

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA SOBRE RESFRIAMENTO
DE CORPOS ALETADOS GERADORES DE CALOR UTILIZANDO DESIGN
CONSTRUTAL

por

Felipe Lewgoy Dalpiaz

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Outubro de 2016

ESTUDO NUMÉRICO DA INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA SOBRE RESFRIAMENTO
DE CORPOS ALETADOS GERADORES DE CALOR UTILIZANDO DESIGN
CONSTRUTAL

por

Felipe Lewgoy Dalpiaz
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de:

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovado por:

Profa. Dra. Letícia Jenisch Rodrigues, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Nattan Roberto Caetano, UFSM

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 13 de Outubro de 2016.

“Não é o mais forte que sobrevive, nem o mais inteligente, mas o que melhor se adapta as mudanças.”

Charles Darwin

AGRADECIMENTOS

Inicialmente gostaria de agradecer a minha família por mais uma vez estar ao meu lado nessa jornada e permitir que mesmo diante das dificuldades conseguisse vencer mais essa etapa da minha vida.

Ao meu amor Liana por me incentivar, orientar e me ajudar em diversas etapas desse projeto. Foste indispensável nessa conquista. Te amo!

Ao meu orientador pela paciência, ajuda constante e amizade. És um profissional incrível, mas acima de tudo, um ser humano admirável. Obrigado Rocha!

Aos colegas do mestrado pela ajuda e auxílio ao longo do trabalho. Muito obrigado!

Por fim, ao PROMEC e a UFRGS pela bolsa concedida no primeiro ano do mestrado. Obrigado pelo incentivo e pela estrutura fornecida para a execução deste trabalho.

RESUMO

A presente dissertação desenvolve um estudo numérico em duas direções espaciais com o objetivo de encontrar a configuração de geometrias acopladas a aletas de alta condutividade térmica em forma de “T” que resultam na menor resistência ao fluxo de calor utilizando o método Design Construtal. Como restrição as áreas de ambos os componentes, o corpo sólido onde há geração de calor e a aleta, são mantidas constantes. A equação diferencial da difusão do calor bidimensional, em regime permanente e propriedades constantes, com as condições de contorno, foram solucionadas pelo método dos elementos finitos utilizando o programa MATLAB ®, mais precisamente a ferramenta PDETOOL, *Partial Differential Equations Tool*. Em outras palavras, minimizar a resistência térmica ao fluxo de calor gerado para uma melhora na refrigeração, variando somente os comprimentos e larguras que formam o sólido de baixa condutividade térmica e a aleta composta por material de alta condutividade térmica. Para cada geometria proposta foram avaliadas todas as possibilidades geométricas dentro do domínio estabelecido. Três geometrias foram propostas para os sólidos geradores de calor: retangular, trapezoidal e semicircular, todas acopladas com a aleta na forma de T. Além dos graus de liberdade, também foram avaliados o efeito dos seguintes parâmetros adimensionais: \tilde{k}_p (condutividade térmica da aleta), ϕ (fração de área), ψ (fração de área auxiliar) e λ ($hA^{1/2}/k_p$). O melhor design encontrado é aquele que distribui melhor as imperfeições, ou seja, a geometria que distribui melhor os pontos de temperatura máxima. Os resultados reforçam, ainda, o entendimento de que sistemas multicomponentes devem ser estudados globalmente e não cada componente individualmente. Para a geometria retangular houve uma melhora de 66% no desempenho quando comparados os desempenhos da primeira para a última otimização. O melhor desempenho obtido para a geometria trapezoidal superou em aproximadamente 3,5% o desempenho da geometria retangular. Por fim a geometria semicircular atingiu o melhor desempenho entre as geometrias estudadas, superando em 40% o resultado atingido pela geometria trapezoidal.

Palavras-chave: Otimização Geométrica; Resfriamento; Transferência de Calor; Material de Alta Condutividade Térmica; Teoria Construtal.

ABSTRACT

This work used the method Construtal Design to develop a numerical study trying to find out the best configuration of geometries coupled to T-shaped materials of high thermal conductivity to improve the heat transfer between the heat generating body, which is a low heat conductor, and the environment. As a restriction, both areas are kept constant. The differential equations of heat diffusion, steady state and constant properties, and their boundary conditions were solved numerically using the MATLAB ® software, specifically the PDETOOL tool. The objective of this work is to improve the flux of heat through the T-shaped materials of high thermal conductivity, in other words, minimize the thermal resistance to improve the refrigeration, changing only the values of the lengths and widths that setup the solid of low thermal conductivity and the T-shaped materials of high thermal conductivity. All geometric possibilities were evaluated, respecting the domain. The optimal geometry was that which resulted in lower thermal resistance. Three geometries have been proposed for solid heat generators: rectangular, trapezoidal and semicircular. All coupled with the T-shaped materials of high thermal conductivity. Besides the degrees of freedom were also evaluated the effect of the following dimensionless parameters: \tilde{k}_p (thermal conductivity), ϕ (area fraction), ψ (auxiliary area fraction) and $(hA^{1/2}/k_p)$. The best design found is that better distributes the imperfections, in other words, it is the geometry that better distributes the points of maximum temperature. The results reinforce also the understanding that multicomponent systems should be studied globally rather than each component individually. For the rectangular geometry there was an improvement of 66% in performance when comparing the performances of the first to the last optimization. The best performance obtained for the trapezoidal geometry exceeded by approximately 3.5% performance of the rectangular geometry. Finally the semicircular geometry achieved the best performance among the studied geometry, exceeding by 40% the result achieved by the trapezoidal geometry.

Keywords: Construtal Design; Geometric Optimization; Cooling; Heat Transfer; High Thermal Conductivity Material.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos.....	2
1.2.1	Objetivos Gerais	2
1.2.2	Objetivos Específicos	2
1.3	Organização do Trabalho.....	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1	Conceitos e Definições sobre a Teoria Construtal.....	4
2.2	Aplicações da Teoria Construtal Design em Diversas Áreas	7
2.3	Aplicações da Teoria Construtal Design em Problemas de Resfriamento	9
3	MODELO MATEMÁTICO	11
3.1	Base Retangular	11
3.2	Base Trapezoidal	14
3.3	Base Semicircular	16
3.4	Design Construtal	17
4	MÉTODO NUMÉRICO	19
4.1	Base Trapezoidal	19
4.1.1	Independência de Malha.....	19
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	22
5.1	Base Retangular	22
5.2	Base Trapezoidal	34
5.3	Base Semicircular	47
5.4	Comparativo entre os melhores resultados de cada geometria	59
6	CONCLUSÃO	65
7	PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	67
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68
	APENDICE A	72
	APENDICE B	75

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Teoria Construtal vai contra a ideia do surgimento por meio do empirismo	5
Figura 3.1	Representação de corpo retangular gerador de calor acoplado a uma aleta de material de alta condutividade térmica na forma de “T” imersa em um fluido onde há transferência de calor por convecção.	11
Figura 3.2	Representação de corpo trapezoidal gerador de calor acoplado a uma aleta de material de alta condutividade térmica na forma de “T” imersa em um fluido onde há transferência de calor por convecção.....	15
Figura 3.3	Representação de corpo semicircular gerador de calor acoplado a uma aleta de material de alta condutividade térmica na forma de “T” imersa em um fluido onde há transferência de calor por convecção.....	16
Figura 5.1	Efeito do grau de liberdade H/L no excesso máximo de temperatura, θ_{max} , para cada variação de L_1/L_0	23
Figura 5.2	Excesso de temperatura máxima mínima $(\theta_{max})_m$ e a correspondente ótima razão $(H/L)_o$ em função da razão L_1/L_0	24
Figura 5.3	Geometrias ótimas obtidas na Figura 5.2.....	25
Figura 5.4	Efeito do grau de liberdade t_1/t_0 em $(\theta_{max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{2o}$ e $(L_1/L_0)_o$	25
Figura 5.5	Geometria ótima obtida na Figura 5.4.....	26
Figura 5.6	Efeito do parâmetro k_p em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$	27
Figura 5.7	Geometrias para alguns valores de k_p	28
Figura 5.8	Efeito do parâmetro ϕ em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$	29
Figura 5.9	Geometrias para alguns valores de ϕ	30
Figura 5.10	Efeito do parâmetro λ em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$	31
Figura 5.11	Geometrias para alguns valores de λ	32
Figura 5.12	Efeito do parâmetro ψ em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$	33

Figura 5.13	Geometrias para alguns valores de ψ	34
Figura 5.14	Efeito do grau de liberdade H/L no excesso máximo de temperatura, θ_{\max} , para cada variação de L_2/L	35
Figura 5.15	Excesso de temperatura máxima mínima $(\theta_{\max})_m$ e a correspondente ótima razão $(H/L)_o$ em função da razão L_2/L	35
Figura 5.16	Geometrias ótimas obtidas na Figura 5.14.....	36
Figura 5.17	Efeito do grau de liberdade L_1/L_0 em $(\theta_{\max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{2o}$ e $(L_2/L)_o$	37
Figura 5.18	Geometrias ótimas obtidas na Figura 5.17.....	38
Figura 5.19	Efeito do grau de liberdade t_1/t_0 em $(\theta_{\max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_2/L)_{2o}$ e $(L_1/L_0)_o$	39
Figura 5.20	Geometria ótima obtida na Figura 5.19.....	40
Figura 5.21	Efeito do parâmetro k_p em $(\theta_{\max})_{4m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{4o}$, $(L_2/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$	40
Figura 5.22	Geometrias para alguns valores de k_p	41
Figura 5.23	Efeito do parâmetro ϕ em $(\theta_{\max})_{4m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{4o}$, $(L_2/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$	42
Figura 5.24	Geometrias para alguns valores de ϕ	43
Figura 5.25	Efeito do parâmetro λ em $(\theta_{\max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{4o}$, $(L_2/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$	44
Figura 5.26	Geometrias para alguns valores de λ	45
Figura 5.27	Efeito do parâmetro ψ em $(\theta_{\max})_{4m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{4o}$, $(L_2/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$	46
Figura 5.28	Geometrias para alguns valores de ψ	47
Figura 5.29	Efeito do grau de liberdade L_1/L_0 no excesso máximo de temperatura, θ_{\max} , para cada variação de t_1/t_0	48
Figura 5.30	Excesso de temperatura máxima mínima $(\theta_{\max})_m$ e a correspondente ótima razão $(L_1/L_0)_o$ em função da razão t_1/t_0	49
Figura 5.31	Geometrias ótimas obtidas na Figura 5.30.....	50

Figura 5.32	Efeito do parâmetro k_p em $(\theta_{\max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(L_1/L_0)_{20}$ e $(t_1/t_0)_0$	51
Figura 5.33	Geometrias para alguns valores de k_p	52
Figura 5.34	Efeito do parâmetro ϕ em $(\theta_{\max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(L_1/L_0)_{20}$ e $(t_1/t_0)_0$	53
Figura 5.35	Geometrias para alguns valores de ϕ	54
Figura 5.36	Efeito do parâmetro λ em $(\theta_{\max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(L_1/L_0)_{20}$ e $(t_1/t_0)_0$	55
Figura 5.37	Geometrias para alguns valores de λ	56
Figura 5.38	Efeito do parâmetro ψ em $(\theta_{\max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(L_1/L_0)_{20}$ e $(t_1/t_0)_0$	57
Figura 5.39	Geometrias para alguns valores de ψ	58
Figura 5.40	Efeito do parâmetro k_p sobre θ_{\max} em cada geometria.....	59
Figura 5.41	Efeito do parâmetro ϕ sobre θ_{\max} em cada geometria.....	60
Figura 5.42	Efeito do parâmetro ψ sobre θ_{\max} em cada geometria.....	61
Figura 5.43	Efeito do parâmetro λ sobre θ_{\max} em cada geometria.....	62
Figura 5.44	Efeito do parâmetro λ sobre o grau de liberdade L_1/L_0 em cada geometria	63
Figura 5.45	Efeito do parâmetro λ sobre o grau de liberdade t_1/t_0 em cada geometria.....	64

LISTA DE TABELA

Tabela 4.1	Resultados dos testes numéricos até a obtenção da independência de malha para o critério adotado ($\phi = 0.3$, $k_f = 200$, $\psi = 1$, $\lambda = 0.5$, $t_1/t_0 = 0.5$, $L_1/L_0 = 1$, $H/L = 1$).....	20
Tabela 4.2	Exemplo numérico de otimização de geometria com aleta em forma de T. ($\phi_1 = 0.086$, $a = 0.185$).....	20
Tabela 4.3	Comparação entre os resultados produzidos neste trabalho e aqueles calculados por Bejan, 2000, para os valores of $\tilde{k} = 1$ e $H/L = 0.007$	21

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

PROMECC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
PDETOOL	<i>Partial Differential Equations Tool</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

A_b	Área da base [m^2]
A_p	Área da aleta [m^2]
h	Coefficiente de transferência de calor [$W m^{-2} K^{-1}$]
H	Altura da base [m]
k_b	Condutividade térmica da base [$W m^{-1} K^{-1}$]
k_p	Condutividade térmica da aleta [$W m^{-1} K^{-1}$]
L	Largura da base [m]
L_0	Altura da alma da aleta [m]
L_1	Metade da largura do topo da aleta [m]
L_2	Largura da parte superior da base [m]
q'''	Taxa de geração volumétrica de calor [$W m^{-3}$]
t_0	Largura da alma da aleta [m]
t_1	Altura do topo da aleta [m]
T	temperatura [K]
T_∞	Temperatura global [K]
W	Profundidade [m]
x, y	Coordenadas espaciais [m]
R	Raio da base [m]

Símbolos Gregos

ϕ	Fracção de área
θ	Temperatura adimensional
λ	Parâmetro adimensional $\lambda = (hA^{1/2}/k_p)$
ψ	Fracção de área auxiliar

Subscritos

b	Base
aux	Auxiliar
m	Uma vez minimizado

- 2m Duas vezes minimizado
- 3m Três vezes minimizado
- 4m Quatro vezes minimizado
- max Máximo
- o Uma vez otimizado
- 2o Duas vezes otimizado
- 3o Três vezes otimizado
- 4o Quatro vezes otimizado

Sobrescritos

- (~) Variáveis adimensionais

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Aletas e superfícies estendidas são usadas em diversos campos da indústria, como nos componentes eletrônicos, compressores, radiadores, aquecedores, ou transformadores, com o objetivo de aumentar a taxa de transferência de calor entre os corpos geradores e o ambiente.

A rápida evolução da tecnologia, especialmente na área digital, com a obtenção de máquinas cada vez mais compactas, acelerou a busca por métodos mais eficazes para transferência de calor. O tradicional método de resfriamento por convecção forçada deixou de cumprir o seu papel de forma satisfatória devido à diminuição das superfícies trocadoras de calor, incentivando a comunidade científica a buscar novos sistemas com eficiências que permitam a continuidade da evolução tecnológica.

Os estudos de tecnologias avançadas sobre transferência de calor não são somente utilizados nos campos de engenharias tradicionais como a conhecida mecânica, elétrica e química, mas também para as áreas mais modernas como a mecatrônica, biomecânica e espacial. Além disso, os problemas de transferência de calor com condições convencionais para aqueles setores aparecem atualmente como problemas com condições extremas, alta densidade de fluxo de calor em micro e nano-escala, micro gravidade, entre outras.

Os equipamentos eletrônicos estão cada vez mais solicitados e trabalhando em condições severas, em contrapartida, estão cada vez mais compactos. Essa miniaturização, juntamente com processadores cada vez mais rápidos, como computadores, chegando a processar dados em GHz, exige uma forma rápida e precisa no resfriamento dos componentes eletrônicos, pois a má refrigeração prejudica o desempenho dos mesmos, podendo ocasionar falhas ou até danificar os circuitos por superaquecimento.

O estudo de novas formas de resfriamento de dispositivos eletrônicos surge como peça indispensável para o desenvolvimento tecnológico destes microcomponentes de alto desempenho, pois além de ser uma condição necessária para o bom funcionamento, é uma forma de garantir a segurança das máquinas.

A utilização de aletas de materiais de alta condutividade térmica nestes componentes geradores de calor aparece como uma solução viável para solucionar este problema, e a

utilização de programas de simulação auxilia neste campo de pesquisa para a determinação da forma ideal de aplicação deste método.

Na presente dissertação mostra-se que não basta obter as melhores configurações para a aleta isoladamente. As melhores configurações emergem quando o corpo a ser resfriado e a aleta são estudados simultaneamente, isto é, a forma geométrica do corpo a ser estudado tem um efeito significativo na forma ótima da aleta, dependendo das condições térmicas e geométricas a que o sistema envolvendo os dois componentes está submetido. Nesse sentido, avaliaremos o desempenho global de três geometrias geradoras de calor que são resfriadas por meio de uma aleta em forma de T. As geometrias dos corpos geradores de calor e das aletas na forma de T serão avaliadas conjuntamente. As geometrias dos corpos geradores de calor em questão são: retangular, trapezoidal e semicircular.

Após a análise individual do comportamento de cada uma das configurações descritas, os resultados obtidos serão comparados com o intuito de averiguarmos qual delas apresenta a menor resistência térmica adimensional.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

Encontrar as configurações que facilitam o fluxo de calor entre os sistemas propostos e o ambiente.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Apresentar modelos numéricos para cálculo da distribuição de temperaturas para os sistemas propostos;
- Verificar os modelos numéricos;
- Simular numericamente diversas configurações geométricas para cada sistema apresentado;
- Selecionar as configurações que facilitem o fluxo de calor, isto é, minimizem a resistência térmica adimensional;
- Avaliar a influência dos graus de liberdade e dos parâmetros que governam o problema no desempenho do sistema;
- Comparar os resultados entre os três sistemas estudados.

1.3 Organização do Trabalho

O trabalho foi estruturado em sete capítulos, os quais são divididos conforme descrição a seguir.

O capítulo 1 é a introdução e é dividido em três partes. Inicialmente apresenta-se a motivação para o estudo, mostrando-se a importância do estudo destes sistemas de condução de calor em engenharia. A segunda parte deste capítulo apresenta os objetivos do presente trabalho e por fim a estrutura adotada para desenvolvê-lo.

O capítulo 2 é a revisão bibliográfica e tem a finalidade de apresentar trabalhos realizados por outros autores dentro deste assunto. Esta etapa é dividida em três partes. Primeiramente apresentam-se conceitos básicos da Teoria Construtal. Na sequência são mostrados trabalhos utilizando-se a mesma teoria em diversas áreas. Na parte final do capítulo são descritos alguns trabalhos desenvolvidos na mesma linha deste, objetivando o resfriamento de corpos geradores de calor.

O capítulo 3 é o modelo matemático. Nesta etapa são apresentadas as equações que regem o problema e suas condições de contorno. Como são estudadas três geometrias distintas, primeiramente apresenta-se a descrição completa para uma geometria. Posteriormente, apresentam-se as alterações necessárias para o estudo das demais geometrias estudadas.

No capítulo 4 é abordado o método numérico utilizado. Nesta etapa é apresentada a resolução numérica do modelo matemático informando o programa utilizado. Neste capítulo também são apresentadas a validação e o teste de independência de malha.

No capítulo 5 são apresentados os principais resultados obtidos nas etapas de estudo de desempenho para cada geometria estudada. Estes resultados são analisados minuciosamente.

O capítulo 6 apresenta as conclusões atingidas após a finalização deste trabalho.

No capítulo 7 são apresentadas propostas de continuidade para o trabalho desenvolvido.

Por fim as referências bibliográficas utilizadas na elaboração deste estudo e os códigos em MatLab ® para cada geometria são apresentados nos Apêndices A e B.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Conceitos e Definições sobre a Teoria Construtal

A suspeita de que as formas dos sistemas onde existe escoamento que abundam na natureza não são aleatórias, isto é, podem ser determinadas, levaram à emergência da Teoria Construtal. O comportamento observado em sistemas como o vascular e respiratório humano, o tráfego nas vias de uma cidade, o leito de um rio, o formato de uma descarga elétrica (raio), entre outros, tem design com uma estrutura comum, sendo um fenômeno físico e previsível. Esta teoria é baseada na lei Construtal: “para que um sistema de volume fixo onde existe escoamento possa persistir no tempo (viver) a sua configuração deve evoluir de tal modo que proporcione maior e maior acesso para as correntes que fluem através dele” [Bejan, 1996]. Este princípio está presente em diversas áreas podendo ser aplicado na biofísica, geofísica e sistemas naturais nos quais as geometrias modificam-se a fim de alcançar a menor resistência global para suas correntes. Uma análise detalhada no design das estruturas formadas pelos escoamentos ocorridos na natureza mostra a semelhança entre estas formas. Isto não ocorre por acaso, mas sim pela tendência de escoar no sentido de menor resistência, ou seja, onde há maior facilidade para o fluxo [Bejan, 2000; Bejan et al., 2009].

Segundo Bejan, 2008, o pensamento Construtal vai contra a ideia de que as configurações dos sistemas onde há escoamento surgem a partir da chance e oportunidade, de forma empírica [Bejan, 2008]. Como é mostrado na Figura 2.1, diferentemente do biomimetismo, primeiro aparece a lei Construtal e com isso, teoricamente, o design é deduzido. Com o surgimento da configuração teórica, pode-se comparar com a geometria anteriormente vista na natureza e validar a lei Construtal [Bejan, 2000].

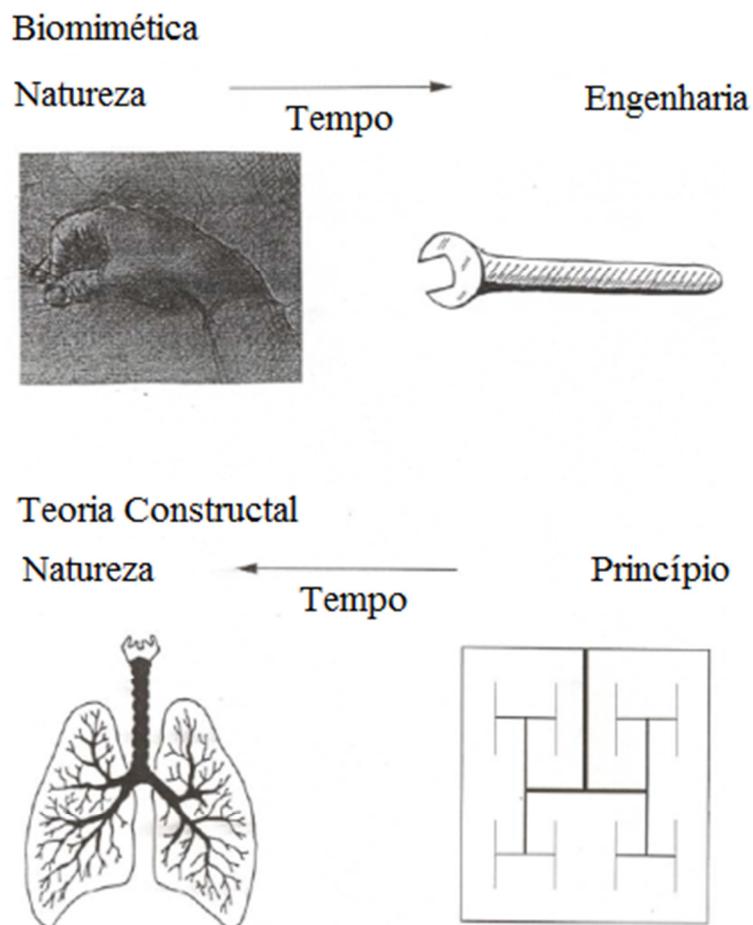


Figura 2.1. Teoria Constructal vai contra a ideia do surgimento das configurações geométricas por meio do empirismo [Bejan, 2000] [Bejan, 2008].

Este princípio é percebido ao observar o caminho percorrido pelos rios até alcançarem o oceano, o sangue ao escoar pelas veias até alcançar o coração e depois ao retornar para as artérias e, também, no deslocamento das pessoas buscando o caminho com menor resistência ao escoamento, dependendo assim a menor energia [Pepe, 2008].

Os sistemas que evoluem no tempo são sistemas que escoam e sofrem alterações à medida que se movem. Enquanto há movimento há vida. Esses escoamentos avançam por caminhos onde existe resistência e estas são evitadas na forma de se facilitar o fluxo, minimizando as resistências. Este processo ocorre naturalmente e visto no tempo gera o design mais adequado para que o escoamento sofra a menor resistência. Este processo não ocorre de maneira isolada. As muitas variáveis envolvidas se transformam de forma simultânea sempre no sentido natural de percorrer o caminho mais fácil. [Bejan, 2016]

A lei Construtal mostra uma nova maneira de ver como formas e estruturas complexas que encontramos ao nosso redor evoluem e se aperfeiçoam com o passar do tempo. A observação do design dos sistemas naturais deve ser a chave para a criação de novos projetos e readequação de projetos existentes, uma vez que estes sistemas naturais refletem em seus designs o processo de evolução de muitos anos [Bejan, 2016].

A Teoria Construtal é fundamentada em um princípio de configuração, geração e evolução no tempo na direção do maior acesso de fluxo global em sistemas que podem variar livremente a sua geometria [Bejan, 2000; Bejan et al., 2008]. Segundo Bejan e Lorente, o método Design Construtal é o método baseado na lei Construtal que é empregado na obtenção das configurações que melhoram o desempenho dos sistemas de fluxo através de uma distribuição ótima das imperfeições ou irreversibilidades nos projetos de engenharia [Bejan e Lorente, 2004].

Exemplos de configurações para os sistemas de fluxo que distribuem as irreversibilidades naturais são encontrados na natureza, como o atrito e a transferência de calor entre dois corpos com temperaturas finitas. Além disso, podem-se observar as alterações no design dos leitos de rios, para que a água escoe com mais facilidade, e as bifurcações de vasos sanguíneos no sistema circulatório, com o objetivo de otimizar o fluxo de sangue, promovendo uma melhor oxigenação dos tecidos. O mesmo pode ser visto no sistema respiratório, com a diferença que o fluxo escoando é o ar, o qual é inspirado pelas vias aéreas superiores e segue por meio dos canais condutores de ar como a traqueia, brônquios, bronquíolos e alvéolos pulmonares, os quais constituem o trato respiratório inferior, permitindo as trocas gasosas. Estes são alguns dos muitos exemplos que ocorrem na natureza. Somente a evolução do corpo humano já nos exhibe um quadro gigantesco de exemplos que poderíamos observar, assim como aplicações em áreas de engenharia, ou mesmo organização social ou outra aplicação.

Em suma, a Teoria Construtal explica a geração de designs em sistemas termodinâmicos finitos que não estão em equilíbrio, ou seja, em sistemas onde há movimento e que têm liberdade para mudar a sua geometria que irá evoluir de forma a facilitar as correntes que fluem através dele.

2.2 Aplicações da Teoria Construtal Design em Diversas Áreas

A Teoria Construtal tem sido aplicada em diversas áreas. Por exemplo, Torabi et al, 2013 estudaram o desempenho de aletas longitudinais radiativas convectivas, utilizando os perfis retangular, trapezoidal e parabólicos côncavos, variando simultaneamente a condutividade térmica, o coeficiente de transferência de calor e a emissividade da superfície com a temperatura.

Hazarika et al., 2015, estabeleceram um método analítico para a previsão do desempenho de uma aleta em forma de T totalmente molhada sob condições de desumidificação de acordo com a Teoria Construtal.

A teoria Design Construtal surgiu como a filosofia de design evolucionário para o desenvolvimento de arquiteturas que oferecem maior acesso ao fluxo e melhorem o desempenho dos sistemas. A abordagem é resumida pela lei Construtal: "Para um sistema de tamanho finito persistir no tempo (manter-se vivo), deve evoluir de tal forma que ele forneça um acesso mais fácil às correntes impostas (globais) que fluem através dele" [Bejan, 1997].

A lei Construtal é a lei da física que explica a tendência natural de todos os sistemas de fluxo (animados e inanimados) para se transformar em configurações que oferecem progressivamente maior acesso ao fluxo ao longo do tempo [Bejan e Lorente, 2008].

As características vistas nas árvores e florestas são base da Teoria Construtal, a qual mostra a importância do design para facilitar o acesso ao fluxo, surgindo assim a expressão design na natureza [Bejan et al., 2008].

Miguel, 2006, estudou o design dos corais, colônias de bactérias e raízes de plantas. A ideia era descobrir se estas espécies adquirem formas por acaso ou seguem um padrão para facilitar sua atividade. Estes seguem um padrão de acordo com as condições hidrodinâmicas que são submetidos, visando minimizar o tempo necessário para a absorção de nutrientes e corroborando a teoria Construtal.

Quéré, S, 2010, relacionou a forma das placas tectônicas ao fluxo. A configuração das placas tectônicas está mudando lentamente para manter a dinâmica do fluxo do manto da Terra.

Bejan e Lorente, 2006, reforçam que a geração de configuração de fluxo é um fenômeno físico que pode ser baseado em um princípio da física (lei Construtal), podendo ser aplicada as mais variadas áreas. Além das diversas aplicações em ciências naturais e engenharia: bacias hidrográficas, turbulência, design animal (alometria, vascularização,

locomoção), fissuras em sólidos, solidificação, impacto de gotas, etc., pode-se aplicar a Teoria Construtal nas ciências sociais.

