveis de 7 postos fluviométricos contidos no fragmento estudado do rio Madeira (Figura 4-14), disponibilizados pela ANA – estando o posto 15940000 descartado por ter sido usado como condição de contorno. Todos os postos fluviométricos testados foram nivelados para o geóide EGM08 de acordo com o estudo de Moreira (2016). A outra forma de validação é a comparação com perfis longitudinais de nível. Os dados dos perfis longitudinais são oriundos de 5 campanhas no rio Madeira utilizando receptores GNSS realizadas em outubro de 2013, junho de 2011, março de 2010 e duas em novembro de 2009, incluindo períodos de águas altas, baixas e intermediário, conforme descrito em Moreira (2016).

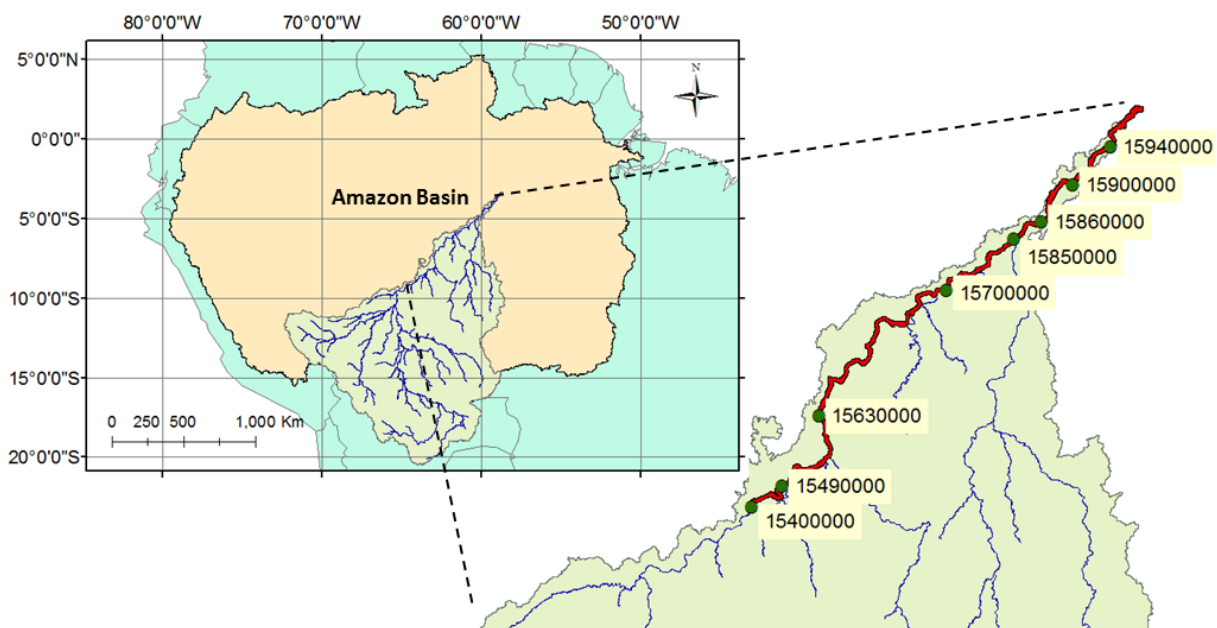


Figura 4-14 - Localização dos postos fluviométricos no Rio Madeira

A qualidade dos resultados é quantificada pela raiz do erro médio quadrático (RMSE) e o viés dos resultados comparado com as observações de nível citadas acima (postos fluviométricos e perfis longitudinais).

A validação no caso dos dados sintéticos foi uma comparação direta entre os níveis e a cota de fundo da simulação referência e os níveis e a cota de fundo alcançados pelos métodos de assimilação de dados, calculando a raiz do erro médio quadrático contando todos os níveis e trechos.

5. RESULTADOS

5.1. Experimentos com dados observados: Missões altimétricas passadas

Os resultados apresentados inicialmente são relativos aos dados reais de altimetria espacial. Foram avaliados os 4 métodos de assimilação de dados corrigindo somente a cota de fundo, e as técnicas do Filtro de Kalman e SCE-UA corrigindo além da cota de fundo, o coeficiente de rugosidade de Manning (**_Man**). Cada uma dessas técnicas foi aplicada aos dados das 3 diferentes missões espaciais: ENVISAT, ICESAT e JASON 2. As cotas de fundo resultantes estão expostas na figura abaixo:

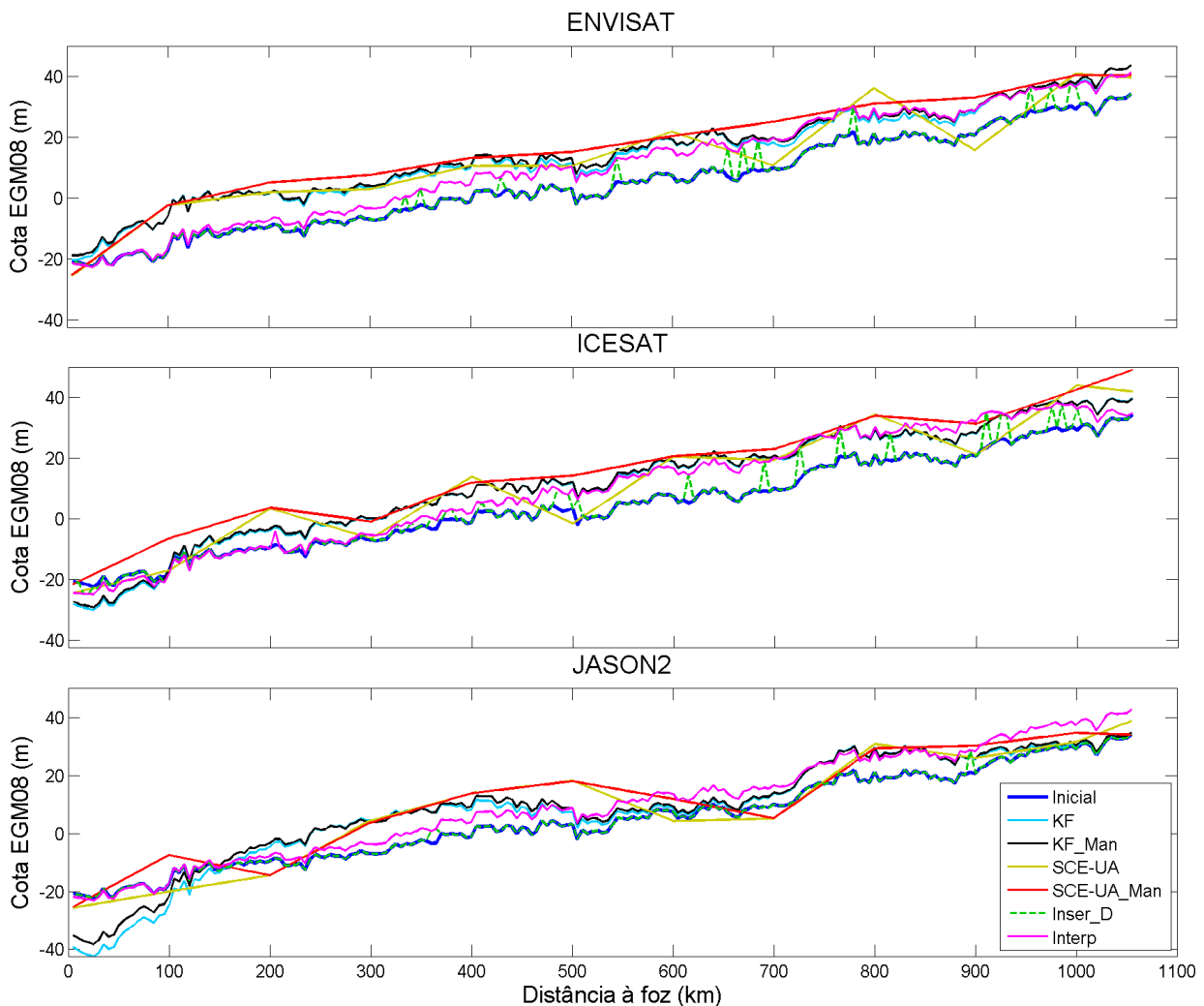


Figura 5-1 - Cotas de Fundo resultantes dos métodos de assimilação

Admitindo que a correção é adequada, percebe-se que o fundo inicial (**Inicial**) está em uma cota mais baixa que o indicado para a simulação hidrodinâmica. Considerando a maior parte dos métodos de assimilação, a cota de fundo corrigida se elevou em média aproximadamente 10 m. Isso ocorreu porque o nível d'água simulado com o fundo inicial apresentou uma cota mais baixa que as observações na maior parte do tempo. Nos trechos

próximos à foz, a correção do fundo não acompanhou a tendência do resto do rio devido ao fato de haver uma condição de contorno de jusante que limita o erro do modelo nesta região. Sendo o aumento do nível consenso entre os métodos, cada técnica apresentou um comportamento particular na correção do fundo.

O método de Inserção Direta apenas aumentou o nível nos pontos onde houve observação, criando barreiras de cerca de 10 m de altura que pode ser identificada na simulação dos níveis agindo como barragens (Figura 5-4). No caso da assimilação de dados do satélite JASON 2, o fundo corrigido praticamente permaneceu do mesmo jeito que o fundo inicial, pois só haviam 4 estações virtuais.

Essa variação brusca de nível não ocorreu utilizando o método de Interpolação Linear. Como as diferenças entre observações e simulações de níveis eram interpoladas entre os trechos, o fundo corrigido pelo método ficou mais suave. Observando os resultados, pode se perceber que a correção efetuada praticamente não alterou a região próxima à foz e houve um acréscimo progressivo à cota do fundo do rio em direção à montante até atingir valores próximos a 10 m.

As correções obtidas pelo Filtro de Kalman são mais suaves. Devido à correlação espacial existente, as correções dos trechos acompanham a dos trechos vizinhos. Pela Figura 5-1, nota-se que o aumento na cota de fundo é praticamente uniforme em todo o trecho estudado, exceto quando utiliza-se os dados do JASON 2, em que o fundo parece ser corrigido apenas próximo às estações virtuais. A cota de fundo final pelo método do Filtro de Kalman, havendo ou não assimilação do Manning, ficou muito parecida, diferente do SCE-UA. A figura abaixo traz um exemplo de como se procedeu a correção de fundo dada uma nova observação pelo método do Filtro de Kalman.

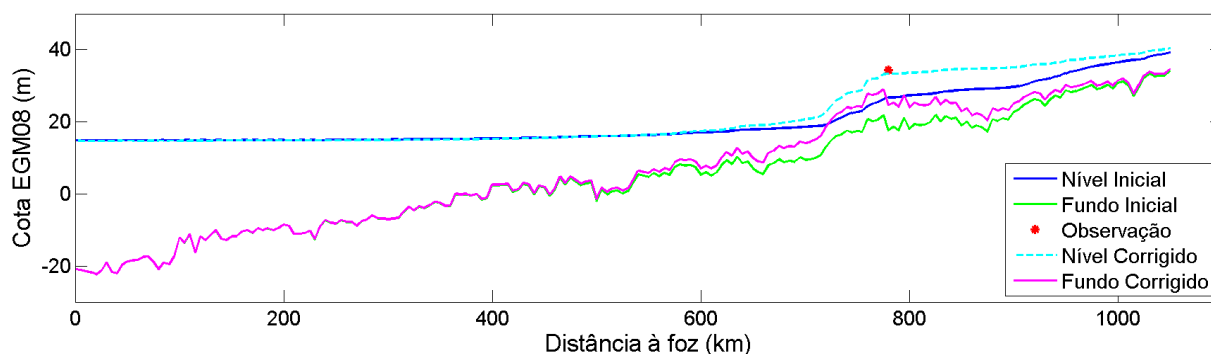


Figura 5-2 - Processo de assimilação de dados por Filtro de Kalman

O SCE-UA apresentou um fundo contínuo, constituído por 11 retas, pois foi determinado previamente na configuração do método que só iriam ser calibrados cota de fundo

em 12 trechos e os demais seriam interpolados. Não foram calibrados mais trechos tanto devido ao princípio da parcimônia quanto ao tempo de processamento. Enquanto o tempo de processamento dos outros métodos foi da ordem de dezenas de segundos para corrigir o fundo, cada otimização pelo SCE-UA durou cerca de um dia, em um computador Desktop com processador i7 e 16 GB de memória RAM. Em relação ao desempenho do método, nota-se uma diferença significativa no resultado final relacionado a ter havido ou não correção da rugosidade de Manning pelo método do SCE-UA. Quando não houve calibração da rugosidade de Manning, o algoritmo de otimização compensou os erros relacionados ao coeficiente através da criação de um fundo mais ruidoso. O ruído no fundo funcionou como um artifício para alterar a dinâmica do fluxo, represando e acelerando o escoamento em alguns trechos e assim contornar uma estimativa inicial imprecisa dos parâmetros de rugosidade.

