

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS**

**ANÁLISE DE PRESSÕES JUNTO AO FUNDO NO RESSALTO HIDRÁULICO  
FORMADO A JUSANTE DE UM VERTEDOURO ATRAVÉS DA DISTRIBUIÇÃO  
BIVARIADA DE VALORES EXTREMOS**

**DANIELA MÜLLER DE QUEVEDO**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental.

**Orientador: Prof. Dr. Robin Thomas Clarke**

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. André Silveira	(IPH/UFRGS)
Prof. Dra. Ela Mercedes Medrano de Toscano	(IM/UFGM)
Prof. Dr. Luiz Augusto Magalhães Endres	(IPH/UFRGS)
Prof. Dra. Sílvia Regina Costa Lopes	(IM/UFRGS)

Porto Alegre, abril de 2008.

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental.

Área de Concentração:

Hidráulica

Professor Orientador:

---

Prof. Dr. Robin Thomas Clarke (IPH/UFRGS)

Professor Co-orientador:

---

Prof. Dr. Marcelo Giulian Marques (IPH/UFRGS)

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. André Silveira (IPH/UFRGS)

---

Profa. Dra. Ela Mercedes de Toscano (IM/UFGM)

---

Prof. Dr. Luis Carlos Endres (IPH/UFRGS)

---

Profa. Dra. Sílvia Regina Costa Lopes (IM/UFRGS)

Data da defesa: 11 de abril de 2008

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, especialmente, ao meu orientador Prof. Robin Thomas Clarke, pela orientação, paciência e compreensão nestes anos de orientação.

Agradeço ao Prof. Marcelo Giulian Marques pela co-orientação, principalmente pela disponibilidade e esclarecimentos que muito colaboraram na realização deste trabalho.

A minha colega e amiga Simone pelo grande auxílio na realização deste trabalho, mas principalmente pela amizade, companheirismo e cumplicidade nestes muitos anos de convivência e parceria.

A Furnas Centrais Elétricas por fornecer os dados de pressão medidos na Usina Hidroelétrica de Porto Colômbia.

Ao colega Rafael Wiest pela sua contribuição, disponibilizando os dados de seu trabalho.

A minha família, Alexandre, Henrique e Rafael pelo carinho, grande incentivo e confiança. Principalmente ao Alexandre pelas contribuições realizadas neste trabalho.

## RESUMO

Este estudo trata da determinação de esforços hidrodinâmicos em dissipadores de energia por ressalto hidráulico, e tem por objetivo avaliar as distribuições de pressões junto ao fundo do canal, no interior de uma estrutura de dissipação de energia. Através da teoria de valores extremos bivariada, pretende-se fornecer subsídios para compreensão do processo de dissipação de energia no interior do ressalto hidráulico. Aplicaram-se métodos de análise bivariada de valores extremos para explorar a variabilidade e a dependência na distribuição longitudinal das pressões registradas ao longo do ressalto, bem como a ocorrência simultânea de valores extremos de pressão para probabilidades variando de 1% a 99%. Para isto, foram utilizados dados de pressão medidas na bacia de dissipação do vertedouro da UHE de Porto Colômbia. Na modelagem da estrutura de dependência entre os extremos foram considerados os modelos paramétricos e a estimação dos parâmetros realizada, em conjunto com o parâmetro de dependência, através do método de máxima verossimilhança. Dentre os seis modelos paramétricos avaliados, os que obtiveram melhor ajuste formam o Logístico e o Negativo Logístico, onde o Negativo Logístico destaca-se obtendo o melhor ajuste para a maioria dos casos. Observou-se, em geral, dependência para as séries de pressão situadas a montante do ressalto. Quando comparadas às estimativas conjuntas de valores de pressão, para uma dada probabilidade de ocorrência, com os valores medidos de pressão, estas mostraram-se adequadas apresentando erro médio geral de 11,9%, e erro médio em relação a energia de entrada de 7%. Os resultados deste estudo foram comparados com os obtidos por outros autores que realizaram a análise das séries de pressões da UHE de Porto Colômbia através da TVE univariada e um modelo empírico para estimar a ocorrência de valores extremos de pressões para uma dada probabilidade.

## ABSTRACT

The present study evaluates the hydrodynamic stress during dissipation of energy in hydraulic jump. The objective is to evaluate the distributions of pressures the bottom of the channel (inside a structure for energy dissipation). Using the theory of bivariate extreme values, the present analysis aims to clarify the process of energy dissipation inside the hydraulic design. Methods of bivariate analysis of extreme values were applied to explore the variability and the dependence in the longitudinal distribution of the pressures registered along the hydraulic jump, as well as the simultaneous occurrences of extreme values of pressure for probabilities between 1% and 99%. Data were collected in the dissipation basin of the spillways of Porto Colombia's hydroelectric power plant. In modelling the dependence structure among the extreme values, parametric models, and the estimate of the parameters accomplished were considered, together with dependence parameters, by the method of maximum likelihood. Among the six parametric models evaluated, the ones that were most fit were the Logistic and Logistic Negative, with the Logistic Negative standing out for obtaining the best adjustment for most of the cases. In general, statistical dependence occurs between pressure extremes upstream of the hydraulic jump. When the pressures for a given probability of occurrence, calculated from the bivariate extremes distribution, were compared with their observed frequency of occurrence, the mean difference was about 11,9%, and mean difference in relation to the entrance energy of 7%. The results of this study were compared with the ones obtained by other authors who made analysis of series of pressures from Porto Colombia's hydroelectric power plant through the theory of Univariate Extreme Values and an empiric model to estimate the occurrences of extreme values of pressures for a given probability.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
1.1	MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	12
1.2	OBJETIVOS	13
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>15</b>
2.1	HISTÓRICO DA PESQUISA SOBRE O RESSALTO HIDRÁULICO	15
2.2	CARACTERIZAÇÃO DO RESSALTO HIDRÁULICO	16
2.3	ESTRUTURA DO RESSALTO	17
2.3.1	FORMAS DO RESSALTO HIDRÁULICO SEGUNDO O NÚMERO DE FROUDE	18
2.3.2	ALTURAS CONJUGADAS	21
2.3.3	COMPRIMENTO DO RESSALTO E DO ROLO	22
2.4	PERDAS DE ENERGIA NO RESSALTO HIDRÁULICO	23
2.5	ESFORÇOS HIDRODINÂMICOS NO RESSALTO HIDRÁULICO	24
2.5.1	PRESSÕES HIDRODINÂMICAS	29
2.5.2	FLUTUAÇÃO DE PRESSÃO	32
2.6	ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS	42
2.6.1	SÉRIES TEMPORAIS MULTIVARIADAS E SUAS PROPRIEDADES	42
2.6.2	MATRIZ DE COVARIÂNCIA E CORRELAÇÃO PARA UM PROCESSO VETORIAL ESTACIONÁRIO	43
2.6.3	MATRIZ DE DENSIDADE ESPECTRAL PARA UM PROCESSO VETORIAL ESTACIONÁRIO	45
2.7	TEORIA DE VALORES EXTREMOS (TVE)	46
2.7.1	CASO UNIVARIADO (GEV)	47
2.7.2	TEORIA DE VALORES EXTREMOS BIVARIADA	49
2.7.2.1	MODELOS PARAMÉTRICOS PARA A FUNÇÃO DEPENDÊNCIA $A(\cdot)$	52
2.7.2.2	ESTIMAÇÃO	57
2.7.2.3	AJUSTE DOS MODELOS	58
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>59</b>
3.1	DADOS UTILIZADOS	59
3.2	ANÁLISE DOS DADOS	63
3.2.1	ESTATÍSTICAS DAS SÉRIES	63
3.2.2	DIFICULDADES NA ANÁLISE DOS DADOS	63
3.2.3	MODELOS DE VALORES EXTREMOS BIVARIADOS	64
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>67</b>
4.1	ANÁLISE GERAL DAS SÉRIES	67
4.2	ANÁLISE BIVARIADA DE VALORES EXTREMOS	75
4.2.1	ESTATÍSTICAS DAS SÉRIES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS ADIMENSIONALIZADOS	76
4.2.2	ANÁLISE DE DEPENDÊNCIA	92
4.2.3	GRAU DE AJUSTAMENTO DOS MODELOS	94
4.2.4	AJUSTE GRÁFICO DOS MODELOS	101
4.2.5	ESTIMATIVAS DOS PARÂMETROS DOS MODELOS	105
4.2.6	CÁLCULO DAS PROBABILIDADES	115
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>128</b>
5.1	LIMITAÇÕES	130

5.2	PROPOSTAS E RECOMENDAÇÕES PARA ESTUDOS FUTUROS.....	131
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>132</b>
<b>ANEXO A</b>	<b>.....</b>	<b>138</b>
<b>ANEXO B.....</b>	<b>.....</b>	<b>146</b>
<b>ANEXO C</b>	<b>.....</b>	<b>153</b>
<b>ANEXO D</b>	<b>.....</b>	<b>160</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Esquema de um ressalto hidráulico (Marques et al, 1995).....	17
Figura 2.2 – Alturas conjugadas e comprimento do rolo e do ressalto hidráulico em seção longitudinal do canal. $T_w$ representa a altura da lamina d'água a jusante do ressalto (Marques et al, 1995).....	18
Figura 2.3 – Ressonho hidráulico em um canal com número de Froude (Fr) igual a 4,9 – Marques et al (1995).....	19
Figura 2.4 – Ressonho hidráulico em um canal com número de Froude (Fr) igual a 9,3 - Marques et al (1995).....	19
Figura 2.5 – Formas do ressalto hidráulico - Peterka (1974).....	20
Figura 2.6 – Eficiência do ressalto hidráulico de acordo com o número de Froude (Peterka, 1974). ....	23
Figura 2.7 - Energia dissipada em função da posição dentro do ressalto hidráulico (Marques et al, 1994). ....	24
Figura 2.8 - Distribuição longitudinal do coeficiente estatístico (N) para as probabilidades de 1 e 5%, em função da posição relativa ao início do ressalto hidráulico. ....	26
Figura 2.9 – Função de autocorrelação normalizada nas diferentes posições do ressalto para Fr=5,9 (Khader e Elango, 1974). ....	31
Figura 2.10 - Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância de início do ressalto (X) e a altura conjugada na rápida ( $Y_1$ ) - Khader e Elango (1974). ....	34
Figura 2.11 – Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância do início do ressalto e a altura conjugada no início do ressalto hidráulico - Endres (1990).....	35
Figura 2.12 – Coeficiente de assimetria em função da posição (Marques et al, 1996).....	37
Figura 2.13 – Coeficiente de curtose junto ao fundo em função da posição em relação ao início do ressalto (Marques et al, 1996).....	37
Figura 2.14 - Pressão média em função da posição no ressalto hidráulico (Marques <i>et al</i> , 1996).....	37
Figura 2.15 - Novo parâmetro de flutuação de pressão em função da posição (Marques <i>et al</i> , 1996).....	38
Figura 2.16 – Pressões Médias, adimensionalizadas, obtidas nos modelos e nos protótipos (Marques <i>et al</i> , 1997).....	38
Figura 2.17 – Pressões Médias, adimensionalizadas, obtidas nos modelos e nos protótipos uniformizadas pelo fator de submergência $S = T_w/Y_2$ (Marques <i>et al</i> , 1997).....	39
Figura 2.18 - Função dependência $A( . )$ para o modelo Negativo Logístico (NL), e para r assumindo os valores 0; 0,7; 0,8; 0,9 e 1.....	56
Figura 2.19 - Função dependência $A( . )$ para o modelo Logístico (N), Logístico Assimétrico e Negativo Logístico (NL). ....	56
Figura 3.1 – Erosão causada pelo processo de cavitação na estrutura de dissipação de Porto Colômbia.....	60
Figura 3.2 – Perfil do canal da UHE de Porto Colômbia e posição das tomadas de pressão Marques et al (1996).....	60
Figura 4.1 - Pressões médias adimensionalizadas, em função da posição longitudinal do ressalto hidráulico.....	68
Figura 4.2 - Flutuação de pressão em função da posição longitudinal do ressalto hidráulico. ....	69
Figura 4.3 - Coeficiente de assimetria em função da posição longitudinal do ressalto hidráulico.....	70
Figura 4.4 - Coeficiente de curtose em função da posição longitudinal do ressalto hidráulico.....	70
Figura 4.5 - Correlação cruzada para as séries T2 e T3, vazão de $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .....	71



Figura 4.6 - Correlação cruzada para as séries T6 e T7, vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	72
Figura 4.7 - Correlação cruzada para as séries T1 e T2, vazão de 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	72
Figura 4.8 - Correlação cruzada para as séries T3 e T4, vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	72
Figura 4.9 - Função de coerência para as séries T2 e T3, vazão 2000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	74
Figura 4.10 - Função de coerência para as séries T6 e T7, vazão 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	74
Figura 4.11 - Função de coerência para séries T1 e T2, vazão 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	74
Figura 4.12 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão máximas para a vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ...	77
Figura 4.13 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão máximas para a vazão de 2000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ...	78
Figura 4.14 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão máximas para a vazão de 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ...	79
Figura 4.15 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão máximas para a vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ...	80
Figura 4.16 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão mínimas para a vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ....	81
Figura 4.17 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão mínimas para a vazão de 2000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ...	82
Figura 4.18 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão mínimas para a vazão de 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ...	83
Figura 4.19 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão mínimas para a vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ...	84
Figura 4.20 – Pressões máximas para as séries T1 <sub>ma</sub> e T2 <sub>ma</sub> , para a vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> . Valores originais (esquerda) e transformados em exponenciais unitárias (direita).....	85
Figura 4.21 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos P1 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	102
Figura 4.22 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos P1 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	102
Figura 4.23 – Contornos da Função densidade, para o modelo Logístico(A) e Negativo Logístico(B), para o par de máximos P1 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	102
Figura 4.24 – Função dependência A(.), para o modelo Logístico(---), Negativo Logístico(—) e não paramétrico (—), para o par de máximos P1 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	103
Figura 4.25 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos P3 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	104
Figura 4.26 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos P3 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	104
Figura 4.27 - Contornos da Função densidade, para o modelo Logístico(A) e Negativo Logístico(B), para o par de máximos P3 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	104
Figura 4.28 – Função dependência A(.), para o modelo Logístico(---), Negativo Logístico(—) e não paramétrico (—), para o par de máximos P3 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	105
Figura A.1 – Função de autocorrelação amostral para série T1, vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (linha azul), descrevendo uma série estacionária.....	138
Figura A.2 – Função de autocorrelação amostral para série T1, vazão 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (linha azul).....	138
Figura A.3 – Função de autocorrelação amostral para série T4, vazão 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (linha azul).....	139
Figura A.4 – Função de autocorrelação amostral para série T7, vazão de 2000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (linha azul).....	139
Figura A.5 – Função de autocorrelação amostral para tomada T6, vazão 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (linha azul).....	139
Figura A.6 - Espectro para tomada T4, vazão de 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	141
Figura A.7 - Espectro para tomada T5, vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	141
Figura A.8 - Espectro para a tomada T7, vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	141
Figura A.9 – Função de autocorrelação amostral para série filtrada T5, vazão 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (linha azul).....	143
Figura A.10 - Espectro da série filtrada da série T5, vazão 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	143
Figura A.11 – Função de autocorrelação amostral para série filtrada T6, vazão 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (linha azul).....	143

Figura A.12 - Espectro da série filtrada da série T6, vazão 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	144
Figura A.13 – Função de autocorrelação amostral para tomada T7 da série filtrada, vazão 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (linha azul).....	144
Figura A.14 - Espectro da série filtrada da tomada T7, vazão 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	144
Figura A.15 - Correlação cruzada para série filtrada, tomadas T6 e 7, vazão 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	145
Figura.A.16 - Espectro cruzado das séries filtradas para as tomadas T6 e T7, vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	145
Figura B.1 - Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para as tomadas T1 e T2 e intervalo de confiança (linha azul).....	148
Figura B.2 - Histograma dos resíduos para o modelo ARMAX para as tomadas T1 e T2....	148
Figura B.3 - Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para as tomadas T1 e T2 e intervalo de confiança (linha azul).....	149
Figura B.4 - Histograma dos resíduos para o modelo ARMAX para as tomadas T2 e T1....	149
Figura.B.5- Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries das tomadas T4 e T5 e intervalo de confiança (linha azul).....	150
Figura B.6 - Histograma dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries das tomadas T4 e T5.....	150
Figura B.7 - Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries das tomadas T6 e T7 e intervalo de confiança (linha azul).....	151
Figura B.8 - Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries das tomadas T6 e T7.....	151
Figura B.9 - Histograma dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries das tomadas T6 e T7.....	152
Figura C.1 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos P2 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	153
Figura C.2 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos P2 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	153
Figura C.3 - Contornos da Função densidade e Função dependência A(.), para o modelo para o modelo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P2, vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> , séries de máximos.....	154
Figura C.4 – Contornos da Função densidade e Função dependência A(.), para o modelo para o modelo Negativo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P2, vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> , séries de máximos.....	154
Figura C.5 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos P4 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	155
Figura C.6 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos P4 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	155
Figura C.7 - Contornos da Função densidade e Função dependência A(.), para o modelo para o modelo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P4, vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> , séries de máximos.....	155
Figura C.8 – Contornos da Função densidade e Função dependência A(.), para o modelo para o modelo Negativo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P4, vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> , séries de máximos.....	156
Figura C.9 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos P5 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	156
Figura C.10 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos P5 <sub>ma</sub> , vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> e intervalo de confiança (95%).....	157
Figura C.11 – Contornos da Função densidade e Função dependência A(.), para o modelo para o modelo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P5, vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> , séries de máximos.....	157

Figura C.12 – Contornos da Função densidade e Função dependência $A(.)$ , para o modelo para o modelo Negativo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P5, vazão de $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos.....	157
Figura C.13 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos $P6_{\text{ma}}$ , vazão de $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e intervalo de confiança (95%).....	158
Figura C.14 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos $P6_{\text{ma}}$ , vazão de $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e intervalo de confiança (95%).....	158
Figura C.15 – Contornos da Função densidade e Função dependência $A(.)$ , para o modelo para o modelo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P6, vazão de $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos.....	158
Figura C.16 - Contornos da Função densidade e Função dependência $A(.)$ , para o modelo para o modelo Negativo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P6, vazão de $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos.....	159

## ÍNDICE DE TABELAS E QUADROS

Tabela 3.1: Condições hidráulicas das medições efetuadas na UHE de Porto Colômbia onde $Fr$ é o número de Froude, $Q$ representa a vazão, $Y_1$ a altura conjugada rápida, $Y_2$ a altura conjugada lenta, $T_w$ lamina d'água a jusante e $V_1$ a velocidade do escoamento.....	61
Tabela 3.2: Distância entre as tomadas de pressão na UHE de Porto Colômbia.....	62
Tabela 4.1: Valores médios de pressão (mca) para as vazões de 1000,2000, 3000 e 4000 $m^3s^{-1}$ , medidas nas sete tomadas.....	68
Tabela 4.2: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (máximos), vazão de 1000 $m^3s^{-1}$ .....	77
Tabela 4.3: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (máximos), vazão de 2000 $m^3s^{-1}$ .....	78
Tabela 4.4: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (máximos), vazão de 3000 $m^3s^{-1}$ .....	79
Tabela 4.5: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (máximos), vazão de 4000 $m^3s^{-1}$ .....	79
Tabela 4.6: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (mínimos), vazão de 1000 $m^3s^{-1}$ .....	81
Tabela 4.7: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (mínimos), vazão de 2000 $m^3s^{-1}$ .....	81
Tabela 4.8: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (mínimos), vazão de 3000 $m^3s^{-1}$ .....	82
Tabela 4.9: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (mínimos), vazão de 4000 $m^3s^{-1}$ .....	83
Tabela 4.10: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões máximas, para a vazão de 1000 $m^3s^{-1}$ .....	95
Tabela 4.11: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões máximas, para a vazão de 2000 $m^3s^{-1}$ .....	96
Tabela 4.12: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões máximas, para a vazão de 3000 $m^3s^{-1}$ .....	96
Tabela 4.13: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões máximas, para a vazão de 4000 $m^3s^{-1}$ .....	97
Tabela 4.14: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões mínimas, para a vazão de 1000 $m^3s^{-1}$ .....	98
Tabela 4.15: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões mínimas, para a vazão de 2000 $m^3s^{-1}$ .....	99
Tabela 4.16: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões mínimas, para a vazão de 3000 $m^3s^{-1}$ .....	99
Tabela 4.17: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões mínimas, para a vazão de 4000 $m^3s^{-1}$ .....	100
Tabela 4.18: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de máximos, vazão de 1000 $m^3s^{-1}$ .....	107
Tabela 4.19: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de máximos, vazão de 2000 $m^3s^{-1}$ .....	108
Tabela 4.20: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de máximos, vazão de 3000 $m^3s^{-1}$ .....	109

Tabela 4.21: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de máximos, vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	110
Tabela 4.22: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de mínimos, vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	111
Tabela 4.23: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de mínimos,, vazão de 2000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	112
Tabela 4.24: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de mínimos,, vazão de 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	113
Tabela 4.25: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de mínimos,, vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	114
Tabela 4.26: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>1%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	117
Tabela 4.27: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>5%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	118
Tabela 4.28: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>10%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	119
Tabela 4.29: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>80%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	120
Tabela 4.30: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>90%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	121
Tabela 4.31: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>95%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	122
Tabela 4.32: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>99%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	123
Tabela B.1 - Estimativas dos parâmetros $\phi_1$ e $\phi_2$ , V e FPE para os modelos ARMAX das séries de T1 a T7 para a vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	147
Tabela D.1: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>1%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	161
Tabela D.2: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>5%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	162
Tabela D.3: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>10%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	163
Tabela D.4: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a <b>80%</b> para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta (p <sup>*</sup> ) – Vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> (toda a série).....	164



Quadro 3.1: Regiões de maior flutuação de pressão, descolamento e final do rolo e término da influência do ressalto para a estrutura de dissipação da UHE de Porto Colômbia.....	62
Quadro 4.1: Correlação entre as séries de máximos adimensionalizados, para a vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	85
Quadro 4.2: Correlação entre as séries de máximos adimensionalizados, para a vazão de 2000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	86
Quadro 4.3: Correlação entre as séries de máximos adimensionalizados, para a vazão de 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	87
Quadro 4.4: Correlação entre as séries de máximos adimensionalizados, para a vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	88
Quadro 4.5: Correlação entre as séries de mínimos adimensionalizados, para a vazão de 1000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	89
Quadro 4.6: Correlação entre as séries de mínimos adimensionalizados, para a vazão de 2000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	90
Quadro 4.6: Correlação entre as séries de mínimos adimensionalizados, para a vazão de 3000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	91
Quadro 4.7: Correlação entre as séries de mínimos adimensionalizados, para a vazão de 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	92
Quadro 4.9: Teste para a independência para os pares de séries de pressões máximas utilizando o critério de Tawn (1998).....	93
Quadro 4.10: Teste para a independência para os pares de séries de pressões mínimas utilizando o critério de Tawn (1998).....	94
Quadro 4.11: Melhor modelo pelo critério AIC para os pares de pressão máxima, para as vazões de 1000 a 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	98
Quadro 4.12: Melhor modelo pelo critério AIC para os pares de pressão mínima, para as vazões de 1000 a 4000 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> .....	100

# 1 INTRODUÇÃO

O Brasil é conhecido pelo seu grande potencial hidroelétrico. Tendo em vista esta capacidade surge a possibilidade de criar reservatórios com o objetivo de gerar energia, irrigação e abastecimento. Estas estruturas devem ser dimensionadas de modo que o excedente de volume retorne ao seu curso natural sem causar danos à obra ou a regiões de jusante devido à conversão da energia potencial em cinética. Para isto devem ser previstos dissipadores de energia, onde um dos tipos mais usuais é o que realiza a dissipação através da formação de um ressalto hidráulico.

