

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

PROJETO CONSTRUTAL DE COMPLEXOS CAMINHOS CONDUTIVOS PARA O
ARREFECIMENTO DE CORPOS SUBMETIDOS À GERAÇÃO DE CALOR

por

Cássia Cris Beckel

Tese para Obtenção do Título de
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, dezembro de 2016

PROJETO CONSTRUTAL DE COMPLEXOS CAMINHOS CONDUTIVOS PARA O
ARREFECIMENTO DE CORPOS SUBMETIDOS À GERAÇÃO DE CALOR

por

Cássia Cris Beckel

Mestre em Modelagem Computacional

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovado por:

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos PPGMC/FURG

Prof^a. Dr^a. Flávia Schwarz Franceschini Zinani PPGEM/UNISINOS

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Jakson M. Vassoler

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 21, dezembro de 2016

“Não se pode criar experiência. É preciso passar por ela.”

(Albert Camus)

Dedico este trabalho a minha família e aos meus amigos que me apoiaram nessa jornada. Dedico este trabalho especialmente aos meus queridos pais Silvana e Rudinei.

AGRADECIMENTOS

Ao final desta longa caminhada, ressalto algumas pessoas importantes cujo agradecimento traduz o singelo muito obrigada.

Agradeço a minha família pela paciência e compreensão nos momentos de ausência, em especial aos meus pais Rudinei e Silvana Beckel. Vocês são os responsáveis pela minha educação, foram com certeza os meus grandes mestres. Agradeço aos pequenos Otávio e Arthur, vocês iluminaram a minha caminhada.

À minha irmã Camila por todo o apoio, incentivo e por entender os muitos momentos de ausência.

Ao meu namorado Tiago, pelo amor incondicional, por compreender as minhas dificuldades, por entender os muitos momentos de ausência e acima de tudo por me incentivar na realização deste trabalho.

À professora e colega Neuza Terezinha Oro, que além de orientadora na graduação e co-orientadora do mestrado, é uma grande amiga com um raciocínio inacreditável e que sempre se fez presente.

Ao meu orientador, professor Luiz Alberto Oliveira Rocha, pelos ensinamentos, pelo incentivo e confiança.

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq – Brasília) pelo suporte financeiro e por todo apoio prestados.

À Universidade de Passo Fundo, em especial ao diretor geral do Instituto de Ciências Exatas e Geociências, professor Dr. Cristiano R. Cervi, por possibilitar que mesmo no exercício das minhas funções como docente pudesse concluir este trabalho.

Aos meus colegas da área da matemática da UPF, professores, Neuza e Adriano, pelo apoio, incentivo e por entenderem e colaborarem nos momentos de ausência.

Aos membros da banca, Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos, Prof^a. Dr^a. Flávia Schwarz Franceschini Zinani e Prof. Dr. Paulo Smith Schneider pelo tempo dispensado, sugestões e críticas apresentadas a esta tese.

E a todos que direta ou indiretamente, colaboraram para a conclusão deste trabalho.

RESUMO

Problemas de resfriamento de circuitos, presentes nas indústrias de eletrônicos e miniaturizados, têm sido amplamente estudados com o propósito de desenvolver mecanismos capazes de reduzir a taxa de falha nos equipamentos devido às altas temperaturas. O presente trabalho utiliza o método Design Construtal associado com algoritmos de otimização, busca exaustiva e algoritmo genético, para realizar o estudo numérico de corpos sólidos com geração de calor uniforme onde são inseridos caminhos altamente condutivos em forma de “Y”, “Y-Y”, duplo “Y-Y” e “T”. O objetivo principal das otimizações realizadas consiste em minimizar a resistência ao fluxo de calor, quando as áreas ocupadas pelos materiais de alta e baixa condutividades são mantidas constantes, variando-se os comprimentos e espessuras dos caminhos condutivos. Para a solução numérica da equação da difusão do calor com as condições de contorno estabelecidas em cada caso, foi utilizado o PDETool do software MatLab. A formulação para o caminho condutivo em forma de “Y” apresenta a construção de volumes elementares, mantendo a mesma condutividade térmica para todo o caminho condutivo. Na configuração em forma de duplo “Y – Y” foi utilizado o método de busca exaustiva associado ao algoritmo genético (GA). Nas simulações realizadas com o caminho condutivo em forma de “T”, a configuração apresenta combinações de condutividade térmica diferentes para a base e para a parte superior, enfatizando que a geometria depende das condições impostas pelo ambiente. Para o caso com um volume elementar, a configuração em forma de “Y” degenera-se gerando um caminho condutivo em forma de “U” e com dois volumes, a variação ocorre no comprimento dos ramos do caminho condutivo. Para a configuração com quatro volumes, a configuração ótima tem a forma de “X”. No caso do caminho em forma de “T”, a configuração que minimiza a máxima temperatura em excesso tem a forma de um “T”. Como previsto no princípio da ótima distribuição das imperfeições, a geometria ótima para os casos estudados é aquela que melhor distribui as imperfeições do sistema.

Palavras-chave: Design Construtal; Otimização Geométrica; Transferência de Calor; Caminhos Condutivos.

ABSTRACT

Problems that embody cooling of circuits that appears in electronics and miniaturized industries, have been widely studied to develop mechanisms capable of reducing the failure rate of the equipment due to high temperatures. The present work applies the Constructal Design method associated with optimization algorithms, exhaustive search and genetic algorithm, to perform the numerical study of solid bodies with uniform heat generation in which are inserted high-conducting pathways with “Y”, “Y–Y”, double “Y–Y” and “T” shapes. The main goal of the performed optimizations consists in minimizing the resistance to the heat flux when the occupied areas of high and low conductivity materials are maintained constant, varying the lengths and thickness of conductive paths. For the numerical solution of the heat diffusion equation with the boundary conditions established in each case, it was used the PDETool from MatLab software. The formulation for the conductive pathway with "Y" shape presents the construction of elementary volumes, maintaining the same thermal conductivity across the entire conductive pathway. In the configuration in double “Y–Y” form it was used exhaustive search method associated with genetic algorithm (GA). In the simulations performed with the T-shaped conductive pathway, the configuration provides combinations of different thermal conductivity for the base and the top, emphasizing that the geometry depends on the conditions imposed by the environment. For the case with one elementary volume, the Y-shaped configuration degenerates producing a conductive pathway with U-shape; and with two volumes, the variation occurs in the length of branches of the conductive pathway. For the configuration with four volumes, the optimum configuration has the form of “X”. In the case of T-shaped pathway, the configuration that minimizes the maximal excess of temperature is I-shaped. As predicted by the principle of optimal distribution of the imperfections, the optimal geometry for the cases studied is the one that promotes the best distribution of the imperfections of the system.

Keywords: Constructal Design; Geometry Optimization; Heat Transfer; Conductive Pathways.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos.....	5
1.3	Objetivos específicos	6
1.4	Organização do Trabalho.....	7
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8
2.1.1	Algoritmo genético aplicado ao problema de otimização geométrica.....	11
3	TEORIA CONSTRUTAL.....	14
3.1	Conceitos fundamentais sobre a Teoria Construtal	14
3.2	Problemas de transferência de calor	18
4	MODELO MATEMÁTICO	36
4.1	Condições de contorno do problema de condução do calor	38
4.2	Formulação matemática do caminho de alta condutividade em forma de “Y” para um volume elementar	40
4.3	Formulação matemática do caminho de alta condutividade em forma de “Y” com dois volumes elementares.....	47
4.4	Formulação matemática do caminho de alta condutividade com quatro volumes elementares	51
4.5	Formulação matemática do caminho de alta condutividade térmica em forma de “T”	56
5	MODELO NUMÉRICO	61
5.1	Processo de otimização dos graus de liberdade	61
5.1.1	Processo de otimização da configuração com caminho em forma de “Y”	61
5.1.2	Processo de otimização da configuração com caminho em forma de “Y-Y”	63
5.1.3	Processo de otimização da configuração com caminho em forma de duplo “Y – Y” ..	65
5.1.4	Processo de otimização da configuração com caminho em forma de “T”	68

5.2	Estudos numéricos realizados para a independência de malha.....	69
6	RESULTADOS	77
6.1	Caminhos condutivos em forma de “Y”	77
6.2	Caminhos condutivos em forma de “Y” com dois volumes elementares.....	84
6.3	Caminhos condutivos em forma de “Y” com quatro volumes elementares	91
6.4	Caminho condutivo em forma de “T” com condutividades distintas	105
6.5	Minimização da temperatura média das configurações estudadas	114
6.6	Verificação dos resultados obtidos para as geometrias ótimas.....	115
7	CONCLUSÕES.....	118
7.1	Proposta de trabalhos futuros.....	121
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123
APÊNDICE A	Geometria do caminho condutivo em forma de “Y”	136
APÊNDICE B	Geometria do caminho condutivo em forma de “Y–Y”	138
APÊNDICE C	Geometria do caminho condutivo em forma de duplo “Y–Y”	140
APÊNDICE D	Geometria do caminho condutivo em forma de “T”	142

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Representação do problema de <i>design</i> de condução de calor: (a) representação do projeto de um canal de alta condução sob o projeto independente de cargas [Gersborg-Hansen et al., 2006 e Gao et al., 2008] (b) <i>layout</i> de um bloco para o projeto de MCM [Degani et al., 1997].	11
Figura 3.1	A Lei Construtal é a lei da física que explica a tendência natural dos designs de evoluírem livremente ao longo do tempo para fluir mais facilmente [Bejan, 2000]. Abaixo, o Delta do rio Lena e a arquitetura dendrítica derivada da Lei Construtal [Bejan e Lorente, 2006].	16
Figura 3.2	Volume elementar delgado com geração de calor volumétrica e um caminho de alta condutividade ao longo do seu eixo de simetria [Bejan, 1997a].	19
Figura 3.3	O menor volume elementar com geração de calor volumétrica e um caminho de alta condutividade ao longo do eixo x [Ledezma et al., 1997].	20
Figura 3.4	Sistema de condução elementar com espaçamento na extremidade da inserção de alta condutividade [Almogbel e Bejan, 1999].	20
Figura 3.5	Corpo de baixa condutividade e geração de calor com vias em forma de “X” com maior condutividade [Lorenzini et al., 2013a].	21
Figura 3.6	Corpo de baixa condutividade e geração de calor com vias não uniformes em forma de “X” com maior condutividade [Lorenzini et al., 2013b].	22
Figura 3.7	Corpo de baixa condutividade e geração de calor com caminhos condutivos em forma de “Y” de maior condutividade [Horbach, 2013].	23
Figura 3.8	Geometria e coordenadas que definem o sistema de vias de alta condutividade inseridas em um corpo com geração de calor proposto por [Hajmohammadi et al., 2013].	24
Figura 3.9	Cavidades retangulares isotérmicas bidimensionais inseridas num corpo cilíndrico [Lorenzini et al., 2012a].	25
Figura 3.10	Aleta invertida em um corpo condutor bidimensional com geração de calor uniforme proposto por Biserni et al., 2004.	26
Figura 3.11	Cavidade inserida em um sólido trapezoidal com geração de calor uniforme [Rocha et al., 2005].	27

Figura 3.12	Cavidade em forma de “T” refrigerada por convecção proposta por [Lorenzini et al., 2012b].....	27
Figura 3.13	Cavidade em forma de “Y” introduzida em um corpo condutor bidimensional com geração de calor uniforme [Lorenzini et al., 2014b].	29
Figura 3.14	(a) Corpo cilíndrico com um conjunto de aletas em forma de “T”; (b) domínio computacional do problema [Lorenzini et al., 2014a].....	29
Figura 3.15	Conjunto de placas de aletas em forma de “T” [Bejan e Almogbel, 2000]....	30
Figura 3.16	Conjunto de aletas otimizado por [Lorenzini et al., 2011].	31
Figura 3.17	Conjunto de aletas em forma de “Y” analisado por [Lorenzini e Rocha, 2006].....	31
Figura 3.18	Padrão dentrítico de tubos conectando o centro e a extremidade da área circular proposto por Wechsato et al., 2002.	32
Figura 3.19	Conjunto de dutos em forma de “T” [Bejan et al., 2000a; Manjunath, 2015].....	33
Figura 3.20	(a) corpo com geração uniforme de calor em forma de disco - (b) sistema elementar e a forma de lâmina ideal [Rocha et al., 2002].	34
Figura 4.1	Construção dos volumes elementares a serem avaliados.	37
Figura 4.2	Condições de contorno impostas para o problema com um volume elementar.....	38
Figura 4.3	Condições de contorno impostas para o problema – (a) domínio com dois volumes elementares e (b) domínio com quatro volumes elementares.	39
Figura 4.4	Condições de contorno impostas para o problema de um caminho condutivo em forma de “T”.	40
Figura 4.5	Áreas do domínio e as principais dimensões do corpo altamente condutor a ser analisado [Horbach et. al., 2014].	41
Figura 4.6	Domínio do caminho altamente condutivo em forma de “Y–Y”.	48
Figura 4.7	Áreas do domínio e as principais dimensões do corpo altamente condutor com quatro volumes elementares.	52
Figura 4.8	Áreas do domínio e as principais dimensões do corpo condutor com um caminho em forma de “T”.	57
Figura 5.1	Fluxograma ilustrativo em forma de árvore do processo de otimização geométrica para obter a minimização da resistência térmica adimensional máxima.	63

Figura 5.2	Fluxograma ilustrativo para o caminho “Y–Y”.....	64
Figura 5.3	Fluxograma ilustrativo da otimização do caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y”.	65
Figura 5.4	Etapas do GA para a otimização da configuração em forma de duplo “Y–Y”	67
Figura 5.5	Fluxograma ilustrativo da otimização do caminho altamente condutivo em forma de “T”.....	68
Figura 5.6	Representação gráfica da malha refinada sucessivamente para uma configuração com dois volumes elementares.	72
Figura 5.7	Comparativo entre os resultados obtidos nesse trabalho e os resultados obtidos por Almogbel e Bejan, 1999 e Horbach, 2013 considerando $\theta_{\max,m}$	74
Figura 6.1	Efeito da razão de aspecto L_1/L_0 na máxima temperatura em excesso adimensional, θ_{\max}	78
Figura 6.2	Efeito na geometria após a primeira etapa de otimização.	78
Figura 6.3	Máxima temperatura em excesso adimensional $\theta_{\max,m}$ e a razão ótima $(L_1/L_0)_o$ correspondente em função do ângulo α	79
Figura 6.4	Efeito na geometria após a segunda etapa de otimização.....	79
Figura 6.5	Máxima temperatura em excesso adimensional, razão ótima e ângulo resultantes da otimização de um corpo condutor de calor com um caminho em forma de “Y”.....	80
Figura 6.6	Terceira etapa da otimização: grau de liberdade D_1/D_0	81
Figura 6.7	Quarta etapa da otimização: grau de liberdade \tilde{D}_0	81
Figura 6.8	Geometrias ótimas para diferentes valores de α	82
Figura 6.9	Efeito da variação da razão de aspecto D_1/L_1 na máxima temperatura em excesso adimensional, θ_{\max}	85
Figura 6.10	Efeito do ângulo α na minimização de θ_{\max} para a configuração com caminho condutivo em forma de “Y–Y”.....	86
Figura 6.11	Terceira etapa de otimização: variação da razão de aspecto D_2/L_2	87
Figura 6.12	Efeito da variação de D_0/L_0 na resistência térmica adimensional, θ_{\max}	88

Figura 6.13	Configurações ótimas dos casos 1 – 4.	89
Figura 6.14	Geometria ótima obtida para a configuração com dois volumes elementares.	90
Figura 6.15	Segunda otimização: variação do grau de liberdade D_0/L_0	92
Figura 6.16	Terceira otimização: variação do grau de liberdade α	93
Figura 6.17	Quarta otimização: variação do grau de liberdade D_1/L_1	94
Figura 6.18	Quinta otimização: variação do grau de liberdade D_2/L_2	95
Figura 6.19	Sexta otimização: variação dos parâmetros ϕ_0 e ϕ_1	96
Figura 6.20	Sétima otimização: variação do parâmetro ϕ_2	97
Figura 6.21	Oitava otimização: variação do parâmetros ϕ_3	97
Figura 6.22	Topologias ótimas obtidas para cada etapa de otimização com busca exaustiva associada ao GA.	100
Figura 6.23	Valores de $\tilde{k}_p = 50, 100, 200$ e 300 e a respectiva variação na resistência térmica.	101
Figura 6.24	Topologias ótimas para a condutividade térmica $\tilde{k}_p = 50, 100, 200$ e 300 .	103
Figura 6.25	Topologias ótimas para as configurações: “Y”, “Y–Y” e duplo “Y–Y”	104
Figura 6.26	Comportamento da resistência térmica em função do parâmetro L_1/L_0 para diferentes pares de condutividade térmica.	106
Figura 6.27	Comportamento da resistência térmica em função do parâmetro L_1/L_0 para diferentes valores de ϕ_1	108
Figura 6.28	Comportamento da resistência térmica em função do parâmetro L_1/L_0 para diferentes valores de ϕ_1 ($\tilde{k}_{p0} = 100$ e $\tilde{k}_{p1} = 50$)	109
Figura 6.29	Valores de ϕ_1 ótimos e o respectivo valor de $(L_1/L_0)_o$	109
Figura 6.30	Comportamento da resistência térmica em função do grau de liberdade D_0/L_0	110
Figura 6.31	Variação de $\theta_{\max, 2m}$ em função de ϕ_1 e $(L_1/L_0)_{2o}$	111
Figura 6.32	Configurações ótimas obtidas na Figura 6.31 para $\tilde{k}_{p0} = 100$ e $\tilde{k}_{p1} = 50$	112

Figura 6.33	Campo de temperatura das geometrias ótimas com a utilização do pacote comercial Ansys 13.0.	116
Figura A.1	Pontos que compõe a geometria e o caminho condutivo em forma de “Y”.	137
Figura B. 1	Pontos que compõe a geometria do caminho condutivo “Y-Y”	139
Figura C. 1	Pontos que compõe a geometria simétrica com quatro volumes elementares.....	141
Figura D. 1	Pontos que compõe a geometria com um caminho condutivo em forma de “T”	143

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1	Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha com um volume elementar.....	71
Tabela 5.2	Comparação entre os resultados deste trabalho com os trabalhos de Almogbel e Bejan, 1999 e Horbach, 2013.....	73
Tabela 5.3	Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha para dois volumes elementares.	74
Tabela 5.4	Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha para quatro volumes elementares.....	75
Tabela 5.5	Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha para o caminho em forma de “T”.....	75
Tabela 6.1	Descrição das frações de áreas utilizadas nos casos estudados.	84
Tabela 6.2	Variação da condutividade térmica vs. resistência térmica adimensional....	101
Tabela 6.3	Comparação entre os resultados obtidos e o trabalho de Almogbel e Bejan, 1999.....	105
Tabela 6.4	Minimização da temperatura média das configurações estudadas.	114
Tabela 6.5	Comparação entre os resultados obtidos com o PDETool e com o Ansys 13.0 para as geometrias ótimas.....	115
Tabela A. 1	Coordenadas dos pontos utilizados na composição da geometria mostrada na Figura A.1.....	136
Tabela B. 1	Coordenadas dos pontos que compõe a geometria com caminho condutivo em forma de “Y–Y”.....	138
Tabela C. 1	Coordenadas dos pontos que compõe a geometria com quatro volumes elementares utilizando simetria.	140
Tabela D. 1	Coordenadas dos pontos que compõe a configuração com um caminho em forma de “T”.....	142

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ESO	Otimização Estrutural Evolucionária
MCM	Módulos de Múltiplos Chips
PDETool	Toolbox de Equações diferenciais parciais
TFPA	<i>Thermal force-directed placement algorithm</i>
FVM	Método de volumes finitos
BESO	Otimização estrutural evolucionária bidirecional
EGM	Minimização da geração de entropia
GA	Algoritmo genético
FEM	Método de elementos finitos
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
C-GRASP	Continuous Greedy Randomized Adaptive Search Procedure

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área	$[m^2]$
D	Espessura do caminho condutivo	$[m]$
D_0, D_1, D_2, D_3	Espessura dos caminhos altamente condutivos	$[m]$
H	Altura do volume elementar	$[m]$
k	Condutividade térmica	$[Wm^{-1}K^{-1}]$
L	Comprimento do volume elementar	$[m]$
L_0, L_1, L_2, L_3	Comprimento dos caminhos altamente condutivos	$[m]$
q'''	Taxa de geração volumétrica de calor	$[Wm^{-3}]$
T	Temperatura	$[C^\circ]$ ou $[K]$
T_0	Temperatura prescrita na base do dissipador de calor	$[C^\circ]$ ou $[K]$
W	Profundidade	$[m]$
x, y	Coordenadas espaciais	$[m]$

SÍMBOLOS GREGOS

ϕ	Fração de área
θ	Temperatura em excesso, $\frac{T - T_0}{q'''A/k}$
α	Ângulo entre o ramo superior da configuração Y e o eixo x
β	Ângulo auxiliar definido pela Equação 3.6

SUBÍNDICES

max	Valor máximo
m	Uma vez minimizado

$2m$	Duas vezes minimizado
$3m$	Três vezes minimizado
$4m$	Quatro vezes minimizado
$5m$	Cinco vezes minimizado
$6m$	Seis vezes minimizado
$7m$	Sete vezes minimizado
$8m$	Oito vezes minimizado
$9m$	Nove vezes minimizado
o	Uma vez otimizado
$2o$	Duas vezes otimizado
$3o$	Três vezes otimizado
$4o$	Quatro vezes otimizado
$5o$	Cinco vezes otimizado
$6o$	Seis vezes otimizado
$7o$	Sete vezes otimizado
$8o$	Oito vezes otimizado
$9o$	Nove vezes otimizado

SOBRESCRITOS

(\sim) Variáveis adimensionais

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Com a ampla expansão tecnológica e industrial, surgem cada vez mais estudos voltados para a área de transferência de calor aplicada no campo de resfriamento de dispositivos eletrônicos. O aprimoramento crescente da tecnologia, em especial das técnicas de transferência de calor, ganhou espaço significativo no desenvolvimento da engenharia nas áreas de eletromecânica, eletroeletrônica e biomecânica [Rodrigues et al., 2014].

Problemas de resfriamento de eletrônicos (componentes e pacotes), cujo objetivo é minimizar a temperatura máxima em um determinado volume finito, considerando o calor gerado em cada ponto, têm sido amplamente estudados na literatura [Bejan, 2000; Boichot et al., 2009]. De acordo com Rocha et al., 2002, o objetivo da otimização consiste em minimizar a temperatura de todo o sistema, ou seja, os pontos de acesso, independente do local onde encontram-se localizados.

O desempenho global do sistema é significativamente afetado com a ventilação e refrigeração dos dispositivos eletrônicos, assim como pela própria segurança do sistema. Dessa forma, nos diversos estudos no campo de resfriamento de dispositivos eletrônicos torna-se essencial a evolução dos materiais utilizados na fabricação e também a obtenção de circuitos eletrônicos com escalas cada vez menores, sem que haja perdas no desempenho do sistema. Os estudos no campo de resfriamento de dispositivos eletrônicos tornaram-se uma tecnologia essencial na evolução de miniaturizados de alto desempenho [Beckel et al., 2014].

Na prática, em problemas de engenharia e eletrônica, o espaço ocupado por materiais com condutividade térmica elevada juntamente com o custo de fabricação são os dois elementos de grande preocupação, principalmente na refrigeração de corpos geradores de calor [Hajmohammadi et al., 2013]. Em sólidos, como os *chips* e dispositivos eletrônicos, os materiais de alta condutividade térmica possibilitam condições mais favoráveis à transferência de calor por difusão térmica de forma autônoma e rápida [Bejan, 2000; Bejan, 1997a].

Um dos motivos para se realizar a refrigeração de um dispositivo eletrônico está relacionado ao fato de que as placas de circuitos eletrônicos não podem atingir uma determinada temperatura predefinida pelo fabricante, isso poderia causar a falha dos componentes eletrônicos, principalmente os que possuem interligações entre os componentes.

A proposta do *design* térmico é criar equipamentos para remover o calor gerado nas fontes de calor e direcioná-los para uma única ou mais fontes de calor [Kakaç et al., 1994]. Nesse contexto, destaca-se a utilização de dissipadores de calor, geralmente posicionados nas bordas do domínio. O aquecimento dos componentes eletrônicos provoca um aumento da resistência elétrica destes, agindo de forma inversamente proporcional ao desempenho, além disso, a probabilidade de falha nesses componentes é diretamente proporcional à sua temperatura de trabalho [Marcelino, 2009].

A importância desse estudo baseia-se na utilização da transferência de calor como uma forma eficaz de refrigeração de dispositivos eletrônicos, fazendo o uso do método Design Construtal para desenvolver o estudo numérico da configuração de materiais com condutividade térmica elevada. Dessa forma, é possível minimizar a resistência ao fluxo de calor, considerando que as áreas ocupadas pelos materiais de baixa e alta condutividade são mantidas constantes [Horbach, 2013]. De acordo com Zhang et al., 2011, o método convencional de resfriamento de eletrônicos por convecção, que é mais viável e muitas vezes utilizado para o controle da temperatura de um sistema, torna-se impraticável devido ao fato dos canais de transferência de calor ocuparem um espaço amplo. Dessa forma, faz-se necessária a construção de estruturas de condução de calor com materiais cuja condutividade é mais elevada, isso favorece para que o calor possa ser trocado com o meio externo de forma automática e rápida [Bejan, 1997a; Bejan, 2000; Zhang et al., 2011].

A dissipação do calor em um circuito que contém um caminho de alta condutividade visa minimizar a máxima temperatura em excesso adimensional através da variação de alguns parâmetros geométricos, descritos como graus de liberdade do problema. Com relação à geometria, Bejan, 1997a, afirma que o espaço disponível deve ser ocupado pelo material que efetivamente contribui para a finalidade do sistema de refrigeração. A otimização geométrica do desempenho global de dispositivos de troca de calor é considerada difícil devido à complexidade dos parâmetros da geometria que se deseja otimizar. Para cada problema a geometria ótima pode variar de acordo com a condutividade utilizada. Segundo Horbach, 2013, se trocarmos as condições ou componentes, a configuração passa a não ser mais necessariamente a ideal. Desta forma, devem ser definidas faixas de aplicação das condições impostas. A estrutura dos caminhos condutivos pode ser modificada de acordo com o circuito em questão, assim temos que para cada problema a configuração geométrica ideal deverá ser pesquisada individualmente [Bejan, 2008].

A Teoria Construtal e o método Design Construtal utilizam o conceito de fluxo de calor do “volume-para-ponto”, para resolver diversos problemas de avaliação geométrica no campo de refrigeração eletrônica. Considera-se que o calor distribuído efetivamente no espaço aquecido (volume) seja dissipado para um determinado local da superfície do dispositivo (ponto) através da condução do calor [Bejan, 1997a; Almogbel e Bejan, 1999; Lorenzini et al., 2013a]. Com esse conceito, o volume tem um tamanho finito e a otimização é realizada começando a partir do primeiro elemento, chamado de “volume elementar” e o melhor desempenho é obtido por meio da otimização do volume elementar [Lorenzini et al., 2011]. A redução da resistência térmica e conseqüentemente à refrigeração do circuito são decorrentes da inserção de pequenas quantidades de material com condutividade térmica elevada, formando canais, de modo que o calor gerado é removido via dissipadores de calor situados na extremidade do corpo, com temperatura mais baixa. A avaliação geométrica resulta na construção de canais com condutividade térmica elevada gerando uma estrutura que *a priori* não é conhecida e sim, obtida pela minimização da resistência térmica do sistema. Eslami e Jafarpur, 2012, propõem um modelo geral para obter a resistência térmica de caminhos altamente condutivos inseridos em um material com geração de calor, onde as configurações testadas são geradas de maneira arbitrária.

A otimização da geometria assume que o volume do material de condutividade térmica elevada, utilizado para preencher o substrato é fixo, e um elemento retangular primeiramente é otimizado para obter a construção ideal, resultando em uma resistência térmica mínima como objetivo da otimização. No próximo passo, os elementos são dispostos para receber o conjunto com forma e distribuição do material de alta condutividade [Horbach, 2013].

Em problemas que envolvem o método Design Construtal, especialmente, em áreas da engenharia, as dimensões características da configuração ϕ ou A (forma, tamanho) são desconhecidas antes do processo de otimização, de modo que sejam determinadas de forma ideal para melhorar o desempenho térmico global do sistema [Olakoyejo, 2012]. A geometria ótima é obtida especificamente para cada problema, conforme as condições de contorno ou a condutividade térmica dos componentes é alterada, a geometria pode variar e não ser mais a ideal para o problema. De acordo com Bejan, 2008, não é possível generalizar a solução encontrada, cada problema deve ser pesquisado particularmente e a respectiva configuração ideal obtida.

O presente trabalho pretende utilizar o método Design Construtal para realizar o estudo numérico da configuração de caminhos de condutividade térmica elevada em forma de

“Y” que minimize a resistência ao fluxo de calor, mantendo fixas as áreas ocupadas pelos materiais de alta e baixa condutividade. No estudo desenvolvido, são utilizados valores diferentes para a condutividade térmica do caminho altamente condutivo cujas condutividades foram estudadas por Horbach, 2013. Outro valor para a dimensão característica da configuração ϕ também foi avaliado.

A simulação de volumes elementares agrupados, ou seja, “Y–Y” que formam os caminhos condutivos será desenvolvida para comparação com o caso onde apenas um volume elementar é inserido, contendo um caminho condutivo em forma de “Y” e também duplo “Y – Y”.

Será desenvolvido, ainda, o estudo numérico de uma configuração composta por um caminho condutivo em forma de “T”, no qual a base do caminho possui condutividade térmica equivalente à parte superior do “T”. Posteriormente, utilizam-se condutividades térmicas diferentes para a base e para a parte superior, evidenciando a composição do caminho com materiais distintos para determinar qual material tem maior significância na troca térmica. O estudo proposto por Rodrigues et al., 2014, utiliza uma fração de área fixa em 0,1 e uma condutividade uniforme para o caminho condutivo. Para a configuração em forma de “T”, optou-se em dividir a região altamente condutiva de modo que fosse possível variar as frações de área ϕ_1 e ϕ_2 , referentes à base e o topo da configuração, proporcionando a inserção de materiais com condutividades térmicas distintas.

A definição da geometria de cada caminho condutivo e os respectivos graus de liberdade utilizados no problema são inseridos no *software* MatLab® [MatLab®, 2012], em particular na ferramenta PDETool (*Partial Differential Equations Toolbox*), para obter a solução numérica da equação da difusão do calor específica para cada região que descreve o problema. Com a solução numérica da equação da difusão do calor, pode-se analisar a variação da resistência térmica global adimensional do problema de refrigeração de circuitos eletrônicos e posteriormente realizar a variação dos parâmetros geométricos. Os graus de liberdade são obtidos considerando o número de comprimentos necessários para descrever o domínio menos o número de restrições impostas pelo problema [Olakoyejo, 2012].

A otimização numérica realizada é uma forma de obter um *design* ideal com base nos parâmetros e restrições específicas do problema. O algoritmo de otimização pode ser integrado juntamente com a modelagem numérica, o que permite alcançar o *design* ideal para o melhor desempenho térmico global do sistema. No presente trabalho para as configurações com caminhos condutivos em forma de “Y”, “Y – Y” e “T”, foi empregado o método de

busca exaustiva associado com o método Design Construtal, percorrendo todas as possíveis configurações, dentro das condições impostas e dos parâmetros definidos para as geometrias estudadas. Para a configuração com caminho condutivo em forma de duplo “Y – Y” faz-se necessária a utilização do algoritmo genético (GA) associado aos métodos de busca exaustiva e Design Construtal devido à quantidade de parâmetros e de graus de liberdade da configuração. Dessa forma, é possível percorrer um espaço de busca maior através de uma série de combinações dos parâmetros. Na configuração com caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y – Y” variou-se a condutividade térmica na faixa de $50 \leq \tilde{k}_p \leq 300$, sendo possível dessa forma avaliar o efeito da condutividade térmica na otimização geométrica e na dissipação do calor gerado na superfície do domínio.

A utilização de construções com volumes elementares possibilitou a comparação entre a máxima temperatura em excesso adimensional obtida em cada configuração para os caminhos altamente condutivos em forma de “Y”, “Y – Y” e duplo “Y – Y”.

Para a configuração com caminho condutivo em forma de “Y” foram avaliados quatro graus de liberdade que descrevem a geometria estudada. No caso da configuração “Y–Y” também foram avaliados quatro graus de liberdade. Para a configuração com caminho em forma de duplo “Y–Y” foram avaliados quatro graus de liberdade e adicionados quatro parâmetros para análise referente às frações de área da região altamente condutiva. Na configuração com caminho condutivo em forma de “T” foram avaliadas duas frações de área e dois graus de liberdade.

1.2 Objetivos

O principal objetivo é a minimização da resistência térmica global adimensional, $(T_{\max} - T_0)/(q''' A/k)$, entre o sistema em questão e o ambiente, através da variação dos parâmetros geométricos que representam os materiais de alta condutividade térmica em forma de “Y”, “Y–Y”, duplo “Y–Y” e “T”, inseridos em um sólido de baixa condutividade, com a utilização do método Design Construtal associado com os algoritmos de otimização: Busca exaustiva e Algoritmo Genético. Para tal otimização, as quantidades dos materiais de alta condutividade e do sólido de baixa condutividade são mantidas fixas. Para a configuração com um caminho condutivo em forma de “T”, pretende-se testar a variação da condutividade da base e da parte superior, de maneira distinta.

1.3 Objetivos específicos

Para a minimização da resistência térmica global adimensional faz-se necessário elaborar alguns objetivos específicos para definir as metas a serem alcançadas, destacam-se como prioridade:

- Introduzir um modelo numérico que calcule a distribuição de temperatura no sistema estudado;
- Construir um volume com caminho condutivo em forma de “Y” que será utilizado para compor os conjuntos maiores de dois e quatro volumes elementares;
- Simular numericamente diversas configurações geométricas em forma de “Y”, “Y-Y”, duplo “Y-Y” e “T” seguindo o princípio Construtal;
- Comparar as configurações ótimas com as configurações existentes na literatura;
- Avaliar a influência dos graus de liberdade na minimização da resistência térmica máxima, sendo eles: $(L_1/L_0, \alpha, D_1/D_0 \text{ e } \tilde{D}_0)$ para o “Y”, $(D_0/L_0, D_1/L_1, D_2/L_2 \text{ e } \alpha)$ para o “Y-Y”, $(D_0/L_0, D_1/L_1, D_2/L_2 \text{ e } \alpha)$ para o duplo “Y-Y” e os parâmetros $\phi_0, \phi_1, \phi_2 \text{ e } \phi_3$; e $(L_1/L_0 \text{ e } D_0/L_0)$ os parâmetros $\phi_1 \text{ e } \phi_2$ para a configuração em forma de “T”;
- Comparar os resultados obtidos quando utilizado apenas um volume com caminho condutivo em forma de “Y” com os resultados obtidos através da construção de conjuntos maiores da forma “Y-Y” e duplo “Y-Y”;
- Avaliar a influência da condutividade térmica na geometria ótima para a configuração com caminho de alta condutividade em forma de duplo “Y-Y”;
- Comparar os resultados obtidos quando a condutividade é uniforme para a base e para a parte superior com os resultados obtidos para condutividades não uniformes;
- Validar numericamente os resultados obtidos com o software MatLab® e compará-los com os resultados obtidos no pacote comercial Ansys 13.0.

1.4 Organização do Trabalho

O Capítulo 2 apresenta a Revisão Bibliográfica uma visão geral sobre o Design Construtal. São expostos os principais conceitos do algoritmo genético aplicado ao problema de otimização geométrica.

O Capítulo 3 apresenta a fundamentação teórica estudada no decorrer do presente trabalho. Aborda os conceitos fundamentais sobre a Teoria Construtal desde o seu surgimento até a aplicação na engenharia e áreas afins, principalmente nos problemas de transferência de calor e refrigeração de dispositivos eletrônicos.

O Capítulo 4, apresenta a modelagem matemática e a formulação matemática para a otimização de caminhos condutivos em forma de “Y” com volumes elementares e de “T” para um volume elementar, com destaque para as equações governantes e as condições de contorno impostas para o modelo. O Capítulo 5 fornece a abordagem numérica utilizada para a resolução aproximada dos modelos propostos, sendo adequada ao problema com volumes elementares. Apresenta a estratégia que associa o método de busca exaustiva com o algoritmo genético para o processo de otimização geométrica do caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y”. Apresenta ainda, a validação do método numérico e os exemplos de testes de independência de malha realizados para cada configuração.

No Capítulo 6 são apresentados os principais resultados obtidos com a otimização geométrica de caminhos condutivos em forma de “Y”, que visa à minimização da resistência térmica global adimensional. São expostos os resultados para a otimização com mais de um volume elementar, como uma variação do problema inicial. Apresenta ainda, a análise da variação da condutividade térmica para a configuração duplo “Y–Y”. Posteriormente, são apresentados os resultados obtidos para a configuração com um caminho condutivo em forma de “T” com condutividades uniformes e não uniformes para os materiais que compõe o caminho condutivo. Aborda a minimização da resistência térmica quando comparada a temperatura média obtida na configuração inicial e na configuração ótima. Apresenta, ainda, a validação dos resultados numéricos obtidos com o *software* Matlab® em comparação com os resultados obtidos com o pacote comercial Ansys 13.0.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões obtidas com a otimização geométrica e as propostas de continuidade da pesquisa, que incluem a otimização de outros caminhos condutivos não estudados na literatura e a utilização de outros mecanismos para a transferência de calor.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A Lei Construtal parte do princípio que o “*design*” é um fenômeno universal da Física, surgindo como uma manifestação presente na natureza e nas mais diversas áreas para gerar formas e estruturas que facilitem o acesso das correntes que escoam através de um sistema [Bejan e Lorente, 2008, Bejan, 2015]. A relação entre a Lei Construtal e a Física é fundamentada no conceito principal proposto por Bejan e Lorente, 2013. Para que um escoamento, de tamanho finito, possa persistir no tempo (para viver), sua configuração deve evoluir de tal maneira que proporcione um maior e melhor acesso às correntes que fluem através dele [Bejan, 1997a; Bejan, 1997b; Bejan e Zane, 2012; Bejan e Lorente, 2013]. Um sistema vivo possui duas características universais: deve fluir (termodinamicamente, o sistema não está em equilíbrio) e deve se transformar livremente para facilitar o acesso às correntes que escoam através do sistema. Dessa forma, os sistemas que escoam têm duas propriedades: uma corrente (por exemplo, fluido, calor, massa ou informação) e um *design* onde essa corrente escoar. A Lei Construtal tem por base a direção da evolução no tempo e o fato de que o *design* do fenômeno não é estático: ele é dinâmico e em constante mutação [Bejan e Lorente, 2013].

Em problemas de condução de calor e refrigeração de dispositivos eletrônicos, leva-se em consideração a criação de estruturas que distribuam os materiais de alta condutividade de maneira ideal, facilitando o controle da temperatura, reduzindo os gastos no processo de fabricação e que podem resultar em outras miniaturizações [Zhang et al., 2011]. A Lei Construtal, abordada inicialmente por Bejan apresenta uma construção de rede de árvores [Bejan, 1996, Bejan 1997a; Almogbel e Bejan, 1999; Bejan e Lorente, 2006; Rocha et al., 2006; Bejan e Lorente, 2013; Horbach et al., 2014].

Mathieu-Potvin e Gosselin, 2007, propuseram um algoritmo evolutivo para a otimização da topologia de uma área retangular que gera calor, arrefecido por um material de alta condutividade térmica em contato com um dissipador de calor. Posteriormente, os autores compararam os resultados obtidos com os resultados previstos pela Teoria Construtal e as semelhanças encontradas nas estruturas ideais com arquitetura em forma de árvore revelaram também a equivalência em termos de desempenho térmico e de geometria.

A necessidade de reduzir as falhas decorrentes do aumento da temperatura justifica os inúmeros estudos realizados na área de resfriamento de eletrônicos, principalmente com o uso do método Design Construtal. As principais causas da falha de circuitos eletrônicos são a

difusão nos materiais semicondutores, as reações químicas e as deformações nos materiais de ligação, além de outras causas menos frequentes. A taxa de falha dos equipamentos e circuitos eletrônicos tem um comportamento exponencial, relacionada com o aumento da temperatura de operação [Nag, 2007]. Com base em dados estatísticos sobre as falhas dos dispositivos reais, tem-se que 55% das falhas são causadas pelo aumento acentuado da temperatura do dispositivo [Qi et al., 2003; Liu et al., 2005].

Em um sistema típico, a remoção de calor a partir das regiões ativas de micro circuitos ou de chips (circuitos integrados) necessita de vários mecanismos, dos quais alguns operam em série e outros em paralelo, para transportar o calor gerado. Em problemas semelhantes aos de resfriamento de eletrônicos, geralmente utilizam-se quatro modos básicos de transporte térmico: condução, convecção, mudança de fase e radiação [Kraus et al., 2006].

As indústrias de eletrônicos, miniaturizados e computadores de grande porte demandaram pesquisas na área de fabricação de projetos que incluem a tecnologia MCM (*Multichip Modules*). A tecnologia MCM, por definição, é um pacote ou um encapsulamento portador de chips que contém mais de um chip no seu substrato, que surgiu como um resultado direto da densidade e das limitações de desempenho dos módulos de um único chip [Lau, 1994].

Dentre as vantagens da utilização dessa tecnologia, destacam-se: aumento da velocidade do sistema, redução do tamanho global e aumento do número de interconexões em uma determinada área [Doane e Franzon, 1993]. Com o propósito de aprimorar os MCM, diversas metodologias foram desenvolvidas para otimizar a distribuição dos chips, ocasionando melhorias na distribuição térmica [Messner et al, 1992; Garrou e Turlik, 1998; Cordero et al., 1999; Zhang et al., 2004; Zhou et al., 2004;]. Destaca-se a metodologia criada por Lee, 2003, na qual é apresentado TFPA (*Thermal Force-directed Placement Algorithm*) onde cada chip de um conjunto MCM tende a empurrar qualquer outro chip com uma força baseada na analogia com a condução de calor. Dessa forma cada chip irá se mover na direção da força até que o sistema atinja o equilíbrio, gerando resultados de alta qualidade e mantendo um perfil térmico mais frio e uniforme, sem que haja a sobreposição de chips.

Zhang et al., 2004, desenvolveram uma análise termo mecânica tridimensional, com base em elementos finitos, para um projeto de pacote MCM, com destaque para as deformações do pacote, as tensões térmicas induzidas e também o segundo nível de confiabilidade de solda conjunta na fase de projeto. Para modelar essa análise, os autores utilizaram elementos finitos como uma ferramenta capaz de determinar a distribuição de

tensões dentro de um pacote, permitindo avaliar o *design* antes mesmo de ser reproduzido fisicamente. Os resultados obtidos apontaram mudanças no *design* em termos da posição dos chips e a geometria do pacote, bem como a escolha dos materiais da embalagem. De acordo com Zhang et al., 2011, um problema-chave é o modo como as estruturas são projetadas, com uma distribuição racional dos materiais com elevada condutividade, isso não traz apenas benefícios para o controle da temperatura mas também pode reduzir os custos com materiais utilizados no processo de fabricação, possibilitando assim uma maior miniaturização.

A metodologia proposta por Gersborg-Hansen et al., 2006, utiliza o método de volumes finitos (FVM) para a otimização da topologia de um problema de condução de calor. O problema abordado trata da aplicação do FVM em problemas com distribuições não homogêneas de materiais, bem como, a aplicação das médias aritméticas e harmônicas para fornecer um valor exclusivo para a condutividade nos limites dos elementos.

O esquema do projeto de um canal de alta condutividade inserido em um material de baixa condutividade, conforme a Figura 2.1 (a), proposto inicialmente por [Gersborg-Hansen et al., 2006] e utilizado por [Gao et al.,2008], considera as condições de contorno impostas para o problema de condução. O esquema de múltiplos chips (MCM) inseridos sobre um substrato é mostrado na Figura 2.1(b), no qual ocorre a geração de calor considerada como um dos principais fatores na otimização do *design* dos MCM, bem como a escolha dos materiais para a fabricação dos chips.

Inicialmente, Li et al., 1999, propuseram o método de otimização estrutural evolucionária (ESO) para o *design* da forma e topologia dos problemas submetidos a condução de calor permanente [Li et al., 1999, Li et al., 2004]. A otimização topológica proposta para o problema de condução de calor em regime permanente nos *designs* dependentes e independentes, considerando as cargas térmicas, é estudada por meio de uma otimização estrutural evolucionária bidirecional modificada (BESO), visando melhorar a topologia do regime permanente de condução de calor [Gao et al.,2008].

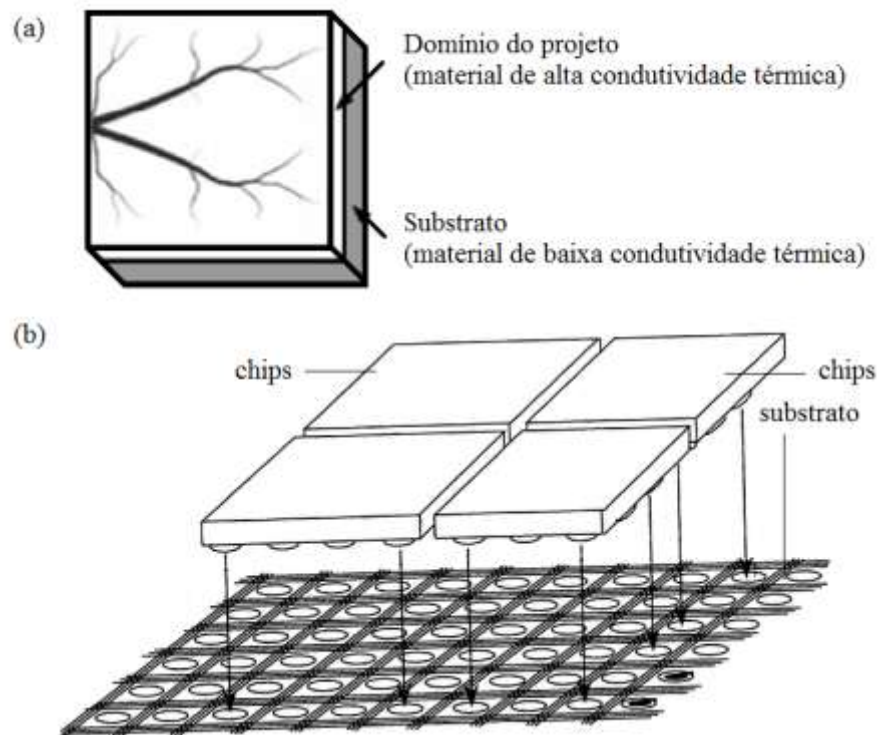


Figura 2.1 – Representação do problema de *design* de condução de calor: (a) representação do projeto de um canal de alta condução sob o projeto independente de cargas [Gersborg-Hansen et al., 2006 e Gao et al., 2008] (b) *layout* de um bloco para o projeto de MCM [Degani et al., 1997].

A metodologia de otimização dos dispositivos condutores de calor para a refrigeração de corpos aquecidos consiste em escolher a combinação do meio de transporte do calor e também escolher a melhor forma ou geometria capaz de oferecer o melhor desempenho [Horbach, 2013].