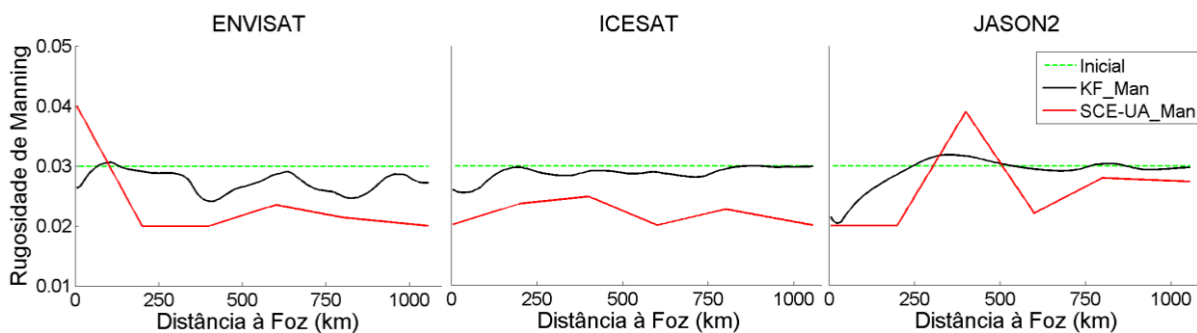


Figura 5-3 – Coeficientes de rugosidade de Manning corrigidos

Observa-se na figura acima que o valor da rugosidade de Manning recomendada para uma simulação hidrodinâmica dos trechos do rio Madeira provavelmente seja inferior à 0,03, como adotado inicialmente. Quando houve correção da rugosidade de Manning, o método de otimização SCE-UA estimou um fundo de rio mais suave, atribuindo valores ao coeficiente de rugosidade próximos ao limite do espaço de busca do algoritmo (0,02). Já o coeficiente de rugosidade de Manning corrigido pelo Filtro de Kalman manteve valores mais próximos à 0,03; e para compensar um valor mais alto de Manning, observa-se que a cota de fundo resultante do Filtro de Kalman é um pouco menor que o resultante do SCE-UA (Figura 5-1). Novamente a assimilação de dados do satélite JASON 2 apresentou um comportamento diferente, com valores de rugosidade de Manning mais altos que 0,03. Isso deve ter ocorrido devido à baixa distribuição espacial do satélite, corrigindo o fundo apenas em regiões próximas às estações virtuais. Assim, especula-se que para o caso da otimização do SCE-UA com dados do JASON 2, que possui menor resolução espacial no trecho estudado, pode ter ocorrido um *overfitting*; ou seja, a quantidade de parâmetros é acima do ideal considerando o número de observações e o modelo se ajusta perfeitamente às observações, porém sem obter resultados coerentes.

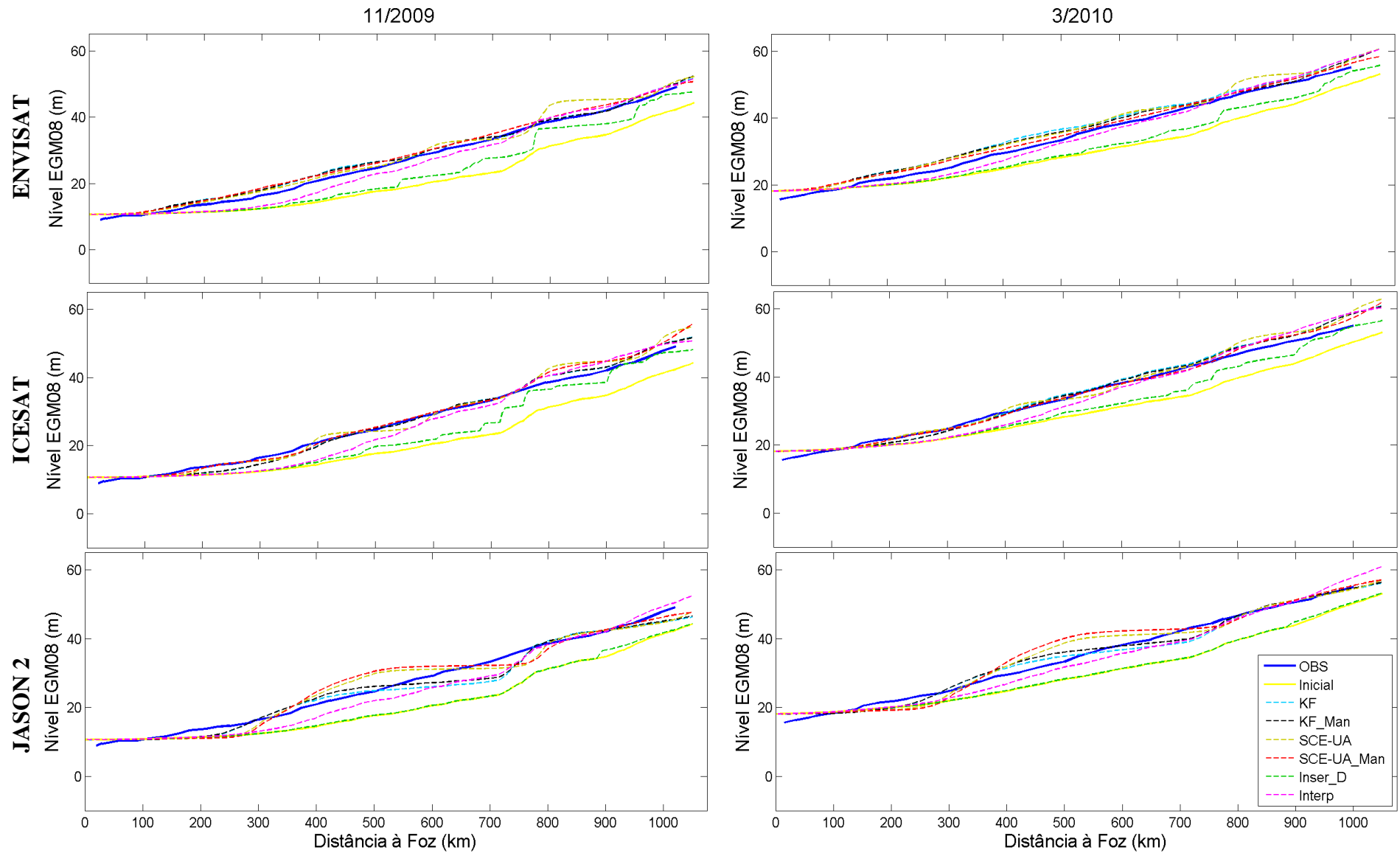


Figura 5-4 - Perfis longitudinais de níveis d'água observados e simulados com assimilação de dados de altimetria em um período de seca (esquerda) e cheia (direita)

De qualquer forma, a assimilação de dados melhorou a representação de níveis. Independente da técnica aplicada ou do satélite provedor das observações, houve um ganho no desempenho do modelo decorrente da correção dos níveis de fundo e/ou coeficientes de rugosidade. A Figura 5-5 demonstra exemplos de séries de níveis resultantes dos métodos de assimilação comparada com postos fluviométricos.

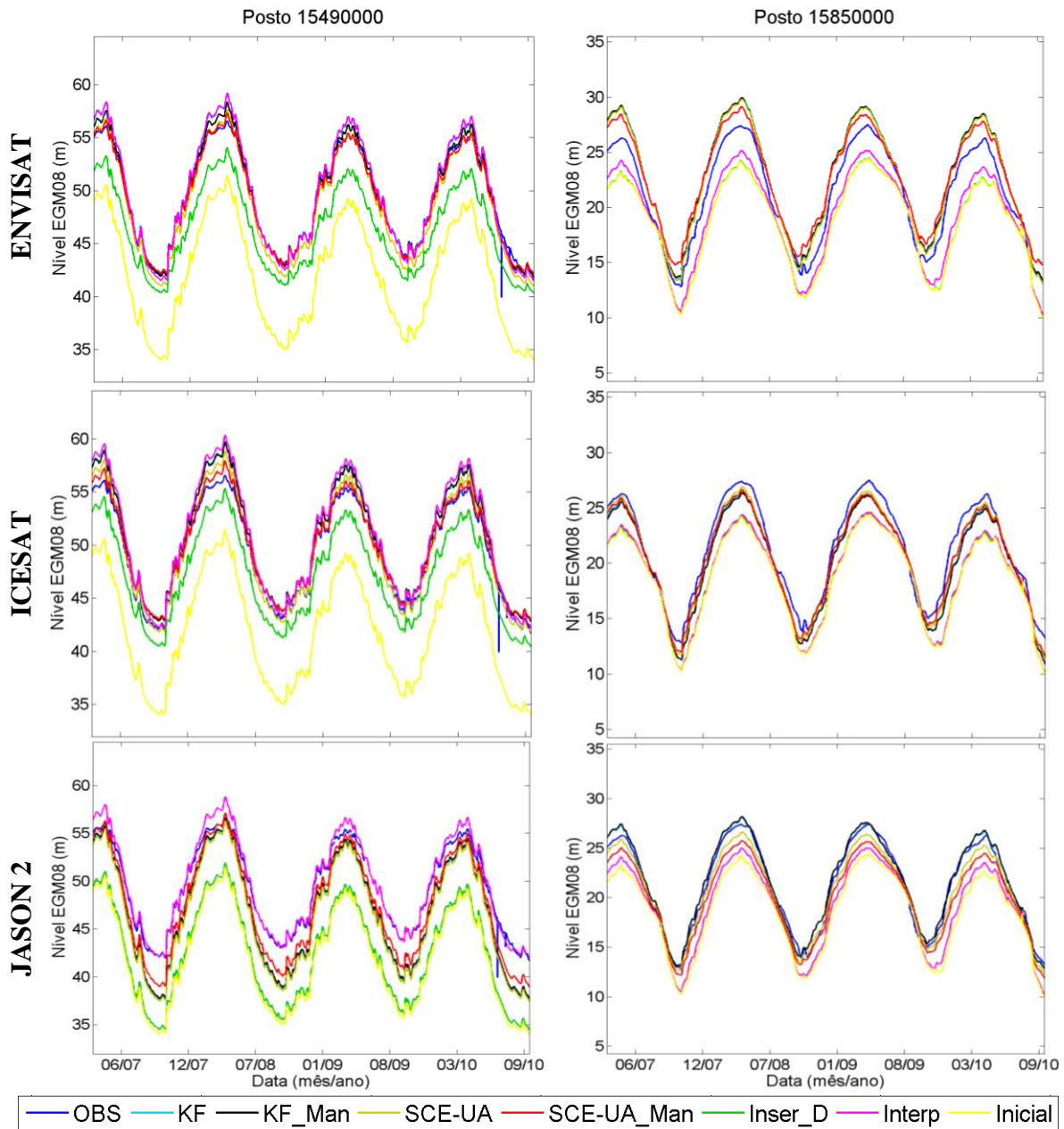


Figura 5-5 – Séries de níveis simulados comparado com níveis de estações fluviométricas

Como pode ser observado tanto na figura acima quanto na Figura 5-4, o nível simulado obtido utilizando o fundo Inicial esteve muito abaixo do nível observado; e os métodos de assimilação avaliados diminuíram essa diferença. Visualmente, detecta-se que o método de Inserção Direta não foi tão eficiente quanto os demais assim como a assimilação dos dados do JASON 2 criou ondulações nos níveis que não foram observadas em campo (Figura 5-4).