Bejan et al., 2000, estendem o estudo da Teoria Construtal para a economia. Neste caso o fluxo em questão são mercadorias que fluem de um ponto para uma área, buscando minimizar custos. É possível prever o padrão das rotas.

Bejan et al., 2000, relacionam a forma e estrutura dos sistemas de fluxo naturais da teoria Construtal que ligam um ponto a uma área finita ou volume a economia. Utilizando o método da minimização de custos no transporte de mercadorias é possível prever o padrão das rotas que cobrem a área em questão. Além disto, existe a maximização da receita em transações entre um ponto e uma área, onde o importante não é somente o padrão da rota, mas também o tamanho da menor área intersticial, a qual pode ser refinada até atingir o desempenho ideal.

Azad e Amidpour, 2011, empregaram a Teoria Construtal para projetar trocadores de calor a partir do design. Visaram otimizar a troca de calor do casco e do tubo do trocador de calor a partir da redução de custo e mostraram que há ganhos significativos, tanto no custo operacional, quanto custo de capital aplicado, assim como os custos são reduzidos, a partir da aplicação do algoritmo genérico utilizado para minimizar a função objetivo.

Bejan, 2007, aplicou a Teoria Construtal à educação para mostrar que a hierarquia das universidades é rígida e o fluxo vem naturalmente da ciência, notícias e informações. Para isso utilizou-se dos rankings das melhores universidades de engenharia e das universidades com maior número de autores citados e mostrou que esses se assemelhavam. O mesmo ocorreu com o estudo feito nas escolas, o que gerou um gráfico praticamente formado por uma linha reta. O gráfico coincide com a distribuição do tamanho das cidades comparado com as cidades da antiga Europa. Em suma, esses sistemas todos possuem uma hierarquia (poucos grandes e muitos pequenos) e uma direção para o escoamento (dos que têm conhecimento para os que não têm).

Bejan, 2009, verifica que o padrão de admissão para a Academia Nacional de Engenharia está ao contrário do padrão de geração de ciência apresentado por Bejan, 2007, através da Teoria Construtal. A partir de dois rankings, autores mais citados em engenharia e os membros da Academia Nacional de Engenharia, verifica que apenas 2,7% dos membros da academia são altamente citados. Ao contrário do resultado apresentado por Bejan, 2007, o número de membros da academia comparado com a classificação de suas universidades não

coincidem, ou seja, não é um fluxo natural (na verdade, outros fatores como rede de contatos, acabam influenciando na escolha).

Bejan, 2015, descreve porque a lei Construtal é uma lei da termodinâmica, complementando os outros princípios da termodinâmica. A Primeira lei da Termodinâmica refere-se ao balanço energético, enquanto a Segunda lei da Termodinâmica está ligada à irreversibilidade ou geração de entropia que nos impede de extrair toda a energia possível como o trabalho de várias fontes. É importante ressaltar que a primeira e segunda lei da termodinâmica não dizem nada sobre as possíveis configurações internas: termodinâmica clássica não está preocupada com sistemas de fluxo que se encontram fora do equilíbrio. A sequência temporal de desenhos em direção a configurações que facilitem o escoamento é o fenômeno abrangido pela lei Construtal.

Lee, J. et al., 2013, mostrou como minimizar a queda de pressão global de uma rede de canais do tipo pente com todas as funcionalidades de auto-refrigeração e aplicação do conceito da Teoria Construtal. Um canal de espessura conhecida distribui o fluido para muitos canais finos que lhe são perpendiculares. O escoamento em toda a rede é assumido a ser totalmente desenvolvido com fluxo laminar e com perdas locais desprezíveis. São investigados os graus de liberdade da rede de canais de fluido, e determinadas as proporções internas e externas ideais da arquitetura de fluxo tal que a queda de pressão total seja mínima.

2.3 Aplicações da Teoria Design Construtal em Problemas de Resfriamento

A Teoria Construtal também tem sido aplicada ao resfriamento de sistemas térmicos. Bello-Ochende et al., 2007, utilizou o método dos volumes finitos para simular a otimização da geometria tridimensional de um dissipador de calor de micro canais. A melhor geometria é aquela que minimiza os picos de calor a partir das paredes do dissipador para o fluido refrigerante. A simulação foi realizada em uma célula com volume variando entre 0,1 e 0,9 mm³ e com queda de pressão entre 10 e 75 kPa e o comprimento axial do dissipador medindo 10 mm. Os resultados numéricos mostraram que os graus de liberdade tem forte efeito sobre os picos de temperatura e a condutância térmica máxima.

Bello-Ochende et al, 2009, relataram um aumento na densidade de taxa de transferência de calor a partir de enrugamento na entrada dos dutos por onde entram o fluxo

laminar. A partir do enrugamento em duas posições surgem dois graus de liberdade e o fluxo isotérmico da entrada é melhor aproveitado, aumentando a transferência de calor.

Olakoyejo et al., 2012, apresentaram uma otimização geométrica tridimensional de canais de arrefecimento em convecção forçada de um material vascularizado com a propriedade de auto-refrigeração localizada, submetido a um fluxo de calor. Uma configuração quadrada foi estudada com diferentes porosidades. A configuração geométrica foi otimizada de tal forma que o pico de temperatura foi minimizado em cada ponto no corpo sólido. A otimização foi sujeita à restrição de um volume global fixo de material sólido, mas o volume elementar foi autorizado a se transformar. O material sólido foi sujeito a um fluxo de calor de um lado e o fluido de arrefecimento forçado através dos canais a partir da direção oposta, com uma diferença de pressão especificada. A estrutura tinha três graus de liberdade como variáveis de projeto: o volume elementar, o diâmetro hidráulico do canal e o espaçamento de canal a canal. Os resultados obtidos mostram que, à medida que a diferença de pressão aumenta, a resistência térmica diminui. Os resultados também mostram o comportamento da diferença de pressão aplicada na geometria otimizada.

Olakoyejo et al., 2012, apresentaram, ainda, uma otimização geométrica dos canais de refrigeração conjugados em convecção forçada com geração de calor interno. Duas configurações foram estudadas: canais circulares e canais quadrados. As configurações foram otimizadas de tal forma que as temperaturas de pico foram minimizadas, estando sujeito à restrição do volume total global fixo. O fluido foi forçado a passar através dos canais de arrefecimento por diferença de pressão entre os canais. A estrutura tem um grau de liberdade, o diâmetro hidráulico do canal, e, uma vez que o diâmetro hidráulico do canal ideal é encontrado, o volume elementar ótimo e o espaçamento entre os canais também são encontrados. Um algoritmo de otimização baseado em gradiente é aplicado, a fim de procurar as melhores configurações geométricas exaustivamente que aperfeiçoam o desempenho térmico, minimizando a resistência térmica para uma ampla gama de diferença de pressão sem dimensão. Os resultados obtidos mostram o comportamento da diferença de pressão aplicada na geometria otimizada.

Trabalho importante, que foi inspiração para este trabalho, foi o apresentado por Bejan e Almgogbel, 2000. Os autores mostraram como o design ótimo de uma aleta em T podia ser obtido aplicando a Teoria Construtal, quando a aleta estava submetida a uma taxa de transferência de calor constante a partir de sua base.

3 MODELO MATEMÁTICO

3.1 Base Retangular

A primeira configuração a ser analisada neste trabalho é apresentada abaixo, conforme mostrada na Figura 3.1.

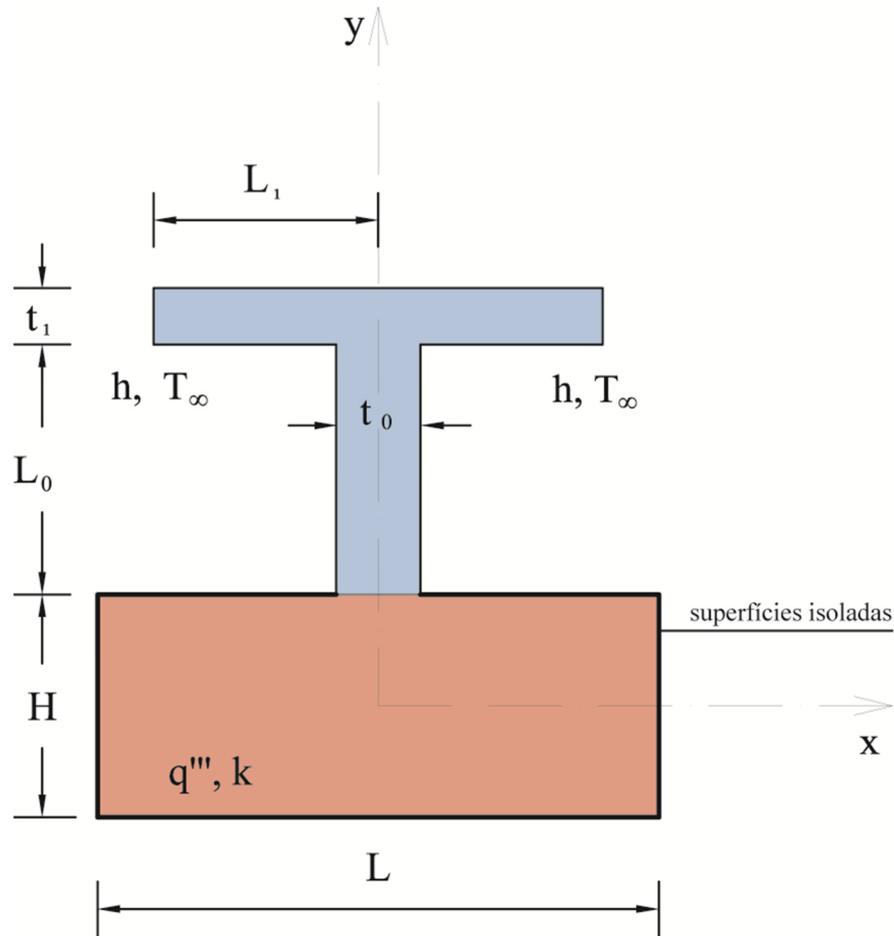


Figura 3.1 - Representação de corpo retangular gerador de calor acoplado a uma aleta de material de alta condutividade térmica na forma de “T” imersa em um fluido onde há transferência de calor por convecção.

A condutividade térmica do corpo gerador de calor, k , é baixa e a área, A [m^2], definida pelo produto entre o comprimento, L [m], e a altura, H [m], é fixa. Acoplado a esta área há uma aleta constituída de material de alta condutividade térmica, k_p , na forma de T, que está imersa em um fluido à temperatura infinita, T_∞ , e com um coeficiente de transferência de calor, h [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}$]. A área total da aleta em T, A_p [m^2], também é fixa e composta pela soma

da área da sua haste, definida pelo produto dos comprimentos L_0 [m] e t_0 [m], e da área da sua aba, definida pelo produto do comprimento L_1 [m] e t_1 [m] (multiplicado por 2). Para este estudo foram definidos os graus de liberdade a seguir: H/L , L_1/L_0 , t_1/t_0 .

Para simplificar o estudo, a geometria é assumida bidimensional, com a hipótese da dimensão perpendicular ao plano x-y ser suficientemente longa em comparação com as outras duas dimensões. A geração de calor na região de baixa condutividade térmica k é uniforme à taxa de geração de calor volumétrica q''' [W/m³]. As superfícies exteriores do corpo gerador de calor são perfeitamente isoladas. A função objetivo é máxima diferença de temperatura adimensional, $(T_{\max} - T_{\infty})/(q'''A/k)$, que também é proporcional à resistência térmica. O objetivo é determinar a configuração que forneça a menor resistência ao fluxo de calor, isto é, que minimize a função objetivo. As condutividades térmicas de ambos os materiais são uniformes ao longo da placa e a geração de calor uniforme é conhecida. A seguir, têm-se as três restrições obtidas a partir das áreas constantes.

Área do corpo retangular:

$$A = HL \quad (3.1)$$

Área do material de alta condutividade térmica:

$$A_p = t_0L_0 + 2t_1L_1 \quad (3.2)$$

onde A_p [m²] é a área da região preenchida pelo material de alta condutividade na forma de um T.

A área compreendida entre a aleta em forma de T e o corpo gerador de calor é dada por:

$$A_{aux} = 2L_0L_1 \quad (3.3)$$

As Equações (3.2) e (3.1) podem ser expressas pela razão entre suas respectivas áreas:

$$\emptyset = \frac{A_p}{A} \quad (3.4)$$

onde ϕ representa a fração de área preenchida pela aleta sobre o corpo retangular.

As Equações (3.3) e (3.1) podem ser expressas pela razão entre suas respectivas áreas:

$$\psi = \frac{A_{aux}}{A} \quad (3.5)$$

onde ψ representa a fração de área preenchida pela área auxiliar sobre o corpo retangular.

A análise que proporciona o valor de temperatura máxima em excesso em função da geometria consiste em resolver numericamente a equação de condução com geração de calor constante ao longo de todo o domínio. O corpo gerador de calor da região de menor condutividade térmica k é regido pela equação de condução de calor com propriedades constantes, em regime permanente,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + 1 = 0 \quad (3.6)$$

enquanto a equação de condução de calor com propriedades constantes, regime permanente, sem geração de calor, é aplicada na região de alta condutividade térmica para a aleta em forma de T:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (3.7)$$

onde as variáveis são adimensionais

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{q'''A/k} \quad (3.8)$$

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{L}_0, \tilde{L}_1, \tilde{t}_0, \tilde{t}_1, \tilde{H}, \tilde{L} = \frac{x, y, L_0, L_1, t_0, t_1, H, L}{\sqrt{A}} \quad (3.9)$$

e

$$\tilde{k}_p = k_p/k \quad (3.10)$$

As superfícies exteriores do corpo gerador de calor são isoladas e as condições de contorno são dadas por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = 0 \quad (3.11)$$

enquanto as condições de contorno sobre as superfícies das aletas são:

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} = \lambda \theta \quad \text{ou} \quad -\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} = \lambda \theta \quad (3.12)$$

onde o parâmetro λ , é definido como:

$$\lambda = \frac{hA^{1/2}}{k_p} \quad (3.12)$$

A forma adimensional de Equações (3.1) e (3.2) e (3.5) são:

$$1 = \tilde{H}\tilde{L} \quad (3.14)$$

$$\phi = \tilde{t}_0\tilde{L}_0 + 2\tilde{t}_1\tilde{L}_1 \quad (3.15)$$

$$\psi = 2\tilde{L}_0\tilde{L}_1 \quad (3.16)$$

A resistência térmica ou excesso de temperatura máxima adimensional, θ_{max} , pode ser expresso de forma adimensional conforme a Equação (3.8):

$$\theta_{max} = \frac{T_{max} - T_{\infty}}{q''' \frac{A}{k}} \quad (3.17)$$

3.2 Base Trapezoidal

Outra configuração analisada neste trabalho é apresentada na Figura 3.2.

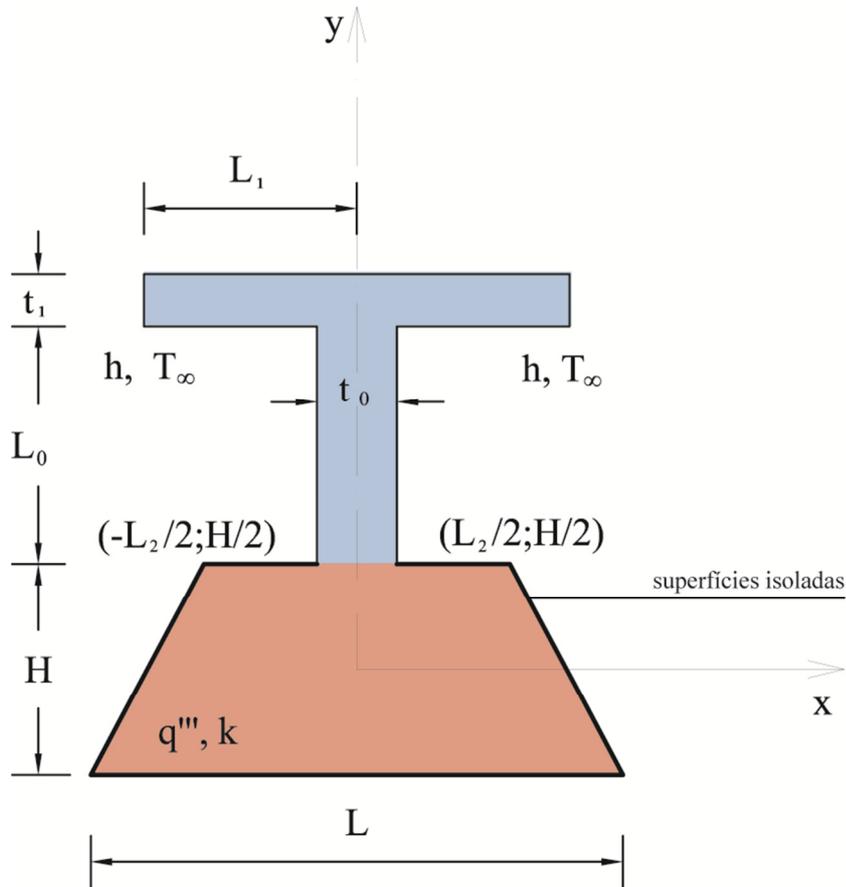


Figura 3.2 - Representação de corpo trapezoidal gerador de calor acoplado a uma aleta de material de alta condutividade térmica na forma de “T” imersa em um fluido onde há transferência de calor por convecção.

Após o estudo da geometria retangular passamos para uma estrutura mais complexa. O modelo matemático para a configuração com base trapezoidal é obtido da mesma forma que o apresentado para a base retangular, diferindo apenas no comprimento L_2 [m], o qual gera mais um grau de liberdade, definido como L_2/L . A área do trapézio, A [m²], definida pelo produto entre a soma dos comprimentos, L [m] e L_2 [m], e a altura, H [m], dividido por 2, é fixa. Para este estudo foram definidos os graus de liberdade a seguir: H/L , L_2/L , L_1/L_0 , t_1/t_0 .

As equações alteradas em relação às apresentadas no item 3.1 são apresentadas a seguir:

Área do corpo trapezoidal:

$$A = \frac{(L+L_2)H}{2} \quad (3.18)$$

Novo comprimento L_2 adimensionalizado:

$$\tilde{L}_2 = \frac{L_2}{\sqrt{A}} \quad (3.19)$$

Forma adimensional da área do trapézio:

$$1 = \frac{(\tilde{L} + \tilde{L}_2)\tilde{H}}{2} \quad (3.20)$$

3.3 Base Semicircular

A próxima configuração a ser analisada neste trabalho é apresentada na Figura 3.3.

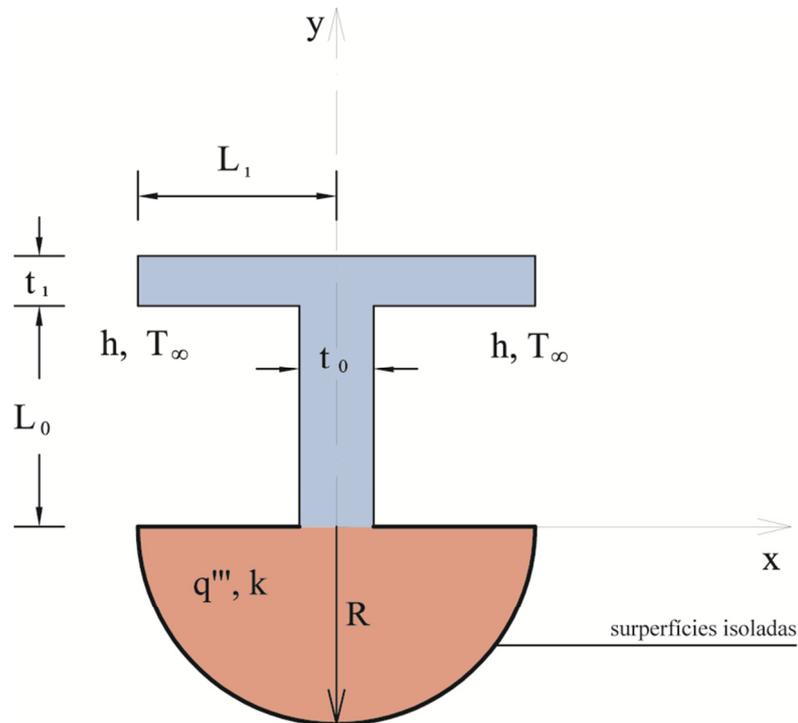


Figura 3.3 - Representação de corpo semicircular gerador de calor acoplado a uma aleta de material de alta condutividade térmica na forma de “T” imersa em um fluido onde há transferência de calor por convecção.

A última geometria analisada tem sua área, A [m^2], definida pelo produto de π e o raio, R [m], do círculo elevado ao quadrado dividido por dois. Apresenta apenas dois graus de liberdade, os quais foram definidos como: L_1/L_0 , t_1/t_0 .

Área do semicírculo é dada por

$$A = \frac{\pi R^2}{2} \quad (3.21)$$

a forma adimensional do raio do semicírculo pode ser determinada dividindo-se ambos os termos da Equação (3.21) pela área A do corpo semicircular gerador de calor

$$\tilde{R} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad (3.22)$$

3.4 Design Construtal

O método Design Construtal que será empregado nesta dissertação é utilizado para a aplicação da Lei Construtal [Kosner, 2012]. Ele consiste das seguintes etapas:

1. Definir o Sistema. Identificar claramente, sem deixar dúvidas, o que constitui o Sistema, isto é, a região do espaço ou a quantidade de massa que está sendo objeto do estudo, análise e design.
2. Identificar o escoamento. Esteja certo de que seu Sistema tem liberdade para mudar a sua geometria e que você entende o que escoo dentro dele, isto é, porque o seu sistema é um escoamento.
3. Comece pelo mais simples. Permita que somente um dos comprimentos ou razão de aspecto varie. Isto define o seu sistema com um grau de liberdade. Estude se e como mudanças neste grau de liberdade do escoamento aumentam o acesso das correntes que habitam o seu sistema. Incorpore este primeiro valor do grau de liberdade que você encontrou para que o seu sistema tenha o melhor desempenho no seu design (mas preste atenção porque este não é o final!).
4. Adicione um grau de liberdade. Permita um segundo grau de liberdade variar livremente. Como você investiga um segundo grau de liberdade, você achará um novo design que tem um melhor desempenho e o adote. Com esta segunda melhor configuração, volte à etapa 3 e refina o primeiro grau de liberdade, agora permitindo a variação dos dois graus de liberdade.

5. E um outro. Permita que um terceiro grau liberdade varie livremente. Ache a configuração que tenha o melhor desempenho permitindo que este grau de liberdade varie livremente e retorne as etapas 3 e 4, isto é, refine os resultados anteriores.
6. E assim por diante. Este é um processo de construção sem final, exceto o tempo final do investigador.

4 MÉTODO NUMÉRICO

4.1 Base Trapezoidal

O método numérico primeiramente foi elaborado para uma configuração com base trapezoidal e aleta na forma de T com valor de k_p constante em toda região de T. Esta configuração é representada genericamente na Figura 3.2, sendo necessárias para desenhá-la as dimensões H , L , L_2 , t_0 , L_0 , t_1 , L_1 .

Desta forma, temos quatro graus de liberdade que foram definidos de forma adimensional como: H/L , L_2/L , L_1/L_0 e t_1/t_0 .

A função definida pela Equação (3.17) pode ser encontrada resolvendo-se as Equações (3.6) e (3.7) para o campo de temperaturas para cada configuração da Figura 3.2, dependendo dos valores assumidos pelos graus de liberdade H/L , L_2/L , L_1/L_0 e t_1/t_0 , e calculando-se θ_{max} para saber se o valor encontrado pode ser minimizado quando variada a configuração analisada. Para tanto, as Equações (3.6) e (3.7) foram resolvidas utilizando um código de elementos finitos, com base em elementos triangulares, desenvolvido no programa MATLAB®, mais precisamente na ferramenta PDETOOL.

4.1.1 Independência de Malha

A malha adotada é não uniforme em \tilde{x} e \tilde{y} , variando de uma geometria para a posterior. O tamanho de malha apropriado foi determinado por refinamentos sucessivos com aumento do número de elementos de quatro vezes o tamanho da malha corrente para o tamanho de malha seguinte, até que o critério $|(\theta_{max}^j - \theta_{max}^{j+1})/\theta_{max}^j| \leq 2 \times 10^{-3}$ estivesse satisfeito.

O θ_{max}^j representa o excesso de temperatura máximo adimensional calculado utilizando o tamanho de malha corrente, e o θ_{max}^{j+1} corresponde ao excesso de temperatura máximo adimensional usando a malha seguinte, onde o número de elementos foi aumentado em quatro vezes.

Na Tabela 4.1, é apresentado como foi alcançada a independência de malha. Os seguintes resultados foram obtidos utilizando intervalo entre 2000 e 10000 elementos triangulares.

Tabela 4.1 – Resultados dos testes numéricos até a obtenção da independência de malha para o critério adotado ($\phi = 0,3$, $k_f = 200$, $\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $t_1/t_0 = 0,5$, $L_1/L_0 = 1$, $H/L = 1$).

Número Elementos	θ_{max}^j	$ (\theta_{max}^j - \theta_{max}^{j+1})/\theta_{max}^j $
144	2,9008	2,39E-02
576	2,9718	1,09E-02
2304	3,0045	4,64E-03
9216	3,0186	1,91E-03
36864	3,0243	

Em relação à exatidão do método numérico, os resultados obtidos utilizando o código no MATLAB PDETOOL foram comparados aos resultados encontrados por Bejan e Almogbel, 2000. A geometria e os parâmetros apresentados na referência são mostrados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Exemplo numérico de otimização de geometria com aleta em forma de T.

$$(\phi_1 = 0,086, a = 0,185).$$

	\tilde{L}_0	\tilde{L}_1	\tilde{t}_0	\tilde{t}_1	\tilde{q}_1
Construtal	1,33	0,376	0,0194	0,091	0,0516

Importante relatar que nesta comparação, o parâmetro “a” apresentado por Bejan, 2000, é relacionado com o parâmetro λ usado neste trabalho, como segue abaixo.

$$\lambda = \frac{a^2}{2}$$

Também é importante mencionar que o parâmetro ϕ definido por Bejan, 2000, está relacionado com o parâmetro ϕ neste trabalho como é mostrado abaixo.

$$\psi = \frac{\phi}{\phi_b}$$

onde o subscrito “b” indica o parâmetro utilizado por Bejan, 2000. Quanto aos valores da geometria, os graus de liberdade em Bejan, 2000, são o inverso dos utilizados neste trabalho como é informado abaixo.

$$(t_1/t_0), L_1/L_0 = (t_1/t_0)_b^{-1}, (L_1/L_0)_b^{-1}$$

Finalmente, o coeficiente de condução adimensional definido por Bejan, 2000, é o inverso da resistência térmica adimensional adotada neste trabalho, como é mostrado abaixo.

$$\tilde{q}_b = (\theta_{max})^{-1}$$

E foi calculado para vários valores da área da base. A Tabela 4.3 mostra que, à medida que a área da base tende a zero (i.e., $\emptyset \rightarrow \infty$), os resultados deste trabalho e os resultados apresentados por Bejan e Almogbel, 2000, concordam em aproximadamente 1,5%.

Tabela 4.3 – Comparação entre os resultados produzidos neste trabalho e aqueles calculados por Bejan e Almogbel, 2000, para os valores of $\tilde{k} = 1$ e $H/L = 0,007$.

	Este trabalho							Ref. Bejan
\emptyset	0,086	1	2	5	10	15	20	0,086
ψ	1	11,63	23,26	58,14	116,28	174,42	232,56	1
\tilde{q}	0,027	0,0368	0,0396	0,0438	0,0476	0,0502	0,0524	0,0516

Processos semelhantes para obter a independência de malha e verificação dos resultados foram feitos para as geometrias de corpo retangular e semicircular.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com o método Design Construtal, identificamos os sistemas a serem estudados (Fig. 3.1, 3.2 e 3.3). Também identificamos que o que flui nesses sistemas é a energia na forma de calor, bem como os graus de liberdade de cada sistema e os parâmetros relevantes dos sistemas.

A simulação consiste em determinar numericamente o campo de temperatura de diferentes configurações geométricas, semelhantes aquelas das Figuras 3.1, 3.2 e 3.3. Os resultados são obtidos com a solução das Equações (3.6) e (3.7), sujeitas às condições de contorno das Equações (3.11) e (3.12) e respeitadas as constantes que são as áreas fixadas para cada configuração.

5.1 Base Retangular

Os três graus de liberdade, citados anteriormente, foram definidos de forma adimensional como: H/L , L_1/L_0 , t_1/t_0 .