2.1.1 Algoritmo genético aplicado ao problema de otimização geométrica

No presente trabalho, na configuração de um caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y – Y” ocorre à adição das quatro frações de área e suas possíveis combinações, enumerar todas as possíveis soluções e verificar qual a solução ótima através do processo de busca exaustiva pode demandar elevado tempo computacional, dificultando a otimização de vários graus de liberdade. Diante de tal empasse, fez-se necessária a utilização de métodos de otimização mais eficazes na busca da solução ótima, dentre as possibilidades destacam-se os

seguintes métodos: método de Hooke e Jeeves [Bazaraa et al., 2013; Hooke e Jeeves, 1961; Al-Sultan e Al-Fawzan, 1997; Babu et al., 2008], método Crasp [Dréo et al., 2006; Alba, 2005], método C-Grasp [Hirsch et al., 2006] e Algoritmo Genético [Holland, 1975; Goldberg, 1989; Vose, 1999; Dawid, 1994; Qiongbing e Lixin, 2016; Ijjina e Chalavadi, 2016; Corbera et al., 2016, Mohammadi et al., 2016; Rosa et al., 2016; Reddy e Bijwe, 2016; Lopez-Garcia et al., 2016; Toledo et al., 2016].

De acordo com Lorenzini et al., 2014c e Lorenzini et al., 2014d, uma forma alternativa para a busca exaustiva é o GA [Holland, 1975] amplamente utilizado porque torna mais fácil a pesquisa do mínimo global. O GA é baseado nos princípios da genética e seleção natural, recomendado para o problema multi-objetivo.

No estudo do GA é fundamental conhecer alguns dos conceitos mais utilizados para descrever o funcionamento do algoritmo, baseado na genética do ponto de vista biológico [Dawkins, 1976; 1982; 1986]. Determina-se como geração, cada uma das iterações realizadas pelo GA ao obter uma nova população [Coley, 2003; Holland, 1975]. O conceito de execução determina cada uma das rodadas que o algoritmo realiza com uma população gerada, por um determinado número de gerações. De modo geral, são executadas n -iteraões quanto forem necessárias para que o GA determine um resultado razoável, considerando o critério de convergência estabelecido para o problema.

Principais conceitos do algoritmo genético:

- ***Cromossomo (genótipo)*** – cadeia de bits que representa uma solução possível para o problema;
- ***Gene*** – representação de cada parâmetro de acordo com o alfabeto utilizado (binário, inteiro ou real);
- ***Fenótipo*** – cromossomo codificado;
- ***População*** – conjunto de pontos (indivíduos) no espaço de busca do problema;
- ***Geração*** – iteração completa do GA que gera uma nova população;
- ***Aptidão bruta*** – saída gerada pela função objetivo para um indivíduo da população;
- ***Aptidão normalizada*** – aptidão bruta normalizada, entrada para o algoritmo de seleção;
- ***Aptidão máxima*** – melhor indivíduo da população corrente;
- ***Aptidão média*** – aptidão média da população corrente.

Deve ser observado que cada cromossomo, chamado de indivíduo no GA, corresponde a um ponto no espaço de soluções do problema de otimização geométrica proposto.

3 TEORIA CONSTRUTAL

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura relacionada ao problema estudado e realiza uma síntese dos conceitos fundamentais sobre a Teoria Construtal e os principais estudos na área de transferência de calor, voltados para a refrigeração de dispositivos com geração de calor, aletas de refrigeração e cavidades, bem como, outros problemas abordados com a Teoria Construtal.

3.1 Conceitos fundamentais sobre a Teoria Construtal

A abordagem do *design* evolutivo foi proposta inicialmente por Bejan e Sciubba, 1992, para a descoberta de um trocador de calor interno. O estudo realizado propôs a regra de *design* para o espaçamento de uma série de placas paralelas aos canais, de tal maneira que a densidade de transferência de calor de um volume preenchido com os componentes geradores de calor seja máxima [Olakoyejo, 2012]. Para a determinação do espaçamento ótimo entre as placas paralelas utilizou-se o método de intersecção de assíntotas [Bejan, 2013]. O espaçamento ideal entre as placas paralelas foi determinado inicialmente para aplicações em que ocorre o resfriamento por convecção natural. Essa ideia foi divulgada em 1984 simultaneamente por [Bar-Cohen e Rohsenow, 1984; Bejan, 1984], de modo que fosse possível preencher o espaço vazio e desenvolver meios concretos para o cálculo do espaçamento ótimo entre as placas paralelas e as características relacionadas ao problema otimizado.

A Teoria Construtal foi aplicada mais tarde em problemas de resfriamento de circuitos eletrônicos, com geração de calor uniforme e outras otimizações relacionadas à transferência de calor por convecção [Bejan e Sciubba, 1992; Bejan, 1997a; Bejan, 2000; Bejan, 2013;]. O estudo inicial realizado por Bejan, 1984, impulsionou a expansão da Teoria Construtal para outras áreas do conhecimento, não apenas no *design* de problemas presentes na engenharia, mas também outros ramos da ciência e nas áreas de ciências humanas [Bejan et al., 2000b; Ghodoossi, 2004a; Ghodoossi, 2004b; Ghodoossi e Nilüfer, 2004; Bejan e Lorente, 2006; Reis e Bejan, 2006; Wu et al., 2006; Bejan e Merks, 2007; Marques et al., 2007; Wu et al., 2007; Reis, 2009; Bejan e Lorente, 2011; Hart e Da Silva, 2011; Bejan e Zane, 2012; Bejan e Lorente, 2013; Correia et al., 2013; Bejan, 2015; Bejan et al., 2015; Beckel et al., 2015; Barreto et al., 2015; Bejan et al., 2016a; Bejan et al., 2016b; Hajmohammadi et al., 2015; Shi

e Dong, 2015; Hazarika et al., 2016; Liu et al., 2016a; Liu et al., 2016b; Lorenzini et al., 2015; Helbig et al., 2016; Ziaei et al., 2016].

O termo “*design*” segundo Bejan e Zane, 2012, está relacionado com a configuração, transformação ou montagem de materiais, que pode ser alterado de modo que resulte em outra coisa com um propósito específico. Nesse sentido, o *design* presente na natureza, que determina a forma dos rios, animais, cidades e árvores é uma manifestação da Lei Construtal na natureza, gerando formas e estruturas que facilitam o acesso das correntes que escoam através do sistema. Além disso, a Teoria Construtal tem sido utilizada para descrever deterministicamente a geração de formas na natureza [Bejan, 1997b; Bejan e Zane, 2012].

De acordo com Bejan e Lorente, 2008, a Teoria Construtal trata da geração de arquiteturas em sistemas termodinâmicos que normalmente não estão em equilíbrio, ou seja, de sistemas onde há escoamento, sempre tendo como foco a maximização do acesso ao escoamento, seja ele qual for, de fluido, de massa, de energia, entre outros. A aplicação da Lei Construtal para obter a melhoria das configurações utilizadas, tais como sistemas de fluxo, animados ou inanimados, na engenharia e na organização do movimento é denominado método Design Construtal. As arquiteturas obtidas através da Teoria Construtal e do Design Construtal são referentes a um conjunto de condições impostas ao problema, ou seja, devido à vascularização das estruturas, ao posicionamento dos interstícios, as imperfeições são distribuídas para os eventos analisados, isso gera a falsa interpretação de que ocorre de maneira randômica [Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012].

O *design* é um fenômeno universal, unindo o animado com o inanimado [Bejan e Lorente, 2013] com forma e estrutura definidas, com tamanho finito, conforme pode ser visto na parte superior da Figura 3.1.

A Figura 3.1 mostra que uma seta do tempo é associada com a sequência de configurações de fluxo que constitui a existência do sistema [Bejan e Lorente, 2006]. Esse princípio foi formulado por Bejan, 1996, e denominado Lei Construtal para a geração de configurações de fluxo. Para um sistema de fluxo persistir no tempo, ou seja, para sobreviver ele deve evoluir de tal forma que favoreça o acesso das correntes que escoam através dele [Bejan e Lorente, 2006]. O enunciado mostra a tendência natural de que as correntes criem geometrias que facilitem o seu escoamento, sendo possível identificar estas mudanças na geometria que ocorrem com o transcorrer do tempo [Bejan e Almogbel, 2000].

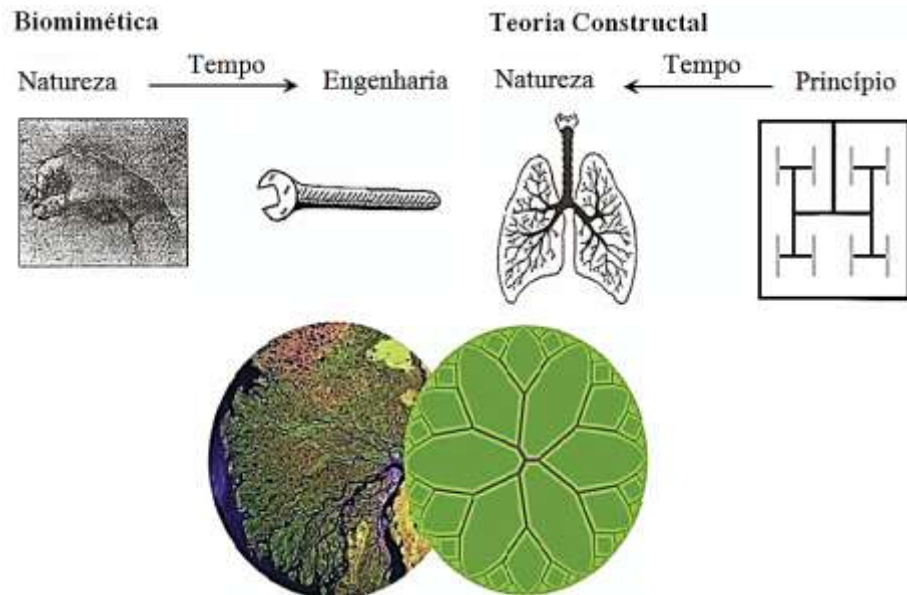


Figura 3.1– A Lei Construtal é a lei da física que explica a tendência natural dos designs de evoluírem livremente ao longo do tempo para fluir mais facilmente [Bejan, 2000]. Abaixo, o Delta do rio Lena e a arquitetura dendrítica derivada da Lei Construtal [Bejan e Lorente, 2006].

A parte inferior da Figura 3.1 mostra o Delta do rio Lena, localizado no norte da Sibéria como um fenômeno universal na natureza, ele surge naturalmente quando algo está fluindo e é livre para se transformar. O projeto animado se compara com o *design* inanimado obtido com a Teoria Construtal.

Diversas manifestações presentes na natureza, tais como as bacias hidrográficas e os sistemas cardiovasculares são sistemas de escoamento muito eficientes para mover uma corrente, seja ela de água, sangue ou eletricidade [Bejan e Zane, 2012]. Na natureza, a água sempre busca o caminho de menor resistência ao fluxo à medida que escoar na bacia de um rio, isso também pode ser visto no caminho do fluxo composto por canais (raiz, tronco e ramos) e que continua pelos ramos menores, repetido algumas vezes [Bejan et al., 2008].

O sistema destina-se a depender dos fluxos superarem as resistências. Correntes e resistências, juntas representam a irreversibilidade ou a degradação do desempenho termodinâmico em nível global. De acordo com Bello-Ochende e Bejan, 2003, termodinamicamente cada sistema apresenta um nível de imperfeição devido à geração de entropia. Uma solução para isso considera que o sistema pode se ajustar para operar no máximo, através da otimização do processo e da configuração geométrica do sistema para reduzir a entropia. A produção de entropia em processos físicos, extra físicos e químicos e a

sua importância para a introdução à Segunda Lei da Termodinâmica é abordada por Nicoletti et al., 2015 e Pizzolato et al., 2015.

A aplicação da Lei Construtal expande-se por diversas áreas do conhecimento humano, destaca-se a medicina, transferência de calor, mecânica de fluidos, academias e universidades, transporte, urbanismo e esporte. Na medicina, aplica-se a Lei Construtal para controlar a temperatura do campo dos tecidos não afetados pelo câncer, na vizinhança de turbulência abaixo da temperatura à qual o vírus do câncer pode sobreviver [Wang et al., 2007; Orndorff e Dai, 2015].

A relação entre o mundo dos negócios e o transporte público com base na Teoria Construtal mostra que os custos de transporte podem ser minimizados por meio da otimização das rotas de transporte de bens, produtos e pessoas a partir de uma área para outra de uma forma dendrítica, de modo a percorrer uma distância mais curta e mais fácil [Bejan et al., 2000b e Bejan et al., 2000c].

Em problemas de transferência de calor, o pico de temperatura deve ser minimizado em cada ponto de acesso de um sistema de fluxo [Bejan, 2003], resultando em um melhor desempenho térmico por meio da otimização da forma e geometria do sistema estudado. Bejan, 2007a, propôs um estudo na área de mecânica de fluidos, onde a queda de pressão pode ser minimizada através da otimização do fluxo interno que ocorre em diferentes arquiteturas de dutos com seções transversais variáveis.

A Lei Construtal define que o sistema de aprendizagem deve se desenvolver ao longo do tempo de forma que seja possível minimizar a resistência ao fluxo de ideias [Bejan e Zane, 2012]. O desejo de se mover mais facilmente é o que impulsiona a tendência de adquirir o conhecimento sendo que o conhecimento e a informação são as correntes que aumentam o nosso próprio desenvolvimento. O princípio Construtal foi utilizado para otimizar as classificações hierárquicas das universidades e academias, no fluxo global do conhecimento [Bejan, 2007b e Bejan, 2009]. Weinerth, 2010, descreve a utilização da Lei Construtal em exércitos e grupos que atuam na defesa militar, sendo possível fornecer informações sobre a otimização de táticas de guerra e estratégias militares.

Bejan e Zane, 2012, descrevem a evolução do esporte com relação aos fenômenos físicos e tecnológicos. Analisando os records dos competidores e sua altura, foi possível prever que a altura é a vantagem no *design* do corpo para facilitar o aumento da velocidade na corrida, bem como, na natação a relação entre a altura e a espessura do corpo. Dessa forma, os resultados obtidos comparam a velocidade em função do tempo, a massa corporal dos atletas

em função do tempo e a velocidade em função da massa corporal [Bejan e Marden, 2006, Charles e Bejan, 2009 e Bejan et al., 2010]. O Basketball pode ser descrito como um sistema que flui e tem um design próprio. A estrutura, forma e funcionalidade evoluem no tempo e estão intimamente relacionados com o desempenho em vários esportes [González et al., 2015].

A seguir, são descritas as principais aplicações em problemas de condução de calor e problemas clássicos de otimização geométrica, analisados e resolvidos do ponto de vista da Teoria Construtal.

3.2 Problemas de transferência de calor

A busca por arquiteturas otimizadas que facilitem a remoção do fluxo de calor com a utilização do método Design Construtal resulta no desenvolvimento de sistemas compactos ou de alta densidade e miniaturizados para a transferência de calor e massa. O método Design Construtal é usado para aplicar a Lei Construtal a fim de maximizar o desempenho de sistemas submetidos a qualquer espécie de fluxo [Bejan, 2000].

A vantagem da Lei Construtal no campo da engenharia é que a arquitetura do fluxo não é assumida com antecedência, mas é uma consequência de permitir que a estrutura se transforme [Reis, 2009]. Problemas que envolvem a maximização da transferência de calor em um sistema de aquecimento ou refrigeração são de grande importância em aplicações práticas, destacam-se os difusores de calor, aletas de refrigeração, moldagem de matrizes e de canais de alta condutividade de componentes eletrônicos [Gao et al., 2008].

Neste contexto, diversos estudos sobre a forma e a otimização do tamanho de aletas de refrigeração e aletas invertidas têm sido realizados [Bejan e Almogbel, 2000; Attetkov et al., 2001; Sasikumar e Balaji, 2002; Biserni et al., 2004; Lorenzini e Rocha, 2006; Yang et al., 2006; Yang et al., 2008; Lorenzini et al., 2011; Lorenzini et al., 2014a; Lorenzini et al., 2014b; Lorenzini et al., 2014c].

Bejan, 1997a, abordou o problema fundamental de como coletar e canalizar para um ponto o calor gerado volumetricamente em um volume de baixa condutividade e de determinado tamanho, conforme mostrado na Figura 3.2. No problema, a quantidade do material de alta condutividade disponível para a construção dos caminhos tem volume e taxa total de geração de calor, ambos fixos.

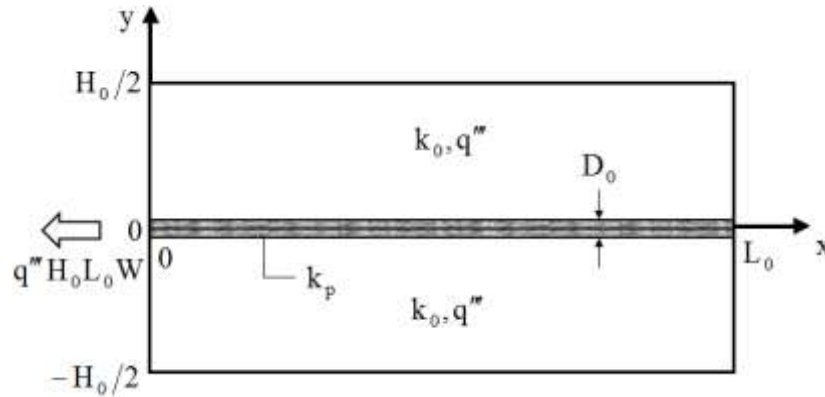


Figura 3.2 – Volume elementar delgado com geração de calor volumétrica e um caminho de alta condutividade ao longo do seu eixo de simetria [Bejan, 1997a].

A otimização realizada em cada conjunto considera a forma da montagem e o comprimento do caminho com condutividade térmica elevada. Posteriormente, mostrou-se que o caminho condutivo inserido no volume elementar forma uma rede em árvore e os detalhes geométricos são determinados teoricamente através da Lei Construtal [Bejan, 1997a]. O mesmo problema foi estudado por [Wu et al., 2006; Wu et al., 2007], de modo que foi possível obter a solução exata do problema sem os desvios da solução aproximada e estimando a condutividade térmica mais efetiva para o problema.

O problema mostrado na Figura 3.3, consiste em otimizar o acesso (ou minimizar a resistência térmica) entre um volume de tamanho finito e um ponto, de modo que seja possível aumentar a transferência de calor através da inserção de material de alta condutividade térmica no material aquecido [Ledezma et al., 1997]. O propósito desse estudo está voltado para a micro miniaturização e o alto desempenho de componentes eletrônicos. A solução é constituída cobrindo o volume elementar com uma sequência de blocos de construção, o qual segue o padrão de um volume elementar evoluindo para conjuntos maiores, justificando o nome “Construtal” para a abordagem.

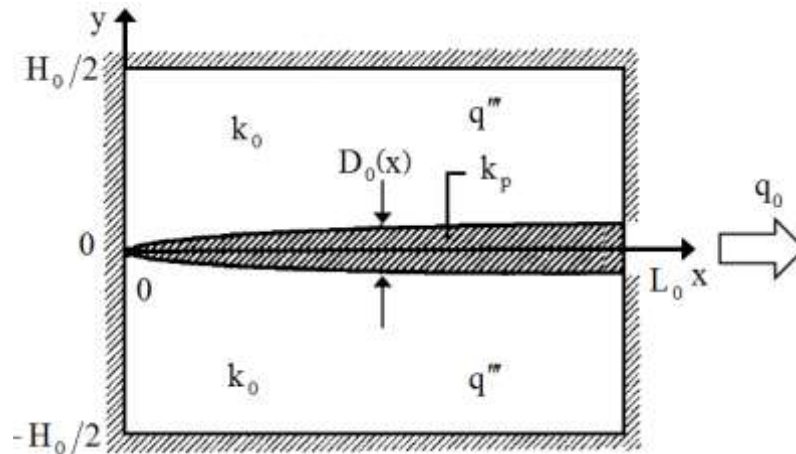


Figura 3.3 – O menor volume elementar com geração de calor volumétrica e um caminho de alta condutividade ao longo do eixo x [Ledezma et al., 1997].

Quando o caminho condutivo fica menos espesso, os detalhes mais específicos da arquitetura da árvore (por exemplo, o ângulo de ramificação) tem um efeito negligenciável sobre a resistência térmica total [Ledezma et al., 1997].

No problema proposto por Almogbel e Bejan, 1999, os autores utilizaram dois métodos para melhorar o desempenho das estruturas de árvores “volume-para-ponto” para a condução de calor bidimensional. A primeira melhoria obtida é que cada construção é otimizada com relação a todos os graus de liberdade. A segunda consiste em permitir que haja espaçamentos entre a extremidade do material de alta condutividade inserido e a parede vizinha, conforme mostra a Figura 3.4.

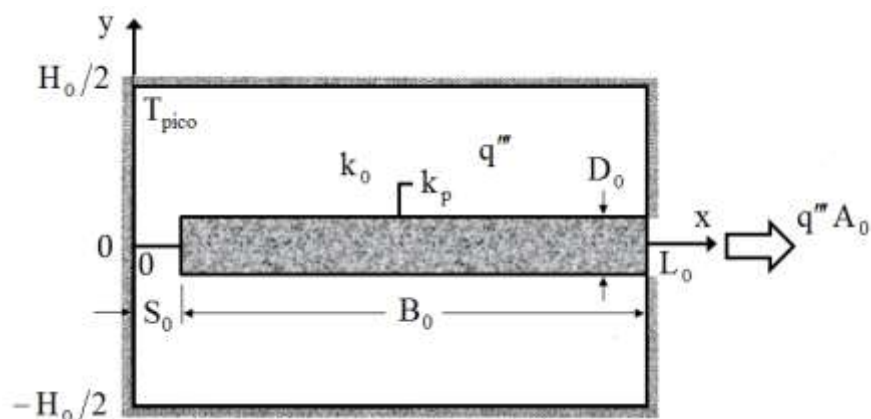


Figura 3.4 – Sistema de condução elementar com espaçamento na extremidade da inserção de alta condutividade [Almogbel e Bejan, 1999].

Lorenzini et al., 2013a, aplicaram o método Design Construtal para descobrir a configuração que facilita o acesso do calor que flui através de caminhos condutivos em forma de “X”, compostos por um material alta condutividade incorporado dentro de um meio com geração de calor, em forma de um quadrado de baixa condutividade para o resfriamento do volume de tamanho finito, mostrado na Figura 3.5.

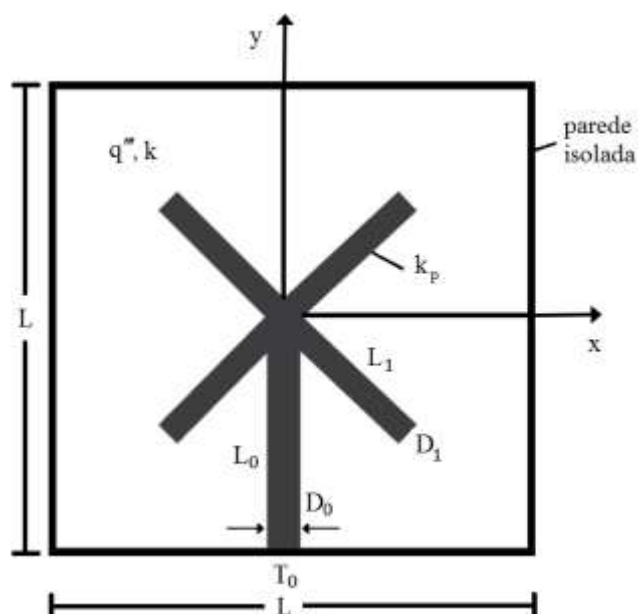


Figura 3.5 – Corpo de baixa condutividade e geração de calor com vias em forma de “X” com maior condutividade [Lorenzini et al., 2013a].

Os resultados obtidos numericamente por [Lorenzini et al., 2013a] mostram que o desempenho de vias em forma de “X” é aproximadamente a mesma que a obtida para uma via em forma de “I”, quando utilizados valores pequenos do material de alta condutividade térmica e fração de área. Para valores maiores do material de alta condutividade e fração de área, o desempenho de vias em forma de “X” é cerca de 51% melhor. A configuração de vias em forma de “I” é composta por uma única via de material de alta condutividade térmica a partir do dissipador de calor e que termina de tal forma que haja um espaçamento entre a extremidade do caminho e a parede de isolamento, tornando possível a comparação com a via em forma de “X”.

Lorenzini et al., 2013b, propuseram uma modificação no projeto inicial das vias uniformes em forma de “X”. Os autores consideraram fixos o volume total e o volume do material de alta condutividade térmica, mas variáveis os comprimentos dos caminhos e os ângulos entre as vias, conforme apresentado na Figura 3.6.

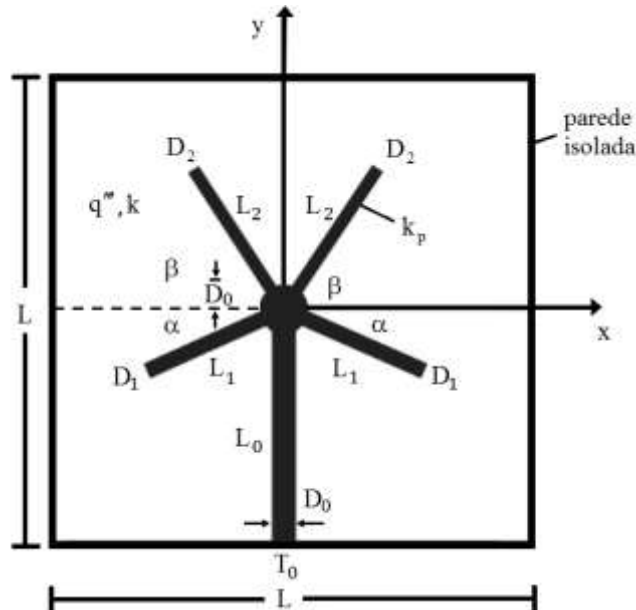


Figura 3.6 – Corpo de baixa condutividade e geração de calor com vias não uniformes em forma de “X” com maior condutividade [Lorenzini et al., 2013b].

A configuração com vias não uniformes em forma de “X” foi otimizada para quatro graus de liberdade: dois ângulos entre as vias e duas razões entre os comprimentos. O desempenho das vias não uniformes em forma de “X” é aproximadamente 10% melhor que se comparado com o desempenho das vias uniformes em forma de “X” (isto é, a forma de “X” é modelada com comprimentos e espessuras iguais) e quando comparada com a configuração de uma via simples em forma de “T”, tem-se um desempenho 56% melhor [Lorenzini et al., 2013b].

O problema de minimização da resistência térmica de um sistema gerador de calor com baixa condutividade térmica, no qual são utilizadas vias em formato de “Y” compostas por um material de alta condutividade térmica e de volume constante, sendo variáveis os comprimentos e espessuras do material dos ramos simples e bifurcados, mostrados na Figura 3.7 foi abordado inicialmente por Horbach, 2013.

Em Horbach, 2013, são apresentadas duas condições: a primeira considera os ramos e a base da geometria “Y” com condutividade térmica uniforme e a segunda configuração apresenta combinações de condutividade térmica diferentes, para os ramos e a base. Os resultados obtidos mostram que a configuração ótima varia para cada caso, ou seja, não existe uma geometria universal para as vias em formato de “Y”, demonstrando a dependência entre a geometria e as condições impostas pelo meio. Com base no estudo realizado por Horbach,

2013, foram testadas outras faixas de frações de áreas e condutividades térmicas, de modo que fosse possível obter a minimização da resistência térmica.

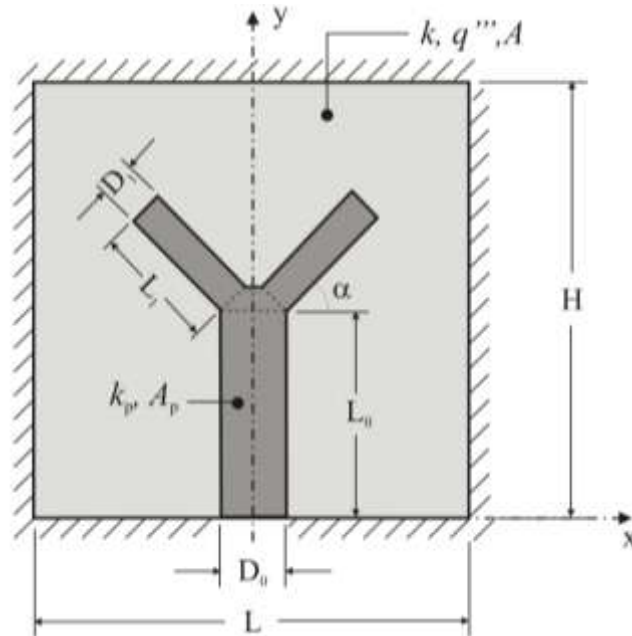


Figura 3.7 – Corpo de baixa condutividade e geração de calor com caminhos condutivos em forma de “Y” de maior condutividade [Horbach, 2013].

Novos padrões de vias altamente condutivas, chamadas de configurações em forma de “garfo”, foram introduzidas por [Hajmohammadi et al., 2013]. Basicamente, foram estudados dois tipos de percursos em forma de “garfo” inseridos em um corpo quadrado com geração de calor conforme mostrado na Figura 3.8.

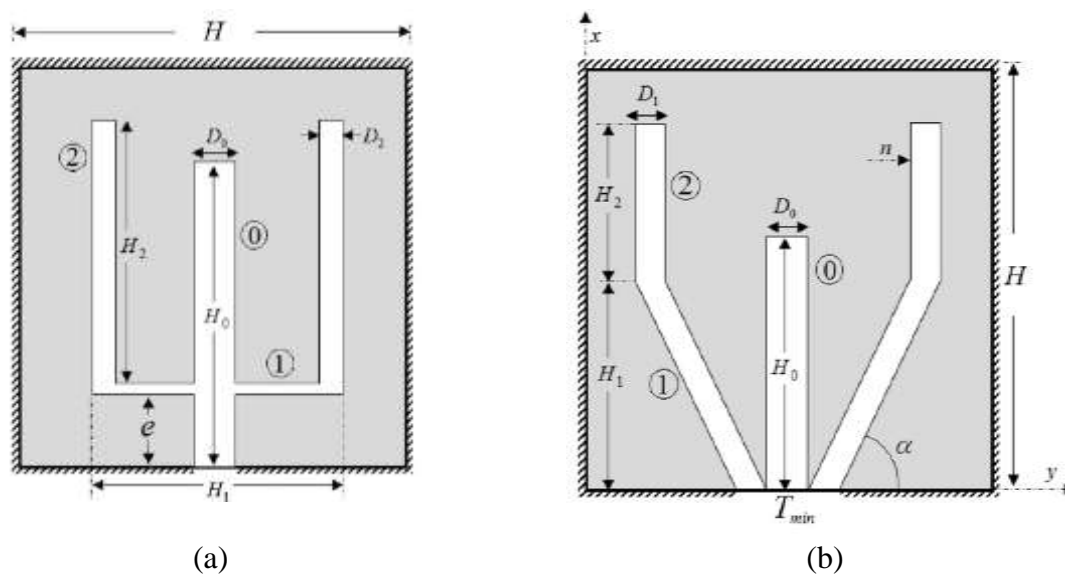


Figura 3.8 – Geometria e coordenadas que definem o sistema de vias de alta condutividade inseridas em um corpo com geração de calor proposto por [Hajmohammadi et al., 2013].

Os resultados mostram que a temperatura máxima pode ser reduzida em 41% e 46%, utilizando configurações do tipo (a) e (b), respectivamente, quando comparadas com as inserções em forma de “X”. Com relação à quantidade de material utilizada para compor as vias altamente condutivas, as configurações apresentadas por Hajmohammadi et al., 2013, necessitam de cerca de um terço de material da configuração em forma de “X”. Posteriormente, Hajmohammadi et al., 2014, desenvolveram dois tipos de vias altamente condutivas com inserções classificadas como “árvores” em forma de Phi (Φ) e de Psi (Ψ), sendo capazes de reduzirem a temperatura máxima em 50% em comparação com o percurso em “X”.

A aplicabilidade da Teoria Construtal pode ser vista em diversas áreas da engenharia, desde a otimização de canais para escoamento de fluidos [Adewumi et al., 2015; Cetkin, 2015, Magalhães et al., 2015], otimizações de canais com transferência de calor por convecção [Bejan e Errera, 2000], otimização de canais com transferência de calor e massa [Yenigün e Çetkin, 2015; Oliani e Cetkin, 2015], minimização da resistência de transferência através de materiais porosos [Wattez e Lorente, 2015], design e otimização de pás de trocadores de calor [Zhang et al., 2015] otimização de aletas, cavidades inseridas em corpos sólidos [Lorenzini et al., 2012a] até estruturas mais complexas [Bau, 1998; Yang et al., 2008].

Bau, 1998, propôs a minimização da resistência térmica através da otimização da dimensão da secção transversal de canais retangulares de micro trocadores de calor, em

termos de comprimentos não uniformes e uniformes como uma função da coordenada axial do condutor. O modelo de análise de um canal não uniforme provou ser mais eficaz na redução da temperatura máxima da superfície em comparação com o modelo com uma secção transversal uniforme dos canais. Yang et al., 2008, realizaram a otimização térmica de uma pilha de placas de circuitos impressos e refrigerados com convecção através do método de minimização da geração de entropia (EGM). Destaca-se a correlação obtida pelos autores para o espaçamento ideal do canal sem dimensão em termos do número de Reynolds (Re).

Lorenzini et al., 2012a, destacam a otimização numérica de cavidades retangulares isotérmicas que são inseridas em um corpo sólido cilíndrico conforme a Figura 3.9, com o objetivo de minimizar a resistência térmica global entre o corpo sólido e as cavidades.

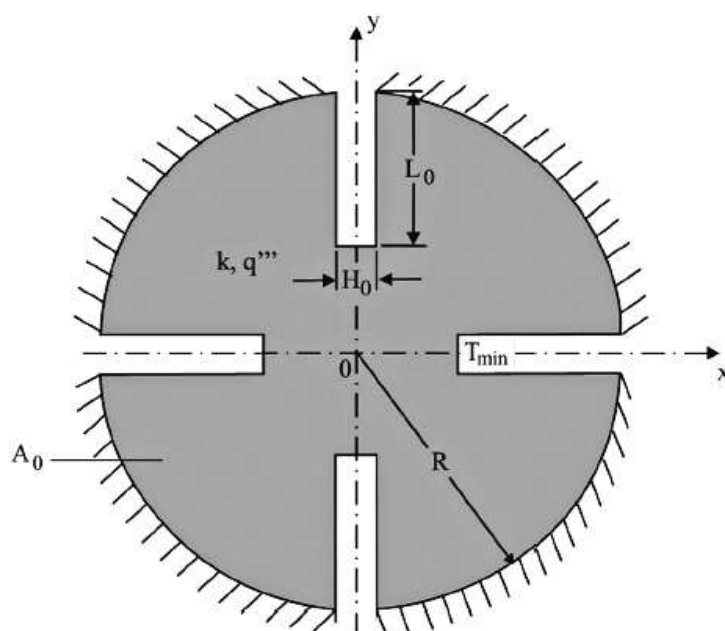


Figura 3.9 – Cavidades retangulares isotérmicas bidimensionais inseridas num corpo cilíndrico [Lorenzini et al., 2012a].

A geometria otimizada e o desempenho estão relacionados com o volume das cavidades e o volume total. A distribuição ótima das imperfeições e dos pontos quentes é afetada pela complexidade da configuração (maior número de cavidades inseridas) e pela fração da área das cavidades.

A Figura 3.10 mostra o problema proposto por Biserni et al., 2004, onde realiza-se a otimização numérica de uma cavidade em forma de “C” inserida em uma parede condutora sólida, considera-se esta cavidade como uma aleta invertida, ou seja, de fora para dentro da

parede condutora. O objetivo principal consiste em minimizar a resistência térmica global entre o corpo sólido e a cavidade, com duas condições térmicas para a parede sólida: geração de calor uniforme e o fluxo de calor uniforme sobre as superfícies exteriores da parede sólida. Os resultados obtidos com a otimização, mostram que a forma da cavidade é ótima quando está completamente inserida na parede do corpo condutor [Biserni et al., 2004]. Os autores propuseram ainda a inserção de uma cavidade mais complexa em forma de “T”. Com esta cavidade, o desempenho obtido foi superior quando comparado com os resultados da cavidade em forma de “C”.

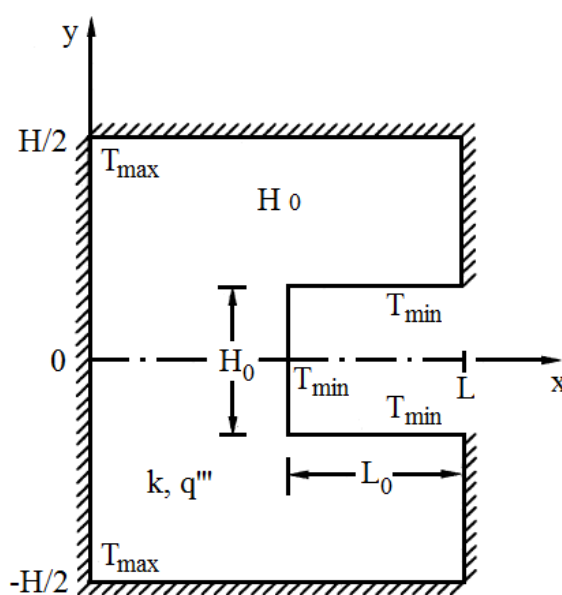


Figura 3.10 – Aleta invertida em um corpo condutor bidimensional com geração de calor uniforme proposto por Biserni et al., 2004.

O problema de otimização de cavidades, mostrado na Figura 3.11, com a utilização da Teoria Construtal é abordado por Rocha et al., 2005, considerando uma cavidade retangular inserida em um sólido trapezoidal, com geração de calor no interior e condições adiabáticas nas superfícies externas. O propósito do estudo consiste em minimizar a resistência térmica global entre o volume de todo o sistema (cavidade inserida e o sólido) e o meio que o envolve. A geometria é considerada ótima quando a cavidade inserida aumenta e se aproxima da parede e o desempenho melhora à medida que a cavidade torna-se mais delgada [Rocha et al., 2005].

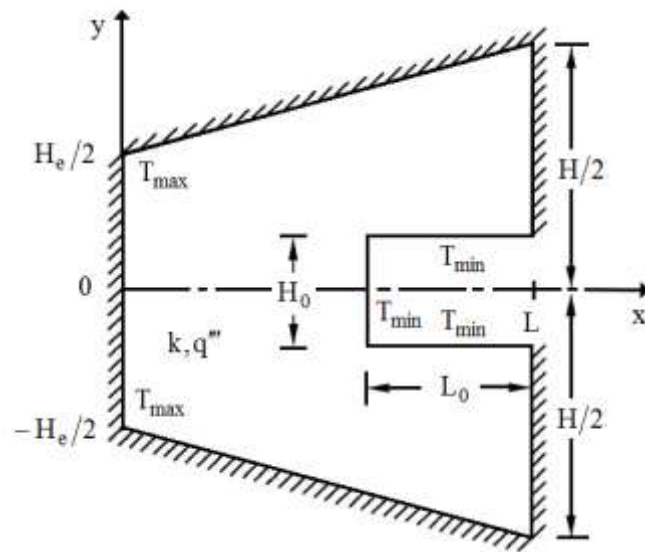


Figura 3.11 – Cavity inserida em um sólido trapezoidal com geração de calor uniforme [Rocha et al., 2005].

A geometria de uma cavity em forma de “T” inserida em uma parede sólida condutora é abordada por Lorenzini et al., 2012b, como pode ser visto na Figura 3.12. A cavity é refrigerada por convecção com coeficiente constante, i. e., a convecção é tratada como um condição de contorno, enquanto o sólido gera calor uniformemente e possui isolamento no perímetro externo. No decorrer da otimização da geometria inserida no corpo sólido, a complexidade das estruturas aumenta, sendo possível o estudo de cavidades em forma de árvore.

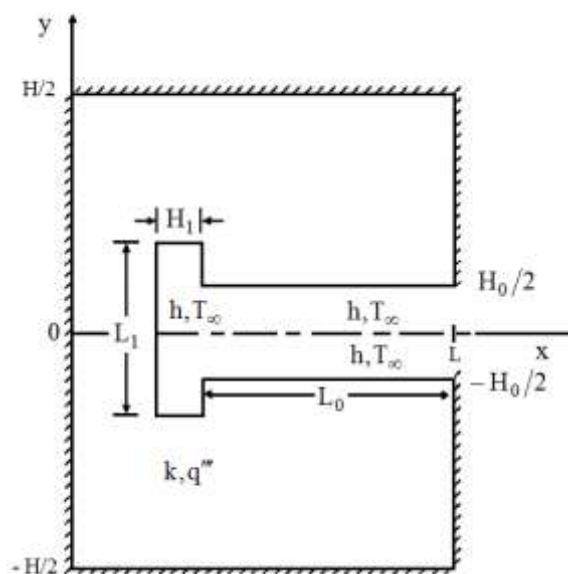


Figura 3.12 – Cavity em forma de “T” refrigerada por convecção proposta por [Lorenzini et al., 2012b].

A estrutura mais simples em forma de árvore é descrita como uma primeira construção, ou um conjunto otimizado de volumes elementares. A finalidade da otimização numérica consiste em minimizar a máxima temperatura em excesso adimensional entre o sólido e a cavidade em forma de “T” [Lorenzini et al., 2012b]. As geometrias ideais foram obtidas com as menores relações entre a espessura e o comprimento das ramificações bifurcadas (H_1/L_1). Os resultados obtidos foram comparados com a cavidade em forma de “C”, ou seja, a configuração da base, com isso observou-se que a cavidade em forma de “T” efetua a refrigeração cerca de 45% melhor quando consideradas as mesmas condições térmicas e geométricas. Rocha et al., 2010, abordou o estudo de uma cavidade em forma de “C” inserida em um sólido sendo refrigerada via transferência de calor por convecção. Os resultados mostraram que as cavidades com relações externas (H/L) pequenas ou grandes são as que apresentam melhor desempenho.

O método Design Construtal associado ao algoritmo genético (GA), proposto por Lorenzini et al., 2014b, é utilizado para a otimização de uma geometria com uma cavidade isotérmica em forma de “Y” e incorporada em uma parede condutora sólida, conforme mostra a Figura 3.13. O estudo visa avaliar a aplicabilidade do GA para otimizar configurações complexas e empregar o GA com o método Design Construtal para gerar novos resultados para a cavidade em forma de “Y”. Segundo Lorenzini et al., 2014b, a combinação de valores DOF (*Degree of freedom*) gera um espaço de pesquisa com vários mínimos locais. A técnica clássica para encontrar o mínimo global é chamada de busca exaustiva. Esta técnica enumera todos os possíveis candidatos para uma solução e verifica qual apresenta o melhor resultado. No entanto, a busca exaustiva pode ser dispendiosa (não permitindo a otimização geométrica de vários graus de liberdade simultaneamente).

O GA proposto por Holland, 1992 surge como uma forma alternativa para a busca exaustiva, amplamente utilizado pois torna mais fácil a busca pelo mínimo global, é baseado nos princípios da genética e da seleção natural, recomendado para o problema de múltiplas variáveis. Através do GA e do método de busca exaustiva (simulados a cada combinação de geometria), torna-se possível minimizar a máxima temperatura em excesso adimensional entre o sólido e a cavidade isotérmica.

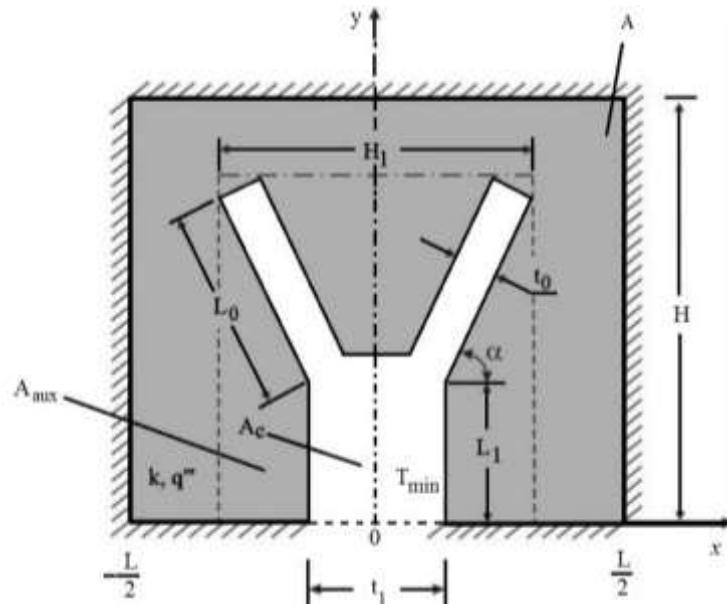


Figura 3.13 – Cavidade em forma de “Y” introduzida em um corpo condutor bidimensional com geração de calor uniforme [Lorenzini et al., 2014b].

A Figura 3.14, apresenta o conjunto de aletas em forma de “T” para a refrigeração de um corpo sólido cilíndrico com geração de calor uniforme [Lorenzini et al., 2014a].

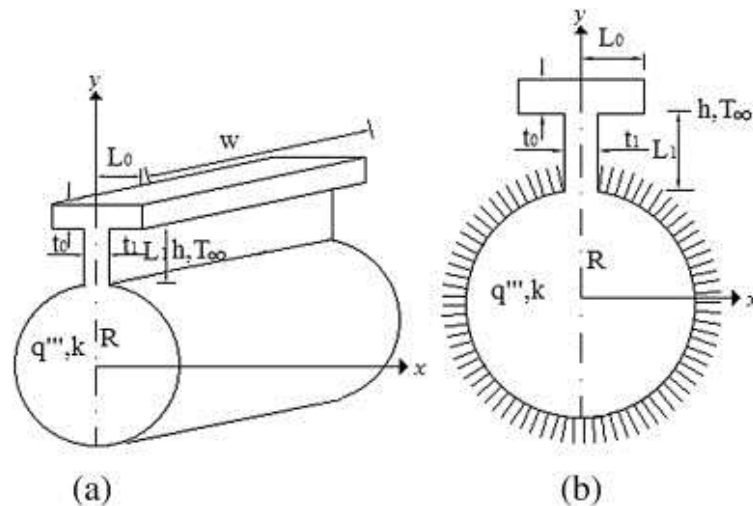


Figura 3.14 – (a) Corpo cilíndrico com um conjunto de aletas em forma de “T”; (b) domínio computacional do problema [Lorenzini et al., 2014a].

A transferência de calor ocorre por convecção e as aletas são banhadas por um fluxo com temperatura ambiente constante, sendo que as superfícies exteriores do corpo cilíndrico são adiabáticas. O desempenho ótimo é alcançado quando a forma da aleta torna-se mais

delgada e a haste mais espessa, de modo que o sistema não tenha mais liberdade de se transformar [Lorenzini et al., 2014a]. Quando o número de aletas for maior que dois, a melhor configuração é a que apresenta hastes delgadas e canais mais curtos, nesse caso, o comprimento da aleta é limitado pela aleta vizinha.

A abordagem Construtal foi utilizada por Bejan e Almogbel, 2000, para a otimização geométrica de um conjunto de aletas em forma de “T”, com o objetivo de maximizar a condutividade térmica global do conjunto, sujeito às restrições do volume total e do material das aletas. Dois tipos de aletas foram utilizados na otimização: conjunto de placas de aletas, mostrado na Figura 3.15 e aletas cilíndricas. Posteriormente, os autores otimizaram uma versão mais evoluída do conjunto de aletas em forma de “T”, onde as extremidades livres e mais finas são dobradas formando um conjunto de aletas em forma de τ .