É de grande interesse de engenheiros e estudiosos a caracterização das ações hidrodinâmicas que ocorrem em estruturas de dissipação. O estudo dos esforços hidrodinâmicos, na maioria das vezes, é realizado em modelos físicos reduzidos devido aos custos e a dificuldade de obter estas informações em protótipo. Neste trabalho foram analisadas séries de flutuações de pressão medidas na bacia de dissipação do vertedouro da Usina de Porto Colômbia situada no Rio Grande, na divisa dos estados de Minas Gerais e São Paulo. Estes dados estão disponíveis para análise no Instituto de Pesquisas Hidráulicas (IPH) e foram cedidos por FURNAS.

As flutuações de pressão macroturbulentas em fluidos reais usualmente apresentam seus primeiro e segundo momentos finitos com média constante, além de que pode-se caracterizar todo o processo a partir de uma única realização do mesmo. Deste modo podem ser consideradas como um processo estocástico, estacionário e ergódico. A maioria dos processos estacionários que representam fenômenos físicos é ergódica, como é o caso das pressões na soleira de bacias de dissipação por ressalto.

Existem maneiras de caracterizar um processo aleatório mediante estruturas quantitativas a partir da análise estatística. Os recursos mais utilizados por diversos autores, como Khader e Elango (1974), Lopardo (1986), Marques *et al* (1997) e Endres (1990), são a análise espectral, correlação, função densidade de probabilidade e seus momentos aplicados em séries de pressões obtidas em soleiras de bacias de dissipação, em modelos e protótipos. Teixeira (2003) analisou as séries de pressões medidas na bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia, comparando com dados obtidos em modelos de laboratório obtidos por diferentes autores. Este autor sugere um modelo empírico para estimar valores de pressões para diversas probabilidades.

O presente estudo propõe a aplicação da teoria de valores extremos bivariada na análise das séries de pressões medidas na bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia,



considerando pares de séries de pressões medidas em tomadas consecutivas e diferentes vazões. Deste modo foi possível descrever e compreender os processos existentes dentro do ressalto hidráulico, possibilitando a caracterização de zonas de dependência relacionadas a regiões específicas da estrutura. Também foi possível a determinação da probabilidade conjunta de eventos extremos.

A estrutura deste trabalho está dividida em cinco capítulos onde:

- No primeiro capítulo apresenta-se a introdução e os objetivos deste estudo.
- No segundo capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica dividida em duas etapas. A primeira contém alguns aspectos teóricos sobre o ressalto hidráulico e a segunda, conceitos em séries temporais e teoria de valores extremos multivariada os quais serão utilizados e citados nos capítulos posteriores.
- No terceiro capítulo é abordada a metodologia deste estudo descrevendo os dados avaliados e seu método de aquisição, além dos procedimentos estatísticos abordados.
- No quarto capítulo descrevem-se, inicialmente, os métodos usuais empregados para análise das séries de flutuações de pressões, como assimetria, curtose, autocorrelação, função densidade espectral e aplicação de filtros digitais e posteriormente apresenta-se o comportamento das séries através da teoria de valores extremos bivariada.
- O último capítulo é composto pelas considerações finais deste trabalho, limitações e sugestões para estudos futuros.

## 1.1 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Uma inspeção subaquática realizada em 1983 revelou um péssimo estado de conservação das estruturas componentes da bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia. No ano de 1996, após a reparação da mesma, realizou-se uma campanha de medição de flutuações de pressão instantânea para diversas vazões vertidas nesta bacia. A importância destes dados se deve ao fato de que foram medidos em protótipo, algo raro na literatura, pois em sua grande maioria este tipo de medição é efetuada em modelos hidráulicos reduzidos. Portanto este estudo é de interesse direto de projetistas, estudiosos e companhias de operação de barragens devido à necessidade de se conhecer as ações hidrodinâmicas que ocorrem em estruturas de dissipação. O grande desafio para o engenheiro não é simplesmente quantificar o

efeito das ações hidrodinâmicas, mas, essencialmente, a capacidade de prever a ocorrência de eventos extremos e suas conseqüências da forma mais fiel e real possível.

Conhecendo o comportamento e as características do ressalto hidráulico, e tendo a capacidade de prever eventos extremos decorrentes da macroturbulência, e que causam danos às estruturas, será possível dimensionar estruturas de dissipação com economia, eficiência e precisão.

Segundo Teixeira (2003) praticamente inexitem estudos de valores extremos de pressões junto ao fundo de bacias de dissipação por ressalto hidráulico em protótipo. Em geral as análises estão restritas às estatísticas descritivas dos dados, que são mais indicadas para se obter uma compreensão global das informações e não de suas características extremas. Neste estudo foi abordada a Teoria de Valores Extremos bivariada onde através da modelagem do comportamento assintótico probabilístico dos extremos se obtém aproximações para a distribuição bivariada, permitindo o estudo da ocorrência de valores extremos simultâneos ao longo da bacia de dissipação.

## 1.2 OBJETIVOS

Este estudo tem por objetivo principal a análise das distribuições de pressões junto ao fundo do canal, no interior de uma estrutura de dissipação de energia por ressalto hidráulico, através da Teoria de Valores Extremos Multivariada. Estes dados fornecerão subsídios para a compreensão do processo de dissipação de energia no interior do ressalto hidráulico, de maneira que se permita futuramente criar critérios de base para dimensionamento de dissipadores em diferentes cenários, tanto técnicos quanto econômicos. Especificamente, a pesquisa procurará respostas para as seguintes perguntas:

- (i) Existe relação entre a média, assimetria e curtose, correlação cruzada e espectros cruzados das séries de pressões da UHE de Porto Colômbia com os resultados obtidos em modelo por diferentes autores?
- (ii) As pressões extremas, medidas ao longo da estrutura, apresentam evidência de correlação entre si?
- (iii) A correlação, se existir, ocorre em função da distância entre as tomadas de pressão?

- (iv) Se existir correlação entre as séries, a ocorrência conjunta dos extremos pode ser estimada a partir da distribuição multivariada (especificamente bivariada) entre os extremos? Se for possível qual o melhor modelo paramétrico para descrever a dependência entre as séries? É possível generalizar um único modelo para diferentes valores de números de Froude e diferentes regiões do ressalto hidráulico?
- (v) Após ajuste da distribuição de valores extremos multivariados (especificamente bivariada) é possível calcular as pressões que são excedentes com uma dada probabilidade de ocorrência (por exemplo, em 5% ou 1% das observações)?
- (vi) Quais as diferenças existentes nos parâmetros estimados dos modelos para as distribuições marginais, quando realizamos estimativas individuais ou em conjunto com o parâmetro de dependência?
- (vii) Qual o erro de estimativa no cálculo de probabilidades de pressões extremas comparando com os resultados obtidos através do modelo empírico sugerido por Wiest (2008) e com os valores medidos de pressão da UHE de Porto Colômbia?

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este trabalho avalia as relações existentes entre séries de pressões medidas na soleira de uma bacia de dissipação por ressalto hidráulico através da média, desvio-padrão, assimetria, curtose, correlação cruzada e espectro cruzado, que são recursos estatísticos amplamente utilizados em estudos de flutuações de pressões em ressaltos, e a teoria de valores extremos bivariada, que até o momento não se encontrou registro de aplicação neste tipo de dados.

Neste capítulo apresenta-se a revisão teórica dividida em duas etapas onde: na primeira apresenta-se uma análise geral do histórico e da estrutura do ressalto hidráulico, e na segunda uma revisão dos principais conceitos no estudo de Séries Temporais e da Teoria de Valores Extremos Multivariado, necessários à análise das séries de pressões medidas na UHE de Porto Colômbia.

### 2.1 HISTÓRICO DA PESQUISA SOBRE O RESSALTO HIDRÁULICO

Uma das primeiras descrições para o ressalto foi feita por Leonardo da Vinci no século XV. Em 1797, Venturi referiu-se ao ressalto como sendo de utilidade em problemas de drenagem no qual era necessário alterar a altura do escoamento. Giorgio Bidone, em 1928, apresentou as primeiras investigações sobre o ressalto, analisando os aspectos relativos à dissipação de energia especificamente sobre a formação da onda resultante do súbito aumento da altura de escoamento a jusante. Alguns anos mais tarde, foi publicado o trabalho de Jean Bélanger (Bélanger, 1928), onde apresenta a relação entre as alturas de escoamento à entrada e à saída do ressalto o que se considera como sendo “alturas conjugadas” (Pinheiro, 1995).

O estudo das características turbulentas dentro do ressalto hidráulico iniciou no século passado no fim da década de 50, com a utilização de instrumentos que possibilitavam a aquisição de dados com uma frequência elevada. Desde então, começaram os estudos das características estocásticas da dissipação de energia. Um dos primeiros estudos que quantificaram as características da turbulência no ressalto foi realizado por Rouse *et al* (1959), através da medição de velocidade. Devido à grande dificuldade em obter medições de velocidade dentro do ressalto hidráulico, estas medições foram realizadas em um ressalto em ar. Algum tempo depois Elder (1961) apresenta um dos primeiros trabalhos que mediram as

flutuações de pressões na água, no fundo de um canal, onde concluiu que o número de *Froude* é fundamental para a análise das flutuações de pressões e constatou que as frequências das pressões nos fenômenos hidráulicos são baixas.

Com o passar do tempo acelerou-se o desenvolvimento científico, aumentando rapidamente o conhecimento sobre o ressalto através de estudos experimentais relativos ao perfil a ao comprimento do ressalto. No período que compreende as décadas de 80 e 90 os estudos voltam-se para as características internas do ressalto, como flutuações de pressões e de velocidades, macroturbulência, formação do rolo, zona de descolamento, em função do avanço da instrumentação eletrônica. Mais recentemente foram publicados estudos que estimam pressões na laje de dissipação de um vertedouro, com diferentes probabilidades de ocorrência. O conhecimento da pressão média, das flutuações de pressão e da probabilidade de ocorrência de valores de pressão auxilia o engenheiro no projeto e escolha das dimensões do dissipador de energia com maior segurança.

O ressalto hidráulico, atualmente, é aplicado com diferentes finalidades, como misturar produtos químicos em estações de tratamento de água, aerar águas de escoamento e aumentar a carga de um canal, sendo que uma das mais usadas é a dissipação de energia a jusante de estruturas hidráulicas (vertedouros, comportas, canais de macro drenagem), apresentando formas geométricas mais variadas.

## 2.2 CARACTERIZAÇÃO DO RESSALTO HIDRÁULICO

O ressalto hidráulico é um interessante fenômeno observado na área de engenharia hidráulica e uma das formas mais simples de se obter dissipação de energia do escoamento em canais. É um movimento macroscópico permanente, bruscamente variado, que se produz toda vez que um escoamento a superfície livre passa de um regime supercrítico para um subcrítico. Nessa passagem, ocorre a formação de um rolo que incorpora ar e há um rápido incremento na altura de lâmina de água no canal. Esta variação de regime é acompanhada de grandes oscilações superficiais que se propagam para jusante, e dá como resultado a geração de macroturbulência de grande intensidade. Esta agitação diminui significativamente após o fim do rolo e chega ao regime normal do escoamento após o fim da zona de subida de bolhas de ar, como pode ser observado nas figuras 2.1 e 2.2 (Marques, 1995).

Pela capacidade de dissipação de energia no seu interior, o ressalto hidráulico é largamente usado como um dissipador de energia em vertedouros e inúmeros outros usos, os

quais foram descritos por Chow (1959). O processo de dissipação macroturbulenta no interior do ressalto está acompanhado de severas flutuações de pressão, que se transmitem às estruturas. Essas flutuações podem causar danos significativos a estrutura por problemas ligados à fadiga, cavitação e vibrações estruturais, ou erosões no leito a jusante do rio. O conhecimento da distribuição das flutuações de pressão é importante para compreender o processo da dissipação de energia e para o dimensionamento de estruturas mais eficientes.

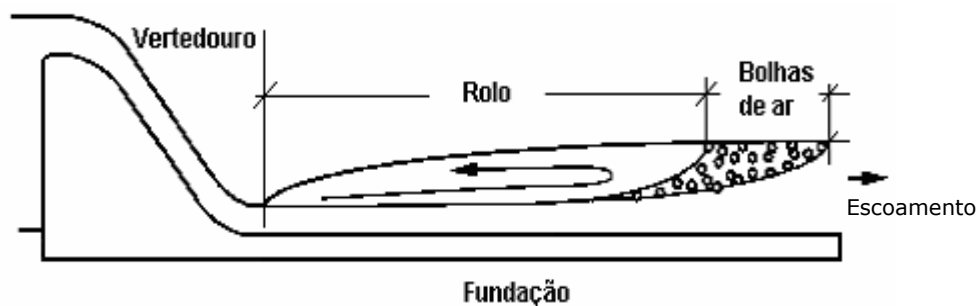


Figura 2.1 – Esquema de um ressalto hidráulico em corte longitudinal (Marques, 1995).

Para que se possa melhor compreender o processo de dissipação de energia por ressalto hidráulico, faz-se necessária a descrição detalhada de sua estrutura. Para isto, nas seções a seguir, apresentam-se os principais parâmetros que determinam a sua forma.

### 2.3 ESTRUTURA DO RESSALTO

A estrutura interna do ressalto hidráulico pode ser determinada através da variação do número de Froude ( $Fr$ ) na entrada do ressalto e das profundidades a montante ( $Y_1$ ) e a jusante ( $Y_2$ ) do ressalto. A altura supercrítica, no início do ressalto, é denotada por  $Y_1$  e a altura subcrítica, no final do ressalto, é denotada por  $Y_2$ . Estas alturas são conhecidas como alturas conjugadas (Figura 2.2) e a sua diferença ( $Y_1 - Y_2$ ) é denominada de altura do ressalto (Marques *et al*, 1997). Além destas grandezas define-se também o comprimento do ressalto hidráulico ( $L_n$ ) e comprimento do rolo ( $L_r$ ).

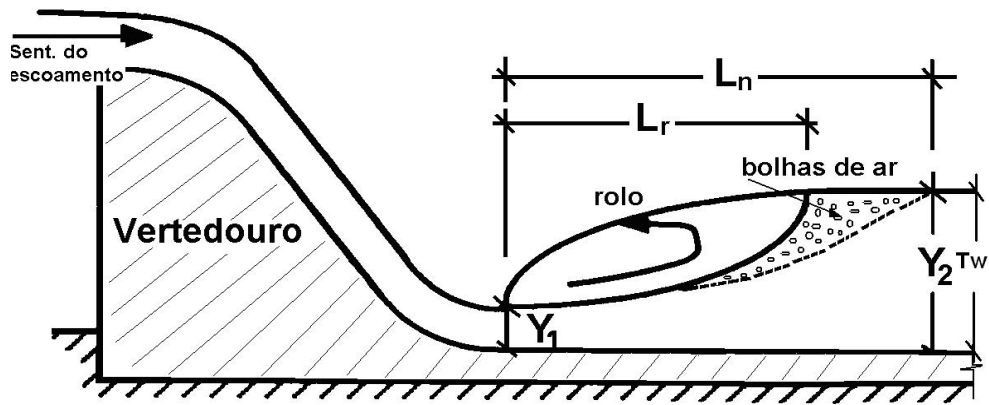


Figura 2.2 – Alturas conjugadas e comprimento do rolo e do ressalto hidráulico em seção longitudinal do canal.  $T_w$  representa a altura da lamina d'água a jusante do ressalto. (Marques, 1995).

Estas grandezas definem o tipo de ressalto, o seu comprimento e o tamanho do rolo formado, além de que para ocorrer o ressalto é necessário que se satisfaça a condição  $Y_2 > Y_1$ , isto é  $F_r > 1$ . Quando  $T_w > Y_2$  o ressalto é dito ser afogado ou submergido, caso contrário obtemos o ressalto livre. No caso do ressalto afogado recomenda-se que seja considerada a influência da submergência ( $S$ ), que para alguns autores é considerada como sendo  $S = T_w/Y_2$ . Nas seções de 2.3.1 a 2.3.3 estas grandezas e suas propriedades são descritas com maiores detalhes.

### 2.3.1 FORMAS DO RESSALTO HIDRÁULICO SEGUNDO O NÚMERO DE FROUDE

Escoamentos à superfície livre são governados principalmente por esforços de origem gravitacional, assim, as características do ressalto hidráulico de uma forma geral são condicionadas ao número de Froude ( $Fr$ ) que representa a relação entre os esforços cinemáticos e gravitacionais (Trierweiler, 2005). O número de Froude ( $Fr$ ) é dado pela seguinte expressão:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (2.1)$$

Onde:

$V$  = velocidade média do escoamento em uma dada seção do escoamento;

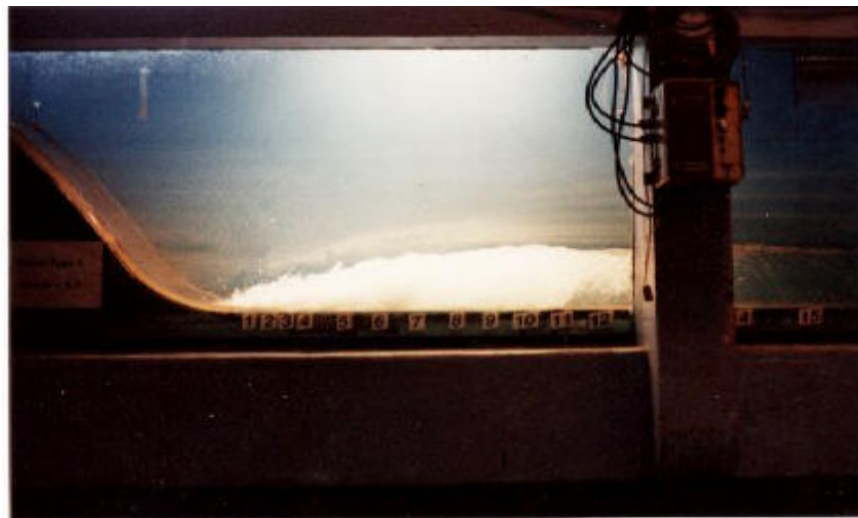
$g$  = aceleração da gravidade.

$L$  = dimensão característica (altura de água).

A forma e a estrutura interna ao longo do ressalto podem ser associadas ao número de Froude na entrada do ressalto ( $Fr$ ) atuando diretamente sobre as pressões junto ao fundo do canal (Figura 2.3 e Figura 2.4).



*Figura 2.3 – Ressonância hidráulica em um canal com número de Froude ( $Fr$ ) igual a 4,9 – Marques et al (1997).*



*Figura 2.4 – Ressonância hidráulica em um canal com número de Froude ( $Fr$ ) igual a 9,3 - Marques et al (1997).*

O valor de  $Fr$  guarda relação com o tipo de ressalto a ser formado. Segundo Peterka (1974), podem ocorrer essencialmente quatro tipos de ressalto hidráulico, como é visto na Figura 2.5.



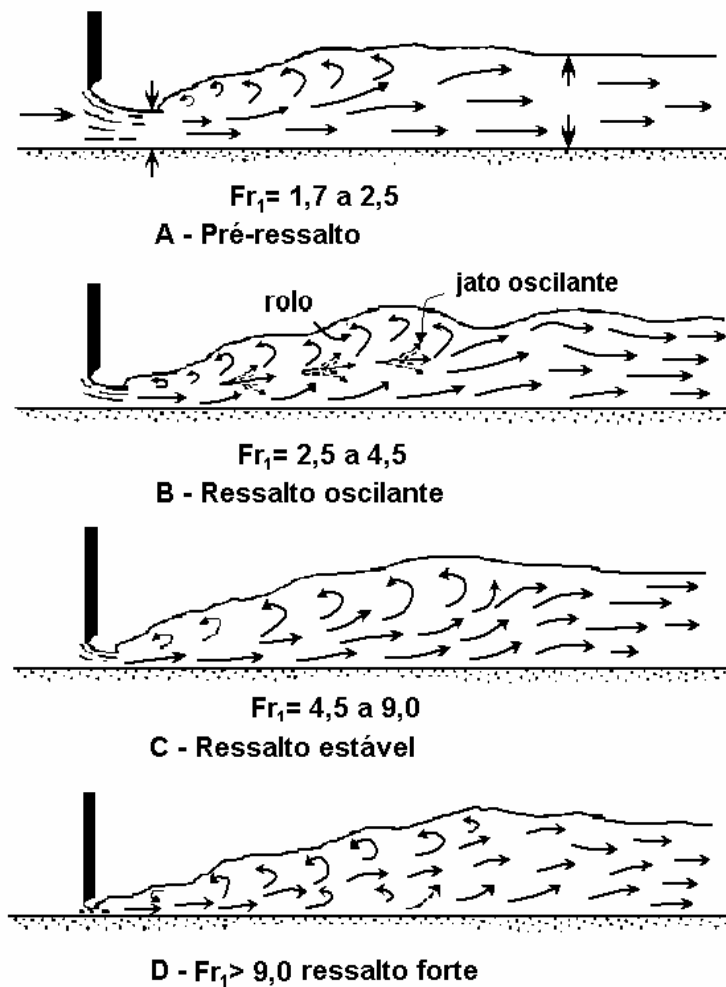


Figura 2.5 – Formas do ressalto hidráulico - Peterka (1974).

Para cada faixa de valores do número de Froude ( $F_r$ ) pode-se descrever as características do ressalto hidráulico do seguinte modo:

- $F_r = 1$ : Neste caso não existe o ressalto hidráulico, pois a água escoava em regime crítico.
- $1 < F_r \leq 1,7$ : Ocorre uma pequena oscilação na superfície, não estando ainda desenvolvido o ressalto.
- $1,7 < F_r \leq 2,5$ : Ocorre o “pré-ressalto”, caracterizado por uma série de pequenos rolos que se desenvolvem na superfície.
- $2,5 < F_r \leq 4,5$ : Ocorre o “ressalto oscilante”, onde o ressalto hidráulico já apresenta contorno nítido, mas é instável e gera pulsações não-periódicas, que se propagam para jusante com amplitude quase que constante por um comprimento muito grande.

- $4,5 < F_r \leq 9,0$ : Ocorre o ressalto “estável”, onde o ressalto encontra-se bem estabilizado e onde a energia dissipada está entre 45% e 70% da energia de entrada.
- $F_r > 9,0$ : Ocorre o “ressalto forte” onde o ressalto hidráulico adquire dimensões maiores, apresentando uma intensa formação de vórtices, emulsão de ar na corrente, agitação da superfície e jatos de alta intensidade de turbulência se propagam para jusante por uma longa distância.