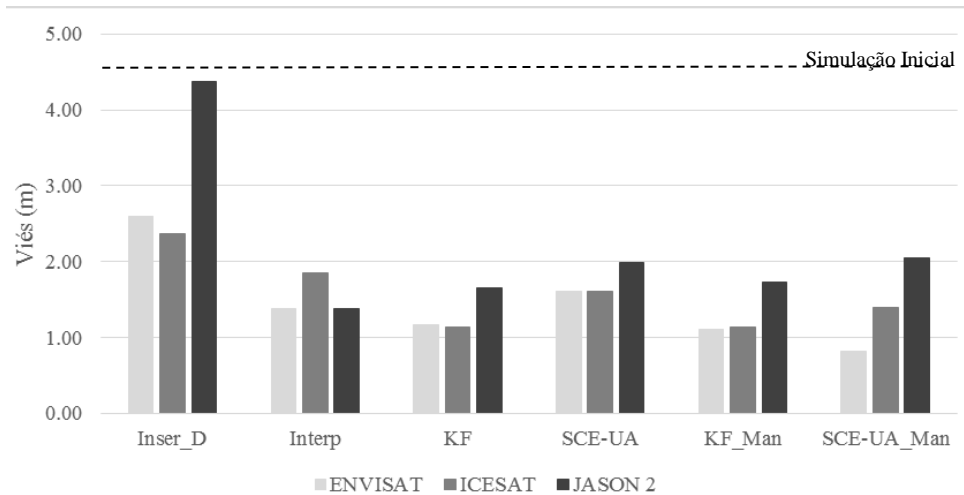


Figura 5-6 - Média do valor absoluto do Viés dos 7 postos fluviométricos

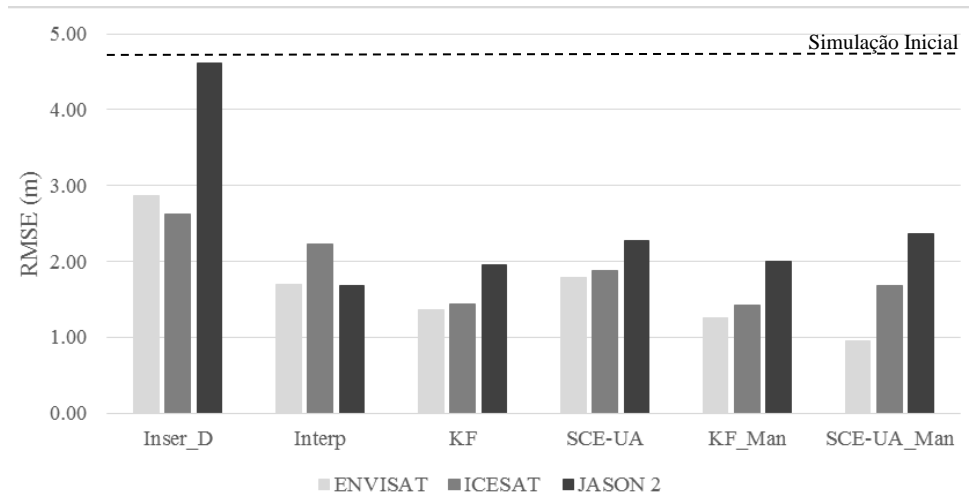


Figura 5-7 - Média do RMSE dos 7 postos fluviométricos

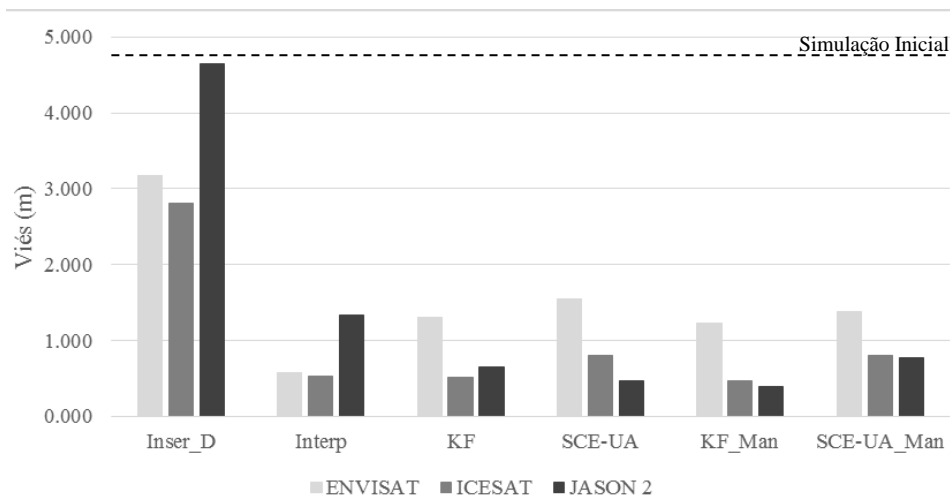


Figura 5-8 - Média do valor absoluto do Viés dos 5 perfis longitudinais

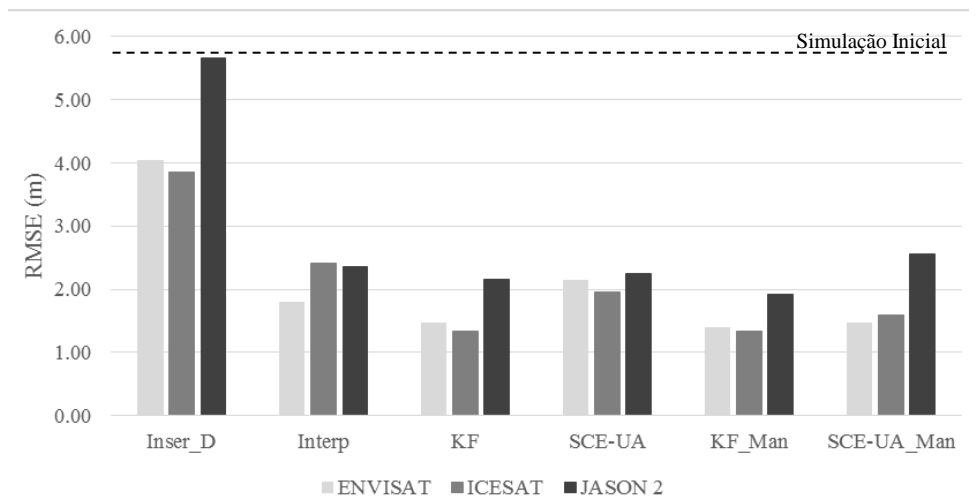


Figura 5-9 - Média do RMSE dos 5 perfis longitudinais

O desempenho quantitativo dos métodos de assimilação de dados está resumido nos gráficos das Figura 5-10 a Figura 5-8 em termos de Viés e RMSE entre níveis d'água simulados e observados nas estações fluviométricas e perfis longitudinais de GPS. Verifica-se facilmente quais satélites e métodos de assimilação se mostram mais aptos a correções da cota de fundo e/ou coeficiente de rugosidade. Em geral, os melhores desempenhos foram dos satélites ICESAT e ENVISAT, onde em média o RMSEs e Viés passaram de aproximadamente 5 m para valores menores que 2 m, alcançando até erros inferiores a 1 m. O satélite JASON 2 apresentou a pior performance, com erros RMSE cerca de meio metro superior aos demais.

Em relação aos métodos de assimilação de dados, em geral o pior desempenho foi do método de Inserção Direta, onde os erros RMSE variaram de 3 m a 5 m, e se comparado aos erros originais de cerca de 5 m, resultam em uma redução de no máximo 40%. Também é possível confirmar o bom desempenho dos demais métodos, especialmente do KF, do KF_Man e do SCE-UA_Man, que conseguiram manter um RMSE entre 1 e 1,5 m assimilando dados do ENVISAT e ICESAT, o que indica uma redução de no mínimo 70% dos erros iniciais dos níveis d'água. Verifica-se que o melhor desempenho foi do SCE-UA corrigindo cota de fundo e rugosidade assimilando dados do ENVISAT, única combinação que conseguiu um RMSE inferior a 1 m em relação aos postos fluviométricos.

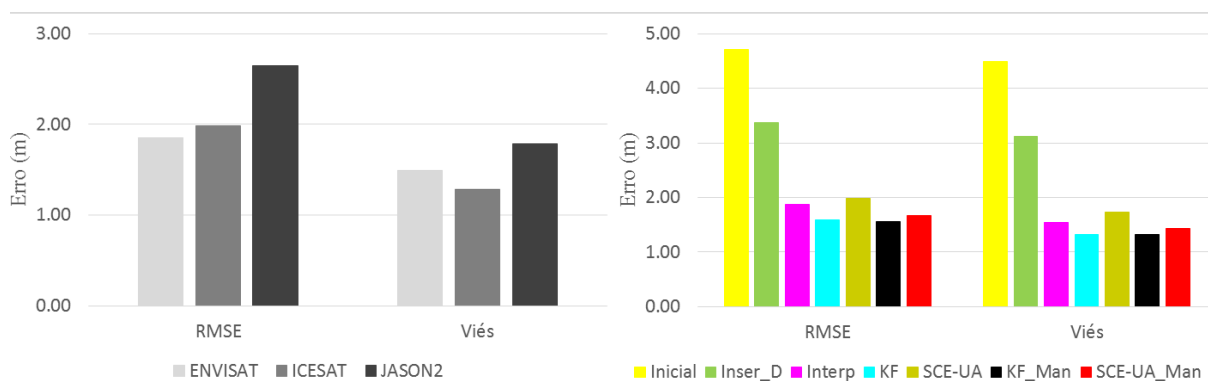


Figura 5-10 - Média dos erros RMSE e Viés entre níveis d'água observados e simulados em postos fluviométricos e perfis longitudinais para diferentes satélites e métodos de assimilação de dados

Os gráficos da Figura 5-10 apresentam um resumo ainda maior, ao fazer a média das estatísticas obtidas com todas as observações de validação, satélites e/ou métodos de assimilação. A pior performance do JASON 2 se comparada aos outros dois satélites é evidente, tendo RMSE de ~2,6 m (redução abaixo de 50%) enquanto que os demais reduziram o RMSE a menos de 2 m (redução de mais de 60%). O pior desempenho do JASON 2 está relacionado com a baixa resolução espacial de seus dados, apesar da alta frequência temporal (a cada 10 dias). Para o trecho de rio estudado só foram utilizadas 4 estações virtuais, sendo duas muito

próximas e uma outra já próxima à foz, onde as observações têm pouco impacto devido à condição de contorno de jusante.

O fato do ENVISAT ter tido um desempenho um pouco melhor que o ICESAT em relação ao RMSE tem uma explicação lógica. O ENVISAT além de ter permanecido em órbita por mais tempo, realizou observações com regularidade, diferentemente do ICESAT que apresentou problemas em seu equipamento (Brenner et al., 2007). Dessa forma, a quantidade de dados do ENVISAT utilizados nesse trabalho foi muito superior (Tabela 4-1), aumentando assim a quantidade de observações utilizadas pelos métodos de assimilação.