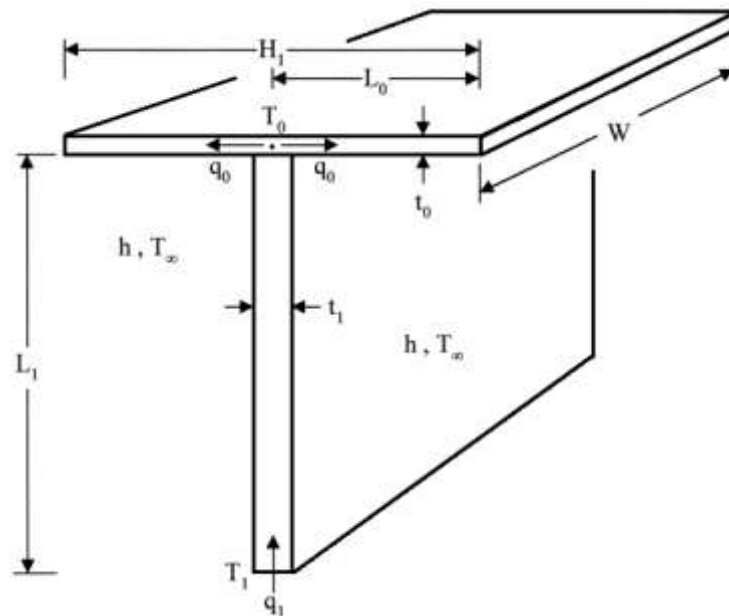


Figura 3.15 – Conjunto de placas de aletas em forma de “T” [Bejan e Almogbel, 2000].

Lorenzini et al., 2011, realizaram um estudo numérico com base no método Design Construtal para obter a melhor geometria de um conjunto complexo de aletas, ou seja, um conjunto onde há uma cavidade entre os dois ramos da forma “T”-“Y” de aletas e duas superfícies estendidas adicionais, conforme a Figura 3.16. O problema está sujeito às seguintes restrições: volume total, volume do material da aleta, volume da cavidade e volume das duas superfícies estendidas adicionais. A resistência térmica global do conjunto complexo

de aletas após três otimizações, apresenta um desempenho 32% melhor do que a configuração inicial nas mesmas condições térmicas [Lorenzini et al., 2011].

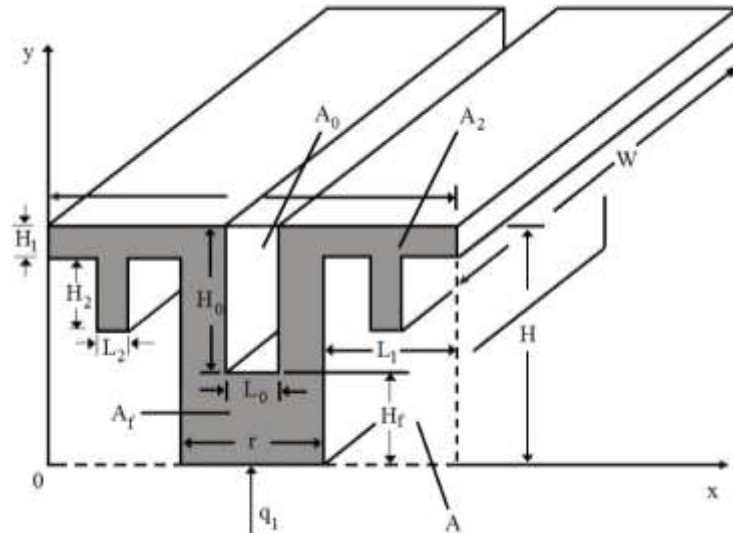


Figura 3.16 – Conjunto de aletas otimizado por [Lorenzini et al., 2011].

A Figura 3.17 mostra o conjunto de aletas em forma de “Y”, otimizado por Lorenzini e Rocha, 2006. A resistência térmica global do conjunto pode ser minimizada pela otimização geométrica sujeita ao volume total e volume do material da aleta.

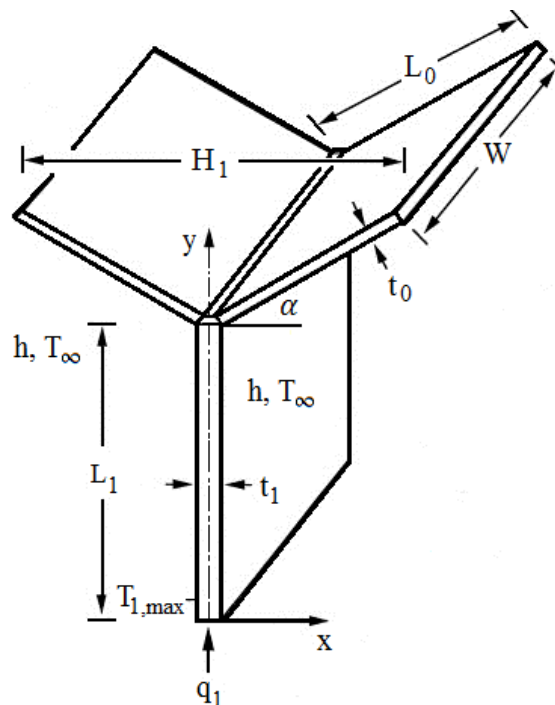


Figura 3.17 – Conjunto de aletas em forma de “Y” analisado por [Lorenzini e Rocha, 2006].

Com a relação interna ótima referente à espessura da placa da aleta e o ângulo ideal entre os ramos e o comprimento horizontal, obteve-se a forma externa ideal para o conjunto.

A partir dos resultados, foi possível demonstrar o comportamento da resistência térmica global minimizada, onde a estrutura em forma de “Y” apresenta melhor desempenho do que a forma em “T” otimizada. Wechsato et al., 2002, propuseram um projeto robusto de redes em forma de árvore para o fluxo de fluido, conforme a Figura 3.18. O problema fundamental consiste em projetar o caminho do fluxo laminar em estruturas dentríticas com a resistência global mínima entre um ponto (O) e vários pontos situados de forma equidistante em um círculo com centro em O e raio R .

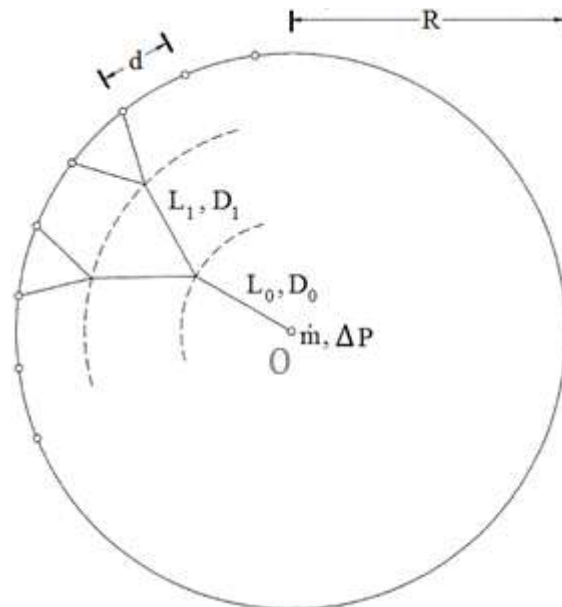


Figura 3.18 – Padrão dentrítico de tubos conectando o centro e a extremidade da área circular proposto por Wechsato et al., 2002.

Os resultados obtidos mostram que se a razão R/d aumenta e o tamanho total da estrutura cresce, o melhor desempenho é proporcionado por estruturas cada vez mais complexas. Os melhores *designs* se tornam mais complexos e a diferença entre outros *designs* otimizados torna-se pequena. O desempenho global dos sistemas de fluxo, tais como dutos, canais e córregos, em forma de “T” ou “Y” são estudados por [Bejan et al., 2000a e Bejan, 2001]. Em problemas de fluxo de fluidos, a maximização do desempenho termodinâmico é obtida minimizando a resistência ao fluxo total encontrado sobre um domínio de tamanho finito, por exemplo, o sistema de fluxo mostrado na Figura 3.19.

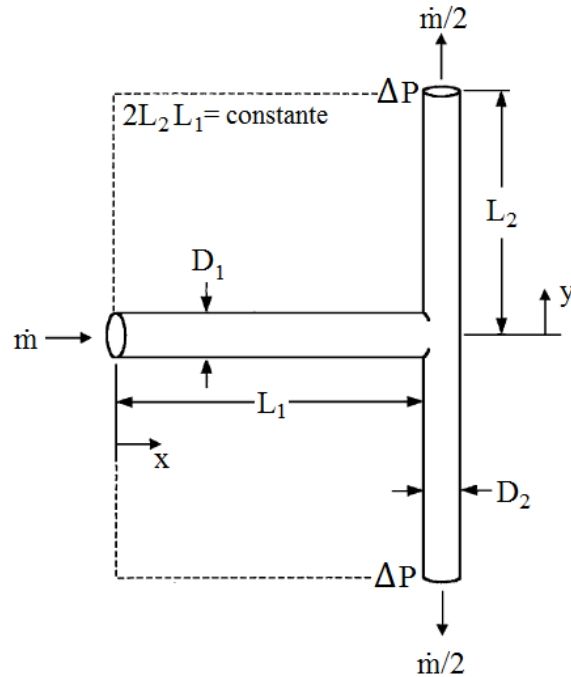


Figura 3.19 – Conjunto de dutos em forma de “T” [Bejan et al., 2000a; Manjunath, 2015].

Os detalhes geométricos da estrutura de fluxo otimizado são obtidos a partir do princípio da Lei Construtal. O fluxo de calor por convecção total em uma árvore dupla, equivalente à estrutura mostrada na Figura 3.19, é proporcional ao volume total elevado a $3/4$ [Bejan, 2001]. O método de otimização de sistemas de fluxo, descritos por [Bejan et al., 2000a e Bejan, 2001], pode ser estendido para outros campos, por exemplo, sistemas hidráulicos urbanos e, no futuro, a análise exérgica e termo econômica. Destaca-se a abordagem da avaliação energética dos edifícios com base na análise da Segunda Lei da Termodinâmica, onde o conceito de exergia é utilizado para avaliar a qualidade das fontes de energia [Biserni e Garai, 2015]. Com essa avaliação é possível obter uma maior flexibilidade de estratégias para otimizar um projeto de construção.

Rocha et al., 2002, propuseram uma estratégia para o desenvolvimento hierárquico da estrutura interna ótima de um sistema com geração de calor ao redor do centro, com a distribuição ideal de inserções compostas por um material de alta condutividade térmica, mostrado na Figura 3.20. A Figura 3.20 (a) representa o corpo com geração uniforme de calor, contendo o dissipador no centro e o padrão radial de caminhos de alta condutividade em forma de disco. Na Figura 3.20 (b), observa-se o sistema elementar, com um setor circular composto por uma via de material de alta condutividade em sua linha de centro e abaixo, tem-se a estrutura ideal em forma de lâmina. A sequência inicia-se com a otimização da geometria

do menor setor com geração de calor, ou seja, um volume elementar em forma de setor com uma única inserção de material altamente condutivo. Com a união de vários volumes elementares, é montada uma construção em forma de disco, constituindo uma estrutura de escoamento de calor radial, contendo ramificações em forma de árvore.

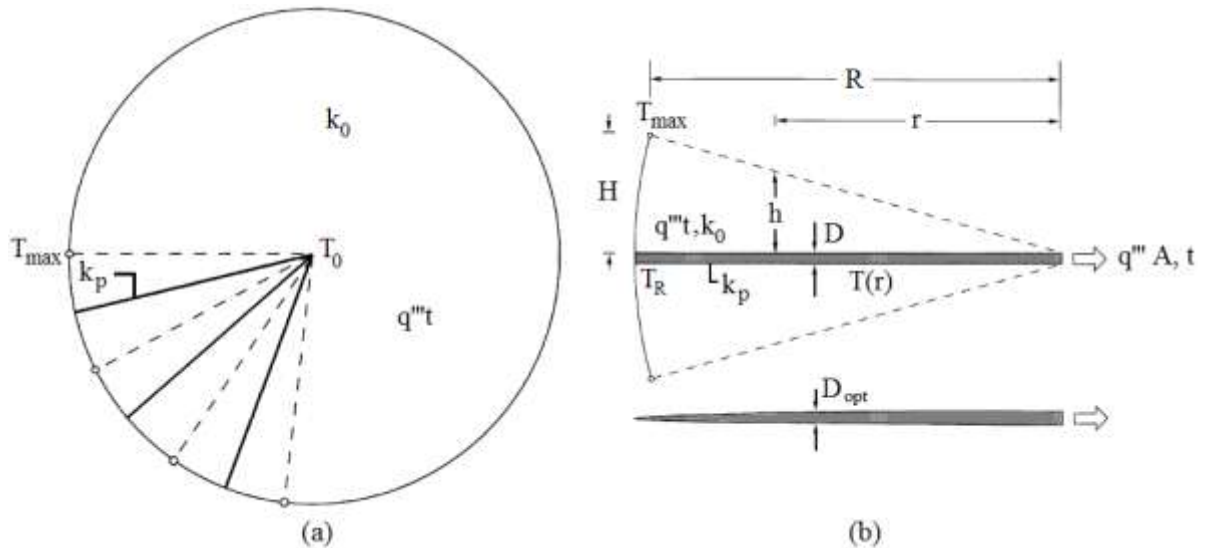


Figura 3.20 – (a) corpo com geração uniforme de calor em forma de disco - (b) sistema elementar e a forma de lâmina ideal [Rocha et al., 2002].

Cada detalhe geométrico das configurações condutoras de calor com dois materiais otimizados é determinado com base na minimização da resistência global, sujeita às restrições globais do volume total e do volume total do material de alta condutividade [Rocha et al., 2002]. Os projetos de engenharia envolvendo a Teoria Construtal, dentre outros aspectos, caracterizam-se pela configuração, a qual sendo livre para variar, faz com que o desempenho do sistema tenha condições de alcançar melhorias [Rodrigues et al., 2014].

O presente trabalho utiliza os conceitos clássicos de otimização Construtal de estruturas e aletas das seguintes referências [Bejan, 1996; Ledezma et al., 1997; Almogbel e Bejan, 1999; Horbach, 2013; Lorenzini et al., 2013a; Lorenzini et al., 2013b; Beckel et al., 2014; Horbach et al., 2014; Lorenzini et al., 2014b; Lorenzini et al., 2014c] com a utilização do método de elementos finitos [Biserni et al., 2004; Rocha et al., 2004; Lorenzini e Rocha, 2006; Biserni et al., 2007; Lorenzini e Rocha, 2009; Xie et al., 2009a; Xie et al., 2009b].

Com base nesses conceitos, é possível realizar a otimização numérica de uma geometria com caminhos condutivos em forma de “Y” inseridos em um corpo com geração de calor uniforme, sujeito às restrições do volume total e do volume do material de alta

condutividade, bem como, da configuração com um caminho altamente condutivo em forma de “T”.

4 MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático utilizado para realizar o estudo numérico das configurações com materiais de elevada condutividade térmica em forma de “Y”, “Y–Y”, duplo “Y–Y” e “T” que minimizem a resistência ao fluxo de calor considera que as áreas ocupadas pelos materiais de alta e baixa condutividades são mantidas constantes. As geometrias utilizadas no decorrer do estudo numérico estão sujeitas à duas restrições: o volume total e o volume do caminho condutivo total composto pelo material de alta condutividade térmica.

A formulação matemática inicial, considerando apenas um volume elementar foi proposta por Horbach, 2013 e mais tarde, utilizada por Beckel et al., 2014; Horbach et al., 2014 em uma variação do problema inicial. Serão descritos a seguir, o modelo matemático da configuração em forma de “Y”, “Y–Y” e duplo “Y–Y”. Posteriormente, será apresentada a formulação matemática de um corpo condutor de calor com um caminho altamente condutivo inserido em forma de “T”, considerando condutividades uniformes e não uniformes para o material de condutividade mais elevada. Primeiramente, é resolvido o campo de temperaturas no sólido. A seguir, a resistência térmica adimensional ou máxima temperatura em excesso adimensional, θ_{\max} , é calculada para todas as configurações apresentadas.

A Figura 4.1 apresenta a construção dos volumes elementares utilizada para o problema de otimização geométrica com caminhos altamente condutivos em forma de “Y”.

A Figura 4.1(a) mostra o caminho altamente condutivo em forma de “Y”, em (b) o caminho em forma de “Y–Y” com dois volumes elementares e em (c) o caminho condutivo em forma de duplo “Y–Y”, formado por quatro volumes elementares.

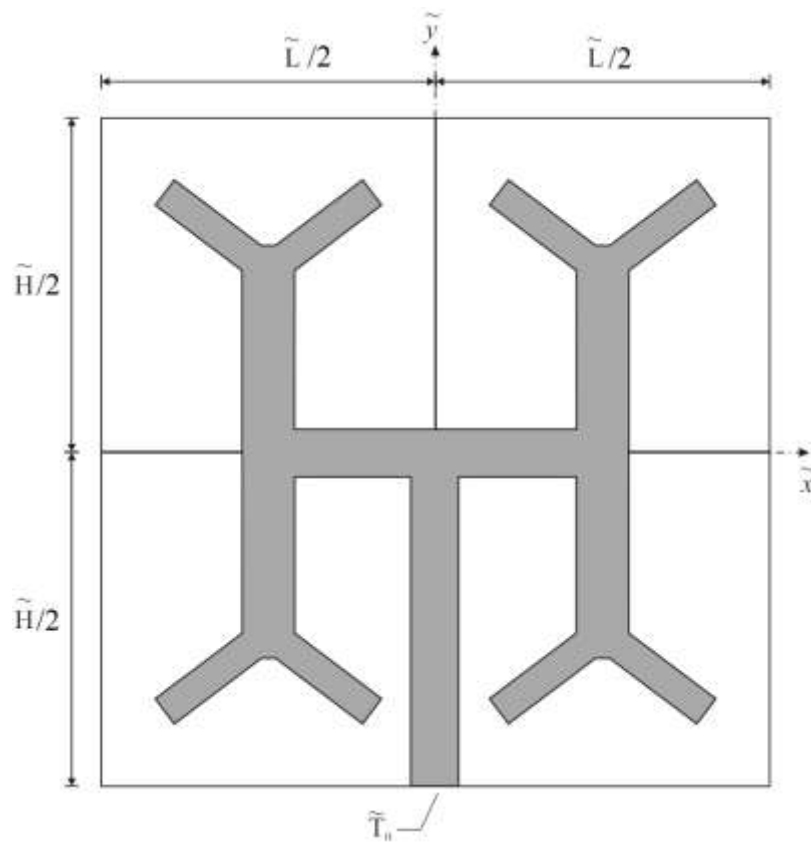
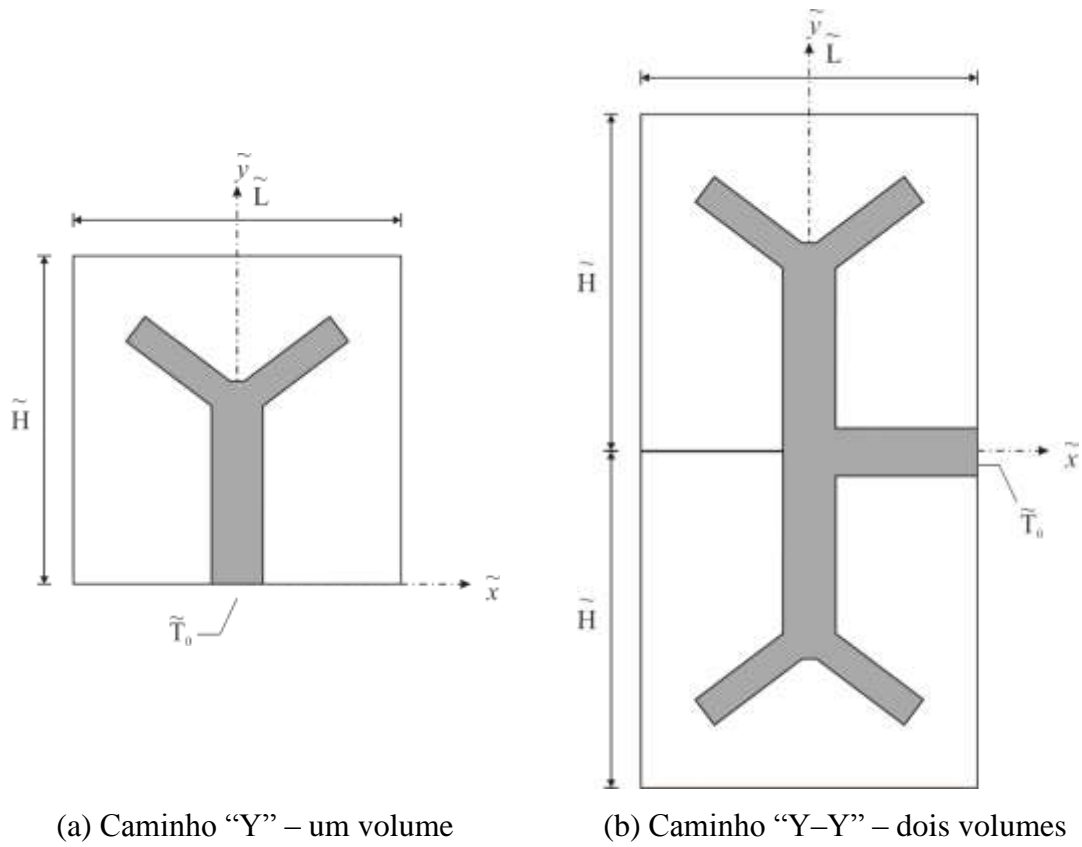


Figura 4.1 – Construção dos volumes elementares a serem avaliados.

Na Figura 4.1, é possível observar que a posição do dissipador de calor, com temperatura prescrita \tilde{T}_0 , varia de acordo com o número de volumes elementares, alternando entre a borda inferior e a borda lateral direita do domínio.

4.1 Condições de contorno do problema de condução do calor

A distribuição da temperatura ao longo dos materiais que compõe o domínio é determinada através da equação do calor para cada região do domínio, dadas pelas Equações 4.19 e 4.20, com as condições de contorno apropriadas. A Figura 4.2 mostra as condições de contorno da superfície adiabática e da região com temperatura prescrita, definidas para o problema de otimização geométrica com caminhos condutivos em forma de “Y”, com um volume elementar.

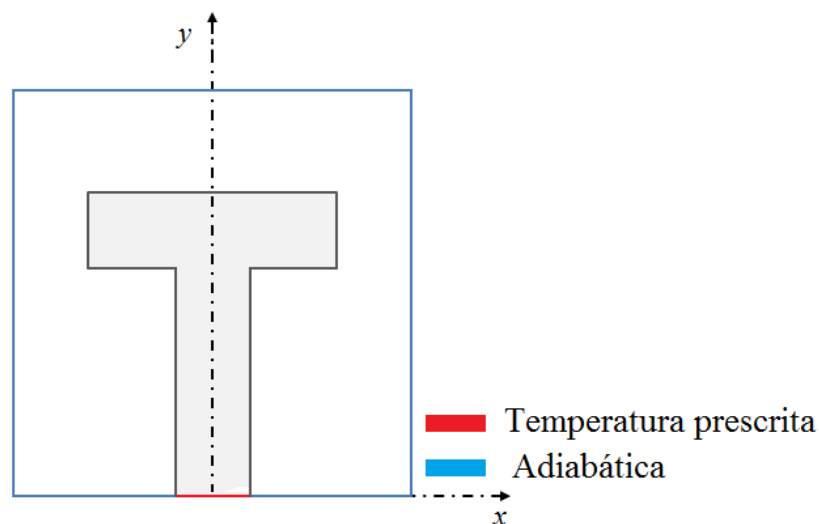


Figura 4.2 – Condições de contorno impostas para o problema com um volume elementar.

No problema de otimização geométrica com um volume elementar, as superfícies externas são isoladas, ou seja, adiabáticas. As linhas azuis indicam a condição de contorno adiabática (condição de Neumann), ou seja, possuem fluxo prescrito nulo. A condição de contorno para as superfícies exteriores é dada pela Equação 4.1:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = 0 \quad (4.1)$$

onde n indica o número de superfícies isoladas, considerando as direções x e y .

A linha vermelha define a temperatura prescrita (condição de Dirichlet) na posição onde se encontra o dissipador de calor. Na região $(-\tilde{D}_0/2 \leq \tilde{x} \leq \tilde{D}_0/2; \tilde{y} = 0)$ a condição de contorno é dada por uma temperatura constante.

$$\theta_0 = 0 \quad (4.2)$$

A Figura 4.3 mostra as condições de contorno do problema de otimização geométrica considerando caminhos condutivos compostos por dois e quatro volumes elementares. Nos dois casos, a posição do dissipador de calor varia, sendo necessária a inserção de um novo canal condutivo que liga a base do “Y” ao dissipador de calor. A Figura 4.3 mostra as condições de contorno nos dois volumes elementares mostrados em (a), a condição de temperatura constante ocorre na região $(\tilde{x} = L/2; -\tilde{D}_2/2 \leq \tilde{y} \leq \tilde{D}_2/2)$ e em (b), que contém quatro volumes elementares é dada pela região $(-\tilde{D}_3/2 \leq \tilde{x} \leq \tilde{D}_3/2; \tilde{y} = -H)$, ambas as regiões definem a posição do dissipador de calor em cada configuração estudada.

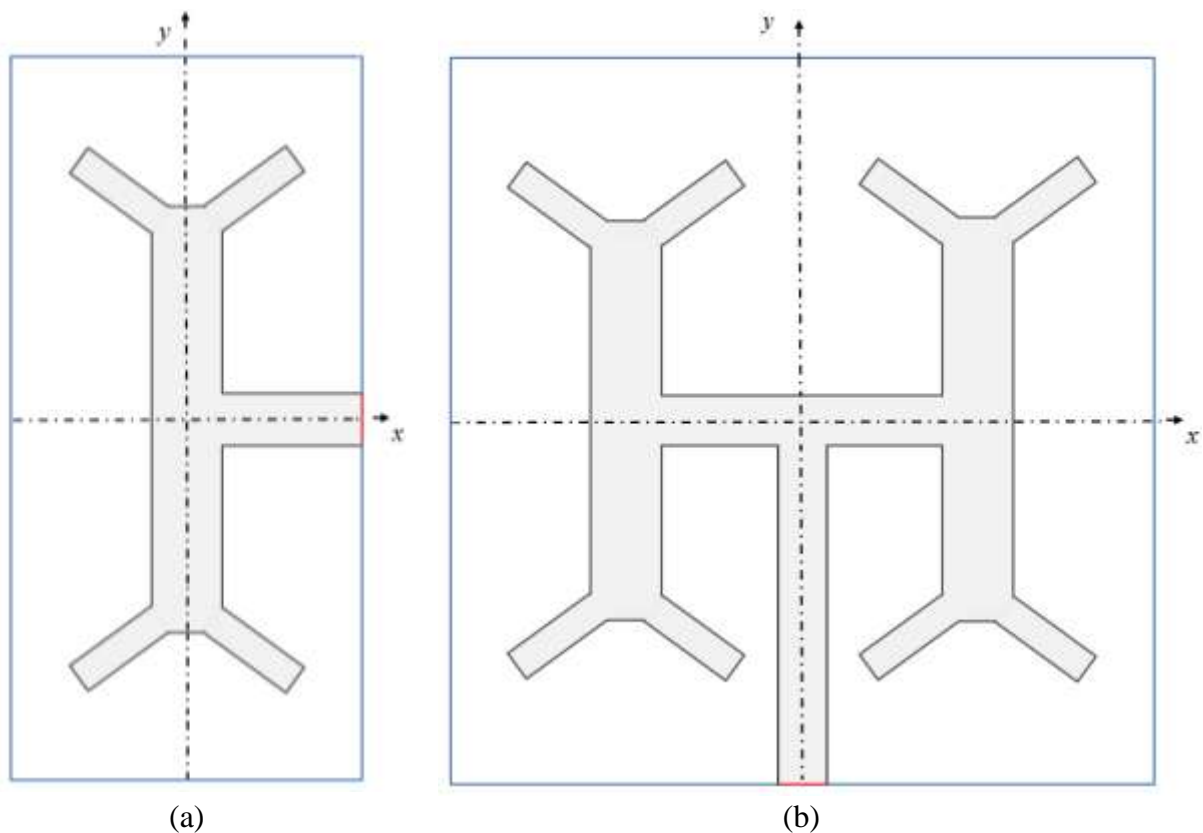


Figura 4.3 – Condições de contorno impostas para o problema – (a) domínio com dois volumes elementares e (b) domínio com quatro volumes elementares.

Para a simplificação do problema e pelas características do domínio, considera-se o domínio simétrico. O domínio mostrado na Figura 4.3 (a), por simetria utiliza apenas um volume elementar e o domínio da Figura 4.3 (b), somente dois volumes elementares. Isso reduz o tempo de processamento computacional demandado para o problema e não altera as características do problema inicial.

No problema que considera um caminho altamente condutivo inserido em forma de “T” no corpo com geração de calor uniforme, as condições de contorno mostradas na Figura 4.4 indicam que na região definida por $(-\tilde{D}_0/2 \leq \tilde{x} \leq \tilde{D}_0/2; \tilde{y} = 0)$, ou seja, na região do dissipador de calor, a temperatura é mantida constante e nas superfícies exteriores é estabelecida a condição de contorno adiabática, indicada pelas linhas azuis.

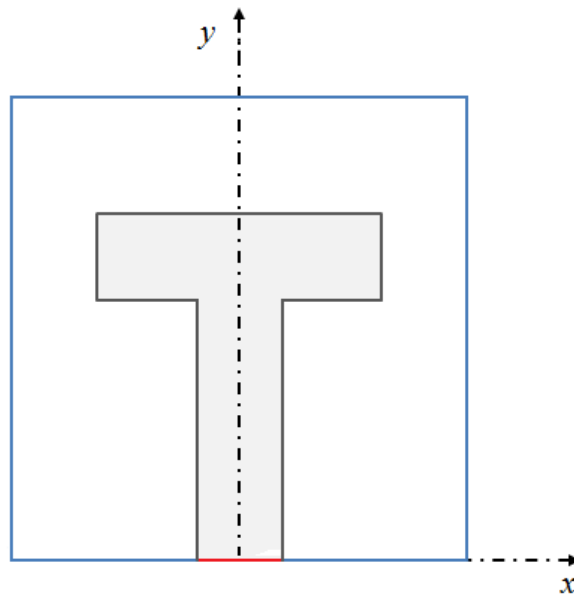


Figura 4.4 – Condições de contorno impostas para o problema de um caminho condutivo em forma de “T”.

4.2 Formulação matemática do caminho de alta condutividade em forma de “Y” para um volume elementar

Considere o corpo condutor mostrado na Figura 4.5. Por simplificação, a configuração utilizada é bidimensional, com a terceira dimensão (\tilde{W}) suficientemente longa em comparação com a altura (\tilde{H}) e o comprimento (\tilde{L}) do volume total. São inseridos caminhos condutivos em forma de “Y” compostos por um material de alta condutividade térmica (\tilde{k}_{p0})

na base e (\tilde{k}_{p1}) nos ramos e na região definida pelo trapézio, inseridos no corpo com condutividade térmica inferior (\tilde{k}) . No problema proposto a condutividade da base, dos ramos e do trapézio são iguais, ou seja, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1}$. O corpo sólido condutor gera calor uniformemente a taxa volumétrica $q'''(W/m^3)$. As superfícies exteriores do corpo são perfeitamente isoladas e os volumes elementares são considerados simétricos em relação à linha de centro do dissipador de calor. A corrente de calor gerada $q''(AW)$ é removida pelos dissipadores de calor localizados na borda do corpo à temperatura \tilde{T}_0 , variando a posição de acordo com a quantidade de volumes elementares utilizados.

A área \tilde{A}_{p0} define a base do “Y” com comprimento \tilde{L}_0 e espessura \tilde{D}_0 . Os outros dois ramos de área \tilde{A}_{p1} têm comprimento \tilde{L}_1 e espessura \tilde{D}_1 . O ângulo formado entre o lado com comprimento \tilde{L}_1 e a linha horizontal que representa o comprimento \tilde{L}_0 , é definido como α .

Os graus de liberdade do problema, considerando o número de comprimentos necessários para descrever o domínio menos o número de restrições, escolhidos para a otimização numérica são: L_1/L_0 , α , D_1/D_0 e \tilde{D}_0 .

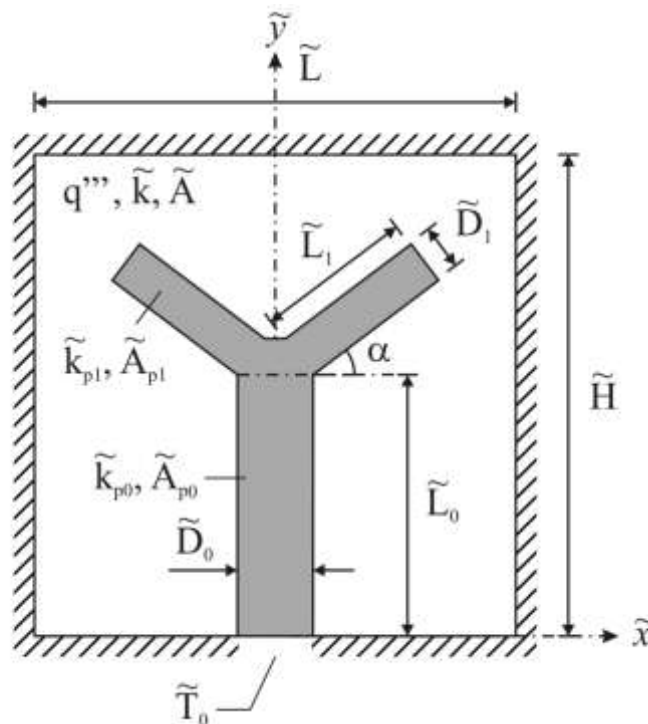


Figura 4.5 – Áreas do domínio e as principais dimensões do corpo altamente condutor a ser analisado [Horbach et. al., 2014].

Com os graus de liberdade do problema definidos, o objetivo principal visa obter a configuração geométrica ótima, composta por caminhos condutivos em forma de “Y”, que forneça a resistência ao fluxo de calor adimensional mínima. Para isso, define-se a função objetivo dada pela máxima temperatura em excesso adimensional, $(T_{\text{max}} - T_0)/(q''' A/k)$. A configuração ótima é aquela capaz de maximizar a troca térmica quando sujeita as restrições impostas pelo problema, resultando em regiões geométricas de melhor desempenho e obtendo-se informações do efeito das razões geométricas sobre o desempenho térmico.

Os limites do volume nas direções x e y são definidos pela altura $H(m)$ e pelo comprimento $L(m)$. A condutividade térmica dos materiais utilizados na superfície é uniforme ao longo das suas superfícies e a taxa de geração uniforme de calor no material de condutividade térmica inferior é prescrita. De acordo com o método Design Construtal [Beckel et al., 2014], a otimização geométrica está sujeita a três restrições de áreas, descritas a seguir nas Equações 4.3 e 4.4. A restrição da área total:

$$A = HL \quad (4.3)$$

e a restrição da área ocupada pelos materiais de alta condutividade,

$$A_p = A_{p0} + A_{p1} \quad (4.4)$$

A área da base do caminho condutivo em forma de “Y” é dada por A_{p0} , de modo que:

$$A_{p0} = L_0 D_0 + \left[\frac{D_0 + (D_0 - 2X)}{2} \right] Y \quad (4.5)$$

onde:

$$X = D_1 \cos \beta \quad (4.6)$$

e

$$Y = D_1 \sin \beta \quad (4.7)$$

Sendo,

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha \quad (4.8)$$

Na Equação 4.5, o termo $(D_0 - 2X)$ representa a linha superior do trapézio que conecta a haste e os ramos bifurcados e a variável “Y” é a altura do trapézio [Horbach et al., 2014]. A área A_{p1} , representa os ramos que formam o “Y” do caminho condutivo:

$$A_{p1} = 2 L_1 D_1 \quad (4.9)$$

As frações de área, ϕ_0 e ϕ_1 , são expressas pelas Equações 4.10 e 4.11:

$$\phi_0 = \frac{A_{p0}}{A} \quad (4.10)$$

e

$$\phi_1 = \frac{A_{p1}}{A} \quad (4.11)$$

Para determinar a máxima temperatura em excesso durante o processo de otimização geométrica, resolve-se numericamente a equação da condução de calor com geração de calor constante na região de condutividade térmica inferior, utilizando a ferramenta PDETool do *software* MatLab® [MatLab®, 2012]. A Equação 4.12 é utilizada para estimar o comportamento térmico e a distribuição de temperaturas, por difusão térmica em um meio homogêneo, a partir da solução analítica da equação da difusão [Patankar, 1980; Çengel e Ghajar, 2012; Versteeg e Malalasekera, 1995]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.12)$$

onde k (W/mk) é a condutividade térmica dos materiais utilizados, T é a temperatura ($^{\circ}C$ ou K), x , y e z são as coordenadas espaciais do domínio (m) para um sistema de coordenadas cartesianas em um espaço euclidiano, q''' é a taxa volumétrica de geração de energia (W/m^3), ρ é a massa específica do material (kg/m^3), C_p é o calor específico do material (J/kgK) e t é o tempo no regime transiente (s).

Para obter a solução numérica da Equação 4.12 são necessárias algumas hipóteses simplificativas para a predição do campo de temperatura. As hipóteses simplificativas para resolver o problema de otimização geométrica proposto, são:

- Transferência de calor em regime permanente, implicando em $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0$;
- Taxa de geração de calor por unidade de volume uniforme, q''' ;
- Problema bidimensional nas direções x e y , implicando em $\frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0$;
- Propriedades termo físicas constantes dos materiais;
- Resistência de contato desprezível na interface entre os materiais.

Dessa forma, a equação da difusão mostrada na Equação 4.12 pode ser reescrita para as regiões que compõe o domínio do problema:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q'''}{k} = 0 \quad (4.13)$$

Os seguintes grupos adimensionais são utilizados para a adimensionalização do problema [Beckel et al., 2014; Horbach et al., 2014]:

$$\theta = \frac{T - T_0}{q''' A / k} \quad (4.14)$$

e as condutividades térmicas dos materiais que compõe o domínio, são adimensionalizadas por:

$$\tilde{k}_{p0}, \tilde{k}_{p1} = \frac{k_{p0}, k_{p1}}{k} \quad (4.15)$$

Temos que,

$$\tilde{X} = \tilde{D}_0 \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{D}_0} \right) \cos \beta \quad (4.16)$$

$$\tilde{Y} = \tilde{D}_0 \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{D}_0} \right) \sin \beta \quad (4.17)$$

As variáveis que descrevem o problema, na forma adimensional, são dadas por:

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{L}, \tilde{H}, \tilde{L}_0, \tilde{D}_0, \tilde{L}_1, \tilde{D}_1 = \frac{x, y, L, H, L_0, D_0, L_1, D_1}{\sqrt{A}} \quad (4.18)$$

A Equação 4.13 é dada na forma adimensional para a região com geração de calor e com baixa condutividade \tilde{k} por:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + 1 = 0 \quad (4.19)$$

Com a adimensionalização das variáveis que descrevem o problema, a equação da difusão de calor, dada pela Equação 4.12, é resolvida para as regiões com o material de alta condutividade térmica. Nessa região com alta condutividade, \tilde{k}_{p0} e \tilde{k}_{p1} , assume-se como hipótese simplificativa que não há geração de calor na região, ou seja, $q''' = 0$. A condução de calor constante, sem geração de calor na região de alta condutividade térmica, definida pela região cinza escuro na Figura 4.5, é descrita por:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (4.20)$$

As Equações 4.3, 4.5 e 4.9 são descritas na forma adimensional, respectivamente, por:

$$1 = \tilde{H}\tilde{L} \quad (4.21)$$

$$\phi_0 = \frac{\phi_1}{2 \begin{pmatrix} \tilde{L}_1 \\ \tilde{L}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{D}_1 \\ \tilde{D}_0 \end{pmatrix}} + \tilde{D}_0 \tilde{Y} - \tilde{X} \tilde{Y} \quad (4.22)$$

$$\phi_1 = 2\tilde{L}_1 \tilde{D}_1 \quad (4.23)$$

A máxima temperatura em excesso adimensional ou resistência térmica, θ_{\max} , pode ser expressa conforme a Equação 4.24:

$$\theta_{\max} = \frac{T_{\max} - T_0}{q''' A/k} \quad (4.24)$$

onde T_{\max} é a temperatura máxima dos componentes, que deve ser minimizada para reduzir o risco de falha e aumentar a segurança do dispositivo [Garrou e Turlik, 1998; Qi et al., 2003; Nag, 2007].

Segundo Horbach, 2013, a resistência térmica máxima, θ_{\max} , caracteriza a segurança do componente, e por outro lado, reflete a impedância máxima de transferência de calor com a taxa fixa de fluxo de calor na base da geometria, quanto menor o valor, melhor é para o conjunto. O Apêndice A fornece os detalhes a respeito de cada ponto utilizado para a construção da geometria e para a posterior modelagem matemática e numérica do problema, com suas respectivas coordenadas apresentadas na Tabela A. 1.

Os pontos utilizados para a definição da geometria são descritos em função dos comprimentos específicos da geometria e dos comprimentos X e Y , mostrados nas Equações 4.6 e 4.7 para um volume elementar. As coordenadas mostradas na Tabela A. 1 e a geometria descrita na Figura A.1 servem como base para a criação dos volumes elementares, descritos posteriormente na Seção 4.3.

4.3 Formulação matemática do caminho de alta condutividade em forma de “Y” com dois volumes elementares

Para a formulação matemática do caminho altamente condutivo com dois volumes elementares “Y–Y”, utiliza-se o corpo condutor mostrado na Figura 4.6. A configuração utilizada é bidimensional, com comprimento (\tilde{L}) e altura $(2\tilde{H})$, considerando apenas (\tilde{H}) dado que o problema é simétrico em relação à linha de centro do dissipador de calor. No problema de otimização geométrica de caminhos condutivos em forma de “Y” com dois volumes elementares é utilizado um canal que liga a base do “Y” ao dissipador de calor. A área da base do “Y” (\tilde{A}_{p0}) possui condutividade térmica elevada (\tilde{k}_{p0}) , a área que corresponde ao trapézio e aos ramos do “Y” (\tilde{A}_{p1}) possui condutividade térmica (\tilde{k}_{p1}) e caminho condutivo que liga ao dissipador, condutividade térmica (\tilde{k}_{p2}) . De modo que, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = \tilde{k}_{p2}$ e a condutividade do restante do domínio é inferior e definida como \tilde{k} . O corpo sólido condutor gera calor uniformemente a taxa volumétrica $q'''(W/m^3)$ e possui as superfícies exteriores perfeitamente isoladas, conforme mostra a Figura 4.6.

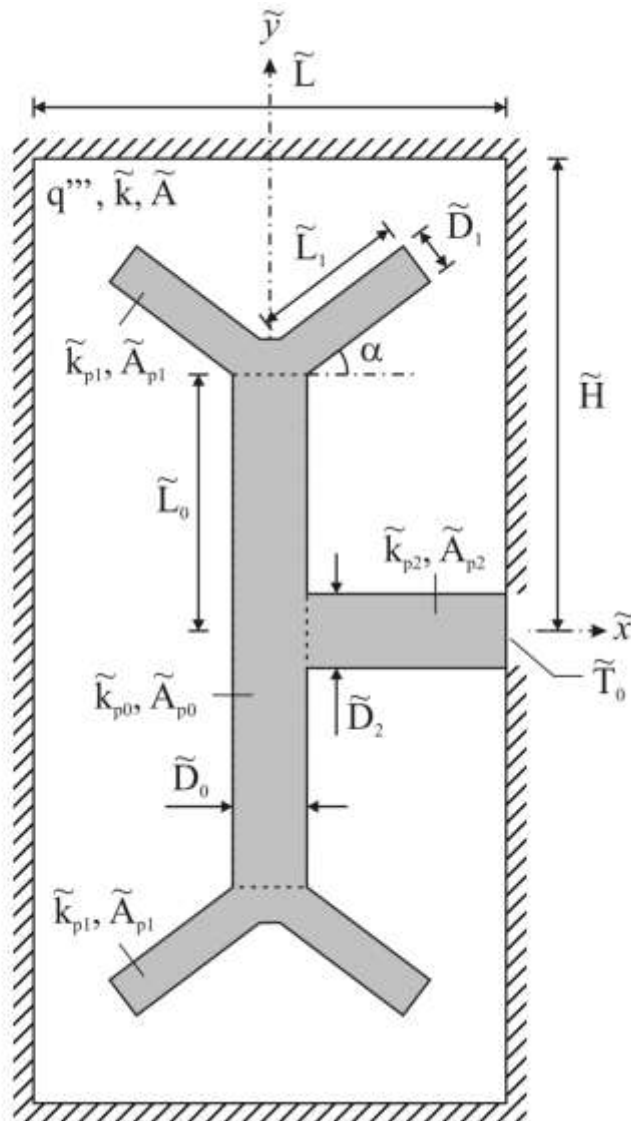


Figura 4.6 – Domínio do caminho altamente condutivo em forma de “Y–Y”.

A otimização geométrica do problema está sujeita a quatro restrições, a saber, a restrição de área total:

$$A = HL \quad (4.25)$$

e as áreas ocupadas pelos materiais de alta condutividade térmica:

$$A_{p0} = L_0 D_0 \quad (4.26)$$

$$A_{p1} = \left[\frac{D_0 + (D_0 - 2X)}{2} \right] \cdot Y + 2L_1 D_1 \quad (4.27)$$

$$A_{p2} = L_2 D_2 \quad (4.28)$$

Os termos X e Y , são descritos nas Equações 4.6 e 4.7 e na forma adimensional pelas Equações 4.16 e 4.17. As condutividades térmicas dos materiais utilizados no domínio são adimensionalizadas por:

$$\tilde{k}_{p0}, \tilde{k}_{p1}, \tilde{k}_{p2} = \frac{k_{p0}, k_{p1}, k_{p2}}{k} \quad (4.29)$$

As variáveis que descrevem o domínio do problema são dadas na forma adimensional por:

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{L}, \tilde{H}, \tilde{L}_0, \tilde{D}_0, \tilde{L}_1, \tilde{D}_1, \tilde{L}_2, \tilde{D}_2 = \frac{x, y, L, H, L_0, D_0, L_1, D_1, L_2, D_2}{\sqrt{A}} \quad (4.30)$$

As frações de área, ϕ_0 , ϕ_1 e ϕ_2 , são expressas pelas Equações 4.31 – 4.33:

$$\phi_0 = \left(\frac{\tilde{D}_0}{\tilde{L}_0} \right) \tilde{L}_0^2 \quad (4.31)$$

$$\phi_1 = \phi - \phi_0 - \phi_2 \quad (4.32)$$

$$\phi_2 = \left(\frac{\tilde{D}_2}{2\tilde{L}_2} \right) \tilde{L}_2^2 \quad (4.33)$$

Com base na Equação 4.31, podemos obter as variáveis \tilde{D}_0 e \tilde{L}_0 , dadas por:

$$\tilde{D}_0 = \frac{\phi_0}{\tilde{L}_0} \quad (4.34)$$

$$\tilde{L}_0 = \sqrt{\frac{\phi_0}{(\tilde{D}_0/\tilde{L}_0)}} \quad (4.35)$$

A partir da Equação 4.33, obtemos o valor de \tilde{D}_2 e \tilde{L}_2 :

$$\tilde{D}_2 = \frac{2\phi_2}{\tilde{L}_2} \quad (4.36)$$

$$\tilde{L}_2 = \sqrt{\frac{2\phi_2}{(\tilde{D}_2/\tilde{L}_2)}} \quad (4.37)$$

O valor de \tilde{L}_1 é obtido a partir da fração de área ϕ_1 , de modo que:

$$\tilde{L}_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4.38)$$

onde:

$$a = 2 \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{L}_1} \right) - \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{L}_1} \right)^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (4.39)$$

$$b = \tilde{D}_0 \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{L}_1} \right) \cos \alpha \quad (4.40)$$

$$c = -\phi_1 \quad (4.41)$$

Sendo assim, \tilde{D}_1 é definido em função de \tilde{L}_1 :

$$\tilde{D}_1 = \tilde{L}_1 \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{L}_1} \right) \quad (4.42)$$

Para simplificação do problema, assume-se ϕ como a soma das frações de áreas:

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 + \phi_2 \quad (4.43)$$

A Equação 4.24 descreve a máxima temperatura em excesso adimensional a ser minimizada. O cálculo da temperatura em excesso adimensional $(T_{\max} - T_0)/(q'''A/k)$ é realizado considerando na otimização geométrica os graus de liberdade $(D_0/L_0, D_1/L_1, D_2/L_2$ e $\alpha)$. O Apêndice B descreve a geometria com um caminho condutivo em forma de “Y–Y”. Os pontos utilizados para definir a geometria com os volumes elementares são mostrados na Figura B. 1 e suas respectivas coordenadas descritas na Tabela B. 1. Com a formulação matemática do problema definida para a configuração com dois volumes elementares, parte-se para a formulação com quatro volumes elementares.