### 2.3.2 ALTURAS CONJUGADAS

O ressalto hidráulico é caracterizado pela altura conjugada na entrada do ressalto ( $Y_1$ ) e a altura conjugada na saída do ressalto ( $Y_2$ ), já mencionadas anteriormente (Figura 2.2) e ambas estão associadas ao número de Froude. O conhecimento dessas alturas é fundamental para saber que tipo de ressalto hidráulico se está analisando, além de serem normalmente utilizadas para determinar certas características como, por exemplo, o comprimento do ressalto hidráulico e do rolo.

Considerando um canal retangular com paredes paralelas, fundo horizontal e assumindo a distribuição uniforme de velocidades e a distribuição hidrostática de pressões ambas no início e no fim do ressalto, e desprezando-se as forças viscosas e flutuações de velocidade, é possível mostrar que a razão entre as alturas conjugadas é dada pela *equação de Belánger* (Belánger, 1928).

$$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right]. \quad (2.2)$$

onde:

$Y_1$  = altura conjugada rápida (entrada do ressalto);

$Y_2$  = altura conjugada lenta (saída do ressalto) e;

$Fr_1$  = número de Froude na seção de entrada do ressalto hidráulico,  $Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gY_1}}$ .

Existem outras equações que definem as alturas conjugadas para um canal de fundo plano e podem ser encontradas nos trabalhos de Elevatorski (1959), Bhutto *et al* (1989) entre outros. Algumas destas equações são sugeridas por Hager e Bremen (1989) que apresentam

uma equação para a relação entre as alturas conjugadas na qual consideram os efeitos viscosos junto aos contornos sólidos do canal ou Ohtsu e Yasuda (1994) que consideram as mesmas características dando enfoque a tensão de cisalhamento junto ao perímetro molhado do canal em um escoamento potencial a jusante de uma comporta.

### 2.3.3 COMPRIMENTO DO RESSALTO E DO ROLO

A análise do comprimento do ressalto hidráulico ( $L_n$ ) é de grande interesse, pois é possível definir o tamanho da estrutura da bacia de dissipação em função desta grandeza. O comprimento do ressalto (ver Figura 2.2) é definido como a distância medida desde onde se inicia a sobrelevação do ressalto (entrada do ressalto), até o ponto onde acaba a presença dos rolos (zona de turbilhonamento) ou começa o escoamento normal (distribuição uniforme de velocidades), incluindo a zona de transição ou zona de formação de bolhas (Teixeira, 2003). Existem diversas fórmulas sugeridas para o comprimento do ressalto hidráulico, uma destas fórmulas é sugerida por Marques *et al* (1994), onde o comprimento do ressalto é dado por:

$$L_n = 8,5(Y_2 - Y_1). \quad (2.3)$$

Peterka (1974) define o local do fim do rolo como sendo onde a altura da água alcança 95% da altura conjugada lenta ( $Y_2$ ) e determina o comprimento do rolo ( $L_r$ ), apresentado na figura 2.2, a partir do número de Froude e da altura conjugada rápida ( $Y_1$ ). Para números de Froude entre 4,5 e 10 o comprimento do rolo é dado por:

$$L_r = 6,1Y_2. \quad (2.4)$$

Marques *et al* (1994) sugere para o comprimento do rolo em um canal horizontal a seguinte expressão

$$L_r = 6,0(Y_2 - Y_1). \quad (2.5)$$

## 2.4 PERDAS DE ENERGIA NO RESSALTO HIDRÁULICO

As perdas de energia no ressalto hidráulico podem ser determinadas a partir das diferenças de energia nas seções a montante ( $E_1$ ) e a jusante ( $E_2$ ) do ressalto. Ou seja, a perda de carga no ressalto é a diferença de energia antes e depois do ressalto. A equação que relaciona as perdas de energia ( $\Delta H$ ) pode ser definida por:

$$\Delta H = E_2 - E_1 = \frac{(Y_2 - Y_1)^3}{4 \cdot Y_1 \cdot Y_2} \quad (2.6)$$

A teoria clássica define a eficiência do ressalto como a relação entre a energia perdida ( $\Delta H$ ) e a energia mantida ( $H_r$ ) como sendo  $\eta = (\Delta H/H_r) \cdot 100$ .

É possível também relacionar as perdas de energia no ressalto hidráulico com o número de Froude. Peterka (1974) demonstra que à medida que se aumenta o número de Froude a eficiência do ressalto também aumenta, ou seja, existe uma maior dissipação de energia. A Figura 2.6 demonstra esta relação, onde se observa que para  $Fr > 12$  a eficiência do ressalto em relação a energia dissipada tende a estabilizar em torno de 80%.

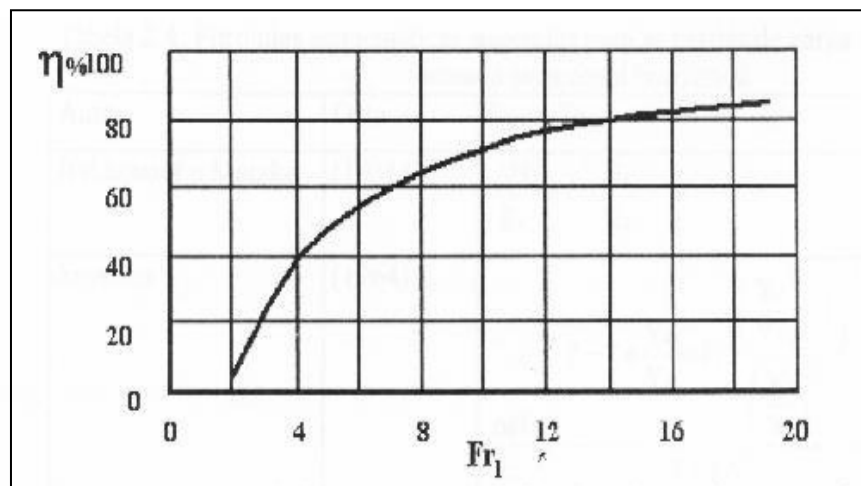


Figura 2.6 – Eficiência do ressalto hidráulico de acordo com o número de Froude (Peterka, 1974).

Outro resultado em relação à dissipação de energia no ressalto é apresentado por Marques *et al* (1994). Os autores sugerem que as perdas de carga no interior de um ressalto hidráulico podem ser associadas à distribuição longitudinal da flutuação de pressão junto ao fundo da região do ressalto. Desta maneira é possível estimar a porcentagem de energia dissipada ao longo do ressalto. A Figura 2.7 apresenta o resultado obtido para a perda de

carga dentro do ressalto. Pode-se observar que a maior parte da perda de carga ocorre no início do ressalto, apresentando quase que total dissipação a partir da posição  $X/(Y_2-Y_1)=6$ .

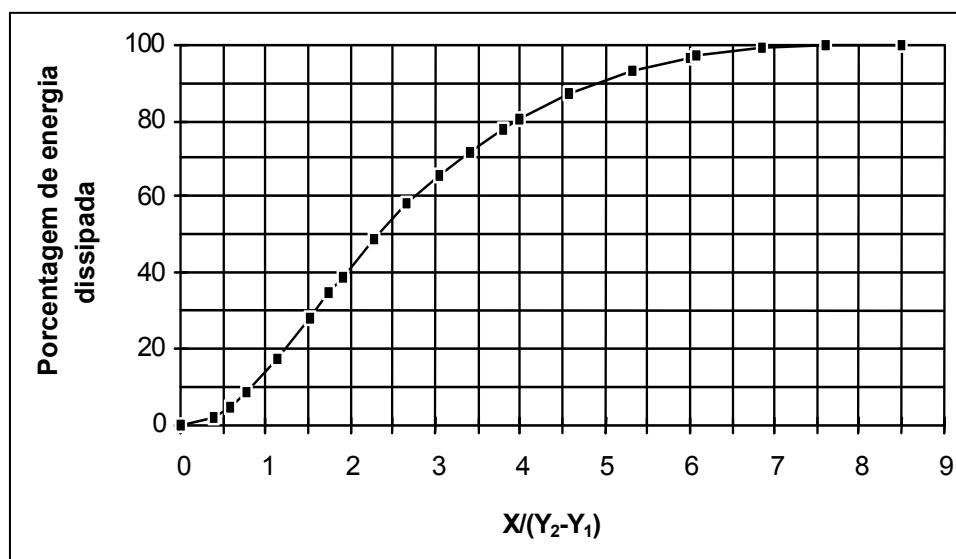


Figura 2.7 - Energia dissipada em função da posição dentro do ressalto hidráulico (Marques et al, 1994).

## 2.5 ESFORÇOS HIDRODINÂMICOS NO RESSALTO HIDRÁULICO

A análise dos esforços hidrodinâmicos em estruturas hidráulicas tem por objetivo a compreensão dos processos existentes na dissipação de energia através do ressalto hidráulico, para que desta forma se possa otimizar as estruturas em vertedouros conciliando eficiência e economia. Tais processos são acompanhados por flutuações de pressão e velocidades que freqüentemente causam danos à estrutura de dissipação. Logo o conhecimento dos esforços hidrodinâmicos provocados na dissipação de energia é de importância fundamental para a análise de erosão no fundo de canais.

O estudo dos esforços hidrodinâmicos no ressalto hidráulico geralmente é realizada em modelos de laboratório, pois a aquisição de dados utilizando protótipos apresenta custo bastante elevado, além das dificuldades existentes na coleta. A análise de medições de pressão em um ressalto hidráulico na maioria das vezes é feita através de modelos reduzidos.

Existem métodos propostos para avaliar os esforços hidrodinâmicos, e que podem ser discriminados através dos seguintes modos:

- i* – Medida de pressão em modelo reduzido ou protótipo (válido para todas as estruturas)
- ii* – Teoria de jatos livres (apenas para dissipadores do tipo salto de Esqui (Hartung e Hauseler, 1973).
- iii* – Método proposto por Renius (1986) (apenas para escoamentos paralelos ao fundo), onde para calcular a pressão hidrodinâmica total ( $P_t$ ) em  $\text{Kgf/cm}^2$  utiliza-se a expressão 2.7:

$$P_t = (0,5C_R \pm 0,4f)V^2 \quad (2.7)$$

Onde:

$C_R$  = coeficiente de pressão que varia de acordo com o ângulo de inclinação das fraturas do leito ( $\beta$ ).

$f$  = coeficiente de fricção variando entre 0,03 e 0,08 (Renius, 1970);

$V$  = Velocidade média do escoamento nas seções consideradas;

- iv* – Estimar a probabilidade de esforços através de relações estatísticas, podendo ser realizado através da equação 2.8.

$$P_{X\%} = P_X \pm N \cdot \sigma_X \quad (2.8)$$

Onde:

$P_{X\%}$  = probabilidade de pressão inferior ou igual a um ponto X no interior do ressalto.

$P_X$  = pressão média no ponto X.

$N$  = coeficiente estatístico para uma determinada probabilidade.

$\sigma_X$  = flutuação de pressão ou desvio padrão para o ponto X.

Considerando os métodos descritos acima, observa-se que a maioria dos trabalhos sobre ressalto hidráulico apresenta como resultado apenas o valor médio de flutuações de pressão  $\sigma_X$  (desvio-padrão da amostra). Dificilmente apresentam a distribuição longitudinal dos valores de pressão média e muito menos o valor do coeficiente de distribuição de probabilidade, o que dificulta a obtenção da estimativa dos esforços para uma determinada probabilidade de ocorrência (Teixeira, 2003). Dois dos poucos trabalhos, encontrados na

pesquisa, que apresentam a distribuição longitudinal dos valores de pressão média ( $P_{X\%}$ ) e do desvio padrão ( $\sigma_X$ ) para um ressalto livre a jusante de um vertedouro foram os trabalhos de Marques *et al* (1997) e Pinheiro (1995). Entretanto, estes trabalhos não fornecem indicações sobre o coeficiente estatístico ( $N$ ), sugerindo apenas que a distribuição de probabilidades de pressões junto ao fundo, na região interior do ressalto, não é gaussiana.

Seguindo esta linha de análise, Teixeira (2003) utilizando dados de modelo obtidos por Endres (1990) e dados de protótipo da UHE de Porto Colômbia (1996), sugere um método para estimar pressões com diferentes probabilidades de ocorrência. Para realizar estas estimativas adota a expressão 2.8, utilizando equações de ajuste para o cálculo da pressão média, do desvio padrão e do coeficiente estatístico de distribuição ( $N$ ). A partir das distribuições de frequência foram determinadas as pressões com probabilidades de ocorrência de 1% e 99% de serem iguais ou inferiores a certo valor no ponto X. Este autor observou que para todas as probabilidades os dados tinham uma tendência de ajuste a um polinômio de 2º grau, e com isto o coeficiente estatístico  $N$  é determinado a partir da equação:

$$N = a \left( \frac{X}{Y_2 - Y_1} \right)^2 + b \left( \frac{X}{Y_2 - Y_1} \right) + c \quad (2.9)$$

onde os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são coeficiente de uma equação de 2º grau correspondente a cada probabilidade de ocorrência. Um exemplo para as probabilidades de 1% e 5% é dado pela Figura 2.8.

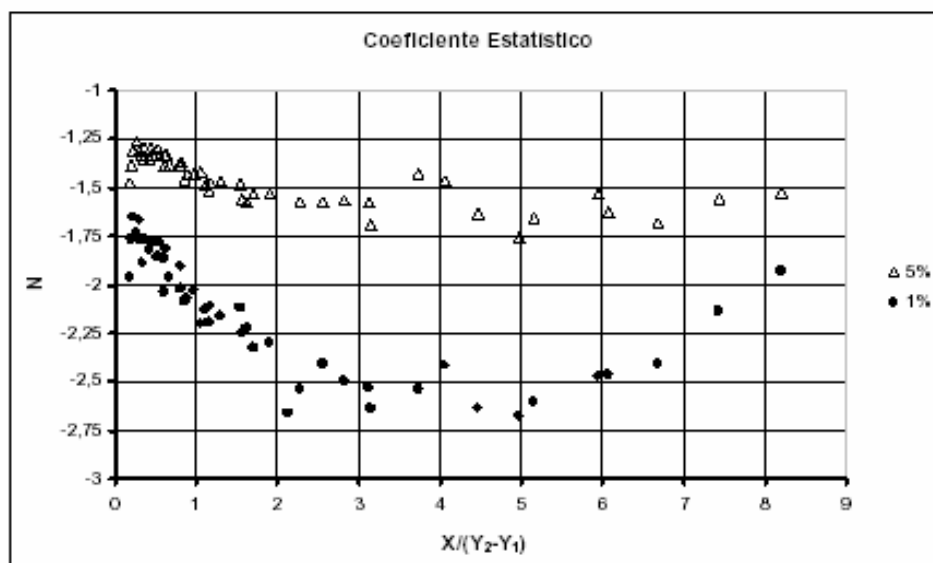


Figura 2.8 - Distribuição longitudinal do coeficiente estatístico ( $N$ ) para as probabilidades de 1% e 5%, em função da posição relativa ao início do ressalto hidráulico (Teixeira, 2003).

Algumas das conclusões listadas por Teixeira (2003) são:

- Os coeficientes de assimetria e curtose demonstram que a distribuição das pressões ao longo do ressalto hidráulico não segue a distribuição normal;
- Para os menores números de Froude a dispersão dos dados é menor, ou seja, as incertezas são menores.
- As maiores variações foram observadas para a tomada situada entre a posição adimensional 1,0 e 3,0( $Y_2 - Y_1$ ), correspondente à zona de maior flutuação de pressão.
- O método demonstrou resultados satisfatórios para probabilidades entre 55% e 99%, enquanto que para probabilidades inferiores a 5% e tomadas próximas do ponto de tangência, o método deve ser aplicado com precaução.

Teixeira (2003) também salienta que das sete tomadas existentes no protótipo da UHE de Porto Colômbia (1996), o método proposto para a determinação dos valores de pressão, pode ser aplicado somente para as quatro tomadas situadas no trecho plano da estrutura de dissipação.

Trierweiler (2005) aplicando o mesmo método de Teixeira (2003) propõe a determinação de pressões com diferentes probabilidades de ocorrência, através da análise do campo de pressões em um ressalto hidráulico formado a jusante de uma comporta, com diferentes níveis de submergência ( $S = T_w/Y_2$ ). Este autor conclui que a influência do efeito de submergência sobre o campo de pressões é muito importante, provando que o fator de submergência ( $S$ ) para a adimensionalização dos valores de pressão média e desvio padrão, possibilita um melhor agrupamento dos dados. Comparando os resultados obtidos para o ressalto livre com o ressalto submergido, Trierweiler (2005) verificou que estes apresentam assimetria e curtose levemente distintas. Para a região do rolo  $X/(Y_2 - Y_1) = 6$  os ressaltos submergidos apresentam flutuações de pressão com distribuição mais próxima da normal.

Quanto à determinação de pressões com diferentes valores de probabilidade Trierweiler (2005) demonstra que a metodologia aplicada mostrou-se eficiente em suas previsões, mas apresentam tendência de subestimar, na maioria dos casos, os valores extremos máximos de pressão.

Recentemente, Wiest (2008), considerando medições experimentais, propõe uma metodologia de previsão de pressões extremas junto ao fundo da bacia, em função da submergência a que a mesma encontra-se submetida. Adimensionaliza a pressão média utilizando a relação:

$$\frac{P - Y_2}{Y_2 - Y_1} \left( \frac{Y_2}{T_w} \right)$$



onde  $P$  = pressão média, em metros de coluna de água, na tomada de pressão, obtida através de amostras coletadas para cada tomada;  $Y_1$  = altura conjugada rápida e  $Y_2$  = altura conjugada lenta. O autor observa que a distribuição das flutuações de pressão ao longo do ressalto possui influência da submergência do escoamento e propõe uma reavaliação da adimensionalização proposta por Marques *et al* (1999) e utilizada por Teixeira (2003). Wiest (2008) também destacou que os pesquisadores contavam somente com medições correspondentes a ressaltos livres. Desta forma, avaliando os dados das medições realizadas, concluiu por utilizar o quadrado do inverso da submergência, como segue:

$$\Omega = \left( \frac{\sigma_x}{H_t} \right) \left( \frac{Y_2}{Y_1} \right) \left( \frac{Y_2}{T_w} \right)^2$$

onde  $\Omega$  = desvio padrão adimensionalizado para o ressalto hidráulico submergido;  $\sigma_x$  = desvio padrão da amostra na posição  $x$ ;  $H_t$  = perda de carga no ressalto;  $Y_1$  = altura conjugada rápida;  $Y_2$  = altura conjugada lenta e  $T_w$  = nível de água a jusante do ressalto.

Para o cálculo das pressões extremas, considerando diferentes probabilidades de ocorrência, utiliza o mesmo método proposto por Teixeira (2003) (equação 2.8). Porém, no caso do ressalto livre, os estudos realizados por Teixeira (2003) demonstram que a distribuição longitudinal do coeficiente  $N$  segue o comportamento de um polinômio de segundo grau, conforme equação 2.9. No entanto, os resultados obtidos por Wiest (2008) para  $N$ , o coeficiente estatístico, apresentam um comportamento diferente. O pesquisador verificou que, em função da probabilidade a ser identificada, os valores de  $N$  seguem uma tendência linear em relação a posição no ressalto, aproximando-se em muitos casos de um valor constante. Além disso, constatou que a submergência não apresenta influência significativa, o que pode indicar uma espécie de compensação em termos de valores absolutos mediante um acréscimo na pressão média e uma redução na flutuação de pressão, originários da maior lâmina d'água sobre a estrutura decorrente da submergência. Desse modo, Wiest (2008) optou por utilizar o valor médio de  $N$  para cada probabilidade, sendo este determinado por:

$$N = \frac{a + bP_{x\%}}{1 + cP_{x\%} + dP_{x\%}^2}$$

onde as constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são os coeficientes da equação correspondente a cada probabilidade de ocorrência, e  $P_{x\%}$  é a probabilidade.

Cerezer (2008) sugere um novo método para avaliar pressões extremas, utilizando dados medidos em protótipo na UHE Porto Colômbia (1996). A autora utiliza a teoria de valores extremos (TVE) univariada na determinação pressões extremas para probabilidades variando de 1% a 99,9%.

O presente trabalho propõe a utilização da teoria de valores extremos multivariada para avaliar a probabilidade conjunta de pressões extremas utilizando dados medidos em protótipo na UHE Porto Colômbia. Uma descrição detalhada sobre a teoria de valores extremos (TVE) univariada e multivariada encontra-se na seção 2.7.

### 2.5.1 PRESSÕES HIDRODINÂMICAS

O processo de dissipação macroturbulenta de energia é acompanhado por intensas flutuações de pressão e velocidades que podem danificar a estrutura de dissipação. A determinação destas flutuações pode ser efetuada através de instrumentos eletrônicos capazes de medir os valores e as variações quase que instantaneamente (Teixeira, 2003).

Segundo Hinze (1975) a turbulência pode ser definida como sendo uma condição irregular do movimento onde os tamanhos das diferentes grandezas em jogo apresentam uma variação abrupta no espaço e no tempo. A turbulência é considerada como sendo aleatória, e deste modo uma análise determinística é inviável sendo necessário a utilização de processos estocásticos. As flutuações de pressão podem ser estudadas como sendo um processo estocástico, estacionário e ergódico, permitindo avaliar as propriedades num ponto em função de uma única amostra obtida neste ponto, desde que o seu tamanho seja adequado.

Tennekes e Lumley (1972) demonstram que as características de amplitude de uma série podem ser obtidas através da função de densidade de probabilidade, e esta descrita através da estimativa dos quatro primeiros valores característicos dados a seguir:

*i* - Pressão média ( $P_x$ ):

$$P_x = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{n} \quad (2.10)$$

ii – Desvio-Padrão ( $S_X$ ):

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - P_X)^2}{n-1}} \quad (2.11)$$

iii – Assimetria (Ad)

$$Ad = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - P_X)^3}{n.S_X^3} \quad (2.12)$$

iv – Curtose (k)

$$k = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - P_X)^4}{n.S_X^4} \quad (2.13)$$

Onde

$P_i$  = pressão instantânea;

$n$  = número de observações.

Outra informação que é de grande interesse é a frequência de ocorrência de determinados eventos que pode ser obtida através da *função densidade espectral* e *função de autocorrelação* de uma série de pressões. Exemplos desta análise podem ser encontrados em Khader e Elango (1974), Lopardo (1986) e Endres (1990).

Khader e Elango (1974) ao analisar a função de autocorrelação normalizada observam que a duração da correlação positiva das séries de pressão aumenta com a distância do início do ressalto. Isto pode ser verificado através da figura 2.9. Os autores também avaliam a função de autocorrelação normalizada para valores do número de Froude variando entre 4,7 e 6,6 e comparam com os resultados obtidos por Vasilev e Bukreyev (1967) que consideram  $F_r = 5,75$ . Observam que quando o lag “r” é adimensionalizado em relação a  $V_1/Y_1$ , as curvas das funções de autocorrelação praticamente se sobrepõem para todos os valores de Froude considerados. As autocorrelações apresentam-se negativas no intervalo  $5 \leq r(V_1/Y_1) \leq 20$  demonstrando que as pulsações macroturbulentas de maior intensidade estão presentes nas regiões de maior flutuação de pressão.

