Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Emanoel Gil Ferreira

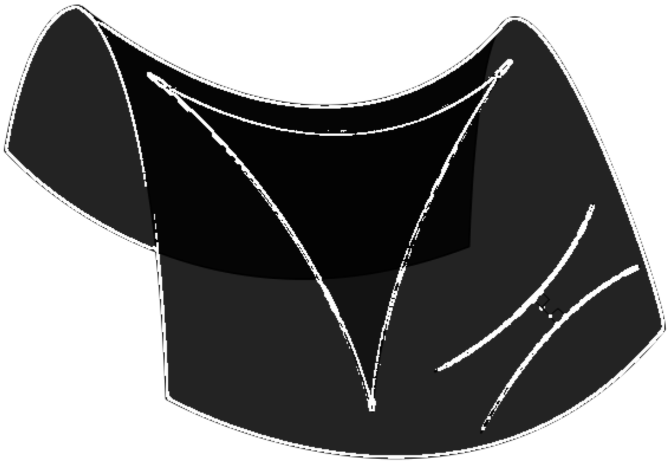
Orientador: Jaime Ripoll

Trigonometria Hiperbólica

Ao escrever o livro Elementos, Euclides enunciou 5 postulados, ou axiomas dependendo do autor, e entre eles está o Postulado das Paralelas, também conhecido como 5º Postulado. Embora esteja lá enunciado, Euclides não utilizou esse Postulado em deduções de algumas proposições, embora seu emprego teria facilitado muito tais deduções.

Essa aparente relutância em utilizar o 5º postulado levou as pessoas que leram os Elementos, a pensar que Euclides não estava satisfeito com aquele Axioma. Por quase dois milênios muitos foram os que tentaram resolver o Problema das Paralelas, que consistia em deduzir o 5º postulado dos outros 4 existentes, até que Gauss, Bolay e Lobatschewsky acharam uma solução em meados do século XIX. Com essa solução e mais alguns avanços matemáticos através de Riemann, chegamos a Geometria Hiperbólica.

Utilizando o Modelo do Plano Superior de Poincaré obtido ao fixarmos um plano π e uma reta de π que, juntamente com o ponto no infinito da esfera de Riemann, forma o que chamaremos de reta no infinito e denotaremos por R, após essa construção fixamos um dos semi-planos formados por R e o chamamos de H^2, esse será nosso plano hiperbólico, ainda podemos pensar que R é uma reta horizontal e H^2 é o semi-plano superior determinado por R mostrarei dois resultados da Geometria Hiperbólica: $\cosh c = \cot \alpha + \cot \beta$ e $\cos \alpha = \operatorname{sen} \beta \,.\, \cosh a$, que culminam no resultado $\cosh c = \cosh a \,.\, \cosh b$, apelidado de Teorema de Pitágoras Hiperbólico.



https://pt.wikipedia.org/wiki/Tri%C3%A2ngulo_hiperb%C3%B3lico#/media/File:Hyperbolic_triangle.svg