4.4 Formulação matemática do caminho de alta condutividade com quatro volumes elementares

O corpo sólido condutor de calor mostrado na Figura 4.7, por simplificação, apresenta simetria em relação à linha de centro do dissipador de calor. A configuração assumida é bidimensional, na qual a terceira dimensão (\tilde{W}) suficientemente longa em comparação com a altura (\tilde{H}) e o comprimento (\tilde{L}) do volume total, composto por quatro volumes elementares. São inseridos caminhos de alta condutividade térmica na região da base do Y (\tilde{k}_{p0}) , com condutividade térmica (\tilde{k}_{p1}) nos ramos, unidos por um caminho condutivo com condutividade (\tilde{k}_{p2}) que liga o canal com condutividade (\tilde{k}_{p3}) ao dissipador de calor. No problema proposto, considera-se que as condutividades dos caminhos são iguais, ou seja, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = \tilde{k}_{p2} = \tilde{k}_{p3}$. A condutividade térmica do corpo sólido com geração de calor é definida como \tilde{k} . A geração de calor é uniforme, dada pela taxa volumétrica $q'''(W/m^3)$ e as superfícies exteriores são completamente isoladas.

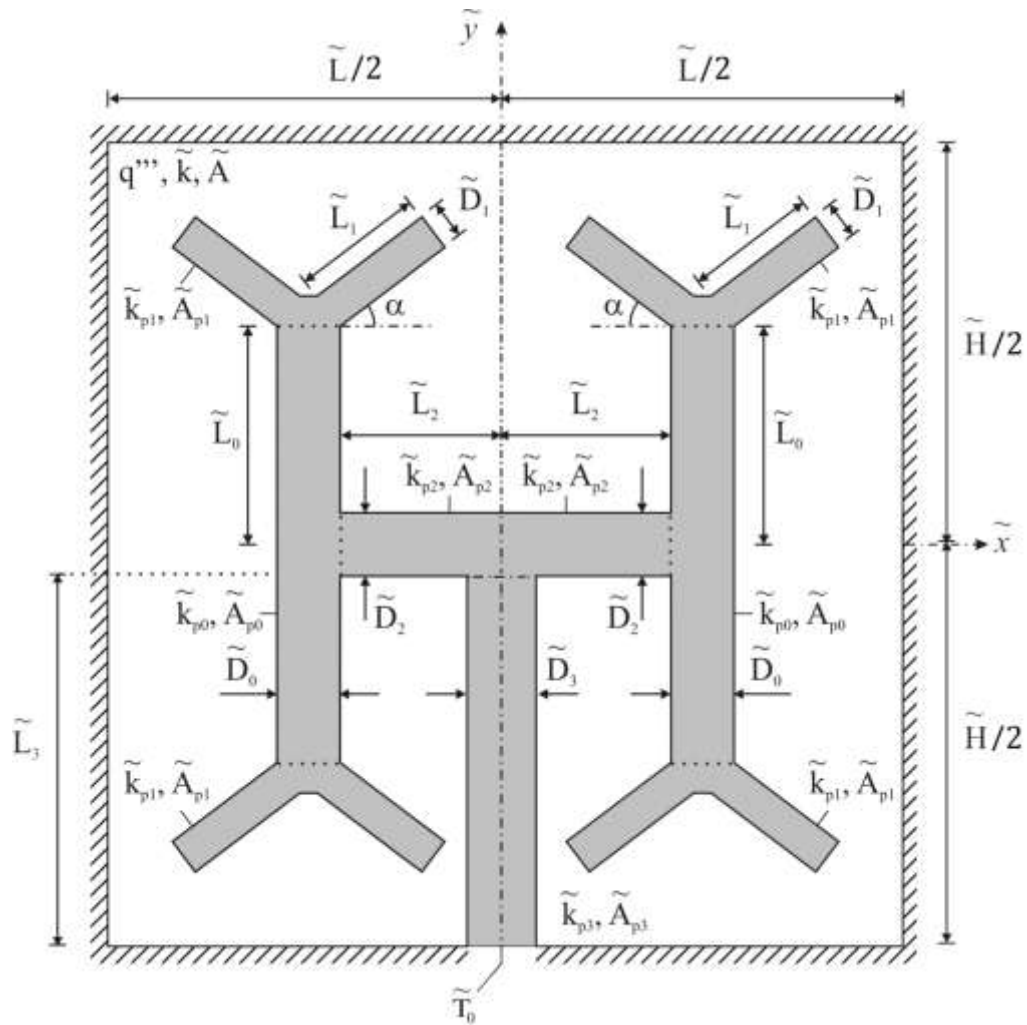


Figura 4.7 – Áreas do domínio e as principais dimensões do corpo altamente condutor com quatro volumes elementares.

A remoção da corrente de calor gerada $q'''(AW)$ ocorre por meio de um dissipador de calor de calor localizado na borda inferior do volume total, com espessura total \tilde{D}_3 à temperatura \tilde{T}_0 . O modelo utilizado para resolver o problema de otimização geométrica avalia apenas dois volumes elementares, dado que o problema é simétrico em relação à posição da linha de centro do dissipador de calor. Nesse caso, a espessura do dissipador passa a ser $\tilde{D}_3/2$ e o comprimento do canal que une o caminho em forma de “Y” ao dissipador é definido como \tilde{L}_3 . A configuração a ser analisada é dada pelo comprimento $\tilde{L}/2$ e a altura \tilde{H} .

A base e os ramos do caminho condutivo em forma de “Y” possuem, respectivamente, área total \tilde{A}_{p0} e \tilde{A}_{p1} , o caminho que conecta a configuração de alta condutividade dada pelo

“Y” até a linha de centro do dissipador de calor, tem área total \tilde{A}_{p2} e o caminho que liga a área \tilde{A}_{p2} ao dissipador é dada por \tilde{A}_{p3} , os respectivos comprimentos necessários para descrever a geometria são mostrados na Figura 4.7.

Os graus de liberdade estabelecidos para o problema de otimização geométrica são: $(D_0/L_0, D_1/L_1, D_2/L_2, \alpha)$. O problema está sujeito a cinco restrições de área, a primeira estabelece a área total dos volumes elementares simétricos:

$$A = LH \quad (4.44)$$

e a segunda, define as áreas ocupadas pelos materiais de alta condutividade térmica:

$$A_{p0} = 2L_0D_0 \quad (4.45)$$

$$A_{p1} = 2 \left[\left(\frac{D_0 + (D_0 - 2X)}{2} \right) \cdot Y + 2L_1D_1 \right] \quad (4.46)$$

$$A_{p2} = L_2D_2 \quad (4.47)$$

$$A_{p3} = (D_3/2)L_3 \quad (4.48)$$

Os termos X e Y , são descritos na forma adimensional pelas Equações 4.16 e 4.17. As frações de área são dadas respectivamente por ϕ_0 , ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 , conforme mostrado abaixo:

$$\phi_0 = \frac{A_{p0}}{A} \quad (4.49)$$

$$\phi_1 = \frac{A_{p1}}{A} \quad (4.50)$$

$$\phi_2 = \frac{A_{p2}}{A} \quad (4.51)$$

e

$$\phi_3 = \frac{A_{p3}}{A} \quad (4.52)$$

A soma das frações de áreas mostradas nas Equações 4.49 – 4.52 é definida como ϕ e representa a área total dos caminhos altamente condutivos, conforme mostra a Equação 4.53:

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 \quad (4.53)$$

Na região com geração de calor uniforme e condutividade térmica constante, utiliza-se a Equação 4.19 e nas áreas sem geração de calor (\tilde{A}_{p0} , \tilde{A}_{p1} , \tilde{A}_{p2} e \tilde{A}_{p3}) a Equação 4.20 para resolver o problema de condução de calor em regime permanente. As condutividades térmicas dos materiais que compõe os caminhos condutivos são adimensionalizadas pela Equação 4.54:

$$\tilde{k}_{p0}, \tilde{k}_{p1}, \tilde{k}_{p2}, \tilde{k}_{p3} = \frac{k_{p0}, k_{p1}, k_{p2}, \tilde{k}_{p3}}{k} \quad (4.54)$$

e as variáveis que descrevem o domínio são adimensionalizadas, conforme a Equação 4.55:

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{L}, \tilde{H}, \tilde{L}_0, \tilde{D}_0, \tilde{L}_1, \tilde{D}_1, \tilde{L}_2, \tilde{D}_2, \tilde{L}_3, \tilde{D}_3 = \frac{x, y, L, H, L_0, D_0, L_1, D_1, L_2, D_2, L_3, D_3}{\sqrt{A}} \quad (4.55)$$

A Equação 4.44, que representa a área do corpo com geração de calor e a soma das frações de área mostrada na Equação 4.53 são dadas, respectivamente, na forma adimensional pelas Equações 4.56 e 4.57 – 4.60:

$$1 = \tilde{H} \tilde{L} \quad (4.56)$$

$$\phi_0 = 2 \left(\frac{\tilde{D}_0}{\tilde{L}_0} \right) \tilde{L}_0^2 \quad (4.57)$$

$$\phi_1 = \phi - \phi_0 - \phi_2 - \phi_3 \quad (4.58)$$

$$\phi_2 = \left(\frac{\tilde{D}_2}{\tilde{L}_2} \right) \tilde{L}_2^2 \quad (4.59)$$

$$\phi_3 = \left(\frac{\tilde{D}_3}{2\tilde{L}_3} \right) \tilde{L}_3^2 \quad (4.60)$$

Os comprimentos característicos da configuração são adimensionalizados por:

$$\tilde{L}_0 = \sqrt{\frac{\phi_0}{(2\tilde{D}_0/\tilde{L}_0)}} \quad \text{e} \quad \tilde{D}_0 = \frac{\phi_0}{2\tilde{L}_0} \quad (4.61)$$

$$\tilde{L}_2 = \sqrt{\frac{\phi_2}{(\tilde{D}_2/\tilde{L}_2)}} \quad \text{e} \quad \tilde{D}_2 = \frac{\phi_2}{\tilde{L}_2} \quad (4.62)$$

$$\tilde{L}_3 = \frac{H - \tilde{D}_2}{2} \quad \text{e} \quad \tilde{D}_3 = \frac{2\phi_3}{\tilde{L}_3} \quad (4.63)$$

$$\tilde{L}_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4.64)$$

onde:

$$a = 4 \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{L}_1} \right) - 2 \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{L}_1} \right)^2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (4.65)$$

$$b = \tilde{D}_0 \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{L}_1} \right) \cos \alpha \quad (4.66)$$

$$c = -\phi_1 \quad (4.67)$$

$$\tilde{D}_1 = \tilde{L}_1 \left(\frac{\tilde{D}_1}{\tilde{L}_1} \right) \quad (4.68)$$

A máxima temperatura em excesso adimensional, θ_{\max} , que deve ser minimizada é descrita pela Equação 4.24, considerando os graus de liberdade do problema (D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α). O campo de temperaturas para a região com geração de calor é obtido através da Equação 4.19 e para a região sem geração uniforme de calor é dado pela Equação 4.20.

Os pontos que descrevem a geometria são mostrados no Apêndice C e suas coordenadas descritas na Tabela C. 1. Para a simplificação do problema, considera-se o domínio simétrico em relação à linha de centro do dissipador de calor, dessa forma são gerados apenas dois volumes elementares, conforme mostrado no Apêndice C.

A seguir, descreve-se a formulação matemática e o domínio em estudo considerando um corpo com geração uniforme de calor onde é inserido um caminho de alta condutividade térmica em forma de “T”, admitindo-se condutividades não uniformes para os materiais do caminho condutivo.

4.5 Formulação matemática do caminho de alta condutividade térmica em forma de “T”

Considere o corpo condutor mostrado na Figura 4.8. A configuração assumida é bidimensional, considerando apenas a altura (\tilde{H}) e o comprimento (\tilde{L}). No problema proposto é inserido um caminho condutor em forma de “T” composto por um material de condutividade térmica elevada (\tilde{k}_{p0}) na base e (\tilde{k}_{p1}) na parte superior, fixado em um corpo com baixa condutividade térmica (\tilde{k}).

O corpo sólido gera calor uniforme a taxa volumétrica $q'''(W/m^3)$, a corrente de calor gerada $q''(AW)$ é removida pelo dissipador de calor localizado no centro da face inferior do corpo, à temperatura \tilde{T}_0 e as superfícies externas do corpo são adiabáticas. A transferência de calor ocorre em regime permanente e com geração de calor na região de baixa condutividade térmica, considerando a condutividade térmica constante.

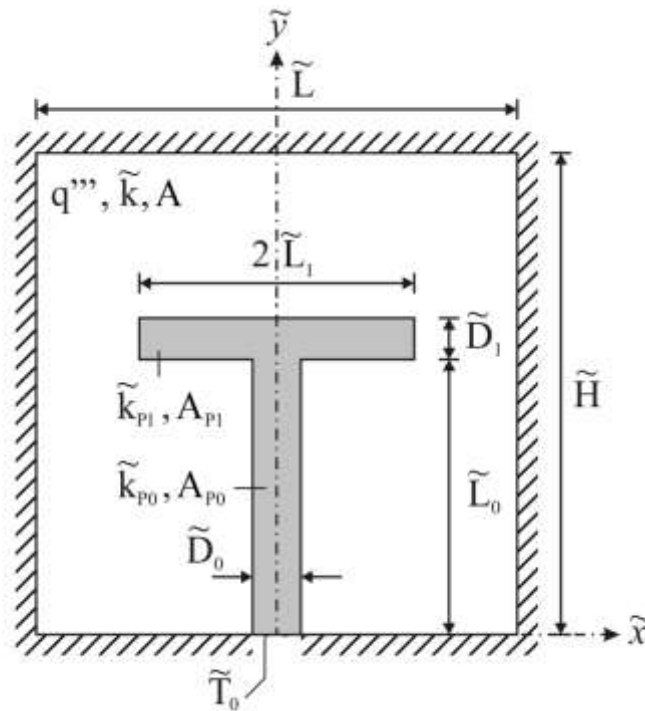


Figura 4.8 – Áreas do domínio e as principais dimensões do corpo condutor com um caminho em forma de “T”.

A formulação do caminho em forma de “T” assemelha-se com a formulação do caminho condutivo em forma de “Y” com um volume elementar. Para uma possível comparação entre os dois casos, o ângulo formado entre o lado com comprimento \tilde{L}_1 e a linha horizontal que representa o comprimento \tilde{L}_0 , definido como α e mostrado na Figura 4.5 deve ser igual à zero. Dessa forma temos a região superior do caminho em forma de “T”.

As áreas \tilde{A}_{p0} e \tilde{A}_{p1} definem o caminho altamente condutivo em forma de “T”, sendo composto por um caminho com espessura \tilde{D}_0 e comprimento \tilde{L}_0 e por um caminho com espessura \tilde{D}_1 e comprimento $2\tilde{L}_1$. Os graus de liberdade definidos para o problema são:

L_1/L_0 e D_0/L_0 , os parâmetros ϕ_1 e ϕ_2 , de modo que seja possível obter a configuração ótima que minimize a máxima temperatura em excesso adimensional. A restrição de área total é dada por:

$$A = H L \quad (4.69)$$

e a restrição da área ocupada pelo material de alta condutividade,

$$A_p = A_{p0} + A_{p1} \quad (4.70)$$

Sendo que as áreas A_{p0} e A_{p1} são definidas, respectivamente, por:

$$A_{p0} = L_0 D_0 \quad (4.71)$$

$$A_{p1} = 2L_1 D_1 \quad (4.72)$$

As frações de área, ϕ_0 e ϕ_1 , podem ser expressas, como:

$$\phi_0 = \frac{A_{p0}}{A} \quad (4.73)$$

$$\phi_1 = \frac{A_{p1}}{A} \quad (4.74)$$

As formas adimensionais das Equações 4.73 e 4.74 são, respectivamente:

$$\phi_0 = \tilde{L}_0^2 \left(\frac{D_0}{L_0} \right) \quad (4.75)$$

$$\phi_1 = 2\tilde{L}_1 \tilde{D}_1 \quad (4.76)$$

Combinando as duas relações anteriores, obtemos:

$$\tilde{L}_0 = \left(\frac{\phi - \phi_1}{(D_0/L_0)} \right)^{1/2} \quad (4.77)$$

com isso, obtemos o valor de \tilde{D}_0 :

$$\tilde{D}_0 = \tilde{L}_0 \left(\frac{D_0}{L_0} \right) \quad (4.78)$$

Dessa forma, podemos expressar o valor de ϕ como:

$$\phi = 2 \left(\frac{L_1}{L_0} \right) \tilde{L}_0 \tilde{D}_1 + \tilde{D}_0 \tilde{L}_0 \quad (4.79)$$

sendo que a partir da Equação 4.79, obtemos o valor de \tilde{D}_1 :

$$\tilde{D}_1 = \frac{\phi - \tilde{D}_0 \tilde{L}_0}{2 \left(\frac{L_1}{L_0} \right) \tilde{L}_0} \quad (4.80)$$

Da Equação 4.80 e da relação que define ϕ_1 , temos:

$$\tilde{L}_1 = \frac{\phi_1}{2\tilde{D}_1} \quad (4.81)$$

e a máxima temperatura em excesso adimensional, θ_{\max} , é definida pela Equação 4.24.

Numerando os pontos fundamentais para a descrição da geometria em análise, dividimos a configuração em três áreas devido à diferença de condutividades: área externa que compreende o retângulo; área inferior (base) do “T”; área superior do “T”. Com essa

divisão, montamos a configuração mostrada no Apêndice D, com as coordenadas do problema.

As coordenadas de cada ponto são descritas na Tabela D. 1, de modo que a geometria desenhada não corresponde à geometria do caminho em forma de “Y”, pois não apresenta o trapézio que une os ramos a base do “Y”.

5 MODELO NUMÉRICO

Para cada configuração desenvolvida, foi aplicado o modelo numérico descrito. Nas configurações com caminhos condutivos em forma de “Y”, “Y–Y”, duplo “Y–Y” testadas, variando o número de volumes elementares, assumiu-se que a base, ramos e canais intermediários entre os caminhos do “Y” têm a mesma condutividade térmica e para o caminho condutivo em forma de “T” a condutividade da base é diferente da condutividade da parte superior.

5.1 Processo de otimização dos graus de liberdade

Para os corpos sólidos quadrados ($H/L = 1,0$) os resultados são obtidos com busca exaustiva (que se baseia na solução das geometrias possíveis). A combinação de graus de liberdade gera valores em um espaço de pesquisa que pode apresentar vários mínimos locais. Como mencionado acima, a técnica clássica para encontrar o mínimo global é chamada busca exaustiva [Lorenzini et al., 2014b; Lorenzini et al., 2014c]. Esta técnica enumera todos os possíveis candidatos para uma solução e verifica qual apresenta o melhor resultado, sendo utilizada para as configurações de caminhos condutivos em forma de “Y”, “Y–Y” e “T”. Para a configuração com caminho condutivo em forma de duplo “Y–Y” foi utilizado o método Design Construtal associado com o algoritmo genético (GA), conforme descrito na Seção 5.1.3.

A lógica de otimização utilizada no modelo numérico consiste em associar a busca exaustiva ao método Design Construtal, definindo a função objetivo e as constantes do problema. Dessa forma, busca-se descobrir as configurações e estruturas que facilitem o acesso das correntes que escoam através do sistema estudado, sendo possível analisar também os efeitos dos graus de liberdade na minimização da máxima temperatura em excesso adimensional.

5.1.1 Processo de otimização da configuração com caminho em forma de “Y”

A configuração com um caminho condutivo em forma de “Y” tem seus graus de liberdade definidos na forma adimensional como: L_1/L_0 , D_1/D_0 , \tilde{D}_0 e α . Desse modo,

assume-se que $H/L = 1,0$ para que o corpo com geração de calor uniforme seja quadrado. O processo de otimização é dividido em quatro etapas. No primeiro passo, a geometria é otimizada, variando a razão de aspecto L_1/L_0 e mantendo fixos os três parâmetros restantes (α , D_1/D_0 e \tilde{D}_0). O valor mais baixo encontrado para a máxima temperatura em excesso adimensional é a máxima temperatura em excesso adimensional uma vez minimizada, $\theta_{\max,m}$, e a correspondente razão L_1/L_0 é a razão uma vez otimizada $(L_1/L_0)_o$.

Na segunda etapa, o mesmo procedimento é repetido para vários valores de ângulo α e são mantidos fixos os dois parâmetros geométricos restantes (D_1/D_0 e \tilde{D}_0). Neste caso, a máxima temperatura em excesso adimensional é minimizada por duas vezes, $\theta_{\max,2m}$, a razão L_1/L_0 é duas vezes otimizada, $(L_1/L_0)_{2o}$, e o ângulo α é uma vez otimizado, α_o .

O mesmo processo é realizado para os outros graus de liberdade, até que seja realizada quatro vezes a minimização da máxima temperatura em excesso adimensional, $\theta_{\max,3m}$. Esse procedimento é mostrado na Figura 5.1 através da estrutura em forma de árvore, com os graus de liberdade do problema.

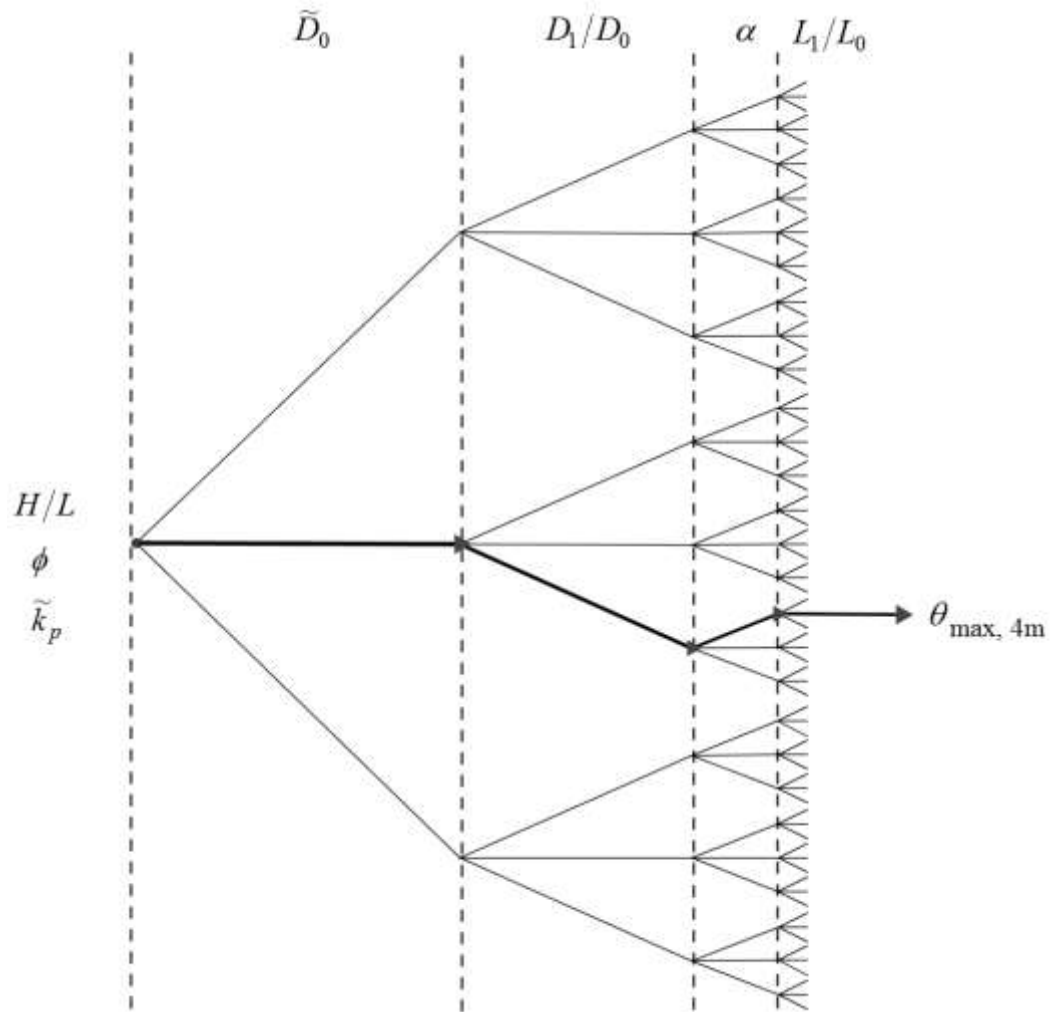


Figura 5.1 – Fluxograma ilustrativo em forma de árvore do processo de otimização geométrica para obter a minimização da resistência térmica adimensional máxima.

5.1.2 Processo de otimização da configuração com caminho em forma de “Y–Y”

A configuração com caminho altamente condutivo em forma de “Y–Y” tem os seguintes graus de liberdade definidos: D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α , conforme mostrado na Figura 5.2. O processo de otimização é dividido em quatro etapas. Na primeira etapa, a geometria é otimizada, variando a razão de aspecto D_1/L_1 , mantendo-se fixos os outros três parâmetros: D_0/L_0 , D_2/L_2 e α . Com isso é obtida a máxima temperatura em excesso adimensional uma vez minimizada, $\theta_{\max,m}$, e a correspondente razão de aspecto D_1/L_1 é razão uma vez otimizada $(D_1/L_1)_o$. No segundo passo, o procedimento é realizado para diferentes valores do ângulo α , fixando as razões de aspecto D_0/L_0 e D_2/L_2 . Dessa forma, a

máxima temperatura em excesso dimensional é duas vezes minimizada, $\theta_{\max,2m}$, a razão de aspecto D_1/L_1 é otimizada duas vezes, $(D_1/L_1)_{2o}$ e o ângulo α é uma vez otimizado, α_o .

Posteriormente, o processo é realizado para os graus de liberdade D_0/L_0 e D_2/L_2 . Na terceira etapa, a razão de aspecto D_1/L_1 é novamente otimizada, resultando em $(D_1/L_1)_{3o}$, com os graus de liberdade otimizados: α_{2o} e $(D_2/L_2)_o$, com a máxima temperatura em excesso $\theta_{\max,3m}$. Por fim, otimiza-se a razão de aspecto D_0/L_0 , resultando em $(D_1/L_1)_{4o}$, α_{3o} , $(D_2/L_2)_{2o}$ e $(D_0/L_0)_o$.

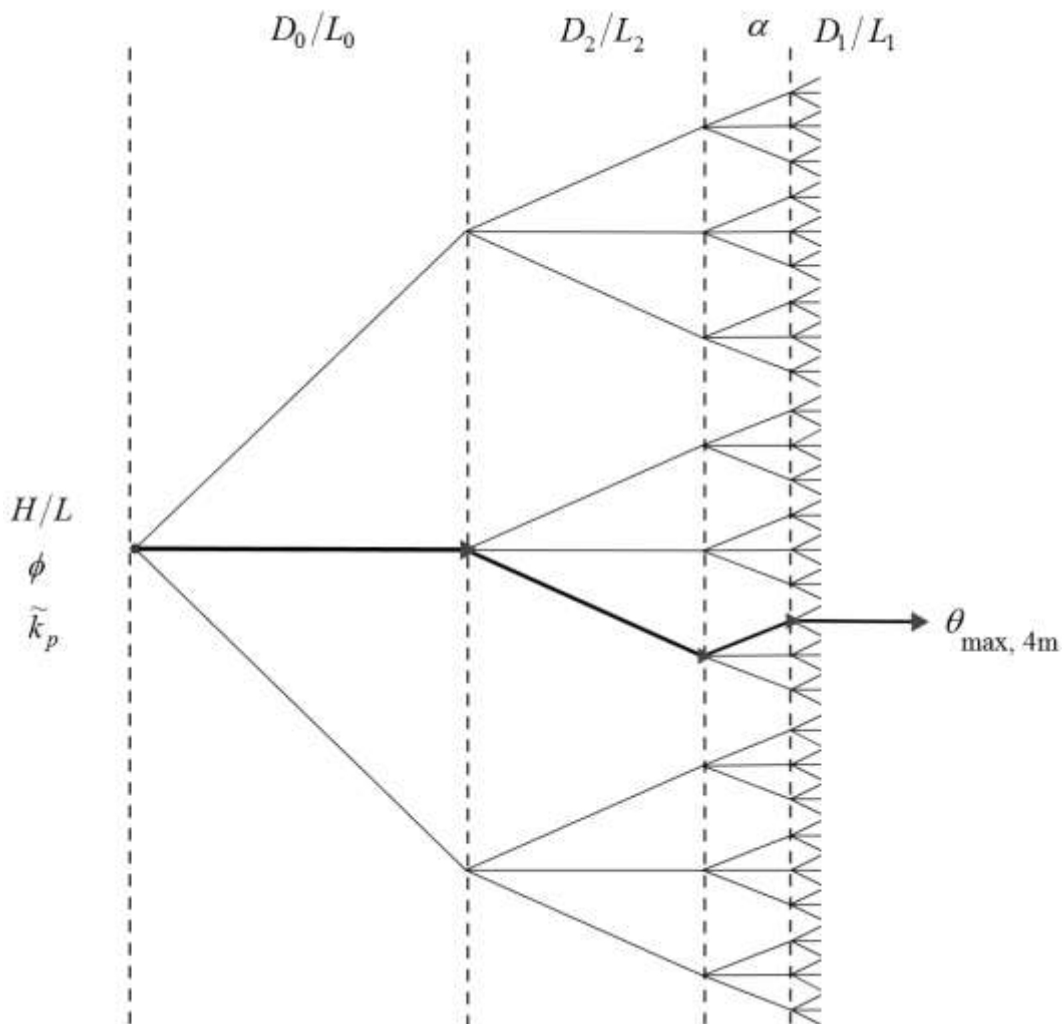


Figura 5.2 – Fluxograma ilustrativo para o caminho “Y-Y”.

5.1.3 Processo de otimização da configuração com caminho em forma de duplo “Y – Y”

Para a configuração com caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y” são necessárias quatro frações de área para representar o domínio com alta condutividade, dados como os parâmetros a serem variados: ϕ_0 , ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 . Os graus de liberdade estabelecidos foram: D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α , a razão de aspecto D_3/L_3 é obtida através da variação dos graus de liberdade. A análise dos graus de liberdade combinados com a variação das frações de área gera inúmeras possibilidades de busca e conseqüentemente, um ótimo global. O espaço de busca gerado por essas combinações possui vários mínimos locais. O processo de otimização geométrica realizado na configuração com caminhos de alta condutividade em forma de “Y” e “Y–Y”, visando obter a minimização da resistência térmica adimensional máxima, utilizou o método de busca exaustiva considerando as possíveis configurações dentro das condições e parâmetros impostos pelo problema.

O método de busca exaustiva utilizado na configuração com caminhos altamente condutivos em forma de “Y–Y” e posteriormente associado ao GA define a seqüência de otimização mostrada na Figura 5.3.

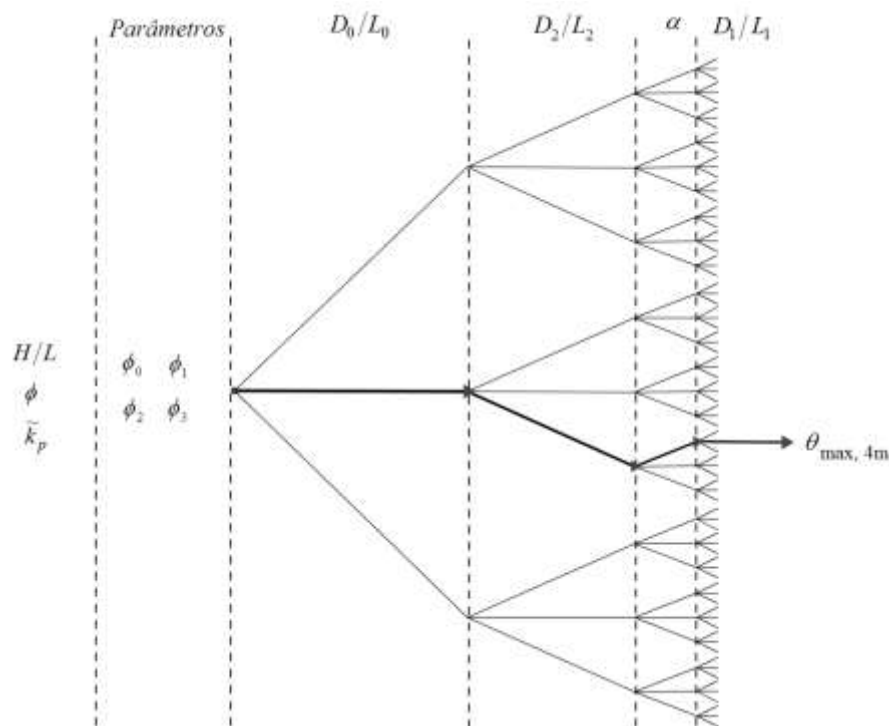


Figura 5.3 – Fluxograma ilustrativo da otimização do caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y”.

As etapas definidas do GA e aplicadas ao problema de otimização de um caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y” são mostradas no fluxograma da Figura 5.4. O algoritmo genético implementado para o problema, gera a população inicial de forma aleatória. A partir de então, os indivíduos que compõe a população trocam as informações de seus genes e as etapas do algoritmo genético ocorrem conforme a descrição a seguir.

Na primeira etapa [Holland, 1975; Whitley, 1994; Mitchell, 1999; Whitley e Vose, 1995], os parâmetros do GA são definidos: operador de seleção, taxa de crossover, taxa de mutação, critério de parada, etc. A primeira etapa do GA também define as variáveis de entrada, ou seja, no problema em questão, os graus de liberdade definidos para a configuração em forma de duplo “Y–Y”.

Na segunda etapa, é gerada uma população inicial com tamanho pré-definido, sendo que cada indivíduo é gerado de uma forma randômica [Coley, 2003]. Na terceira etapa do GA, define-se quem são os indivíduos mais apropriados para resolver o problema [Holland, 1975; Coley, 2003; Lorenzini et al., 2014d], isso ocorre através de uma função de avaliação (ou função de custo) do algoritmo, no caso, uma função que avalia a máxima temperatura em excesso adimensional, θ_{\max} .

Na etapa seguinte, após passar pela função de avaliação, os indivíduos são ordenados segundo os valores obtidos pela função de avaliação. A aptidão da solução é tipicamente definida com relação à população corrente. Nessa etapa ocorre a associação entre os elementos da população, que descrevem a geometria, e a função de avaliação.

O melhor indivíduo, isto é, aquele com menor valor de avaliação θ_{\max} , é escolhido para integrar uma nova população. Os outros indivíduos que irão compor a nova população são gerados da mesma forma que os indivíduos iniciais. O operador de seleção tem como função selecionar os cromossomos na população para a reprodução. De acordo com Goldberg, 1989 e Mitchell, 1999, o cromossomo mais apto, a maioria das vezes é suscetível a ser selecionado para a reprodução.

Na etapa de reprodução, são utilizados o operador de recombinação genética (crossover) e o operador randômico de manipulação (mutação) [Mühlenbein, 1992]. Os indivíduos que formam a população trocam as informações dos seus genes através do operador de recombinação (crossover), que possibilita a formação de novos indivíduos que podem possuir tanto as melhores como as piores características dos indivíduos iniciais [Vose, 1999; Rowe et al., 2006].

Após serem gerados, os indivíduos passam pelo operador de mutação. O operador de mutação é responsável por alterar determinadas partes aleatórias do gene do indivíduo de forma a buscar uma melhoria do indivíduo gerado [Gen e Cheng, 1999; Vose, 1999; Stephens et al. 2007; Lehre et al., 2012]. Esse operador introduz e mantém a diversidade genética da população, garantindo a possibilidade de se alcançar qualquer ponto do espaço de busca e tendo como característica a capacidade de contornar mínimos locais [Coley, 2003].

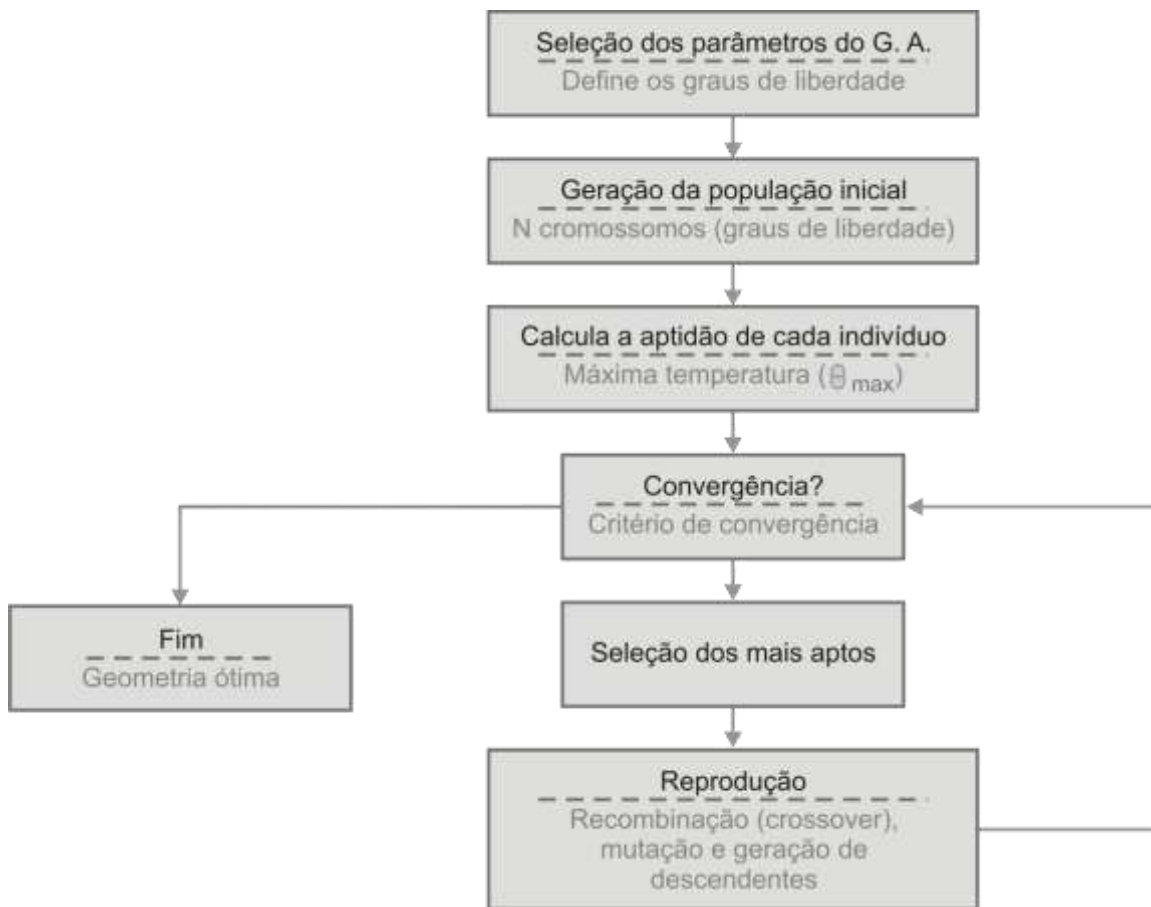


Figura 5.4 – Etapas do GA para a otimização da configuração em forma de duplo “Y–Y”.

O processo de solução adotado nos algoritmos genéticos consiste em gerar, através de regras específicas, um grande número de indivíduos (população), de forma a promover uma varredura tão extensa quanto necessária do espaço de soluções.

5.1.4 Processo de otimização da configuração com caminho em forma de “T”

A configuração com caminho altamente condutivo em forma de “T” apresenta os seguintes graus de liberdade: L_1/L_0 e D_0/L_0 e os parâmetros ϕ_1 e ϕ_2 , assumindo-se que $H/L=1,0$. O processo de otimização é dividido em três etapas, conforme mostrado na Figura 5.5.

Na primeira etapa, a geometria é otimizada, variando a razão de aspecto L_1/L_0 e mantendo fixos os dois parâmetros restantes ($D_0/L_0, (\phi_1, \phi_2)$) sendo que $\phi_1 + \phi_2 = 0,1$. O valor mais baixo encontrado para a máxima temperatura em excesso adimensional é a máxima temperatura em excesso adimensional uma vez minimizada, $\theta_{max,m}$, e a correspondente razão L_1/L_0 é a razão uma vez otimizada, $(L_1/L_0)_o$.

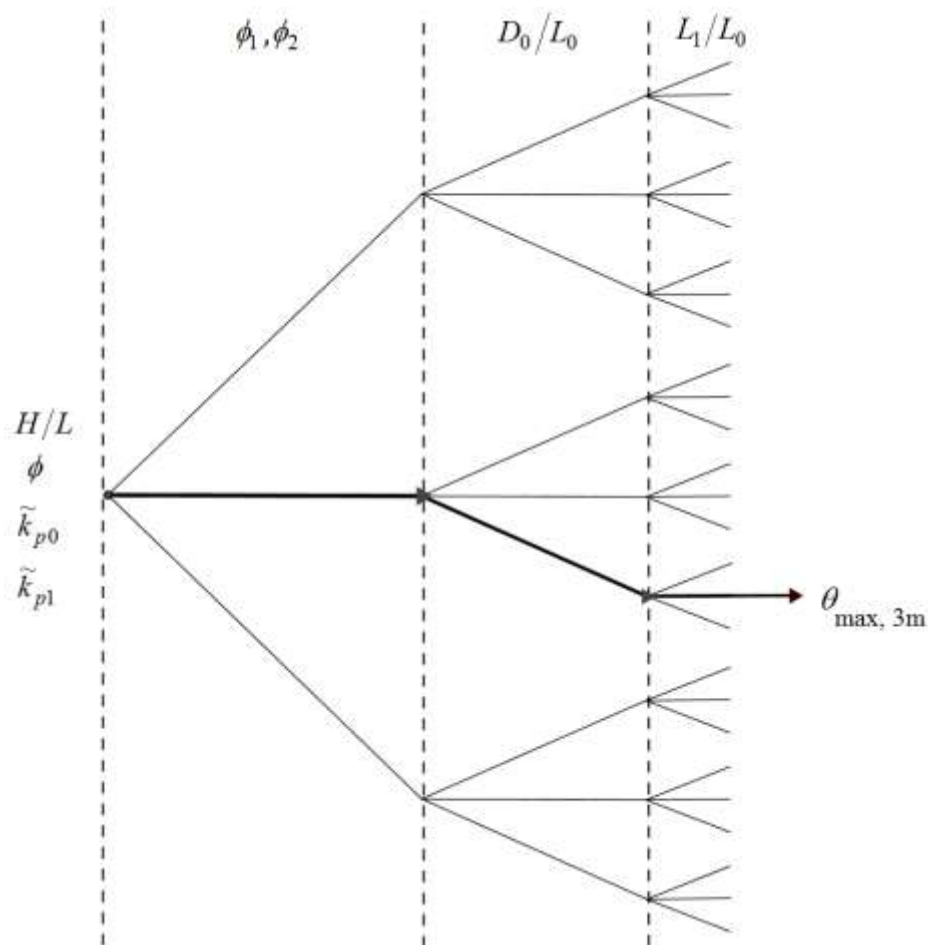


Figura 5.5 – Fluxograma ilustrativo da otimização do caminho altamente condutivo em forma de “T”.

Na segunda etapa, o mesmo procedimento é realizado para inúmeros valores da razão de aspecto D_0/L_0 , mantendo-se fixas as frações de área ϕ_1 e ϕ_2 . Nesse caso, a máxima temperatura em excesso adimensional é minimizada duas vezes, $\theta_{\max,2m}$, a razão L_1/L_0 também é otimizada duas vezes, $(L_1/L_0)_{2o}$ e a razão de aspecto D_0/L_0 é uma vez otimizada, $(D_0/L_0)_o$. O mesmo processo é realizado para as frações de área ϕ_1 e ϕ_2 , até que as três etapas sejam finalizadas, resultando na minimização da máxima temperatura em excesso adimensional, $\theta_{\max,3m}$, e os parâmetros otimizados: $(L_1/L_0)_{3o}$, $(D_0/L_0)_{2o}$ e $(\phi_1, \phi_2)_o$. As três etapas descritas anteriormente, com os respectivos graus de liberdade do problema são mostrados na Figura 5.5.

5.2 Estudos numéricos realizados para a independência de malha

O estudo numérico realizado consiste em determinar o campo de temperaturas para diversas configurações, tais como apresentadas no Capítulo 4. A função definida pela Equação 4.24 pode ser determinada numericamente, pela solução da equação da condução do calor, dada pelas Equações 4.19 e 4.20 para o campo de temperatura em cada configuração assumida, dependendo do número de volumes elementares e dos graus de liberdade fixados. A cada variação da configuração, calcula-se θ_{\max} e verifica-se a possível minimização do valor obtido, até que o valor mínimo seja encontrado.

As Equações 4.19 e 4.20 são resolvidas utilizando um código de elementos finitos, baseado na geração de malhas com elementos triangulares e desenvolvido com o *software* MatLab®, mais precisamente através da ferramenta PDETool [MatLab®, 2012]. A ferramenta PDETool [MatLab®, 2012] consiste em uma ferramenta numérica utilizada para a solução de equações diferenciais parciais a partir do método de elementos finitos (FEM). As configurações analisadas consideram a transferência de calor por condução em regime permanente, onde o termo referente à variação temporal na Equação 4.12 se anula. Com a equação da condução definida, é possível analisar que influências as condições de contorno estabelecidas, a geração de energia prescrita no problema e a condutividade térmica de cada material utilizado no domínio têm sobre o campo de temperatura obtido.

A malha triangular inicial é gerada utilizando o algoritmo da Triangulação de Delaunay [Chew, 1989; Löhner, 1997] acoplado ao PDETool, sendo que o tamanho da malha

é definido a partir da formato da geometria. A malha gerada varia de acordo com a configuração assumida, mantendo apenas o padrão do fator de refinamento entre uma malha e outra.

O estudo da independência de malha foi realizado com base em sucessivos refinamentos, incrementando cerca de quatro vezes o número de elementos triangulares a cada refinamento aplicado até que o critério de convergência seja satisfeito. O critério de convergência estabelecido para o problema é definido como $\left| \left(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1} \right) / \theta_{\max}^j \right| \leq 5,0 \times 10^{-4}$, onde θ_{\max}^j representa a máxima temperatura em excesso adimensional calculada com base na malha atual gerada e θ_{\max}^{j+1} corresponde à máxima temperatura em excesso adimensional obtida considerando a malha gerada após o refinamento, onde o número de elementos triangulares é incrementado. A malha considerada ideal para cada exemplo de independência de malha varia de acordo com a configuração do caminho condutivo assumido e todos os testes de independência de malha devem seguir o mesmo critério de convergência.