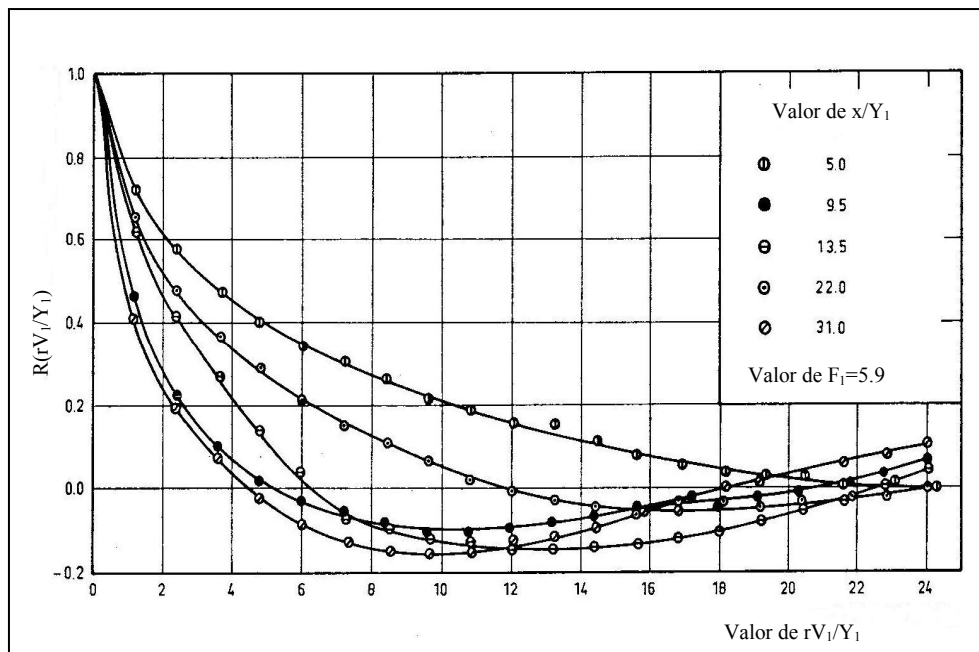


Figura 2.9 – Função de autocorrelação normalizada  $R(rV_1/Y_1)$  nas diferentes posições do ressalto para  $Fr=5,9$  (Khader e Elango, 1974).

Lopardo (1986) apresenta um conjunto de resultados experimentais apresentados por diversos autores onde as séries de flutuações de pressões são analisadas mediante o espectro da densidade de potência, a função densidade de probabilidade e o espectro cruzado das séries. O autor através da observação de espectros característicos das séries recomenda que a aquisição de dados de pressões seja realizada utilizando um intervalo de amostragem entre 0,01 e 0,02 segundos para bandas de informações restritas à ordem de no máximo 25 Hz.

Ainda dentro da linha de análise da função de autocorrelação de séries de pressões Endres (1990) relata que, ao analisar séries de pressões na soleira de uma bacia de dissipação, utilizando um modelo de fundo horizontal, encontrou dois tipos de correlogramas. O primeiro tipo apresentou grande valor de correlação para retardo um, seguido de coeficientes significativamente maiores que zero, mas tendendo a tornarem-se sucessivamente menores, ocorrendo em tomadas de pressão submetidas somente ao efeito das pulsações macroturbulentas, devido ao ressalto hidráulico. O segundo tipo apresentou correlações decrescentes, mas que mantiveram correlações significativas mesmo para longos retardos, ocorrendo para as primeiras e últimas tomadas de pressão, no desenvolvimento do escoamento. Este autor comenta que as tomadas iniciais estão sujeitas ao efeito da instabilidade do início do ressalto e as tomadas finais estão sujeitas à formação de ondas superficiais comuns ao fim do ressalto. Os resultados obtidos têm a mesma tendência que os apresentados por Lopardo (1986).

Na análise espectral das séries, Endres (1990) encontra dois tipos de espectros, onde o primeiro tipo, livre de influências estranhas ao escoamento no ressalto livre, apresenta suas maiores ordenadas na faixa de frequências baixas e o segundo com ordenada máxima na frequência zero, que indicam a não estacionariedade das séries, o que pode ser resultado dos mesmos fatores identificados para a função de autocorrelação.

O presente trabalho apresenta a análise de correlação cruzada e espectros cruzados utilizando dados medidos em protótipo na UHE Porto Colômbia. Uma descrição detalhada sobre séries temporais multivariadas, matriz de correlação e densidade espectral encontra-se na seção 2.6.

## 2.5.2 FLUTUAÇÃO DE PRESSÃO

O conhecimento das flutuações de pressão no ressalto hidráulico, mesmo em casos de laboratório, pode fornecer informações importantes para o projeto de estruturas reais bem como para a compreensão do processo de dissipação de energia. A flutuação de pressão junto ao fundo em um ressalto hidráulico pode ser descrita em função dos parâmetros hidráulicos do escoamento e dos parâmetros geométricos do canal onde este se desenvolve (Trierweiler, 2005). A amplitude média da flutuação de pressão (amplitude média quadrática) pode ser avaliada através da equação:

$$\Delta P = \left( \frac{1}{T} \int_0^T (P_i - P_x)^2 \cdot dt \right)^{1/2} \quad (2.14)$$

onde:

T = tempo de aquisição dos dados.

Segundo Lopardo (1986), para um ressalto livre bidimensional sobre fundo horizontal, as condições hidrodinâmicas dependem da altura conjugada ( $Y_1$ ) e da velocidade rápida ( $V_1$ ), ambos na entrada do ressalto. Considerando x, y e z como sendo as coordenadas ortogonais do ponto considerado, podem-se desconsiderar a coordenada z, pois o escoamento é bidimensional, e a coordenada y pela análise se restringir à determinação de pressões instantâneas na base do ressalto.

As propriedades físicas de um fluido que têm importância neste fenômeno são a viscosidade cinemática ( $\nu$ ) e a massa específica ( $\rho'$ ), e por tratar-se de um escoamento a

superfície livre também inclui-se a aceleração da gravidade (g). Sendo assim, a flutuação de pressão pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta P = f(x; V_1; Y_1; \nu; \rho'; g) \quad (2.15)$$

Através da análise dimensional, a expressão (2.14) se reduz a:

$$C_p = f\left(\frac{x}{Y_1}; Fr_1; R_1\right) \quad (2.16)$$

onde:

$$C_p = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho'V_1^2}; \quad Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gY_1}}; \quad R_1 = \frac{V_1Y_1}{\nu}.$$

As expressões dadas acima, são respectivamente o coeficiente de flutuação de pressão, o número de Froude e o número de Reynolds. O parâmetro  $C_p$  indica a proporção de energia cinética que se transforma em flutuação macroturbulenta por ação do ressalto. Por estar se tratando de processos macroturbulentos pode-se desconsiderar a influência da viscosidade, de modo que se pode desconsiderar na expressão (2.16) o número de Reynolds, sempre que a turbulência está plenamente desenvolvida no fluxo (Lopardo, 1986).

Khader e Elango (1974) estudaram as características de séries de pressões medidas em um ressalto hidráulico de um canal retangular para  $Fr = 4,7; 5,9$  e  $6,6$ , onde avaliam as variações de flutuações de pressão utilizando  $C_p = \sigma_x/(V_1^2/2g)$ , descrito em função da distância ao início do ressalto e número de Froude, e comparando seus resultados com os obtidos por outros autores. Estes resultados estão descritos na Figura 2.10, e demonstram que, para as séries estudadas por Khader e Elango (1974), a zona de maior flutuação de pressão ocorre na região de formação do rolo ( $8 \leq X/Y_1 \leq 12$ ).

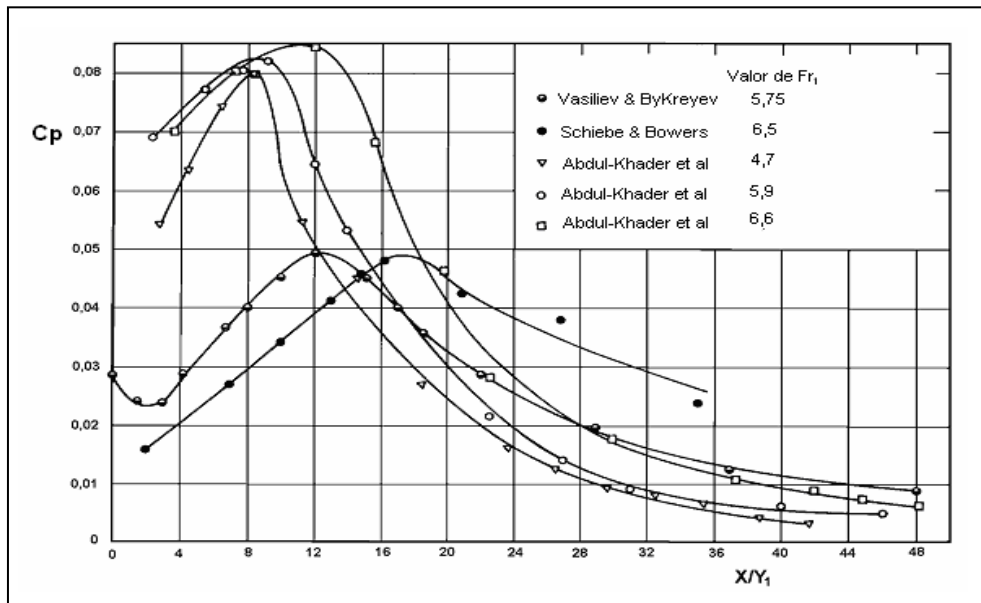


Figura 2.10 - Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na rápida ( $Y_1$ ) - Khader e Elango (1974).

Também é possível perceber através da Figura 2.10 que o coeficiente de flutuação de pressão apresenta valores máximos próximo ao início do ressalto hidráulico.

Em continuidade ao estudo das flutuações de pressão Lopardo (1986) apresenta resultados de medições de flutuação de pressão em um ressalto hidráulico formado a jusante de um vertedouro para o número de Froude variando entre 4,5 e 10, recomendando que, em estudos sobre flutuação de pressão em modelos de laboratório, o número de Reynolds seja considerado para  $Re_1 \geq 100.000$ ,  $Y_1 \geq 3$  cm o tempo de aquisição de dados  $\geq 60$  s e a frequência de aquisição entre 50 e 100 Hz.

Endres (1990) também analisou a flutuação de pressão a jusante de um vertedouro para números de Froude variando entre 4,5 e 10,0, encontrando resultados similares aos de Lopardo (1986). O autor demonstra que a flutuação no início do ressalto tem menor intensidade, aumentando rapidamente até atingir seu máximo em torno do valor  $X/Y_1=9$ . As flutuações mais intensas ocorrem na zona de formação dos rolos transversais do ressalto. Estes resultados estão demonstrados pela Figura 2.11.

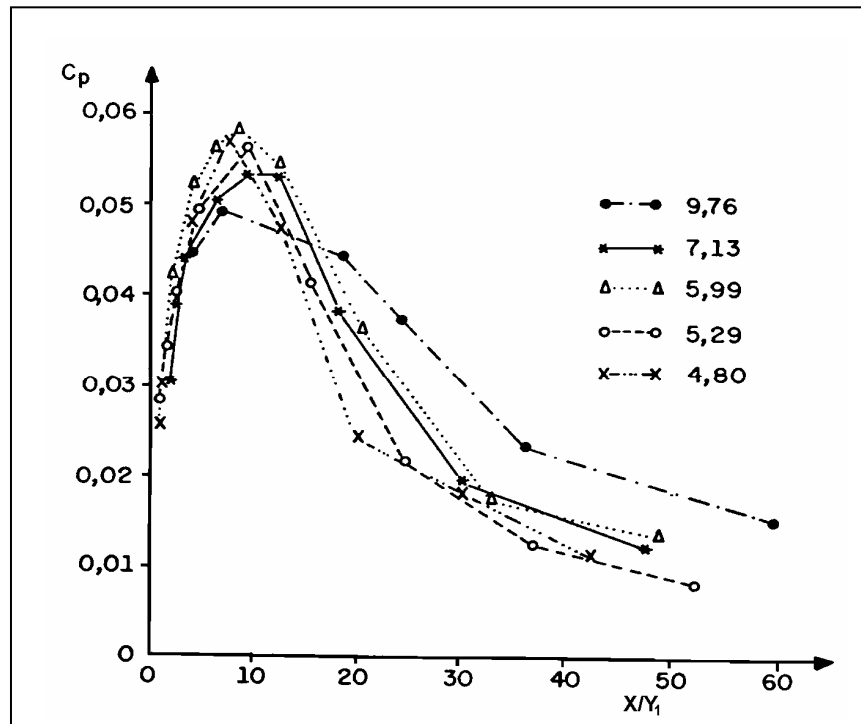


Figura 2.11 – Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância do início do ressalto e a altura conjugada no início do ressalto hidráulico - Endres (1990).

Em geral os dados utilizados na maioria dos trabalhos de análise provêm de estruturas de laboratório, onde se torna difícil uma comparação dos resultados, pois os mesmos são obtidos para condições distintas como: números de Froude, posicionamento do início do ressalto e posicionamento das tomadas na soleira da bacia. Para contornar este problema alguns autores sugerem a adimensionalização dos parâmetros.

Marques *et al* (1994) sugerem relações adimensionais para representar a pressão média e a flutuação de pressão. Elas permitem reagrupar resultados de diferentes escoamentos, encontrar a perda de carga pontual e caracterizar os pontos de interesse no ressalto hidráulico, tais como o ponto de maior flutuação de pressão ( $L_{\sigma_{max}}$ ), ponto de descolamento ( $L_d$ ), ponto do final do rolo ( $L_r$ ) e ponto onde termina a influência do ressalto hidráulico ( $L_n$ ). Para representar a flutuação de pressão os autores sugerem a expressão

$$\frac{\sigma_x \cdot Y_2}{\Delta H \cdot Y_1} = f\left(\frac{X}{Y_2 - Y_1}\right) \quad (2.17)$$

e para representar a distribuição da pressão média os autores sugerem a expressão



$$\frac{P_x - Y_2}{(Y_2 - Y_1)} = f\left(\frac{X}{Y_2 - Y_1}\right) \quad (2.18)$$

onde

$X$  = distância a partir do início do ressalto onde foi feita a medida de pressão;

$P_x$  = pressão média na posição  $X$  em metros de coluna de água;

$\sigma_x$  = flutuação de pressão;

$\Delta H$  = perda de carga;

$\frac{\sigma_x}{\Delta H}$  = relação entre a flutuação de pressão e a perda de carga;

$\frac{Y_1}{Y_2}$  = relação entre as alturas conjugadas.

Marques *et al* (1996), para avaliar e estudar flutuações de pressão, mediu pressões em um ressalto hidráulico a jusante de um vertedor para uma faixa de números de Froude compreendida entre 4,5 e 10,0, onde apresenta e compara alguns resultados obtidos e propõe algumas relações para exprimir a posição de máxima flutuação de pressão, de descolamento do escoamento, do rolo e do fim da dissipação de energia bem como as distribuições longitudinais da pressão média, do valor médio de flutuação de pressão e dos coeficientes de assimetria e curtose. As principais conclusões obtidas pela análise estatística da flutuação de pressão pontual em um ressalto hidráulico livre são:

- As pressões médias aumentam do início para o fim do ressalto gradualmente. A partir da posição  $L_n = 8,5(Y_2 - Y_1)$  termina a influência do ressalto;
- A flutuação de pressão apresenta um comportamento típico para a distribuição do valor da flutuação de pressão, que aumenta até no máximo em torno da posição  $L_{cpm\acute{a}x} = 1,75(Y_2 - Y_1)$  para depois diminuir;
- O coeficiente de assimetria ( $A_d$ ) permite determinar algumas posições características do ressalto (ver Figura 2.12);
- O coeficiente de curtose ( $k$ ) (ver Figura 2.13) confirma algumas das informações obtidas através da análise das distribuições longitudinais do desvio padrão e do coeficiente de assimetria;

As curvas para a pressão média e flutuação de pressão, obtidas por Marques *et al* (1996) são apresentadas pelas Figuras 2.14 e 2.15 respectivamente.

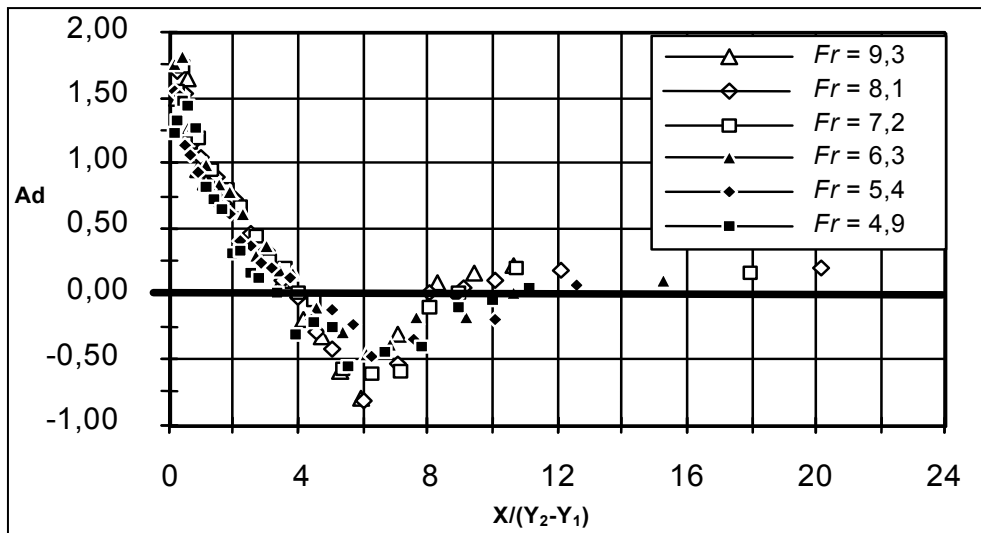


Figura 2.12 – Coeficiente de assimetria ( $Ad$ ) em função da posição (Marques et al, 1996)

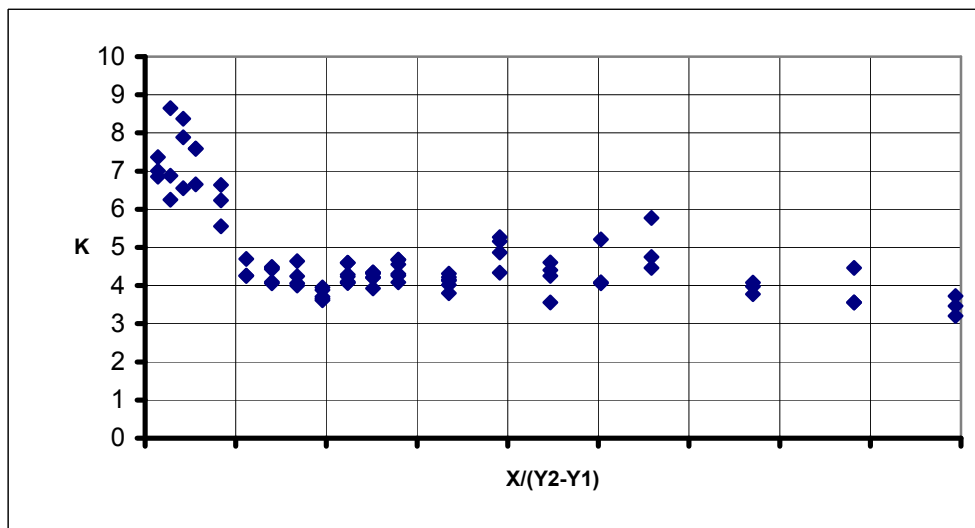


Figura 2.13 – Coeficiente de curtose  $k$  junto ao fundo em função da posição em relação ao início do ressalto (Marques et al, 1996).

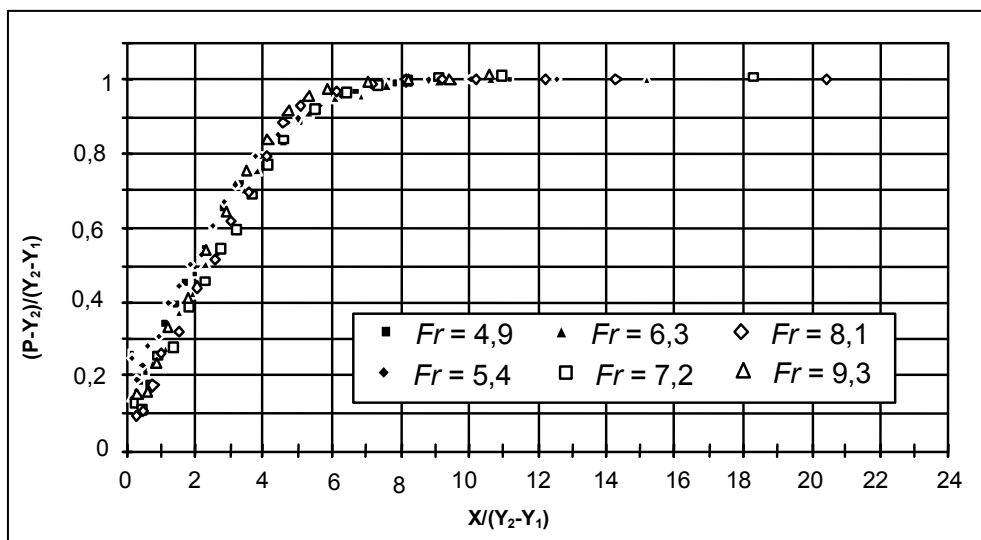


Figura 2.14 - Pressão média adimensionalizada em função da posição no ressalto hidráulico (Marques et al, 1996).

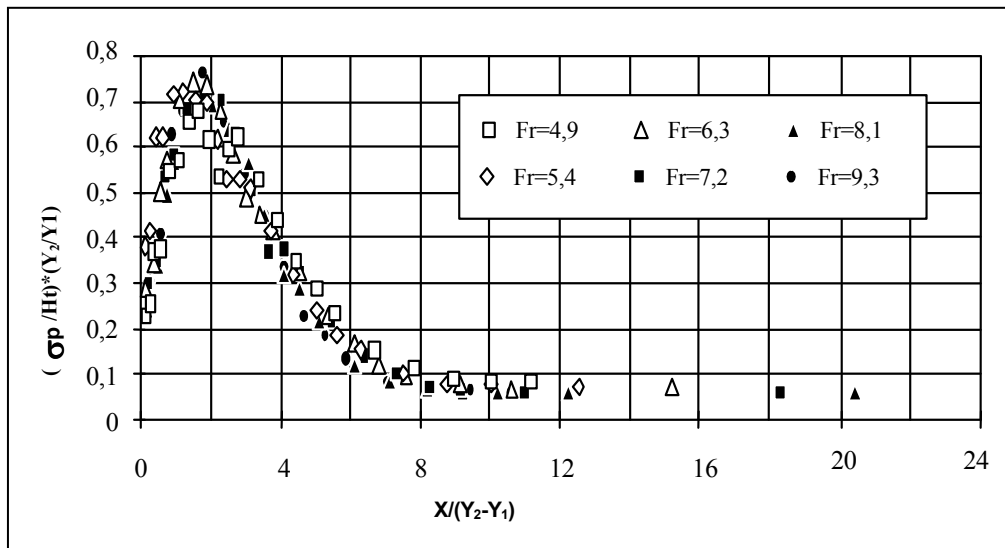


Figura 2.15 - Novo parâmetro de flutuação de pressão em função da posição (Marques et al, 1996).