A Figura 5-10 também deixa evidente que o processo de assimilação contribuiu para diminuir o erro da simulação. Os resultados quantificados reafirmam que o método de Inserção Direta teve um desempenho bem inferior aos demais, tendo RMSE médio maior que 3 m (redução de menos de 30%). Observa-se também que, em geral, o método de Interpolação Linear teve desempenho semelhante a otimização global com SCE-UA, tendo RMSEs da ordem de 2 m, que pode ser explicado pelo mal desempenho do SCE-UA com os dados do JASON 2. O SCE-UA e o Filtro de Kalman tiveram melhor performance quando o coeficiente de Manning foi corrigido. Em geral, o Filtro de Kalman teve melhor desempenho, com RMSE médio de ~1.5 m, representando uma redução de 70% em relação ao erro inicial.

A percepção de que o Filtro de Kalman superou a performance do SCE-UA_Man em termos gerais também se deve ao fato do método de otimização global ter apresentado resultados muito pobres ao utilizar os dados do JASON 2. Essa pior performance pode estar relacionada ao *overfitting*; já que o SCE-UA teve um desempenho melhor que o SCE-UA_Man para os dados desse satélite (Figura 5-7 e Figura 5-9). Caso o número de parâmetros calibráveis fosse reduzido, possivelmente o método geraria resultados melhores. No entanto, identificar e avaliar as melhores configurações de se aplicar o algoritmo SCE-UA está fora do escopo deste trabalho.

5.2. Experimentos com observações sintéticas: Missões altimétricas futuras

Os dados sintéticos foram obtidos atribuindo erros a uma simulação referência (**Refer**) baseada na cota de fundo e rugosidade de Manning de uma média entre as correções do KF_Man com dados do ENVISAT e ICESAT. A cota de fundo e a rugosidade de Manning foram corrigidos a partir de condições iniciais iguais às descritas na seção 4.2. Os perfis de cota de fundo obtidos pelos métodos de assimilação de dados de diferentes satélites estão apresentados na figura a seguir:

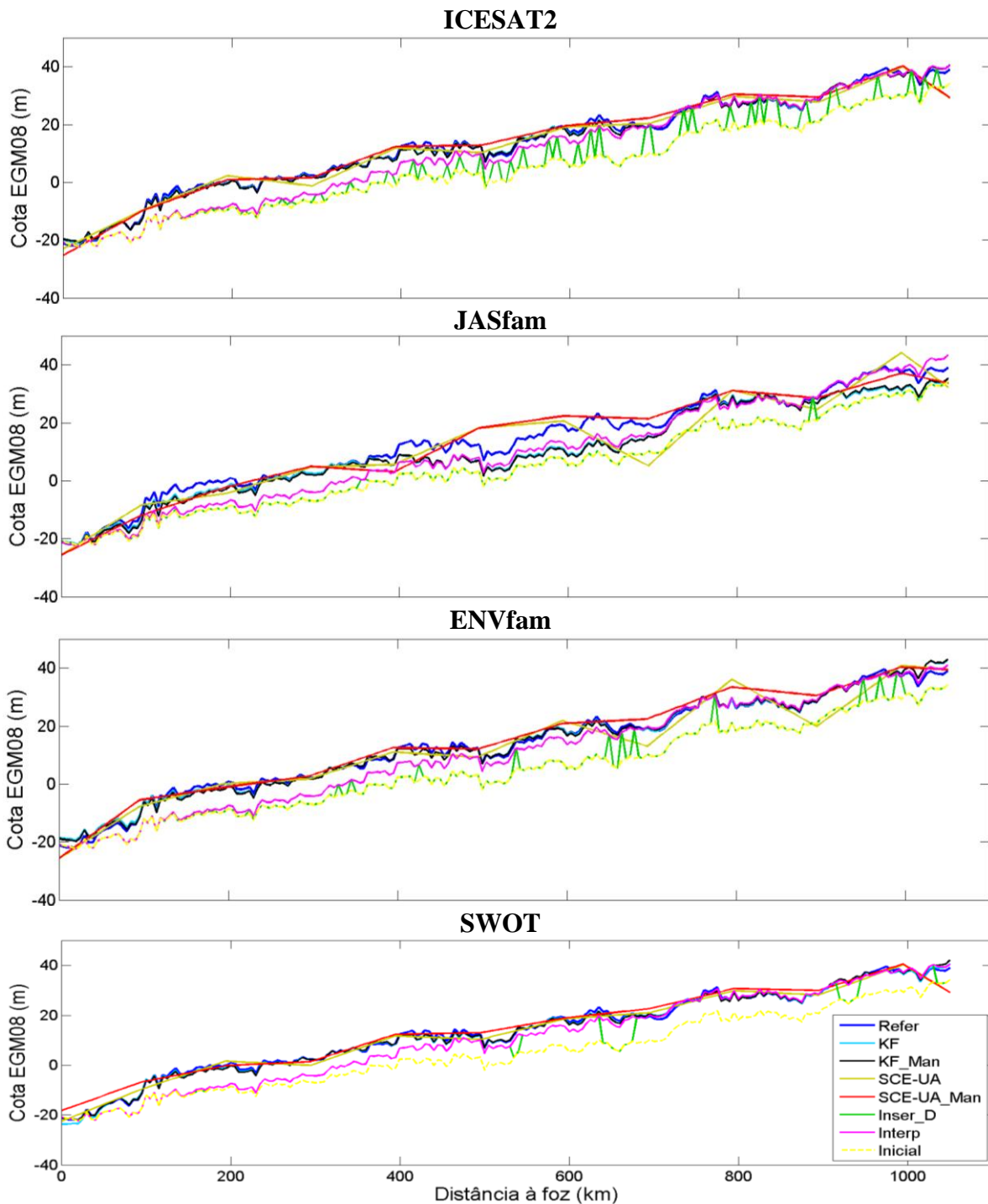


Figura 5-11 - Cotas de Fundo resultante dos métodos de assimilação com dados sintéticos

Em um caso sintético, pode se verificar a diferença entre a situação “real” e a condição inicial da cota do fundo. Através da Figura 5-11 percebe-se que a estimativa inicial para cota do fundo está bem abaixo da cota referência (“real”); e os métodos de assimilação de dados conseguiram ajustar significativamente esses parâmetros.

Assim como ocorreu quando se utilizou dados reais, o método de Inserção Direta criou barreiras no fundo. Observando essas barreiras é possível visualizar a distribuição espacial dos dados de cada satélite (SWOT > ICESAT2 > ENVfam > JASfam). Inclusive o SWOT faz medições de nível em quase todos os trechos do rio (Figura 4-11), aproximando os resultados dos métodos de Inserção Direta e Interpolação Linear. No entanto, ambos os métodos não são capazes de corrigir a cota de fundo na região mais próxima à foz, justamente devido à condição de contorno de jusante, como comentado anteriormente.

A análise considerando dados sintéticos é muito parecida com o que foi discutido na seção anterior. Os métodos se comportaram de maneira semelhante conforme a origem dos dados assimilados. Observa-se na Figura 5-11 que os fundos corrigidos mais distantes do fundo referência são oriundos dos métodos de assimilação dos dados do JASfam.

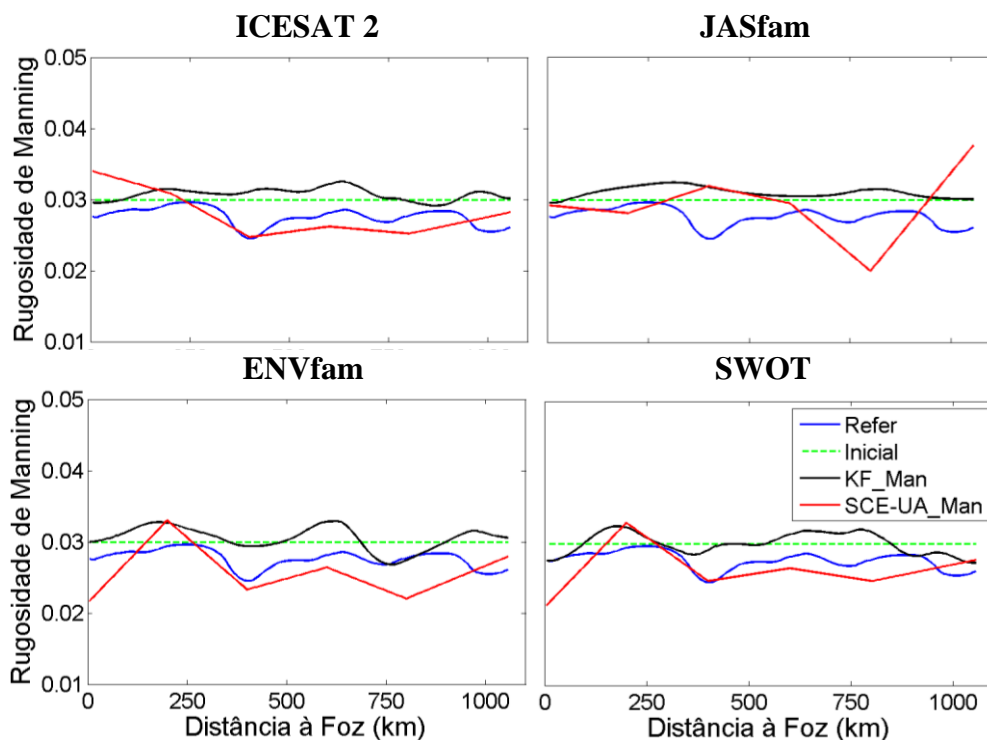


Figura 5-12 - Coeficientes de rugosidade de Manning corrigidos usando dados sintéticos

