



SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
XXVIII SIC

paz no plural



Evento	Salão UFRGS 2016: SIC - XXVIII SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2016
Local	Campus do Vale - UFRGS
Título	Teoria Extremal de Grafos
Autor	YURI WLADIMIR PITTHAN
Orientador	CARLOS HOPPEN

Instituição de Origem: Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS

Título: Teoria Extremal de Grafos

Autor: Yuri Wladimir Pitthan

Orientador: Carlos Hoppen

Um grafo é um par ordenado $G=(V, E)$ que consiste em um conjunto finito V , cujos elementos são denominados vértices, e um conjunto E que consiste de subconjuntos de dois elementos de V , cujos elementos são chamados de arestas. A apresentação versará sobre problemas de natureza extremal em grafos, ou seja, problemas que indagam acerca das seguintes questões: dada certa propriedade em um grafo, como se pode maximizar ou minimizar um parâmetro que dependa desta propriedade? Qual a ordem de crescimento deste parâmetro? Ou ainda, quais estruturas são induzidas em um grafo satisfazendo a propriedade dada?

Um problema clássico de caráter extremal é o problema da proibição da ocorrência de um subgrafo G , que pode ser enunciado como segue: dado um grafo G define-se para todo número natural n o número $ex(n, G)$ como sendo o maior número de arestas de um grafo H , tal que, H possui exatamente n vértices e G não está contido em H . Neste caso, diz-se que G é um grafo proibido.

O resultado particular para $ex(n, K_r)$ é conhecido como Teorema de Turán que é o teorema que determina o maior número de arestas do grafo que possua n vértices e que proíba o grafo completo K_r - o grafo com r vértices e todas as arestas possíveis, além disso o teorema determina a estrutura dos grafos H que possuem esse número de arestas. Ressalta-se que este resultado possui importância histórica na Teoria Extremal de Grafos, pois é um dos resultados precursores da área. Para enunciar o resultado é necessária a definição do grafo $T^{r-1}(n)$, dito grafo de Turán, que é o grafo com n vértices e todas as possíveis arestas entre as $(r-1)$ partes de uma partição do conjunto de vértices cujas partes diferem por no máximo uma unidade.

Teorema (Turán 1941): Para todos os inteiro r , n com $r > 1$, todo grafo G que não contém o subgrafo K_r com n vértices e $ex(n, K_r)$ arestas é isomorfo a $T^{r-1}(n)$.

Convém observar que o teorema trata de uma família específica, existem ainda resultados para outros tipos de grafos proibidos como, por exemplo, grafos bipartidos completos. Apesar disso, há grafos para os quais o problema ainda não foi resolvido. Uma ferramenta importante para tratar desses problemas é o Lema da Regularidade que pode ser visto como um teorema de estrutura para grafos densos, pois aproxima tais grafos com a exatidão desejada por objetos cuja complexidade é limitada independentemente do número de vértices do grafo original. O lema ainda possui outras aplicações em Teoria dos Números, Ciência da Computação, Geometria Discreta e Combinatória Aditiva.