Marques *et al* (1997) realizam uma análise conjunta de séries de pressões utilizando os dados obtidos por Endres (1990), séries de pressões obtidas em modelo para número de Froude variando entre 4,2 e 9,3 e dados obtidos em protótipo no sistema dissipador de energia da Usina de Porto Colômbia. Segundo estes autores o afastamento existente entre os resultados obtidos em protótipo dos resultados obtidos das estruturas de laboratório pode ser compreendido considerando-se as diferenças existentes nos níveis de água no interior da bacia de dissipação. Os autores sugerem para uniformizar os dados, provenientes de protótipo ou modelo, de ressalto livre ou afogado, uma correção através do fator de submersão  $S = T_w / Y_1$  (ver Figuras 2.16 e 2.17).

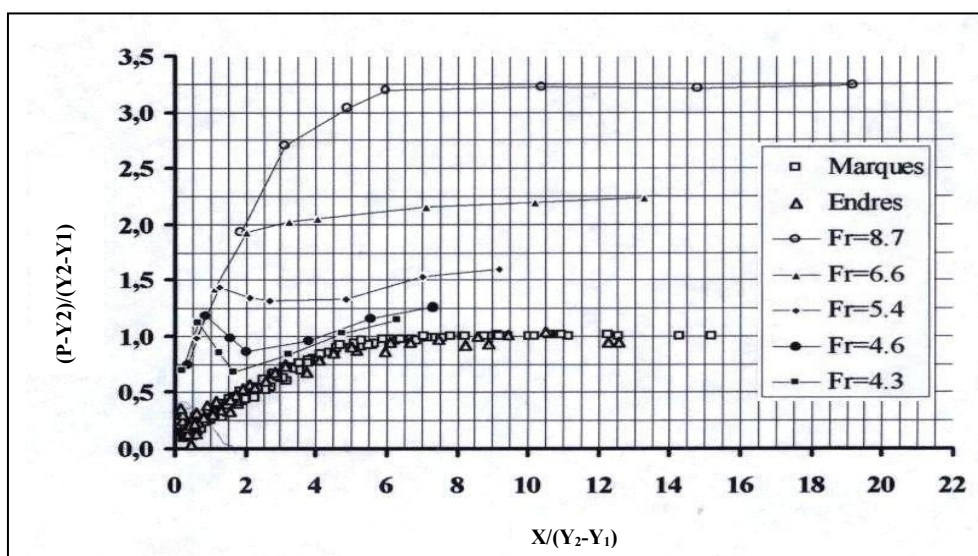


Figura 2.16 – Pressões Médias, adimensionalizadas, obtidas nos modelos e nos protótipos (Marques et al, 1997).

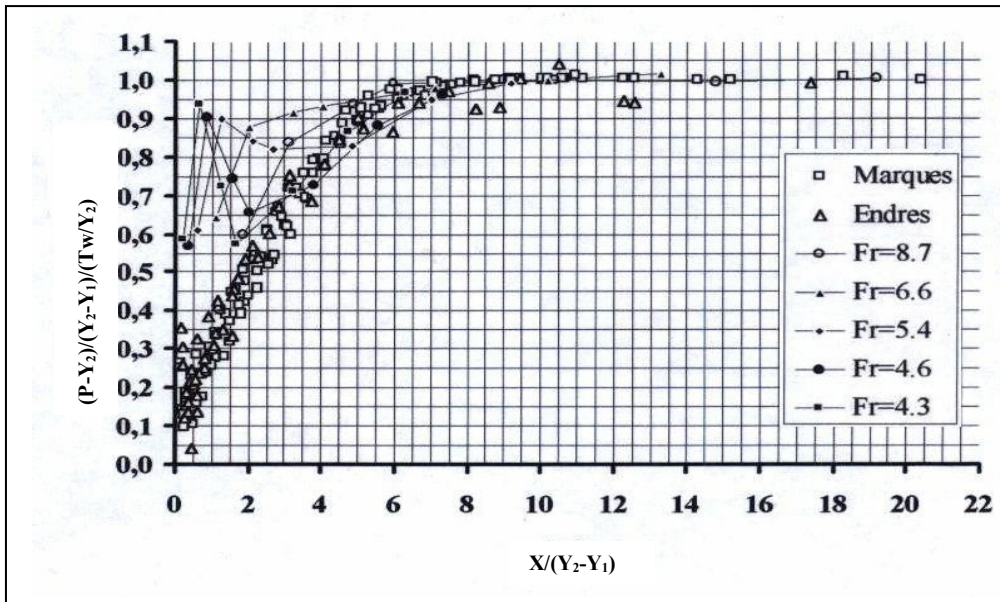


Figura 2.17 – Pressões Médias, adimensionalizadas, obtidas nos modelos e nos protótipos uniformizadas pelo fator de submersão  $S = T_w/Y_2$  (Marques et al, 1997).

Pinheiro *et al* (2003) estudaram as flutuações de força em áreas limitadas, através dos valores de pressão (flutuação de pressão) obtidos junto ao fundo de uma bacia. Verificaram que, a flutuação de pressão não é uniforme transversalmente no ressalto hidráulico e que a distribuição das flutuações de pressão não segue uma lei normal, mas sim algo “muito semelhante” a uma distribuição normal (Gaussiana).

Teixeira (2003) apresenta ajustes para a pressão média e desvio padrão para o ressalto hidráulico livre a jusante de uma comporta utilizando os dados de Marques (1995). O ajuste proposto para a pressão média é dado pela expressão:

$$\Psi = -0,015 \cdot \Gamma^2 + 0,237 \cdot \Gamma + 0,07 \quad (2.19)$$

onde:

$$\Psi = \frac{P_x - Y_1}{Y_2 - Y_1} \quad \text{e} \quad \Gamma = \frac{X}{(Y_2 - Y_1)}$$

O ajuste para o desvio padrão é dado pela expressão:

$$\Omega = \begin{cases} -1,159\Gamma^2 + 0,573\Gamma + 0,19 & \text{para } 0 \leq \frac{X}{(Y_2 - Y_1)} < 2,4 \\ 0,017\Gamma^2 - 0,281\Gamma + 1,229 & \text{para } 2,4 \leq \frac{X}{(Y_2 - Y_1)} \leq 8,0 \end{cases} \quad (2.20)$$

onde:

$$\Omega = \left( \frac{\sigma_x}{H_t} \right) \left( \frac{Y_2}{Y_1} \right)$$

Lopardo *et al* (2004) estudaram a flutuação em ressalto hidráulico submerso formado a jusante de um comporta com fator de submersão ( $S^* = (T_w - Y_2)/Y_2$ ) entre 0,1 e 1,1 e número de Froude entre 3 e 6. Para avaliar a influência do fator de submersão, os autores apresentaram o comportamento do coeficiente de flutuação de pressão para  $Fr_1 = 3$ , mantido constante. Verificou-se que o fator de submersão aumenta a intensidade da flutuação de pressão junto ao piso da bacia de dissipação para  $X/Y_1 > 12$ . Os autores também avaliaram o comportamento do coeficiente de flutuação de pressão em função do número de Froude incidente e do fator de submersão ( $S^*$ ), concluindo que, se o fator de submersão for mantido constante o coeficiente de flutuação de pressão ( $Cp$ ) aumenta com a diminuição do valor do Froude para a região de montante do ressalto ( $X/Y_1 < 10$ ), e diminui para a região de jusante ( $X/Y_1 > 30$ ). A região de montante do ressalto mostrou ser difícil de caracterizar um comportamento, no entanto, os autores acreditam que os ressaltos submersos possuem maior intensidade da turbulência, e apresentam distribuição das flutuações de pressão mais próxima à distribuição Gaussiana do que os ressaltos livres.

Em resumo, é possível observar que dentre os diversos trabalhos que estudam o ressalto hidráulico formado a jusante de um vertedouro, a grande maioria baseia-se em dados obtidos em laboratório, existindo raras situações onde se fez possível o estudo de dados medidos em protótipo. Um exemplo disto é o estudo realizado por Teixeira (2003) que analisa pressões medidas na laje da bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia (1996), e que também serão objeto de estudo do presente trabalho.

Um dos últimos trabalhos publicados que analisam flutuações de pressão medidas em protótipo foi realizado por Deng *et al* (2007), na bacia de dissipação da barragem Dalles situada no Rio Colômbia – EUA. Os autores analisam os dados de pressão obtidos em três sensores instalados ao longo da estrutura de dissipação. A análise destes dados está limitada a pressão média, desvio padrão, função densidade de probabilidade e energia espectral. Dentre os resultados descritos pode-se citar que: todas as medidas apresentam elevada curtose positiva, indicando que não possuem distribuição Gaussiana; os espectros também indicaram aumento da frequência de baixa energia espectral durante pesados fluxos e existência de picos espectrais de possível origem hidráulica. Além disso, a alta energia espectral nas faixas de baixa frequência indica que movimentos de grande escala contribuem mais para a produção de energia cinética turbulenta.

Tendo definido o ressalto hidráulico, sua estrutura e características, além de uma revisão dos trabalhos de diversos autores que enfocam este tema, a seguir apresentam-se algumas definições em séries temporais que são necessárias à compreensão dos dados avaliados neste trabalho e conceitos fundamentais da teoria de valores extremos.

## 2.6 ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS

Uma série temporal é um conjunto de observações, cada uma registrada em um tempo específico  $t \in T = \{ 1, 2, \dots, n \}$ . Uma série temporal discreta é obtida quando o conjunto  $T$  de tempos, no qual as observações são feitas, é um conjunto discreto. Em geral, ao estudar uma série temporal se tem interesse em três aspectos, que são: análise, modelagem e previsão. As séries de pressão medidas na soleira da bacia de dissipação, em diferentes localizações do vertedouro, representam uma seqüência de valores que variam aleatoriamente no tempo e, segundo Pinheiro (1995), podem ser consideradas como sendo processos estocásticos estacionários e ergódicos sendo caracterizados pela média, desvio, assimetria, curtose e função de autocorrelação.

Neste trabalho através da descrição das séries de pressão, verificação de suas características mais relevantes e as possíveis relações existentes entre as mesmas realizou-se a caracterização das ações hidrodinâmicas exercidas sobre a soleira da bacia de dissipação relacionando com a forma como se processa o escoamento. Começamos com a definição de uma série temporal multivariada, seguido de uma introdução de processos estocásticos estacionários e os conceitos de matriz de covariância e correlação e matriz de densidade espectral.

### 2.6.1 SÉRIES TEMPORAIS MULTIVARIADAS E SUAS PROPRIEDADES

O estudo de modelos que descrevem as relações sobre um vetor de  $k$  séries temporais  $Y_{1t}, Y_{2t}, \dots, Y_{kt}$  é de grande interesse. Tais processos multivariados originam-se quando diversas variáveis aleatórias estão relacionadas e cada uma delas é uma série temporal observadas, simultaneamente, ao longo do tempo. Processos multivariados de séries temporais são considerados de grande interesse em várias áreas tais como engenharia, física, meteorologia e geofísica. No estudo de processos multivariados, é necessária uma estrutura para descrever não somente as propriedades individuais das séries, mas também as possíveis relações entre as mesmas (Reinsel, 1993).

**DEFINIÇÃO 2.1:** O processo  $\{Y_t\}$  é dito *estacionário* se a distribuição de probabilidade dos vetores aleatórios  $(Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_{t_n})$  e  $(Y_{t_1+l}, Y_{t_2+l}, \dots, Y_{t_n+l})$  é a mesma para tempos arbitrários

$t_1, t_2, \dots, t_n$ , para todo  $n$ , e para todo  $l \in Z$ . Então, a distribuição de probabilidade de observações de um vetor de processos estacionários é invariante com respeito à variação no tempo.

A definição de estacionariedade dada acima se refere à estacionariedade forte. Em geral processos  $\{Y_t\}$  que possuem primeiro e segundo momentos finitos e satisfazem as condições de que, sendo  $E[.]$  o valor esperado da variável aleatória,  $E(Y_t) = \mu$  não depende do tempo  $t$  e  $E[(Y_t - \mu)(Y_{t+l} - \mu)']$  depende somente de  $l$ , considera-se como fracamente estacionários (Reinsel, 1993).

**DEFINIÇÃO 2.2:** Assumindo que existem primeiro e segundo momentos finitos, para um processo estacionário teremos

$$E(Y_t) = \mu,$$

onde  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k)'$  é o vetor média do processo.

## 2.6.2 MATRIZ DE COVARIÂNCIA E CORRELAÇÃO PARA UM PROCESSO VETORIAL ESTACIONÁRIO

Para um processo vetorial estacionário, a estrutura da matriz de *covariância-cruzada* e a matriz de *correlação-cruzada* apresentam informações sobre as inter-relações dinâmicas entre os componentes do processo.

**DEFINIÇÃO 2.3:** Para um processo  $\{Y_t\}$  a covariância entre  $Y_{h,t}$  e  $Y_{j,t+l}$  depende somente do “lag”  $l$ , e não do tempo  $t$ , para  $j, h = 1, 2, \dots, k$ , e  $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Logo

$$\gamma_{hj}(l) = Cov(Y_{ht}, Y_{j,t+l}) = E[(Y_{ht} - \mu_h)(Y_{j,t+l} - \mu_j)'] \quad (2.22)$$

e denotamos a matriz de *covariância-cruzada*  $k \times k$  para o lag  $l$  como sendo



$$\Gamma(l) = E[(\mathbf{Y}_t - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{Y}_{t+l} - \boldsymbol{\mu})'] = \begin{bmatrix} \gamma_{11}(l) & \gamma_{12}(l) & \dots & \gamma_{1k}(l) \\ \gamma_{21}(l) & \gamma_{22}(l) & \dots & \gamma_{2k}(l) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \gamma_{k1}(l) & \gamma_{k2}(l) & \dots & \gamma_{kk}(l) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

para  $l = \pm 1, \pm 2, \dots$ . Do mesmo modo, a correspondente matriz de *correlação-cruzada* no lag  $l$  é denotada por

$$\rho(l) = V^{-1/2} \Gamma(l) V^{-1/2} = \begin{bmatrix} \rho_{11}(l) & \rho_{12}(l) & \dots & \rho_{1k}(l) \\ \rho_{21}(l) & \rho_{22}(l) & \dots & \rho_{2k}(l) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{k1}(l) & \rho_{k2}(l) & \dots & \rho_{kk}(l) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

para  $l = \pm 1, \pm 2, \dots$ , onde  $V^{-1/2} = \text{Diag}\{\gamma_{11}(0)^{-1/2}, \dots, \gamma_{kk}(0)^{-1/2}\}$ . Portanto,

$$\rho_{hj}(l) = \text{Corr}(Y_{ht}, Y_{j,t+l}) = \frac{\gamma_{hj}(l)}{[\gamma_{hh}(0)\gamma_{jj}(0)]^{1/2}}, \quad (2.25)$$

com  $\gamma_{hh}(0) = \text{Var}(Y_{ht})$ .

As funções de covariância-cruzada e correlação-cruzada têm as seguintes propriedades:

- i)  $\gamma_{jh}(-l) = \gamma_{hj}(l)$ , para  $h \neq j$ ,  $h, j = 1, 2, \dots, k$
- ii)  $\rho_{jh}(-l) = \rho_{hj}(l)$ , para  $h \neq j$ ,  $h, j = 1, 2, \dots, k$ .

A função de covariância-cruzada difere da função de autocovariância, pois não é simétrica desde que

$$\gamma_{hj}(k) \neq \gamma_{hj}(-k), \quad \text{para } h \neq j, \quad h, j = 1, 2, \dots, k.$$

Uma análise detalhada das funções de covariância-cruzada e correlação cruzada para o caso bivariado, ou seja, de um vetor da forma  $\mathbf{Y}_t = (Y_{1t}, Y_{2t})$  pode ser encontrada em Chatfield (1989).

### 2.6.3 MATRIZ DE DENSIDADE ESPECTRAL PARA UM PROCESSO VETORIAL ESTACIONÁRIO

A função de correlação-cruzada é o instrumento natural para análise das relações entre séries no domínio do tempo. Nesta seção definimos a função *densidade espectral cruzada* que representa a análise das séries no domínio da frequência.

**DEFINIÇÃO 2.4:** A matriz *densidade espectral* de um processo estacionário  $\{Y_t\}$  é definida por

$$f_Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \Gamma(l) e^{-il\omega}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi. \quad (2.26)$$

O  $(h,j)$ -ésimo elemento de  $f_Y(\omega)$ , denotado por  $f_{hj}(\omega)$  é

$$f_{hj}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \gamma_{hj}(l) e^{-il\omega}. \quad (2.27)$$

Para  $h=j$ ,  $f_{jj}(\omega)$  é a função *densidade espectral* da série  $Y_{jt}$ , e para  $h \neq j$ ,  $f_{hj}(\omega)$  é a função *densidade espectral cruzada* das séries  $Y_{ht}$  e  $Y_{jt}$ .

O processo  $\{Y_t\}$  pode ter representação espectral dada por

$$Y_t = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i\omega t} dZ(\omega), \quad \text{ou} \quad Y_{jt} = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-i\omega t} dZ_j(\omega), \quad j = 1, 2, \dots, k,$$

onde  $Z(\omega) = (Z_1(\omega), Z_2(\omega), \dots, Z_k(\omega))'$  é um processo  $k$ -dimensional complexo definido no intervalo contínuo  $[-\pi, \pi]$ .

Através da expressão 2.28 definimos a *função de coerência* de um par de séries  $Y_{ht}$  e  $Y_{jt}$  como sendo

$$K_{hj}^2(\omega) = \frac{|f_{hj}(\omega)|^2}{\{f_{hh}(\omega)f_{jj}(\omega)\}} \quad (2.28)$$

A função de coerência  $K_{hj}(\omega)$  na frequência  $\omega$  pode ser interpretada como o coeficiente de correlação entre as componentes aleatórias  $dZ_h(\omega)$  e  $dZ_j(\omega)$ , na frequência  $\omega$  na representação espectral do processo vetorial  $\{Y_t\}$ .

Uma análise detalhada de séries temporais multivariadas e teoria espectral podem ser encontradas em Priestley (1981). A seguir serão delineados alguns tópicos sobre a teoria de valores extremos, onde detêm-se mais especificamente na análise multivariada, definindo sucintamente o caso univariado.

## 2.7 TEORIA DE VALORES EXTREMOS (TVE)

A teoria de valores extremos trata do estudo estatístico das propriedades dos extremos de processos aleatórios. Um dos problemas mais freqüentes envolve a modelagem da cauda de uma distribuição desconhecida associada a um conjunto de dados observados, objetivando quantificar a freqüência e a severidade de acontecimentos extremos. Os aspectos probabilísticos e estatísticos dos extremos de processos univariados têm sido amplamente estudados, e mais recentemente estudos enfocam a teoria multivariada e suas aplicações. Em geral a teoria de valores extremos tem sido freqüentemente aplicada em séries econômicas por diversos autores como, por exemplo, Bouyé (2002), Panzieri Filho (2001) e Moretti e Mendes (2003) e em séries hidrológicas por Yue *et al* (1999) e Coles e Tawn (1994). Contudo, a abrangência de suas aplicações é grande, incluindo uma variedade de fenômenos naturais tais como inundações, poluição atmosférica, correntes oceânicas, e problemas oriundos de outras áreas como engenharia, atuária e finanças.

A principal preocupação no estudo de valores de pressão medidos em soleiras de bacias de dissipação por ressalto hidráulico não é simplesmente quantificar o efeito das ações hidrodinâmicas, mas, essencialmente, a capacidade de prever a ocorrência de eventos extremos e suas conseqüências da forma mais fiel e real possível. Por diversos motivos, como tamanho da amostra ou não normalidade das distribuições, as estimativas destes eventos se tornam impossíveis de realizar de modo empírico, ou é de baixa qualidade, no caso da estimação paramétrica. A teoria de valores extremos (TVE) compreende um conjunto de técnicas bem fundamentadas e destinadas a resolver estes problemas (Mendes, 2004).

## 2.7.1 CASO UNIVARIADO (GEV)

Nesta seção apresenta-se os resultados que compõe a parte clássica da teoria de valores extremos onde o resultado mais importante é o teorema de Fisher-Tippett, que especifica a forma da distribuição limite do máximo centrado e padronizado. Considera-se a modelagem probabilística e inferência estatística para a parte externa da cauda (superior e inferior) da distribuição de uma variável  $X$  de interesse. A variável  $X$  pode representar entre outros, retornos diários de ativos financeiros, nível pluviométrico médio diário em uma localidade, ou mesmo medidas de pressão obtidas na soleira de uma bacia de dissipação, e que é objeto deste estudo.

A motivação quase sempre é a de se prevenir em relação à ocorrência de um evento extremo, isto é, um evento onde a probabilidade de ocorrência seja muito pequena, mas cujas conseqüências possam ser indesejáveis ou desastrosas. Qualquer que seja a finalidade, esses cálculos passam por uma estimação precisa das caudas da distribuição de  $X$  (Mendes, 2004).

Sejam  $x_1, \dots, x_n$  variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, com função de distribuição  $F(\cdot)$ . Definindo  $M_n = \max(x_1, \dots, x_n)$  e supondo que existam seqüências de constantes normalizadoras  $a_n > 0, b_n \in \mathfrak{R}$ . Então o teorema fundamental de Fisher-Tippett fornece a distribuição limite dos máximos coletados em blocos tal que,

$$pr\{(M_n - b_n)/a_n \leq z\} = F^n(a_n z + b_n) \rightarrow G(z)$$

quando  $n \rightarrow \infty$ , e onde  $G$  é uma função de distribuição generalizada de valores extremos (GEV), com função de distribuição:

$$G(z; \mu, \sigma, \xi) = \exp \left[ - \left\{ 1 + \xi \left( \frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right\}^{\frac{1}{\xi}} \right] \quad (2.29)$$

onde  $\sigma > 0$  e  $1 - \xi \left( \frac{z - \mu}{\sigma} \right) > 0$ .

Na expressão (2.29), considera-se que  $\mu$  é a média da distribuição,  $\sigma$  é o desvio padrão da distribuição e  $\xi$  é o parâmetro de forma.

Existem três casos particulares de  $G$ , que correspondem à distribuição Weibull quando  $\xi > 0$ , Fréchet quando  $\xi < 0$  e Gumbel no limite quando  $\xi \rightarrow 0$  (Coles, 2001). Estas três

distribuições podem ser vistas como membros de uma única família de distribuições: a distribuição de valores extremos generalizada (GEV) dada pela expressão 2.29.

As estimativas dos parâmetros  $\mu$ ,  $\xi$  e  $\sigma$  da distribuição  $G$  podem ser obtidas por vários métodos estatísticos, incluindo o Método dos Momentos (Reiss e Thomas, 1997), Método da Regressão (Reiss e Thomas, 1997) e Método da Máxima Verossimilhança (Embrechts *et al*, 1997).