As geometrias utilizadas nas otimizações são mostradas nas Figuras 5.6(a) – (d), as quais necessitam das dimensões específicas para serem desenhadas e das restrições da área total e da área ocupada pelos materiais de alta condutividade térmica que compõe os caminhos condutivos. Com os graus de liberdade definidos em cada formulação dos volumes elementares, utilizam-se as Equações 4.19 e 4.20 para estimar o campo de temperatura em cada uma das configurações assumidas, sendo eles: L_1/L_0 , D_1/D_0 , \tilde{D}_0 e α para um volume elementar, D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α para dois volumes elementares e D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α para quatro volumes elementares e L_1/L_0 para a configuração com caminho condutivo em forma de “T”.

A Tabela 5.1 mostra os resultados obtidos por Beckel et al., 2014, para a independência de malha considerando o caminho altamente condutivo em forma de “Y” inserido em um corpo gerador de calor com um volume elementar. Para a independência de malha foram utilizadas as seguintes dimensões específicas: $\phi = 0,2$, $H/L = 1,0$, $\tilde{D}_0 = 0,7$, $L_1/L_0 = 143$, $D_1/D_0 = 0,14$, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = 300$ e $\alpha = 89^\circ$.

Tabela 5.1 – Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha com um volume elementar.

Número de elementos	θ_{\max}^j	$\left \left(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1} \right) / \theta_{\max}^j \right $
2.166	0,041082	$3,1887 \times 10^{-3}$
8.664	0,041213	$9,4630 \times 10^{-4}$
34.656 ⁽¹⁾	0,041252	$2,6665 \times 10^{-4}$
138.624	0,041263	-

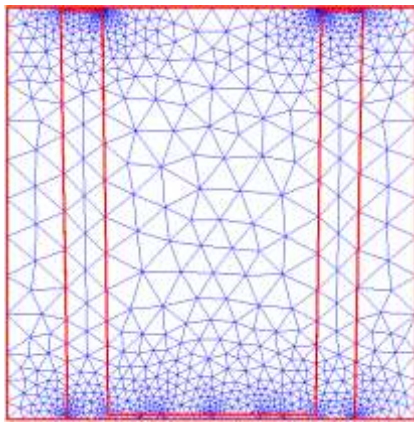
⁽¹⁾ malha independente

O fator de aumento da malha é calculado considerando a malha atual e a malha com um refinamento sucessivo e em todos os casos o número de elementos triangulares foi incrementado em quatro vezes a cada refinamento.

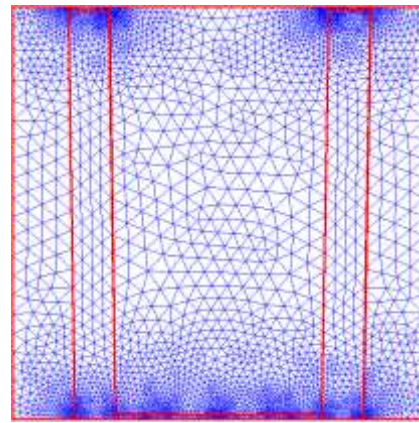
Na Figura 5.6 são mostrados os refinamentos sucessivos realizados para obter a malha independente do número de elementos triangulares para a geometria composta por um volume elementar.

As regiões que definem a base do “Y” e a parte superior dos ramos apresentam a malha com quantidade superior de elementos triangulares do que nas demais regiões, isso ocorre em todos os casos analisados.

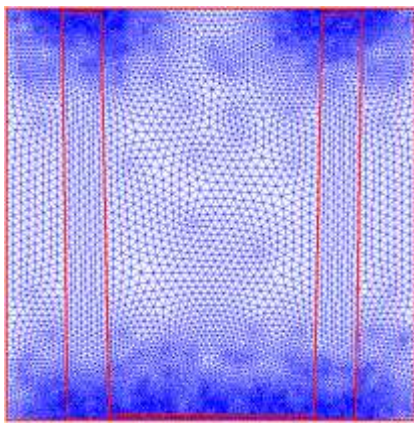
O número de elementos triangulares, estimado utiliza um intervalo entre 2.000 e 560.000 elementos triangulares, sendo que a malha considerada ideal para este exemplo de independência de malha possui 34.656 elementos triangulares e satisfaz o critério de convergência adotado.



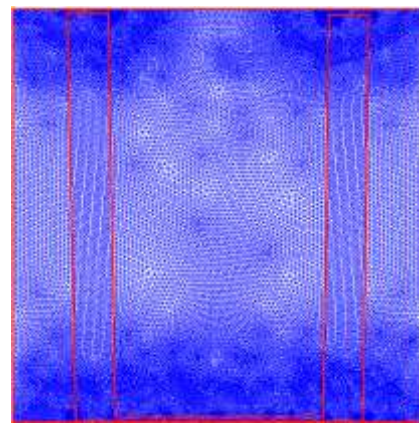
(a) 2.166 elementos triangulares



(b) 8.664 elementos triangulares



(c) 34.656 elementos triangulares



(d) 138.624 elementos triangulares

Figura 5.6 – Representação gráfica da malha refinada sucessivamente para uma configuração com dois volumes elementares.

O método numérico utilizado nos testes de independência de malha foi validado através da comparação dos códigos desenvolvidos com os resultados numéricos apresentados por [Almogbel e Bejan, 1999; Horbach, 2013]. A configuração utilizada para comparação é composta por um caminho condutivo em forma de “T”. Para isso, faz-se necessário a degeneração dos ramos do “Y”, fazendo com que os graus de liberdade L_1/L_0 , D_1/D_0 e α tendessem a zero, com isso temos apenas em um caminho com área correspondente \tilde{A}_{po} . A equação da condução de calor adimensional para as áreas sem geração de calor é descrita pela Equação 5.1, de modo que seja possível realizar a comparação com Almogbel e Bejan, 1999.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{1}{1-\phi} = 0 \quad (5.1)$$

A Tabela 5.2 mostra os resultados obtidos com a otimização do caminho condutivo em forma de “Y” composto de um volume elementar e com os ramos degenerados (“I”), para diferentes condutividades. Para que fosse possível a comparação com a configuração com o caminho condutivo em forma de “I” proposto por Almogbel e Bejan, 1999 foram utilizados os seguintes parâmetros: $H/L = 1,0$, $L_1/L_0 = 0,01$, $\tilde{D}_0 = 0,1082$, $D_1/D_0 = 0,01$ e $\alpha = 0,1$.

Tabela 5.2 – Comparação entre os resultados deste trabalho com os trabalhos de Almogbel e Bejan, 1999 e Horbach, 2013.

ϕ	\tilde{k}_p	$(D_0/L_0)_o^{(1)}$	$(D_0/L_0)_o^{(2)}$	$(D_0/L_0)_o^{(3)}$	$\theta_{\max,m}^{(1)}$	$\theta_{\max,m}^{(2)}$	$\theta_{\max,m}^{(3)}$
0,1	100	0,1172	0,1172	0,1180	0,1499	0,1499	0,1500
0,1	250	0,1172	0,1130	0,1130	0,1278	0,1278	0,1280
0,1	300	0,1172	0,1100	0,1100	0,1252	0,1252	0,1250
0,1	550	0,1172	0,1100	0,1100	0,1194	0,1194	0,1190

⁽¹⁾ presente trabalho ⁽²⁾ Horbach, 2013 ⁽³⁾ Almogbel e Bejan, 1999

Os resultados obtidos para a máxima temperatura em excesso adimensional, $\theta_{\max,m}$, são descritos para cada caso na Tabela 5.2 e concordam dentro da faixa de 0,4%.

A Figura 5.7 mostra o comparativo entre os dois resultados para diferentes condutividades com a mesma fração de área ϕ .

Quando a condutividade térmica do material inserido aumenta, decresce a máxima temperatura em excesso adimensional devido ao fato de que aumenta a transferência de calor e conseqüentemente ocorre uma redução na temperatura máxima do sistema composto pelo corpo condutor de calor e o caminho condutivo.

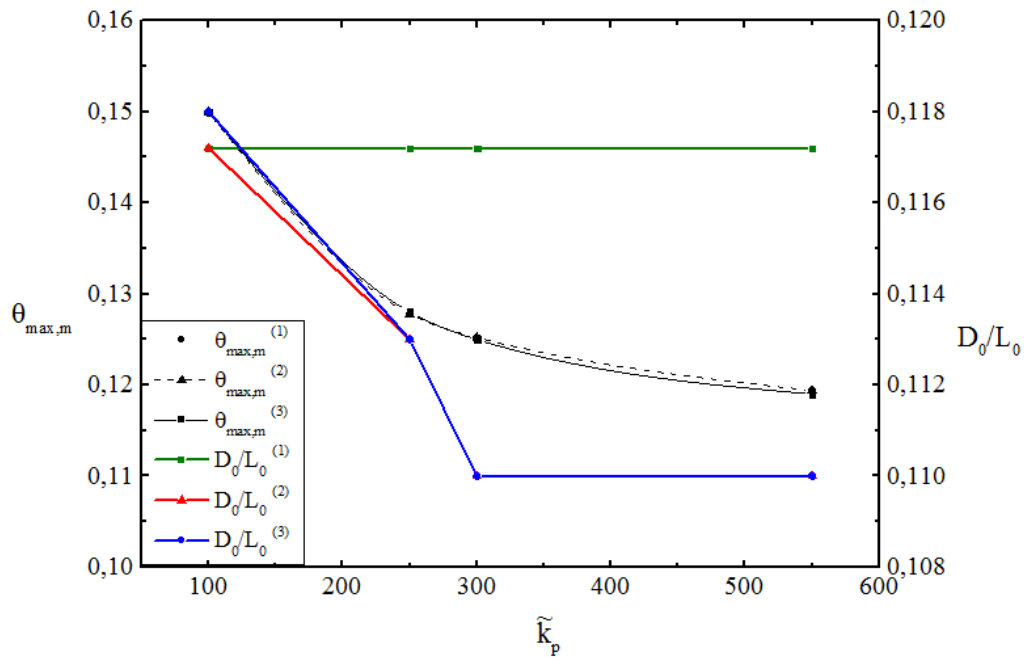


Figura 5.7 – Comparativo entre os resultados obtidos nesse trabalho e os resultados obtidos por Almogbel e Bejan, 1999 e Horbach, 2013 considerando $\theta_{\max,m}$.

A Tabela 5.3 apresenta os resultados referentes ao estudo de independência de malha de um corpo gerador de calor com dois volumes elementares. A malha ideal estimada para este exemplo é obtida com base no critério de convergência e é composta por 89.280 elementos triangulares, sendo que o número de refinamentos necessários aumenta quando comparado com o teste de independência de malha com um volume elementar. Esse fato ocorre devido à inserção de mais um caminho condutivo, onde a densidade da malha é bastante elevada dada a complexidade da geometria. Os parâmetros considerados no teste de independência de malha para dois volumes elementares foram os seguintes: $\phi = 0,1$, $\phi_1 = 0,02$, $\phi_2 = 0,03$, $H/L = 1,0$, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = \tilde{k}_{p2} = 300$, $D_0/L_0 = 0,2$, $D_1/L_1 = 0,04$, $D_2/L_2 = 0,21$ e $\alpha = 41^\circ$.

Tabela 5.3 – Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha para dois volumes elementares.

Número de elementos	θ_{\max}^j	$\left \frac{(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1})}{\theta_{\max}^j} \right $
1.395	0,087612	$1,4496 \times 10^{-1}$
5.580	0,087739	$8,4341 \times 10^{-2}$
22.320	0,087813	$2,2776 \times 10^{-3}$

Tabela 5.3 – Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha para dois volumes elementares.

89.280 ⁽¹⁾	0,087815	$2,2275 \times 10^{-4}$
357.120	0,0878152	–

⁽¹⁾ malha independente

Os resultados mostrados na Tabela 5.4 foram obtidos considerando os seguintes parâmetros: $H/L = 1,0$, $\phi_0 = \phi_1 = \phi_3 = 0,015$, $\phi_2 = 0,005$, $D_0/L_0 = 0,15$, $D_1/L_1 = 0,046$, $\alpha = 67^\circ$, $D_2/L_2 = 0,04$, $D_3/L_3 = 0,123467$, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = \tilde{k}_{p2} = \tilde{k}_{p3} = 300$. A malha ideal para a formulação com quatro volumes elementares é composta por 37.120 elementos triangulares, considerando o problema simétrico em relação à linha de centro do dissipador de calor.

Tabela 5.4 – Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha para quatro volumes elementares.

Número de elementos	θ_{\max}^j	$\left \left(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1} \right) / \theta_{\max}^j \right $
2.320	0,077942	$2,2390 \times 10^{-3}$
9.280	0,078117	$8,7084 \times 10^{-4}$
37.120 ⁽¹⁾	0,078185	$3,4418 \times 10^{-4}$
148.480	0,078212	-

⁽¹⁾ malha independente

A Tabela 5.5 mostra os resultados numéricos independentes do número de elementos triangulares da malha obtidos para a configuração com o caminho em forma de “T”. Os parâmetros utilizados para a independência de malha foram os seguintes: $\phi = 0,1$, $\phi_1 = 0,02$, $L_1/L_0 = 0,9$, $H/L = 1,0$, $D_0/L_0 = 0,3$, e $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = 100$.

Tabela 5.5 – Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha para o caminho em forma de “T”.

Número de elementos	θ_{\max}^j	$\left \left(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1} \right) / \theta_{\max}^j \right $
888	0,147176	$1,2230 \times 10^{-3}$
3.552	0,147356	$5,0219 \times 10^{-4}$

Tabela 5.5 – Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha para o caminho em forma de “T”.

14.208 ⁽¹⁾	0,147430	$2,0349 \times 10^{-4}$
56.832	0,147460	-

⁽¹⁾ malha independente

No caso em que o caminho de alta condutividade térmica tem a forma de um “T”, o canal posicionado na vertical, levando em consideração a linha de simetria do domínio, apresenta a maior concentração de elementos triangulares, ou seja, a malha é mais densa nessa região. À medida que as extremidades do canal se aproximam da borda do corpo condutor, a malha tende a ficar mais refinada e nas demais regiões segue um padrão mais uniforme.

Os testes para a independência de malha em cada configuração com caminhos condutivos em forma de “Y”, variando o número de volumes elementares, levam em consideração a geometria inicial, sem que tenha sido realizada a otimização geométrica e serve como parâmetro para definir o número de refinamentos utilizados em cada caso. O fator de aumento do número de elementos triangulares utilizado em cada refinamento sucessivo foi o mesmo em todos os testes realizados, independente da geometria adotada, incrementando em quatro vezes o número de elementos com relação à malha anterior.

6 RESULTADOS

O presente trabalho tem por objetivo determinar numericamente o campo de temperatura e os efeitos na geometria ótima que minimize a máxima temperatura em excesso adimensional, θ_{\max} , considerando as diferentes configurações geométricas apresentadas no Capítulo 4.

6.1 Caminhos condutivos em forma de “Y”

Como descrito na Seção 4.2, a geometria composta por um material altamente condutivo e um material com baixa condutividade térmica que apresenta uma única constituição, ou seja, composta por um volume elementar com a condutividade térmica dos ramos e da base do “Y” iguais [Beckel et al., 2016], apresenta a distribuição das áreas do domínio conforme mostrado na Figura 4.5.

O modelo matemático apresentado é governado pelas Equações 4.17 e 4.18, sujeito às condições de contorno dadas pelas Equações 4.62 e 4.63 e às restrições impostas pela área total e pela fração de área da região com material de alta condutividade térmica, ambas adimensionalizadas. Os graus de liberdade foram definidos na forma adimensional como: $L_1/L_0, D_1/D_0, \tilde{D}_0$ e α .

A simulação inicial considera o comportamento da temperatura em excesso adimensional em função do grau de liberdade L_1/L_0 . Para verificar esse comportamento são mantidos fixos os parâmetros: $\phi = 0,2$, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = 300$, $D_1/D_0 = 0,36$, $\alpha = 70^\circ$ e $\tilde{D}_0 = 0,29$ conforme mostrado na Figura 6.1. A resistência térmica global adimensional mínima para o caso descrito ocorre quando a razão ótima $(L_1/L_0)_o = 7,3$ e a máxima temperatura em excesso adimensional resultante é $\theta_{\max,m} = 0,048855$. O subscrito “o” que acompanha a razão de aspecto indica que este valor é ótimo e o subscrito “m” indica que o valor obtido é mínimo.

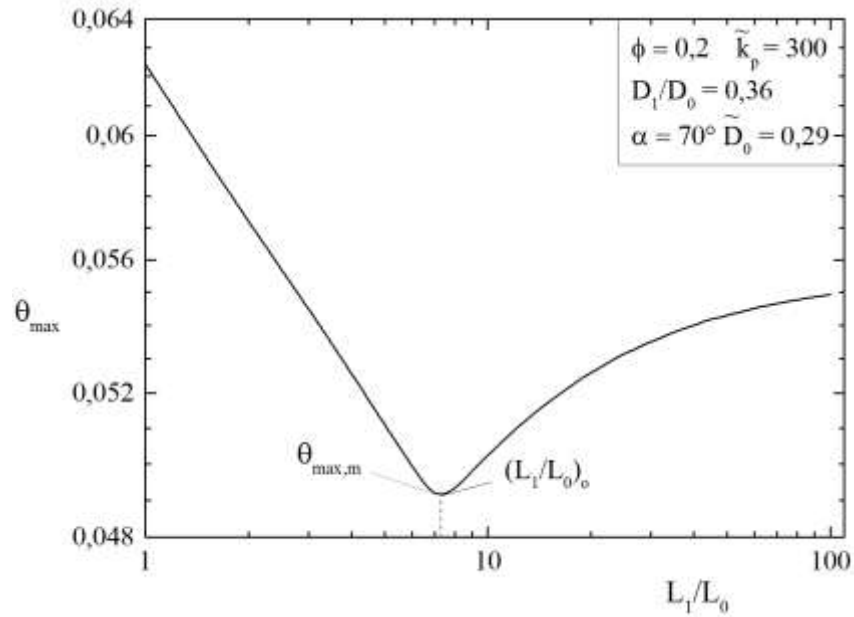


Figura 6.1 – Efeito da razão de aspecto L_1/L_0 na máxima temperatura em excesso adimensional, θ_{max} .

A Figura 6.2 mostra o campo de temperaturas referente à primeira etapa do processo de otimização geométrica da configuração com caminho condutivo em forma de “Y”, sendo possível observar o processo de degeneração da base do “Y”, com três regiões de temperaturas elevadas localizadas nos cantos inferiores e na região superior entre os ramos.

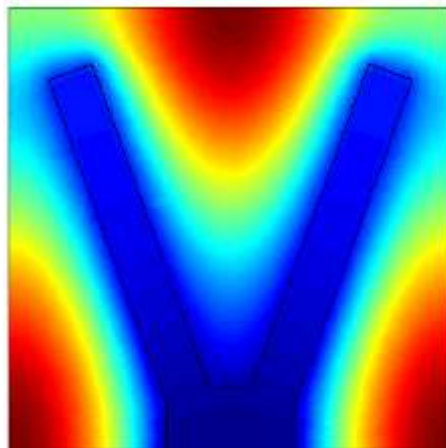


Figura 6.2 – Efeito na geometria após a primeira etapa de otimização.

O procedimento utilizado para obter a variação da resistência térmica global adimensional mostrado na Figura 6.1 é repetido considerando diferentes valores para o ângulo

α e as resistências térmicas $\theta_{\max,m}$ para as respectivas razões de aspecto $(L_1/L_0)_o$ são mostradas na Figura 6.3.

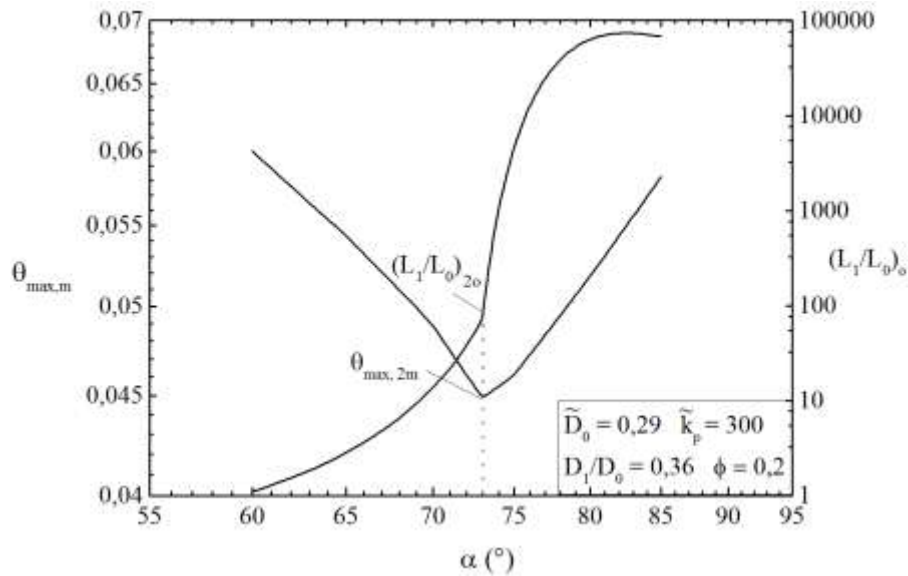


Figura 6.3 – Máxima temperatura em excesso adimensional $\theta_{\max,m}$ e a razão ótima $(L_1/L_0)_o$ correspondente em função do ângulo α .

O melhor desempenho foi obtido na região definida por $73^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$, sendo que o valor ótimo ocorre em $\alpha_o = 73^\circ$, dado que o subscrito “o” indica que o ângulo foi otimizado uma vez. Os valores ótimos correspondentes a este ângulo foram otimizados duas vezes, de modo que obteve-se $\theta_{\max,2m} = 0,044914$ e $(L_1/L_0)_{2o} = 75,1$, a geometria ótima obtido é mostrada na Figura 6.4.

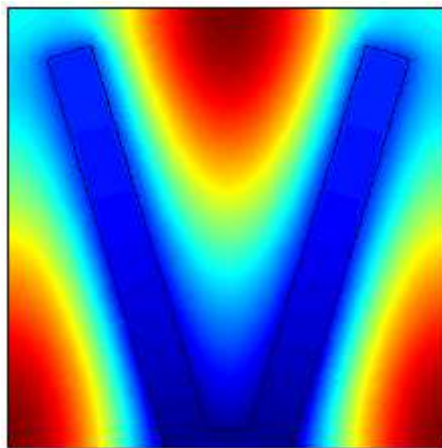


Figura 6.4 – Efeito na geometria após a segunda etapa de otimização.

Posteriormente, foram variados os seguintes graus de liberdade: α , D_1/D_0 e \tilde{D}_0 , e conseqüentemente ocorre a variação do grau de liberdade L_1/L_0 . A variação de α ocorre em função dos graus de liberdade otimizados $\tilde{D}_0 = 0,6$ e $D_1/D_0 = 0,17$, mantendo fixo o valor de $\phi = 0,2$ e considerando a condutividade térmica $\tilde{k}_p = 300$.

A Figura 6.5 mostra a minimização da resistência térmica em função da variação de α , onde $\alpha_{2o} = 90^\circ$ e a razão de aspecto ótima $(L_1/L_0)_{3o} \approx 9500$ resulta na resistência térmica mínima $\theta_{\max,3m} = 0,026285$.

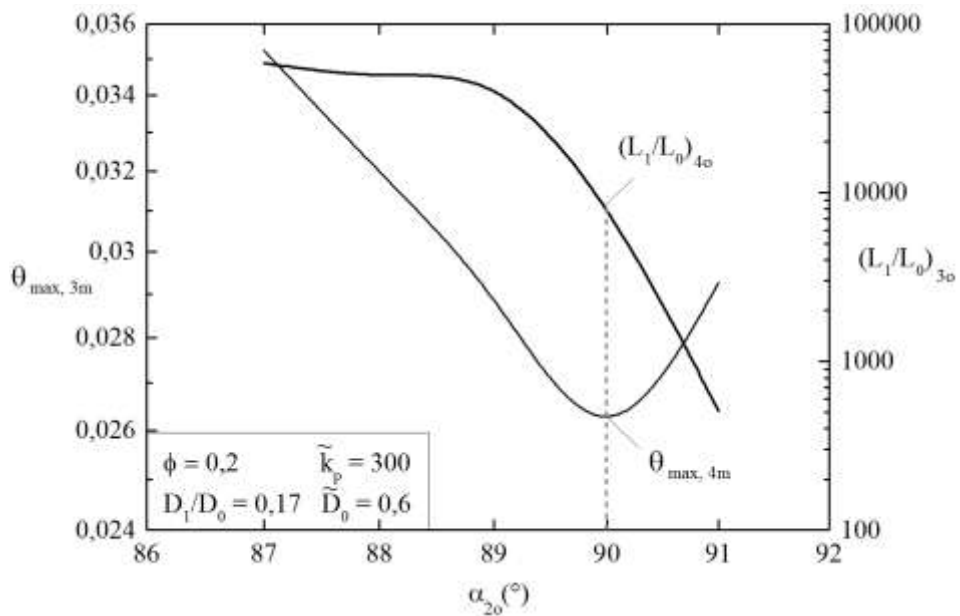


Figura 6.5 – Máxima temperatura em excesso adimensional, razão ótima e ângulo resultantes da otimização de um corpo condutor de calor com um caminho em forma de “Y”.

A variação de L_1/L_0 apresentada nas Figuras 6.5 – 6.7 utilizam valores extremamente altos, dessa forma o desempenho referente a essa razão de aspecto tende ao infinito e os valores máximos testados variam dependendo do valor de cada grau de liberdade.

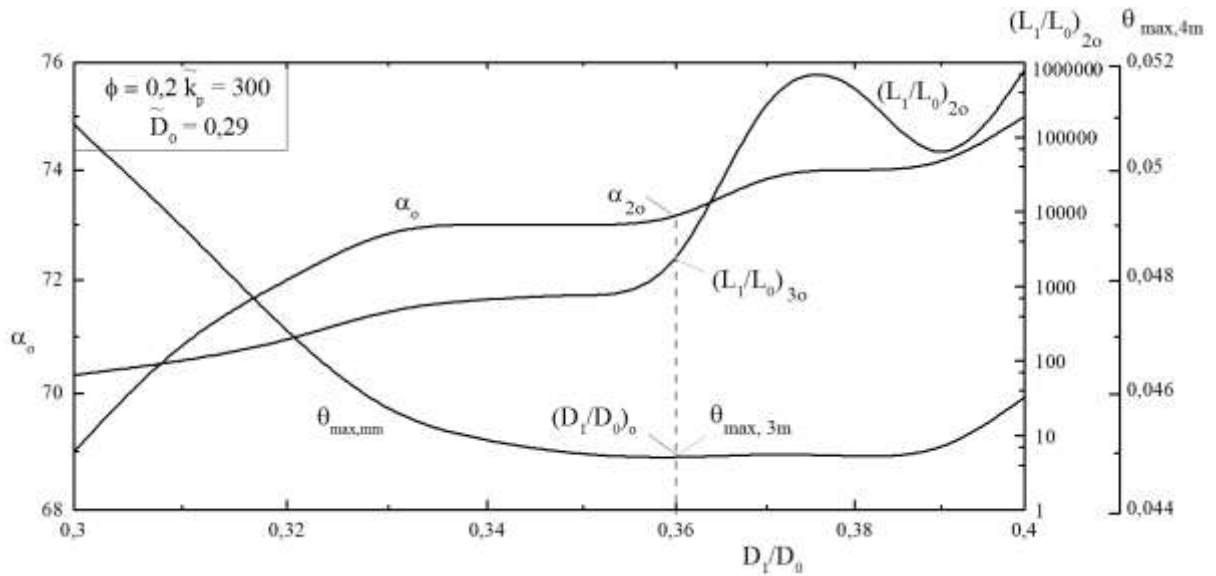


Figura 6.6 – Terceira etapa da otimização: grau de liberdade D_1/D_0 .

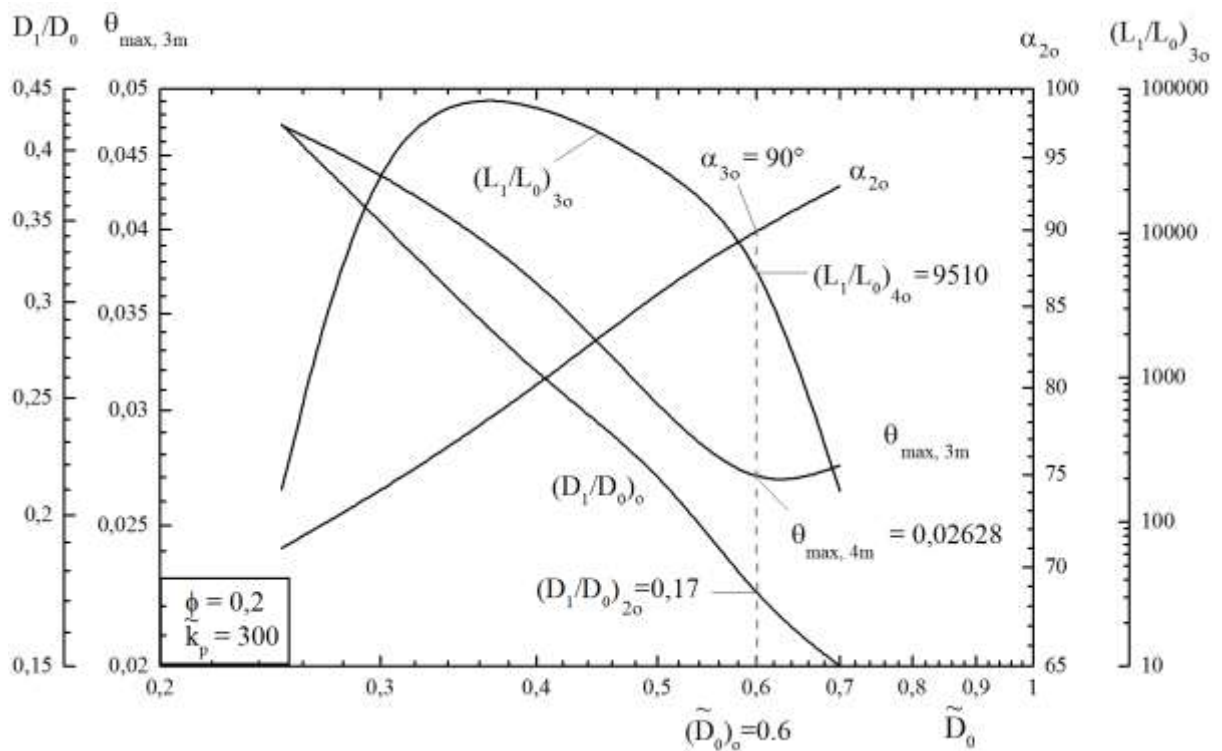
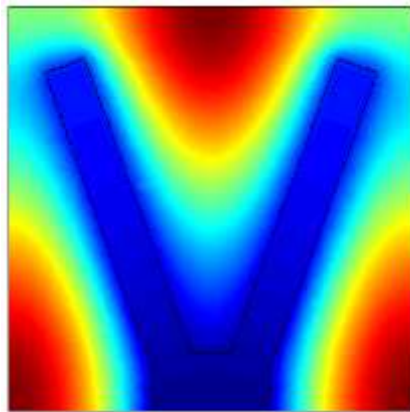


Figura 6.7 – Quarta etapa da otimização: grau de liberdade \tilde{D}_0 .

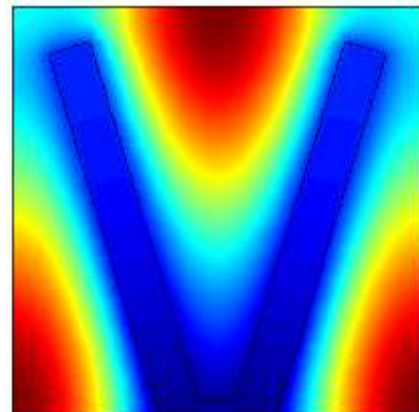
Os valores ótimos obtidos com o processo de otimização mostrados na Figura 6.7 são:
 $\phi = 0,2$, $\tilde{k}_p = 300$, $(\tilde{D}_0)_o = 0,6$, $(D_1/D_0)_{2o} = 0,17$, $\alpha_{3o} = 90^\circ$, $(L_1/L_0)_{4o} = 9510$ e
 $\theta_{\max,4m} = 0,026285$.

Com a razão L_1/L_0 tendendo ao infinito, temos que o comprimento do ramo simples L_0 (base do “Y”), deve ser muito menor do que o comprimento dos ramos bifurcados, L_1 . Dessa forma, os ramos com comprimento L_1 da configuração com um volume elementar e caminho condutivo em forma de “Y” se degeneram e a configuração que resulta na menor resistência térmica adimensional, tem a forma de “U”.

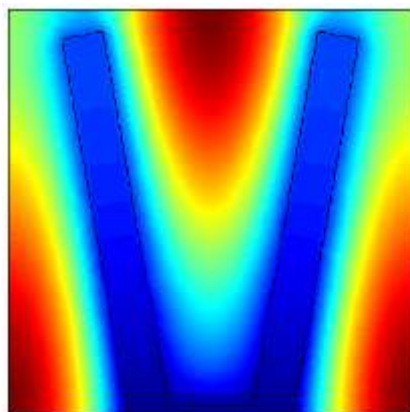
As melhores configurações obtidas na Figura 6.7 são mostradas na Figura 6.8, de modo que é possível observar a influência do ângulo α na variação da configuração inicial até a configuração ótima, considerando os seguintes ângulos: $\alpha = 70^\circ$, $\alpha = 73^\circ$, $\alpha = 80^\circ$ e $\alpha_{3o} = 90^\circ$.



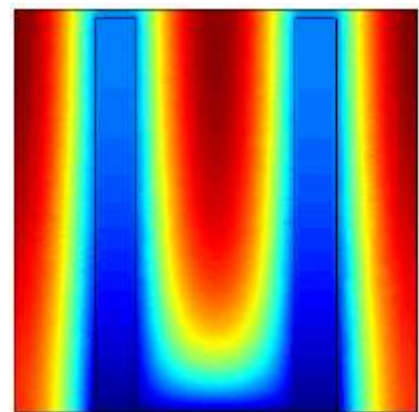
$$\begin{aligned} \tilde{D}_0 &= 0,29 & D_1/D_0 &= 0,36 \\ \alpha &= 70^\circ & (L_1/L_0)_o &= 7,3 \\ \theta_{\max,m} &= 0,048855 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \tilde{D}_0 &= 0,29 & D_1/D_0 &= 0,36 \\ \alpha_o &= 73^\circ & (L_1/L_0)_{oo} &= 75,1 \\ \theta_{\max,mmm} &= 0,044914 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \tilde{D}_0 &= 0,41 & (D_1/D_0) &= 0,25 \\ \alpha &= 80^\circ & (L_1/L_0) &= 159 \\ \theta_{\max} &= 0,036490 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (\tilde{D}_0)_o &= 0,6 & (D_1/D_0)_{oo} &= 0,17 \\ \alpha_{ooo} &= 90^\circ & (L_1/L_0)_{ooo} &= 9510 \\ \theta_{\max,mmmm} &= 0,026285 \end{aligned}$$

Figura 6.8 – Geometrias ótimas para diferentes valores de α .

Para valores de $\alpha > 90^\circ$, o desempenho térmico decresce significativamente. Nessa faixa, a razão ótima de L_1/L_0 ocorre para valores cada vez mais baixos, mantendo a característica da configuração em forma de “U”. Comparando-se a configuração ótima com as formas quando $\alpha = 70^\circ$, $\alpha = 80^\circ$ e $\alpha = 91^\circ$, o desempenho térmico após as otimizações é aproximadamente 46,1%, 28% e 10% superior, respectivamente.

A Figura 6.8 mostra a distribuição de temperatura, onde os pontos quentes, isto é, a máxima temperatura em excesso adimensional, é distribuída uniformemente de acordo com o princípio ótimo de distribuição de temperaturas. Os pontos quentes localizados na parte superior e nas duas laterais do sólido movem-se a partir da temperatura mais alta, como mostrado nas geometrias com $\alpha = 70^\circ$, 73° e 80° para equilibrar a temperatura nesses pontos quentes, principalmente entre as vias do caminho altamente condutivo em forma de “Y”.

À medida que o valor de α ultrapassa 80° , observa-se a presença de duas regiões laterais e a região interna da configuração em forma de “U” que mantém a temperatura bem mais elevada que o restante. Os graus de liberdade α e D_1/L_1 apresentam maior sensibilidade quando modificados, o comprimento e espessura dos ramos descritos pela razão de aspecto D_1/L_1 auxiliam na melhor distribuição dos pontos quentes no domínio e favorecem a dissipação do calor gerado. Conforme o valor de α decresce, os pontos mais quentes ficam concentrados nas regiões entre os ramos: fronteira oeste, norte e leste do domínio.

Os resultados também mostram que o melhor desempenho térmico será alcançado quando o campo de temperatura for mais homogêneo, ou seja, distribuir melhor as imperfeições.

A geometria proposta se adapta ao material de alta condutividade térmica a fim de facilitar o fluxo de calor (correntes) ao longo do domínio. Os resultados mostrados na Figura 6.8 ilustram o comportamento da evolução geométrica que muitas vezes ocorre na natureza, onde os padrões geométricos evoluem no tempo e com as condições do ambiente [Bejan e Zane, 2012]. Cabe ressaltar que o comportamento descrito nos resultados é válido para essa condição de condutividade térmica.

6.2 Caminhos condutivos em forma de “Y” com dois volumes elementares

A otimização geométrica de um corpo condutor no qual são inseridos caminhos altamente condutivos em forma de “Y” com dois volumes elementares considera uma aproximação inicial da geometria, utilizando várias combinações das frações de área ϕ_0 , ϕ_1 e ϕ_2 , de modo que a soma das frações de área seja igual ao valor de $\phi = 0,1$.

Definida a combinação das três frações de área, realiza-se a otimização de todos os graus de liberdade do problema. Posteriormente, repete-se o procedimento para outra combinação das frações de área até obter a combinação que resulte na configuração ótima que minimize a máxima temperatura em excesso adimensional. Os graus de liberdade definidos na forma adimensional para o problema são: D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α , conforme mostrado na Figura 5.2. As frações de área utilizadas em cada caso são mostradas na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Descrição das frações de áreas utilizadas nos casos estudados.

Frações de área	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5
ϕ_0	0,05	0,04	0,02	0,03	0,03
ϕ_1	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04
ϕ_2	0,03	0,04	0,05	0,04	0,03

O processo de otimização é dividido em quatro etapas. Na primeira etapa, a geometria é otimizada, variando a razão de aspecto D_1/L_1 , mantendo-se fixos os outros três parâmetros: $D_0/L_0 = 1,0$, $D_2/L_2 = 0,27$ e $\alpha = 71^\circ$, conforme mostra a Figura 6.9. Com isso é obtida a máxima temperatura em excesso adimensional uma vez minimizada, $\theta_{\max,m} = 0,076700$, e a razão de aspecto uma vez otimizada $(D_1/L_1)_o = 0,0298$.

Na Figura 6.9 foi descrito apenas os resultados referentes ao melhor dos cinco casos estudados.

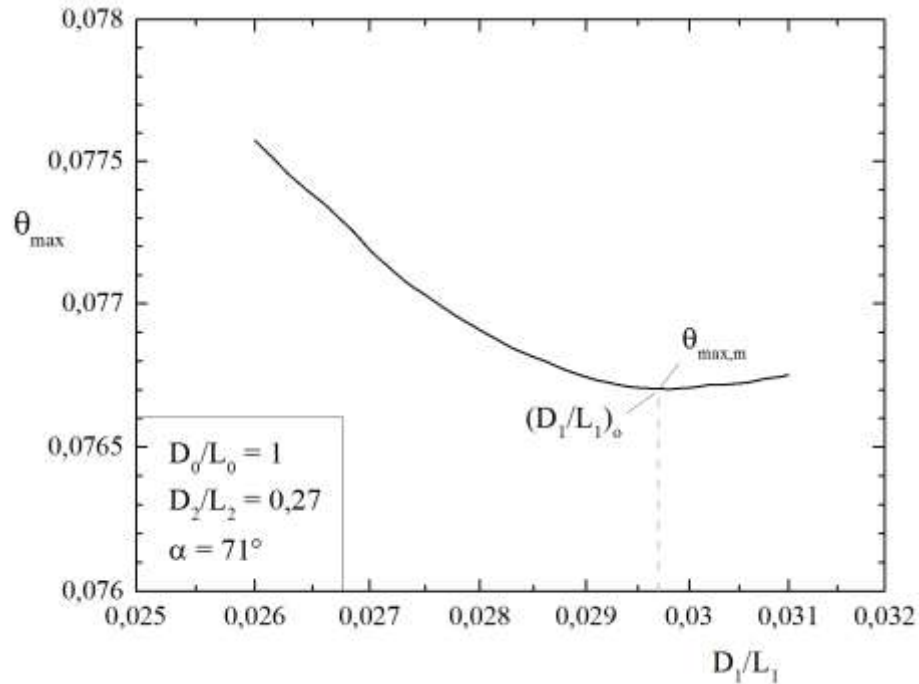


Figura 6.9 – Efeito da variação da razão de aspecto D_1/L_1 na máxima temperatura em excesso adimensional, θ_{\max} .

A Figura 6.10 mostra o segundo passo do processo de otimização, o procedimento é realizado para diferentes valores do ângulo α , fixando as razões de aspecto $D_0/L_0 = 1,0$ e $D_2/L_2 = 0,27$.

Dessa forma, a máxima temperatura em excesso adimensional é duas vezes minimizada, obtendo-se $\theta_{\max,2m} = 0,076700$, a razão de aspecto D_1/L_1 é otimizada duas vezes, $(D_1/L_1)_{2o} = 0,0298$ e o ângulo α é uma vez otimizado, resultando no valor ótimo $\alpha_o = 71^\circ$.

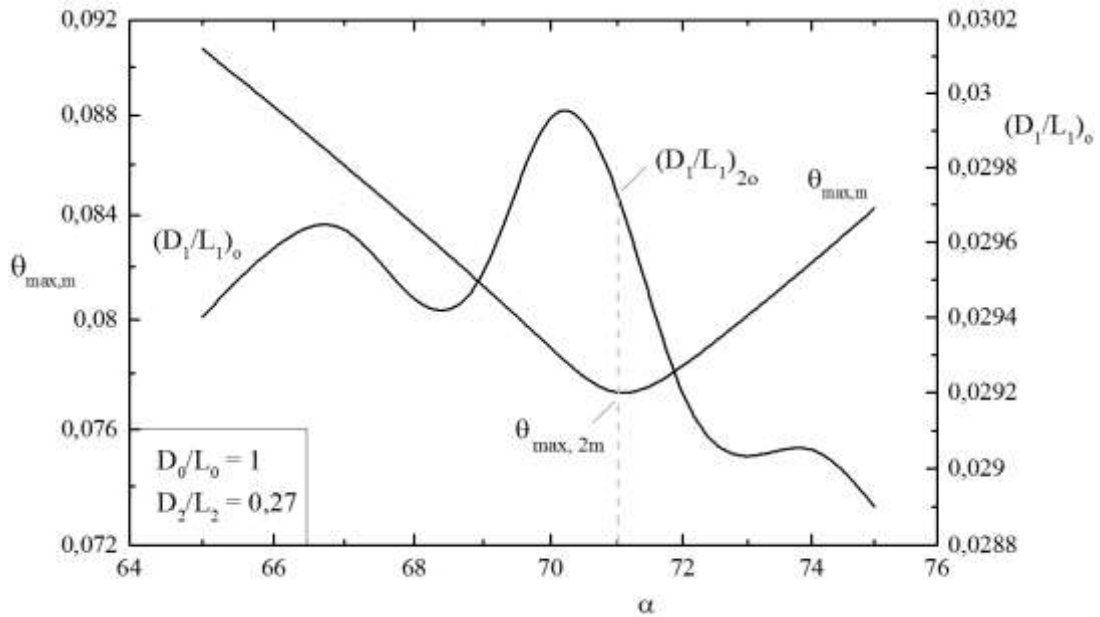


Figura 6.10 – Efeito do ângulo α na minimização de θ_{\max} para a configuração com caminho condutivo em forma de “Y-Y”.

Posteriormente, o processo é realizado para os graus de liberdade D_0/L_0 e D_2/L_2 , conforme pode ser visto na Figura 6.11. Nessa etapa, a razão de aspecto $D_0/L_0 = 1,0$ é mantida fixa e ocorre a variação da razão de aspecto D_2/L_2 . Com isso, a razão de aspecto D_1/L_1 é novamente otimizada, resultando em $(D_1/L_1)_{3o} = 0,0315$, com os graus de liberdade otimizados: $\alpha_{2o} = 71^\circ$ e $(D_2/L_2)_o = 0,28$, com a máxima temperatura em excesso $\theta_{\max,3m} = 0,076321$.

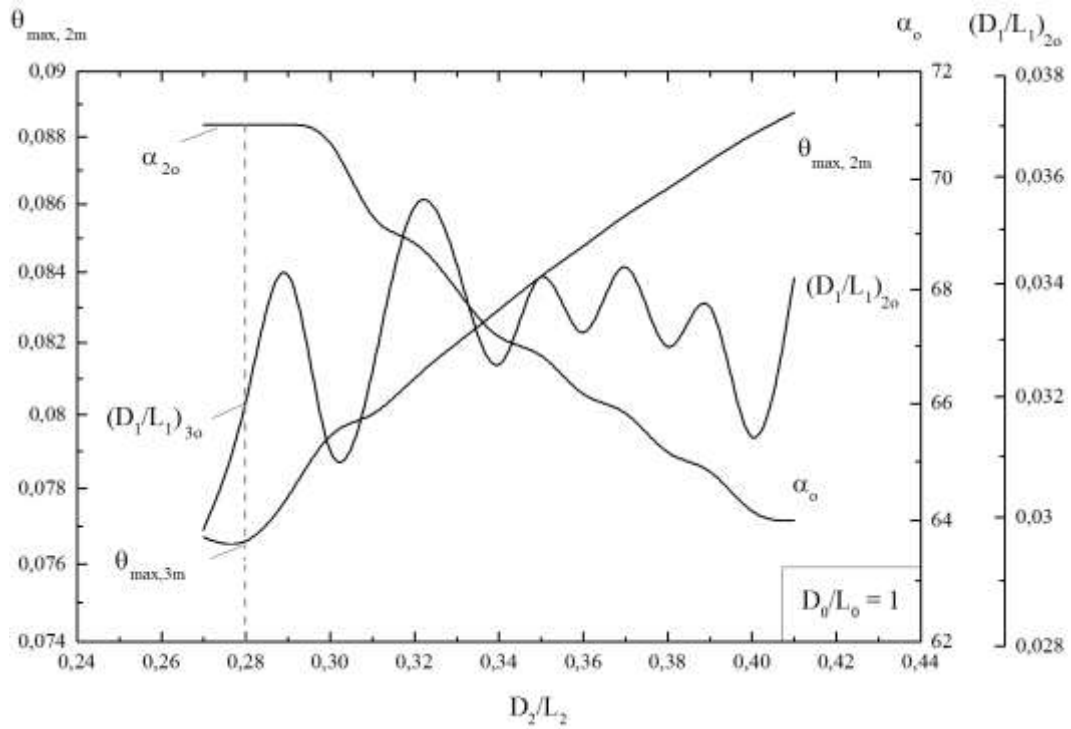


Figura 6.11 – Terceira etapa de otimização: variação da razão de aspecto D_2/L_2 .