Inicialmente é investigado o comportamento da resistência térmica global adimensional em função do grau de liberdade H/L , mantendo-se fixos os parâmetros $\phi = 0,3$, $\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $\tilde{k}_p = 200$ e o grau de liberdade $t_1/t_0 = 0,5$ e variando-se a razão L_1/L_0 . Para cada uma destas variações de L_1/L_0 existe uma razão ótima $(H/L)_o$ que corresponde à temperatura máxima mínima $(\theta_{max})_m$, onde os subscritos “o” e “m” significam ótimo e mínimo, respectivamente.

A Figura 5.1 mostra as curvas da temperatura máxima, θ_{max} , em função da razão H/L , obtidas para as várias configurações a partir da variação da razão L_1/L_0 .

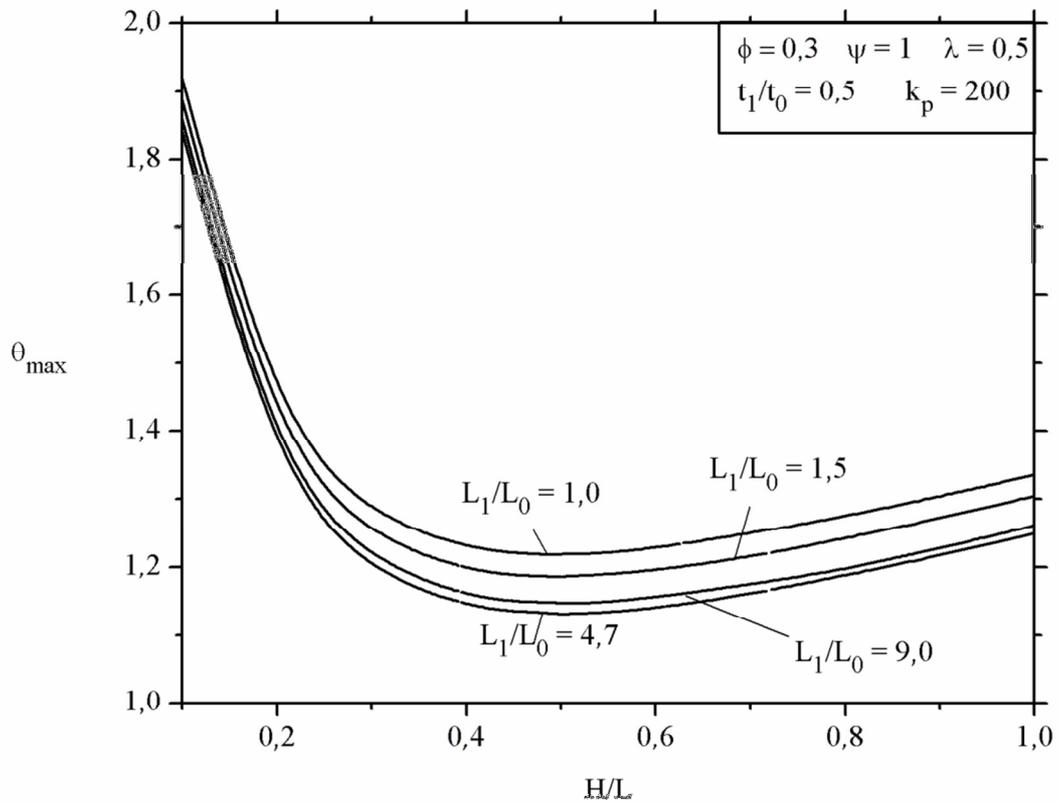


Figura 5.1 - Efeito do grau de liberdade H/L no excesso máximo de temperatura, θ_{max} , para cada variação de L_1/L_0 .

Para uma melhor visualização dos resultados da Figura 5.1, os valores ótimos de θ_{max} e os valores mínimos do grau de liberdade H/L , são apresentados na Figura 5.2 em função da variação da razão L_1/L_0 .

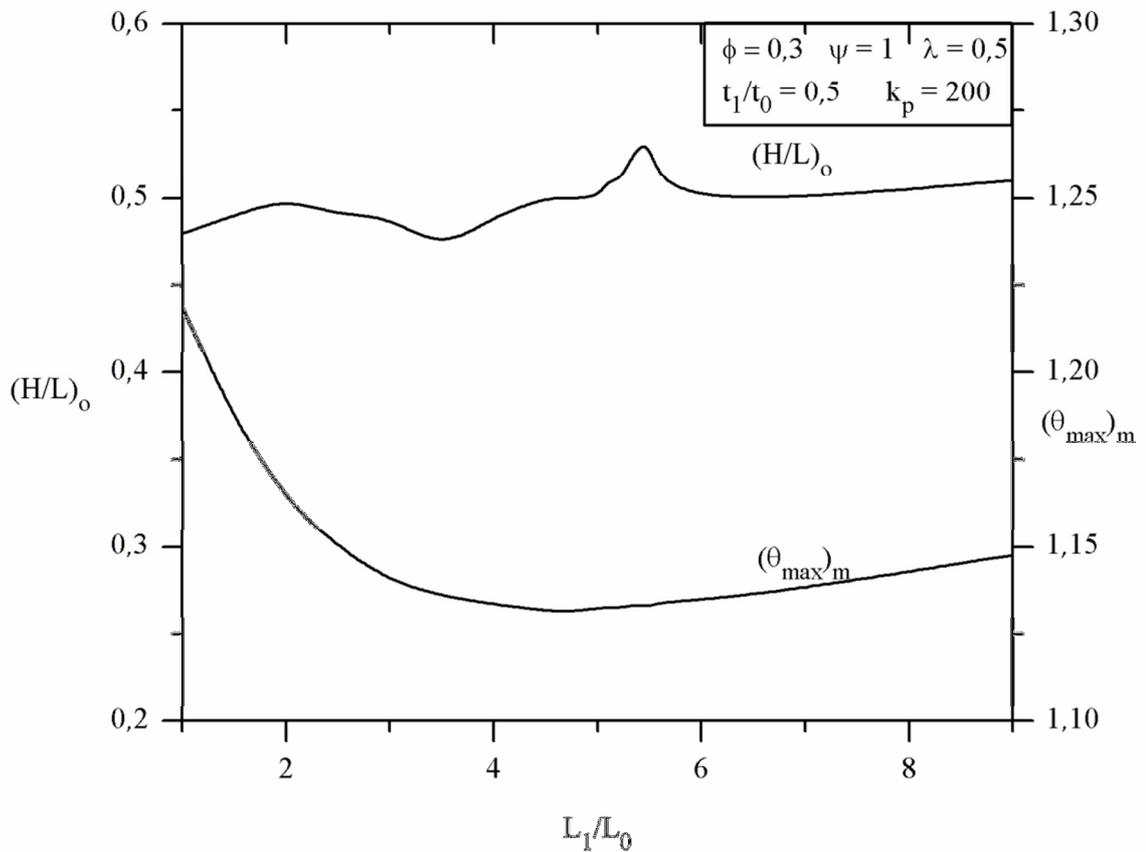


Figura 5.2 - Excesso de temperatura máxima mínima $(\theta_{max})_m$ e a correspondente ótima razão $(H/L)_o$ em função da razão L_1/L_0 .

Analisando a Figura 5.2, observa-se que a razão $(H/L)_o$ tem uma pequena variação em torno do valor de 0,5 enquanto o excesso de temperatura máxima mínima, $(\theta_{max})_m$, diminui consideravelmente com o aumento da razão L_1/L_0 até o valor ótimo $(L_1/L_0)_o = 4,7$ e $(\theta_{max})_{2m} = 1,1313$, a partir de então sofre um pequeno aumento com o crescimento de L_1/L_0 . Desta forma, obteve-se um segundo mínimo para a temperatura máxima que leva o índice “2m” e o valor correspondente para esse segundo ótimo para a razão $(H/L)_{2o} = 0,5$. Essa configuração otimizada pela segunda vez e algumas das melhores geometrias da Figura 5.2 são apresentadas na Figura 5.3.

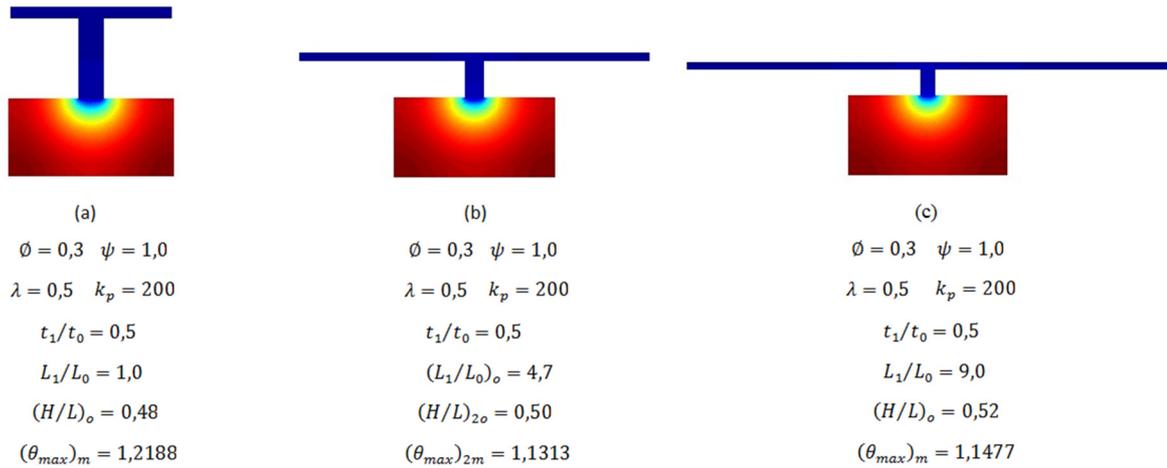


Figura 5.3 – Geometrias ótimas obtidas na Figura 5.2.

O procedimento mostrado nas Figuras 5.1 e 5.2 para $t_1/t_0 = 0,5$ é então repetido para vários valores da razão t_1/t_0 . Este estudo permite determinar a influência do grau de liberdade t_1/t_0 no máximo excesso de temperatura. Os resultados são apresentados através das curvas de $(\theta_{max})_{2m}$ e suas correspondentes ótimas geometrias, sendo a razão $(L_1/L_0)_o$ otimizada pela primeira vez e a razão $(H/L)_{2o}$ otimizada pela segunda vez. Isto é ilustrado na Figura 5.4.

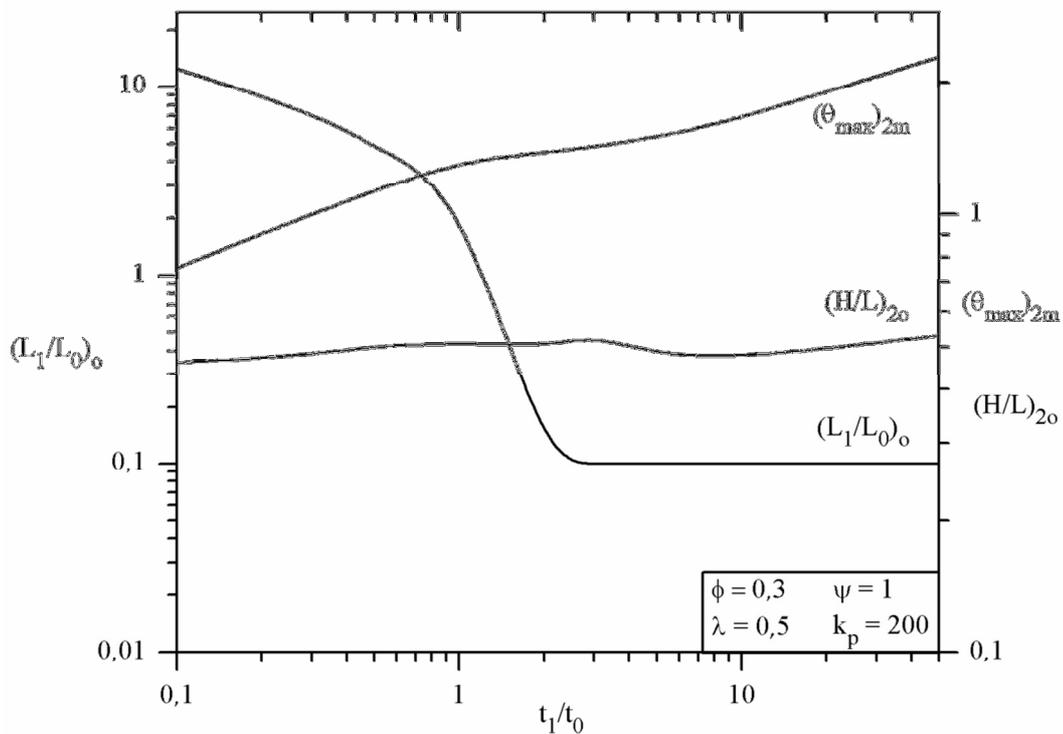


Figura 5.4 – Efeito do grau de liberdade t_1/t_0 em $(\theta_{max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{2o}$ e $(L_1/L_0)_o$.

Analisando os resultados da Figura 5.4 percebe-se a inexistência de um ponto intermediário que minimize $(\theta_{max})_{2m}$ para o intervalo considerado. Portanto, ocorre para o valor mínimo analisado no intervalo considerado para t_1/t_0 . Relativo às ótimas geometrias, $(L_1/L_0)_o$ decresce acentuadamente com o aumento de t_1/t_0 até $t_1/t_0 \leq 2,5$. Após este ponto, a curva estabiliza, deixando de sofrer influência com a variação de t_1/t_0 . Para $(H/L)_{2o}$ o efeito do grau de liberdade t_1/t_0 é praticamente imperceptível, mantendo-se próximo a 0,5 em todo o domínio estudado. A melhor geometria da Figura 5.4 é apresentada na Figura 5.5.

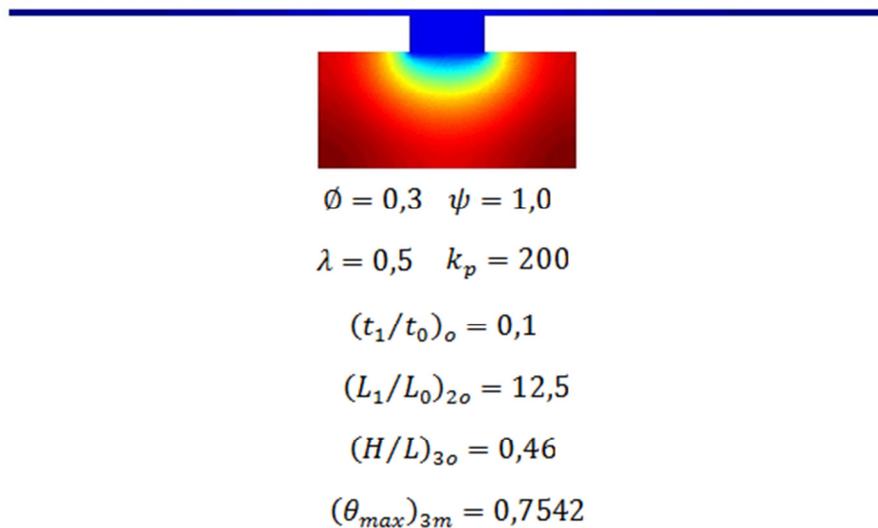


Figura 5.5 – Geometria ótima obtida na Figura 5.4.

A próxima etapa é analisar a influência do parâmetro k_p . Para isso varia-se k_p , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $\phi = 0,3$). Assim tem-se o efeito sobre o excesso de temperatura máxima, $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas ótimas geometrias, sendo a razão $(H/L)_{3o}$ ótima três vezes, $(L_1/L_0)_{2o}$ ótima duas vezes e $(t_1/t_0)_o$ ótima uma vez, como é mostrado na Figura 5.6.

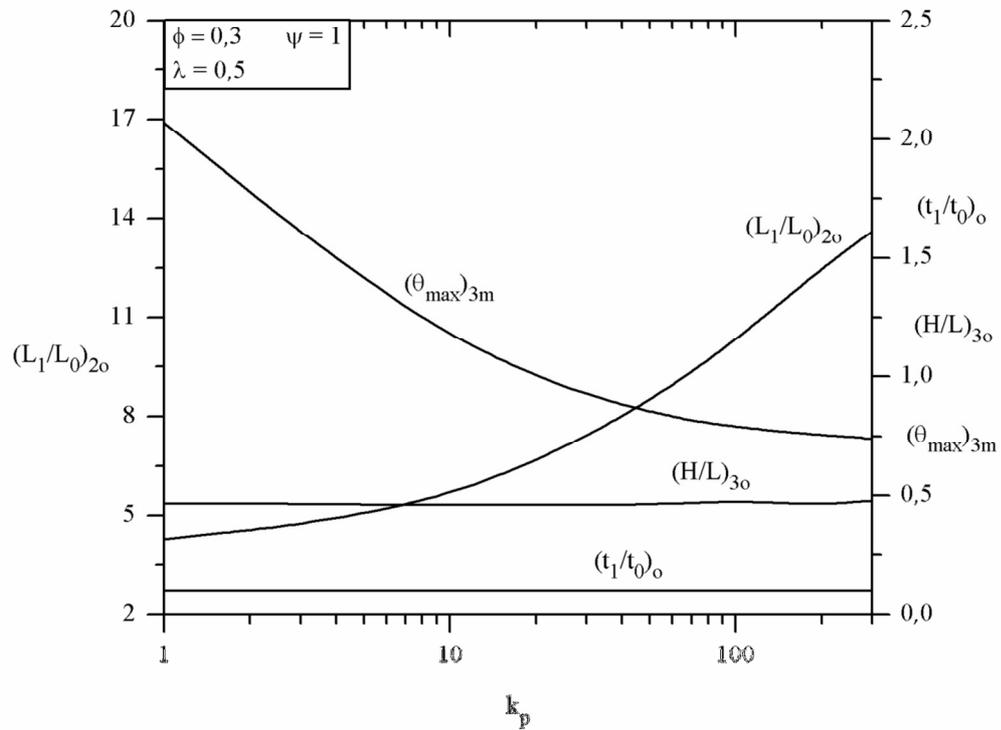


Figura 5.6 – Efeito do parâmetro k_p em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

Observando-se a Figura 5.6 percebe-se claramente o efeito de k_p sobre $(\theta_{max})_{3m}$, a qual decresce gradualmente à medida que k_p aumenta. Assim, o excesso de temperatura máximo é mínimo para o maior valor de condutividade analisado. A seguir são apresentadas na Figura 5.7 algumas das geometrias obtidas na Figura 5.6.

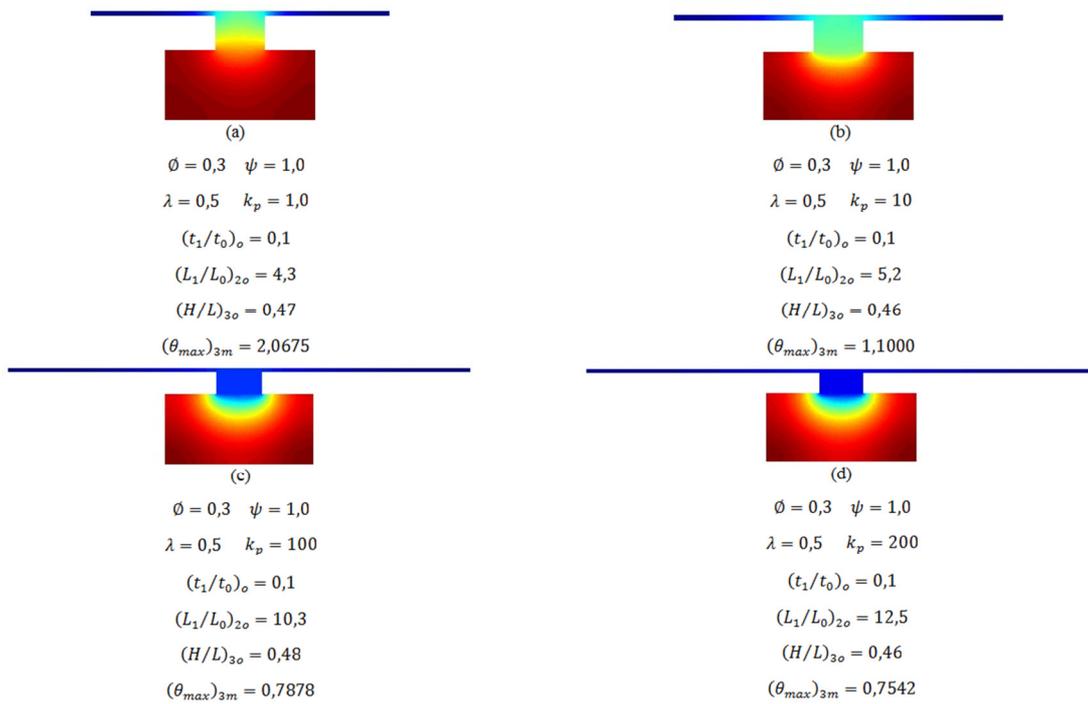


Figura 5.7 – Geometrias para alguns valores de k_p .

A Figura 5.7 ilustra geometrias para quatro valores de k_p , confirmando que a ótica geometria acontece no extremo superior de k_p . É importante salientar que $(t_1/t_0)_o$ e $(H/L)_{3o}$ não sofrem influência de k_p , enquanto $(L_1/L_0)_{2o}$ cresce com o aumento de k_p .

O mesmo processo é utilizado para verificarmos o efeito do parâmetro ϕ sobre o excesso de temperatura máxima. Para isso avaliou-se diversos valores de ϕ , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $k_p = 200$), como é mostrado na Figura 5.8 abaixo.

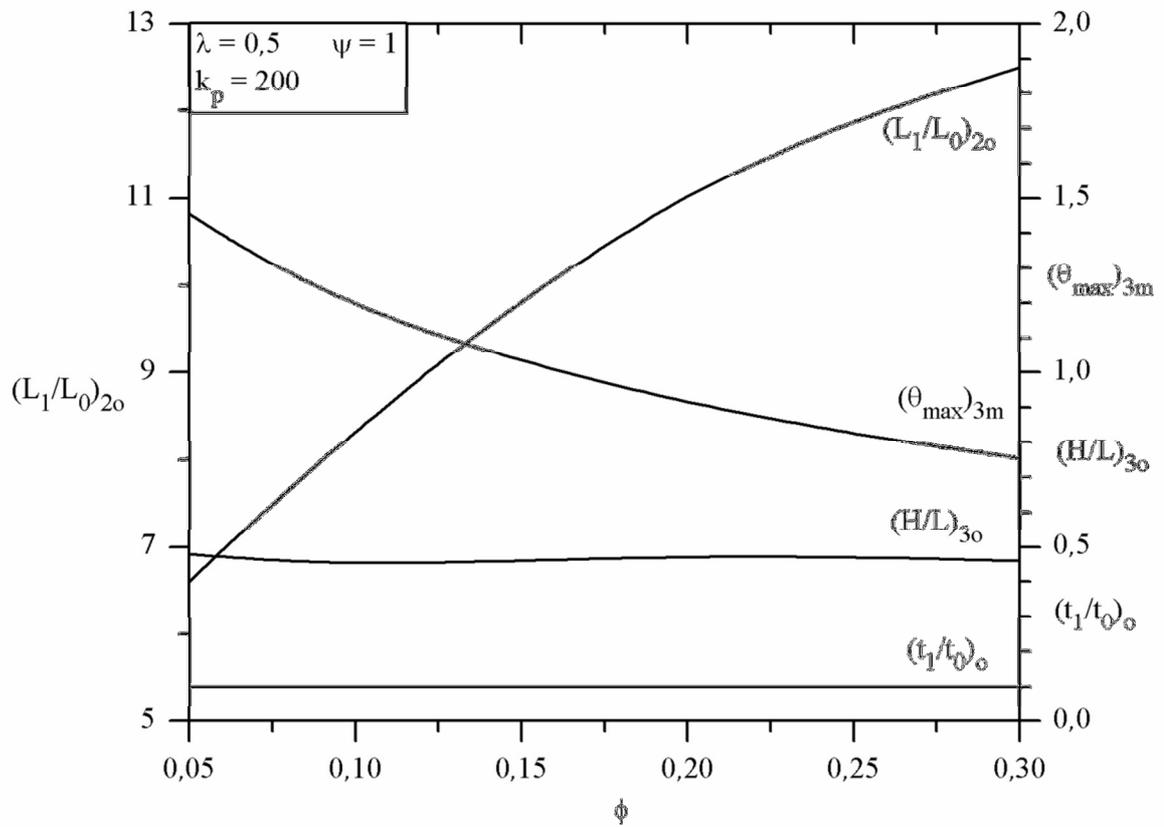


Figura 5.8 – Efeito do parâmetro ϕ em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

A Figura 5.8 mostra a diminuição de $(\theta_{max})_{3m}$ com o aumento de ϕ , chegando ao ponto ótimo na extremidade superior do domínio estudado. A Figura 5.9 abaixo mostra a comparação de algumas das geometrias apresentadas na Figura 5.8.

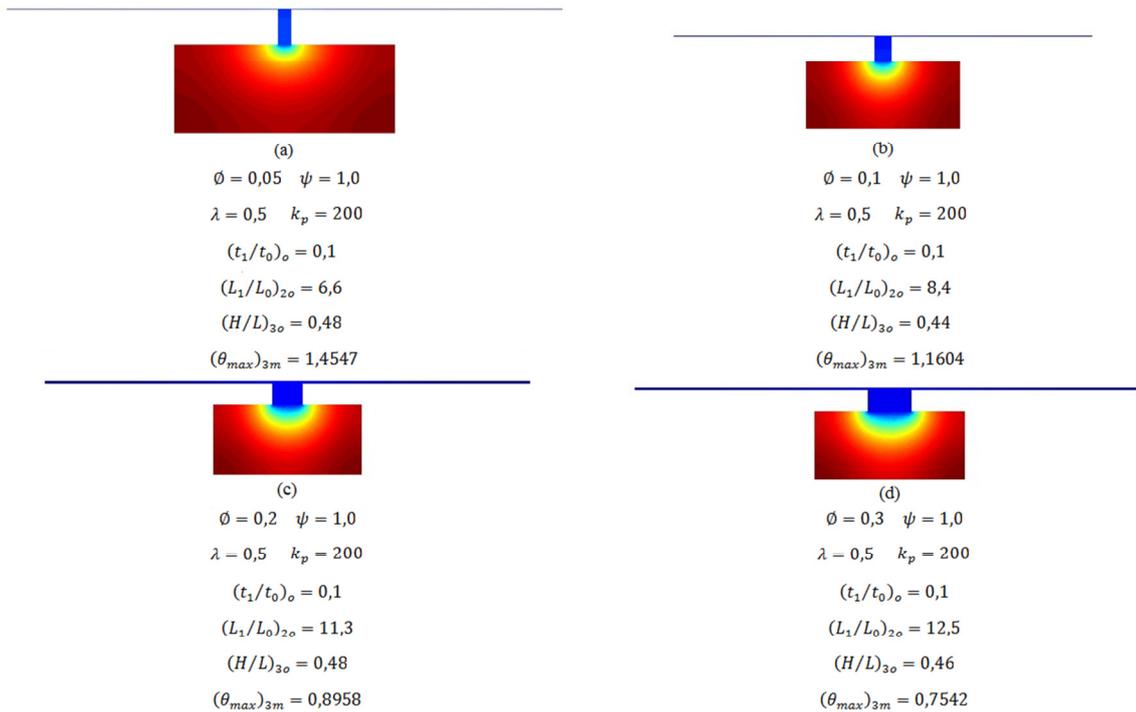


Figura 5.9 – Geometrias para alguns valores de ϕ .

No ponto extremo superior, $\phi = 0,3$, o excesso máximo de temperatura mínima, $(\theta_{max})_{3m} = 0,7542$, alcança sua melhor configuração. As suas razões correspondentes são $(L_1/L_0)_{2o} = 12,5$, $(H/L)_{3o} = 0,46$ e $(t_1/t_0)_o = 0,1$, que é constante para todo domínio e não sofre efeito da variação de ϕ . Mais uma vez atinge um melhor desempenho para uma geometria com a base da aleta robusta e a parte superior fina.

Posteriormente, variou-se o parâmetro λ , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1$, $\phi = 0,3$, $k_p = 200$) e avaliou-se o efeito sobre $(\theta_{max})_{3m}$. A Figura 5.10 abaixo mostra o efeito de λ sobre o excesso de temperatura máximo três vezes minimizado.