Cerezer (2008) aplica a teoria de valores extremos (TVE) às séries de pressão da UHE de Porto Colômbia. Em seu trabalho, com o objetivo de estimar pressões extremas para probabilidades variando entre 0,1% e 99,9%, ajustou a GEV às séries de máximos e mínimos de pressões adimensionalizadas, medidas em sete tomadas ao longo da bacia de dissipação, considerando as vazões de 1000, 2000, 3000 e 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>. A estimativa dos parâmetros da distribuição  $G$  foi realizada através do método de Máxima Verossimilhança, e a qualidade do ajuste da distribuição aos valores de máximos e mínimos de pressão adimensionalizados foi avaliada através de gráficos *PP-plot* e *QQ-plot* e pela aplicação do teste de *Kolmogorov-Smirnov*.

Em seu trabalho Cerezer (2008) encontrou séries que foram consideradas dependentes, o que fere uma das condições do teorema de Fisher-Tippett. Para determinar quais os efeitos na estimação dos parâmetros  $\mu$ ,  $\xi$  e  $\sigma$  e dos percentis pela falta da condição de independência Cerezer (2008) gerou séries de tamanho 300 considerando o parâmetro de dependência ( $\theta$ ) variando entre 0,5 e 1,0, na função de distribuição acumulada de probabilidade dada por:

$$G = \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}^{\theta}. \quad (2.30)$$

Deste modo este autor conclui que caso não se tenha a hipótese de independência para algumas séries de máximos e mínimos pode-se garantir a obtenção de inferências estatísticas satisfatórias a partir dos modelos probabilísticos de valores extremos.

Como o parâmetro de forma ( $\xi$ ) define o tipo de distribuição, Cerezer (2008) testou se este parâmetro é estatisticamente diferente de zero através da aplicação do teste da razão de verossimilhança ao nível de significância de 5%. Para a maioria das séries o autor concluiu que o parâmetro de forma ( $\xi$ ) pode ser considerado como sendo igual a zero. Isto sugere que a distribuição GEV é representada pela distribuição Gumbel para a maioria das séries avaliadas.

Cerezer (2008) obteve boa qualidade do ajuste para a distribuição GEV, e as estimativas de valores extremos para as séries de pressões apresentaram erro médio em torno de 12% em relação aos valores medidos de pressão.

Este trabalho analisa as mesmas séries de pressões da UHE de Porto Colômbia avaliadas por Cerezer (2008), aplicando a teoria de valores extremos multivariada descrita seção 2.7.2.

## 2.7.2 TEORIA DE VALORES EXTREMOS BIVARIADA

A Teoria de Valores Extremos Multivariados e seus métodos tratam da caracterização e estimação das caudas conjuntas da distribuição multidimensional. Os modelos bivariados de valores extremos já são bem conhecidos na literatura e a modelagem da estrutura de dependência entre extremos pode ser feita através de modelos paramétricos ou de modelos não-paramétricos.

Sejam  $(X_i, Y_i)$ ,  $i=1,2,\dots,n$ , variáveis aleatórias identicamente distribuídas em  $\mathfrak{R}^2$  com função de distribuição bivariada  $F(\cdot, \cdot)$  com marginais  $F_1$  e  $F_2$  e sejam  $(M_1, M_2)$  o par de máximos coletados em cada componente, tal que  $M_1 = \max(x_1, \dots, x_n)$  e  $M_2 = \max(y_1, \dots, y_n)$ . Derivando do caso univariado, temos que, se existem seqüências de constantes normalizadoras  $a_{in} > 0, b_{in} \in \mathfrak{R}, i = 1,2$ , tais que a função de distribuição conjunta, dada pela expressão (2.31), convirja em distribuição para uma função de distribuição própria  $G(x,y)$  com marginais não degeneradas, quando  $n \rightarrow \infty$ , então  $G(\cdot, \cdot)$  é uma adistribuição de valores extremos bivariados. Neste caso cada função de distribuição marginal é uma distribuição generalizadora de valores extremos com as mesmas constantes normalizadoras.

$$\Pr \left\{ \frac{M_{1n} - b_{1n}}{a_{1n}} \leq x, \frac{M_{2n} - b_{2n}}{a_{2n}} \leq y \right\} = F^n(a_{1n}x + b_{1n}, a_{2n}y + b_{2n}) \rightarrow G(x, y) \quad (2.31)$$

Sabe-se que  $G$  satisfaz a relação de maxi-estabilidade, onde para todo  $n \geq 1$  existem  $\alpha_{in} > 0, \beta_{in}$  para  $i=1,2$ , tal que:

$$G^n(\alpha_{1n}x + \beta_{1n}, \alpha_{2n}y + \beta_{2n}) = G(x, y). \quad (2.32)$$

Segundo Tawn (1988), a escolha da distribuição marginal é arbitrária, onde este autor assume as marginais como sendo exponenciais unitárias devido à simplicidade na estrutura de dependência e extensão para a representação multivariada. Além de que, cada um dos três tipos de GEV pode ser transformado em outro e não há perda de generalidade em assumir que as marginais possuem a mesma distribuição.

Seja  $U_i = T_i(M_i) = \left(1 + \xi_i \frac{(M_i - \mu_i)}{\sigma_i}\right)^{-\frac{1}{\xi_i}}$ ,  $i = 1, 2$ , o máximo da margem  $i$  transformado

em variável aleatória Exponencial unitária, com f.d.  $G_i$ ,  $i=1,2$ , função de distribuição conjunta  $G(\cdot, \cdot)$ , e densidade conjunta  $g(\cdot, \cdot)$ . Dizemos que  $(U_1, U_2)$  possui distribuição de valores extremos com marginais exponenciais unitárias se

$$\bar{G}_i(u_i) = e^{-u_i}, \quad u_i > 0, i = 1, 2, \quad (2.33)$$

e, para  $n \geq 1$ ,

$$(\bar{G}(u_1, u_2))^n = \bar{G}(nu_1, nu_2), \quad (2.34)$$

onde  $\bar{G}(u_1, u_2) = \Pr\{U_1 > u_1, U_2 > u_2\}$ . A equação (2.34) é simplesmente a forma exponencial de (2.32).

Pickands (1981) mostrou que  $(U_1, U_2)$  segue uma distribuição satisfazendo (2.33) e (2.34) se e somente se a função de sobrevivência  $\bar{G}(\cdot, \cdot)$  pode ser escrita da forma:

$$\bar{G}(u_1, u_2) = \exp\left\{- (u_1 + u_2) A\left(\frac{u_2}{u_1 + u_2}\right)\right\} \quad (u_1 > 0, u_2 > 0), \quad (2.35)$$

Onde

$$A(w) = \int_0^1 \max\{(1-w)q, w(1-q)\} dH(q), \quad (2.36)$$

onde  $H$  é uma medida positiva finita em  $[0,1]$ . Para que as marginais sejam exponenciais é necessário que

$$1 = \int_0^1 q dH(q) = \int_0^1 (1-q) dH(q). \quad (2.37)$$

Através de (2.37) obtemos que  $\frac{1}{2}H$  é uma função de distribuição de uma variável aleatória com esperança  $\frac{1}{2}$ .

Segundo Pickands (1981) podemos dizer que  $A(\cdot)$  é uma função de dependência das variáveis aleatórias positivamente associadas  $U_1$  e  $U_2$ . De (2.36) obtemos que  $A(0) = A(1) = 1$  e de (2.36) e (2.37)  $\max(w, 1-w) \leq A(w) \leq 1$  para  $0 \leq w \leq 1$ , e, principalmente,  $A(\cdot)$  é uma função convexa nesta região. Os dois máximos  $U_1$  e  $U_2$  são permutáveis se e somente se  $A(\cdot)$  é simétrica em torno de  $\frac{1}{2}$ .

A estrutura de dependência é condizente com as variáveis aleatórias positivamente associadas. Para Tawn (1988), deve ser satisfeito para  $(U_1, U_2)$  a condição forte de ordenação estocástica que diz que  $\Pr\{U_2 > u_2 / U_1 > u_1\}$  é crescente em  $u_2$  para  $u_1$  fixo.

Dois exemplos importantes da função de dependência são os que ocorrem nas fronteiras do espaço paramétrico:

- i) Se  $A(w) = 1(0 \leq w \leq 1)$ , então  $(U_1, U_2)$  são independentes. Neste caso  $H$  concentra massa 1 em cada um dos pontos 0 e 1.
- ii) Se  $A(w) = \max(w, 1-w)$ , então  $(U_1, U_2)$  são completamente dependentes, isto é,  $\Pr(U_1 = U_2) = 1$ . Neste caso  $H$  concentra massa 2 em  $\frac{1}{2}$ .

A classe de funções de dependência é um conjunto convexo e se  $A_1, \dots, A_p$  são funções de dependência, então  $A(w) = \alpha_1 A_1(w) + \dots + \alpha_p A_p(w)$  com  $\alpha_i \geq 0 (i = 1, \dots, p)$ , é uma função de dependência, se  $\alpha_1 + \dots + \alpha_p = 1$ .

Segundo Tawn (1988) a correlação entre  $U_1$  e  $U_2$  é dada por

$$\rho = \int_0^1 \frac{dw}{\{A(w)\}^2} - 1 \quad (2.38)$$

sendo sempre não negativa pois  $A(w) \leq 1$ . Cabe ressaltar que  $\rho$  se refere aos máximos (mínimos) transformados  $U_1$  e  $U_2$  e pode ser ligeiramente diferente para os máximos (mínimos) originais pois o coeficiente de correlação linear não é invariante sob transformações não lineares.



Uma medida de dependência alternativa para  $U_1$  e  $U_2$ , apresentada por Tawn (1988), a qual é independente da distribuição marginal, é:

$$\tau = 2 \left\{ 1 - A \left( \frac{1}{2} \right) \right\}. \quad (2.39)$$

Se existe independência então  $\tau = 0$  e para dependência completa  $\tau = 1$ . Ela é uma medida de dependência existente nos altos quantis, associados à probabilidades próximas de um, da distribuição bivariada de extremos.

Segundo Sibuya (1986), se os dados exibirem associação negativa, devemos esperar obter independência de qualquer ajuste, já que toda a classe de distribuições de valores extremos bivariados é para modelar variáveis aleatórias com associação não negativa.

#### 2.7.2.1 MODELOS PARAMÉTRICOS PARA A FUNÇÃO DEPENDÊNCIA $A(\cdot)$

Nesta seção definimos a função densidade para seis modelos paramétricos bivariados de valores extremos que estimam a função dependência ( $A(\cdot)$ ). Definindo

$$y_i = y_i(z_i) = \left\{ 1 + \xi_i (z_i - \mu_i) / \sigma_i \right\}^{-1/\xi_i}$$

para  $1 + \xi_i (z_i - \mu_i) / \sigma_i > 0$  e  $i = 1, 2$ , onde os parâmetros marginais são dados por  $\mu_i, \sigma_i$  e  $\xi_i$ , onde  $\sigma_i > 0$ . Se  $\xi_i = 0$  então  $y_i$  é definido por continuidade.

Em cada uma das funções de distribuição bivariada  $G(z_1, z_2)$  dadas a seguir, as marginais univariadas são GEV, tal que  $G(z_i) = \exp(-y_i)$  para  $i = 1, 2$ . Se  $1 + \xi_i (z_i - \mu_i) / \sigma_i \leq 0$  para algum  $i = 1, 2$ , o valor  $z_i$  é maior do que o limite superior (se  $\xi_i < 0$ ), o menor do que o limite inferior (se  $\xi_i > 0$ ), da  $i$ -ésima distribuição marginal univariada.

a) Modelo Logístico (Gumbel, 1960)

A função de distribuição bivariada do modelo logístico com parâmetro  $r$  é

$$G(z_1, z_2) = \exp\left[-\left(y_1^{1/r} + y_2^{1/r}\right)^r\right] \quad (2.40)$$

onde  $0 < r \leq 1$ . Este é um caso especial do modelo bivariado logístico assimétrico. Completa dependência é obtida no limite quando  $r$  aproxima-se de zero. Independência é obtida quando  $r = 1$

A função dependência ( $A(\cdot)$ ) para o modelo Logístico é dada por

$$A(w) = \left[(1-w)^r + w^r\right]^{1/r} \quad (2.41)$$

b) Modelo Logístico Assimétrico (Tawn, 1988)

A função de distribuição bivariada do modelo Logístico Assimétrico com parâmetro de dependência  $r$  e parâmetros de assimetria  $t_1$  e  $t_2$  é

$$G(z_1, z_2) = \exp\left\{-\left[(1-t_1)y_1 - (1-t_2)y_2 - \left[(t_1 y_1)^{1/r} + (t_2 y_2)^{1/r}\right]^r\right]\right\} \quad (2.42)$$

onde  $0 < r \leq 1$  e  $0 \leq t_1, t_2 \leq 1$ . Quando  $t_1 = t_2 = 1$  o modelo Logístico Assimétrico é equivalente ao modelo Logístico Simétrico. A independência é obtida quando  $r = 1$ ,  $t_1 = 0$  ou  $t_2 = 0$ . Completa dependência é obtida no limite quando  $t_1 = t_2 = 1$  e  $r$  aproxima-se de zero. Diferentes limites ocorrem quando  $t_1$  e  $t_2$  são fixos e  $r$  aproxima-se de zero.

A função dependência ( $A(\cdot)$ ) para o modelo Logístico Assimétrico é dada por

$$A(w) = \left[t_1^r (1-w)^r + t_2^r w^r\right]^{1/r} + (t_1 - t_2)w + 1 - t_1 \quad (2.43)$$

d) Modelo Negativo Logístico (Galambos, 1975)

A função de distribuição bivariada do modelo Negativo Logístico com parâmetro de dependência  $r$  é

$$G(z_1, z_2) = \exp\left\{-y_1 - y_2 + [y_1^{-r} + y_2^{-r}]^{-1/r}\right\} \quad (2.44)$$

onde  $r > 0$ . Independência é obtida no limite quando  $r$  aproxima-se de zero e completa dependência quando  $r$  tende ao infinito.

A função dependência ( $A(\cdot)$ ) para o modelo Logístico Assimétrico é dada por

$$A(w) = rw^2 - rw + 1 \quad (2.45)$$

e) Modelo Negativo Logístico Assimétrico (Joe, 1990)

A função de distribuição bivariada do modelo Negativo Logístico Assimétrico com parâmetro de dependência  $r$  e coeficientes de assimetria  $t_1$  e  $t_2$  é:

$$G(z_1, z_2) = \exp\left\{-y_1 - y_2 + [(t_1 y_1)^{-r} + (t_2 y_2)^{-r}]^{-1/r}\right\} \quad (2.46)$$

onde  $r > 0$  e  $0 \leq t_1, t_2 \leq 1$ . Quando  $t_1 = t_2 = 1$  o modelo Negativo Logístico Assimétrico é equivalente ao modelo Negativo Logístico. A independência é obtida no limite quando  $t_1, t_2$  ou  $r$  aproximam-se de zero. Completa dependência é obtida no limite quando  $t_1 = t_2 = 1$  e  $r$  tende a infinito. Diferentes limites ocorrem quando  $t_1$  e  $t_2$  são fixos e  $r$  aproxima-se de zero. Referências deste modelo podem ser encontradas em Joe (1990), onde introduz distribuições multivariadas de valores extremos o qual reduz ao caso bivariado.

A função dependência ( $A(\cdot)$ ) para o modelo Logístico Assimétrico é dada por

$$A(w) = t_1 w^3 + t_2 w^2 - (t_2 + t_1)w + 1 \quad (2.47)$$

f) Modelo Bilogístico (Smith, 1990)

A função de distribuição bivariada do modelo Bilogístico com parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  é

$$G(z_1, z_2) = \exp\{-y_1 q^{1-\delta} - y_2 (1-q)^{1-\delta}\} \quad (2.48)$$

onde  $q = q(y_1, y_2; \alpha, \delta)$  é a raiz da equação

$$(1-\alpha)y_1(1-q)^\delta - (1-\delta)y_2q^\alpha = 0, \quad 0 < \alpha, \delta < 1.$$

Quando  $\alpha = \delta$  o modelo Bilogístico é equivalente ao modelo Logístico. Completa dependência é obtida no limite quando  $\alpha = \delta$  aproximam-se de zero. Independência é obtida quando  $\alpha = \delta$  aproximam-se de um. Diferentes limites ocorrem quando um dos  $\alpha, \delta$  é fixo e o outro se aproxima zero.

g) Modelo Negativo Bilogístico (Coles e Tawn, 1994)

A função de distribuição bivariada do modelo Negativo Bilogístico com parâmetros  $\alpha$  e  $\delta$  é

$$G(z_1, z_2) = \exp\{-y_1 - y_2 + y_1 q^{1+\alpha} + y_2 (1-q)^{1+\delta}\} \quad (2.49)$$

onde  $q = q(y_1, y_2; \alpha, \delta)$  é a raiz da equação

$$(1+\alpha)y_1 q^\alpha - (1+\delta)y_2 (1-q)^\delta = 0, \quad 0 < \alpha, \delta < 1.$$

Quando  $\alpha = \delta$  o modelo Bilogístico é equivalente ao modelo Negativo Logístico com parâmetros de dependência  $1/\alpha = 1/\delta$ . Completa dependência é obtida no limite quando  $\alpha = \delta$  aproximam-se de zero. Independência é obtida quando  $\alpha = \delta$  tendem a infinito, e quando um dos  $\alpha, \delta$  é fixo e o outro tende a infinito. Diferentes limites ocorrem quando um dos  $\alpha, \delta$  é fixo e o outro se aproxima zero.

A Figura 2.18 mostra a função dependência  $A(w)$  para o modelo Negativo Logístico, com  $r$  assumindo os valores 0; 0,7; 0,8; 0,9 e 1. É possível perceber que a medida que  $r \rightarrow 0$   $A(w) \rightarrow 1$ , ou seja, independência completa.

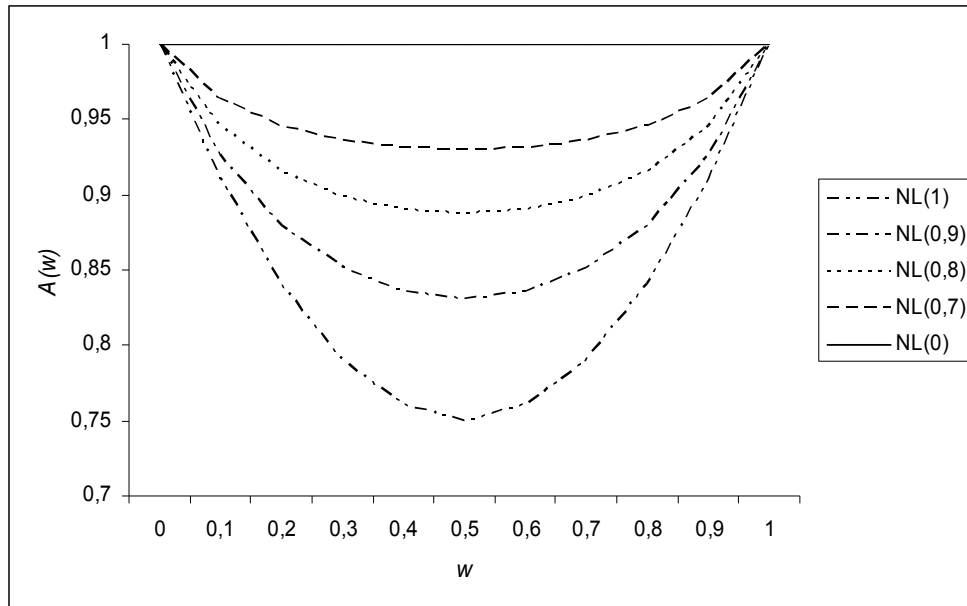


Figura 2.18: Função dependência  $A(\cdot)$  para o modelo Negativo Logístico (NL), e para  $r$  assumindo os valores 0; 0,7; 0,8; 0,9 e 1.

A Figura 2.19 compara a função dependência  $A(\cdot)$  para os modelos Logístico considerando  $r = 0,7$ , Logístico assimétrico com  $r = 0,7$ ;  $t_1 = 1$  e  $t_2 = -0,5$  e Negativo Logístico com  $r = 0,3$ .

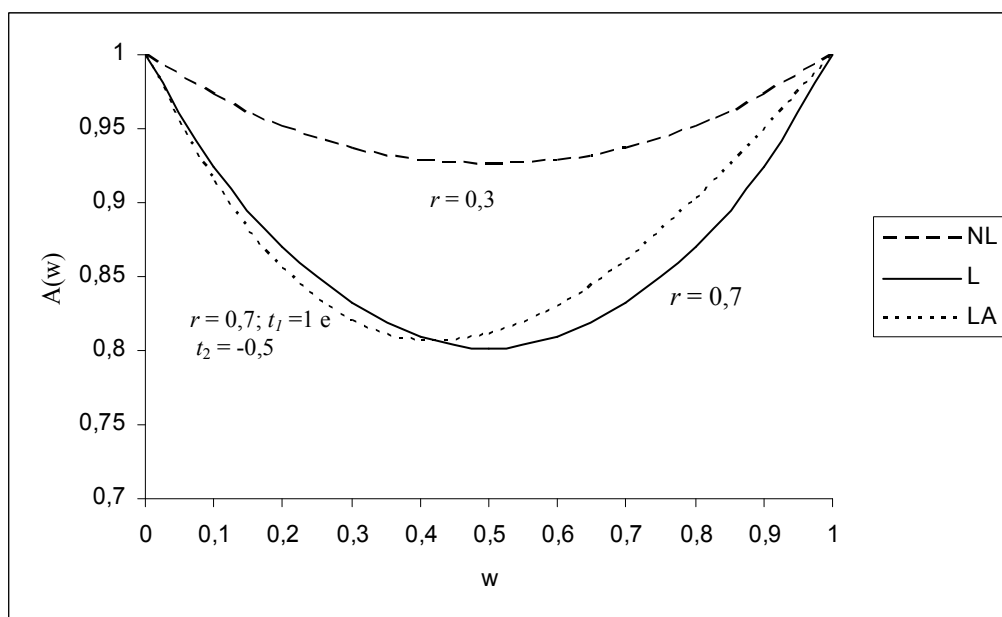


Figura 2.19: Função dependência  $A(\cdot)$  para o modelo Logístico (L), Logístico Assimétrico(LA) e Negativo Logístico (NL).

### 2.7.2.2 ESTIMAÇÃO

A importância da dependência como limite assintótico é bem conhecida e já foi discutida por diversos autores. Tawn (1988) apresenta o teste localmente mais forte para testar a hipótese de independência ao nível  $\alpha$  quando:

$$U_m(\theta_0) > (cm \log m)^{\frac{1}{2}} \Phi^{-1}(1 - \alpha), \quad (2.50)$$

onde  $\theta_0 \leq \theta$ , é o valor do parâmetro que corresponde à independência,  $\Phi(\cdot)$  é a distribuição normal padrão e  $c$  corresponde a  $\frac{1}{2}$  para o modelo Logístico e  $\frac{1}{15}$  para o Negativo Logístico.