Por fim a última etapa do processo consiste em otimizar a razão de aspecto D_0/L_0 , mostrada na Figura 6.12. Com a última etapa finalizada, temos os valores ótimos, $(D_1/L_1)_{4o} = 0,0255$, $\alpha_{3o} = 82^\circ$, $(D_2/L_2)_{2o} = 0,48$, e $(D_0/L_0)_o = 3,53$, com $\theta_{\max, 4m} = 0,066453$.

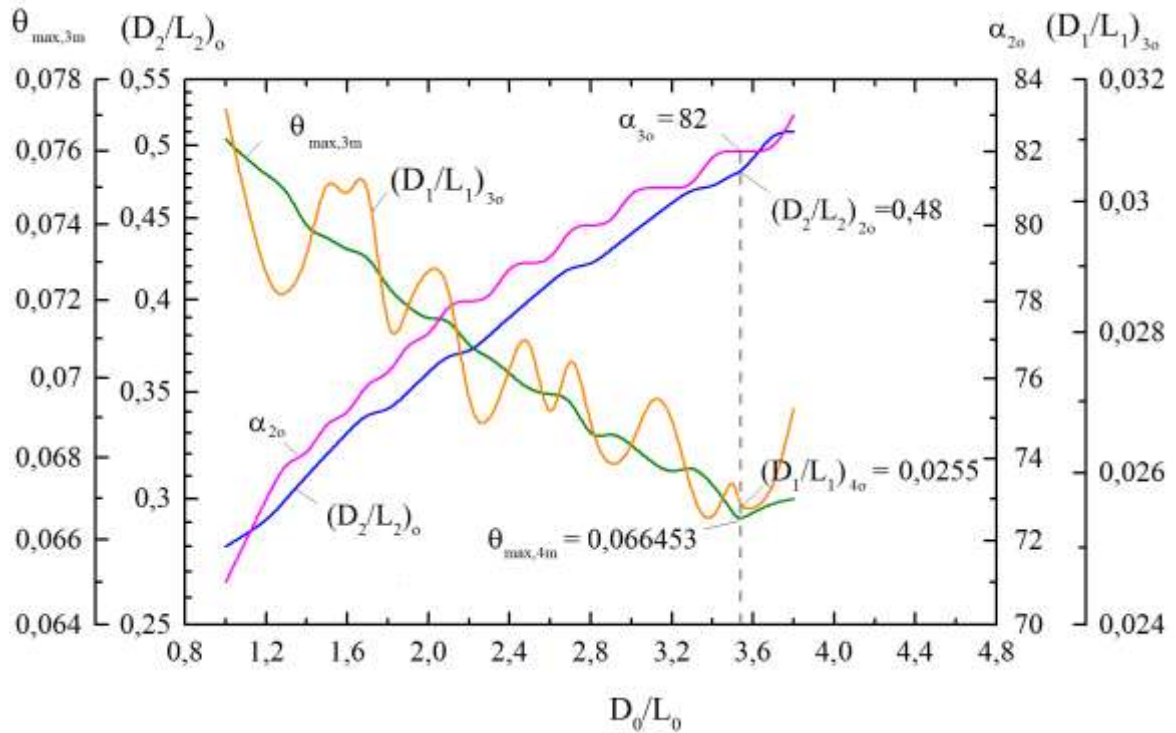
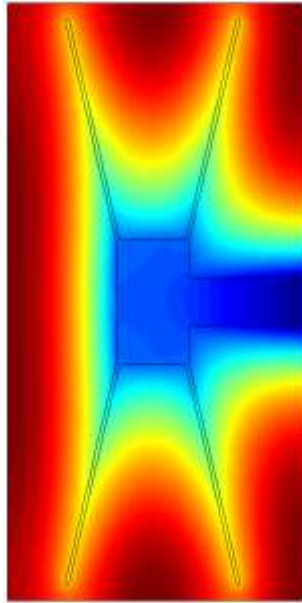


Figura 6.12 – Efeito da variação de D_0/L_0 na resistência térmica adimensional, θ_{\max} .

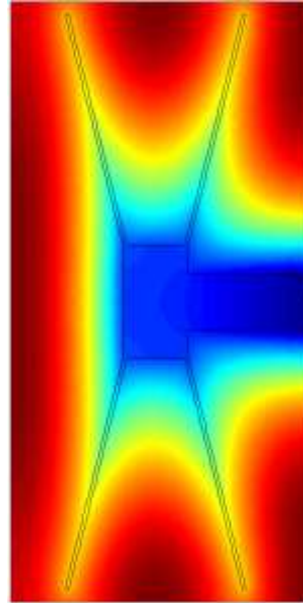
Conforme observado, à medida que o valor de D_0/L_0 aumenta, ocorre à diminuição da resistência térmica adimensional até que o valor ótimo dessa razão de aspecto seja obtido. O mesmo ocorre com a razão de aspecto D_1/L_1 , as oscilações apresentadas na Figura 6.12 ocorrem devido ao comprimento ótimo dos ramos do caminho condutivo. A Figura 6.13 mostra as configurações ótimas obtidas em cada caso, às frações de área utilizadas e os valores otimizados de cada grau de liberdade do problema.

Caso 1

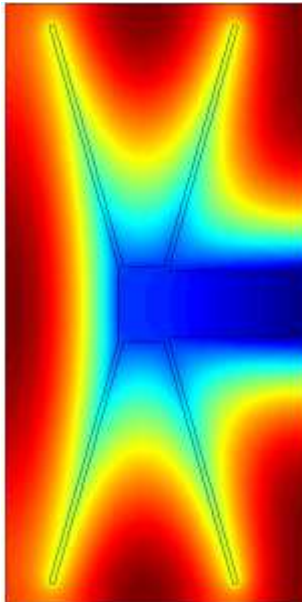
$$\begin{aligned}\phi_0 &= 0,05 \\ \phi_1 &= 0,02 \\ \phi_2 &= 0,03 \\ D_0/L_0 &= 1,2 \\ D_1/L_1 &= 0,0168 \\ D_2/L_2 &= 0,39 \\ \alpha &= 77^\circ \\ \theta_{\max,m} &= 0,078814\end{aligned}$$

Caso 2

$$\begin{aligned}\phi_0 &= 0,04 \\ \phi_1 &= 0,02 \\ \phi_2 &= 0,04 \\ D_0/L_0 &= 1,16 \\ D_1/L_1 &= 0,0154 \\ D_2/L_2 &= 0,47 \\ \alpha &= 76^\circ \\ \theta_{\max,m} &= 0,078779\end{aligned}$$

Caso 3

$$\begin{aligned}\phi_0 &= 0,02 \\ \phi_1 &= 0,03 \\ \phi_2 &= 0,05 \\ D_0/L_0 &= 1,4 \\ D_1/L_1 &= 0,0209 \\ D_2/L_2 &= 0,48 \\ \alpha &= 74^\circ \\ \theta_{\max,m} &= 0,074883\end{aligned}$$

Caso 4

$$\begin{aligned}\phi_0 &= 0,03 \\ \phi_1 &= 0,03 \\ \phi_2 &= 0,04 \\ D_0/L_0 &= 1,76 \\ D_1/L_1 &= 0,0211 \\ D_2/L_2 &= 0,47 \\ \alpha &= 77^\circ \\ \theta_{\max,m} &= 0,072753\end{aligned}$$

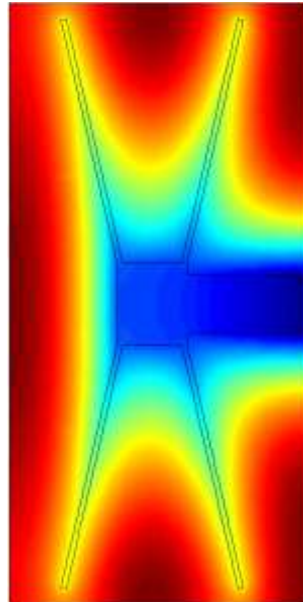


Figura 6.13 – Configurações ótimas dos casos 1 – 4.

A Figura 6.12 mostra os valores ótimos obtidos no caso 5, que resultou na minimização da resistência térmica adimensional. Para a configuração com caminho altamente condutivo em forma de “Y–Y” as frações de área otimizadas são: $\phi_0 = 0,03$, $\phi_1 = 0,04$ e $\phi_2 = 0,03$. Com a combinação das frações de área ϕ_0 , ϕ_1 e ϕ_2 tem-se os graus de liberdade otimizados $(D_0/L_0)_o = 3,53$, $(D_2/L_2)_{2o} = 0,48$, $(\alpha)_{3o} = 82^\circ$, $(D_1/L_1)_{4o} = 0,0255$ e a respectiva máxima temperatura em excesso adimensional otimizada $\theta_{\max,4m} = 0,066453$.

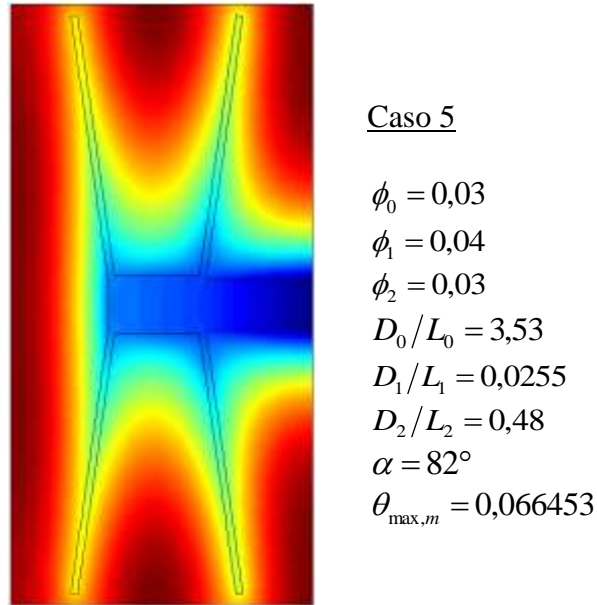


Figura 6.14 – Geometria ótima obtida para a configuração com dois volumes elementares.

Em todos os casos testados, as geometrias ótimas distribuem as imperfeições, ou seja, os pontos quentes estão bem distribuídos no domínio de cada configuração. Conforme observado na Figura 6.14, os pontos de temperatura máxima adimensional ocorrem principalmente ao longo da região oeste, nos cantos da região leste e concentrados entre os ramos do caminho em forma de “Y–Y”. Com a diminuição do parâmetro α pode-se aumentar a transferência de calor no domínio estudado.

A razão de aspecto D_0/L_0 apresenta a maior variação entre os valores ótimos quando comparados os casos 2 e 5, chegando a 67,1%. Com relação à razão de aspecto D_1/L_1 , a variação mais significativa é de 39,6% e ocorre entre os casos 2 e 5. Os casos 1, 3 e 5 apresentam a maior variação da razão de aspecto ótima D_2/L_2 , o valor dessa variação é inferior a 19%. O ângulo α apresenta uma variação de 12,9% entre os casos 3 e 5, sendo que essa variação determina se os ramos da configuração em forma de “Y–Y” estão mais próximos das regiões laterais do domínio.

O grau de liberdade mais sensível na configuração “Y–Y” é a razão de aspecto D_1/L_1 que representa a relação entre o comprimento e a espessura dos ramos, à medida que os ramos diminuem, a resistência térmica global adimensional aumenta. O melhor desempenho térmico obtido em cada caso ocorre quando a geometria ótima posiciona os caminhos condutivos na região central do domínio.

Os parâmetros ótimos obtidos por Horbach, 2013 para a configuração com um caminho condutivo em forma de “Y” que considera $\phi = 0,1$ possibilita a comparação com a configuração com dois volumes elementares e um caminho condutivo em forma de “Y–Y”. A configuração apresentada por Horbach, 2013 tem parâmetros ótimos $(L_1/L_0)_{oo} = 300$, $\alpha_o = 68^\circ$, resultando em $\theta_{\max,mm} = 0,066600$. A comparação entre a configuração ótima apresentada por Horbach, 2013 e os resultados obtidos com o processo de otimização com dois volumes elementares, aponta que a configuração com dois volumes é cerca de 0,22% mais eficiente na remoção do calor gerado no domínio estudado.

6.3 Caminhos condutivos em forma de “Y” com quatro volumes elementares

Para a otimização geométrica do caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y” e avaliação da resistência térmica adimensional máxima, levando em consideração os graus de liberdade: D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α , utilizou o método de busca exaustiva associado com o método GA. A associação dos dois métodos possibilitou a redução do esforço computacional, dado que o número de iterações necessárias para localizar a geometria ótima é sempre menor que o necessário com busca exaustiva.

Como estratégia de otimização foi realizada a variação dos graus de liberdade e depois a variação dos parâmetros que estabelecem as frações de área de cada região do domínio, ϕ_0 , ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 . A razão de aspecto D_3/L_3 depende da fração de área ϕ_3 e do comprimento L_3 (dado em função da altura \tilde{H} e da espessura \tilde{D}_2).

Na etapa inicial, fixaram-se os seguintes parâmetros: $\phi = 0,05$, $\phi_0 = 0,015$, $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,015$, $\phi_3 = 0,015$ e $\tilde{k}_p = 300$. Foram mantidos fixos também os graus de liberdade: $D_0/L_0 = 1,0$, $D_1/L_1 = 0,1$, $D_2/L_2 = 0,3$ e $\alpha = 50^\circ$, obtendo-se a razão de aspecto $(D_3/L_3)_o = 0,1378$ e a resistência térmica adimensional $\theta_{\max,m} = 0,084822$.

Os resultados obtidos na segunda etapa do processo otimização, que considera a variação do grau de liberdade D_0/L_0 são mostrados na Figura 6.15, mantendo fixos os parâmetros: $\phi = 0,05$, $\phi_0 = 0,015$, $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,015$, $\phi_3 = 0,015$ e os graus de liberdade: $D_1/L_1 = 0,1$, $D_2/L_2 = 0,3$ e α . Como valores ótimos obteve-se $(D_0/L_0)_o = 0,0990$ e $(D_3/L_3)_{2o} = 0,1378$, resultando na máxima temperatura em excesso

adimensional $\theta_{\max,2m} = 0,055288$. A redução da máxima temperatura em excesso adimensional ocorrida em relação à primeira etapa é de 34,81%.

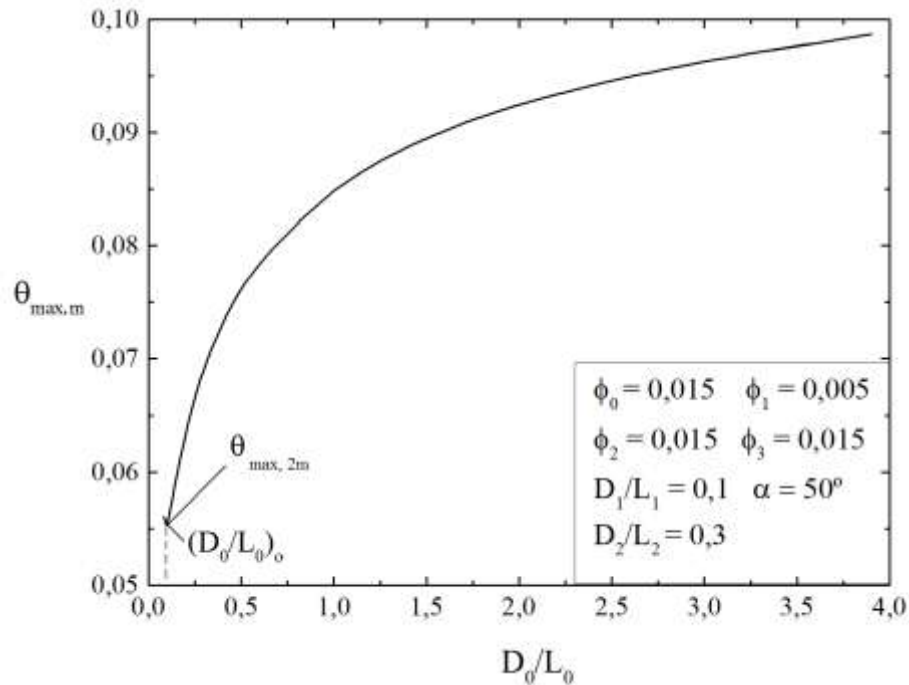


Figura 6.15 – Segunda otimização: variação do grau de liberdade D_0/L_0 .

Na terceira etapa do processo de otimização é realizada a variação da razão de aspecto D_0/L_0 e do ângulo α . São mantidos fixos os seguintes graus de liberdade: $D_1/L_1 = 0,1$ e $D_2/L_2 = 0,3$. Os parâmetros: $\phi = 0,05$, $\phi_0 = 0,015$, $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,015$ e $\phi_3 = 0,015$ seguem fixos até que todos os graus de liberdade sejam otimizados.

O ângulo ótimo obtido na terceira etapa ocorre em $(\alpha)_o = 17^\circ$, resultando na razão de aspecto D_0/L_0 duplamente otimizada, $(D_0/L_0)_{2o} = 0,09$ e na razão de aspecto $(D_3/L_3)_{3o} = 0,1378$, conseqüentemente, obteve-se $\theta_{\max,3m} = 0,053996$, conforme mostrado na Figura 6.16. A variação calculada entre a segunda e terceira etapas na resistência térmica é de 2,34%.

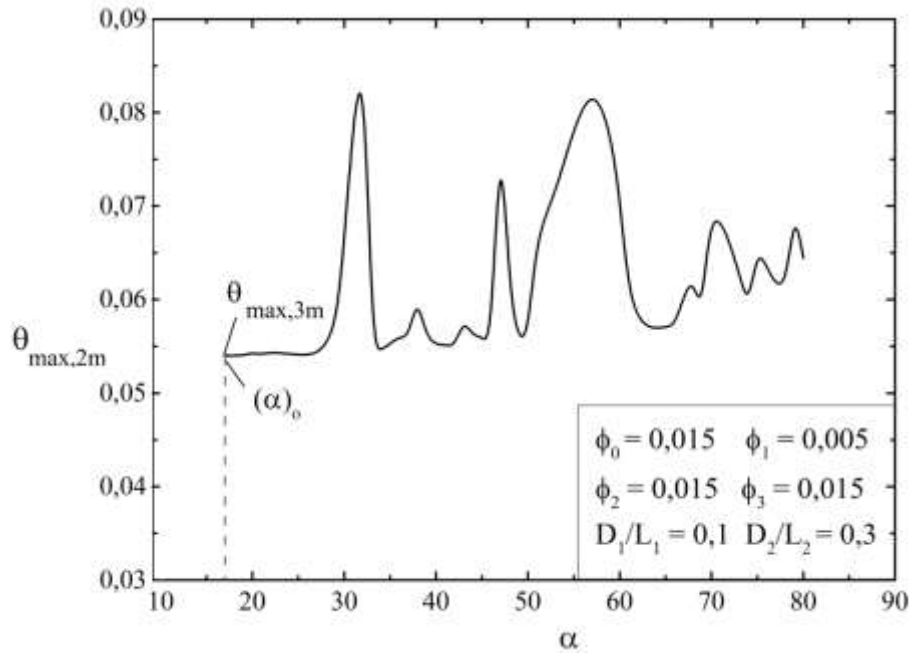


Figura 6.16 Terceira otimização: variação do grau de liberdade α .

A próxima etapa do processo de otimização, leva em consideração a variação dos graus de liberdade D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_3/L_3 e α , restando fixa somente a razão de aspecto $D_2/L_2 = 0,3$ e os parâmetros $\phi = 0,05$, $\phi_0 = 0,015$, $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,015$ e $\phi_3 = 0,015$. Os valores ótimos obtidos são: $(D_1/L_1)_o = 0,01$, $(\alpha)_{2o} = 57^\circ$, $(D_0/L_0)_{3o} = 0,387$, $(D_3/L_3)_{4o} = 0,1378$ e resulta na máxima temperatura em excesso adimensional $\theta_{\max,4m} = 0,044892$, mostrada na Figura 6.17.

A razão de aspecto D_1/L_1 modifica o comprimento e espessura dos ramos da configuração em duplo “Y–Y”, isso causa uma variação bastante significativa na resistência térmica, que quando comparada com a resistência térmica obtida na etapa anterior, resulta em uma diminuição de 16,86%.

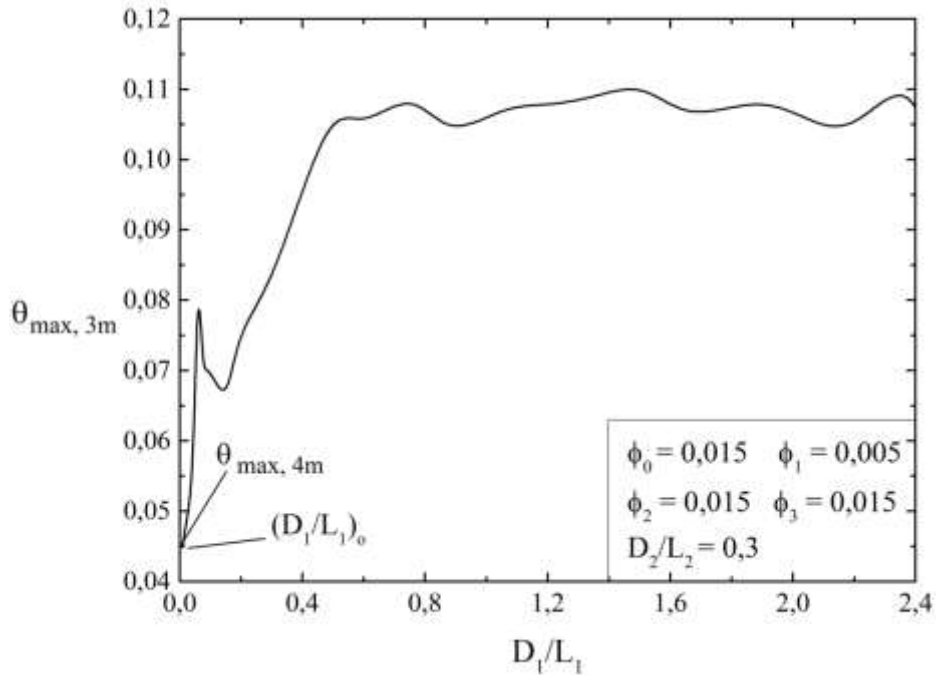


Figura 6.17 – Quarta otimização: variação do grau de liberdade D_1/L_1 .

Na quinta etapa ocorre a variação do último grau de liberdade, D_2/L_2 , e consequentemente, a variação dos graus de liberdade: D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_3/L_3 e α . São mantidos fixos os parâmetros $\phi = 0,05$, $\phi_0 = 0,015$, $\phi_1 = 0,005$, $\phi_2 = 0,015$ e $\phi_3 = 0,015$. A razão de aspecto D_2/L_2 tem a função de deslocar horizontalmente a geometria dentro do domínio estabelecido.

Os valores ótimos obtidos com última etapa que modifica os graus de liberdade antes de efetuar a otimização dos parâmetros que representam as frações de área são: $(D_2/L_2)_o = 0,2041$, $(D_1/L_1)_{2o} = 0,026$, $(\alpha)_{3o} = 28^\circ$, $(D_0/L_0)_{4o} = 0,103$ e $(D_3/L_3)_{5o} = 0,1344$. A Figura 6.18 mostra a máxima temperatura em excesso adimensional $\theta_{\max, 5m} = 0,044453$, representa uma diminuição de 0,99% quando comparada a etapa anterior.

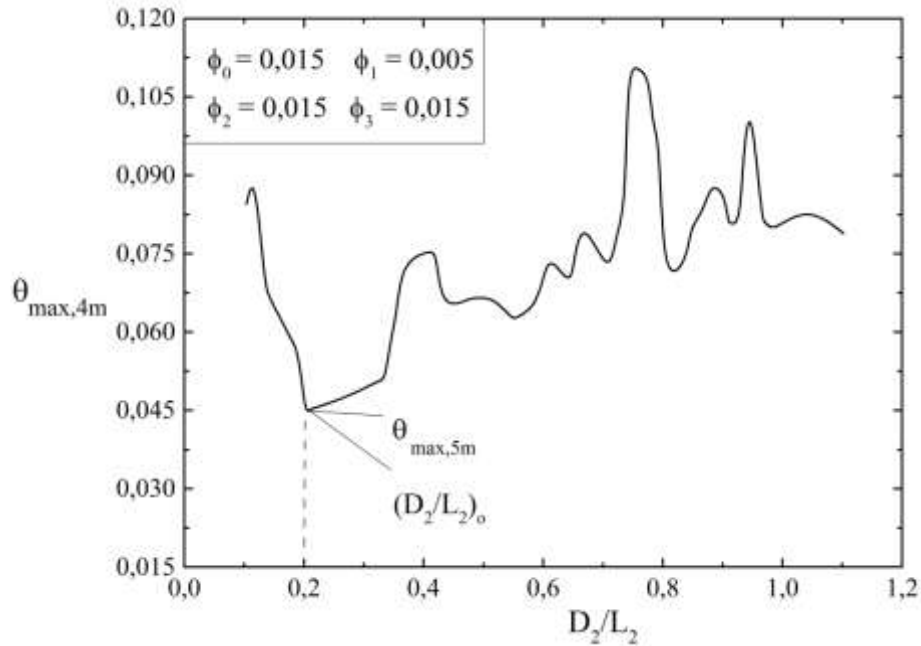


Figura 6.18 – Quinta otimização: variação do grau de liberdade D_2/L_2 .

Realizada a variação dos graus de liberdade: D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α , a próxima etapa consiste em avaliar a influência dos parâmetros que descrevem as frações de área: ϕ_0 , ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 . A fração de área ϕ_1 é obtida através das demais frações de área, conforme mostrada na Equação 4.58 e por isso, na sexta etapa de otimização, qualquer variação do parâmetro ϕ_0 , resulta conseqüentemente na variação de ϕ_1 .

A Figura 6.19, mostra os resultados obtidos na sexta etapa de otimização. Mantendo fixos os parâmetros $\phi_2 = 0,015$ e $\phi_3 = 0,015$, obteve-se os seguintes resultados ótimos: $(\phi_0)_o = 0,003$, $(\phi_1)_o = 0,017$, $(D_2/L_2)_{2o} = 0,2701$, $(D_1/L_1)_{3o} = 0,02$, $(\alpha)_{4o} = 72^\circ$, $(D_0/L_0)_{5o} = 3,223$ e $(D_3/L_3)_{6o} = 0,1368$. A máxima temperatura em excesso adimensional $\theta_{\max,6m} = 0,040712$, mostrada na Figura 6.19 representa um decréscimo de 8,4% quando comparada com a máxima temperatura resultante da quinta etapa de otimização.

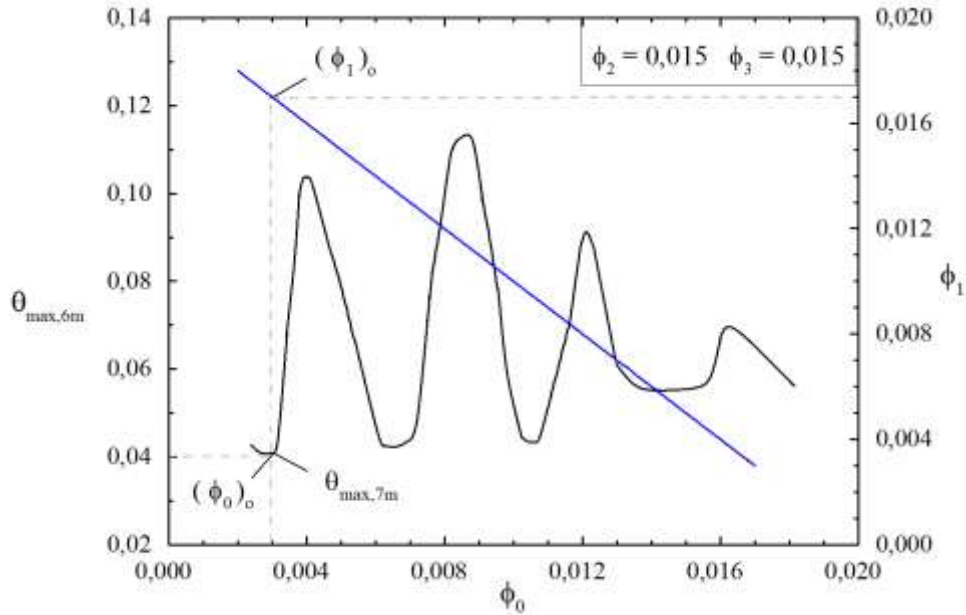


Figura 6.19 – Sexta otimização: variação dos parâmetros ϕ_0 e ϕ_1 .

Posteriormente, foi realizada a variação da fração de área ϕ_2 , dos parâmetros ϕ_0 , ϕ_1 e ϕ_3 , bem como dos graus de liberdade: D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α . Para a sétima etapa de otimização foram obtidos os valores ótimos: $(\phi_2)_{7o} = 0,014$, $(\phi_0)_{7o} = 0,011$, $(\phi_1)_{7o} = 0,01$, $(D_2/L_2)_{7o} = 0,6045$, $(D_1/L_1)_{7o} = 0,014$, $(\alpha)_{7o} = 74^\circ$, $(D_0/L_0)_{7o} = 3,551$ e $(D_3/L_3)_{7o} = 0,1455$.

A Figura 6.20 mostra a variação da máxima temperatura em excesso adimensional, sendo que a razão de aspecto $(\phi_2)_{7o} = 0,014$ resulta em $\theta_{\max,7m} = 0,040241$ e uma redução de 1,16% na máxima temperatura quando comparada com a sexta etapa.

Na última etapa do processo de otimização de um caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y” foi realizada a variação da fração de área ϕ_3 , que representa a região que liga a configuração ao dissipador de calor, conforme mostrado na Figura 6.21. Na oitava etapa do processo de otimização foram variados os parâmetros: ϕ_0 , ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 , e variando simultaneamente os graus de liberdade do problema: D_0/L_0 , D_1/L_1 , D_2/L_2 e α .

A configuração ótima em forma de duplo “Y–Y” tem como parâmetros ótimos as frações de área: $(\phi_3)_{8o} = 0,017$, $(\phi_2)_{8o} = 0,014$, $(\phi_0)_{8o} = 0,004$, $(\phi_1)_{8o} = 0,015$. A soma das frações de área resulta em $\phi = 0,05$, dado a geometria é simétrica em relação ao dissipador de calor, proporcionando a condição de se utilizar apenas dois volumes elementares para as simulações.

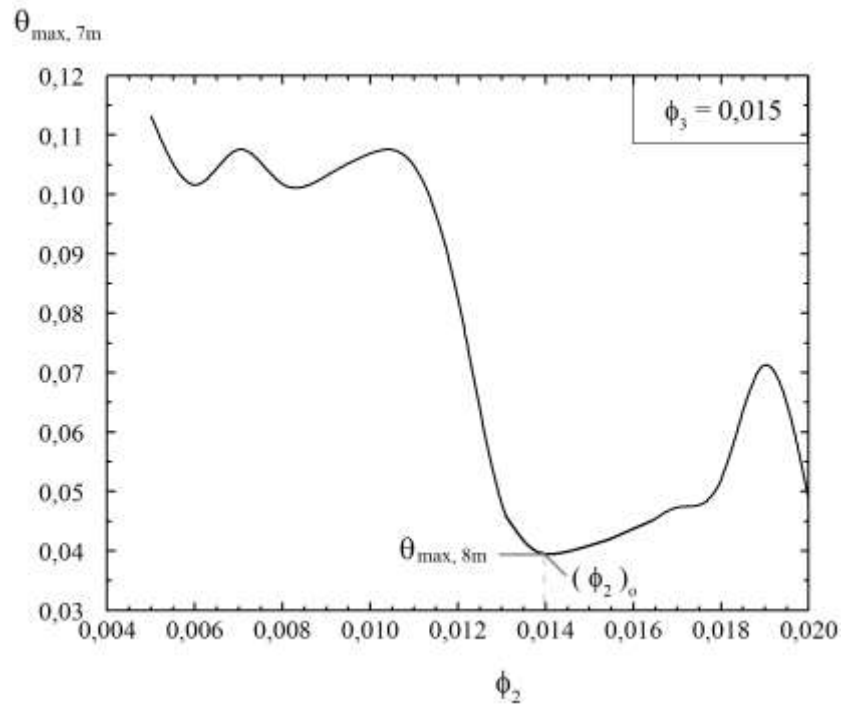


Figura 6.20 – Sétima otimização: variação do parâmetro ϕ_2 .

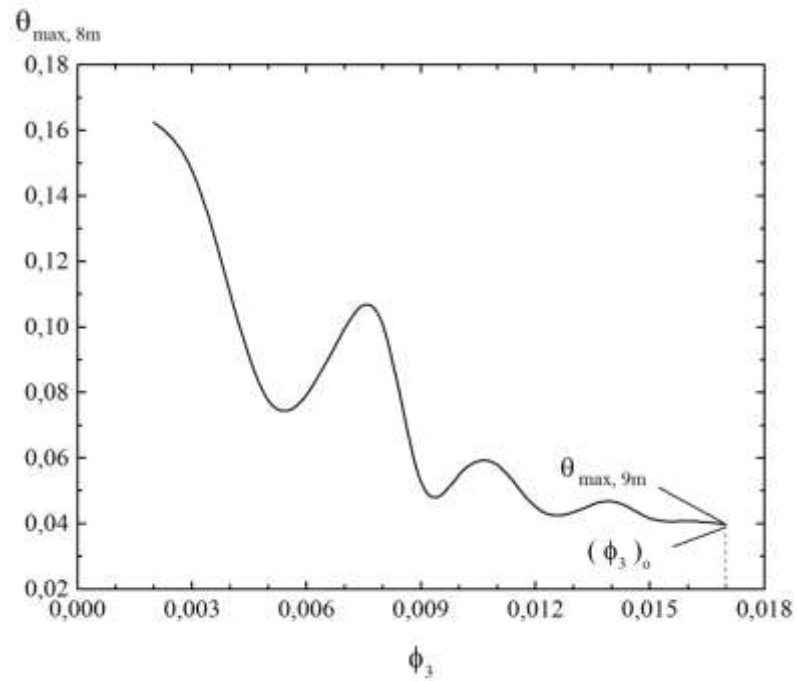


Figura 6.21 – Oitava otimização: variação do parâmetros ϕ_3 .

A Figura 6.21 mostra a variação da máxima temperatura em excesso adimensional para diferentes valores de ϕ_3 , sendo que o valor ótimo $\theta_{\max,9m} = 0,039735$ ocorre para as frações de área $(\phi_3)_o = 0,017$, $(\phi_2)_{2o} = 0,014$, $(\phi_1)_{3o} = 0,015$ e $(\phi_0)_{3o} = 0,004$ e os graus de liberdade otimizados: $(D_2/L_2)_{4o} = 0,2471$, $(D_1/L_1)_{5o} = 0,019$, $(\alpha)_{6o} = 71^\circ$, $(D_0/L_0)_{7o} = 1,92$ e $(D_3/L_3)_{8o} = 0,1535$. A redução na máxima temperatura em excesso adimensional obtida entre a sétima e oitava etapas chega a 1,26%.

A Figura 6.22 mostra as geometrias ótimas obtidas em cada etapa do processo de otimização geométrica da configuração com um caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y-Y”. Na Figura 6.22 (a), a topologia inicial do processo de otimização, concentra os pontos mais quentes na região superior do domínio e a região do caminho altamente condutivo com pontos de temperatura inferior ao topo do volume elementar. A região mais próxima do dissipador de calor concentra os pontos com temperatura mais baixas, dado que a energia térmica calor gerada na região captada pelo dissipador à temperatura prescrita T_0 .

Na segunda etapa, conforme mostra a Figura 6.22 (b), ocorre a variação do grau de liberdade D_0/L_0 . A variação desse grau de liberdade modifica a base de cada “Y”, diminuindo a espessura da base e aumentando o seu comprimento. Com essa nova característica, os pontos de temperatura mais elevada começam a ser distribuídos pelo domínio, concentrando-se principalmente próximo a fronteira oeste e na região superior da fronteira leste.

A Figura 6.22 (c) apresenta a terceira etapa, na qual ocorre a variação do ângulo α definido entre cada ramo do “Y” e o eixo x . A variação do grau de liberdade definido gera uma melhor distribuição dos pontos quentes na região norte do domínio.

O grau de liberdade otimizado na quarta etapa, D_1/L_1 , resulta em uma grande variação na máxima temperatura em excesso adimensional, à medida que os ramos ficam menos espessos e aumenta-se o comprimento, os pontos mais quentes passam a ser concentrados na região superior entre os ramos e na fronteira oeste, mostrado na Figura 6.22 (d). A grande variação nos ramos faz com que a base do “Y” seja mais espessa se comparada com a topologia anterior. A otimização do grau de liberdade D_1/L_1 tem grande influência na distribuição de temperatura, fazendo que esse grau de liberdade seja um dos mais importantes no processo de otimização.

As razões de aspecto D_3/L_3 e D_2/L_2 são mantidas fixas até a quinta etapa, dessa forma, o comprimento e espessura do canal que liga ao dissipador de calor e também o canal horizontal que conecta o “Y” superior com o “Y” inferior não sofrem alterações nas quatro primeiras etapas.

Na quinta etapa, ocorre a otimização do grau de liberdade D_2/L_2 e conseqüentemente da razão de aspecto D_3/L_3 , conforme mostra a Figura 6.22 (e). A variação da razão de aspecto D_2/L_2 combinada com a variação de D_0/L_0 faz com que a base do “Y” fique menos espessa e mais alongada quando comparada com a quarta etapa, concentrando na região superior e na fronteira oeste os pontos mais quentes.

Realizada a variação dos graus de liberdade, parte-se para a otimização dos parâmetros que representam as frações de área. Na sexta etapa, mostrada na Figura 6.22 (f), a otimização das frações de área ϕ_0 e ϕ_1 faz com que a base do “Y” se degenera levando ao surgimento de uma configuração com região altamente condutiva em forma de “X” e reduzindo a máxima temperatura em excesso adimensional.

O mesmo comportamento da configuração mostrado na Figura 6.22 (f) pode ser observado na Figura 6.22 (g), onde a variação da fração de área ϕ_2 aumenta a espessura da base do “Y”. Na sétima etapa a variação na fração de área ϕ_1 faz com que os ramos do “Y” tenham a espessura reduzida em comparação com a etapa anterior.

A Figura 6.22 (g) mostra a última etapa realizada no processo de otimização da configuração com caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y”. A topologia ótima obtida tem a base do “Y” superior e do “Y” inferior degenerada, o que leva o caminho a forma de “X” com ramos alongados e finos.

Na distribuição de temperatura, os pontos mais quentes estão localizados entre os ramos na fronteira oeste e na região superior do domínio, conforme mostra a Figura 6.22 (h). O posicionamento dos ramos influencia na concentração dos pontos quentes, com os ramos afastados da fronteira oeste, ocorre uma melhor distribuição dos pontos quentes e conseqüentemente, a redução da máxima temperatura em excesso adimensional.

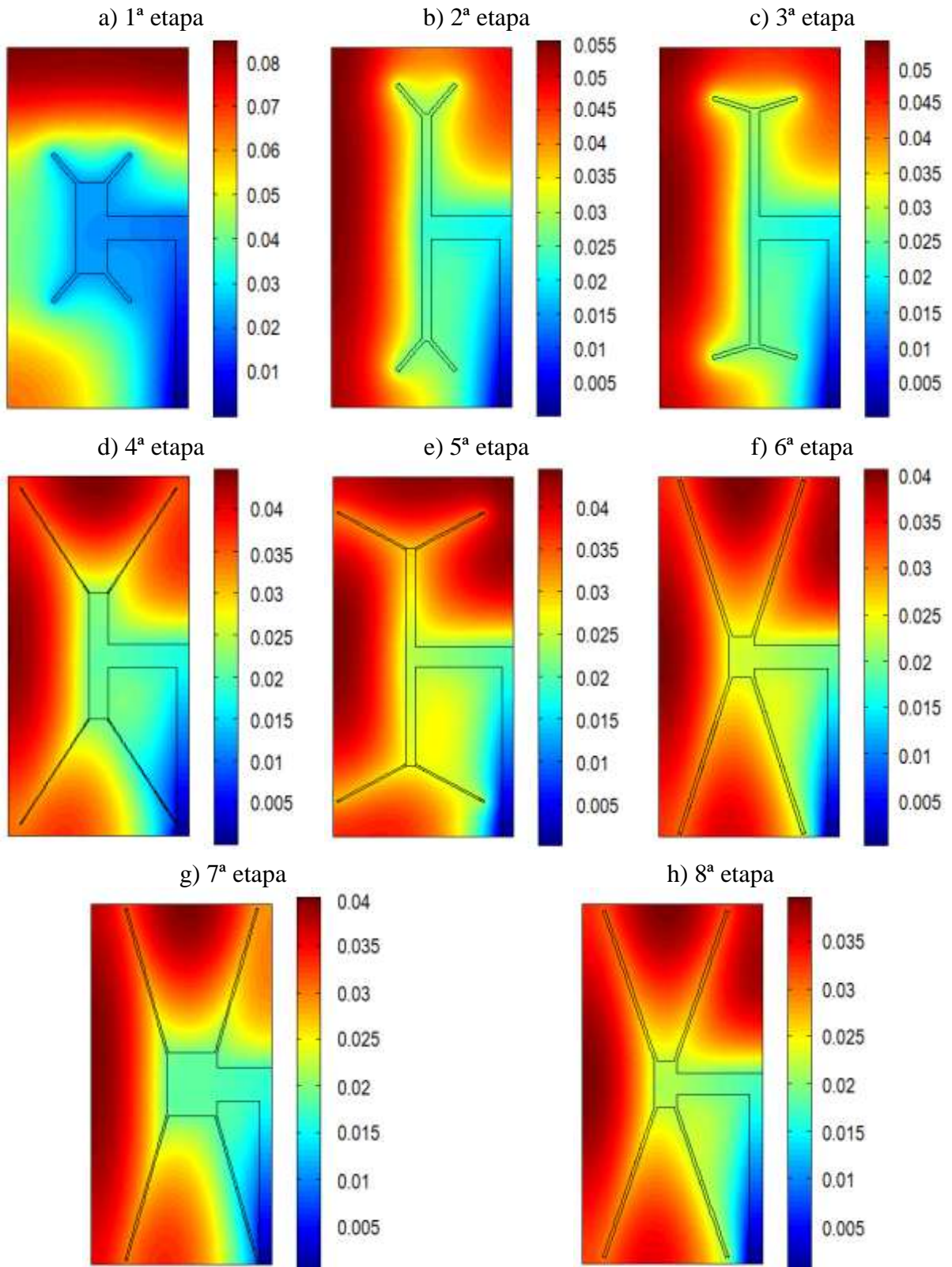


Figura 6.22 – Topologias ótimas obtidas para cada etapa de otimização com busca exaustiva associada ao GA.

Posteriormente, o processo de otimização da geometria com caminhos altamente condutivos em forma de duplo “Y–Y” foi realizado considerando uma faixa de condutividade térmica $50 \leq \tilde{k}_p \leq 300$, para a verificação da influência da condutividade térmica na topologia ótima. A Figura 6.23 mostra a variação da máxima temperatura em excesso adimensional obtida para cada condutividade térmica após o processo de otimização.

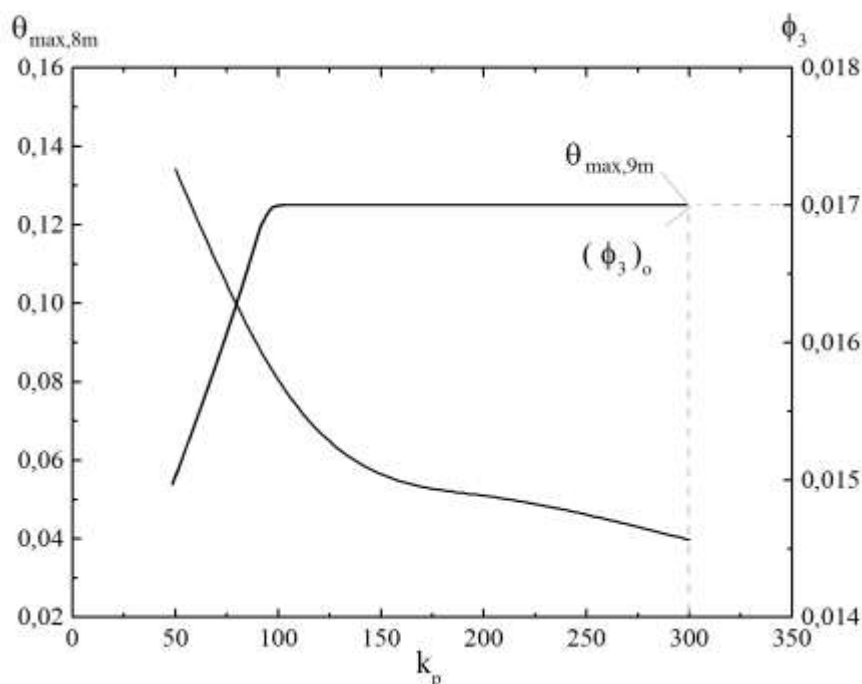


Figura 6.23 – Valores de $\tilde{k}_p = 50, 100, 200$ e 300 e a respectiva variação na resistência térmica.

Os valores ótimos obtidos são mostrados na Tabela 6.2, sendo possível avaliar a influência da condutividade na variação da resistência térmica, que aumenta à medida que a condutividade térmica passa a ser mais elevada, como o caso do $\tilde{k}_p = 300$ que apresenta uma variação de 53,15% na máxima temperatura em excesso adimensional após o processo de otimização.

Tabela 6.2 – Variação da condutividade térmica vs. resistência térmica adimensional.

Condutividade térmica	$\theta_{\max, \text{mmmmmmmmmm}}$	$(\phi_3)_o$	* Variação na resistência térmica (%)
-----------------------	------------------------------------	--------------	---------------------------------------

$\tilde{k}_p = 50$	0,134229	0,015	25,63
$\tilde{k}_p = 100$	0,080455	0,017	36,64
$\tilde{k}_p = 200$	0,050999	0,017	46,89
$\tilde{k}_p = 300$	0,039735	0,017	53,15

Tabela 6.2 – Variação da condutividade térmica vs. resistência térmica adimensional.

$$* \frac{|\theta_{\max,m} - \theta_{\max,mmmmmmmmmm}|}{\theta_{\max,m}} \times 100$$

A Figura 6.24 mostra a geometria ótima obtida para cada \tilde{k}_p mostrados na Tabela 6.2. Para a condutividade térmica $\tilde{k}_p = 50$, os ramos do “Y” se estendem até a fronteira norte e sul do domínio, isso faz com que os pontos mais quentes estejam concentrados na região superior, conforme mostra a Figura 6.24 (a). Com o aumento da condutividade para $\tilde{k}_p = 100$, os pontos quentes se distribuem de maneira mais uniforme pelo domínio, essa distribuição ocorre pelo fato de que a diminuição no comprimento dos ramos do “Y” permite uma melhor dissipação do calor, como pode ser visto na Figura 6.24 (b).

Na Figura 6.24 (c), ocorre uma pequena diminuição da razão de aspecto D_0/L_0 e uma variação na razão de aspecto D_1/L_1 , gerando ramos mais compridos e de espessura reduzida. Os pontos mais quentes estão localizados nas fronteiras norte e oeste do domínio.

A configuração que minimiza a máxima temperatura em excesso adimensional é mostrada na Figura 6.24 (d) para $\tilde{k}_p = 300$, se comparada à resistência térmica obtida na Figura 6.24 (a) com a mostrada na Figura 6.24 (d), ocorre uma diminuição de 70,39% na máxima temperatura em excesso adimensional. Dessa forma, quando elevamos a condutividade térmica \tilde{k}_p proporcionamos um melhor acesso as correntes de calor e uma melhor dissipação do calor gerado pelo domínio.