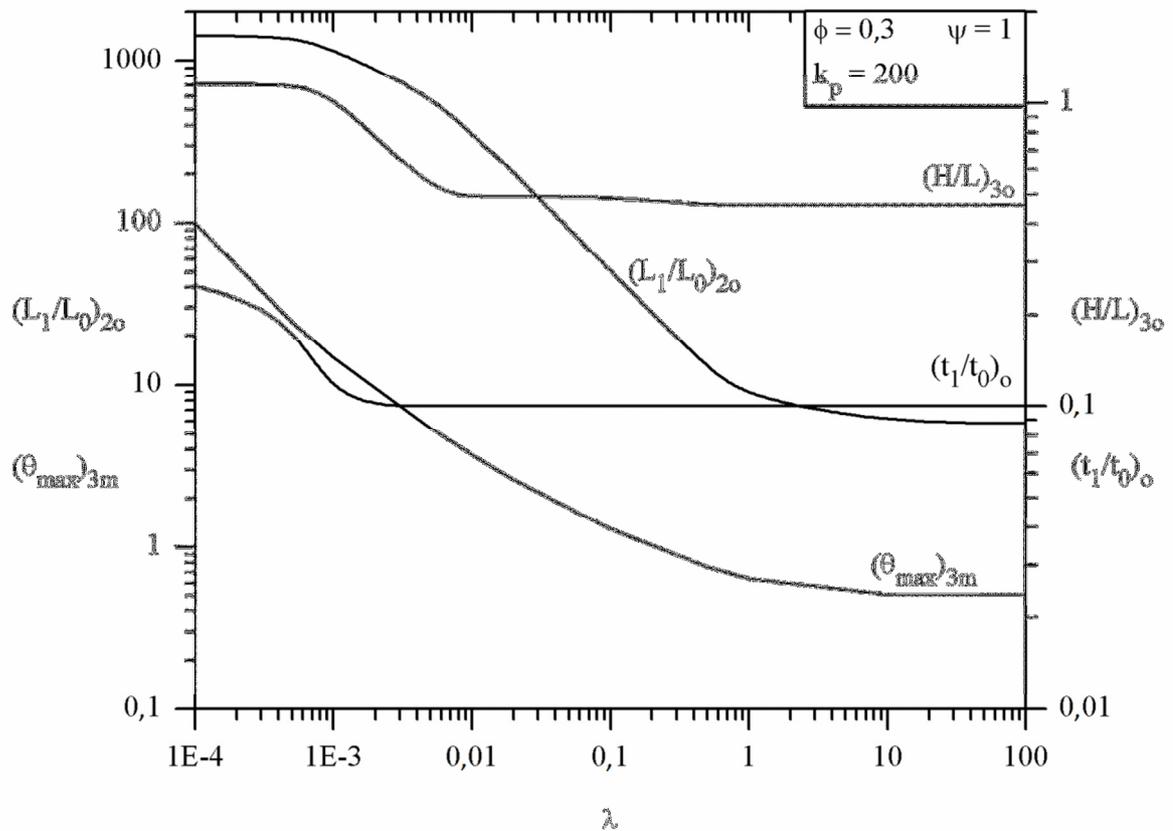


Figura 5.10 – Efeito do parâmetro λ em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

Observando o gráfico, percebe-se que $(\theta_{max})_{3m}$ diminui com o aumento de λ , tendendo a estabilizar até o ponto superior do domínio analisado. É importante mencionar que o intervalo de variação do parâmetro λ testado nesta etapa é abrangente. O valor mínimo considerado foi $\lambda = 10^{-4}$, o qual é de uma ordem abaixo do considerado por Bejan e Almogbel, 2000, no caso de convecção forçada por um escoamento de gás $h \sim 10^2 W/(m^2K)$ sobre as faces da aleta de alumínio e cobre com condutividade térmica de $k = 10^2 W/(mK)$ e considerando o comprimento de escala $A^{1/2} \sim 1$ cm. Na outra extremidade o valor adotado foi $\lambda = 100$ com o objetivo de atingir o comportamento térmico não diferente daquele que foi alcançado pelo estudo de cavidades isotérmicas avaliadas por Biserni et al., 2004. A Figura 5.11 abaixo mostra a comparação de algumas das geometrias apresentadas na Figura 5.10.

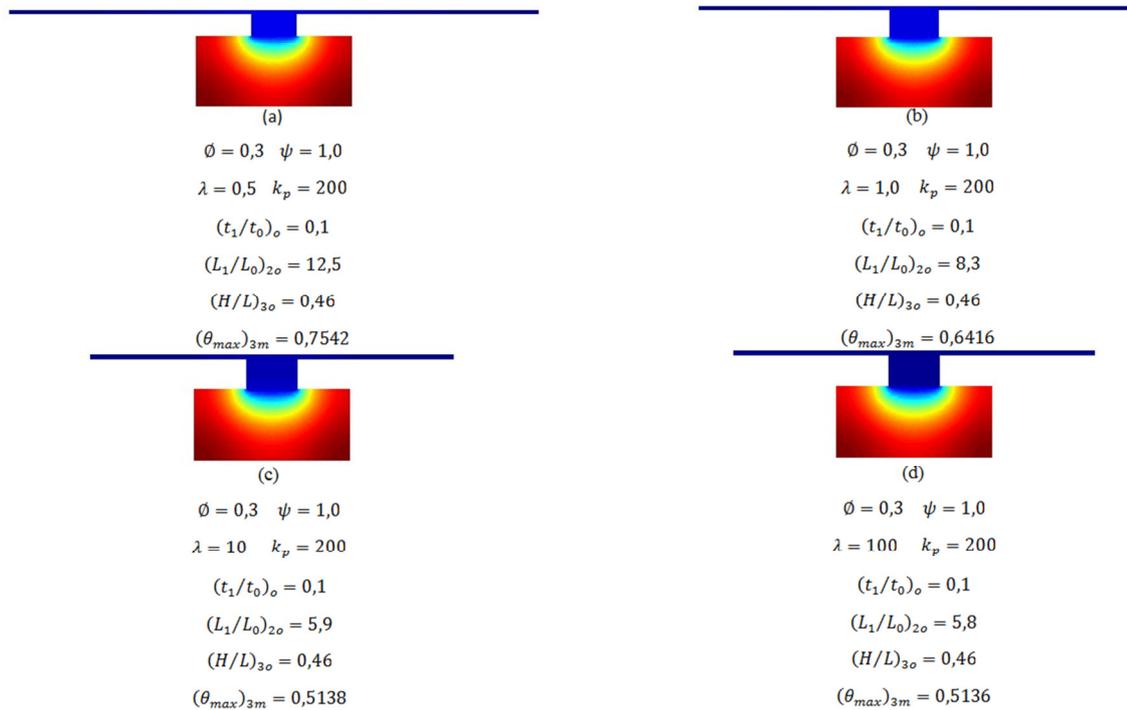


Figura 5.11 – Geometrias para alguns valores de λ .

A Figura 5.11 é apresentada para mostrar a geometria e distribuição de temperatura para algumas configurações testadas na Figura 5.10.

A última etapa do estudo para esta configuração com base retangular consiste em pesquisar a melhor geometria variando-se o parâmetro ψ , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\phi = 0,3$, $\lambda = 0,5$, $k_p = 200$). A Figura 5.12 mostra o efeito desta variação sobre $(\theta_{max})_{3m}$.

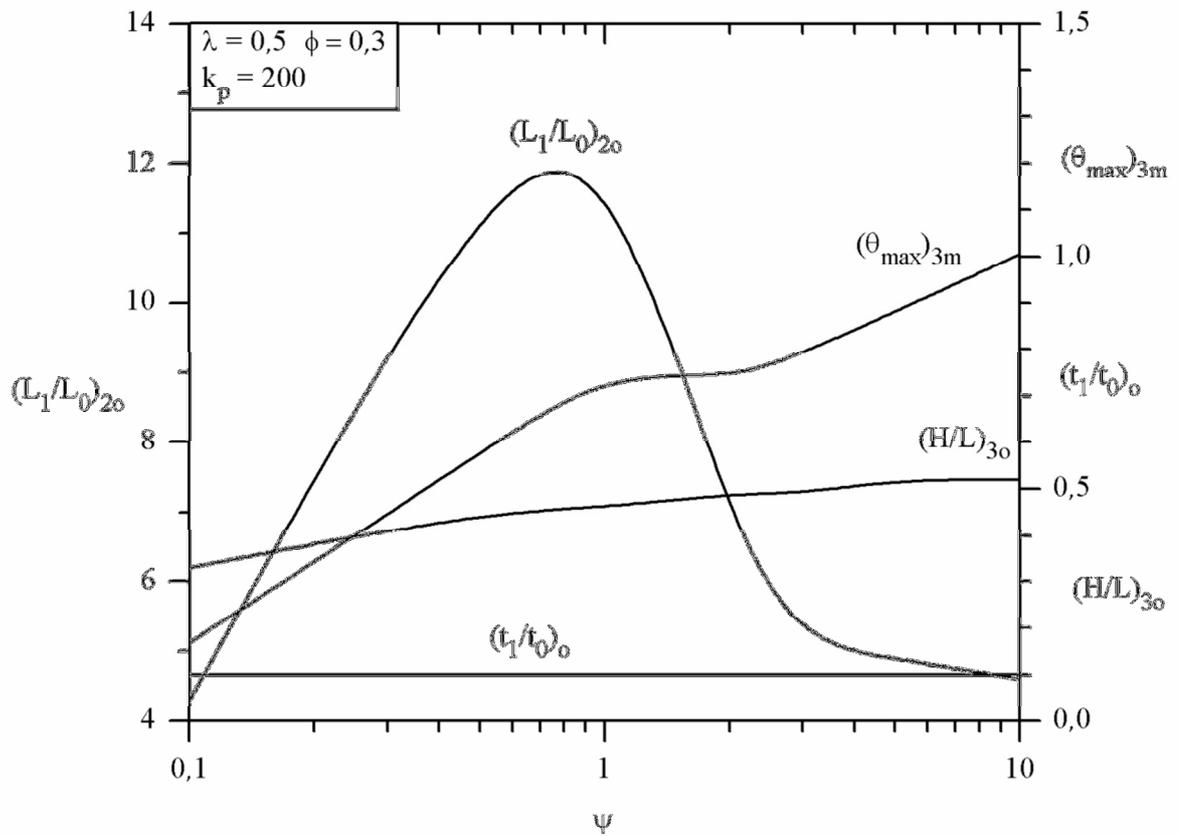


Figura 5.12 – Efeito do parâmetro ψ em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

Como esperado, $(\theta_{max})_{3m}$ aumenta a medida que ψ cresce. O aumento de ψ , com o aumento da área auxiliar consequentemente, não permite que o sistema tenha liberdade para variar, então a melhor performance é alcançada no limite inferior, quando a razão $(L_1/L_0)_{2o}$ também é mínima. Os graus de liberdade $(H/L)_{3o}$ e $(t_1/t_0)_o$ tornam-se secundários nesta etapa do processo de otimização, sendo praticamente insensíveis a variação de ψ . A Figura 5.13 abaixo mostra algumas das geometrias encontradas na Figura 5.12.

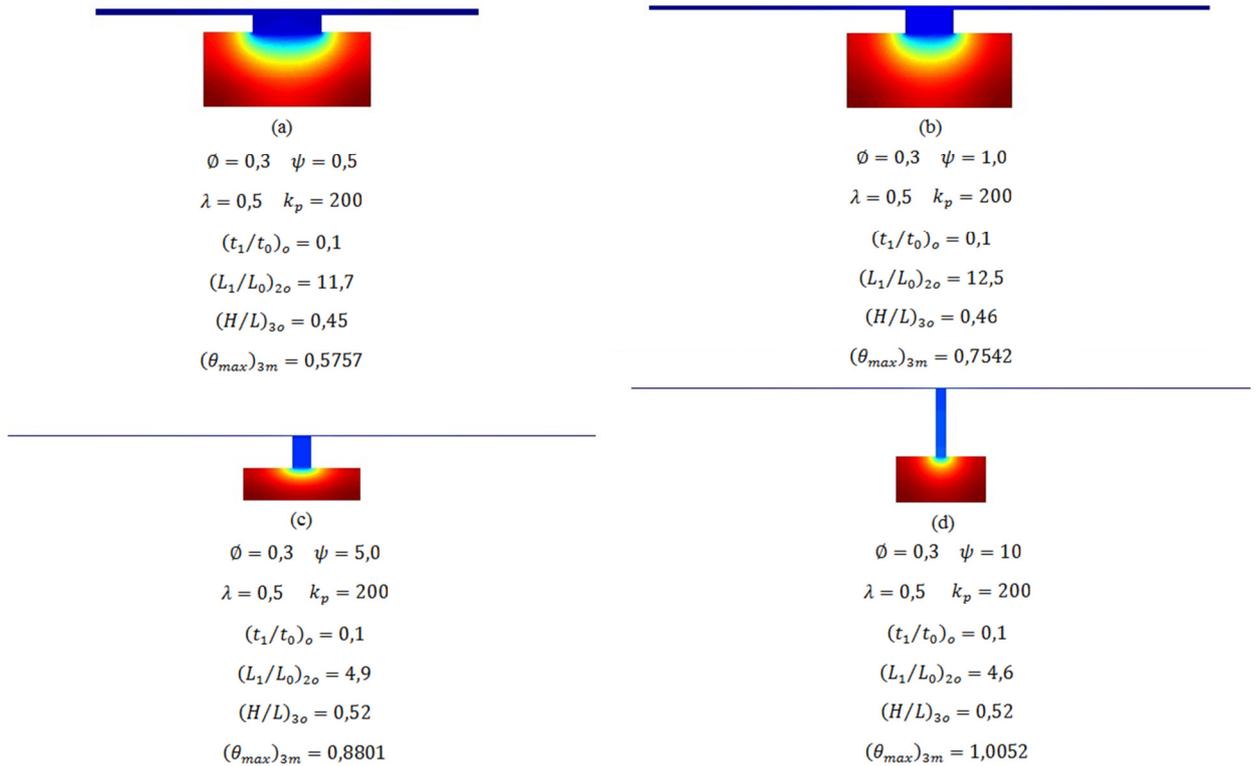


Figura 5.13 – Geometrias para alguns valores de ψ .

A Figura 5.13 (a) destaca a distribuição de temperatura com referência ao limite inferior do domínio analisado, como relatado na análise da Figura 5.12.

5.2 Base Trapezoidal

Para o caso com base trapezoidal, temos quatro graus de liberdade, os quais foram citados anteriormente e foram definidos de forma adimensional como: H/L , L_2/L , L_1/L_0 , t_1/t_0 .

Inicialmente é investigado o comportamento da resistência térmica global adimensional em função do grau de liberdade H/L , mantendo-se fixos os parâmetros $\varnothing = 0,3$, $\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $\tilde{k}_p = 200$, $L_1/L_0 = 1$ e o grau de liberdade $t_1/t_0 = 0,5$ e variando-se a razão L_2/L . Para cada uma destas variações de L_2/L existe uma razão ótima $(H/L)_o$ que corresponde à temperatura máxima mínima $(\theta_{max})_m$.

A Figura 5.14 mostra as curvas da temperatura máxima, θ_{max} , em função da razão H/L , obtidas para as várias configurações a partir da variação da razão L_2/L .

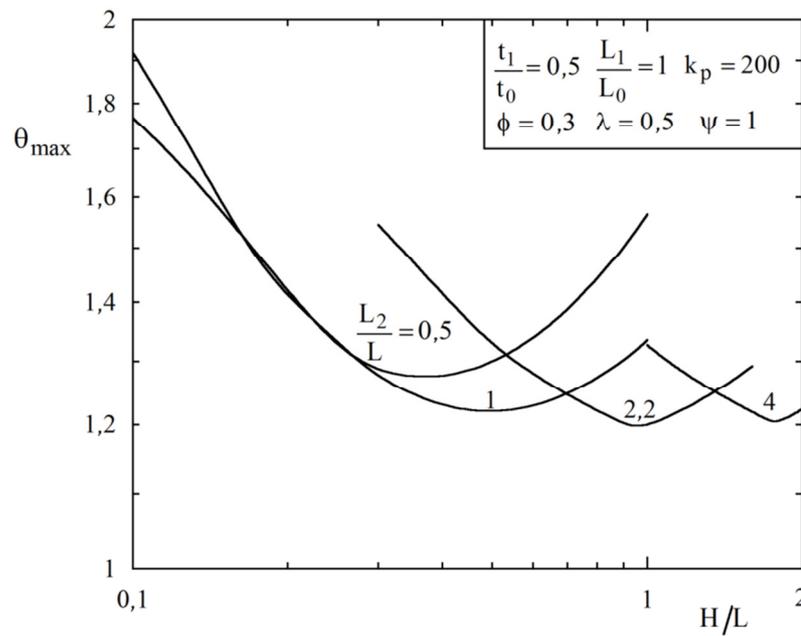


Figura 5.14 - Efeito do grau de liberdade H/L no excesso máximo de temperatura, θ_{max} , para cada variação de L_2/L .

Para uma melhor visualização dos resultados da Figura 5.14, os valores ótimos de θ_{max} e os valores mínimos do grau de liberdade H/L , são apresentados na Figura 5.15 em função da variação da razão L_2/L .

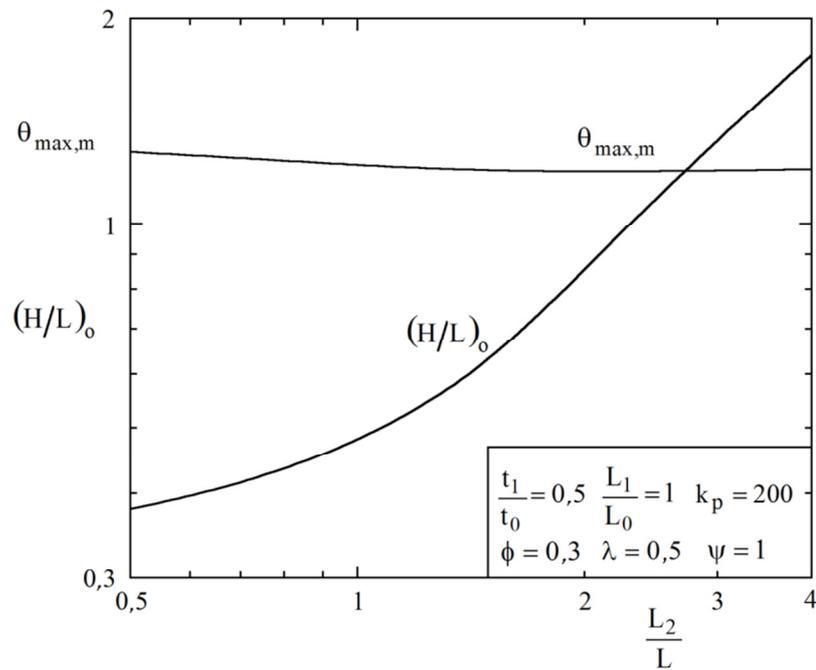


Figura 5.15 - Excesso de temperatura máxima mínima $(\theta_{max})_m$ e a correspondente ótima razão $(H/L)_o$ em função da razão L_2/L .

Analisando a Figura 5.15, observa-se que a razão $(H/L)_o$ aumenta consideravelmente com o aumento da razão L_2/L , enquanto o excesso de temperatura máxima mínima, $(\theta_{max})_m$, se mantém praticamente estável ao longo do domínio analisado para a razão L_2/L , apresentando o valor ótimo de $(\theta_{max})_{2m} = 1,1915$ para $(L_2/L)_o = 2,2$. Algumas das melhores geometrias da Figura 5.15 são apresentadas na Figura 5.16.

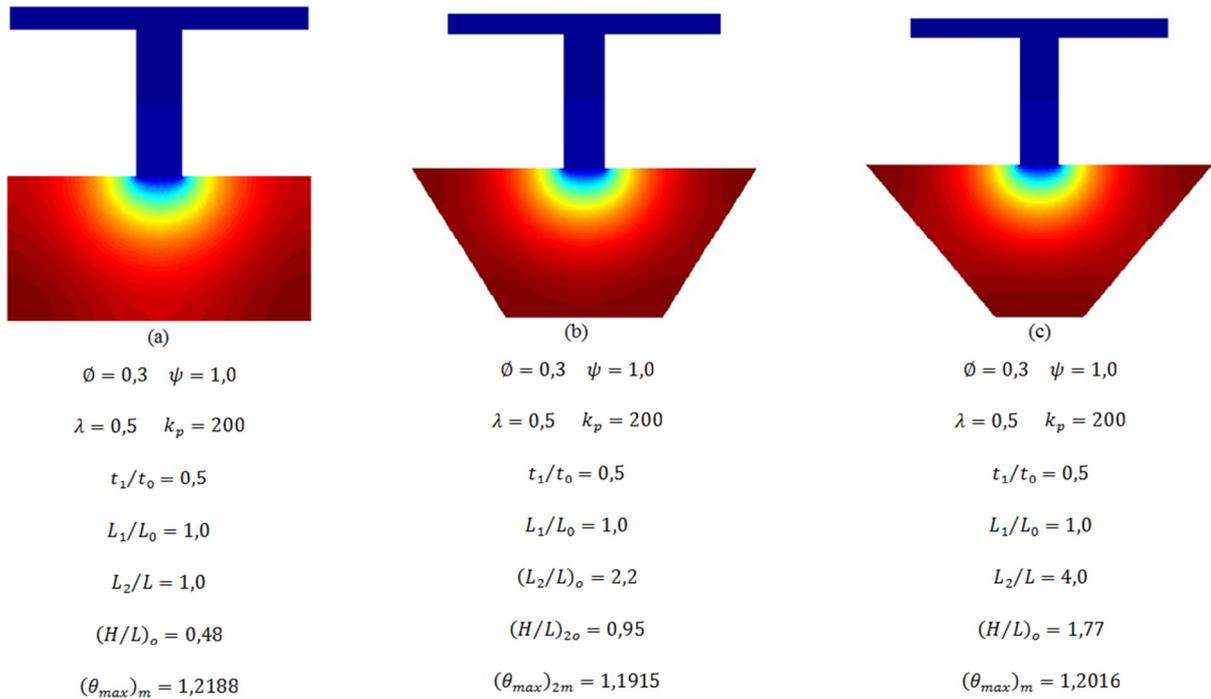


Figura 5.16 – Geometrias ótimas obtidas na Figura 5.14.

A geometria apresentada na Figura 5.16 (b) mostra a melhor distribuição dos pontos quentes (máxima temperatura) do campo de temperaturas.

Repetindo-se o processo mostrado nas Figuras 5.14 e 5.15 para vários valores da razão L_1/L_0 analisamos a influência do grau de liberdade L_1/L_0 no máximo excesso de temperatura, chegando a uma segunda minimização, $(\theta_{max})_{2m}$, e suas ótimas geometrias, sendo a razão $(L_2/L)_o$ otimizada pela primeira vez e a razão $(H/L)_{2o}$ otimizada pela segunda vez. Isto é ilustrado na Figura 5.17.

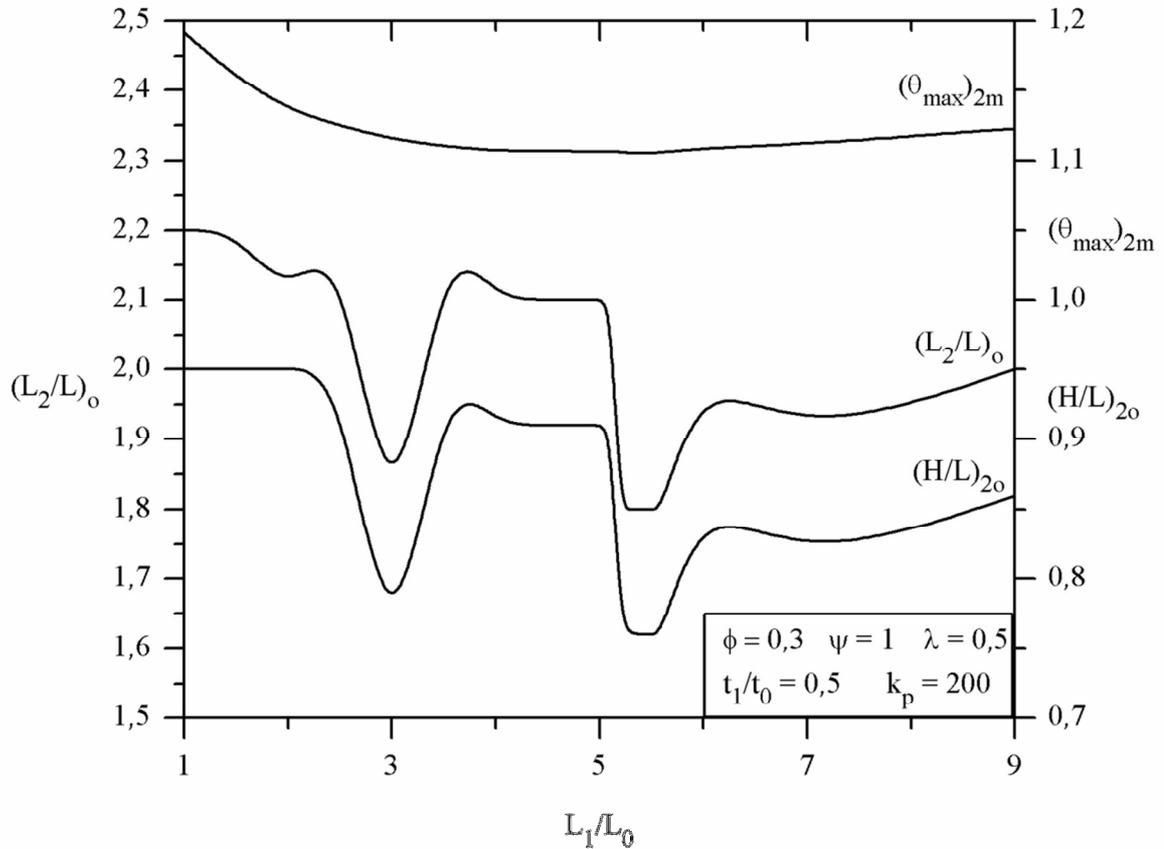


Figura 5.17 – Efeito do grau de liberdade L_1/L_0 em $(\theta_{max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{2o}$ e $(L_2/L)_o$.

Analisando os resultados da Figura 5.17 nota-se uma pequena queda na temperatura máxima, $(\theta_{max})_{2m}$, com o crescimento de L_1/L_0 até o ponto ótimo que ocorre para $(L_1/L_0)_o = 5,4$ e tem $(\theta_{max})_{3m} = 1,1048$; a partir deste valor $(\theta_{max})_{2m}$ tem um pequeno crescimento, não sofrendo tanta influência com a variação do grau de liberdade L_1/L_0 . Relativo às ótimas geometrias, $(L_2/L)_o$ e $(H/L)_{2o}$ apresentam comportamento semelhante com a variação de L_1/L_0 , obtendo a melhor geometria em $(L_1/L_0)_o = 5,4$, $(L_2/L)_{2o} = 1,8$ e $(H/L)_{3o} = 0,76$. Algumas das melhores geometrias da Figura 5.17 são apresentadas na Figura 5.18.

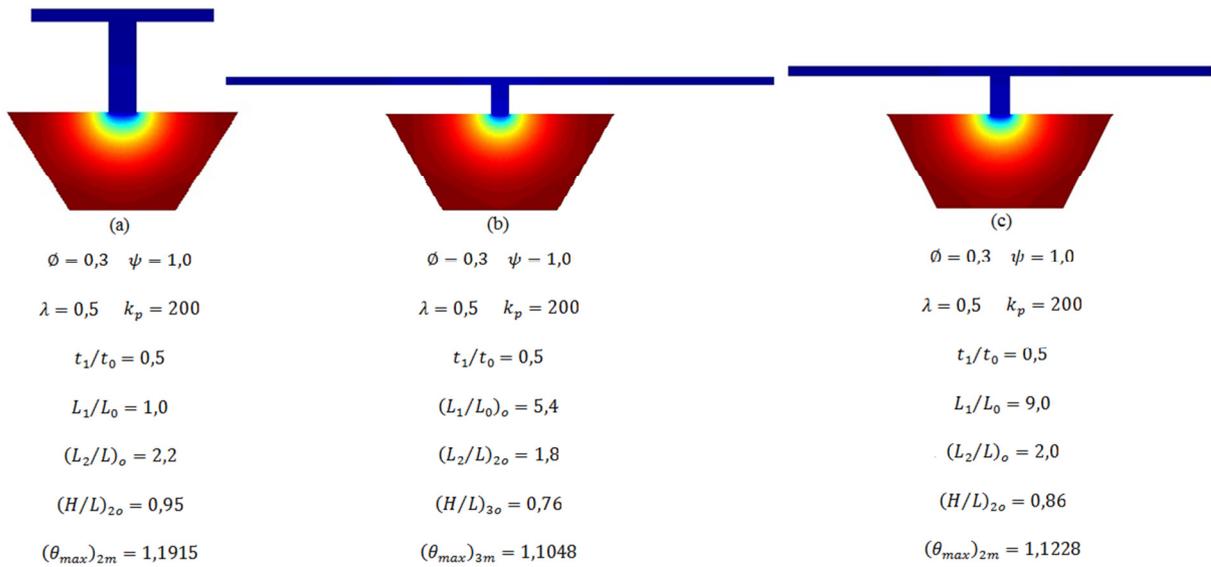


Figura 5.18 – Geometrias ótimas obtidas na Figura 5.17.

A geometria apresentada na Figura 5.18 (b) mostra a melhor distribuição dos pontos quentes, isto é, das máximas temperaturas do campo de temperaturas.