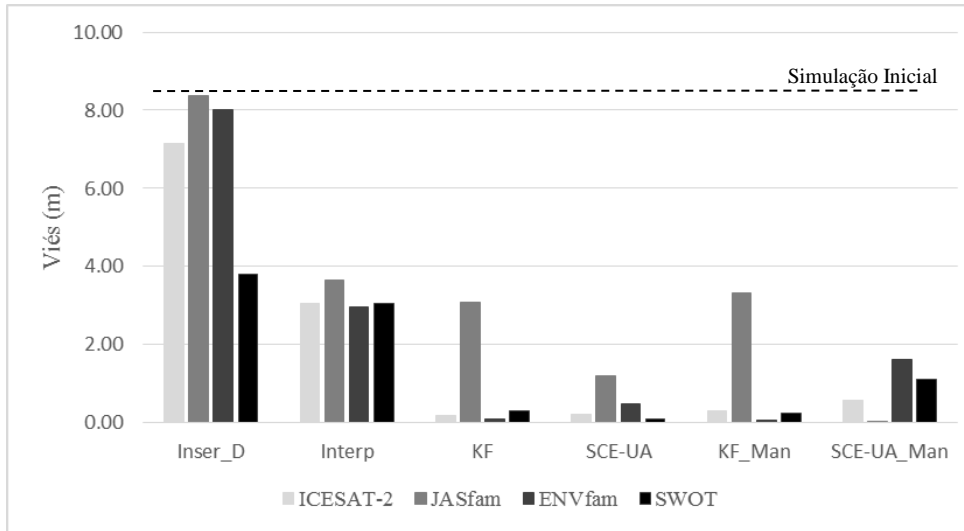


Figura 5-13 - Valor absoluto do Viés do fundo do rio

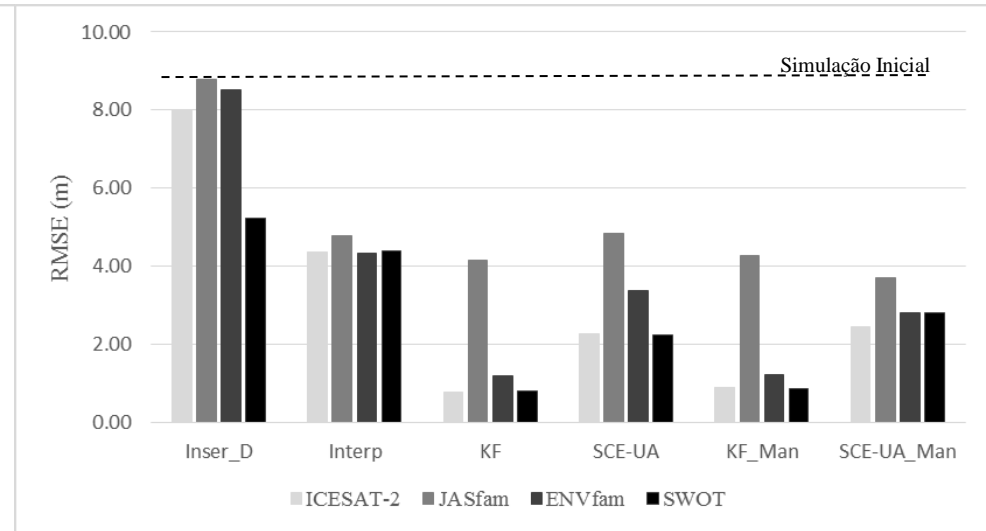


Figura 5-14 - RMSE do fundo do rio

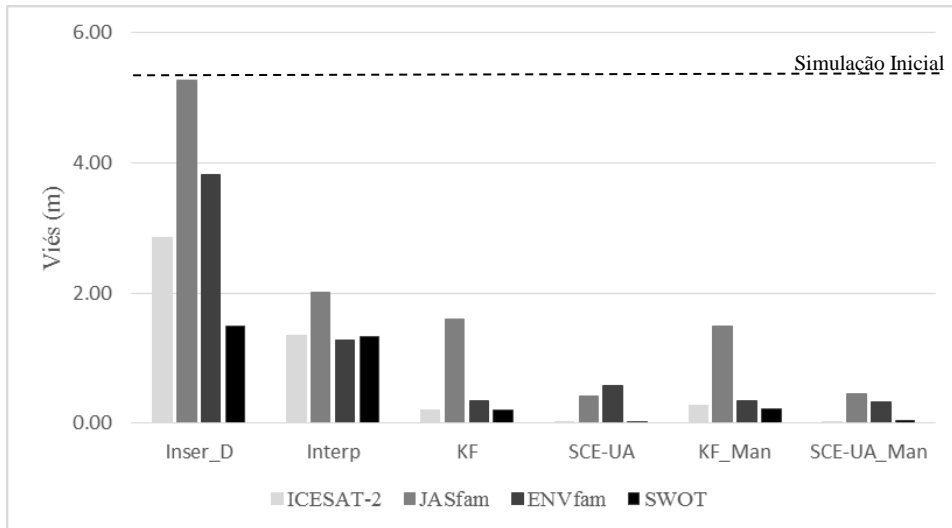


Figura 5-15 – Valor absoluto do Viés do nível simulado

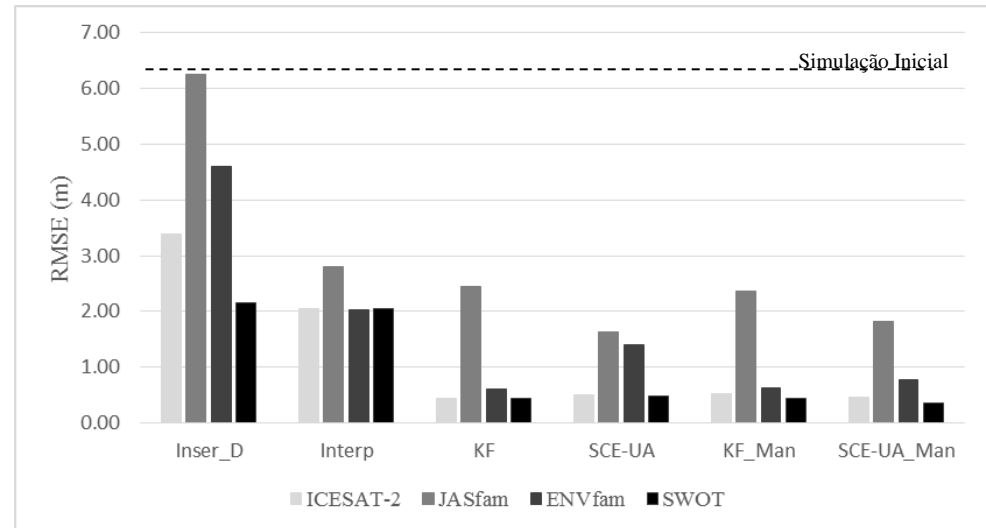


Figura 5-16 - RMSE do nível simulado

A Figura 5-12 apresenta os coeficientes de Manning resultantes dos métodos de assimilação. É curioso verificar que o método do Filtro de Kalman, de certa forma, tenha piorado a estimativa inicial, aumentando os valores do coeficiente de rugosidade. Entretanto, os resultados obtidos pelo método, de fato, fazem sentido, já que um aumento na rugosidade implica em um aumento do nível d'água, e os níveis estavam sendo subestimados a princípio. É possível que se fosse testado um tempo maior de simulação, como no caso do ENVISAT (2002-2012), o coeficiente seria reajustado. Assim, um valor de rugosidade de Manning superestimado impediu que o fundo se aproximasse ainda mais da referência, fazendo com que o fundo corrigido pelo KF_Man ficasse em uma cota um pouco abaixo da “real” (viés negativo). Este fato também pode ser explicado pela interdependência entre o coeficiente de rugosidade e o nível de fundo, conforme discutido em Yoon et al., (2016). Já o SCE-UA apresentou resultados coerentes em relação aos valores de rugosidade; em média os coeficientes de rugosidade resultantes ficaram bem parecidos com a referência.

Os gráficos da pág. 73 demonstram os resultados quantificados de cada método, avaliando o erro na cota de fundo alcançada e no nível simulado com a respectiva cota de fundo. É possível notar que o satélite JASfam teve uma performance abaixo dos demais. A diferença entre os desempenhos dos satélites se destaca quando se observa os métodos Filtro de Kalman e SCE-UA, em que o JASfam apresentou um RMSE médio próximo de 4 m e 2 m considerando o fundo e o nível do rio respectivamente, o que representa uma redução de erro de 50% e 70%; enquanto para os demais satélites a redução é próxima de 80% (fundo) e 90% (nível). Percebe-se que o Viés é praticamente nulo quando se utilizam os métodos Filtro de Kalman e SCE-UA, variando entre um metro e poucos centímetros. A combinação que apresentou a melhor performance foi o SCE-UA_Man assimilando dados do SWOT que apresentou um erro RMSE inferior a 40 cm no nível.

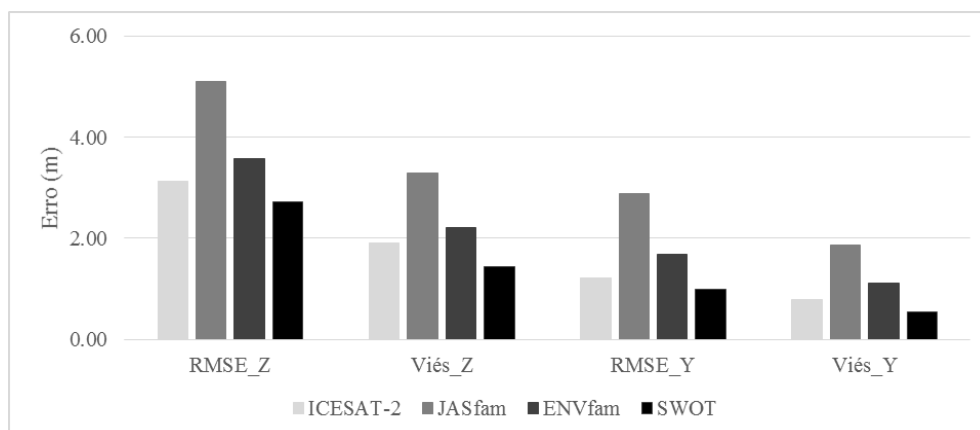


Figura 5-17 - Desempenho médio de cada satélite (Z=cota e Y=nível)

A Figura 5-17 apresenta a média dos resultados dos métodos de assimilação expostos na pág 73. Nota-se que os melhores desempenhos na assimilação de dados foram obtidos nos satélites de melhor resolução espacial (SWOT, ICESAT-2, ENVfam e por último JASfam), muito embora pudessem ser ordenados de outra forma se analisada a resolução temporal (JASfam/ SWOT, ENVfam, ICESAT-2) ou acurácia (ICESAT-2, SWOT, ENVfam, JASfam). O RMSE do SWOT em relação ao nível foi próximo de 1 m enquanto o erro do JASfam foi praticamente o triplo. De certa forma esses dois fatores (resolução espacial e desempenho) estão relacionados já que o fundo do rio é praticamente paralelo ao nível d'água em grande parte dos casos. Utilizando dados de satélite cuja distribuição espacial inclua o comprimento de correlação espacial real do rio, é provável que as correções já atinjam um erro de nível muito pequeno. Por exemplo, embora a resolução espacial do SWOT seja muito maior que do ICESAT 2, a diferença no resultado não foi tão significativa. Percebe-se que os métodos de melhor performance (SCE-UA_Man, KF e KF_Man) ao assimilar dados de satélites que atendem a condição supracitada (ICESAT 2, ENVfam e SWOT) alcançaram erros próximos de 0,5 m (Figura 5-16).

Vale ressaltar que os testes de assimilação de dados sintéticos do ICESAT 2 provavelmente não refletirão a realidade quando o satélite entrar em operação. O ICESAT 2, por ser uma técnica LiDAR, é sensível às condições atmosféricas o que, de fato, comprometerá uma parte dos dados. No entanto, isso não quer dizer que o desempenho relatado será alterado de maneira significativa, já que a distribuição espacial permanece a mesma; apenas o número de observações será reduzido.

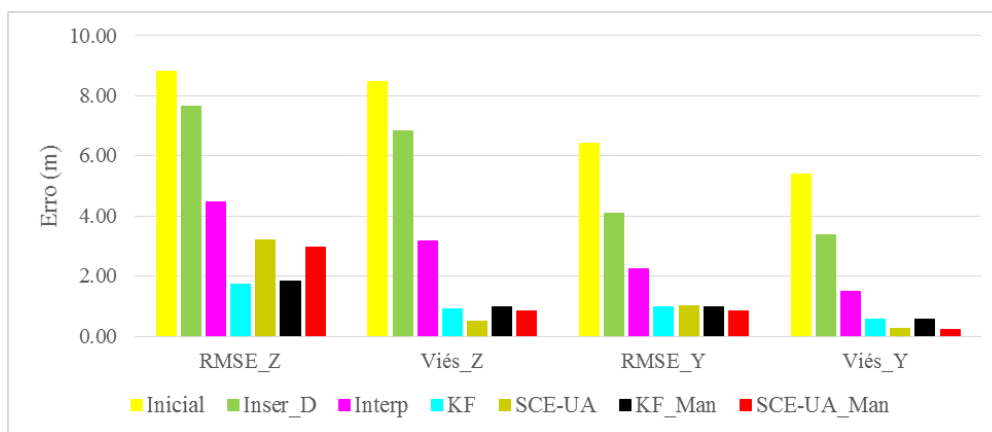


Figura 5-18 - Desempenho médio de cada método de assimilação de dados

A Figura 5-18 apresenta a média dos resultados de cada técnica de assimilação. Os métodos que apresentaram o melhor desempenho em relação à representação do nível foram o Filtro de Kalman e o SCE-UA, corrigindo ou não a rugosidade de Manning; em que os erros RMSE baixaram de 6 m (Inicial) para 1 m, o que representa uma redução de mais de 80%.

Diferentemente de quando se testou dados reais, a Interpolação Linear apresentou um desempenho consideravelmente pior que os métodos de melhor performance. O erro, Viés ou RMSE, resultante do método de Interpolação Linear é praticamente o dobro do erro resultante do Filtro de Kalman e SCE-UA.