Tawn (1988) considera apenas os estimadores de máxima verossimilhança e examina as suas propriedades. Supondo que as marginais são conhecidas e sejam  $(U_{1i}, U_{2i})$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . identicamente distribuídas em  $\mathfrak{R}^2$  com distribuição bivariada de valores extremos dada por (2.35) e função densidade  $g(u_1, u_2; \Theta)$ , onde  $\Theta$  é o vetor de parâmetros do modelo, então:

$$g(u_1, u_2; \Theta) = \frac{\partial^2 G(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2} \quad (2.51)$$

e a função logaritmo da verossimilhança é

$$L_m(\Theta) = \sum_{i=1}^m \log g(u_{1i}, u_{2i}; \Theta) \quad (2.52)$$

Logo a estatística escore sob independência é:

$$U_m(\Theta_0) = \frac{dL_m(\Theta_0)}{d\Theta} = \sum_{i=1}^m \Psi(u_{1i}, u_{2i}), \quad (2.53)$$

onde  $\Theta_0$  é o valor do parâmetro sob independência.

Tawn(1988) descreve  $\Psi(u_1, u_2)$  para os modelos Logístico e Negativo Logístico. Também demonstra que o estimador de máxima verossimilhança tem comportamento não regular na fronteira do espaço paramétrico relacionado com independência e que a distribuição assintótica de  $U_m(\Theta_0)$  é normal.

De um modo geral os modelos que apresentam maior suporte teórico são os modelos Logístico e Negativo Logístico. Tawn (1988) também descreve resultados para o modelo

Negativo Logístico Assimétrico, mas com menos detalhes e para o modelo Logístico assimétrico este problema continua em aberto.

### 2.7.2.3 AJUSTE DOS MODELOS

Existem na literatura diversos critérios propostos para testar a qualidade do ajuste de um modelo estimado. Akaike (1973) introduziu um critério de informação, e este critério tem sido chamado de AIC (*Akaike's information criterion*) e é definido como:

$$AIC(M) = -2\ln(\text{máxima verossimilhança}) + 2M \quad (2.53)$$

onde  $M$  é o número de parâmetros no modelo.

Quanto menor o AIC melhor o ajustamento do modelo. Porém, faz-se necessário comparar os AIC's de modelos alternativos, para se saber qual o modelo que melhor explica a dinâmica da série em estudo. Dessa forma, o melhor modelo será aquele que apresentar os menores valores de AIC. O critério AIC pode ser negativo e isso ocorre quando  $2\ln(\text{máxima verossimilhança}) > 2M$ .

## 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo apresenta-se a descrição dos dados utilizados nesta pesquisa, bem como os métodos estatísticos utilizados para análise dos mesmos. Fez-se também uma breve explanação sobre as dificuldades na análise das séries completas, além de outros métodos utilizados na investigação das mesmas e que auxiliam na justificativa e compreensão dos processos e análises descritos neste trabalho.

### 3.1 DADOS UTILIZADOS

Neste trabalho analisaram-se séries de pressão obtidas na Usina de Porto Colômbia situada no Rio Grande, na divisa dos estados Minas Gerais e São Paulo, que iniciou sua operação em 1973. Estes dados estão disponíveis para análise no Instituto de Pesquisas Hidráulicas (IPH) e foram cedidos por FURNAS Centrais Hidroelétricas. Uma inspeção subaquática realizada em 1983 revelou o péssimo estado de conservação das estruturas componentes da bacia, onde na Figura 4.1 pode-se avaliar os danos causados à estrutura da bacia pelo processo de cavitação. Devido a este fato, no ano de 1996 realizou-se uma campanha de medição de flutuações de pressão instantânea na bacia de dissipação do vertedouro.

Foram realizados ensaios para as vazões de 500, 1000, 2000, 3000 e 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> onde foram coletados dados instantâneos de pressão em sete pontos da bacia de dissipação, distribuídos ao longo do vão do vertedouro extremo direito, estando os três primeiros na concordância do perfil do vertedouro e os restantes na parte plana do fundo da bacia e distantes 7,20 m do muro lateral da bacia.

A Figura 3.2 apresenta o perfil do canal da UHE de Porto Colômbia e a posição exata dos transdutores de pressão utilizados para aquisição das séries de pressão. As três primeiras tomadas estão representadas na Figura 3.2 por d<sub>A</sub>, d<sub>B</sub> e d<sub>C</sub> localizadas na curva e as restantes por d<sub>1</sub>, d<sub>3</sub>, d<sub>5</sub> e d<sub>7</sub>, na região plana.





Figura 3.1 – Erosão causada pelo processo de cavitação na estrutura de dissipação de Porto Colômbia.

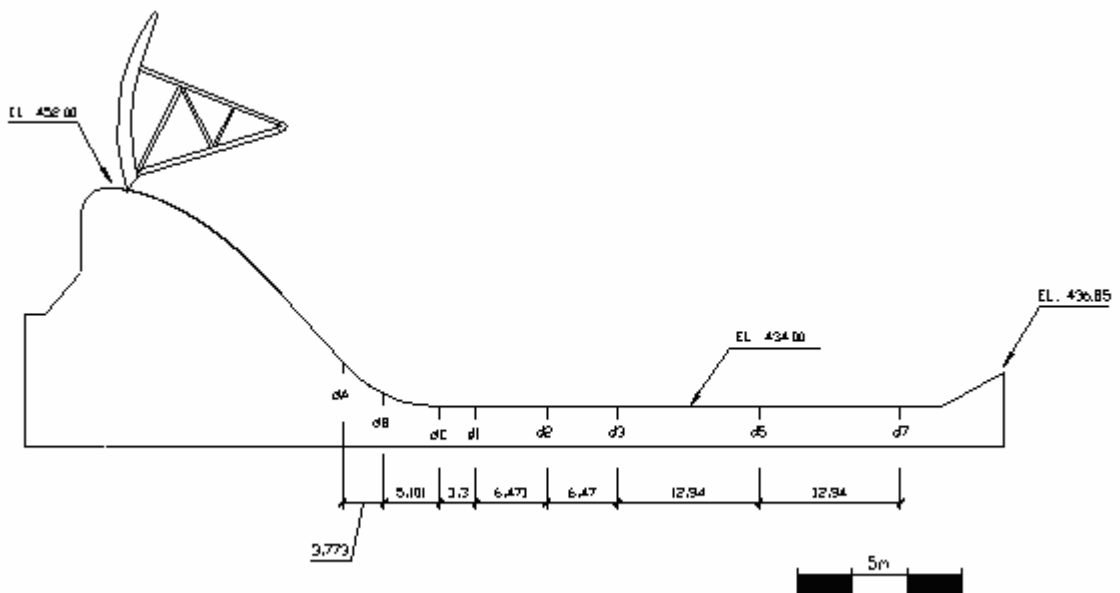


Figura 3.2 – Perfil do canal da UHE de Porto Colômbia e posição das tomadas de pressão Marques et al (1996).

Para cada um dos ensaios realizados, foi aguardada a estabilização do nível de jusante, para depois iniciar a coleta dos dados por 30 e 45 minutos. Para cada vazão, as séries foram divididas em conjuntos contendo 5 minutos de medições. Sabendo que só deve existir energia até 20 Hz, através da análise preliminar das características dos sinais de pressão (espectros), optou-se por uma frequência de amostragem de 100 Hz, garantindo a recuperação adequada do sinal digitalizado (ver Lopardo, 1986). Apesar de, no momento da coleta das séries, ter-se aguardado a estabilização do nível de jusante, utilizamos sempre o segundo conjunto de 5 minutos descartando os primeiros 30000 dados de cada série.

Para a realização das medições, foram especificados transdutores cuja faixa de trabalho englobasse o intervalo de valores de pressão de possível ocorrência. Para assegurar que os transdutores detectassem pressões negativas, os mesmos foram ajustados para operarem na faixa de -0,5 a 5 bar (-5,1 a 51 mca). Uma análise detalhada sobre a aquisição de dados no protótipo da UHE de Porto Colômbia pode ser encontrada em Ortiz *et al* (1998). Neste trabalho, assim como em Cerezer (2008) não realizou-se a análise das pressões da vazão de  $500 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , devido a irregularidades observadas em suas séries.

A Tabela 3.1 apresenta alguns parâmetros importantes do ressalto hidráulico, descritos na seção 3.4, relacionando o número de Froude ( $Fr$ ) com a vazão ( $Q$ ), altura conjugada rápida ( $Y_1$ ), altura conjugada lenta ( $Y_2$ ), altura da lâmina d'água a jusante do ressalto ( $Tw$ ), e a velocidade do escoamento ( $V$ ). Estes parâmetros serão amplamente utilizados na análise das séries de pressões. É possível identificar, através dos parâmetros  $Tw$  e  $Y_2$ , que para todas as vazões avaliadas o ressalto apresenta-se afogado, pois  $Y_2 < Tw$ .

Tabela 3.1 – Condições hidráulicas das medições efetuadas na UHE de Porto Colômbia onde  $Fr$  é o número de Froude,  $Q$  representa a vazão,  $Y_1$  a altura conjugada rápida,  $Y_2$  a altura conjugada lenta,  $Tw$  lamina d'água a jusante e  $V_1$  a velocidade do escoamento.

$Fr$	$Q(\text{m}^3\text{s}^{-1})$	$Y_1(\text{m})$	$Y_2(\text{m})$	$Tw$	$V_1(\text{ms}^{-1})$
6,42	1000	0,45	3,83	9,81	16,50
4,98	2000	0,84	5,50	10,32	17,15
4,32	3000	1,21	6,80	10,68	17,60
3,88	4000	1,57	7,88	11,15	17,78

Fonte: Marques *et al* (1996).

A tabela 3.2 apresenta a distância entre cada uma das tomadas de pressão, que em conjunto com a velocidade média do escoamento ( $V_1$ ), definem o tamanho dos blocos para seleção das pressões extremas apresentada na seção 4.1.

Tabela 3.2 – Distância entre as tomadas de pressão na UHE de Porto Colômbia.

Tomadas	Distância (m)
$d_A$ e $d_B$	3,77
$d_B$ e $d_C$	5,10
$d_C$ e $d_1$	3,30
$d_1$ e $d_3$	12,94
$d_3$ e $d_5$	12,94
$d_5$ e $d_7$	12,94

Para a análise das séries de pressão é importante lembrar que as medições efetuadas nas tomadas situadas a montante estão sob a influência dos efeitos causados pelo ponto de tangência e pelo trecho curvo da bacia. As duas primeiras tomadas situam-se no trecho curvo do vertedouro e a terceira no ponto de tangência. Também considera-se que o ponto de maior flutuação de pressão é dado pela posição adimensional 1,75, o ponto de descolamento do rolo pela posição adimensional 4, o final do rolo pela posição adimensional 6 e o término da influência do ressalto a partir da posição 8 (Marques *et al*, 1994). De acordo com estes critérios determina-se para a estrutura de dissipação da UHE de Porto Colômbia os pontos de maior interesse no ressalto hidráulico (Quadro 3.1). Em questão de notação considera-se as séries de pressões medidas em cada uma das tomadas  $d_A$ ,  $d_B$ ,  $d_C$ ,  $d_1$ ,  $d_3$ ,  $d_5$  e  $d_7$  como sendo respectivamente T1, T2, T3, T4, T5, T6 e T7

Quadro 3.1: Regiões de maior flutuação de pressão, descolamento e final do rolo e término da influência do ressalto para a estrutura de dissipação da UHE de Porto Colômbia.

Vazão ( $m^3s^{-1}$ )	Maior flutuação de pressão	Descolamento do rolo	Final do rolo	Término do ressalto
1000	$d_B$	$d_1$	$d_3$	$d_5$
2000	$d_C$	Entre $d_1$ e $d_3$	$d_5$	$d_7$
3000	$d_1$	$d_3$	$d_5$	-
4000	$d_1$	$d_5$	$d_5$	-

## 3.2 ANÁLISE DOS DADOS

### 3.2.1 ESTATÍSTICAS DAS SÉRIES

Inicialmente investigaram-se as séries de pressões para as vazões vertidas de 1000, 2000, 3000 e 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> nas sete tomadas. Foram calculadas as pressões médias, flutuação de pressão, assimetria e curtose com o objetivo de comparar os presentes dados à literatura existente. Os dados foram adimensionalizados de acordo com a posição das séries em relação ao início e término do resalto (Marques *et al*, 1997). Após a análise univariada das séries verificamos a relação entre as séries de pressão, considerando duas tomadas consecutivas de uma mesma vazão, através da correlação e do espectro cruzado entre as mesmas.

### 3.2.2 DIFICULDADES NA ANÁLISE DOS DADOS

Inicialmente para a análise das séries de flutuação de pressão de Porto Colômbia, foi proposta uma análise multivariada e a modelagem das séries através de modelos ARMAX(p,q), com probabilidades de pressões extremas sendo calculadas a partir de simulações Box-Cox. Investigou-se a estacionariedade das séries através da análise de correlação e análise espectral, e deste modo foi possível observar que algumas séries apresentavam em seu espectro um sinal devido à frequência de 60 Hz das linhas de transmissão, apesar de, ao longo do ensaio, ter-se utilizado um filtro passa baixa ativo para eliminar estes sinais.

Para eliminar estes sinais utilizou-se o filtro digital *Butterworth* (ver Hamming, 1989) do aplicativo MATLAB. Uma gama de filtros digitais foi testada na tentativa de eliminar os sinais nas frequências de 20 Hz (explicada pela frequência de 60 Hz, através do efeito de dobramento) e 40 Hz, mas o filtro *Butterworth*, apesar de não apresentar resultados plenamente satisfatórios para algumas séries, foi o que obteve melhor desempenho na maioria dos casos. Apesar de este filtro ter removido os sinais para algumas das séries de pressão, ao observar-se os espectros cruzados das séries filtradas estes voltam a aparecer, mostrando que o filtro não foi eficiente na remoção completa dos sinais.

Quando analisamos a função de autocorrelação das séries de pressão, em algumas delas encontramos funções de autocorrelação que apresentam altos valores de correlação para grandes retardos e até mesmo não apresentando decaimento a zero. Geralmente estas tomadas

estão situadas no final do desenvolvimento do escoamento. Em geral, foi possível perceber que à medida que as tomadas distanciam-se do início do ressalto o “*first zero-crossing*” passa a ocorrer em “*lags*” maiores, ou seja, autocorrelações positivas tendem a permanecer para “*lags*” maiores. Khader e Elango (1973) encontram resultado similar considerando modelos com  $Fr = 4,7, 5,9$  e  $6,6$ . Exemplos das autocorrelações e espectros das séries de pressão podem ser encontrados no Anexo A.

Na modelagem das séries de pressão utilizando os modelos ARMAX(p,q) obteve-se bons ajustes para algumas séries, onde os resíduos mostraram ser não correlacionados com distribuição aproximadamente normal. As séries nas quais o modelo ARMAX (p,q) não apresentou um bom ajuste localizam-se em geral no final do ressalto hidráulico. Estas séries também apresentaram comportamento incomum em seus correlogramas, correlações cruzadas, função densidade espectral e função densidade espectral cruzada, principalmente para a vazão de  $500 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Na tentativa de melhorar o ajuste utilizou-se para modelagem as séries de pressão filtradas, mas não obteve-se mudanças significativas. Um exemplo dos ajustes realizados para o modelo ARMAX(p,q) podem ser encontrados no Anexo B.

Devido aos problemas relatados, optou-se por descartar as séries provenientes da vazão de  $500 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , e para as outras vazões utilizar a teoria de valores extremos bivariada para avaliar a probabilidade conjunta da ocorrência de pressões extremas, pois esta teoria nos fornece a possibilidade de trabalhar com apenas alguns pontos (máximos e mínimos) selecionados dentro de um intervalo de tempo. Ao realizar esta seleção pode-se perceber que as séries de máximos e mínimos encontram-se livres dos sinais observados nas frequências de 20 e 40 Hz.

### 3.2.3 MODELOS DE VALORES EXTREMOS BIVARIADOS

Para desenvolver a teoria de valores extremos bivariada, fez-se necessário inicialmente identificar qual a melhor frequência para seleção dos máximos e mínimos, e em consequência disto o tamanho da amostra. Os valores de pressão máximos e mínimos foram tomados em blocos de 100 valores da série, o que corresponde a 1s de medições, formando deste modo séries de tamanho 300, conforme utiliza Cerezer (2008). A opção de formar blocos de 100 valores está relacionada à frequência de aquisição dos dados, velocidade do escoamento, posição das tomadas de pressão e a correlação entre as séries.

Por serem avaliadas tomadas consecutivas de uma mesma vazão, foi necessário identificar o tempo necessário para que uma informação detectada por uma tomada seja

percebida por outra. A menor velocidade média de escoamento é da vazão de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  com  $16,50 \text{ ms}^{-1}$  (Tabela 3.2), e a maior distância existente entre as tomadas é de 12,94 m. Logo o período de 1s é suficiente para que a informação no escoamento ocorrido em uma tomada percorra a maior distância existente entre elas. As correlações cruzadas entre as séries auxiliaram na certificação deste resultado, apresentando informação similar à obtida através da velocidade de transporte do escoamento.

Foram comparados os máximos e mínimos selecionados em blocos de 150, 200 e 300 dados com blocos de 100. Em geral não se encontra diferenças nas estatísticas das séries, nos ajustes dos modelos ou classificação de dependência ou independência entre os blocos. Além disto, a escolha da frequência da amostra exerce influência no tamanho da mesma, pois quanto menor a frequência de seleção dos extremos, menor o tamanho da amostra causando a redução na qualidade da análise. Deste modo, como Cerezer (2008) relata em seu trabalho em relação a análise univariada, considera-se ter uma boa descrição dos valores máximos e mínimos para cada série através deste método de seleção, tanto para análise univariada como multivariada das séries.

A modelagem da estrutura de dependência entre extremos foi feita através dos modelos paramétricos: Logístico, Logístico Assimétrico, Negativo Logístico, Negativo Logístico Assimétrico, Bilogístico e Negativo Bilogístico. Na literatura os modelos Negativo Logístico e Negativo Logístico Assimétrico podem ser chamados, respectivamente, de Misto Simétrico e Misto Assimétrico. Antes de ajustar os modelos bivariados, analisaram-se as séries de máximos e mínimos, em pares de tomadas consecutivas, através da estatística descritiva (média, mediana, mínimo, máximo, desvio-padrão, assimetria e curtose) e correlação testada ao nível de significância de 5%. Segundo Panzieri Filho (2001) as estatísticas descritivas têm uma relevância menor quando se quer entender o comportamento das caudas das distribuições, pois as mesmas são mais adequadas para uma compreensão geral dos dados e não para avaliar os seus eventos extremos. Este autor sugere que a curtose seja um indicador do peso das caudas.

Para avaliar as pressões mínimas multiplicou-se as séries de pressões por (-1) e analisou-se os máximos, como sugerido por Mendes (2004).

Ajustou-se por máxima verossimilhança os seis modelos paramétricos aos pares de máximos e mínimos, testando a hipótese de independência através do critério sugerido por Tawn (1988). Estimou-se os valores de pressão para cada par, utilizando os modelos ajustados, para as probabilidades de 1%, 5%, 10%, 80%, 90%, 95% e 99%, comparando estes com os valores obtidos por Cerezer (2008) através da GEV com estimativa individual dos

parâmetros, com as estimativas obtidas através do método sugerido por Wiest (2008) e com os valores medidos de pressão considerando o conjunto de dados completo.

Para a análise das séries através da teoria de valores extremos, utilizamos o software livre R, que fornece a estimativa conjunta dos parâmetros através do método da Máxima Verossimilhança. Este programa fornece as estimativas dos parâmetros dos seis modelos considerados, do erro padrão, gráficos da função dependência, função densidade e gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica. Também apresenta o critério AIC ( seção 2.7.2.3) como opção para determinação do melhor ajuste.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo inicialmente apresentam-se os primeiros resultados das séries de pressões para as vazões 1000, 2000, 3000 e 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, considerando as sete tomadas ao longo da bacia de dissipação. Em seguida apresentam-se o ajuste para os modelos bivariados e a estimativa dos valores de pressão para as probabilidades de 1%, 5%, 10%, 80%, 90%, 95% e 99%.

Optou-se realizar a análise dos resultados e a sua discussão em conjunto devido à complexidade do método e do volume de informações. Pretende-se deste modo facilitar o entendimento e a análise dos resultados obtidos relacionando os mesmos ao fenômeno do ressalto hidráulico.

### 4.1 ANÁLISE GERAL DAS SÉRIES

Para análise das séries de pressões para as vazões vertidas de 1000, 2000, 3000 e 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> nas sete tomadas, foi calculada a pressão média, flutuações de pressão, assimetria e curtose. O objetivo foi de identificar características e comparar com resultados obtidos para as séries de pressão observadas em modelos reduzidos, considerando valores do número de Froude aproximados aos observados na UHE de Porto Colômbia. Em seguida, uma análise das funções de autocorrelação cruzadas e análise espectral de tomadas consecutivas.

- PRESSÃO MÉDIA, FLUTUAÇÃO DE PRESSÃO, ASSIMETRIA E CURTOSE.

Para cada vazão verificam-se posições diferentes de início e término do ressalto com relação aos sete pontos de medições. Isto dificulta a análise entre as séries de vazões medidas em uma mesma tomada. Um recurso será adimensionalizar a posição onde as séries foram medidas com relação ao início e término do ressalto. A Tabela 4.1 apresenta um comparativo das pressões médias obtidas para as 4 vazões distribuídas por tomadas.



Tabela 4.1 - Valores médios de pressão (mca) para as vazões de 1000, 2000, 3000 e 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, medidas nas sete tomadas.

Séries	Média(1000)	Média(2000)	Média(3000)	Média(4000)
T1	6,359	6,453	6,269	6,948
T2	8,483	8,278	9,456	10,443
T3	8,841	8,687	8,071	8,281
T4	8,954	8,517	7,257	6,798
T5	9,437	8,510	7,822	8,203
T6	9,592	9,669	9,375	9,745
T7	9,727	10,163	10,089	10,800

Seguindo a sugestão de Marques *et al* (1994), para melhor comparar as pressões médias para cada vazão, em relação às diferentes regiões do ressalto hidráulico, apresentam-se as pressões médias adimensionalizadas em função da posição adimensional da série (Figura 4.1).

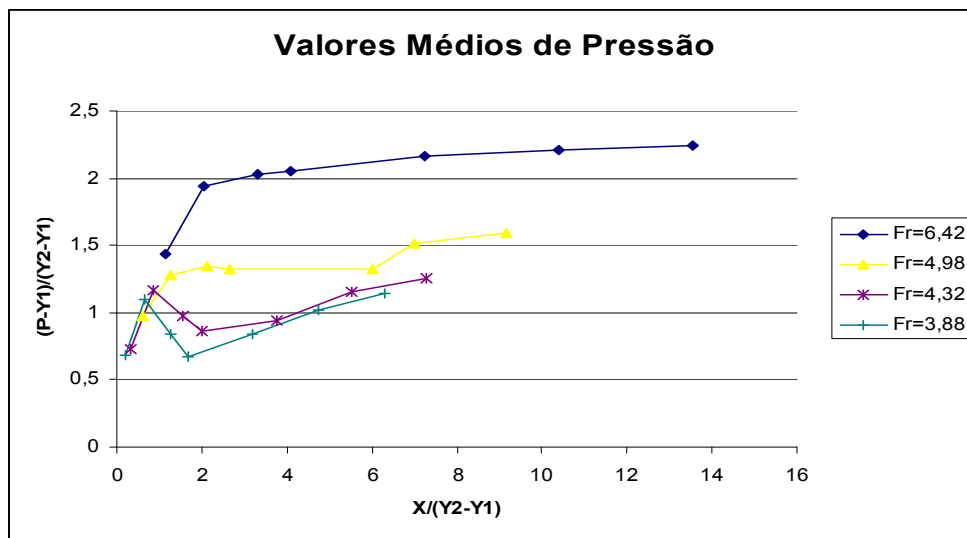


Figura 4.1 - Pressões médias adimensionalizadas, em função da posição longitudinal do ressalto hidráulico, para diferentes valores de Froude.