O último grau de liberdade a ser analisado é o t_1/t_0 . Para tanto, repete-se o processo mostrado nas Figuras 5.14 e 5.15 para vários valores da razão t_1/t_0 e analisa-se a influência do grau de liberdade t_1/t_0 no máximo excesso de temperatura, chegando a uma terceira minimização, $(\theta_{max})_{3m}$, e suas ótimas geometrias, sendo a razão $(L_1/L_0)_o$ otimizada pela primeira vez, a razão $(L_2/L)_{2o}$ otimizada pela segunda vez e a razão $(H/L)_{3o}$ otimizada pela terceira vez. Isto é ilustrado na Figura 5.19.

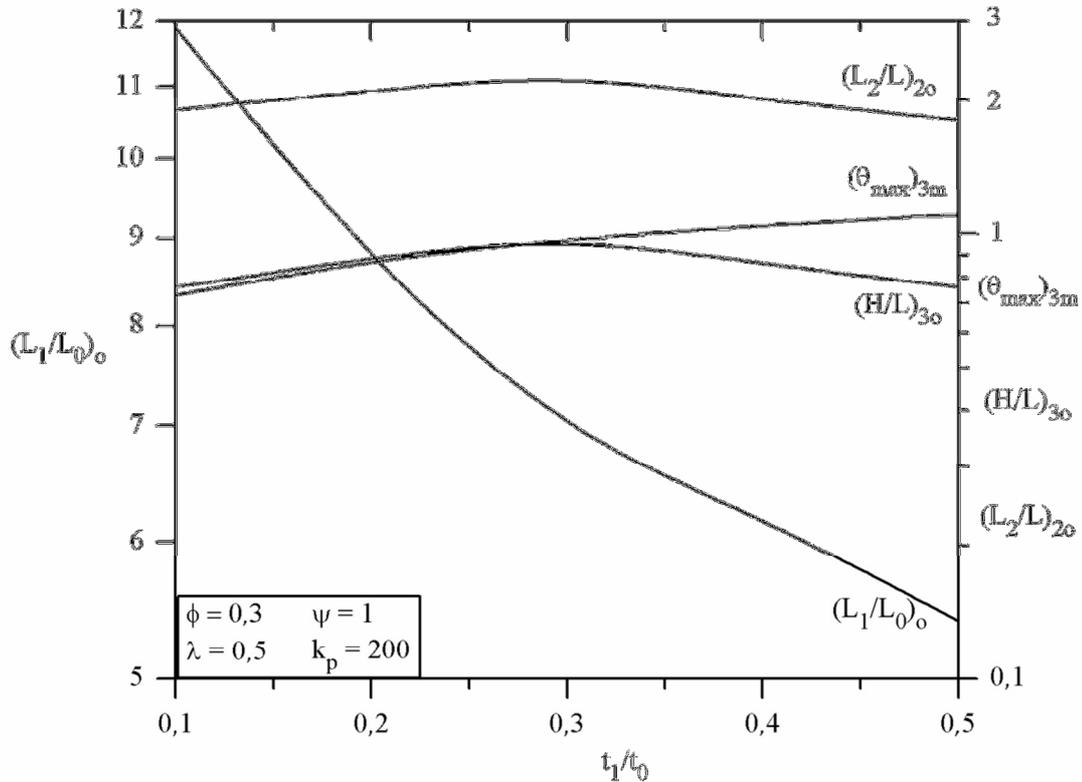


Figura 5.19 – Efeito do grau de liberdade t_1/t_0 em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{3o}$, $(L_2/L)_{2o}$ e $(L_1/L_0)_o$.

A partir dos resultados apresentados na Figura 5.19 percebe-se a inexistência de um ponto intermediário que minimize $(\theta_{max})_{3m}$, o qual ocorre para o valor mínimo de t_1/t_0 utilizado no intervalo considerado. Relativo às ótimas geometrias, $(L_1/L_0)_o$ decresce acentuadamente com o aumento de t_1/t_0 para todo domínio estudado. A razão $(L_2/L)_{2o}$ não sofre grande variação, mantendo-se próximo a 2 e atingindo a ótima razão em $(L_2/L)_{3o} = 1,9$. O mesmo ocorre com a razão $(H/L)_{3o}$, onde o efeito do grau de liberdade t_1/t_0 é pouco perceptível, mantendo-se próximo a 0,8 e alcançando a ótima razão em $(H/L)_{4o} = 0,76$. Esta ótima geometria é apresentada na Figura 5.20.

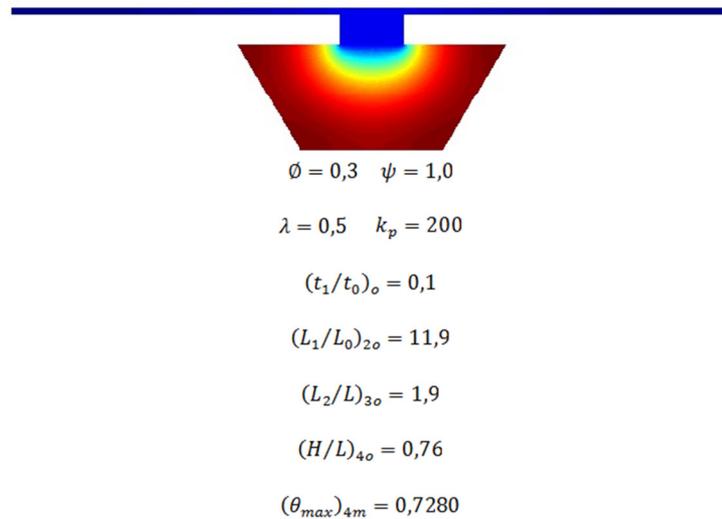


Figura 5.20 – Geometria ótima obtida na Figura 5.19.

A próxima etapa é analisar a influência do parâmetro k_p . Para isso varia-se k_p , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $\phi = 0,3$). Assim tem-se a influência de k_p sobre o excesso de temperatura máxima, $(\theta_{max})_{4m}$ e suas respectivas ótimas geometrias, sendo a razão $(H/L)_{4o}$ ótima quatro vezes, $(L_2/L)_{3o}$ ótima três vezes, $(L_1/L_0)_{2o}$ ótima duas vezes e $(t_1/t_0)_o$ ótima uma vez, como é mostrado na Figura 5.21.

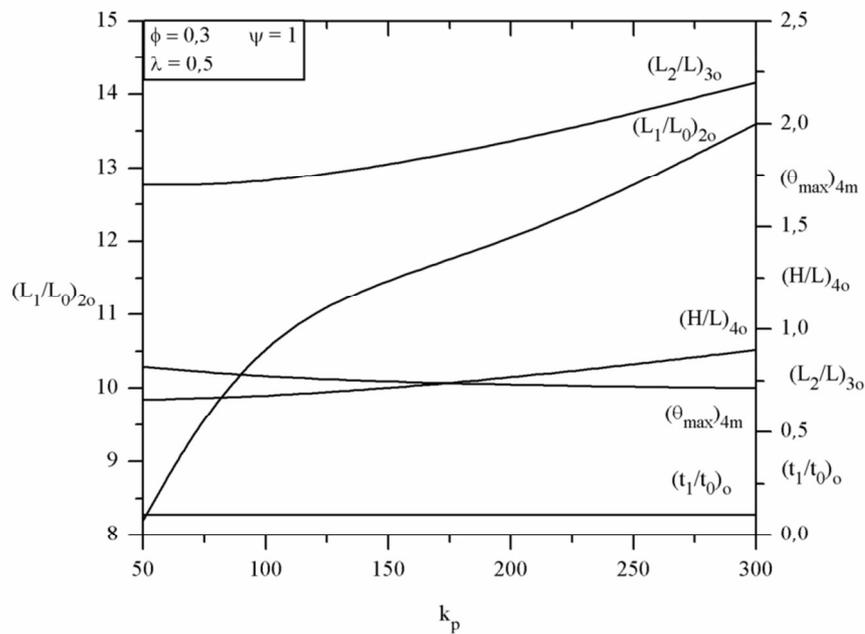


Figura 5.21 – Efeito do parâmetro k_p em $(\theta_{max})_{4m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{4o}$, $(L_2/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

A Figura 5.21 mostra que o efeito de k_p sobre $(\theta_{max})_{4m}$ não é relevante. À medida que k_p aumenta, $(\theta_{max})_{4m}$ decresce minimamente, sendo o excesso de temperatura máxima mínimo para o maior valor de condutividade analisado. A seguir são apresentadas na Figura 5.22 algumas das geometrias obtidas na Figura 5.21.

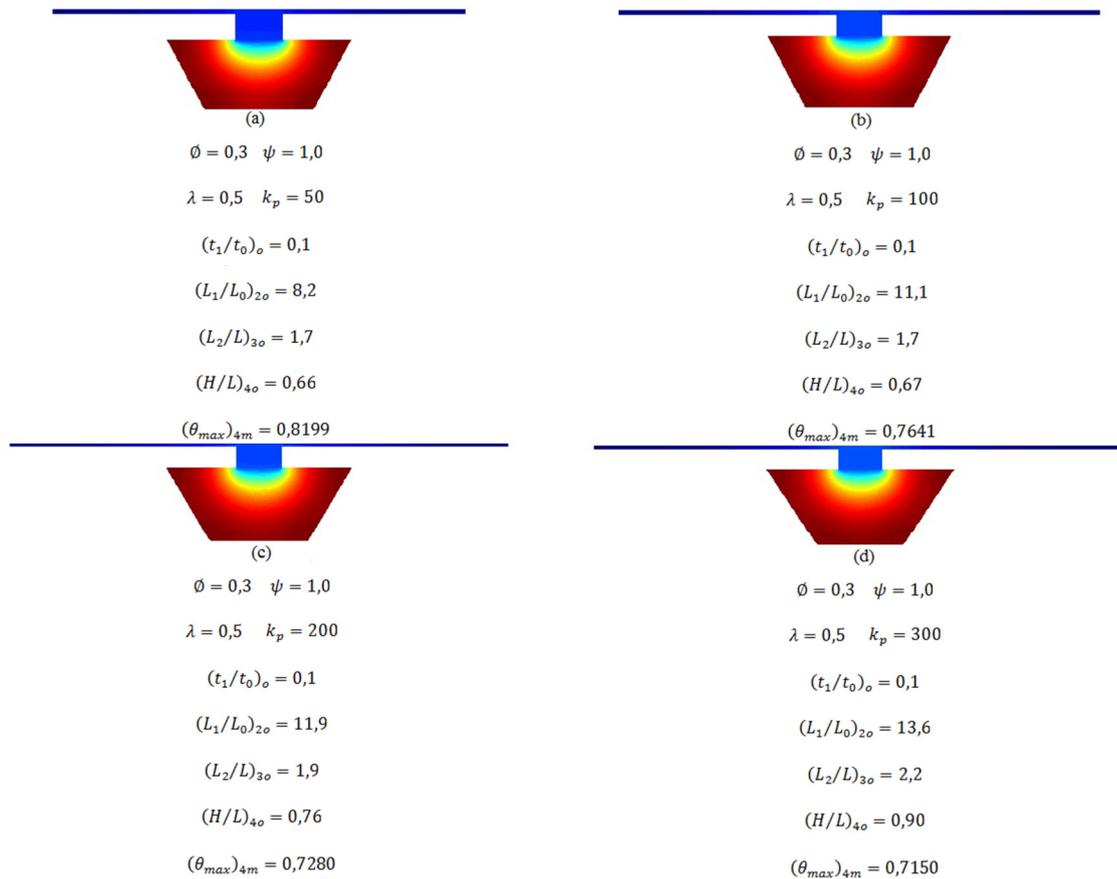


Figura 5.22 – Geometrias para alguns valores de k_p .

A Figura 5.22 ilustra geometrias para quatro valores de k_p , confirmando que a ótima geometria acontece no extremo superior de k_p . É importante salientar que $(t_1/t_0)_o$ não sofre influência de k_p e $(H/L)_{4o}$ sofre pouca influência, enquanto $(L_2/L)_{3o}$ e $(L_1/L_0)_{2o}$ crescem com o aumento de k_p .

O mesmo processo é utilizado para verificarmos o efeito do parâmetro ϕ sobre o excesso de temperatura máxima. Para isso avaliou-se diversos valores de ϕ , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $k_p = 200$), como é mostrado na Figura 5.23 abaixo.

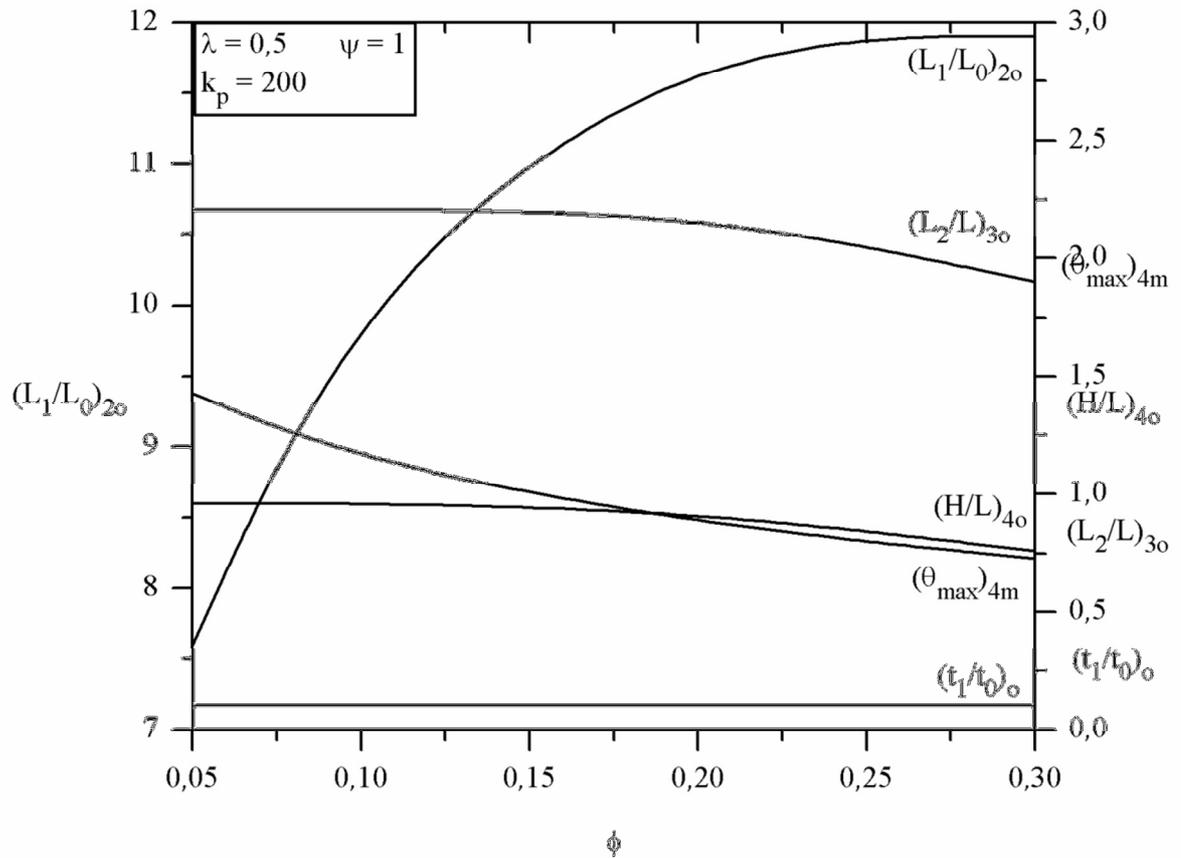


Figura 5.23 – Efeito do parâmetro ϕ em $(\theta_{max})_{4m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{4o}$, $(L_2/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

A Figura 5.23 mostra a diminuição de $(\theta_{max})_{4m}$ com o aumento de ϕ , chegando ao ponto ótimo na extremidade superior do domínio estudado. A Figura 5.24 abaixo mostra a comparação de algumas das geometrias apresentadas na Figura 5.23.

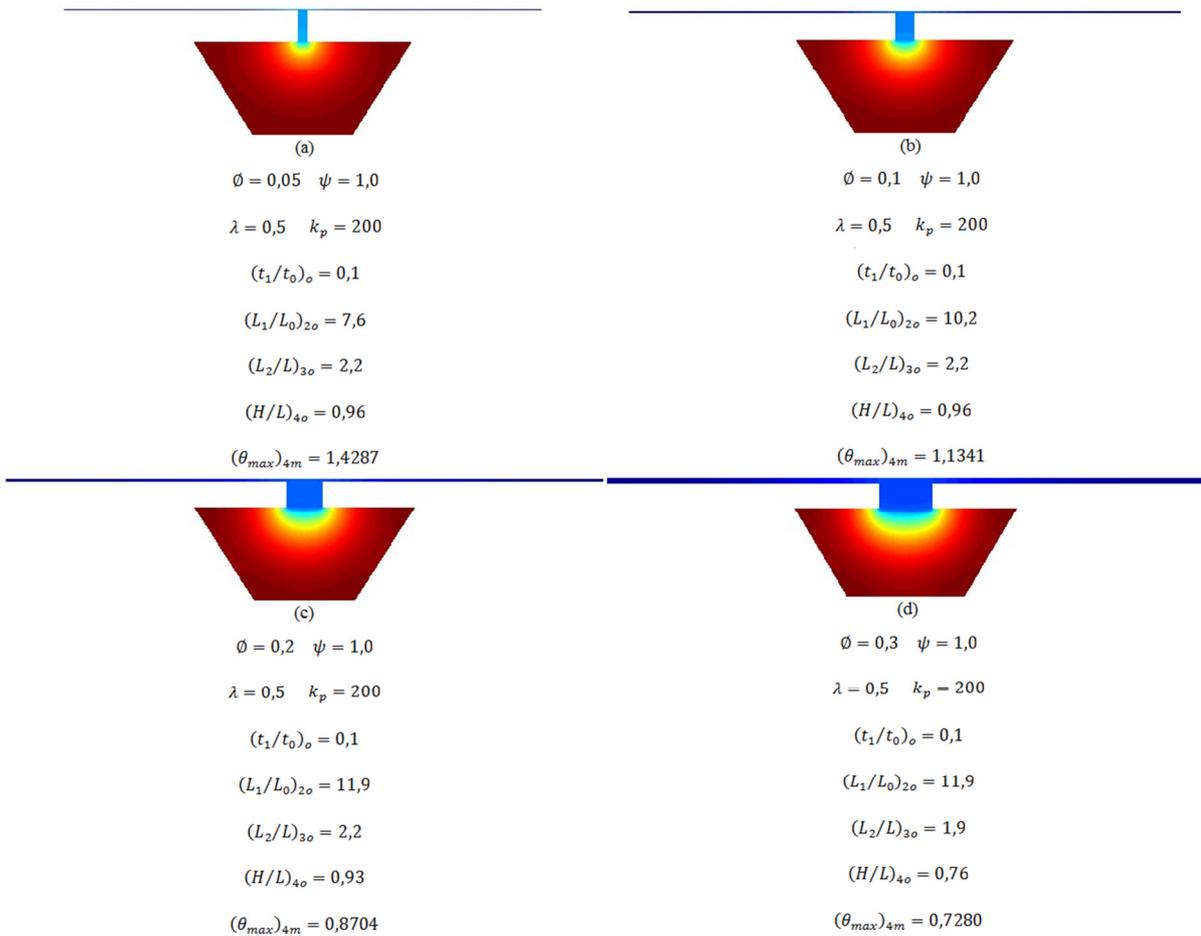


Figura 5.24 – Geometrias para alguns valores de ϕ .

No ponto extremo superior, $\phi = 0,3$, o excesso máximo de temperatura mínima, $(\theta_{max})_{4m} = 0,7280$, alcança sua melhor configuração. As suas razões correspondentes são $(L_1/L_0)_{2o} = 11,9$, $(L_2/L)_{3o} = 1,9$, $(H/L)_{4o} = 0,76$ e $(t_1/t_0)_o = 0,1$ – constante para todo domínio, ou seja, não sofre influência de ϕ .

Posteriormente, variou-se o parâmetro λ , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1$, $\phi = 0,3$, $k_p = 200$) e avaliou-se o efeito sobre $(\theta_{max})_{4m}$. A Figura 5.25 abaixo mostra o efeito de λ sobre o excesso de temperatura máximo quatro vezes minimizado.

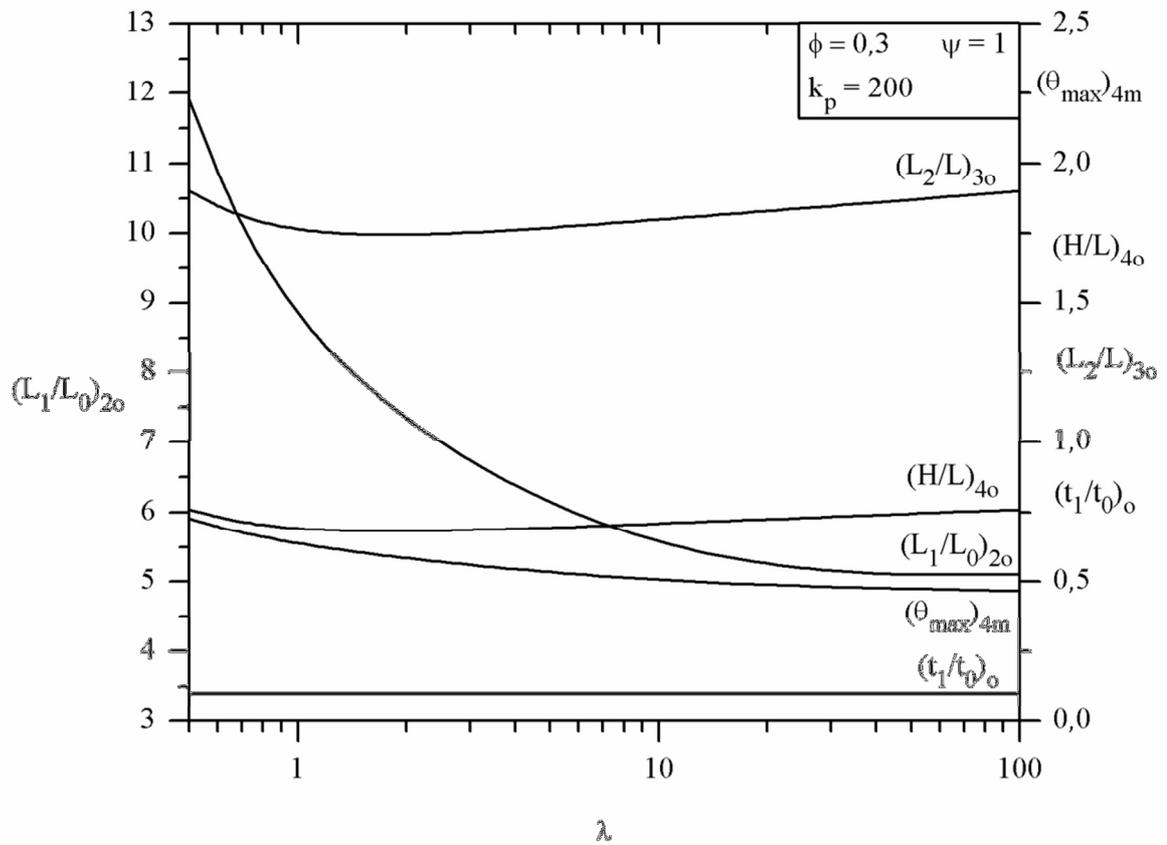


Figura 5.25 – Efeito do parâmetro λ em $(\theta_{max})_{3m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{4o}$, $(L_2/L)_{3o}$, $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

O gráfico da Figura 5.25 mostra que $(\theta_{max})_{4m}$ diminui com o aumento de λ , tendendo a estabilizar até o ponto superior do domínio analisado. É importante mencionar que o limite superior de λ testado foi estipulado com o objetivo de se obter o comportamento térmico similar ao encontrado por Biserni et al. (2004) no estudo de cavidades isotérmicas. A Figura 5.26 abaixo mostra a comparação de algumas das geometrias apresentadas na Figura 5.25.

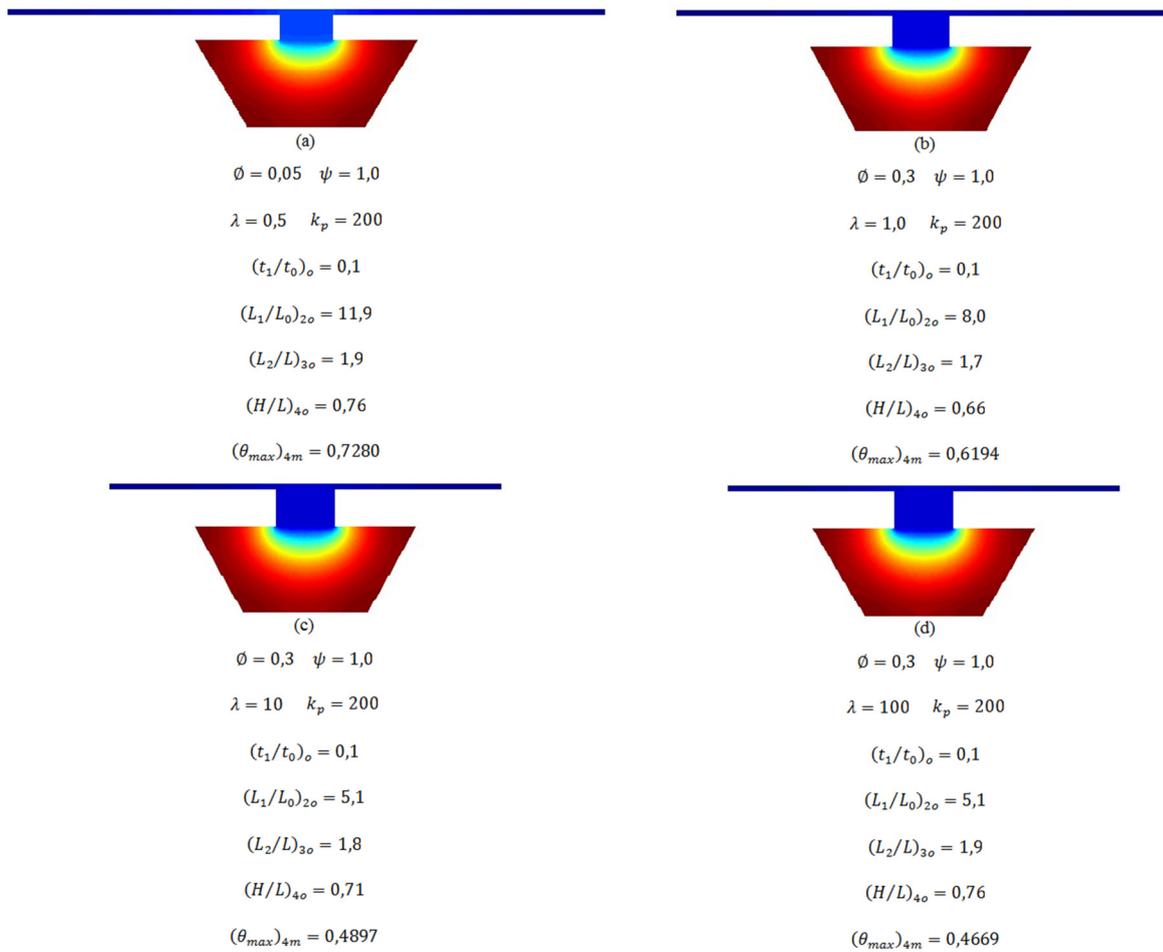


Figura 5.26 – Geometrias para alguns valores de λ .

A Figura 5.26 é apresentada para mostrar a geometria e distribuição do campo de temperaturas para algumas configurações testadas na Figura 5.25.

A última etapa do estudo para esta configuração com base trapezoidal consiste em pesquisar a melhor geometria variando-se o parâmetro ψ , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\phi = 0,3$, $\lambda = 0,5$, $k_p = 200$). A Figura 5.27 mostra o efeito desta variação sobre $(\theta_{max})_{4m}$.