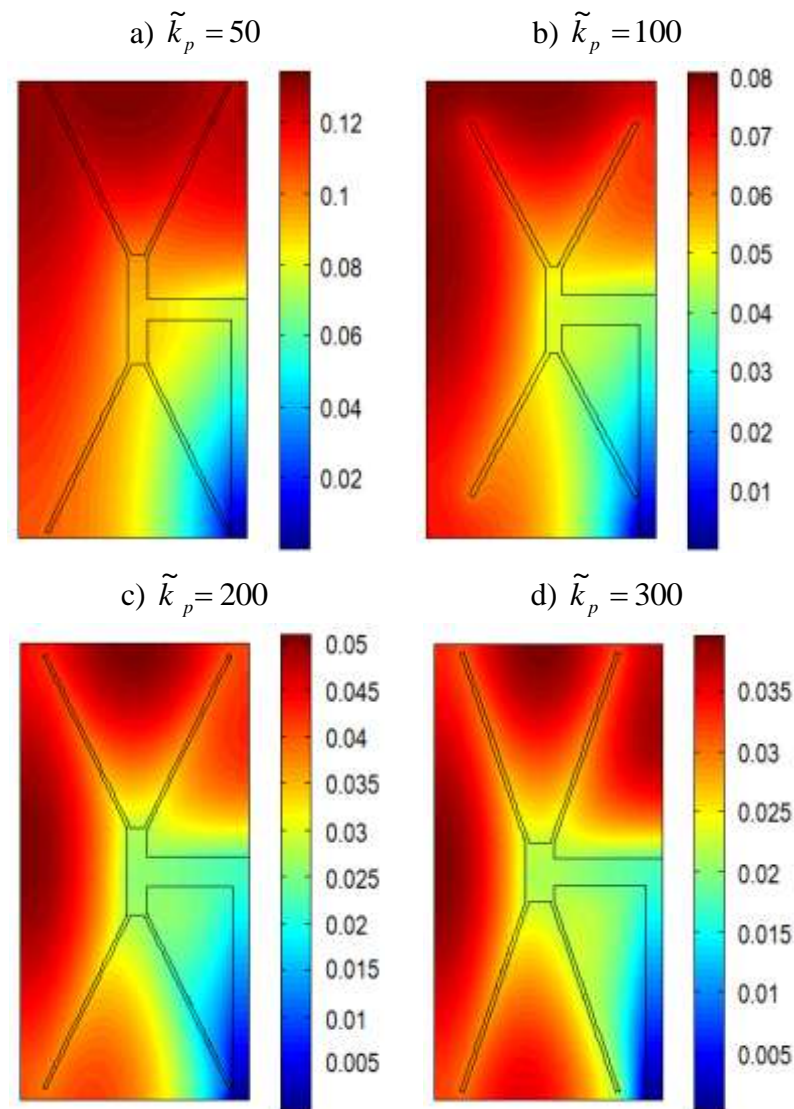


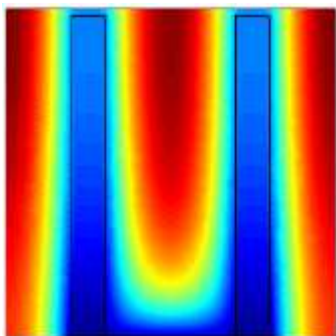
Figura 6.24 – Topologias ótimas para a condutividade térmica $\tilde{k}_p = 50, 100, 200$ e 300 .

As simulações realizadas para obter a configuração ótima mostraram que a razão de aspecto D_1/L_1 , responsável pelo comprimento e espessura dos ramos, e que a variação do ângulo α são os fatores que tem mais influência na retirada de calor do domínio. Dentre os parâmetros testados: ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 e ϕ_3 , destaca-se como influência mais significativa a variação dos parâmetros ϕ_0 e ϕ_1 .

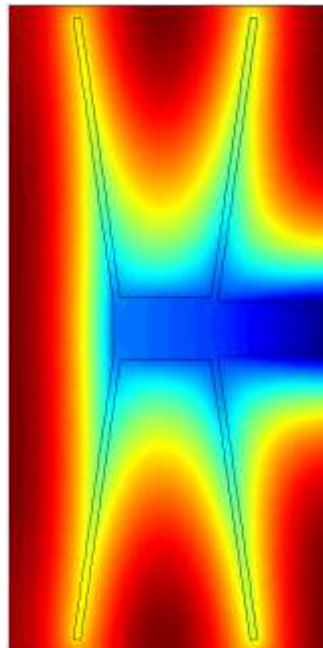
Como proposto no trabalho, com as simulações realizadas para as configurações com caminhos altamente condutivos em forma de “Y”, “Y–Y” e duplo “Y–Y”, pode-se avaliar a utilização de uma construção com volumes elementares e verificar se o agrupamento de

volumes facilita a remoção do calor gerado no domínio. As topologias ótimas obtidas para um, dois e quatro volumes elementares utilizando a simetria em relação ao dissipador de calor são mostradas na Figura 6.25.

a) Caminho em forma de “Y”



b) Caminho em forma de “Y-Y”



c) Caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y - Y”

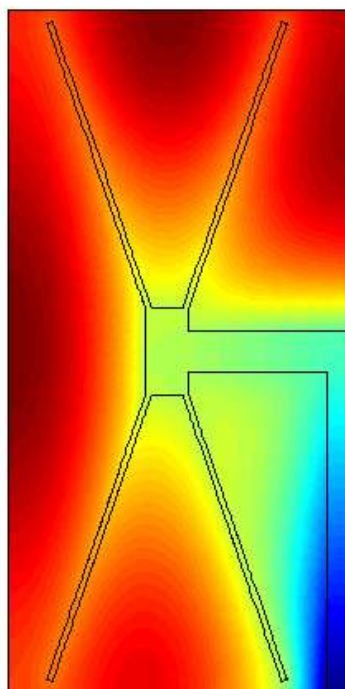


Figura 6.25 – Topologias ótimas para as configurações: “Y”, “Y-Y” e duplo “Y-Y”.

O agrupamento de volumes elementares proporciona uma melhor distribuição dos pontos quentes pelo domínio, como pode ser verificado na Figura 6.25 (c). Na primeira construção com um volume elementar apresentada na Figura 6.25 (a) os ramos e a base do caminho em forma de “Y” se degeneram, dando origem a uma geometria com caminho condutivo em forma de “U”. Na construção com dois volumes elementares e um caminho em forma de “Y – Y” os ramos também se degeneram, porém, como $\alpha = 82^\circ$, os ramos não formam um ângulo reto com a base do “Y” e sim, a geometria degenera-se para a forma de “V”. A configuração com quatro volumes elementares e caminhos condutivos em forma de duplo “Y–Y” mostrou-se mais eficiente na remoção do calor gerado e na melhor distribuição dos pontos quentes, tornando válida assim a utilização de construções com volumes elementares.

6.4 Caminho condutivo em forma de “T” com condutividades distintas

Para a validação do método numérico utilizado para obter a configuração ótima que minimize a resistência térmica adimensional máxima de um corpo condutor com geração uniforme de calor onde é inserido um caminho condutivo em forma de “T”, fez-se necessário à comparação com um caminho condutivo em forma de “T” proposto por Almogbel e Bejan, 1999. A condutividade da base e do topo do caminho condutivo utilizadas são iguais e na Equação 5.1 é inserido o valor de ϕ para realizar a correspondência com o caminho em forma de “T”.

Os parâmetros utilizados para obter os resultados mostrados na Tabela 6.3 foram os seguintes: $H/L=1,0$, $L_1/L_0=0,01$ e $\phi=0,1$. O valor da fração de área referente à área superior do “T” é dado por $\phi_1 \rightarrow 0$ e o valor de $(D_0/L_0)_o$ varia de acordo com a condutividade \tilde{k}_p . Nesse caso, a parte superior do caminho em forma de “T” se degenera e forma a parte superior do caminho condutivo em forma de “T”.

Tabela 6.3 – Comparação entre os resultados obtidos e o trabalho de Almogbel e Bejan, 1999.

ϕ	\tilde{k}_p	$(D_0/L_0)_o^{(1,2)}$	$\theta_{\max,m}^{(1)}$	$\theta_{\max,m}^{(2)}$
0,1	100	0,1180	0,1503	0,1500
0,1	250	0,1130	0,1279	0,1280

Tabela 6.3 – Comparação entre os resultados obtidos e o trabalho de Almogbel e Bejan, 1999.

0,1	300	0,1100	0,1253	0,1250
0,1	550	0,1100	0,1193	0,1190

⁽¹⁾ resultados obtidos neste trabalho ⁽²⁾ Almogbel e Bejan, 1999

Os resultados obtidos na comparação diferem em cerca de 0,3% dos resultados mostrados por Almogbel e Bejan, 1999. Posteriormente, nas simulações com um caminho altamente condutivo em forma de “T”, foram testados quatro pares de condutividades térmicas diferentes, onde a condutividade da base, \tilde{k}_{p0} , é diferente da condutividade do material utilizado na parte superior, \tilde{k}_{p1} . Em dois casos foram testados pares de condutividades iguais para todo o domínio do caminho condutivo em forma de “T”, conforme mostrado na Figura 4.8.

Inicialmente, buscou-se descobrir qual a melhor combinação de valores de condutividades e se o melhor seria uma maior condutividade na base ou na parte superior da geometria. Para tanto foram testadas seis combinações e as curvas referentes à máxima temperatura em excesso adimensional em função do grau de liberdade L_1/L_0 para as condutividades específicas estão representadas na Figura 6.26.

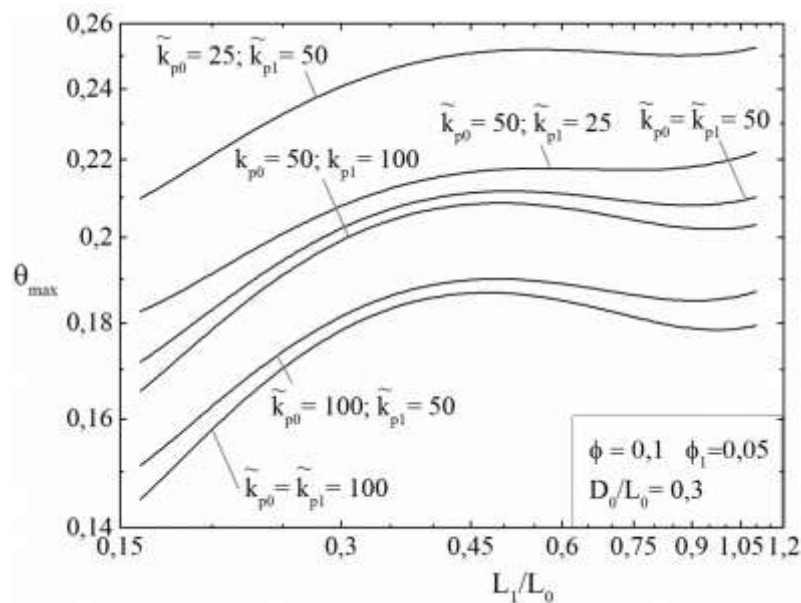


Figura 6.26 – Comportamento da resistência térmica em função do parâmetro L_1/L_0 para diferentes pares de condutividade térmica.

Conforme previsto, o melhor desempenho térmico foi obtido quando a base e a parte superior possuem o material mais condutor entre os testados. Porém o resultado quando as condutividades adimensionais são $\tilde{k}_{p0}=100$ e $\tilde{k}_{p1}=50$ difere em apenas 4,26% ao se comparar com os resultados para o par de condutividades $\tilde{k}_{p0}=\tilde{k}_{p1}=100$ (caso em que ocorre o melhor desempenho), podendo justificar o uso de um material com condutividade menor na parte superior.

Quando comparados os resultados para a resistência térmica mínima obtida quando os pares de condutividades são $\tilde{k}_{p0}=50$ e $\tilde{k}_{p1}=100$ com os resultados quando $\tilde{k}_{p0}=\tilde{k}_{p1}=50$, as diferenças são de 3,62%. Para o caso de $\tilde{k}_{p0}=50$ e $\tilde{k}_{p1}=100$ comparado com o de $\tilde{k}_{p0}=100$ e $\tilde{k}_{p1}=50$ este último tem um desempenho térmico 9,56% melhor. O pior caso testado ocorre para $\tilde{k}_{p0}=25$ e $\tilde{k}_{p1}=50$ que se comparado com o caso que resulta no melhor desempenho, $\tilde{k}_{p0}=\tilde{k}_{p1}=100$, tem-se uma variação de 44,73% e se comparado com o melhor caso de condutividades não uniformes, $\tilde{k}_{p0}=100$ e $\tilde{k}_{p1}=50$, apresenta um desempenho térmico cerca de 38,81% pior. Estes resultados mostram que a geometria se adapta ao tipo de material utilizado e a sua respectiva condutividade, ou seja, que o sistema se adapta às condições do meio ambiente.

Na Figura 6.27, é avaliado o comportamento da resistência térmica de cinco diferentes valores de ϕ_1 em função da razão de aspecto L_1/L_0 considerando $\tilde{k}_{p0}=\tilde{k}_{p1}=100$. Os resultados obtidos demonstram que o pior desempenho é obtido quando $\phi_1=0,03$ e o melhor desempenho é obtido quando $\phi_1=0,05$, resultando na minimização da temperatura adimensional máxima da geometria estudada.

Pode-se observar ainda que o comportamento da resistência térmica adimensional varia de acordo com a fração de área ϕ_1 e à medida que essa fração aumenta, temos o melhor desempenho térmico com os mínimos globais localizados no lado esquerdo do gráfico para $\phi_1=0,04$ e $\phi_1=0,05$, com $L_1/L_0 \approx 0,15$.

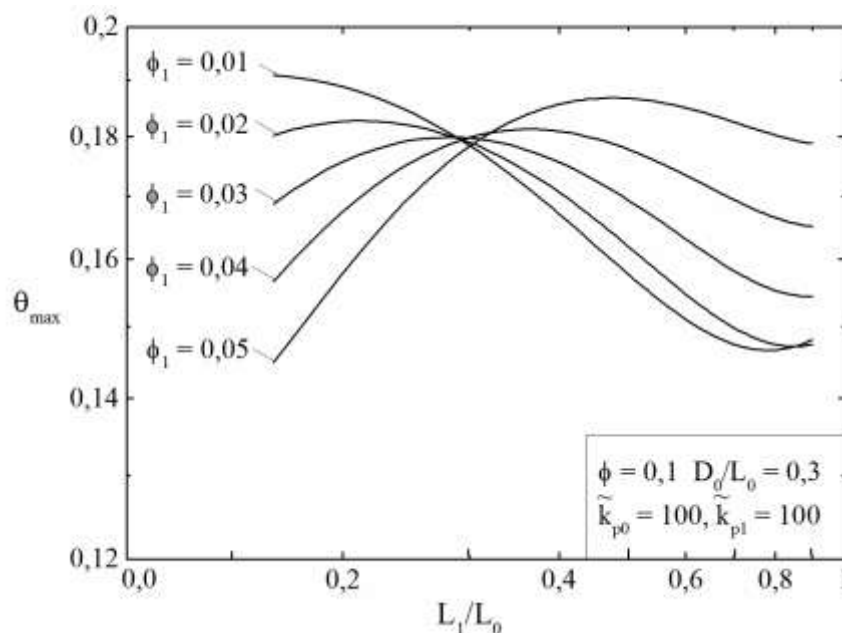


Figura 6.27 – Comportamento da resistência térmica em função do parâmetro L_1/L_0 para diferentes valores de ϕ_1 .

Como a proposta inicial tem por objetivo a otimização da configuração com caminhos condutivos não uniformes, os resultados posteriores levam em consideração a resistência térmica mínima obtida com materiais de condutividade diferente para a base e para a parte superior do “T”. A Figura 6.28 mostra o comportamento da resistência térmica para diferentes valores de ϕ_1 considerando as condutividades $\tilde{k}_{p0} = 100$ e $\tilde{k}_{p1} = 50$, as curvas obtidas são semelhantes às apresentadas na Figura 6.27 e o melhor desempenho térmico é obtido com $\phi_1 = 0,05$ e $(L_1/L_0)_o = 0,16$, resultando em $\theta_{\max} = 0,151127$.

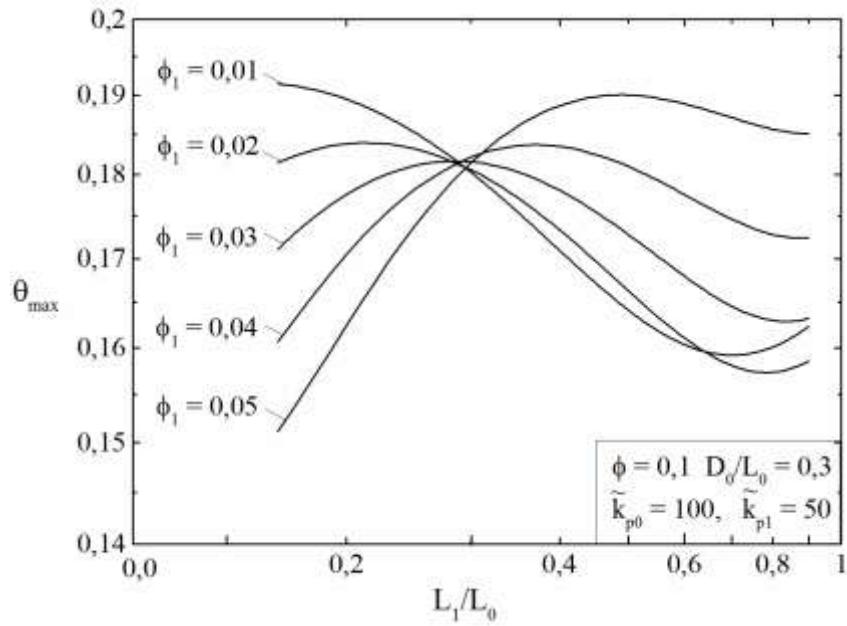


Figura 6.28 – Comportamento da resistência térmica em função do parâmetro L_1/L_0 para diferentes valores de ϕ_1 ($\tilde{k}_{p0} = 100$ e $\tilde{k}_{p1} = 50$).

Os valores ótimos de L_1/L_0 obtidos para cada valor de ϕ_1 são mostrados na Figura 6.29.

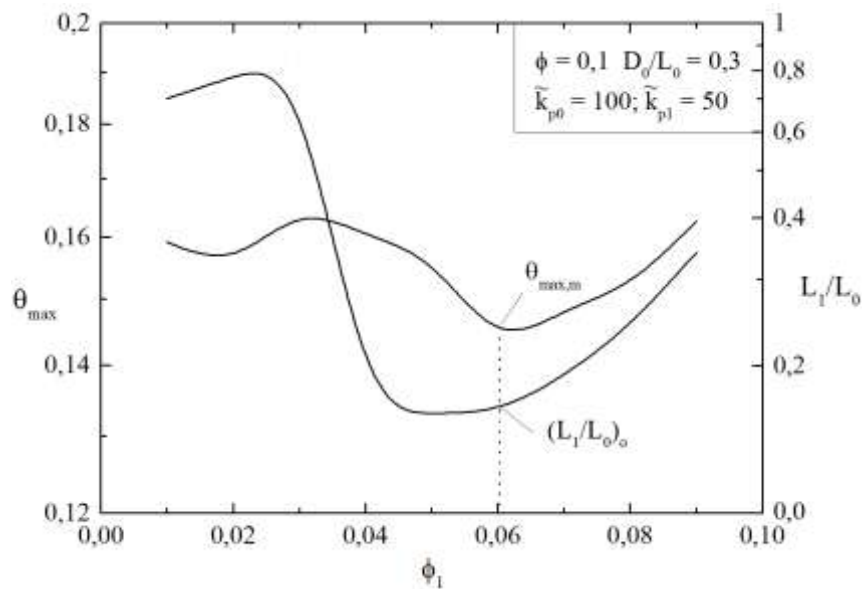


Figura 6.29 – Valores de ϕ_1 ótimos e o respectivo valor de $(L_1/L_0)_o$.

A máxima temperatura em excesso adimensional minimizada, $\theta_{\max,m} = 0,145692$, corresponde à razão de aspecto $\phi_1 = 0,06$ e $(L_1/L_0)_o = 0,16$, ocasionando em uma melhora no desempenho térmico de 3,59% quando comparado com o desempenho térmico obtido para $\phi_1 = 0,05$, mostrado na Figura 6.28. Se comparado com o desempenho térmico obtido para $\phi_1 = 0,01$, essa melhora é ainda mais significativa, chegando a 8,48%.

A Figura 6.30 apresenta os valores relativos à razão de aspecto D_0/L_0 , uma vez minimizada. Com esse procedimento, a fração de área $(\phi_1)_o = 0,02$ e a razão de aspecto ótima $(D_0/L_0)_o = 0,175$ resultam na minimização da máxima temperatura em excesso adimensional, $\theta_{\max,2m} = 0,108273$. Esse valor é aproximadamente 14,12% inferior ao valor encontrado para $\phi_1 = 0,06$ após a segunda etapa da otimização.

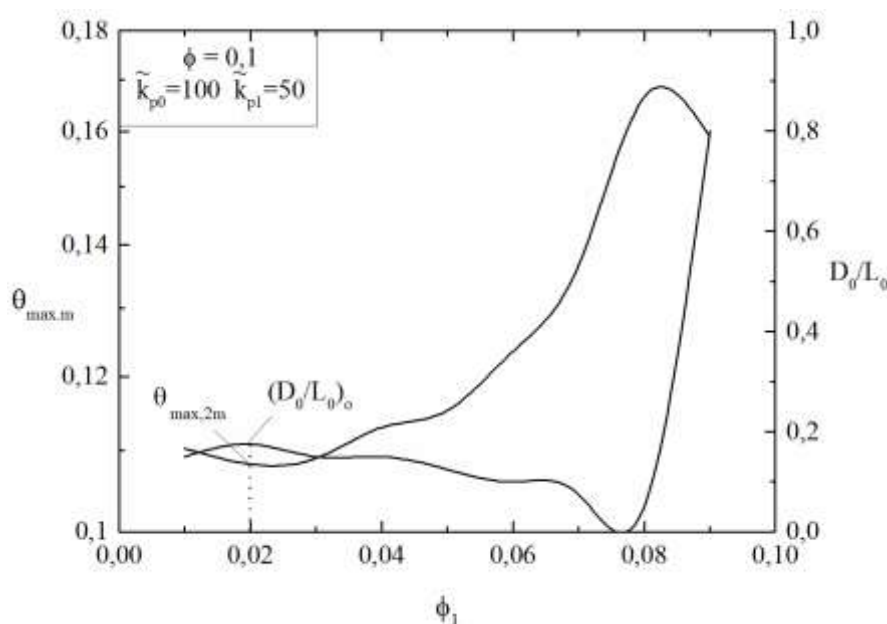


Figura 6.30 – Comportamento da resistência térmica em função do grau de liberdade D_0/L_0 .

Os valores ótimos obtidos para a configuração com um caminho altamente condutivo em forma de “T”, com condutividades distintas, são mostrados nas Figuras 6.30 e 6.31. Os valores obtidos para a razão de aspecto $(L_1/L_0)_{2o}$, descritos na Figura 6.31, mostram a grande variação que ocorre com o parâmetro em função da fração de área utilizada.

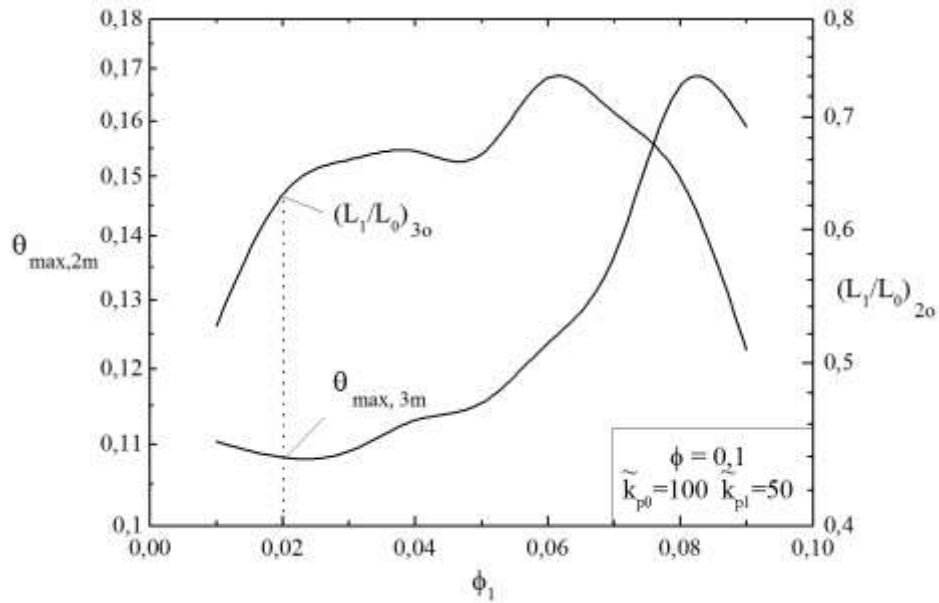
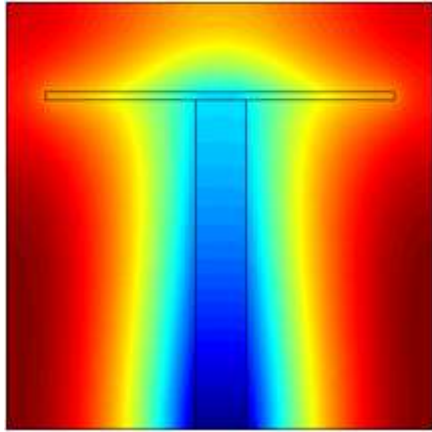


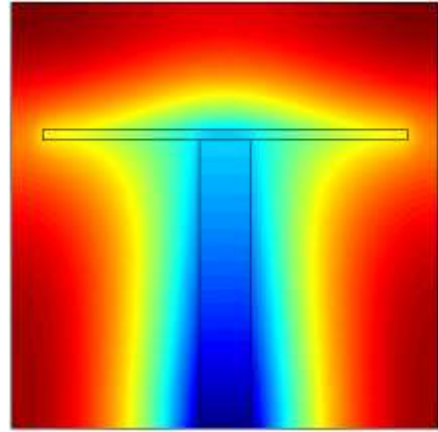
Figura 6.31 – Variação de $\theta_{\max,2m}$ em função de ϕ_1 e $(L_1/L_0)_{2o}$.

Os valores ótimos obtidos para a configuração com caminho condutivo em forma de “T” que minimiza a máxima temperatura em excesso adimensional são: $\phi_{1,o} = 0,02$, $\phi_{2,o} = 0,08$, $(D_0/L_0)_{2o} = 0,175$ e $(L_1/L_0)_{3o} = 0,629$, resultando em $\theta_{\max,3m} = 0,108273$.

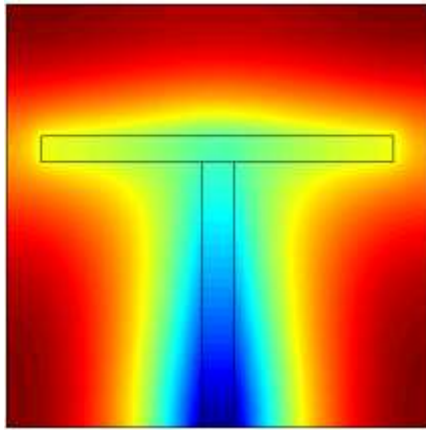
Na Figura 6.32 é possível observar os caminhos condutivos ótimos, inicialmente em forma de “T”, inseridos em um corpo sólido com geração uniforme de calor para os diversos valores de ϕ_1 obtidos na Figura 6.30 e 6.31. Os resultados mostram que não há uma forma universal de “T” ou “I” que minimiza a máxima temperatura em excesso adimensional, isto é, a configuração ótima depende do valor de ϕ_1 . As Figuras 6.32 (a) até 6.32 (e) mostram como essa geometria evolui de “T” para “I”, obtendo a máxima temperatura em excesso adimensional minimizada $\theta_{\max,3m} = 0,108273$ para o caminho condutivo em forma de “T” com $(\phi_1)_o = 0,02$, $(D_0/L_0)_{2o} = 0,175$ e $(L_1/L_0)_{3o} = 0,629$.



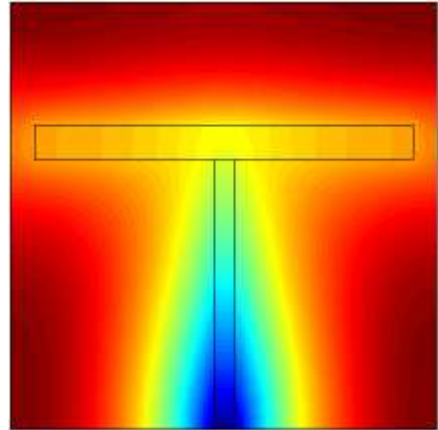
(a) configuração ótima para $\phi_1 = 0,01$,
 $(D_0/L_0)_o = 0,15$, $(L_1/L_0)_{2o} = 0,526$ e
 $\theta_{\max,2m} = 0,110291$



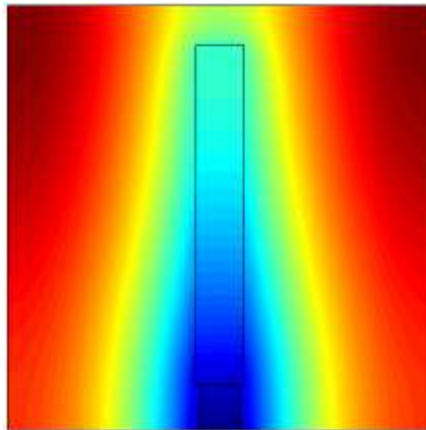
(b) configuração ótima para $(\phi_1)_o = 0,02$,
 $(D_0/L_0)_{2o} = 0,175$, $(L_1/L_0)_{3o} = 0,629$ e
 $\theta_{\max,3m} = 0,108273$



(c) configuração ótima para $\phi_1 = 0,05$,
 $(D_0/L_0)_o = 0,125$, $(L_1/L_0)_{2o} = 0,665$ e
 $\theta_{\max,2m} = 0,115299$



(d) configuração ótima para $\phi_1 = 0,07$,
 $(D_0/L_0)_o = 0,075$, $(L_1/L_0)_{2o} = 0,704$ e
 $\theta_{\max,2m} = 0,136703$



(e) configuração ótima: $\phi_1 = 0,09$, $(D_0/L_0)_o = 0,8$, $(L_1/L_0)_{2o} = 0,509$ e $\theta_{\max,2m} = 0,158872$

Figura 6.32 – Configurações ótimas obtidas na Figura 6.31 para $\tilde{k}_{p0} = 100$ e $\tilde{k}_{p1} = 50$.

Nota-se, ainda, na Figura 6.32 (b) uma distribuição bastante homogênea do campo de temperatura com dois pontos de máxima temperatura localizados nos cantos superiores e duas regiões com temperaturas elevadas localizadas nos cantos inferiores do domínio do sólido, de modo que se comparado com a Figura 6.32(e) pode-se observar uma distribuição mais uniforme dos pontos quentes no caso da melhor geometria, isto é, os pontos quentes são distribuídos não somente na parte superior do domínio, mas também nas laterais.

O método Design Construtal aplicado é capaz de obter a configuração que minimiza o desempenho de vias condutoras em forma de “T” de um material de condutividade térmica elevada incorporado no corpo de menor condutividade que gera calor uniformemente a uma taxa volumétrica. O resfriamento do sistema dá-se a partir do contato do material de alta condutividade com uma região da borda que é mantida à temperatura constante e as superfícies do sólido são perfeitamente isoladas. Considerou-se uma condutividade térmica para cada região do caminho em forma de “T”, em alguns casos foi adotada condutividade diferente para a base e para o topo do caminho. Dessa forma, a base do “T” tem uma condutividade térmica \tilde{k}_{p0} e a parte superior uma condutividade térmica de valor \tilde{k}_{p1} . Estabelecendo essa variação entre a região inferior e superior do “T” é possível determinar qual região é predominante na troca térmica, ocasionando assim economia na escolha dos materiais que compõe o caminho condutivo.

A configuração que resulta no melhor desempenho térmico possui a condutividade da base e do topo do caminho condutivo iguais, reduzindo em cerca de 18% a resistência térmica máxima adimensional para os casos testados. A configuração em que a condutividade térmica da base, \tilde{k}_{p0} , é maior que a condutividade da parte superior, \tilde{k}_{p1} , também resulta em um desempenho térmico melhor do que se comparado com o caso em que a condutividade da base é inferior a do topo. Analisando todos os casos em que a condutividade térmica é não uniforme para a via em forma de “T”, tem-se que se comparado o pior caso com a configuração otimizada, a redução da máxima temperatura em excesso adimensional é de 48,39%.

Os resultados mostraram ainda que não há uma configuração universal que seja sempre melhor, isto é, a forma em “T” tem melhor desempenho para $\phi_1 = 0,01$ até $\phi_1 = 0,07$ enquanto que a forma em “T” é melhor para $\phi_1 = 0,08$ e $\phi_1 = 0,09$. À medida que o valor de ϕ_1 aumenta, a configuração ótima de cada valor tende a forma de “T”, enfatizando a importância

da fração de área ϕ_1 na geometria ótima. Este resultado confirma a importância da geometria no desempenho de sistemas térmicos.

6.5 Minimização da temperatura média das configurações estudadas

Nas configurações estudadas, buscou-se minimizar a máxima temperatura em excesso adimensional do domínio. Como complementação do estudo realizado, foi observado o comportamento da temperatura média (T_M), comparando a temperatura média na configuração sem o processo de otimização e a temperatura média obtida após a otimização geométrica, conforme mostra a Tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Minimização da temperatura média das configurações estudadas.

Geometria	Nº de pontos analisados ⁽¹⁾	Nº de pontos analisados ⁽²⁾	$T_M^{(1)}$	$T_M^{(2)}$	ΔT_M (%)
“Y” ($\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = 300$)	3174	47733	0,017945	0,002497	86,09
“Y-Y” ($\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = \tilde{k}_{p2} = 300$)	7427	7673	0,045123	0,034518	30,72
Duplo “Y-Y” ($\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = \tilde{k}_{p2} = \tilde{k}_{p3} = 300$)	11669	17659	0,028828	0,027663	4,04
“T” ($\tilde{k}_{p0} = 100$ e $\tilde{k}_{p1} = 50$)	15069	27593	0,123466	0,068373	46,62

⁽¹⁾ Configuração inicial ⁽²⁾ Configuração ótima

Cabe ressaltar que na minimização da temperatura média das configurações com caminhos altamente condutivos em forma de “Y-Y” e duplo “Y-Y”, para a análise da ΔT_M mostrada na Tabela 6.4 utilizou-se apenas o caso que resultou na configuração ótima para cada geometria proposta no Capítulo 4. A maior variação da temperatura média da configuração ocorre para a construção com apenas um volume elementar e caminho altamente condutivo em forma de “Y”, de modo que a redução na temperatura média é de 86,09%. Essa variação ocorre devido à modificação da geometria que passa de uma configuração inicial em forma de “Y” para uma configuração ótima em forma de “U”, distribuindo melhor as

imperfeições do sistema e os pontos mais quentes do domínio. A configuração inicial com caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y” já apresenta uma boa distribuição dos pontos mais quentes, a medida que ocorre as etapas do processo de otimização, a geometria passa a ter características de “X” e mesmo com a variação da razão de aspecto D_0/L_0 , a variação da temperatura média é inferior a 5%.

Para todas as configurações testadas ocorre a diminuição da temperatura média, seguindo o princípio da ótima distribuição de temperaturas resultando em campos de temperatura uniformes e levando a minimização da máxima temperatura em excesso adimensional.

6.6 Verificação dos resultados obtidos para as geometrias ótimas

A verificação dos resultados obtidos com a ferramenta PDETool do MatLab® [MatLab®,2012] foi realizada com a utilização do pacote comercial de elementos finitos Ansys 13.0 [Ansys, 2010], no qual são examinadas as geometrias ótimas obtidas nos resultados. A Tabela 6.5 mostra a resistência térmica adimensional obtida para as geometrias ótimas nos casos abordados neste trabalho, bem como, o erro relativo à temperatura utilizando as duas ferramentas citadas. A Figura 6.33 mostra o campo de temperatura obtido com o pacote comercial Ansys 13.0 para cada caso mostrado na Tabela 6.5.

Tabela 6.5 – Comparação entre os resultados obtidos com o PDETool e com o Ansys 13.0 para as geometrias ótimas.

Geometria ótima	$\theta_{\max,m}^{(1)}$	$\theta_{\max,m}^{(2)}$	Erro (%)
(a) Caminho condutivo em forma de “Y”	0,026285	0,026438	0,58
(b) Caminho condutivo “Y–Y” com dois volumes	0,066453	0,067432	1,47
(c) Caminho condutivo duplo “Y – Y” com quatro volumes	0,039735	0,039652	0,2
(d) Caminho condutivo em forma de “T” ($\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = 100$)	0,144948	0,146011	0,73
(e) Caminho condutivo em forma de “T” ($\tilde{k}_{p0} = 100$ e $\tilde{k}_{p1} = 50$)	0,108273	0,107121	1,06

⁽¹⁾ PDETool MatLab® ⁽²⁾ Pacote Comercial Ansys 13.0

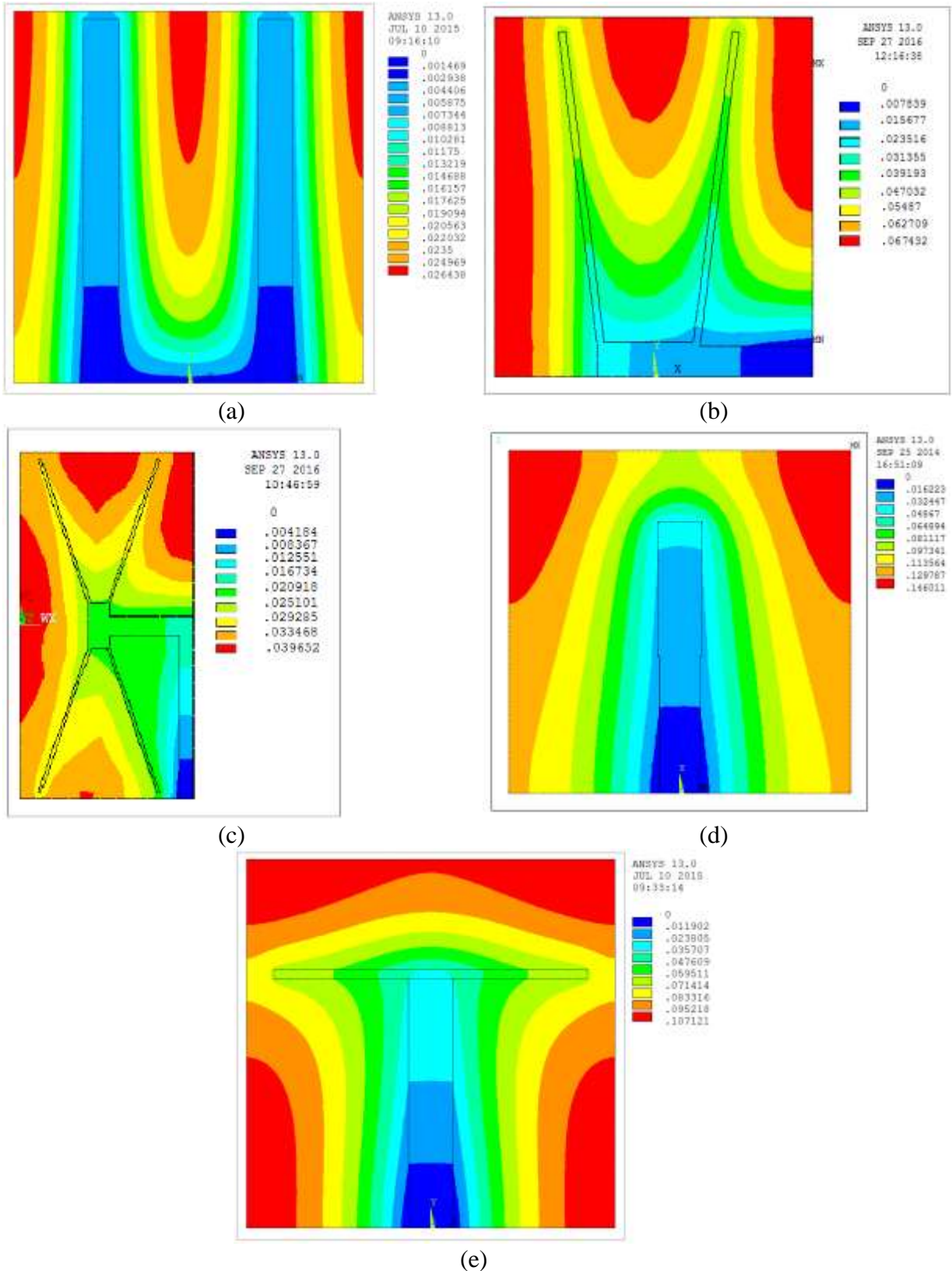


Figura 6.33 – Campo de temperatura das geometrias ótimas com a utilização do pacote comercial Ansys 13.0.

A maior diferença entre a temperatura resultante do PDETool [MatLab®, 2012] em comparação com o Ansys 13.0 ocorre para o caso do caminho condutivo em forma de “Y” com dois volumes elementares e utilizando $(\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = \tilde{k}_{p2} = 300)$, resultando em um erro relativo de 1,47%. No caso da região mostrada na Figura 6.33 (c), a variação de 0,2% é considerada muito pequena, dado que para a geração da malha não estruturada no Ansys 13.0 foi fixado o comprimento da aresta de cada elemento em 0,005.

Os campos de temperatura mostrados na Figura 6.33 apresentam o mesmo comportamento obtido com o PDETool do MatLab, principalmente no que diz respeito à distribuição dos pontos de temperatura mais elevada.

No caso do caminho condutivo em forma de “Y” com dois volumes elementares, mostrado na Figura 6.33 (b) é possível observar a influência da condutividade térmica utilizada na região altamente condutiva, a medida que a condutividade diminui, a geometria tende a se mover com relação a linha de simetria do dissipador de calor. Quando utilizada uma condutividade mais elevada, a configuração ótima é aquela que posiciona o caminho condutivo no centro do domínio, nesse caso, observa-se uma maior concentração dos pontos quentes em toda a região superior e fronteira oeste do domínio.

7 CONCLUSÕES

O presente estudo abordou numericamente a minimização da máxima temperatura em excesso adimensional, ou seja, a resistência térmica de um sistema no qual ocorre a transferência de calor um volume fixo de material de baixa condutividade térmica com geração de calor uniforme por unidade de volume para as quatro configurações propostas. Com a utilização do método Design Construtal, realiza-se a otimização geométrica de caminhos altamente condutivos de volume fixo, inseridos em corpos sólidos com geração de calor. Nos sistemas estudados, o resfriamento ocorre devido ao contato do material de alta condutividade com uma região específica das bordas cuja temperatura é mantida constante, servindo como um dissipador do calor gerado no domínio.

Nas formulações desenvolvidas, o material altamente condutivo inicialmente tem a forma de um “Y” com apenas um volume elementar. Posteriormente, foram agrupados dois e quatro volumes com caminhos em forma de “Y–Y” e duplo “Y–Y”, adaptando-se a posição do dissipador de calor localizado na borda do corpo sólido com as superfícies exteriores perfeitamente isoladas. Devido à quantidade de graus de liberdade e parâmetros que representam as frações de área do domínio, para a otimização geométrica da configuração do duplo “Y–Y” foi utilizado o método de busca exaustiva associado ao algoritmo genético. Com isso foi possível diminuir o tempo de simulação destinado para cada parâmetro e gerar resultados mais precisos visto que essa associação de métodos testa inúmeras combinações de parâmetros em um espaço de busca maior. Foram testadas diferentes condutividades térmicas para a região do duplo “Y–Y” na faixa de $50 \leq \tilde{k}_p \leq 300$.

A configuração com um caminho condutivo em forma de “T” foi testada para diferentes valores de condutividade e diversas frações de área, sendo possível estabelecer qual região é predominante na troca térmica e as condutividades dos materiais que são indicados para a composição do caminho condutivo. Nesse caso, a base do caminho possui uma condutividade térmica \tilde{k}_{p0} e a condutividade da parte superior, \tilde{k}_{p1} . Cada configuração testada, variando o número de volumes elementares, apresenta graus de liberdade específicos.

Para a geometria com o caminho condutivo em forma de “Y” inserido em um volume elementar, a minimização da resistência térmica ocorre quando $\alpha_{3o} = 90^\circ$, $(\tilde{D}_0)_o = 0,6$, $(D_1/D_0)_{2o} = 0,17$ e a razão de aspecto ótima $(L_1/L_0)_{4o} \approx 9500$ resultando em

$\theta_{\max,4m} = 0,026285$. A configuração inicial do caminho condutivo em forma de “Y” se degenera conforme ocorre a otimização dos graus de liberdade, sendo que a configuração ótima obtida apresenta o caminho altamente condutivo em forma de “U”.

O acréscimo dos graus de liberdade e dos parâmetros que representam as frações de área do caminho altamente condutivo em forma de “Y–Y”, fez-se necessária a divisão das simulações em casos. Foram divididos cinco casos com combinações de ϕ_0 , ϕ_1 e ϕ_3 para que fosse aplicado o método de busca exaustiva e posteriormente, obter os parâmetros ótimos da configuração que minimize a resistência térmica. Os resultados obtidos para o caso 5, mostram que a configuração ótima em forma de “Y–Y” tem como frações de área otimizadas: $\phi_0 = 0,03$, $\phi_1 = 0,04$ e $\phi_2 = 0,03$. Os graus de liberdade que resultam no minimização da resistência térmica, $\theta_{\max,4m} = 0,066453$ ocorrem em $(D_0/L_0)_o = 3,53$, $(D_2/L_2)_{2o} = 0,48$, $(\alpha)_{3o} = 82^\circ$, $(D_1/L_1)_{4o} = 0,0255$.

O processo de otimização para a configuração com caminhos altamente condutivos em forma de duplo “Y–Y” resulta nas frações de área otimizadas: $(\phi_3)_o = 0,017$, $(\phi_2)_{2o} = 0,014$, $(\phi_0)_{3o} = 0,004$, $(\phi_1)_{3o} = 0,015$ e nos graus de liberdade otimizados: $(D_2/L_2)_{4o} = 0,2471$, $(D_1/L_1)_{5o} = 0,019$, $(\alpha)_{5o} = 71^\circ$, $(D_0/L_0)_{6o} = 1,92$ e $(D_3/L_3)_{7o} = 0,1535$

De acordo com os resultados apresentados, quanto maior a condutividade térmica do caminho condutivo, mais significativa será a variação da máxima temperatura obtida com o processo de otimização geométrica proposto com a utilização de busca exaustiva associada ao GA.

A simulação com dois volumes elementares mostra a influência da condutividade térmica no posicionamento do caminho condutivo em forma de “Y”, os ramos se degeneram e a melhor configuração é a que apresenta a junção dos dois caminhos formando uma configuração ótima em “X”.

A utilização do método de busca exaustiva associado ao algoritmo genético reduz o tempo de simulação para cada caso e faz uma varredura mais ampla no espaço de soluções possíveis. Cabe ressaltar que o algoritmo genético é válido para os problemas em que foi aplicado, porém deve-se observar que ele pode gerar soluções em que o caminho altamente condutivo está localizado fora do domínio estabelecido. Nesses casos, faz-se o refinamento dos intervalos dos graus de liberdade para que não ocorra a geração de geometrias que não caracterizam o problema.