O fato de que o Filtro de Kalman alcançou um fundo de rio mais preciso que o método de otimização SCE-UA é algo a se discutir. O fundo “real” utilizado como referência manteve o ruído que observado na condição inicial, já que ele foi obtido a partir de duas correções anteriores. Dessa maneira, efetuando a correção através do Filtro de Kalman, o ruído no fundo permaneceu e o ajuste atingiu melhores índices. Já o SCE-UA interpola a cota do fundo entre os 12 trechos calibráveis e assim a representação dos ruídos é impossibilitada. Embora o fundo alcançado pelo método de otimização global esteja próximo à média das cotas e seu Viés tenha sido o mais baixo, o RMSE ainda ficou alto. De qualquer maneira esses ruídos não se mostraram relevantes para calcular o nível, já que o RMSE e o Viés dos níveis dos métodos Filtro de Kalman e SCE-UA ficaram bem parecidos.

É importante ressaltar que nesse caso sintético a simulação referência era diferente da simulação inicial exclusivamente devido aos valores da cota de fundo e coeficientes de rugosidade, pois não foi atribuído um erro aleatório nem na largura e nem nas condições de contorno (nível na foz, vazão de entrada e contribuições laterais). Isso conta como uma vantagem ao SCE-UA, que calibra apenas os parâmetros que contém erro, em relação ao Filtro de Kalman, que contabilizaria os erros diversos do modelo.

6. RESUMO DOS RESULTADOS

Independente da técnica utilizada, a assimilação de dados reduziu os erros dos níveis d'água comparado com a simulação realizada utilizando parâmetros a priori. Os métodos que apresentaram os melhores resultados foram o Filtro de Kalman e o SCE-UA, seguidos da Interpolação Linear e, por fim, a Inserção Direta. A correção dos coeficientes de rugosidade melhorou bastante os resultados da otimização SCE-UA, no entanto não teve tanto impacto no desempenho dos resultados do Filtro de Kalman. O Filtro de Kalman, corrigindo ou não a rugosidade, e o SCE-UA corrigindo a rugosidade atingiram erros RMSEs entre 1 e 1,5 m utilizando observações do ICESAT e ENVISAT, o que corresponde a uma redução de erro de no mínimo 70% comparado com a simulação inicial, que teve um erro de cerca de 5 m. Já os erros RMSE da Interpolação Linear e SCE-UA sem corrigir rugosidade foram de aproximadamente 2 m enquanto a Inserção direta teve a pior performance com erros entre 3 e 4 m.

No caso dos dados sintéticos, as performances das técnicas de assimilação de dados foram parecidas de quando se utilizou dados reais. O Filtro de Kalman e o SCE-UA assimilando dados sintéticos do ICESAT 2, SWOT e ENVfam reduziram o erro RMSE do nível para valores próximos a 0,5 m enquanto o erro da simulação inicial era maior que 6 m. Essas técnicas também apresentaram resultados com Viés praticamente nulos, com valores entre poucos centímetros e 1 m. Já a Interpolação Linear gerou erros RMSE de nível de 2 m enquanto os RMSE do método Inserção Direta foi em média 4 m. A melhor performance foi do método SCE-UA_Man (corrige fundo e rugosidade) assimilando dados do SWOT, que atingiu um erro RMSE de nível inferior a 40 cm.

No entanto, o SCE-UA requereu um tempo de processamento muito superior aos demais ($\times 10^3$ mais tempo), e, caso seja estudado uma rede de drenagem mais complexa, com muitas variáveis a serem calibradas, a aplicação do método de otimização global se tornaria inviável. Por outro lado, em situações reais onde as vazões e larguras de rio tem uma incerteza superior, o método KF que leva em conta as diferentes fontes de erros provavelmente será mais adequado.

A distribuição espacial dos dados de altimetria demonstrou ter muita importância para a correção da cota de fundo. A assimilação de dados dos satélites ICESAT e ENVISAT, desconsiderando o método de Inserção Direta, apresentaram erros RMSE entre 1 e 2 m. Os resultados utilizando dados do satélite JASON 2 tiveram um desempenho abaixo do que os

outros satélites, apresentando um erro RMSE em média 0,5 m maior. Isso ocorreu porque os dados do JASON 2 estão divididos em apenas 4 estações virtuais para o trecho de rio estudado.

Esse fato pode ser novamente observado através do caso sintético. Os testes demonstraram que quanto maior a resolução espacial dos dados (SWOT > ICESAT 2 > ENVfam > JASfam), melhor o desempenho dos métodos de assimilação, independente da acurácia e resolução temporal. Enquanto o RMSE médio em relação ao nível d'água com os dados do SWOT é cerca de 1 m, os resultados do JASfam apresentaram um erro médio próximo a 3 m. Quando se utilizou os métodos de melhor performance (SCE-UA e Filtro de Kalman), os erros de níveis ao assimilar dados sintéticos dos satélites ICESAT 2, ENVfam e SWOT ficaram muito baixos, próximos a 0,5 m. Isso possivelmente indica que havendo uma resolução espacial de dados capaz de envolver a correlação espacial real do fundo ou rugosidade do rio, os erros já serão muito pequenos.

7. CONCLUSÃO

Esse trabalho procurou desenvolver e avaliar métodos de assimilação de dados e a utilidade de dados de altimetria de diversas missões espaciais para correção da cota do fundo e coeficientes de rugosidade efetivos para modelagem hidrodinâmica. Foram testados métodos simplificados a mais complexos com uso de recursos computacionais mais intensivos ou representação explícita e tratamento das diferentes fontes de erros: Inserção Direta, Interpolação Linear, otimização global SCE-UA e Filtro de Kalman. Esse último foi adaptado para o trabalho, combinando equações analíticas da hidráulica para estimar diretamente a relação entre os erros do modelo e as simulações de níveis d'água. Os dados assimilados são oriundos das missões espaciais JASON 2, ENVISAT e ICESAT, com resoluções espaço-temporais e acurácias contrastantes. Além disso foi testado um caso sintético simulando dados dos satélites ENVfam, JASfam, e dos futuros ICESAT 2 e SWOT. Esse estudo foi realizado considerando um trecho do rio Madeira e foram utilizadas séries de nível d'água de 7 estações fluviométricas e 5 perfis longitudinais GPS do nível do rio para validação e avaliação dos métodos e missões espaciais.

O trabalho se destaca principalmente devido a duas questões: o uso de dados reais de satélite de altimetria espacial para estimar cota de fundo (estudo de caso real); e desenvolvimento de um novo método de estimar as covariâncias entre níveis e a cota de fundo do rio baseado em equações de regime permanente e efeitos de remanso.

A aplicação de dados reais de altimetria com diversas resoluções espaço-temporais para determinação da cota de fundo de rio é algo inovador. Embora não tenha sido usado dados reais de batimetria para validar os resultados, os métodos de assimilação provaram diminuir os erros das estimativas de nível de modelos hidráulicos, alcançando RMSEs próximos a 1 m, 80% menores que a estimativa inicial.

Em relação aos dados sintéticos, comparando a trabalhos anteriores (Yoon et al., 2012, Durand et al., 2008), os métodos testados apresentaram erros de mesma magnitude, tanto em relação ao nível quanto à cota de fundo. No entanto Yoon et al. (2012) e Durand et al. (2008) tiveram que fazer uso de um Ensemble (conjunto de simulações) para estimar a covariância, o que aumenta significativamente o custo computacional e torna o método inviável em uma rede de drenagem; enquanto o método apresentado neste trabalho estima a covariância analiticamente.

Além disso, a avaliação dos dados de altimetria quanto sua resolução espaço-temporal possibilita identificar quais missões espaciais são mais indicadas para estimar parâmetros ou níveis através de assimilação de dados em rios semelhantes ao Madeira.

Enfim, os métodos e conceitos desenvolvidos e conclusões obtidas podem ser úteis para melhorar previsões de vazões, níveis e inundação de modelos hidrológicos/hidrodinâmicos regionais/globais (e.g. MGB-IPH, CaMa-Flood, LISFLOOD, Glofas), já utilizando dados de missões passadas, mas com ainda maiores perspectivas para as missões futuras como ICESAT-2 e SWOT. Além disso, estes conceitos e futuras estimativas de batimetria e rugosidade efetivos podem ser úteis para outras aplicações como estimativa de vazões globais via sensoriamento remoto com altímetros atuais ou da futura missão SWOT (e.g. Yoon et al., 2016, Paris et al., 2016, Durand et al., 2016).

8. BIBLIOGRAFIA

ALFIERI, L.; THIELEN, J.; PAPPENBERGER, F. Ensemble hydro-meteorological simulation for flash flood early detection in southern Switzerland. **Journal of Hydrology**, v. 424-425, p. 143-153, 2012.

ANDREADIS, K. M.; SCHUMANN, G. J.-P.; PAVELSKY, T. A simple global river bankfull width and depth database. **Water Resources Research**, v. 49, p. 7164-7168, 2013.

ARNOLD, J. G.; SRINIVASAN, R.; MUTTIAH, R. S.; WILLIAMS, J. R. Large area hydrologic modeling and assessment. Part I: Model development. **Journal of the American Water Resources Association**, 34, n. 1, 1998.

BATES, P. D.; HORRITT, M. S.; FEWTRELL, T. J. A simple inertial formulation of the shallow water equations for efficient two-dimensional flood inundation modelling. **Journal of Hydrology**, 387, 2010. 33-45.

BENVENISTE, J. Radar altimetry: past, present and future. In: VIGNUDELLI, S., KOSTIANOY, A. G.; CIPOLLINI, P.; BENVENISTE, J. **Coastal Altimetry**. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2011. p. 1-17.

BERRY, P. A. M.; GARLICK, J. D.; FREEMAN, J. A.; MATHERS, E. L. Global inland water monitoring from multi-mission altimetry. **Geophysical Research Letters**, 32, 2005.

BIANCAMARIA, S.; LETTENMAIER, D. P.; PAVELSKY, T. M. The SWOT Mission and Its Capabilities for Land Hydrology. **Surveys in Geophysics**, 37, 2015. 307-337.

BIRKETT, C. M.; MERTES, L. A.; DUNNE, T.; COSTA, M. H.; JASINSKI, M. J. Surface water dynamics in the Amazon Basin: Application of satellite radar altimetry. **Journal of Geophysical Research**, 107, n. D20, 2002.

BRENNER, A. C.; DIMARZIO, J. P.; ZWALLY, H. J. Precision and accuracy of satellite radar and laser altimeter data over the continental ice sheets. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, 45, n. 2, 2007. 321-331.

BOUETTIER, F. & COURTIER, P., **Data Assimilation concepts and methods**. [Online] Available at: <http://www.ecmwf.int/sites/default/files/Data%20assimilation%20concepts%20and%20methods.pdf> [Acesso em 05 02 2016], 1999.

CALMANT, S.; SEYLER, F. Continental surface waters from satellite altimetry. **C. R. Geoscience**, n. 338, 2006. 1113-1122.

CASTAINGS, W.; DARTUS, D.; DIMET, F. X.; SAULNIER, G. M. Sensitivity analysis and parameter estimation for distributed hydrological modeling: potential of variational methods. **Hydrology and Earth System Sciences**, v. 13, p. 503-517, 2009.

CHEN, W.; HUANG, C.; SHEN, H.; LI, X. Comparison of ensemble-based state and parameter estimation methods for soil moisture data assimilation. **Advances in Water Resources**, v. 86, p. 425-438, 2015.

COE, M. T.; COSTA, M. H.; HOWARD, E. A. Simulating the surface waters of the Amazon River basin: impacts of new river geomorphic and flow parameterizations. **Hydrological Processes**, n. 22, p. 2542-2553, Outubro 2008.

COLLISCHONN, W.; D G ALLASIA, B. C. S.; TUCCI, C. E. M. The MGB-IPH model for large-scale rainfall-runoff modeling. **Hydrological Sciences Journal**, 52, 2007. 878-895.

CUNGE, J. A.; HOLLY JR, F. M.; VERWEY, A. **Practical aspects of computational river hydraulics**. [S.l.]: Pitman Advanced Publishing Program, 1980.