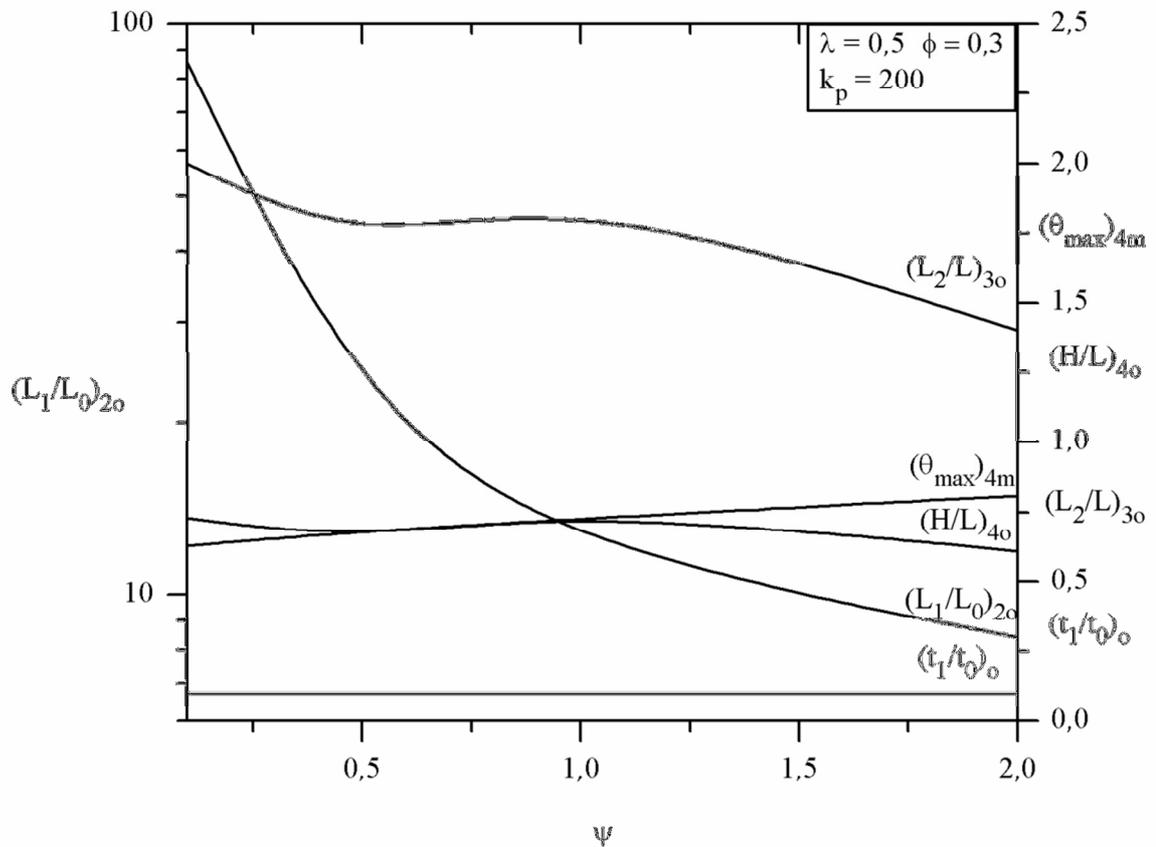


Figura 5.27 – Efeito do parâmetro ψ em $(\theta_{max})_{4m}$ e suas respectivas geometrias: $(H/L)_{40}$, $(L_2/L)_{30}$, $(L_1/L_0)_{20}$ e $(t_1/t_0)_o$.

A temperatura máxima mínima, $(\theta_{max})_{4m}$, aumenta à medida que ψ cresce. O aumento de ψ , com o aumento da área auxiliar consequentemente, não permite que o sistema tenha liberdade para variar, então a melhor performance é alcançada no limite inferior, quando as razões $(L_2/L)_{30}$ e $(L_1/L_0)_{20}$ são máximas e os graus de liberdade $(H/L)_{40}$ e $(t_1/t_0)_o$ tornam-se secundários nesta etapa do processo de otimização, sendo praticamente insensíveis a variação de ψ . A Figura 5.28 abaixo mostra algumas das geometrias encontradas na Figura 5.27.

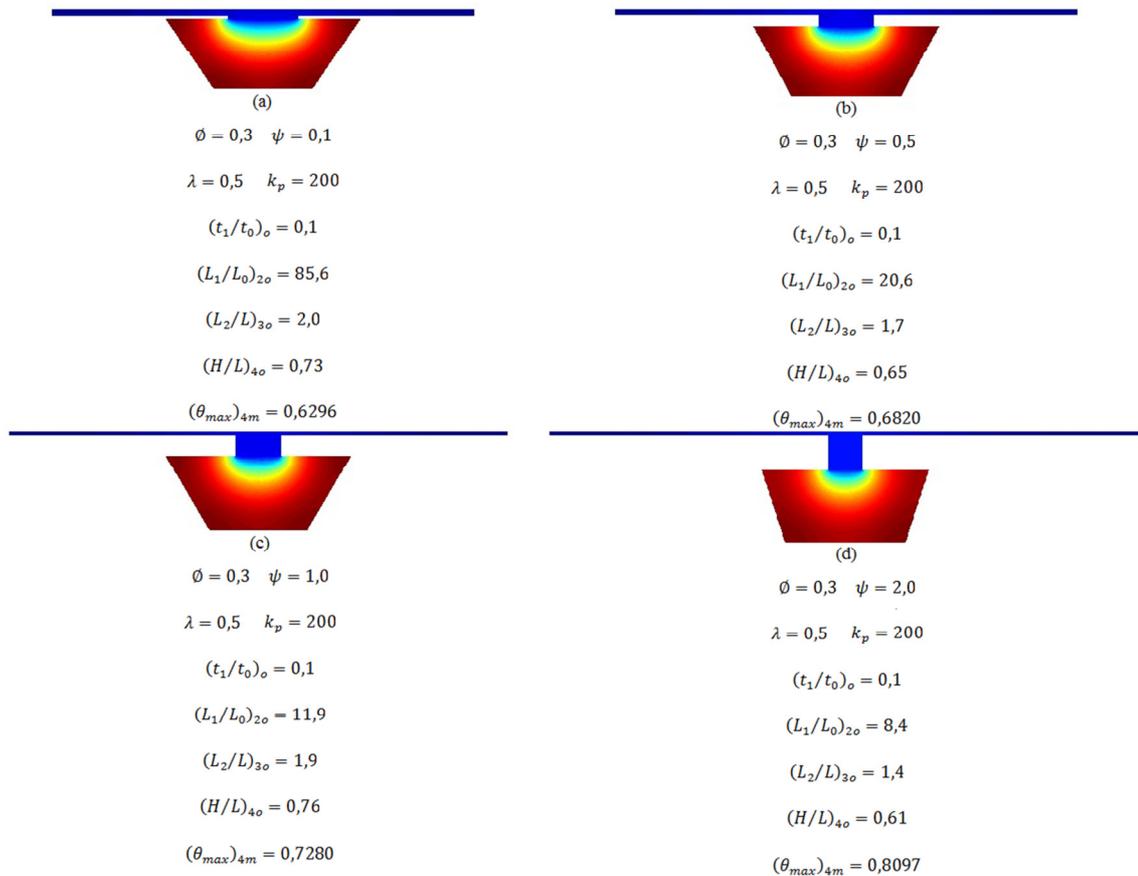


Figura 5.28 – Geometrias para alguns valores de ψ .

A Figura 5.28 (a) destaca a distribuição de temperatura com referência ao limite inferior do domínio analisado, como relatado na análise da Figura 5.27.

5.3 Base Semicircular

Para o caso com base semicircular, temos dois graus de liberdade, os quais foram citados anteriormente e foram definidos de forma adimensional como: L_1/L_0 e t_1/t_0 .

Inicialmente é investigado o comportamento da resistência térmica global adimensional em função do grau de liberdade L_1/L_0 , mantendo-se fixos os parâmetros $\emptyset = 0,3$, $\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $\tilde{k}_p = 200$ e variando-se a razão t_1/t_0 . Para cada uma destas variações de t_1/t_0 existe uma razão ótima $(L_1/L_0)_o$ que corresponde à temperatura máxima mínima $(\theta_{max})_m$.

A Figura 5.29 mostra as curvas da temperatura máxima, θ_{max} , em função da razão L_1/L_0 , obtidas para as várias configurações a partir da variação da razão t_1/t_0 .

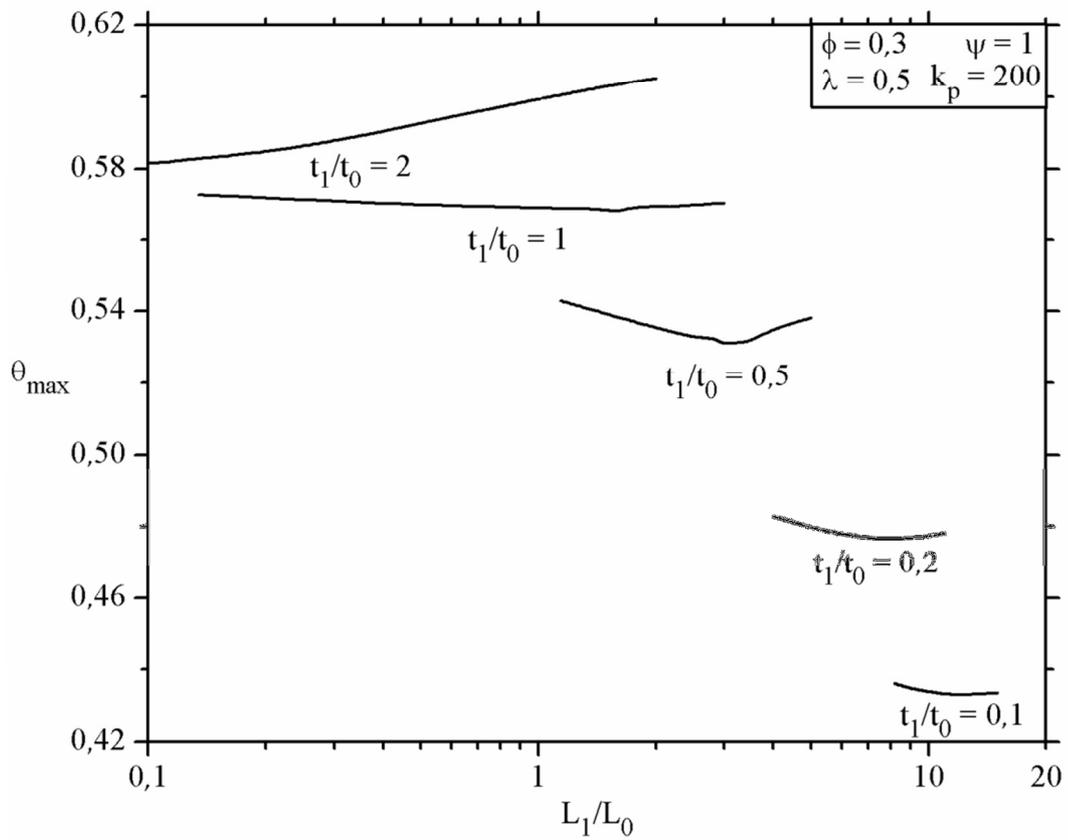


Figura 5.29 - Efeito do grau de liberdade L_1/L_0 no excesso máximo de temperatura, θ_{max} , para cada variação de t_1/t_0 .

Para uma melhor visualização dos resultados da Figura 5.29, os valores ótimos de θ_{max} e os valores mínimos do grau de liberdade L_1/L_0 , são apresentados na Figura 5.30 em função da variação da razão t_1/t_0 .

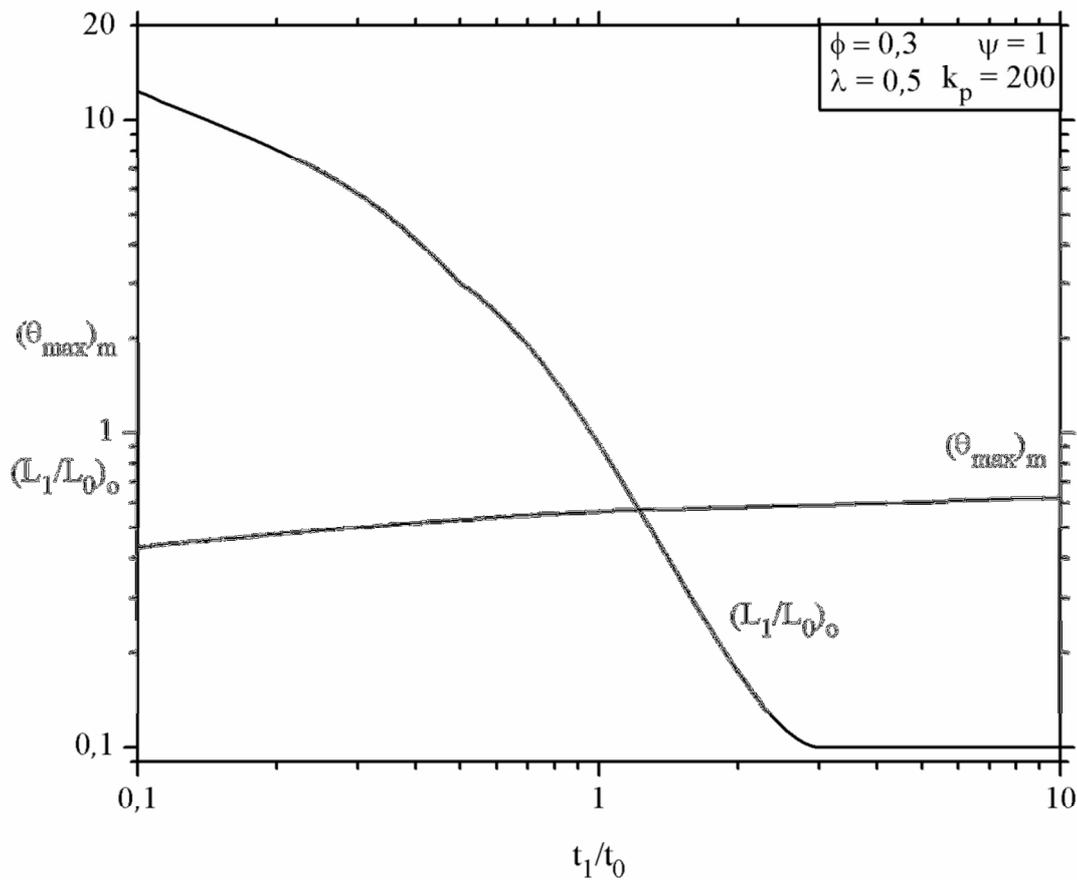


Figura 5.30 - Excesso de temperatura máxima mínima $(\theta_{max})_m$ e a correspondente ótima razão $(L_1/L_0)_o$ em função da razão t_1/t_0 .

A partir dos resultados apresentados na Figura 5.30 percebe-se a inexistência de um ponto intermediário que minimize $(\theta_{max})_m$, o qual ocorre para o valor mínimo analisado de t_1/t_0 . Relativo às ótimas geometrias, $(L_1/L_0)_o$ decresce acentuadamente com o aumento de t_1/t_0 até $t_1/t_0 \leq 3$, após este ponto a curva estabiliza, deixando de sofrer influência com a variação de t_1/t_0 . Algumas geometrias encontradas na Figura 5.30 são apresentadas na Figura 5.31.

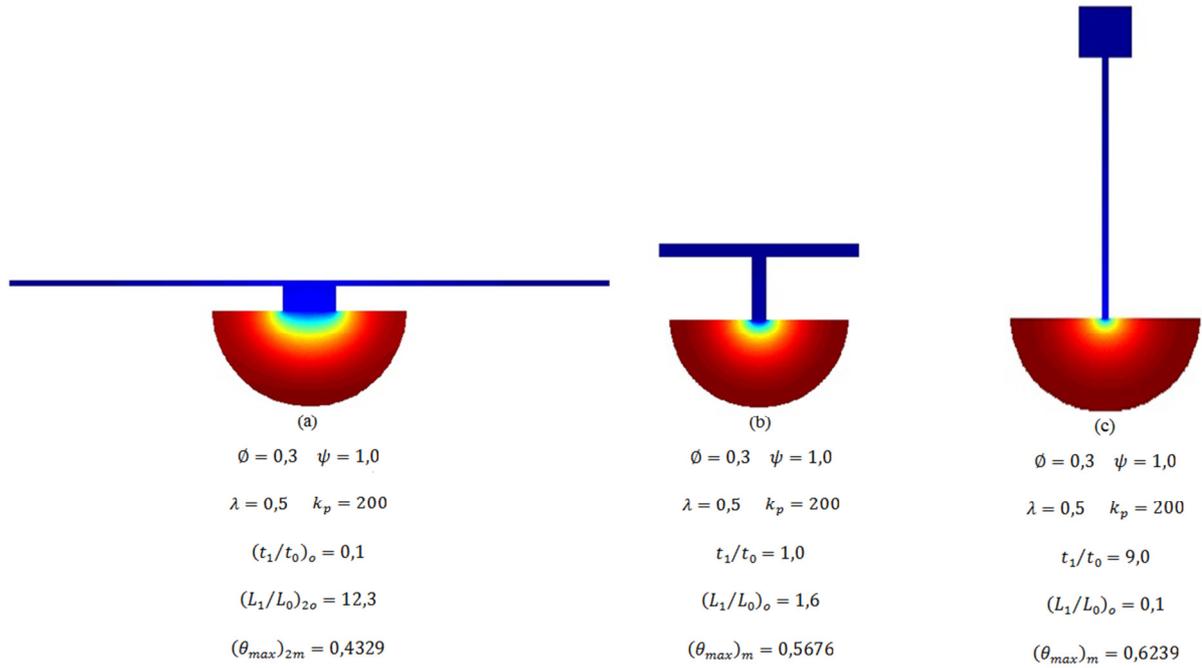


Figura 5.31 – Geometrias ótimas obtidas na Figura 5.30.

A geometria apresentada na Figura 5.31 (a) mostra a melhor distribuição do campo de temperaturas.

A próxima etapa é analisar a influência do parâmetro k_p . Para isso varia-se k_p , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $\phi = 0,3$). Assim tem-se a influência de k_p sobre o excesso de temperatura máxima, $(\theta_{max})_{2m}$ e suas respectivas ótimas geometrias, sendo a razão $(L_1/L_0)_{2o}$ ótima duas vezes e $(t_1/t_0)_o$ ótima uma vez, como é mostrado na Figura 5.32.

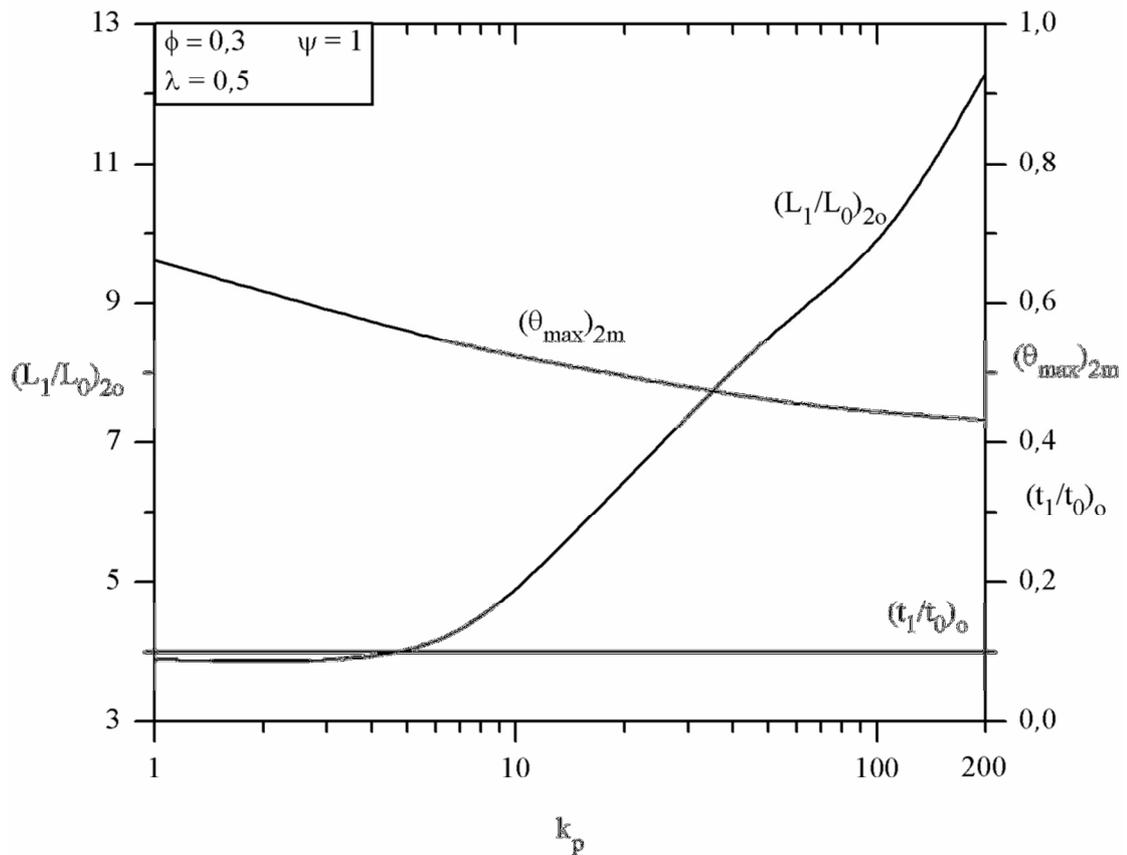


Figura 5.32 – Efeito do parâmetro k_p em $(\theta_{max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

A Figura 5.32 mostra que $(\theta_{max})_{2m}$ não sofre grande influência com a variação de k_p . Para uma grande elevação de k_p , $(\theta_{max})_{2m}$ decresce discretamente, sendo o excesso de temperatura máxima mínimo para o maior valor de condutividade analisado. A seguir são apresentadas na Figura 5.33 algumas das geometrias obtidas na Figura 5.32.

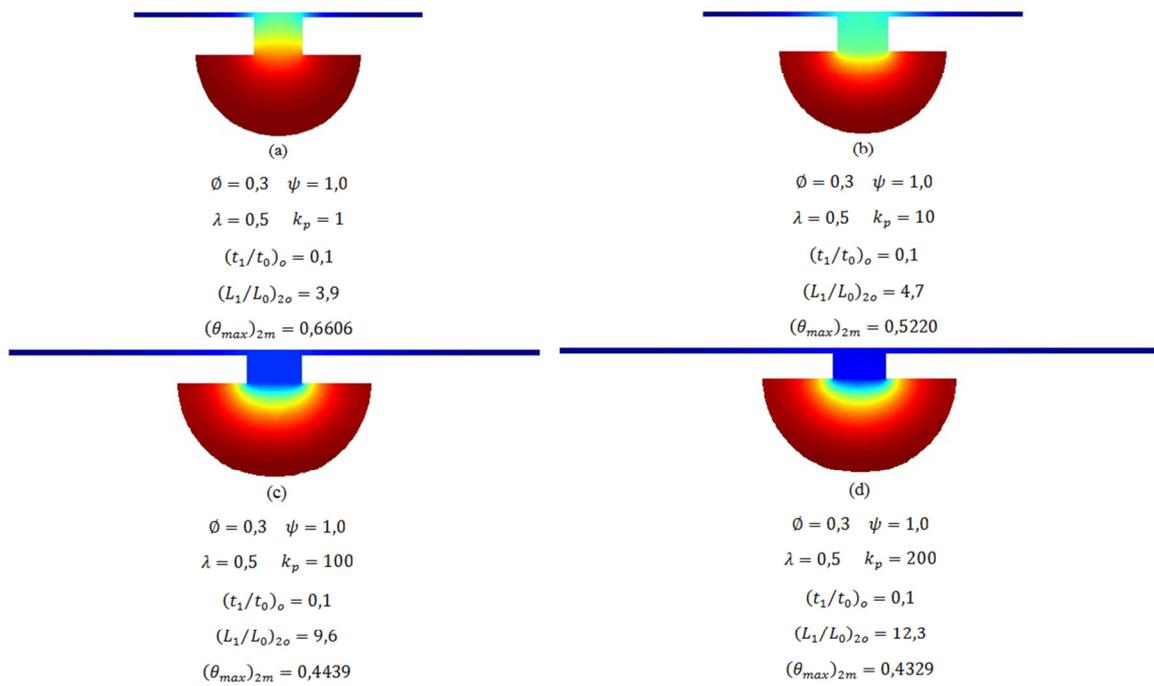


Figura 5.33 – Geometrias para alguns valores de k_p .

A Figura 5.33 ilustra geometrias para quatro valores de k_p , confirmando que a ótica geometria acontece no extremo superior de k_p . É importante salientar que $(t_1/t_0)_o$ não sofre influência de k_p , enquanto $(L_1/L_0)_{2o}$ não sofre influencia até $k_p \cong 4$, a partir deste valor cresce acentuadamente até o limite superior de k_p .

O mesmo processo é utilizado para verificarmos o efeito do parâmetro ϕ sobre o excesso de temperatura máxima. Para isso avaliou-se diversos valores de ϕ , mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1, \lambda = 0,5, k_p = 200$), como é mostrado na Figura 5.34 abaixo.

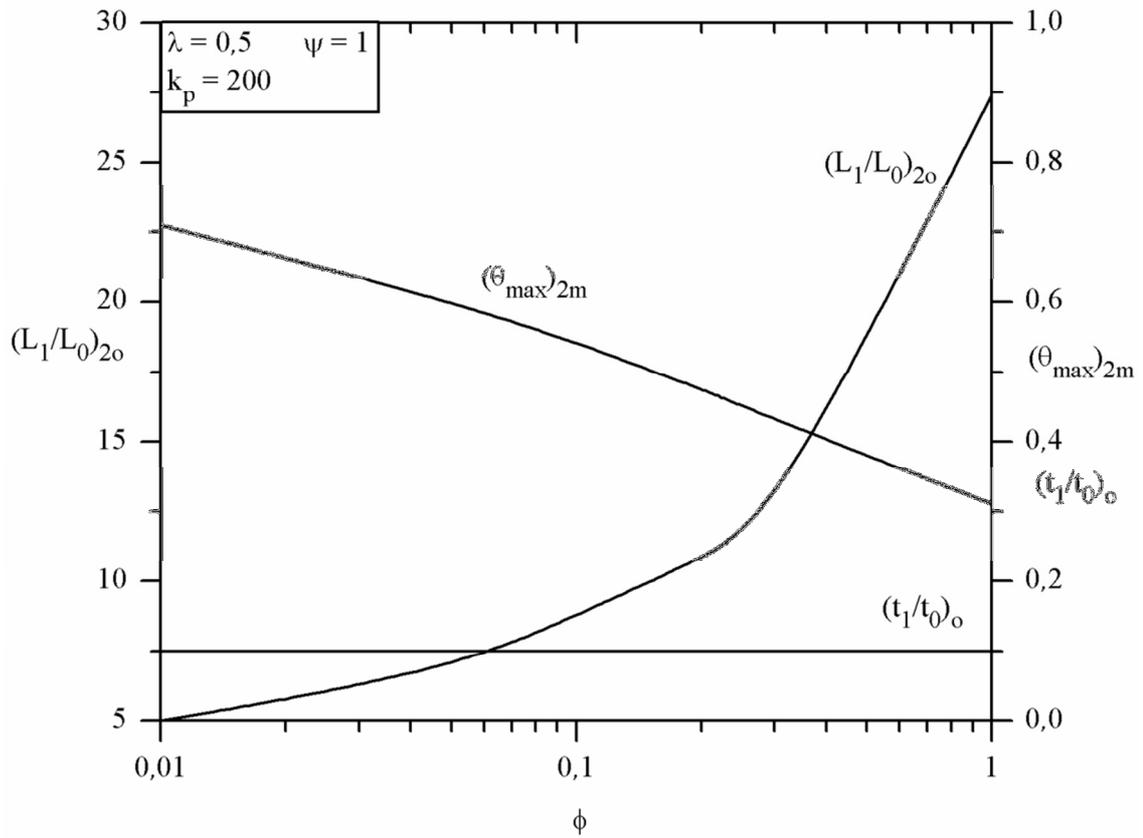


Figura 5.34 – Efeito do parâmetro ϕ em $(\theta_{max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

A Figura 5.34 mostra a diminuição de $(\theta_{max})_{2m}$ com o aumento de ϕ , chegando ao ponto ótimo na extremidade superior do domínio estudado. A Figura 5.35 abaixo mostra a comparação de algumas das geometrias apresentadas na Figura 5.34.