Para o caminho condutivo em forma de “T”, inicialmente foram testados dois pares de condutividade térmica uniforme para a base e para a parte superior e dois pares com condutividades distintas. No primeiro caso, onde foi avaliado o efeito da variação da condutividade térmica na máxima temperatura em excesso adimensional, os resultados mostraram que o melhor desempenho térmico ocorre quando a maior condutividade testada é inserida tanto na base quanto na parte inferior, ou seja, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = 100$.

A utilização de uma condutividade inferior e uniforme ao longo do caminho ocasiona um acréscimo na máxima temperatura em excesso adimensional do sistema. A construção do caminho condutivo não uniforme, $\tilde{k}_{p0} \neq \tilde{k}_{p1}$, mostra que o melhor desempenho ocorre quando o material altamente condutivo está localizado na base do “T”. Comparando o melhor caso, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = 100$, com o pior caso, $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = 50$, a melhora do desempenho térmico do sistema é de cerca de 18%. Foram simulados os casos em que ocorre a variação da fração de área ϕ_1 , sendo que à medida que esse valor aumenta, a resistência térmica diminui. Os resultados levam em consideração a fração de área ϕ_1 e as condutividades utilizadas, a melhor geometria ocorre quando a parte superior do “T” se degenera, formando um caminho condutivo ótimo em forma de “T”.

Como proposto inicialmente, verificou-se a minimização da máxima temperatura em excesso adimensional e a temperatura média. Para todos os casos testados foi obtida a redução da temperatura média do sistema quando comparada a configuração inicial e a configuração ótima obtida. Dessa forma, reduzir a temperatura média do domínio faz com que haja uma distribuição mais uniforme dos pontos de temperatura mais elevada.

A validação dos resultados obtidos com a ferramenta PDETool [MatLab®, 2012] em comparação com o pacote comercial Ansys 13.0 mostrou-se bastante significativa com relação a máxima temperatura em excesso adimensional e aos campos de temperatura resultantes para cada configuração ótima. Para a configuração do caminho condutivo em forma de “Y” com condutividades $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = 300$, o erro relativo entre a máxima temperatura em excesso adimensional obtida com o PDETool e com o Ansys 13.0 é de 0,58%, sendo o melhor caso validado. Por outro lado, o caminho condutivo em forma de “Y” com dois volumes elementares e $\tilde{k}_{p0} = \tilde{k}_{p1} = \tilde{k}_{p2} = 300$ apresentou erro relativo de 1,47%, considerado o pior caso analisado.

No estudo realizado por Horbach, 2014, a configuração em forma de “Y” resultou em uma máxima temperatura em excesso adimensional minimizada $\theta_{\max,2m} = 0,0666$ considerando $\phi = 0,1$. No presente trabalho, a configuração com caminho altamente condutivo em forma de “Y–Y” minimizou a máxima temperatura em excesso adimensional, obtendo $\theta_{\max,4m} = 0,066453$ e a configuração em forma de duplo “Y–Y” resultou em $\theta_{\max,9m} = 0,039735$. Portanto, a proposta de agrupar volumes elementares e gerar configurações mais complexas se mostrou válida para a geometria em forma de “Y”, sendo que o propósito de minimizar a máxima resistência térmica em excesso adimensional foi alcançado.

Conforme o princípio Construtal da ótima distribuição das imperfeições, visto nos caminhos condutivos otimizados anteriormente, a geometria ótima é aquela que melhor distribui as imperfeições, ou seja, os pontos de temperatura máxima presentes no domínio. Dessa forma, a máxima temperatura em excesso adimensional é reduzida e distribuída de maneira mais uniforme do que na geometria utilizada como base para o início das simulações.

A utilização do método Design Construtal nos problemas de transferência de calor gera resultados satisfatórios no que se refere à minimização da resistência térmica máxima de cada configuração estudada, tornando a distribuição da temperatura mais uniforme em todo domínio.

7.1 Proposta de trabalhos futuros

A utilização do método Design Construtal em problemas de condução de calor e resfriamento de eletrônicos, abordada no decorrer deste trabalho, leva em consideração apenas a variação da geometria interna do domínio. Com a otimização da geometria do canal condutivo realizada, define-se como meta futura estudar o efeito do grau de liberdade H/L que representa a região com geração de calor uniforme.

As configurações estudadas, com caminhos condutivos em forma de “Y”, “Y–Y” e duplo “Y–Y”, apresentam simetria em relação à linha de centro do dissipador de calor. É possível que em alguns casos, a assimetria do “Y” conduza a um melhor desempenho térmico quando comparado com o desempenho térmico do “Y” simétrico.

Na otimização geométrica da configuração com um caminho em forma de “T”, com condutividades não uniformes, foi realizada a análise da máxima temperatura em excesso

adimensional em função do grau de liberdade L_1/L_0 . Posteriormente, pretende-se realizar o estudo do comportamento da máxima temperatura em excesso adimensional em função do grau de liberdade D_0/L_0 mantido fixo e de outras combinações de condutividade térmica.

Pretende-se estender a aplicação do método de busca exaustiva associada ao algoritmo genético para as outras configurações apresentadas neste trabalho. Dessa forma será possível avaliar qual procedimento é mais viável em termos de resultados e de demanda de tempo de simulação.

Para a configuração com caminho altamente condutivo em forma de duplo “Y–Y” será variada a fração de área total ϕ , considerando os valores de ϕ na faixa de $0,1 \leq \phi \leq 0,3$.

Após a complementação das simulações com os volumes elementares, pretende-se inserir o efeito do mecanismo de transferência de calor por convecção natural e forçada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adewumi, O. O.; Bello-Ochende, T.; Meyer, J. P. Constructal design of single microchannel heat sink with varying axial length and temperature-dependent fluid properties, *Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference*, Parma, Itália, 2015.

Alba, E. **Parallel Metaheuristics: A New Class of Algorithms**, John Wiley & Sons, New Jersey, 2005.

Almogbel, M; Bejan, A. Conduction trees with spacings at the tips, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 42, p. 3739–3756, 1999.

Al-Sultan, Ks.; Al-Fawzan, Ma. A tabu search Hooke and Jeeves algorithm for unconstrained optimization, **European Journal of Operational Research**, v. 103, p. 198–208, 1997.

Ansys. Ansys 13.0 **Documentation - User's Guide**, Ansys Inc., Canonsburg, 2010.

Attekov, A. V.; Volkov, I. K.; Tverskaya, E. S. The optimum thickness of a cooled coated wall exposed to local pulse-periodic heating, **Journal of Engineering Physics and Thermophysics**, v. 74, p. 1467-1474, 2001.

Babu, S.; Kumar, T. S.; Balasubramanian, V. Optimizing pulsed current gas tungsten arc welding parameters of AA6061 aluminium alloy using Hooke and Jeeves algorithm, **Journal Transactions of Nonferrous Metals Society of China**, v. 15, p. 1028–1036, 2008.

Bar-Cohen, A.; Rohsenow, W. M. Thermally Optimum Spacing of Vertical, Natural Convection Cooled, Parallel Plates, **Journal of Heat Transfer**, v. 106, p. 116–123, 1984.

Barreto, E. X.; Beckel, C. C.; Rocha, L. A. O.; Dos Santos, E. D.; Isoldi, L. A. Constructal Design of T-shaped high conductive pathway with non-uniform thermal conductivity for cooling a heat generating medium considering the thermal contact resistance. *Proceedings of the XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – Cilamce*, Rio de Janeiro, 2015.

Bau, H. H. Optimization of conduits shape in micro heat exchangers, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, p. 2717–2723, 1998.

Bazaraa, M. S.; Sherali, H. D.; Shetty, C. M. **Nonlinear programming: theory and algorithms**, John Wiley & Sons, 2013.

Beckel, C. C.; Horbach, C. dos S.; Isoldi, L. A.; Dos Santos, E. D.; Rocha, L. A. O. Constructal Design de caminhos não-uniformes de alta condutividade térmica em forma de “Y” para a refrigeração de corpos geradores de calor. *Proceedings CONEM 2014, VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, Uberlândia, 2014.

Beckel, C. C.; Rocha, L. A. O.; Horbach, C. dos S.; Isoldi, L. A.; Dos Santos, E. D. Geometric study to improve the performance of high conductivity Y-shaped pathways for

cooling heat generating bodies. Proceedings of XVIII ENMC – National Meeting on Computational Modeling and VI ECTM – Meeting on Materials Science and Technology, Salvador, 2015.

Beckel, C. C.; Rocha, L. A. O.; Isoldi, L. A.; Dos Santos, E. D. Estudo numérico de caminhos altamente condutivos em forma de Y para o arrefecimento de corpos com geração de calor, Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, Gramado, 2016.

Bejan, A. **Convection Heat Transfer: Solutions Manual for Convection Heat Transfer**, Wiley, New York, 1984.

Bejan, A. Street network theory of organization in nature, **Journal of Advanced Transportation**, v. 30, p. 85–107, 1996.

Bejan, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, p. 799–816, 1997a.

Bejan, A. **Advanced Engineering Thermodynamics**. 2nd ed., Wiley, Nova York, 1997b.

Bejan, A. **Shape and structure from engineering to nature**. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.

Bejan, A. The tree of convective heat streams: its thermal insulation function and the predicted 3/4-power relation between body heat loss and body size, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 44, p. 699–704, 2001.

Bejan, A. Optimal internal structure of volumes cooled by single phase forced and natural convection, **Journal of Electronic Packaging**, v. 125, p. 200–207, 2003.

Bejan, A. Constructal theory of pattern formation. **Hydrology and Earth System Science**, v. 11, p. 753–768, 2007a.

Bejan, A. Why university rankings do not change: education as a natural hierarchical flow architecture, **International Journal of Design and Nature and Ecodynamics**, v. 2, p. 319-27, 2007b.

Bejan, A. Constructal theory of pattern formation, **Hydrology of Earth Systems Science**, v. 11, p. 753–768, 2008.

Bejan, A. Two hierarchies in science: the free flow of ideas and the academy, **International Journal of Design and Nature and Ecodynamics**, v. 4, p. 386–94, 2009.

Bejan, A. **Convection Heat Transfer**, John Wiley & Sons, New York, 2013.

Bejan, A. Constructal thermodynamics: Life and evolution as physics, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Bejan, A.; Sciubba, E. The optimal spacing of parallel plates cooled by forced convection, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 35, p. 3259–3264, 1992.

Bejan, A.; Almogbel, M. Constructal T-shaped fins, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, p. 2101–2115, 2000.

Bejan, A.; Errera, M. R. Convective trees of fluid channels for volumetric cooling, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, p. 3105–3118, 2000.

Bejan, A.; Rocha, L.A.O.; Lorente, S. Thermodynamic optimization of geometry: T- and Y-shaped constructs of fluid streams, **International Journal of Thermal Sciences**, v. 39, p. 949–960, 2000a.

Bejan, A.; Badescu, V.; De Vos, A. Constructal theory of economics structure generation in space and time, **Energy Conversion Management**, v. 41, p. 1429–1451, 2000b.

Bejan, A.; Badescu, V.; De Vos, A. Constructal theory of economics, **Applied Energy**, v. 67, p. 37–60, 2000c.

Bejan, A.; Marden, J. H. Unifying constructal theory for scale effects in running, swimming and flying, **Journal of Experimental Biology**, v. 209, p. 238–48, 2006.

Bejan, A.; Lorente, S. Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering, **Journal of Applied Physics**, v.100, p. 041301-1–041301-26, 2006.

Bejan, A.; Lorente, S. **Design with Constructal Theory**, Wiley, Hoboken, New Jersey, 2008.

Bejan, A.; Lorente, S.; Lee, J. Unifying constructal theory of tree roots, canopies and forests, **Journal of Theoretical Biology**, v. 254, p. 529–540, 2008.

Bejan, A.; Lorente, S. The constructal law and the evolution of design in nature, **Journal Physics of Life Reviews**, v. 8, p. 209-240, 2011.

Bejan, A.; Lorente, S. Constructal law of design and evolution: Physics, biology, technology, and society, **Journal of Applied Physics**, v. 113, p. 151301-1–151301-20, 2013.

Bejan, A.; Merks, G. W. **Constructal Theory of Social Dynamics**. Springer, New York, 2007.

Bejan, A.; Jones, E. C.; Charles, J. D. The evolution of speed in athletics: why the fastest runners are black and swimmers white, **International Journal of Design & Nature and Ecodynamics**, v. 5, p. 199–211, 2010.

Bejan, A.; Zane, J. P. **Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology, Physics, Technology, and Social Organization**, Random House LLC - Doubleday, New York, 2012.

Bejan, A.; Lorente, S.; Lee, J.; Kim, Y. Constructal design of gas-cooled electric power generators, self-pumping and atmospheric circulation, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 91, p. 647 – 655, 2015.

Bejan, A.; Almerbati, A.; Lorente, S.; Sabau, A. S.; Klett, J. W. Arrays of flow channels with heat transfer embedded in conducting walls, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 99, p. 504 – 511, 2016a.

Bejan, A.; Alalaimi, M.; Lorente, S.; Sabau, A. S.; Klett, J. W. Counterflow heat exchanger with core and plenums at both ends, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 99, p. 622 – 629, 2016b.

Bello-Ochende, T.; Bejan, A. Fitting the duct to the “body” of the convective flow, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 46, p. 1693–1701, 2003.

Biserni, C.; Rocha, L. A. O.; Bejan, A. Inverted fins: geometric optimization of the intrusion into a conducting wall, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, p. 2577–2583, 2004.

Biserni, C.; Rocha, L. A. O.; Stanescu, G.; Lorenzini, E. Constructal H-shaped cavities according to Bejan’s theory, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, p. 2132–2138, 2007.

Biserni, C.; Garai, M. Energy balance and second law analysis applied to buildings: an opportunity for Bejan’s theory, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Boichot, R.; Luo, L.; Fan, Y. Tree-network structure generation for heat conduction by cellular automaton, **Energy Conversion and Management**, v. 50, p. 376–386, 2009.

Çengel, Y. A., Ghajar, A. J. **Heat & Mass Transfer: A Practical Approach**, MC Graw-Hill, New York, 2012.

Cetkin, E. Constructal structures with and without high-conductivity inserts for self-cooling, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Charles, J. D.; Bejan, A. The evolution of speed, size and shape in modern athletics, **Journal of Experimental Biology**, v. 2012, p. 2419-2425, 2009.

Chew, L. P. Constrained delaunay triangulations, **International Journal in Computer Science – Algorithmica**, v. 4, p. 97 – 108, 1989.

Coley, D. A. **An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers**, World Scientific Publishing, Singapore, 2003.

Corbera, S.; Olazagoitia, J. L.; Lozano, J. A. Multi-objective global optimization of a butterfly valve using genetic algorithms, **ISA Transactions**, v. 63, p. 401 – 412, 2016.

Cordero, N.; Ekström, B.; Granström, S. **Multi-Chip Module (MCM) Technologies – Best Practice**, v. 5, 1999.

Correia, A. L. G.; Da Silveira, T.; Da Silva, C. C. C.; Rocha, L. A. O.; Real, M. V.; Dos Santos, E. D.; Isoldi, L. A. Constructal design aplicado a placas com furos elípticos sob flambagem, **Revista Vektor**, v. 23, p. 18–31, 2013.

Dawid, H. A Markov Chain Analysis of Genetic Algorithms with a State Dependent Fitness Function, **Complex Systems**, v. 8, p. 407 – 417, 1994.

Dawkins, R. **The Selfish Gene**, Oxford University Press, New York, 1976.

Dawkins, R. **The Extended Phenotype: the Gene as a Unit of Selection**, Oxford University Press, New York, 1982.

Dawkins, R. **The Blind Watchmaker**, W. W. Norton, New York, 1986.

Degani, Y.; Dudderar, T. D.; Han, B.J.; Lyons, A. M. Thin Packaging of Multi-Chip Modules with Enhanced Thermal/Power Management. U.S. Patent 5,646,828, **Google Patents**, issued July 8, 1997.

Doane, D. A.; Franzon, P.D. **Multichip Module Technologies and Alternatives: The Basics**, Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.

Dréo, J.; Pétrowski, A.; Siarry, P.; Taillard, E. **Metaheuristics for Hard Optimization: Methods and Case Studies**, Springer-Verlag, Berlin, 2006.

Eslami, M.; Jafarpur, K. Thermal resistance in conductive constructal designs of arbitrary configuration: A new general approach, **Journal Energy Conversion and Management**, v. 57, p. 117–124, 2012.

Gao, T.; Zhang, W. H.; Zhu, J. H.; Xu, Y. J.; Bassir, D. H. Topology optimization of heat conduction problem involving design-dependent heat load effect, **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 44, p. 805–813, 2008.

Garrou, P.E.; Turlik, I. **Multichip Module Technology Handbook**, McGraw Hill, New York, 1998.

Gen, M.; Cheng, R. **Genetic Algorithms and Engineering Optimization**, John Wiley & Sons, Canadá, 2000.

Gersborg–Hansen, A.; Bendsoe, M. P.; Sigmund, O. Topology optimization of heat conduction problems using the finite volume method, **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v.31, p. 251–259, 2006.

Ghodoossi, L. Entropy generation rate in uniform heat generating area cooled by conducting paths: criterion for rating the performance of constructal designs, **Energy Conversion and Management**, v. 45, p. 2951–2969, 2004a.

Ghodoossi, L. Conceptual study on constructal theory, **Energy Conversion and Management**, v. 45, p. 1379–1395, 2004b.

Ghodoossi, L.; Nilüfer, E. Conductive cooling of triangular shaped electronics using constructal theory, **Energy Conversion and Management**, v. 45, p. 811–828, 2004.

Goldberg, D. E. **Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**, Addison-Wesley Longman Publishing, , Boston, MA, 1989.

González, J. M. M.; Guerra, Y. S.; García-Manso, J. M.; Arriaza, E. Design and Flow in Basketball, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Hajmohammadi, M. R.; Abianeh, V. A.; Moezzinajafabadi, M.; Daneshi, M. Fork-shaped highly conductive pathways for maximum cooling in a heat generating piece, **Journal Applied Thermal Engineering**, v. 61, p. 228–235, 2013.

Hajmohammadi, M. R.; Shariatzadeh, O. J.; Moulod, M. Nourazar, S. S. Phi and Psi shaped conductive routes for improved cooling in a heat generating piece, **International Journal of Thermal Sciences**, v. 77, p. 66-74, 2014.

Hajmohammadi, M.R.; Lorenzini, G.; Joneydi, O. S.; Biserni, C. Evolution in the Design of V-Shaped Highly Conductive Pathways Embedded in a Heat-Generating Piece, **Journal of Heat Transfer**, v. 137, p. 061001-1 – 061001-7, 2015.

Hart, R. A.; Da Silva, A. K. Experimental thermal–hydraulic evaluation of constructal microfluidic structures under fully constrained conditions, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 54, p. 3661–3671, 2011.

Hazarika, S. A; Bhanja, D.; Nath, S.; Kundu, B. Geometric optimization and performance study of a constructal T-shaped fin under simultaneous heat and mass transfer, **Applied Thermal Engineering**, v. 109 – Part. A, p. 162 – 174, 2016.

Helbig, D.; Silva, C. C. C., Real, M. V.; Dos Santos, E.D.; Isoldi, L. A.; Rocha, L. A. O. Study about buckling phenomenon in perforated thin steel plates employing Computational Modeling and Constructal Design method, **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 13, p. 1912 – 1936, 2016.

Hirsch, M. J.; Meneses, C. N.; Pardalos, P.M.; Resende, M.G.C. Global Optimization by Continuous GRASP, **Optimization Online**, 2006.

Holland, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**, University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1975.

Holland, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**, University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1992.

Hooke, R.; Jeeves, To A. Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems, **Journal of the ACM**, v. 8, p. 212–229, 1961.

Horbach, C. S. **Constructal Design de caminhos condutores de calor na forma de um Y para refrigeração de corpo gerador de calor**. 2013. 98 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

Horbach, C.S.; Dos Santos, E. D.; Isoldi, L. A.; Rocha, L. A. O. Constructal design of Y-shaped pathways for cooling a heat-generating body, **Defect and Diffusion Forum**, v. 348, p. 245–260, 2014.

Ijjina, E. P.; Chalavadi, K. M. Human action recognition using genetic algorithms and convolutional neural networks, **Journal Pattern Recognition**, v. 59, p. 199 – 212, 2016.

Kakaç, S.; Yüncü, H.; Hijikata, H. and Hijikata, K. **Cooling of electronic systems**, Springer, Turkey, 1994.

Kraus, A.; Bar-Cohen, A.; Wative, A. A. **Mechanical Engineers' Handbook: Energy and Power**, 3 ed., v.4, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken , 2006.

Lau, J. H. **Chip on Board: Technology for Multichip Modules**, Van Nostrand Reinhold, Nova York, 1994.

Ledezma, G. A.; Bejan, A.; Errera, M. R. Constructal tree networks for heat transfer, **Journal of Applied Physics**, v. 82, p. 89–100, 1997.

Lee, J. Thermal Placement Algorithm Based on Heat Conduction Analogy, **IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies**, v. 26, p. 473– 482, 2003.

Lehre, P. K.; Neumann, F.; Rowe, J. E.; Yao, X. Editorial to the special issue on “Theoretical Foundations of Evolutionary Computation”, **Theoretical Foundations of Evolutionary Computation**, v. 425, p. 02 – 03, 2012.

Li, Q.; Steven, G. P.; Querin, O. M.; Xie, Y. M. Shape and topology design for heat conduction by evolutionary structural optimization, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 42, p. 3361–3371, 1999.

Li, Q.; Steven, G. P.; Xie, Y. M.; Querin, O. M. Evolutionary topology optimization for temperature reduction of heat conducting fields, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, p. 5071–5083, 2004.

Liu, M. A.; Dong, Q. X.; Chen, S. Investigation on thermal design for opening cabinet of electronic equipment by numerical simulation, **Journal of Air Force Engineering University**, v. 6, p. 62–65, 2005.

Liu, X.; Feng, H.; Chen, L.; Qin, X.; Sun, F. Hot metal yield optimization of a blast furnace based on constructal theory, **Journal Energy**, v. 104, p. 33 – 41, 2016a.

Liu, X.; Chen, L.; Feng, H.; Sun, F. Constructal design for blast furnace wall based on the entransy theory, **Applied Thermal Engineering**, v. 100, p. 798 – 804, 2016b.

Löhner, R. Automatic unstructured grid generators, **Journal Finite Elements in Analysis and Design**, v. 25, p. 111 – 134, 1997.

Lopez-Garcia, P.; Onieva, E.; Osaba, E.; Masegosa, A. D.; Perallos, A. GACE: A meta-heuristic based in the hybridization of Genetic Algorithms and Cross Entropy methods for continuous optimization, **Expert Systems with Applications**, v. 55, p. 508 – 519, 2016.

Lorenzini, G.; Rocha, L. A. O. Constructal design of Y-shaped assembly of fins, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, p. 4552–4557, 2006.

Lorenzini, G.; Rocha, L. A. O. Constructal design of T-Y assembly of fins for an optimized heat removal, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 52, p. 1458-1463, 2009.

Lorenzini, G.; Correa, R. L.; Dos Santos, E. D.; Rocha, L. A. O. Constructal design of complex assembly of fins, **Journal of Heat Transfer**, v. 133, 081902-1– 081902-7, 2011.

Lorenzini, G.; Rocha, L. A. O.; Biserni, C.; Dos Santos, E. D.; Isoldi, L. A. Constructal Design of cavities inserted into a cylindrical solid body, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 134, p. 071301-1 - 071301-6, 2012a.

Lorenzini, G. ; Biserni, C. ; Garcia, F.L. ; Rocha, L.A.O. Geometric optimization of a convective T-shaped cavity on the basis of constructal theory, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, p. 6951–6958, 2012b.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Rocha, L. A. O. Constructal design of X-shaped conductive pathways for cooling a heat-generating body, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 58, p. 513–520, 2013a.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Rocha, L. A. O. Constructal design of non-uniform X-shaped conductive pathways for cooling, **International Journal of Thermal Sciences**, v. 71, p. 140–147, 2013b.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Correa, R. L.; Dos Santos, E. D.; Isoldi, L. A.; Rocha, L. A. O. Constructal design of T-shaped assemblies of fins cooling a cylindrical solid body, **International Journal of Thermal Sciences**, v. 83, p. 96–103, 2014a.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Estrada, E. D.; Dos Santos, E. D.; Isoldi, L. A.; Rocha, L. A. O. Genetic Algorithm Applied to Geometric Optimization of Isothermal Y-Shaped Cavities, **Journal of Electronic Packaging**, v.136, p. 031011-1–031011-8, 2014b.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Estrada, E. D.; Isoldi, L. A.; Dos Santos, E. D. ; Rocha, L. A. O. Constructal Design of Convective Y-Shaped Cavities by Means of Genetic Algorithm, **Journal of Heat Transfer**, v. 136, p. 071702, 2014c.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Estrada, E. D.; Isoldi, L. A.; Dos Santos, E. D. ; Rocha, L. A. O. Genetic Algorithm Applied to Geometric Optimization of Isothermal Y-Shaped Cavities, **Journal of Electronic Packaging**, v. 136, p. 031011, 2014d.

Lorenzini, G.; Barreto, E. X.; Beckel, C. C.; Schneider, P. S.; Isoldi, L. A.; Dos Santos, E. D.; Rocha, L. A. O. Constructal design of I-shaped high conductive pathway for cooling a heat-generating medium considering the thermal contact resistance, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 93, p. 770 – 777, 2015.

Magalhães, G. M. C.; Lorenzini, G.; Nardi, M. G.; Amico, S. C.; Isoldi, L. A.; Rocha, L. A. O.; Sozua, J. A.; Dos Santos, E. D. Constructal design of I and T-shaped channels used in a resin infusion process, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Manjunath, K. Entropy generation minimization analysis of constructal heat exchanger, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Marcelino, N. B. **Estudo comparativo entre Teoria Constructal e entrância para casos de resfriamento de fontes de calor em cavidade**. 2009. 100 f. Dissertação(Mestrado em Ciências Mecânicas) - Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

Marques, C. H.; Dos Santos, E.D.; Rocha, L.A.O., Constructal design applied to the optimization of heat transfer in a solid conducting wall, **Revista Vetor**, v.17, p. 5–15, 2007.

Mathieu-Potvin, F.; Gosselin, L. Optimal conduction pathways for cooling a heat-generating body: A comparison exercise, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, p. 2996–3006, 2007.

MatLab®, MATLAB & Simulink Release Notes for R2012b, version 8.0.0.783, The MathWorks Inc., 2012.

Messner, G.; Turlik, I.; Balde, J. W.; Garrou, P. E. Thin Film Multichip Modules, **International Society for Hybrid Microelectronics**, Reston, 1992.

Mitchell, M. **An Introduction to Genetic Algorithms**, MIT Press, Massachusetts, 1999.

Mohammadi, M.; Nastaran, M.; Sahebgharani, A. Development, application, and comparison of hybrid meta-heuristics for urban land-use allocation optimization: Tabu search, genetic, GRASP, and simulated annealing algorithms, **Computers, Environment and Urban Systems**, v. 60, p. 23 – 36, 2016.

Mühlenbein, H. How Genetic Algorithms Really Work: Mutation and Hillclimbing, **Parallel Problem Solving from Nature 2**, p. 15 – 26, 1992.

Nag, P. K. **Heat and mass transfer**, 2nd, Tata Mcgraw Hill Publishing Company Limited, New Delhi, 2007.

Nicoletti, G.; Arcuri, N.; Bruno, R. On the generalized concept of entropy for physical, extraphysical and chemical processes, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Olakoyejo, O. T. **Geometric optimisation of conjugate heat transfer in cooling channels with different cross-sectional shapes**. 2012. 368 f. Tese (Doutorado de Filosofia em Engenharia Mecânica) – Universidade de Pretória, Pretória, 2012.

Oliani, A.; Cetkin, E. Tree-shaped high-conductivity pathways for cooling of a nonuniformly heated domain, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Orndorff, C.; Dai, W. Numerical hyperthermia simulation for a 3-D triplelayered skin structure with embedded vascular countercurrent network and nanoparticles, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Patankar, S.V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, McGraw Hill, New York, 1980.

Pizzolato, A.; Verda, V.; Sciacovelli, A. Local entropy generation analysis of transient processes – an innovative approach for the design improvement of a Thermal Energy Storage with Integrated Steam Generator, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Qi, Y. Q.; He, Y. L.; Zhang, W. Thermal analysis and design of electronic equipments, **Modern Electronic Technology**, v. 144, p. 73–76, 2003.

Qiongbing, Z.; Lixin, D. A new crossover mechanism for genetic algorithms with variable-length chromosomes for path optimization problems, **Expert Systems with Applications**, v. 60, p. 183 – 189, 2016.

Reddy, S. S.; Bijwe, P. R. Efficiency improvements in meta-heuristic algorithms to solve the optimal power flow problem, **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 82, p. 288 – 302, 2016.

Reis, A. H.; Bejan, A. Constructal theory of global circulation and climate, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, p. 1857–1875, 2006.

Reis, A. H. Constructal Theory – Complex flow structures in engineering and in Nature, Proceedings III Conferência Nacional em Mecânica de Fluidos, Termodinâmica e Energia – MEFTE, p. 1–17, 2009.

Rocha, L. A. O.; Lorente, S.; Bejan, A. Constructal design for cooling a disc-shaped are by conduction, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 45, p. 1643– 1652, 2002.

Rocha, L. A. O.; Montanari, G. C.; Dos Santos, E. D. Constructal design applied to the study of cavities into a solid conducting wall, Proceedings of ENCIT 2004, Rio de Janeiro, RJ, 2004.

Rocha, L. A. O.; Lorenzini, E.; Biserni, C. Geometric optimization of shapes on the basis of Bejan's Constructal theory, **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v. 32, p. 1281–1288, 2005.

Rocha, L. A. O.; Lorenzini, G.; Biserni, C.; Cho, Y. Constructal design of a cavity cooled by convection, *International Journal of Design & Nature and Ecodynamics*, v. 5, p. 212-220, 2010.

Rocha, L. A. O.; Lorente, S.; Bejan, A. Conduction tree networks with loops for cooling a heat generating volume, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, p. 2626–2635, 2006.

Rodrigues, M. K.; Goulart, M. M.; Helbig, D.; Magalhães, G. M. C.; Acunha Jr, I.C.; Rocha, L. A. O.; Isoldi, L. A.; Dos Santos, E. D. Constructal Design aplicado à otimização geométrica de um material de alta condutividade térmica em forma de “T”, *Proceedings VI Conferência Sul em Modelagem Computacional – MCSul*, p. 183–192, 2014.

Rosa, L. S.; Delbem, A. C. B.; Toledo, C. F. M.; Bonato, V. Design and analysis of evolutionary bit-length optimization algorithms for floating to fixed-point conversion, **Applied Soft Computing**, v. 49, p. 447 – 461, 2016.

Sasikumar, M.; Balaji, C. Optimization of convective fin systems: a holistic approach, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 39, p. 57–68, 2002.

Shi, Z.; Dong, T. A synthetic layout optimization of discrete heat sources flush mounted on a laminar flow cooled flat plate based on the constructal law, **Energy Conversion and Management**, v. 106, p. 300 – 307, 2015.

Stephens, C. R.; Toussaint, M.; Whitley, D.; Stadler, P. F. Foundations of Genetic Algorithms, *Proceedings of 9th International Workshop – FOGA 2007*, Mexico City, México, 2007.

Toledo, R.; Aznárez, J. J.; Greiner, D.; Maeso, O. Shape design optimization of road acoustic barriers featuring top-edge devices by using genetic algorithms and boundary elements, **Engineering Analysis with Boundary Elements**, v. 63, p. 49 – 60, 2016.

Versteeg, H.K.; Malalasekera, W. **Introduction to Computational Fluid Dynamics**, Longman Scientific & Technical, New York, 1995.

Vose, M. D. **The Simple Genetic Algorithm: Foundations and Theory**, MIT Press, Cambridge, 1999.

Wang, H.; Dai, W.; Bejan, A. Optimal temperature distribution in a 3D triple-layered skin structure embedded with artery and vein vasculature and induced by electromagnetic radiation, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, p. 1843–1854, 2007.

Wattez, T.; Lorente, S. From pore network prediction to macroscopic properties of porous media, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Wechsato, W.; Lorente, S.; Bejan, A. Optimal tree-shaped networks for fluid flow in a disc-shaped body, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 45, p. 4911–4924, 2002.

Weinerth, G. The Constructal analysis of warfare, **International Journal of Design and Nature and Ecodynamics**, v. 5, p. 268–76, 2010.

Whitley, D. A Genetic Algorithm Tutorial, **Statistics and Computing**, v. 4, p. 65 – 85, 1994.

Whitley, D.; Vose, M. D. **Foundations of Genetic Algorithms 3**, M. Kaufmann Publishers, San Francisco, 1995.

Wu, W.; Chen, L.; Sun, F. Improvement of tree-like network constructal method for heat conduction optimization, **Science in China: Series E Technological Sciences**, v. 49, p. 332–341, 2006.

Wu, W.; Chen, L.; Sun, F. On the “area to point” flow problem based on constructal theory, **Energy Conversion and Management**, v. 48, p. 101–105, 2007.

Xie, Z.; Chen, L.; Sun, F. Constructal optimization for geometry of cavity by taking entransy dissipation minimization as objective, **Science China Technological Sciences**, v. 52, p. 3504–3513, 2009a.

Xie, Z.; Chen, L.; Sun, F. Constructal optimization on t-shaped cavity based on entransy dissipation minimization, **Chinese Science Bulletin**, v. 54, p. 4418–4427, 2009b.

Yang, D. K.; Lee, K. S.; Song, S. Fin spacing optimization of a fin-tube heat exchanger under frosting conditions, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49 p. 2619–2625, 2006.

Yang, W.; Furukawa, T.; Torii, S. Optimal package design of stacks of convection-cooled printed circuit boards using entropy generation minimization method, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 51, p. 4038–4046, 2008.

Yenigün, O.; Çetkin, E. Constructal tree-shaped designs for self-cooling, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Zhang, X. W.; Wong, E. H.; Lee, C.; Chai, T. C.; Ma, Y. Y.; Teo, P. S.; Pinjala, D.; Sampath, S. Thermo-mechanical finite element analysis in a multichip build up substrate based package design, **Microelectronics Reliability**, v. 44, p. 611–619, 2004.

Zhang, Y.; Liu, S.; Qiao, H. Design of the heat conduction structure based on the topology optimization, **Developments in Heat Transfer**, v. 26, p. 523–536, 2011.

Zhang, K.; Du, J.; Liu, X. Zhang, H. Molten Salt Flow and Heat Transfer in Paddle Heat Exchangers, Proceedings of Constructal Law & Second Law Conference, Parma, Itália, 2015.

Zhou, B.; Hermans, S.; Somorjai, G. A. **Nanotechnology in Catalysis**, Plenum Publishers, v. 1, New York, 2004.

Ziaei, S.; Lorente, S.; Bejan, A. Constructal design for convection melting of a phase change body, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 99, p. 762 – 769, 2016.

APÊNDICE A – Geometria do caminho condutivo em forma de “Y”

Tabela A. 1 – Coordenadas dos pontos utilizados na composição da geometria mostrada na Figura A.1.

Ponto	Coordenada x	Coordenada y
1	$-L/2$	0
2	$L/2$	0
3	$L/2$	H
4	$-L/2$	H
5	$D_0/2$	0
6	$D_0/2$	L_0
7	$(D_0/2) + L_1 \cos \alpha$	$L_0 + L_1 \sin \alpha$
8	$(D_0/2) - X + L_1 \cos \alpha$	$L_0 + Y + L_1 \sin \alpha$
9	$(D_0/2) - X$	$L_0 + Y$
10	$-((D_0/2) - X)$	$L_0 + Y$
11	$-((D_0/2) - X + L_1 \cos \alpha)$	$L_0 + Y + L_1 \sin \alpha$
12	$-((D_0/2) + L_1 \cos \alpha)$	$L_0 + Y + L_1 \sin \alpha$
13	$-D_0/2$	L_0
14	$-D_0/2$	0

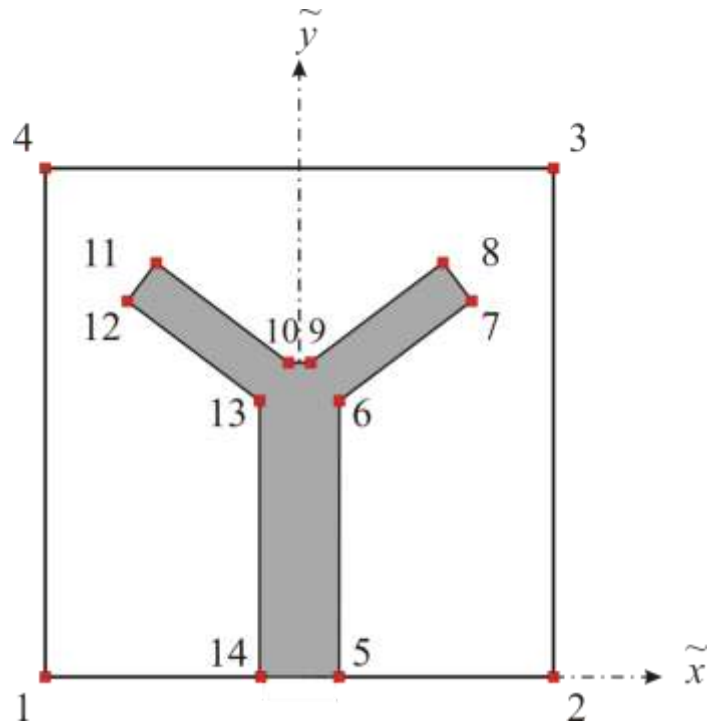


Figura A.1 – Pontos que compõe a geometria e o caminho condutivo em forma de “Y”.

APÊNDICE B – Geometria do caminho condutivo em forma de “Y-Y”

Tabela B. 1 – Coordenadas dos pontos que compõe a geometria com caminho condutivo em forma de “Y-Y”

Ponto	Coordenada x	Coordenada y
1	$-L/2$	0
2	$L/2$	0
3	$L/2$	H
4	$-L/2$	H
5	$L/2 - (L_2 + D_0)$	0
6	$L/2$	0
7	$L/2$	$D_2/2$
8	$L/2 - L_2$	$D_2/2$
9	$L/2 - L_2$	L_0
10	$L/2 - L_2 + L_1 \cos \alpha$	$L_0 + L_1 \sin \alpha$
11	$L/2 - L_2 - X + L_1 \cos \alpha$	$L_0 + Y + L_1 \sin \alpha$
12	$L/2 - L_2 - X$	$L_0 + Y$
13	$L/2 - L_2 + 2X - D_0$	$L_0 + Y$
14	$L/2 - L_2 + 2X - D_0 - L_1 \cos \alpha$	$L_0 + Y + L_1 \sin \alpha$
15	$L/2 - (L_2 + D_0) - L_1 \cos \alpha$	$L_0 + L_1 \sin \alpha$
16	$L/2 - (L_2 + D_0)$	L_0

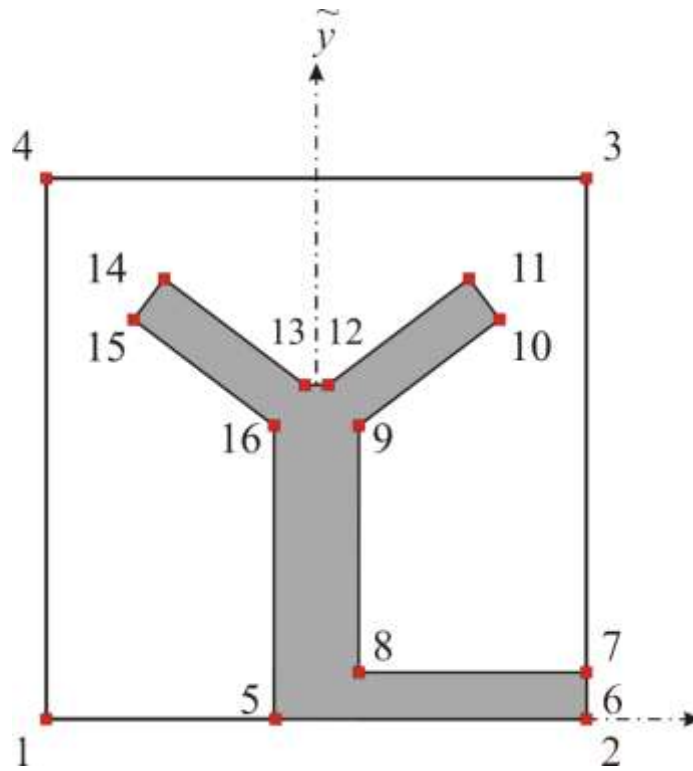


Figura B. 1 – Pontos que compõe a geometria do caminho condutivo “Y-Y”.

APÊNDICE C – Geometria do caminho condutivo em forma de duplo “Y–Y”

Tabela C. 1 – Coordenadas dos pontos que compõe a geometria com quatro volumes elementares utilizando simetria.

Ponto	Coordenada x	Coordenada y
1	0	$-H/2$
2	$L/2$	$-H/2$
3	$L/2$	$H/2$
4	0	$H/2$
5	$L/2 - D_3/2$	$-H/2$
6	$L/2$	$-H/2$
7	$L/2$	$D_2/2$
8	$L/2 - L_2$	$D_2/2$
9	$L/2 - L_2$	$D_2/2 + L_0$
10	$L/2 - L_2 + L_1 \cos \alpha$	$D_2/2 + L_0 + L_1 \sin \alpha$
11	$L/2 - L_2 - X + L_1 \cos \alpha$	$D_2/2 + L_0 + Y + L_1 \sin \alpha$
12	$L/2 - L_2 - X$	$D_2/2 + L_0 + Y$
13	$L/2 - L_2 - X - (D_0 - 2X)$	$D_2/2 + L_0 + Y$
14	$L/2 - L_2 - X - (D_0 - 2X) - L_1 \cos \alpha$	$D_2/2 + L_0 + Y + L_1 \sin \alpha$
15	$L/2 - L_2 - D_0 - L_1 \cos \alpha$	$D_2/2 + L_0 + L_1 \sin \alpha$
16	$L/2 - L_2 - D_0$	$D_2/2 + L_0$
17	$L/2 - L_2 - D_0$	$-(D_2/2 + L_0)$
18	$L/2 - L_2 - D_0 - L_1 \cos \alpha$	$-(D_2/2 + L_0 + L_1 \sin \alpha)$
19	$L/2 - L_2 - X - (D_0 - 2X) - L_1 \cos \alpha$	$-(D_2/2 + L_0 + Y + L_1 \sin \alpha)$
20	$L/2 - L_2 - X - (D_0 - 2X)$	$-(D_2/2 + L_0 + Y)$
21	$L/2 - L_2 - X$	$-(D_2/2 + L_0 + Y)$
22	$L/2 - L_2 - X + L_1 \cos \alpha$	$-(D_2/2 + L_0 + Y + L_1 \sin \alpha)$
23	$L/2 - L_2 + L_1 \cos \alpha$	$-(D_2/2 + L_0 + L_1 \sin \alpha)$
24	$L/2 - L_2$	$-(D_2/2 + L_0)$

Tabela C. 1 – Coordenadas dos pontos que compõe a geometria com quatro volumes elementares utilizando simetria.		
25	$L/2 - L_2$	$-(D_2/2)$
26	$L/2 - D_3/2$	$-(D_2/2)$

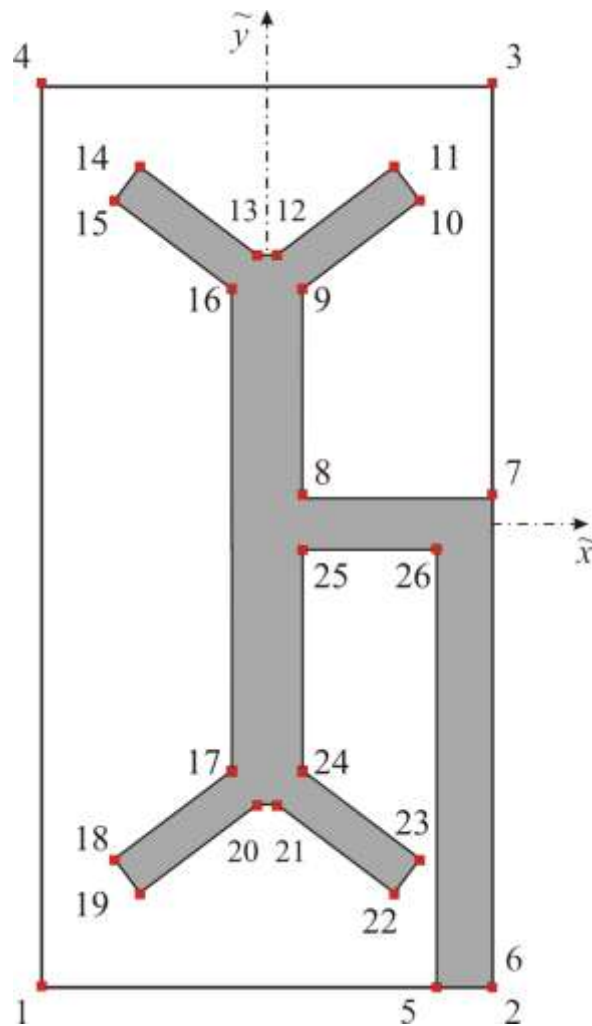


Figura C. 1 – Pontos que compõe a geometria simétrica com quatro volumes elementares.

APÊNDICE D – Geometria do caminho condutivo em forma de “T”

Tabela D. 1 – Coordenadas dos pontos que compõe a configuração com um caminho em forma de “T”.

Ponto	Coordenada x	Coordenada y
1	$L/2$	0
2	$L/2$	H
3	$-L/2$	H
4	$-L/2$	0
5	$D_0/2$	0
6	$D_0/2$	L_0
7	$-D_0/2$	L_0
8	$-D_0/2$	0
9	L_1	L_0
10	L_1	$L_0 + D_1$
11	$-L_1$	$L_0 + D_1$
12	$-L_1$	L_0

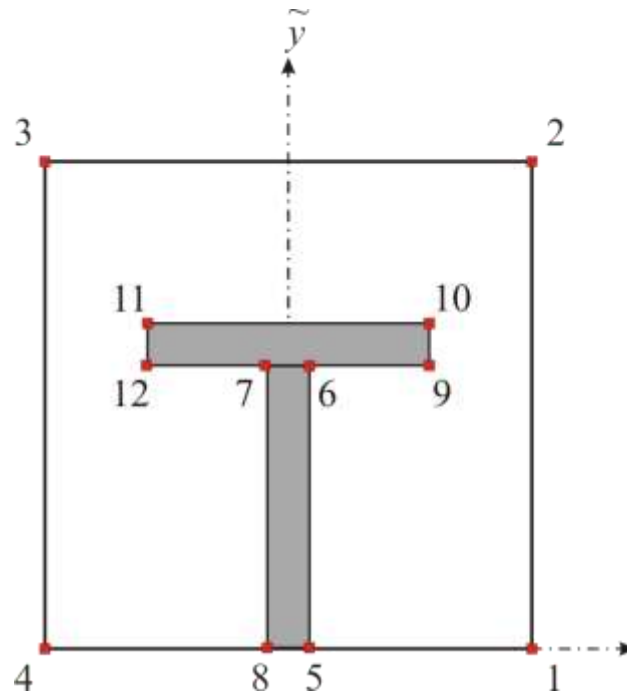


Figura D. 1 – Pontos que compõe a geometria com um caminho condutivo em forma de “T”.