DUAN, Q.; SOROOSHIAN, S.; GUPTA, V. Effective and Efficient Global Optimization for Conceptual Rainfall-Runoff Models. **Water Resources Research**, 28, n. 4, 1992. 1015-1031.

DUAN, Q.; SOROOSHIAN, S.; GUPTA, V. K. Optimal use of the SCE-UA global optimization method for calibrating watershed models. **Journal of hydrology**, 158, n. 3, 1994. 265-284.

DURAND, M.; ANDREADIS, K. M.; ALSDORF, D. E.; LETTENMAIER, D. P.; MOLLER, D.; WILSON, M. Estimation of bathymetric depth and slope from data assimilation of swath altimetry into a hydrodynamic model. **Geophysical Research Letters**, v. 35, p. L20401, 2008.

DURAND, M.; GLEASON, C. J.; GARAMBOIS, P. A.; BJERKLIE, D.; SMITH, L. C.; ROUX, H.; RODRIGUEZ, E.; BATES, P. D.; PAVELSKY, T. M.; MONNIER, J.; CHEN, X.; BALDASSARRE, G. DI; Fiset, J.-M.; FLIPO, N.; FRASSON, R. P. D. M.; FULTON, J.; GOUTAL, N.; HOSSAIN, F.; HUMPHRIES, E.; ... An intercomparison of remote sensing river

discharge estimation algorithms from measurements of river height, width, and slope. **Water Resources Research**, 52, n. 6, 2016. 4527–4549.

EVENSEN, G. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. **Journal of Geophysical Research**, v. 99, n. C5, p. 143-162, 1994.

EVENSEN, G. The Ensemble Kalman Filter: theoretical formulation and practical implementation. **Ocean Dynamics**, v. 53, p. 343-367, 2003.

FAN, F. M.; PONTES, P. R.; PAIVA, R. C.; COLLISCHONN, W. Avaliação de um método de propagação de cheias em rios com aproximação inercial das equações de Saint-Venant. **RBRH - Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, Porto Alegre, v. 19, n. 4, p. 137-147, Out/Dez 2014.

FAN, F. M.; COLLISCHONN, W.; MELLER, A.; BOTELHO, L. C. Ensemble streamflow forecasting experiments in a tropical basin: The São Francisco river case study. **Journal of Hydrology**, v. 519, p. 2906-2919, 2014.

FARR, T. G.; ROSEN, P. A.; CARO, E.; CRIPPEN, R.; DUREN, R.; HENSLEY, S.; KOBRICK, M.; PALLER, M.; RODRIGUEZ, E.; ROTH, L.; SEAL, D.; SHAFFER, S.; SHIMADA, J.; UMLAND, J.; WERNER, M.; OSKIN, M.; BURBANK, D.; ALSDORF, D. The shuttle radar topography mission. **Reviews of Geophysics**, v. 45, 2007.

FRAPPART, F.; CALMANT, S.; CAUHOPÉ, M. Preliminary results of ENVISAT RA-2-derived water levels validation over the Amazon basin. **Remote Sensing of Environment**, 100, 2006. 252-264.

FU, L. L.; CAZENAVE, A. **Satellite altimetry and Earth science, a handbook of techniques and applications**. London, U.K: Academic Press, 2001.

GAO, H.; BIRKETT, C.; LETTENMAIER, D. P. Global monitoring of large reservoir storage from satellite remote sensing. **Water Resources Research**, 48, 2012.

GETIRANA, A. C. V. Integrating spatial altimetry data into the automatic calibration of hydrological models. **Journal of Hydrology**, 387, 2010. 244-255.

GETIRANA, A. C. V. **Contribuições da altimetria espacial à modelagem hidrológica de grandes bacias na Amazônia**. Rio de Janeiro: Doutorado COPPE/UFRJ, 2009.

GETIRANA, A. C.; BONNET, M.-P.; FILHO, O. C.; COLLISCHONN, W.; GUYOT, J.-L.; SEYLER, F.; MANSUR, W. J. Hydrological modelling and water balance of the Negro River basin: evaluation based on in situ and spatial altimetry data. **Hydrological Processes**, 24, 2010. 3219-3236.

GHARAMTI, M. E.; AIT-EL-FQUIH, B.; HOTEIT, I. An iterative ensemble Kalman filter with one-step-ahead smoothing for state-parameters estimation of contaminant transport models. **Journal of Hydrology**, v. 527, p. 442-457, 2015.

JASINSKI, M. F.; STOLL, J. D.; COOK, W. B.; ONDRUSEK, M.; STENGEL, E.; BRUNT, K. Inland and Near-Shore Water Profiles Derived from the High-Altitude Multiple Altimeter Beam Experimental Lidar (MABEL). **Journal of Coastal Research**, 76, 2016. 44–55.

KNIJFF, J. M. V. D.; YOUNIS, J.; ROO, A. P. J. D. LISFLOOD: a GIS-based distributed model for river basin scale water balance and flood simulation. **International Journal of Geographical Information Science**, 24, n. 2, 2010. 189-212.

LAHOZ, W.; KHATTATOV, B.; MÉNARD, R. **Data Assimilation: Making Sensing of Observation**. Verlag Berlin Heidelberg : Springer, 2010.

LAKSHMIVARAHAN, S.; HONDA, Y.; LEWIS, J. M. Second-order approximation to the 3D-Var cost function: application to analysis/forecast. **Tellus**, v. 55, n. 5, p. 371-384, 2003.

LIANG, X.; LETTENMAIER, D. P.; WOOD, E. F.; BURGESS, S. J. A simple hydrologically based model of land surface water and energy fluxes for general circulation model. **Journal of Geophysical Research**, 99, n. D7, 1994. 14.415-14.428.

LIU, Y.; WEERTS, A. H.; CLARK, M.; HENDRICKS FRANSSEN, H. J.; KUMAR, S.; MORADKHANI, H.; SEO, D. J.; SCHWANENBERG, D.; SMITH, P.; VAN DIJK, A. I. J. M.; VAN VELZEN, N.; HE, M.; LEE, H.; NOH, S. J.; RAKOVEC, O.; RESTREPO, P. Advancing data assimilation in operational hydrologic forecasting: progresses, challenges, and emerging opportunities. **Hydrology and Earth System Sciences**, v. 16, p. 3863-3887, 2012.

LIU, Y.; GUPTA, H. V. Uncertainty in hydrologic modeling: Toward an integrated data assimilation framework. **Water Resources Research**, v. 43, 2007.

MAILLARD, P.; BERCHER, N.; CALMANT, S. Newprocessing approaches on the retrieval of water levels in Envisat and SARAL radar altimetry over rivers: A case study of the São Francisco River, Brazil. **Remote Sensing of Environment**, v. 156, p. 226-241, 2015.

MOLINIER, M.; GUYOT, J. L.; OLIVEIRA, E. D.; GUIMARÃES, V.; CHAVES, A. Hidrologia da Bacia do Rio Amazonas. **A Água em Revista**, Rio de Janeiro, 2, n. 3, 1994. 31-36.

MORADKHANI, H.; SOROOSHIAN, S.; GUPTA, H. V.; HOUSER, P. R. Dual state-parameter estimation of hydrological models using ensemble Kalman filter. **Advances in Water Resources**, v. 28, p. 135-147, 2005.

MOREIRA, D. M. **Geodésia Aplicada ao Monitoramento Hidrológico da Bacia Amazônica**. Rio de Janeiro: Doutorado COPPE/UFRJ, 2016.

NEAL, J.; SCHUMANN, G.; BATES, P. A subgrid channel model for simulating river hydraulics and floodplain inundation over large and data sparse areas. **Water Resource Research**, 48, 2012.

NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. **The computer journal**, 7, n. 4, 1965. 308-313.

O'LOUGHLIN, F.; PAIVA, R.; DURAND, M.; ALSDORF, D.; BATES, P. A multi-sensor approach towards a global vegetation corrected SRTM DEM product. **Remote Sensing of Environment**, v. 182, p. 49-59, 2016.

O'LOUGHLIN, F. E.; NEAL, J.; YAMAZAKI, D.; BATES, P. D. ICESat derived inland water surface spot heights. **Water Resources Research**, 2016.

PAIVA, R. C.; BUARQUE, D. C.; COLLISCHONN, W.; BONNET, M.-P.; FRAPPART, F.; CALMANT, S.; MENDES, C. A. Large-scale hydrologic and hydrodynamic modeling of the Amazon River basin. **Water Resources Research**, v. 49, p. 1-18, 2013.

PAIVA, R. C.; COLLISCHONN, W.; BONNET, M.-P.; GONÇALVES, L. G.; CALMANT, S.; GETIRANA, A.; SILVA, J. S. Assimilating in situ and radar altimetry data into a large-scale hydrologic-hydrodynamic model for streamflow forecast in the Amazon. **Hidrology and Earth Systems Sciences**, 17, 2013. 2929-2946.

PAIVA, R. C. D.; COLLISCHONN, W.; TUCCI, C. E. M. Large scale hydrologic and hydrodynamic modeling using limited data and a GIS based approach. **Journal of Hydrology**, v. 406, p. 170-181, 2011.

PAIVA, R. C. D.; DURAND, M. T.; HOSSAIN, F. Spatiotemporal interpolation of discharge across a river network by using synthetic SWOT satellite data. **Water Resources Research**, 51, 2015. 430-449.

PARIS, A.; PAIVA, R. D.; SILVA, J. S.; MOREIRA, D. M.; CALMANT, S.; GARAMBOIS, P.-A.; COLLISCHONN, W.; BONNET, M.-P.; SEYLER, F. Stage-discharge rating curves based on satellite altimetry and modeled discharge in the Amazon basin. **Water Resources Research**, 52, 2016. 1944-7973.

PAVELSKY, T. M.; DURAND, M. T.; ANDREADIS; K. M., BEIGHLEY; R. E.; PAIVA, R. C.; ALLEN, G. H.; MILLER, Z. F. Assessing the potential global extent of SWOT river discharge observations. **Journal of Hydrology**, 519, 2014. 1516-1525.

PAVELSKY, T. M.; SMITH, L. C. RivWidth: A software toll for the calculation of river widths from remotely sensed imagery. **IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters**, v. 5, n. 1, Janeiro 2008.

PAZ, A. R.; BUARQUE, D. C.; COLLISCHONN, W.; VICTORIA, D. D.; ANDRADE, R. G. **Discretização de modelos hidrológicos de grande escala: grade regular x mini-bacias**. XIX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. Maceió: [s.n.]. 2011.

PRITCHARD, H. D.; LUTHCKE, S. B.; FLEMING, A. H. Understanding ice-sheet mass balance: progress in satellite altimetry and gravimetry. **Journal of Glaciology**, 56, n. 200, 2010.

REICHLE, R. H. Data assimilation methods in the Earth sciences. **Advances in Water Resources**, v. 31, p. 1411-1418, 2008.

REICHLE, R. H.; MCLAUGHLIN, D. B.; ENTEKHABI, D. Hydrologic data assimilation with the ensemble Kalman filter. **Monthly Weather Review**, v. 130, p. 103–114, 2002.

RESS, W. G. Chapter 8: Ranging Systems. In: **Physical Principles of Remote Sensing**. Third. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013. p. 250-280.

SAMPSON, C. C.; SMITH, A. M.; BATES, P. D.; NEAL, J. C.; ALFIERI, L.; FREER, J. E. A high-resolution global flood hazard model. **Water Resources Research**, v. 51, p. 7358–7381, 2015.

SAMUELS, P. G. Backwater lengths in rivers. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, 87, n. 4, 1989. 571-582.

SCHÖNIGER, A.; NOWAK, W.; FRANSSSEN, H. J. H. Parameter estimation by ensemble Kalman filters with transformed data: Approach and application to hydraulic tomography. **Water Resources Research**, v. 48, p. W04502, 2012.