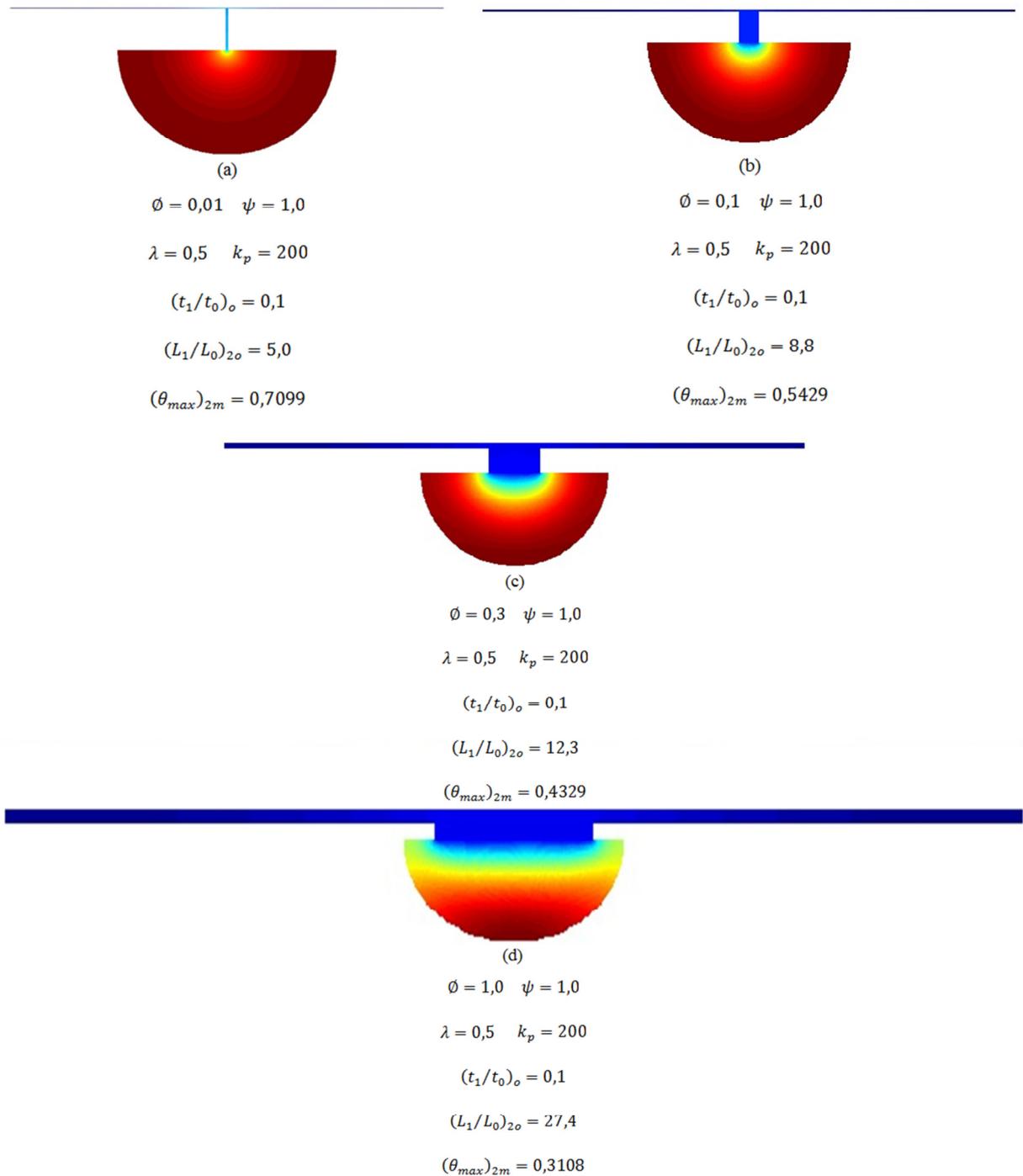


Figura 5.35 – Geometrias para alguns valores de ϕ .

No ponto extremo superior, $\phi = 1,0$, o excesso máximo de temperatura mínima, $(\theta_{max})_{2m} = 0,3108$, alcança sua melhor configuração. As suas razões correspondentes são $(L_1/L_0)_{2o} = 27,4$ e $(t_1/t_0)_o = 0,1$ – constante para todo domínio, ou seja, não sofre influência de ϕ . Posteriormente, variou-se o parâmetro λ , mantendo-se constante os demais

parâmetros ($\psi = 1$, $\phi = 0,3$, $k_p = 200$) e avaliou-se o efeito sobre $(\theta_{max})_{2m}$. A Figura 5.36 abaixo mostra o efeito de λ sobre o excesso de temperatura máximo duas vezes minimizado.

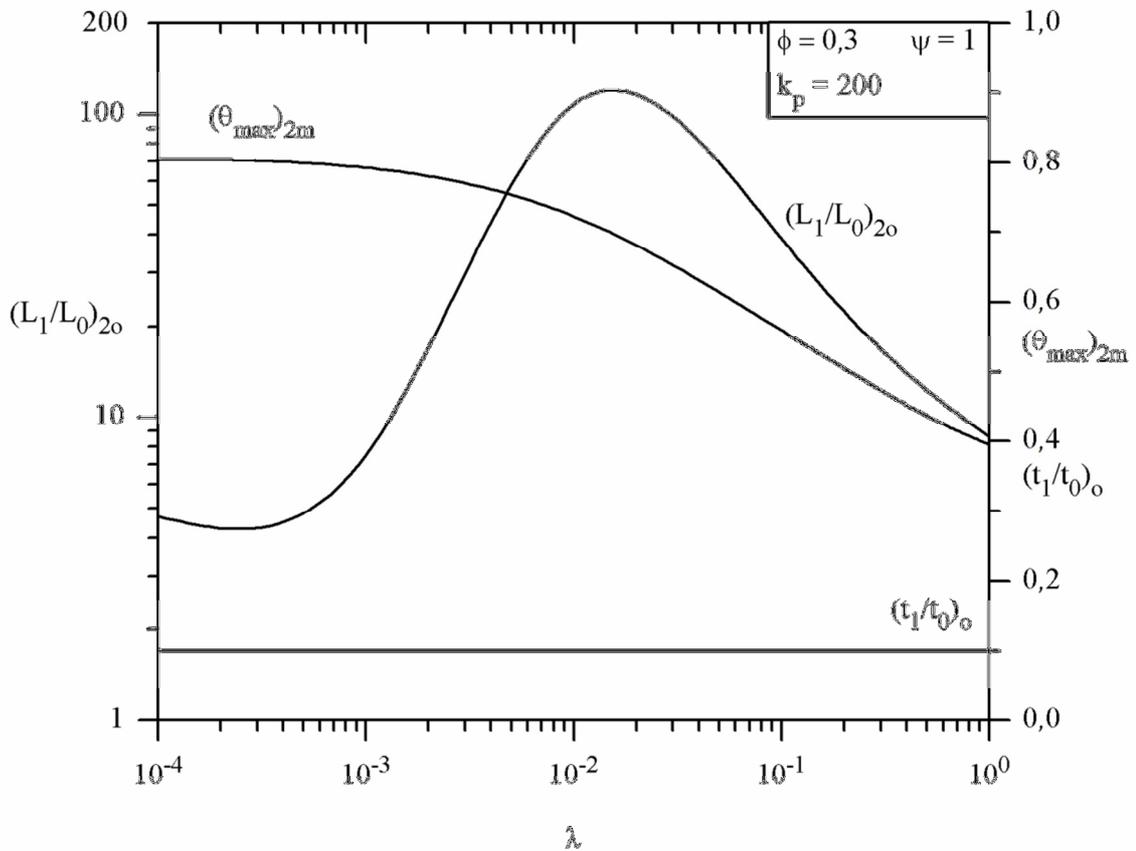


Figura 5.36 – Efeito do parâmetro λ em $(\theta_{max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

O gráfico da Figura 5.36 mostra que $(\theta_{max})_{2m}$ diminui com o aumento de λ para todo o domínio analisado. A Figura 5.37 abaixo mostra a comparação de algumas das geometrias apresentadas na Figura 5.36.

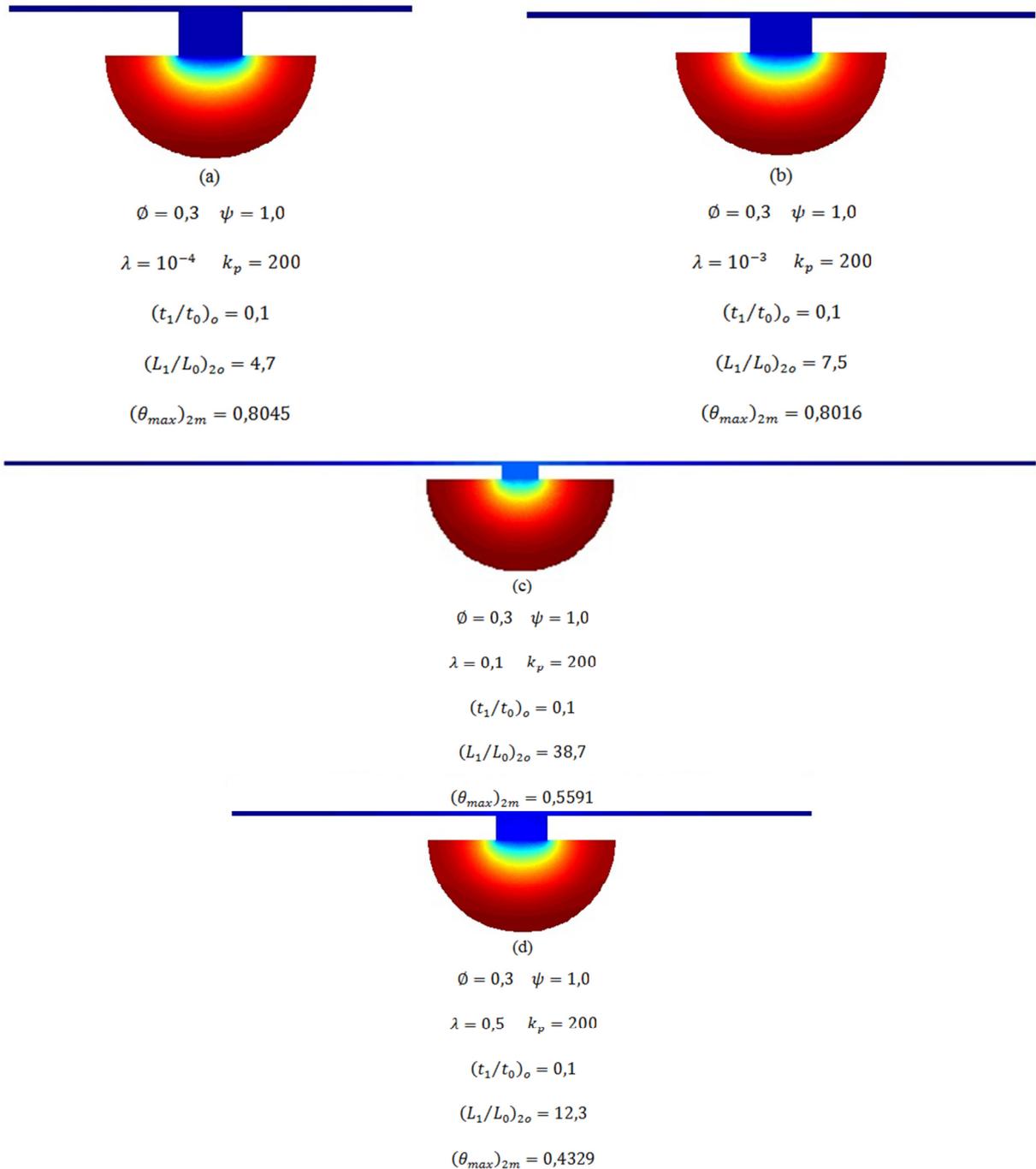


Figura 5.37 – Geometrias para alguns valores de λ .

A Figura 5.37 é apresentada para mostrar a geometria e distribuição do campo de temperaturas para algumas configurações testadas na Figura 5.36.

A última etapa do estudo para esta configuração com base semicircular consiste em pesquisar a melhor geometria variando-se o parâmetro ψ , mantendo-se constante os demais

parâmetros ($\phi = 0,3$, $\lambda = 0,5$, $k_p = 200$). A Figura 5.38 mostra o efeito desta variação sobre $(\theta_{max})_{2m}$.

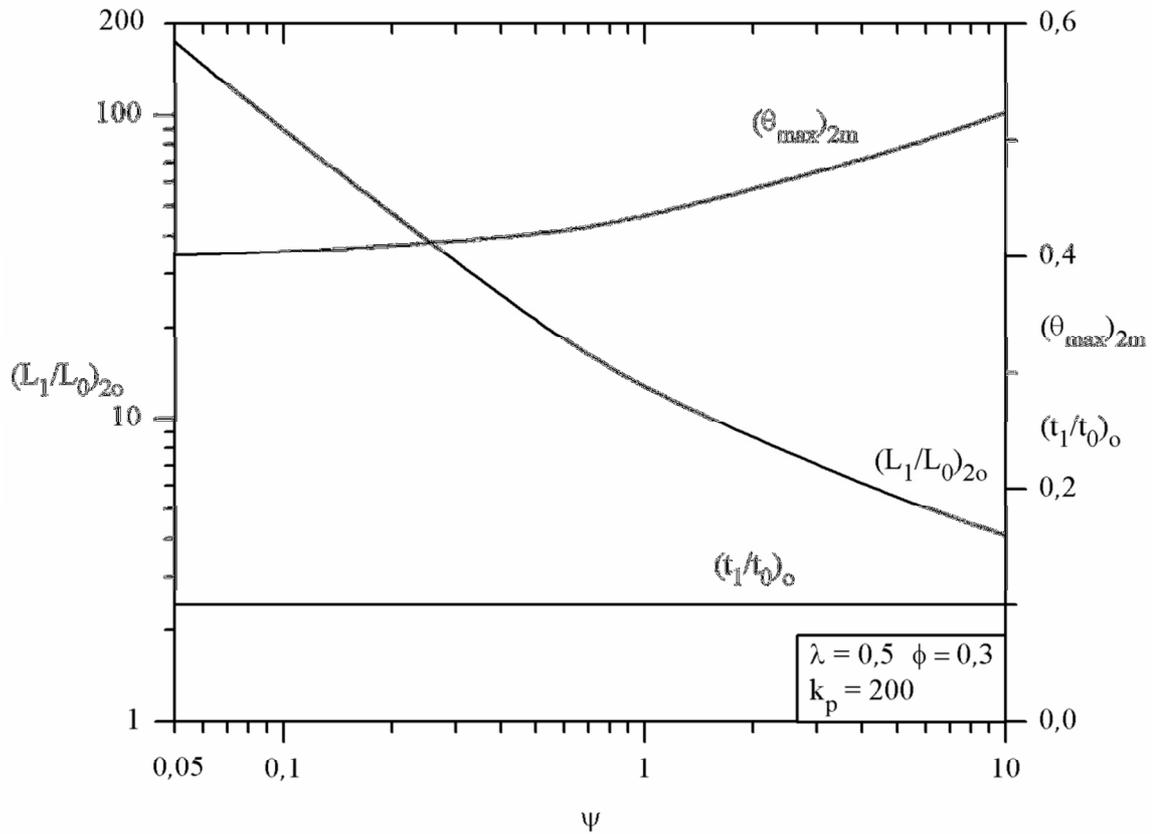


Figura 5.38 – Efeito do parâmetro ψ em $(\theta_{max})_{2m}$ e suas respectivas geometrias: $(L_1/L_0)_{2o}$ e $(t_1/t_0)_o$.

A temperatura máxima mínima, $(\theta_{max})_{2m}$, aumenta a medida que ψ cresce. O aumento de ψ , com o aumento da área auxiliar consequentemente, não permite que o sistema tenha liberdade para variar, então a melhor performance é alcançada no limite inferior, quando a razão $(L_1/L_0)_{2o}$ é máxima e o grau de liberdade $(t_1/t_0)_o$ não sofre alteração com a variação de ψ . A Figura 5.39 abaixo mostra algumas das geometrias encontradas na Figura 5.38.

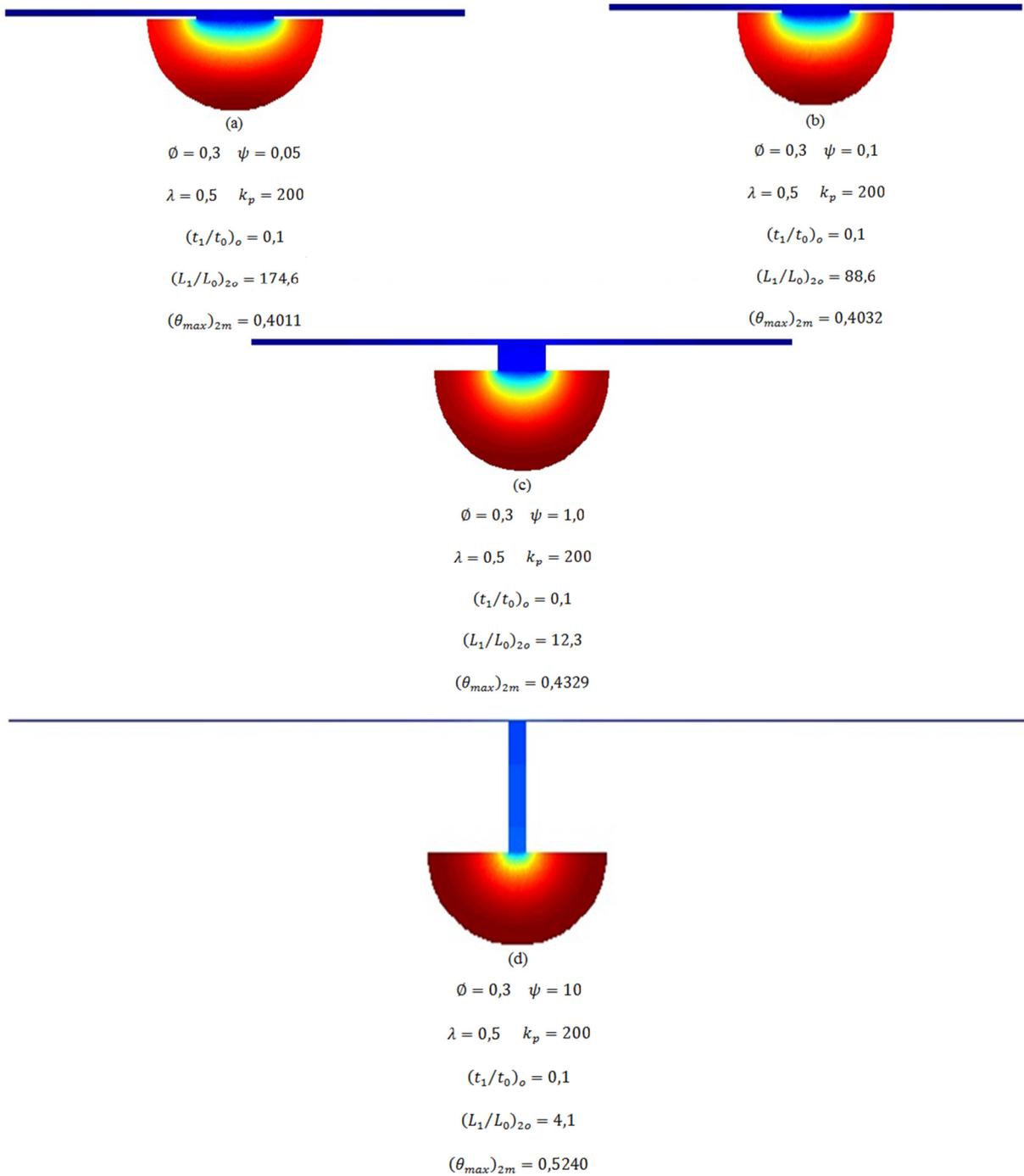


Figura 5.39 – Geometrias para alguns valores de ψ .

A Figura 5.39 (a) destaca a distribuição de temperatura com referência ao limite inferior do domínio analisado, como relatado na análise da Figura 5.38.

5.4 Comparativo entre os melhores resultados de cada geometria

A partir dos resultados apresentados para cada uma das geometrias são plotados gráficos comparativos. A Figura 5.40 apresenta a influência do parâmetro k_p sobre θ_{max} para as três geometrias estudadas, mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $\phi = 0,3$).

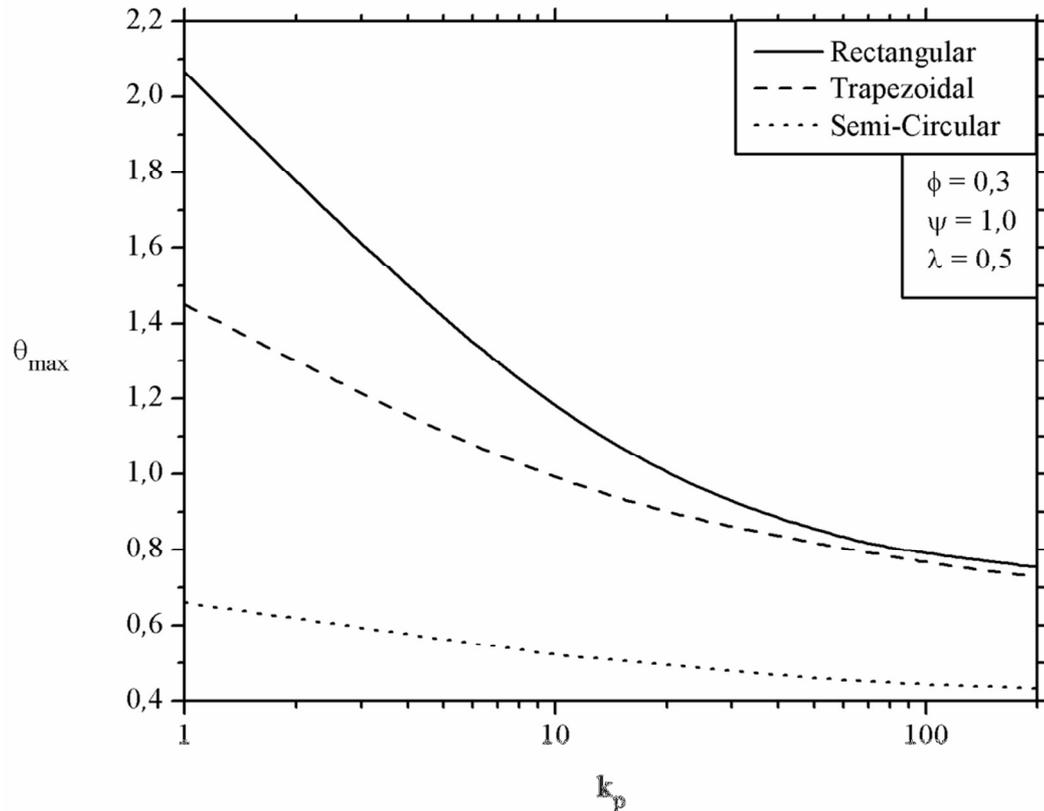


Figura 5.40 – Efeito do parâmetro k_p sobre θ_{max} em cada geometria.

Analisando as curvas da Figura 5.40 fica claro que para todos os casos quanto maior k_p melhor é o resultado, ou seja, θ_{max} é menor. A maior influência com a variação deste parâmetro acontece para a geometria retangular, porém o melhor resultado entre elas é alcançado pela geometria que sofre menos efeito – semicircular.

A seguir, é apresentado o gráfico da comparação do efeito do parâmetro ϕ sobre θ_{max} para as geometrias analisadas, mantendo-se constante os demais parâmetros ($\psi = 1$, $\lambda = 0,5$, $k_p = 200$). A Figura 5.41 mostra este comparativo.

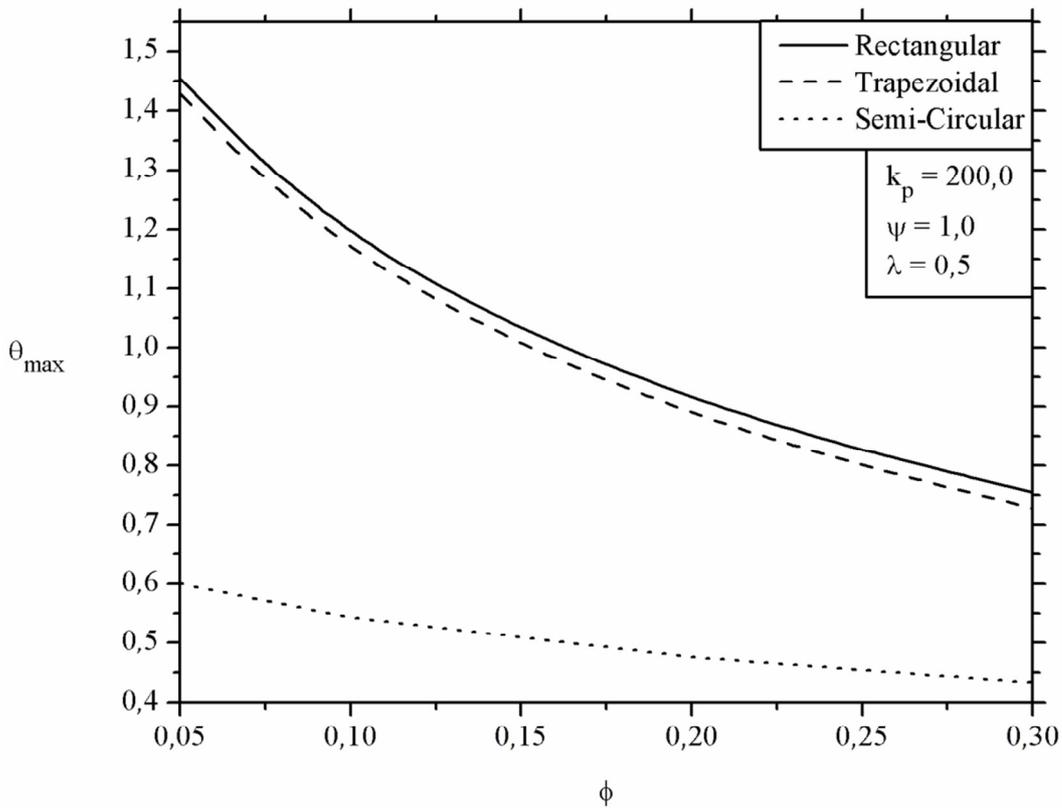


Figura 5.41 – Efeito do parâmetro ϕ sobre θ_{max} em cada geometria.

As curvas de θ_{max} das geometrias retangular e trapezoidal sofrem a mesma influência de ϕ , enquanto a geometria semicircular não sofre muito efeito. Apesar da queda mais significativa de θ_{max} com o aumento de ϕ acontecer nas duas primeiras geometrias, novamente, o melhor desempenho ocorre para a geometria semicircular.

O comportamento de θ_{max} com a variação de ψ é apresentado na Figura 5.42. Os demais parâmetros foram mantidos constantes ($\phi = 0,3$, $\lambda = 0,5$, $k_p = 200$).

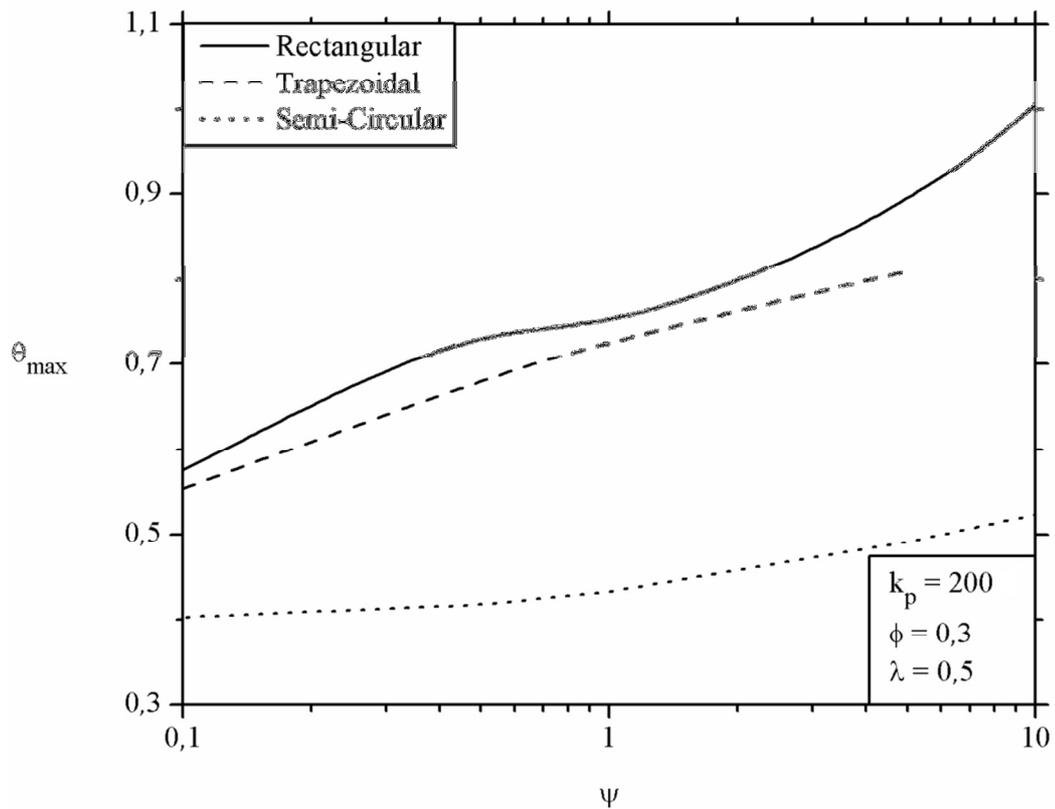


Figura 5.42 – Efeito do parâmetro ψ sobre θ_{max} em cada geometria.

A Figura 5.42 mostra que o efeito de ψ é o inverso dos parâmetros analisados anteriormente. Quanto maior for o valor de ψ , maior é o valor de θ_{max} . A influência é percebida com mais clareza nas geometrias retangular e trapezoidal, enquanto a geometria semicircular não sofre tanto efeito. Como ocorreu na variação dos demais parâmetros, o melhor desempenho ocorre para a geometria semicircular.

Por fim, a Figura 5.43 mostra o efeito do parâmetro λ sobre θ_{max} . Os demais parâmetros foram mantidos constantes ($\psi = 1$, $\phi = 0,3$, $k_p = 200$).

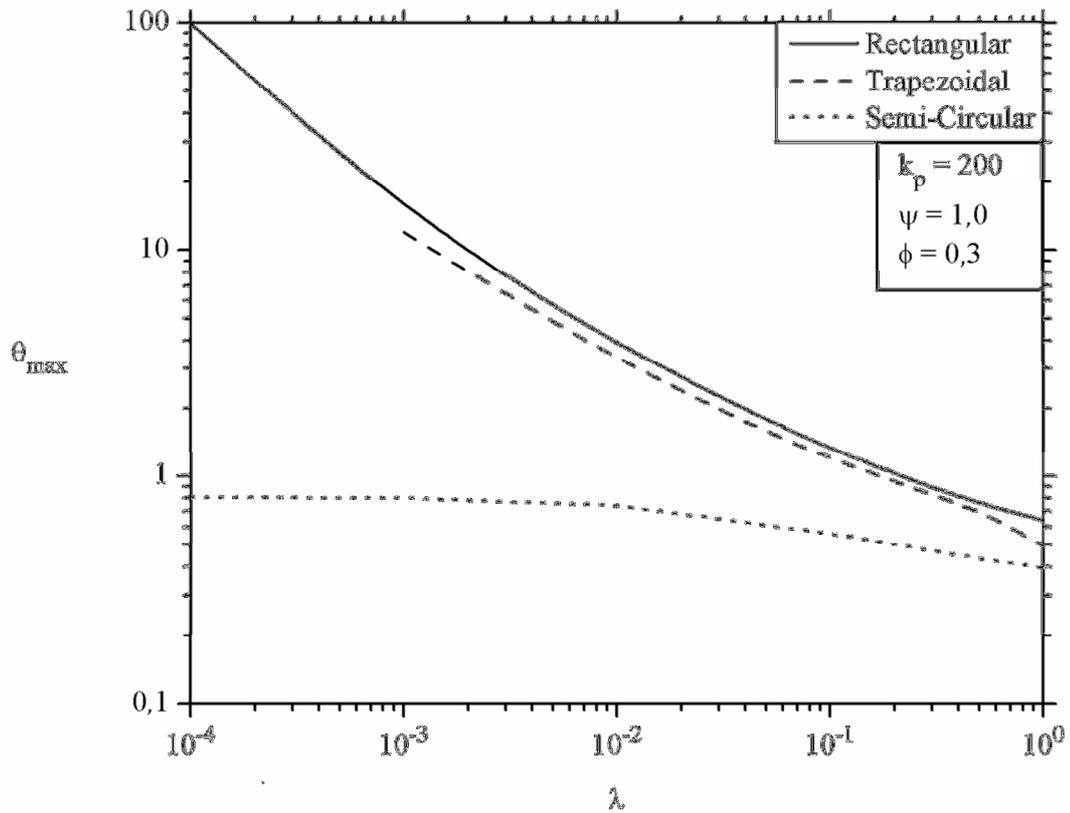


Figura 5.43 – Efeito do parâmetro λ sobre θ_{max} em cada geometria.

À medida que o parâmetro λ aumenta, θ_{max} decresce. Para as geometrias retangular e trapezoidal esta variação é muito significativa, enquanto para a geometria semicircular não gera grande diferença. Apesar de os valores de θ_{max} se aproximarem no extremo superior do domínio estudado, a geometria semicircular segue levando uma pequena vantagem sobre as demais geometrias.

A influência do parâmetro λ sobre os graus de liberdade L_1/L_0 e t_1/t_0 também são analisadas nas Figuras 5.44 e 5.45, respectivamente.

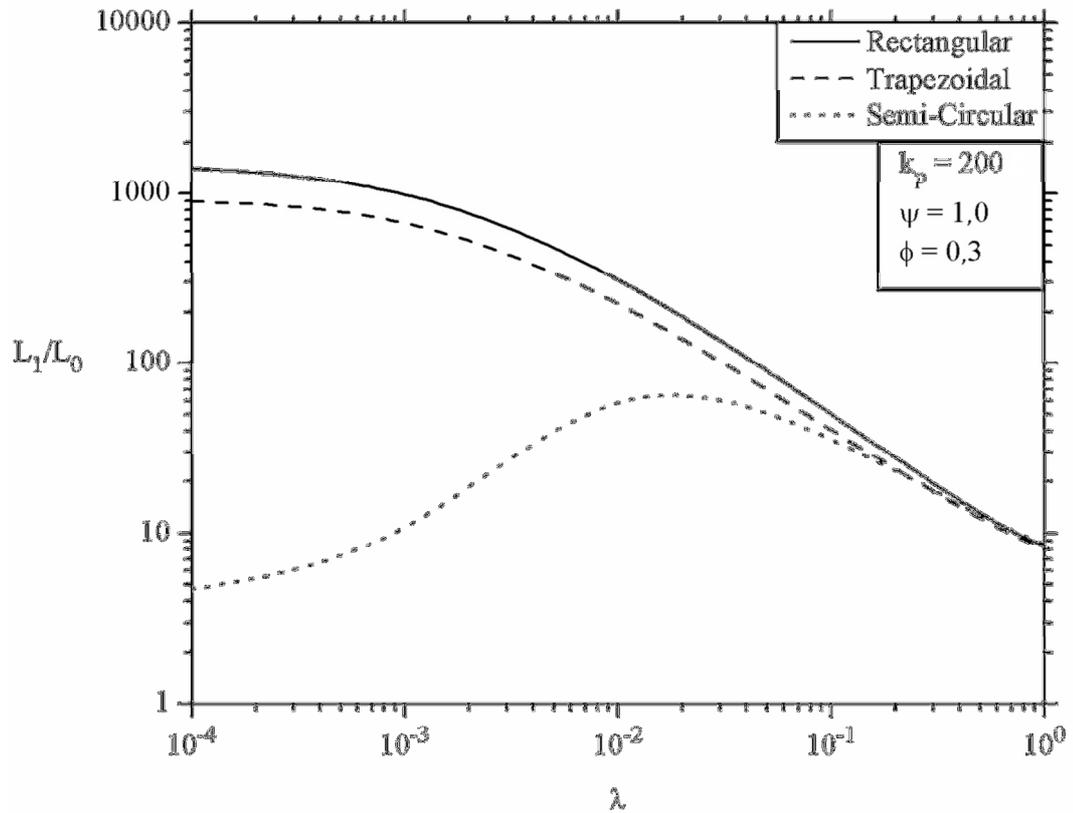


Figura 5.44 – Efeito do parâmetro λ sobre o grau de liberdade L_1/L_0 em cada geometria.

Para as geometrias retangular e trapezoidal, o grau de liberdade L_1/L_0 sofre o mesmo efeito com variação de λ . À medida que λ aumenta há uma diminuição de L_1/L_0 . Para a geometria semicircular, o menor valor de L_1/L_0 ocorre para o menor valor de λ , aumentando até o valor aproximado de $\lambda = 10^{-2}$, a partir deste valor volta a decrescer até o limite superior do domínio analisado.

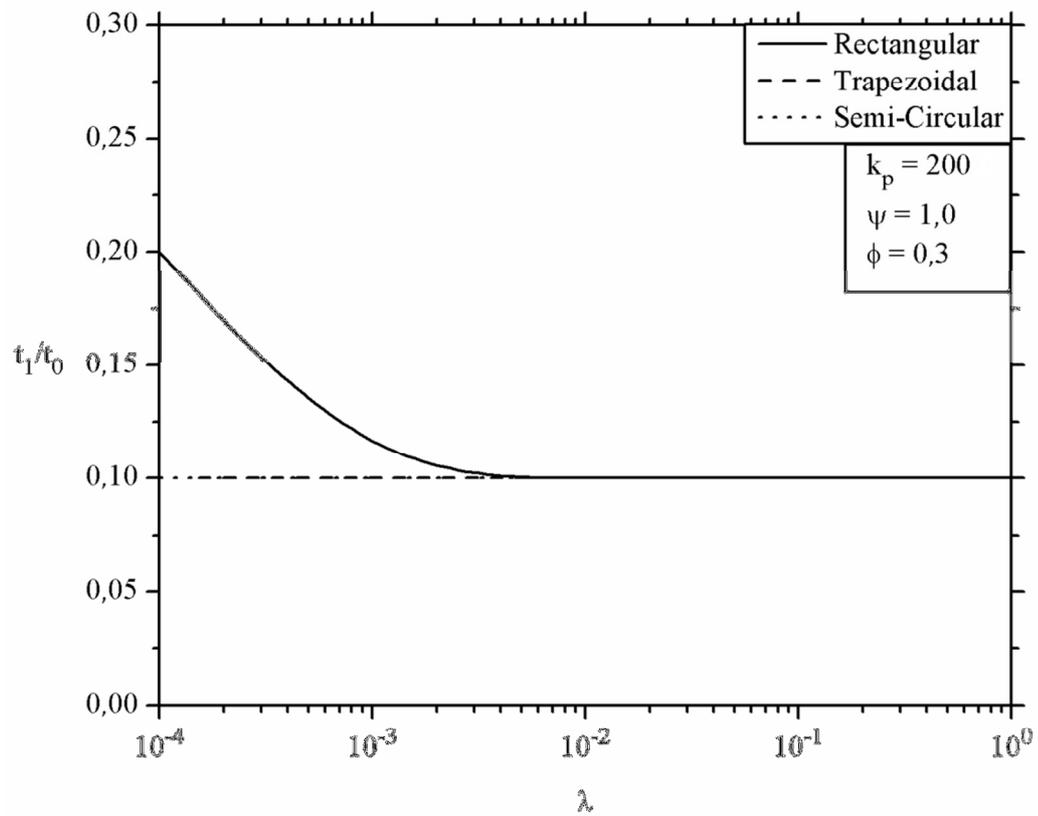


Figura 5.45 – Efeito do parâmetro λ sobre o grau de liberdade t_1/t_0 em cada geometria.

O grau de liberdade t_1/t_0 não sofre influência do parâmetro λ para as geometrias trapezoidal e semicircular. Para o mínimo valor de λ , até aproximadamente $\lambda = 10^{-3}$, há variação da razão t_1/t_0 , a partir deste valor até o limite superior do domínio estudado o grau de liberdade assume o mesmo comportamento das demais geometrias – constante.

6 CONCLUSÃO

O método Construtal design foi utilizado neste trabalho com o intuito de minimizar a resistência térmica dos sistemas com geração de calor, com volume fixo e baixa condutividade térmica, por meio da utilização de aletas de materiais de alta condutividade térmica na forma de um T, também com volume fixo. Os corpos geradores de calor foram testados em três geometrias: Retangular, trapezoidal e semicircular. As superfícies exteriores do corpo onde há geração de calor foram perfeitamente isoladas. A proposta é descobrir a configuração que facilita a transferência de calor através da variação da geometria do sólido de baixa condutividade térmica e da aleta composta por material de alta condutividade.

No caso com base retangular, primeiramente foi estudado o comportamento da resistência térmica global adimensional em função da variação dos graus de liberdade, mantendo-se constante os parâmetros. Em uma comparação entre a primeira e a terceira otimização de θ_{max} , houve uma melhora de mais de 66% no desempenho, resultando em uma geometria com a base do T mais baixa e larga e aba mais fina e comprida. Após a otimização de cada grau de liberdade, o efeito de cada parâmetro foi avaliado individualmente. Como esperado, para valores menores da condutividade térmica da aleta o desempenho alcançado piorou, porém a diferença de desempenho de $\tilde{k}_p = 100$ e $\tilde{k}_p = 200$ foi aproximadamente 4%.

O sistema também apresentou melhor desempenho para maiores valores do parâmetro ϕ , sugerindo que para proporções maiores da aleta sobre a base, atinge-se desempenho significativamente melhor. Já para o parâmetro ψ , o menor valor da temperatura máxima minimizada foi obtido para os menores valores avaliados de ψ , indicando melhor desempenho para área auxiliar proporcionalmente menores que área da base. Em ambos parâmetros os resultados alcançados com a variação foram elevados.

O último parâmetro avaliado para a geometria retangular foi o λ . Com o aumento dos valores deste parâmetro houve uma melhora no desempenho do sistema, deixando de influenciar significativamente a temperatura máxima mínima a partir de $\lambda \cong 10$.

No caso com base trapezoidal, foi adicionado mais um grau de liberdade ao problema. Após as otimizações dos quatro graus de liberdade, o melhor resultado obtido para a temperatura máxima mínima foi apenas 3,5% inferior ao encontrado na geometria retangular. A condutividade térmica também melhorou o desempenho do sistema com o seu aumento.

Neste caso, a redução da temperatura máxima mínima para a variação de $\tilde{k}_p = 100$ para $\tilde{k}_p = 200$ foi pouco maior que os 4% do caso retangular.

O comportamento da função objetivo com a variação de ϕ e ψ e foi muito semelhante ao apresentado no caso anterior. O parâmetro λ também teve comportamento igual ao caso anterior, melhorando desempenho em 9%.

A última geometria estudada, com base semicircular, obteve resultados muito melhores que as demais. A melhor configuração encontrada para esta geometria antes da variação dos parâmetros obteve a melhor performance na minimização da resistência térmica global, sendo 40% superior ao obtido na geometria trapezoidal.

O desempenho do sistema com a variação da condutividade térmica corroborou com o apresentado nos demais casos, apresentando a mesma tendência para valores que propiciaram aumento de desempenho para valores acima de $\tilde{k}_p = 100$. O mesmo ocorreu com o efeito dos parâmetros ϕ e λ , cujos aumentos melhoraram o desempenho comparado às geometrias anteriores, porém com menor amplitude de variação da temperatura máxima mínima.

Em todos os comparativos tem-se uma mesma tendência. Para cada parâmetro, na extremidade do domínio avaliado onde ocorre o pior desempenho, tem-se uma enorme diferença entre as temperaturas máxima mínima da geometria que apresenta o melhor desempenho (semicircular) e da geometria que resulta no pior desempenho (retangular). Na outra extremidade do domínio, esta diferença tende a diminuir, isto ocorre pelo fato do efeito ser muito maior na geometria que apresenta o pior desempenho inicialmente. Este estudo reforça o entendimento de que quando um sistema possui vários componentes não basta otimizar cada sistema separadamente, isto é, o sistema deve ser estudado como um todo e os componentes devem ser estudados simultaneamente para obtenção do melhor desempenho do sistema global.

7 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

A continuidade deste trabalho poderá seguir em várias direções, conforme sugestões abaixo.

- Considerando-se, ainda, a análise bidimensional pode-se propor corpos com outras geometrias para ver se, aumentando-se os graus de liberdade, o desempenho do sistema ainda aumenta;
- Verificar o efeito do aumento do número de aletas nos sistemas;
- Estudar os sistemas segundo uma análise tri-dimensional, estudando-se então o sistema conjugado sólido fluido em vários regimes de escoamento e várias geometrias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Azad, A.V.; Amidpour, M. Economic optimization of shell and tube heat exchanger based on Construtal theory, **Energy**, 36, 1087- 1096, 2011.

Bejan, A. Street network theory of organization in nature, **Journal of Advanced Transportation**, v. 30(2), p. 85-107, 1996.

Bejan, A. Construtal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume, **Int. J. Heat Mass Transfer**, 40, 799-816, 1997.

Bejan, A. **Advanced Engineering Thermodynamics**, 2nd ed., Wiley, New York, 1997.

Bejan, A. Shape and structure from engineering to nature, **Cambridge University Press**, Cambridge, UK, 2000.

Bejan, A. Almogbel, M. Construtal T-shaped fins, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43(12-15), p. 2101-2115, 2000.

Bejan, A.; Rocha, L. A. O.; Lorente S. Thermodynamic optimization of geometry: T and Y-shaped constructs of fluid streams, **International Journal of Thermal Sciences**, v. 39(9-11), p. 949-960, 2000.

Bejan, A.; Errera, M. R. Convective trees of fluid channels for volumetric cooling, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43(17), p. 3105-3118, 2000.

Bejan, A.; Badescu, V.; De Vos, A. Construtal theory of economics structure generation in space and time, **Energy Convers. Manage.**, 41, 1429–1451, 2000.

Bejan, A.; Badescu, V.; De Vos, A. Construtal theory of economics, **Appl. Energy**, 67 37–60, 2000.

Bejan, A.; Almogbel, M. Construtal T-shaped fins, **Int. J. Heat Mass Transfer**, 43, 2101–2115, 2000.

Bejan A.; Lorente, S. The Construtal law end thermodynamics of flow systems with configuration, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, p. 3203-3214, 2004.

Bejan, A.; Lorente, S. Construtal Theory of Generation of Configuration in Nature and Engineering, **J. Appl. Physics**, 100, 041301, 2006.

Bejan, A. Why university rankings do not change: education as a natural hierarchical flow architecture, **Int. J. Des. Nat. Ecodyn.**, 2, 319–327, 2007.

Bejan, A. Construtal theory of pattern formation, **Hydrology of Earth Systems Science**, v. 11, p. 753-768, 2008.

Bejan, A.; Lorente, S. **Design with Construtal Theory**, Wiley, Hoboken, 2008.

Bejan, A.; Lorente, S.; Lee, L. Unifying Construtal theory of tree roots, canopies and forests, **J. Theor. Biol.**, 254, 529–540, 2008.

Bejan, A. Two hierarchies in science: the free flow of ideas and the academy, **Int. J. Des. Nat. Ecodyn.**, 4, 386–394, 2009.

Bejan, A.; Lorente, S.; Miguel, A. F.; Reis, A. H. Construtal human dynamics, security and sustainability, **IOS Press**, Amsterdam, 2009.

Bejan, A. **Construtal thermodynamics: Life and evolution as physics**, Proc. Construtal Law & Second law Conference, 19-37, 18th-19th May 2015, Parma, Italy.

Bejan, A. *The Physics of Life: the evolution of everything*, **St. Martin Press**, New York City, 2016.

Bello-Ochende, T.; Liebenberg, L.; Meyer, J.P. Construtal cooling channels for micro-channel heat sinks, **Int. J. Heat Mass Transfer**, 50, 4141–4150, 2007.

Bello-Ochende, T.; Meyer, J.P., Bejan, A. Construtal ducts with wrinkled entrances, **Int. J. Heat Mass Transfer**, 52, 3628–3633, 2009.

Hazarika, A.; Bhanja, D.; Nath, S.; Kundu, B. Analytical solution to predict performance and optimum design parameters of a Construtal T-shaped fin with simultaneous heat and mass transfer, **Energy**, 84, 303-316, 2015.

Kosner, A. W. “Freedom is good for design”, How to use Construtal Theory to liberate any flow system, **Forbes**, 18 March 2012.

Lee, J.; Kim, Y.; Lorente, S.; Bejan, A. Construtal design of a comb-like channel network for self-heating and self-cooling, **Int. J. Heat Mass Transfer**, 66, 898–905, 2013.

Miguel, A.F. Construtal pattern formation in stony corals, bacterial colonies and plant roots under different hydrodynamics conditions, **Theor. Biol.**, 242, 954–961, 2006.

Olakoyejo, O.T.; Bello-Ochende, T.; Meyer, J.P. Mathematical optimisation of laminar forced convection heat transfer through a vascularised solid with square channels, **Int. J. Heat Mass Transfer**, 55, 2402–2411, 2012.

Olakoyejo, O.T.; Bello-Ochende, T.; Meyer, J.P. Construtal conjugate cooling channels with internal heat generation, **Int. J. Heat Mass Transfer**, 55, 4385–4396, 2012.

Pepe, V. R. *Estudo de Redes Vasculares Aplicadas aos Materiais Multifuncionais*, **Projeto de Graduação em Engenharia Mecânica**, Escola de Engenharia FURG, 2008.

Quéré, S. Construal theory of plate tectonics, **Int. J. Des. Nat. Ecodyn.**, 5, 242–253, 2010.

Torabi, M.; Aziz, A.; Zhang, K. A comparative study of longitudinal fins of rectangular, trapezoidal and concave parabolic profiles with multiple nonlinearities, **Energy**, 51, 243-256, 2013.

APÊNDICE A – Códigos em MATLAB® para base retangular/trapezoidal

(Código secundário)

```
for HdL = 0.6:0.1:1.0
    HdL
    fin_T(HdL)
    clear
end
```

(Código principal)

```
function fin_T(HdL)
fi = 0.3;
psi = 1.0;
t1dt0 = 0.5;
L1dL0 = 9.0;
L2dL = 1.0;
%HdL = 0.5
L0 = (psi/(2*L1dL0))^0.5;
L1 = psi/(2*L0);
t0 = fi / (L0 + 2*t1dt0 * L1);
t1 = (fi - t0*L0)/(2*L1);
L = (2/(HdL*(1+L2dL)))^0.5;
H = L*HdL;
L2 = L*L2dL;
L2d2=L2/2;
L0d2 = L0/2;
Hd2 = H/2;
t0d2 = t0/2;
Ld2 = L/2;
lambda = '0.5';
[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',9);
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1.0 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1.0 1 1]);
set(ax,'XLim',[-2.0 2.0]);
set(ax,'YLim',[-1 2]);
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');

% Geometry description:
pdepoly([ Ld2,...
    L2d2,...
    t0d2,...
    -t0d2,...
    -L2d2,...
    -Ld2,...
],...
[ -Hd2,...
    Hd2,...
    Hd2,...
    Hd2,...
    Hd2,...
    -Hd2,...
],...)
```

```

    'P1');
pdepoly([ t0d2,...
    t0d2,...
    L1,...
    L1,...
    -L1,...
    -L1,...
    -t0d2,...
    -t0d2,...
],...
[ Hd2,...
    Hd2+L0,...
    Hd2+L0,...
    Hd2+L0+t1,...
    Hd2+L0+t1,...
    Hd2+L0,...
    Hd2+L0,...
    Hd2,...
],...
    'P2');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','P1+P2')

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(13,...
    'neu',...
    1,...
    '0',...
    '0')
pdesetbd(11,...
    'neu',...
    1,...
    '0',...
    '0')
pdesetbd(10,...
    'neu',...
    1,...
    lambda,...
    '0')
pdesetbd(9,...
    'neu',...
    1,...
    lambda,...
    '0')
pdesetbd(8,...
    'neu',...
    1,...
    lambda,...
    '0')
pdesetbd(7,...
    'neu',...
    1,...
    lambda,...
    '0')
pdesetbd(6,...
    'neu',...
    1,...
    lambda,...
    '0')

```

```

pdesetbd(5,...
'neu',...
1,...
lambda,...
'0')
pdesetbd(4,...
'neu',...
1,...
lambda,...
'0')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);
setappdata(pde_fig, 'refinemethod', 'regular');
setappdata(pde_fig, 'jiggle', char('on', 'mean', ''));
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
'1.0!200.0',...%trocar a condutividade térmica da aleta
'0.0!0.0',...
'(1.0)+(0.0).*(0.0)!(0.0)+(0.0).*(0.0)',...
'(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig, 'currparam',...
['1.0!1.0 '];...
'1.0!1.0 '];...
'1.0!200.0';...%trocar a condutividade térmica da aleta
'1.0!0.0 '];...
'0.0!0.0 '];...
'0.0!0.0 '])

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig, 'solveparam',...
str2mat('0', '89088', '10', 'pdeadworst',...
'0.5', 'longest', '0', '1E-4', '', 'fixed', 'Inf'))

```

```
% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig, 'plotflags', [1 1 1 1 1 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig, 'colstring', '');
setappdata(pde_fig, 'arrowstring', '');
setappdata(pde_fig, 'deformstring', '');
setappdata(pde_fig, 'heightstring', '');

% Solve PDE:
pdetool('solve')
T=get(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'flat', 'Tag', 'PDEPlotMenu'), ...
      'UserData');
```

$y = \max(T)$

APÊNDICE B – Códigos em MATLAB® para base semicircular

(Código secundário)

```
for L1dL0=12.3:0.1:12.3
    t1dt0=0.1;
    fin_T_ver(t1dt0,L1dL0)
end
```

(Código principal)

```
function y=fin_T_ver(t1dt0,L1dL0)

global fi;
global kf;
global lambda;
global psi;
global parciais;

lambda=0.5;
kf=200;
fi=0.3;
psi=1;

pi=3.1415;
R=(2/pi)^0.5;

L0=(psi/(2*L1dL0))^0.5;
L1=L0*L1dL0;
t0=fi/(L0+2*L1*t1dt0);
t1=t0*t1dt0;
ilambda=num2str(lambda);

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',9);
set(ax,'DataAspectRatio',[1.5 1 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1 1 1]);
set(ax,'XLim',[-1.5 1.5]);
set(ax,'YLim',[-1 1]);
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');

% Geometry description:
pdeellip(0,0,R,R,... % (x_centro,y_centro,R_x,R_y,..
0,'CIRCULO');
pdepoly([-R,... %x_1
R,... %x_2
R,... %x_3
-R,... %x_4
],...
[ 0,... %y_1
0,... %y_2
R,... %y_3
R,... %y_4
```

```

],...
'AUX');
pdepoly([-t0/2,...
t0/2,...
t0/2,...
L1,...
L1,...
-L1,...
-L1,...
-t0/2,...
],...
[ 0,...
0,...
L0,...
L0,...
L0+t1,...
L0+t1,...
L0,...
L0,...
],...
'FIN');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','FIN+(CIRCULO
-AUX)')

if R > (L0+t1)

    if R > ((L1^2+(L0+t1)^2)^0.5)

        % Boundary conditions:
        pdetool('changemode',0)
        pdesetbd(12,...
        'neu',...
        1,...
        '0',...
        '0')
        pdesetbd(11,...
        'neu',...
        1,...
        '0',...
        '0')
        pdesetbd(10,...
        'neu',...
        1,...
        '0',...
        '0')
        pdesetbd(8,...
        'neu',...
        1,...
        '0',...
        '0')
        pdesetbd(7,...
        'neu',...
        1,...
        ilambda,...
        '0')
        pdesetbd(6,...
        'neu',...
        1,...
        ilambda,...

```

```

'0')
pdesetbd(5,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(4,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')

ikf=num2str(kf);
iikf=strcat('1.0!',ikf);

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
iikf,...
'1.0!1.0!',...
'(1.0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)',...
'(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
['1.0!1.0';...
'1.0!1.0';...
'1.0!1.0';...
'1.0!0.0';...
'1.0!1.0';...
'0.0!0.0'])

end

if R < ((L1^2+(L0+t1)^2)^0.5)

    if R>L1

        % Boundary conditions:
        pdetool('changemode',0)
        pdesetbd(5,...
'neu',...

```

```
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(15,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(16,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(7,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(8,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(9,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(10,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(11,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(12,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(13,...
'neu',...
```

```

1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(14,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(4,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')

ikf=num2str(kf);
iikf=strcat('1.0!',ikf,'!',ikf,'!',ikf);

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
iikf,...
'1.0!1.0!1.0!1.0',...
'(1.0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)',...
'(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
['1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0'])
end

if R<L1

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(5,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(21,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(22,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(7,...
'neu',...
1,...

```

```
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(18,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(19,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(20,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(10,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(11,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(12,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(13,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(14,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(15,...
'neu',...
1,...
```



```

'0',...
'0')
pdesetbd(18,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(6,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(11,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(12,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(13,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(8,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(7,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(14,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(15,...
'neu',...
1,...

```

```

ilambda,...
'0')
pdesetbd(16,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')

ikf=num2str(kf);
iikf=strcat('1.0!',ikf,'!',ikf,'!',ikf,'!',ikf);

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
iikf,...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0',...
'(1.0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)!(0)+
(1.0).*(0.0)',...
'(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
['1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'0.0!0.0!0.0!0.0!0.0'])
    end
if R>L0
% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(4,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(17,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(18,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(6,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(15,...

```

```

'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(16,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(9,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(10,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(11,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(12,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(13,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(14,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
ilambda,...
'0')

ikf=num2str(kf);
iikf=strcat('1.0!',ikf,'!',ikf,'!',ikf,'!',ikf);

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
iikf,...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0',...
'(1.0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)!(0)+(1.0).*(0.0)!(0)+
(1.0).*(0.0)',...

```

```

'(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)!(1.0).*(1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig,'currparam',...
['1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'1.0!1.0!1.0!1.0!1.0';...
'0.0!0.0!0.0!0.0!0.0'])
end
end

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig,'Hgrad',1.3);
setappdata(pde_fig,'refinemethod','regular');
setappdata(pde_fig,'jiggle',char('on','mean',''));
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
pdetool('refine')

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig,'solveparam',...
str2mat('0','139584','10','pdeadworst',...
'0.5','longest','0','1E-4','','fixed','Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig,'plotflags',[1 1 1 1 1 1 7 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig,'colstring','');
setappdata(pde_fig,'arrowstring','');
setappdata(pde_fig,'deformstring','');
setappdata(pde_fig,'heightstring','');

% Solve PDE:
pdetool('solve')
T=get(findobj(get(pde_fig,'Children'),'flat','Tag','PDEPlotMenu'),...
'UserData');
y = max(T);
pdetool('close')

```