SCHWATKE, C.; DETTMERING, D.; BOSCH, W.; SEITZ, F. DAHITI – an innovative approach for estimating water level time series over inland waters using multi-mission satellite altimetry. **Hydrology and Earth System Sciences**, 19, 2015. 4345-4364.

SCHWATKE, C.; DETTMERING, D., BÖRGENS, E.; BOSCH, W. Potential of SARAL/AltiKa for Inland Water Applications. **Marine Geodesy**, 2015.

SEYLER, F.; CALMANT, S.; SILVA, J. S.; MOREIRA, D. M.; MERCIER, F.; SHUM, C.K. From TOPEX/Poseidon to Jason-2/OSTM in the Amazon basin. **Advances in Space Research**, 51, 2013. 1542-1550.

SHI, Y.; DAVIS, K. J.; ZHANG, F.; DUFFY, C. J.; YU, X. Parameter estimation of a physically based land surface hydrologic model using the ensemble Kalman filter: A synthetic experiment. **Water Resources Research**, v. 50, p. 706-724, 2014.

SILVA, J. S. Capítulo 3: Altimetria Espacial. In: **Altimetria Espacial aplicada aos estudos de processos hídricos em zonas úmidas da bacia Amazônica**. Rio de Janeiro: Doutorado COPPE/UFRJ - Université de Toulouse, 2010.

SILVA, J. S.; CALMANT, S.; SEYLER, F.; ROTUNNO FILHO, O. C.; COCHONNEAU, G.; MANSUR, W. J. Water levels in the Amazon basin derived from the ERS 2 and ENVISAT radar altimetry missions. **Remote Sensing of Environment**, 114, 2010. 2160-2181.

SIQUEIRA, V. A.; FLEISCHMANN, A.; JARDIM, P. F.; FAN, F. M.; COLLISCHONN, W. IPH-Hydro Tools: uma ferramenta open source para determinação de informações topológicas em bacias hidrográficas integrada a um ambiente SIG. **RBRH**, v. 21, n. 1, p. 274-287, 2016.

SMITH, P. J.; DANCE, S. L.; BAINES, M. J.; NICHOLS, N. K.; SCOTT, T. R. Variational data assimilation for parameter estimation: application to a simple morphodynamic model. **Ocean Dynamics**, v. 59, p. 697-708, 2009.

SORRIBAS, M. V.; PAIVA, R. C. D.; MELACK, J. M.; BRAVO, J. M.; JONES, C.; CARVALHO, L.; BEIGHLEY, E.; FORSBERG, B.; COSTA, M. H. Projections of climate change effects on discharge and inundation in the Amazon basin. **Climatic Change**, p. 1-16, 2016.

STEDINGER, J. R.; VOGEL, R. M.; LEE, S. U.; BATCHELDER, R. Appraisal of the generalized likelihood uncertainty estimation (GLUE) method. **Water Resources Research**, v. 44, p. W00B06, 2008.

SULISTIOADI, Y. B., 2013. **Satellite altimetry and hydrologic modeling of poorly-gauged tropical watershed**. Columbus(Ohio): Report No. 505 - The Ohio State University. 2013.

TODINI, E. Hydrological catchment modeling: past, present and future. **Hydrology and Earth System Sciences**, 11, n. 1, 2007. 468–482.

TODINI, E. History and perspectives of hydrological catchment modelling. **Hydrology Research**, 42, n. 2-3, 2011. 73-85.

TRIGG, M. A.; BIRCH, C. E.; NEAL, J. C.; BATES, P. D.; SMITH, A.; SAMPSON, C. C.; YAMAZAKI, D.; HIRABAYASHI, Y.; PAPPENBERGER, F.; DUTRA, E.; WARD, P. J.; WINSEMIUS, H. C.; SALAMON, P.; DOTTORI, F.; RUDARI, R.; KAPPES, M. S.; SIMPSON, A. L.; HADZILACOS, G.; FEWTRELL, T. J. The credibility challenge for global fluvial flood risk analysis. **Environmental Research Letters**, 11, 2016.

TROITSKAYA, Y. I.; RYBUSHKINA, G. V.; SOUSTOVA, I. A.; BALANDINA, G. N.; LEBEDEV, S. A.; KOSTYANOI, A. G.; PANYUTIN, A. A.; FILINA, L. V. Satellite Altimetry of Inland Water Bodies. **Water Resources**, 39, n. 2, 2012. 184-199.

TUCCI, C. E. M. **Modelos Hidrológicos**. Porto Alegre: UFRGS/Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 2005.

VRUGT, J. A.; DIKS, C. G. H.; GUPTA, H. V.; BOUTEN, W.; VERSTRATEN, J. M. Improved treatment of uncertainty in hydrologic modeling: Combining the strengths of global optimization and data assimilation. **Water Resources Research**, v. 41, p. W01017, 2005.

YAMAZAKI, D.; KANAE, S., KIM, H.; OKI, T. A physically based description of floodplain inundation dynamics in a global river routing model. **Water Resources Research**, 47, 2011.

YAMAZAKI, D.; O'LOUGHLIN, F.; TRIGG, M. A.; MILLER, Z. F.; PAVELSKY, T. M.; BATES, P. D. Development of the Global Width Database for Large Rivers. **Water Resources Research**, v. 50, p. 3467-3480, 2014.

YAMAZAKI, D.; ALMEIDA, G. A. M. D.; BATES, P. D. Improving computational efficiency in global river models by implementing the local inertial flow equation and a vector-base driver network map. **Water Resources Research**, 49, 2013. 7221–7235.

YAN, K.; BALDASSARRE, G. D.; SOLOMATINE, D. P.; SCHUMANN, G. J.-P. A review of low-cost space-borne data for flood modelling: topography, flood extent and water level. **Hydrological Processes**, v. 29, p. 3368–3387, 2015.

YOON, Y.; DURAND, M.; MERRY, C. J.; CLARK, E. A.; ANDREADIS, K. M.; ALSDORF, D. E. Estimating river bathymetry from data assimilation of synthetic SWOT measurements. **Journal of Hydrology**, v. 464-465, p. 363–375, 2012.

YOON, Y.; GARAMBOIS, P.-A.; PAIVA, R. C. D.; DURAN, M.; ROUX, H.; BEIGHLEY, E. Improved error estimates of a discharge algorithm for remotely sensed river measurements: Test cases on Sacramento and Garonne Rivers. **Water Resources Research**, 52, n. 1, 2016. 278–294.

ZWALLY, H. J.; SCHUTZ, B.; ABDALATI, W.; ABSHIRE, J.; BENTLEY, C.; BRENNER, A.; BUFTON, J.; DEZIO, J.; HANCOCK, D.; HARDING, D.; HERRING, T.; MINSTER, B.; QUINN, K.; PALM, S.; SPINHIRNE, J.; THOMAS, R. ICESat's laser measurements of polar ice, atmosphere, ocean, and land. **Journal of Geodynamics**, 34, 2002. 405-445.

9. APÊNDICE

As equações centrais do Filtro de Kalman utilizadas nesse trabalho foram alcançadas seguindo o princípio do BLUE (Best Linear Unbiased Estimator). As equações são resultantes da aplicação do operador *valor esperado* ($E[\]$) para reduzir ao máximo o erro das estimativas. Os valores a priori e posteriori do parâmetro a ser corrigido e os níveis d'água simulados e observados são:

$$\begin{aligned} X_f &= X + \varepsilon_{Xf} & X_a &= X + \varepsilon_{Xa} \\ Y_f &= Y + \varepsilon_{Yf} & Y_o &= Y + \varepsilon_o \end{aligned}$$

sendo ε o erro das estimativas; f o índice referente ao modelo; a o índice referente à análise; o índice da observação (a falta de índice indica o valor real).

Os erros são considerados conhecidos, assumindo que não são tendenciosos,

$$E[\varepsilon] = 0$$

-não existe dependência entre os erros das observações e modelo:

$$E[\varepsilon_o \varepsilon_{Yf}] = 0, \quad E[\varepsilon_o \varepsilon_{Xf}] = 0$$

- a variância σ^2 dos erros é conhecida:

$$E[\varepsilon_o^2] = \sigma_o^2, \quad E[\varepsilon_{Yf}^2] = \sigma_{Yf}^2, \quad E[\varepsilon_{Xf}^2] = \sigma_{Xf}^2$$

- e a covariância entre os erros do parâmetro X e dos níveis é conhecida:

$$E[\varepsilon_{Yf} \varepsilon_{Xf}] = \sigma_{Xf|Yf}$$

O estimador é não tendencioso se o valor esperado do seu erro é igual a zero, ou seja se $E[X_a - X] = 0$. A estimativa ótima é obtida quando a variância é mínima, ou seja, quando:

$$\frac{\partial}{\partial K} E[(X_a - X)^2] = 0$$

Considerando a correção proporcional a diferença entre os níveis observado (Y_o) e modelado (Y_f) e um ponderador K chamado de ganho de Kalman:

$$X_a = X_f + K(Y_o - Y_f)$$

Temos:

$$\frac{\partial}{\partial K} E[(X_a - X)^2] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial K} E[(X_f + K(Y_o - Y_f) - X)^2] = \frac{\partial}{\partial K} E[(X + \varepsilon_{Xf} + K(Y + \varepsilon_o - Y - \varepsilon_{Yf}) - X)^2] =$$

$$\frac{\partial}{\partial K} E[(\varepsilon_{Xf} + K(\varepsilon_o - \varepsilon_{Yf}))^2] = \frac{\partial}{\partial K} E[\varepsilon_{Xf}\varepsilon_{Xf} + 2\varepsilon_{Xf}K(\varepsilon_o - \varepsilon_{Yf}) + K^2(\varepsilon_o - \varepsilon_{Yf})^2] =$$

$$\frac{\partial}{\partial K} E[\varepsilon_{Xf}\varepsilon_{Xf} + 2K(\varepsilon_{Xf}\varepsilon_o - \varepsilon_{Xf}\varepsilon_{Yf}) + K^2(\varepsilon_o\varepsilon_o - 2\varepsilon_o\varepsilon_{Yf} + \varepsilon_f\varepsilon_{Yf})] =$$

$$\frac{\partial}{\partial K} (E[\varepsilon_{Xf}\varepsilon_{Xf}] + 2K(E[\varepsilon_{Xf}\varepsilon_o] - E[\varepsilon_{Xf}\varepsilon_{Yf}])) + K^2(E[\varepsilon_o\varepsilon_o] - 2E[\varepsilon_o\varepsilon_{Yf}] + E[\varepsilon_{Yf}\varepsilon_{Yf}]) =$$

$$\frac{\partial}{\partial K} (\sigma_{Xf}^2 - 2K\sigma_{Xf|Yf} + K^2(\sigma_o^2 + \sigma_{Yf}^2)) = -2\sigma_{Xf|Yf} + 2K(\sigma_o^2 + \sigma_{Yf}^2) = 0$$

$$K = \frac{\sigma_{Xf|Yf}}{\sigma_o^2 + \sigma_{Yf}^2}$$

Calcula-se então o novo erro do parâmetro que é atualizado a cada etapa de assimilação:

$$\sigma_{Xa}^2 = E[(X_a - X)^2] = \sigma_{Xf}^2 - 2K\sigma_{Xf|Yf} + K^2(\sigma_o^2 + \sigma_{Yf}^2) =$$

$$\sigma_{Xf}^2 - 2\frac{(\sigma_{Xf|Yf})^2}{\sigma_o^2 + \sigma_{Yf}^2} + \left(\frac{\sigma_{Xf|Yf}}{\sigma_o^2 + \sigma_{Yf}^2}\right)^2 (\sigma_o^2 + \sigma_{Yf}^2) = \sigma_{Xf}^2 - \frac{(\sigma_{Xf|Yf})^2}{\sigma_o^2 + \sigma_{Yf}^2} = \sigma_{Xf}^2 - K \sigma_{Xf|Yf}$$

$$\sigma_{Xa}^2 = \sigma_{Xf}^2 - K \sigma_{Xf|Yf}$$