Pode-se observar que as vazões de 3000 e 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> mantêm o mesmo comportamento na distribuição longitudinal das pressões médias que tendem a aumentar no início devido à curva, para depois diminuir e voltar a aumentar no final do ressalto. Em contraste, para as vazões de 1000 e 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> a média tende a aumentar ao longo do ressalto estabilizando no final. Esta diferença se deve à submergência (S) do ressalto hidráulico.

Comparando as flutuações de pressão obtidas para as séries de Porto Colômbia com valores apresentados por Endres (1990), com números de Froude aproximados, observa-se

que para  $Fr = 6,42$  e  $Fr = 4,98$  encontramos um comportamento similar aos obtidos em modelo. Já para as vazões maiores, representadas pelos números de Froude de 4,32 e 3,88 existe uma redução na flutuação de pressão para as primeiras tomadas que não se observa no modelo. O mesmo acontece quando comparamos as flutuações de pressão encontradas por Marques *et al* (1996) exibidas na Figura 2.14 com as flutuações de pressão das séries de Porto Colômbia (Figura 4.2).

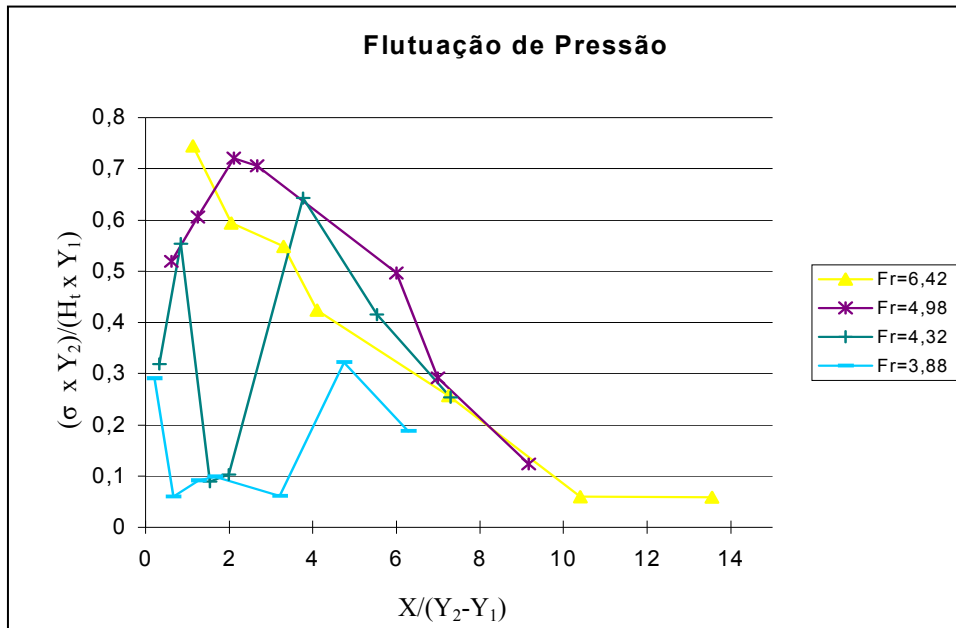


Figura 4.2 - Flutuação de pressão em função da posição longitudinal do ressalto hidráulico, para diferentes valores de Froude.

Quando analisados os coeficientes de assimetria e curtose das séries, foi encontrado um comportamento similar entre os diferentes tipos de vazões, que pode ser avaliado nas Figuras 4.3 e 4.4. Através destes coeficientes concluímos que não poderemos considerar gaussiana a distribuição das séries situadas no interior do ressalto, pois as mesmas não apresentam assimetria igual a zero e curtose igual a três.

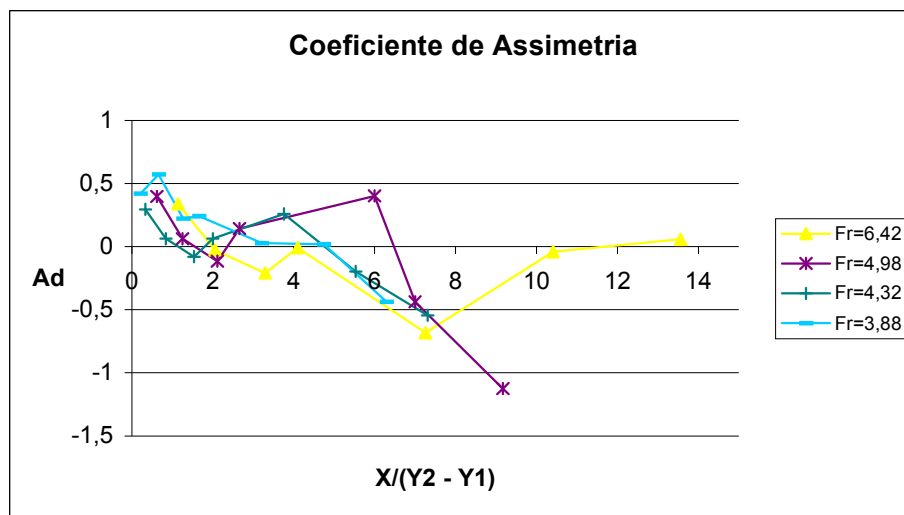


Figura 4.3 - Coeficiente de assimetria em função da posição longitudinal do ressalto hidráulico, para diferentes valores de Froude.

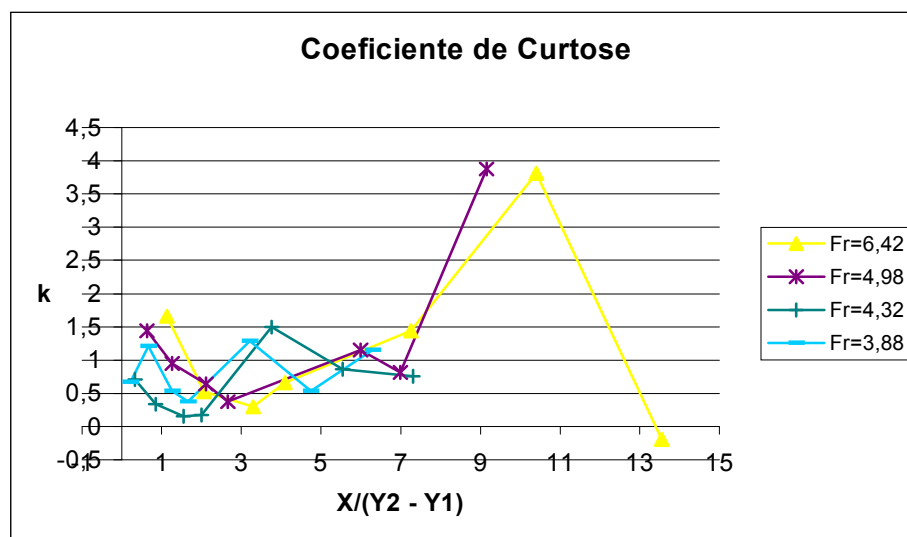


Figura 4.4 - Coeficiente de curtose em função da posição longitudinal do ressalto hidráulico, para diferentes valores de Froude.

Segundo Lopardo (1986) as assimetrias são positivas na parte inicial do ressalto e passam a ser negativas na região onde a lâmina d'água tende a despregar-se do fundo. Os presentes resultados mostram comportamento similar quando a assimetria dos dados é avaliada (Figura 4.3). Podemos observar que a partir de determinado ponto a assimetria das séries tende a zero, isto se deve ao escoamento no final do ressalto apresentar um regime permanente uniforme.

- CORRELAÇÃO E ANÁLISE ESPECTRAL BIVARIADA

Algumas aplicações importantes da função de correlação cruzada (definição 2.3) são: a medição do lapso de tempo para uma passagem de um sinal através de um sistema; a determinação do caminho da transmissão deste sinal através do sistema; e a detecção-recuperação de um sinal de interesse (Endres, 1990).

Analisando as séries de pressão adimensionalizadas da UHE de Porto Colômbia através de correlações cruzadas, a maior parte apresenta-se como na Figura 4.5 e 4.8, a menos daquelas séries consideradas não estacionárias, ou quando cruzamos séries estacionárias com não estacionárias. Estas possuem correlações cruzadas muito próximas às representadas pela Figura 4.6. Em alguns poucos casos pode-se também observar correlações cruzadas como as da figura 4.7.

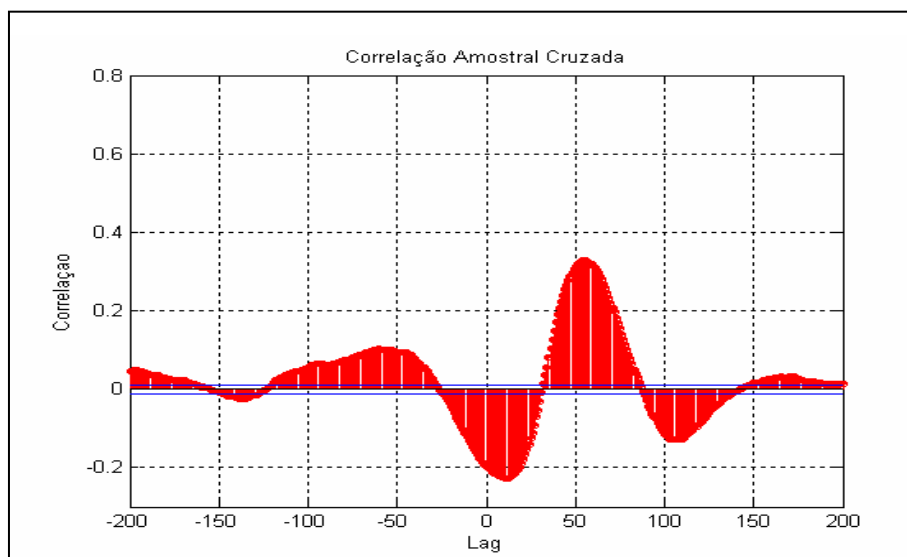


Figura 4.5 - Correlação cruzada para as séries T2 e T3, vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

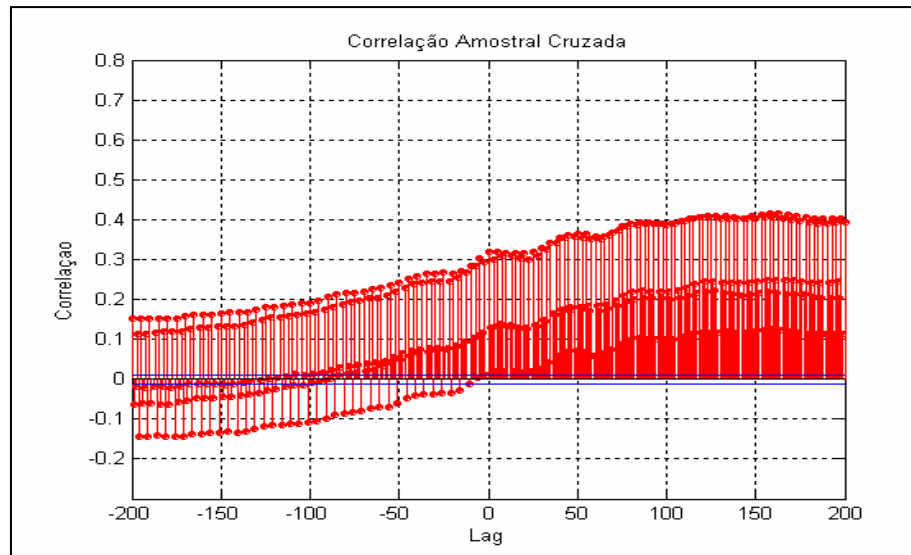


Figura 4.6 - Correlação cruzada para as séries T6 e T7, vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

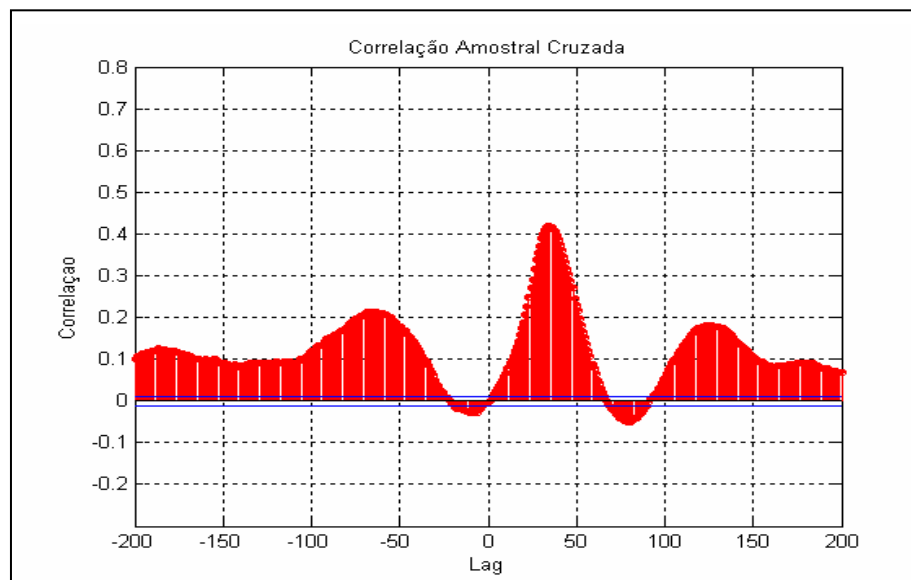


Figura 4.7 - Correlação cruzada para as séries T1 e T2, vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

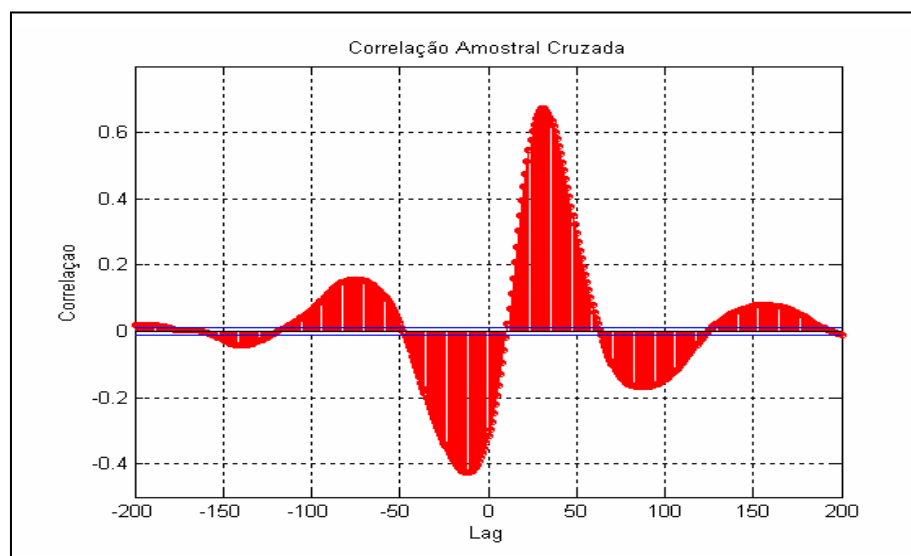


Figura 4.8 - Correlação cruzada para as séries T3 e T4, vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

A correlação cruzada de séries apresenta informações das inter-relações dinâmicas entre as componentes do processo. Devido a sua dimensão a matriz de correlação cruzada pode gerar estruturas complexas, e muito mais difíceis de serem interpretadas do que o caso de séries temporais univariadas (Reinsel, 1993). No caso univariado, através das autocorrelações pode-se identificar facilmente características que indicam sazonalidade e estacionariedade.

Observa-se que para séries de pressões adimensionalizadas medidas em tomadas localizadas dentro da influência do ressalto, as correlações cruzadas se comportam como a apresentada pela Figura 4.5. Estas apresentam correlações negativas para os primeiros retardos e aproximadamente a partir do “lag” 20, torna-se positiva. Destas correlações cruzadas percebe-se que em algumas delas atinge-se níveis elevados de correlação enquanto outras se mantiveram em torno do intervalo  $(-0,2 ; 0,2)$ . Podemos interpretar o “lag”, correspondente à máxima correlação positiva, como sendo o retardo até que um sinal observado em uma tomada seja detectado pela tomada posterior.

Através da Figura 4.5 verifica-se que para o “lag” 52 obtêm-se máxima correlação positiva entre as séries. Como cada dado da série foi obtido num tempo de 0,01 segundos, conclui-se que o tempo para que um sinal detectado na tomada 2 seja percebido na tomada 3 é de aproximadamente 0,5 segundos. Este comportamento é observado para a grande maioria dos pares, onde a máxima correlação ocorre antes do “lag” 100. Este resultado mostra-se coerente com a relação que se estabelece entre a distância entre as tomadas e a velocidade de transporte do escoamento e pode ser estendida às demais tomadas e vazões. Para as séries não estacionárias foram encontradas correlações cruzadas como as da Figura 4.6, onde se torna bastante complexo extrair alguma informação.

Após a análise de correlação cruzada, passamos a analisar as séries de pressões adimensionalizadas no domínio da frequência. Na avaliação da função densidade espectral cruzada (definição 2.4) de séries de dados resultantes de fenômenos físicos, é usual empregar-se a função de coerência (expressão 3.28) entre dois registros, dada pela razão entre o quadrado da densidade de espectro cruzado e o produto das funções densidades espectrais dos registros, em cada frequência (Endres, 1990).

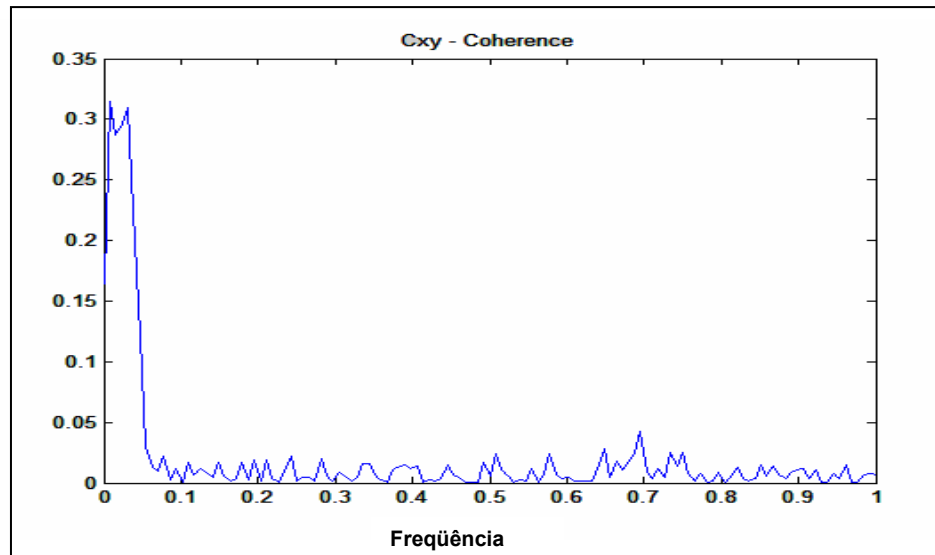


Figura 4.9 - Função de coerência para as séries T2 e T3, vazão  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

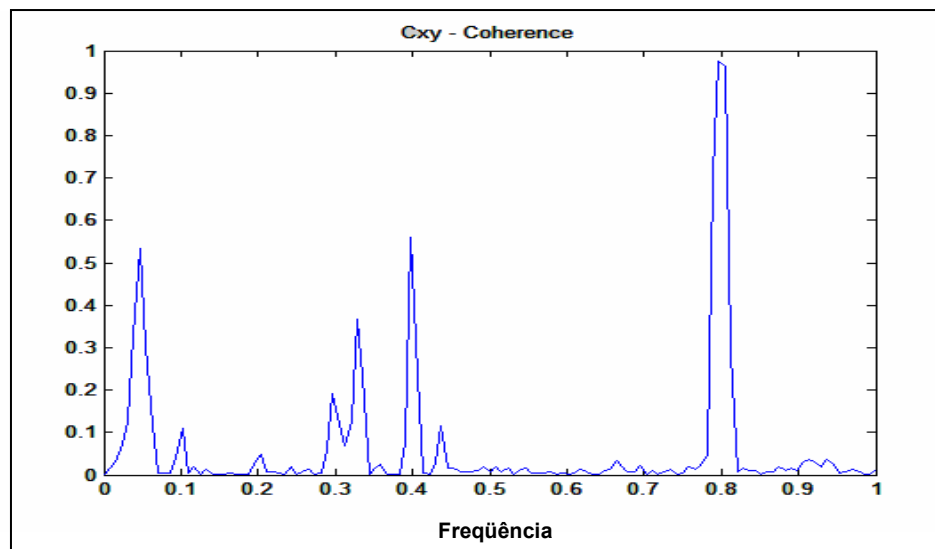


Figura 4.10 - Função de coerência para as séries T6 e T7, vazão  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

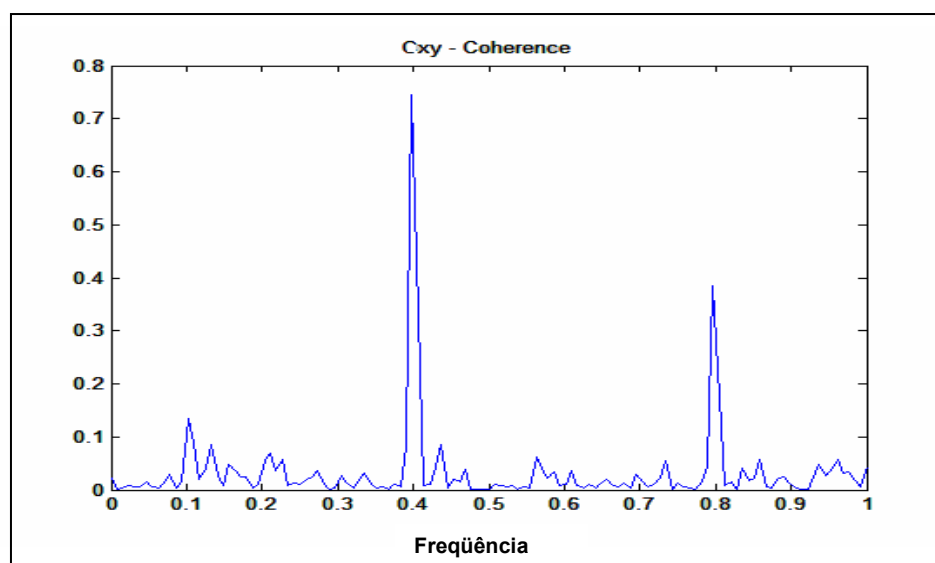


Figura 4.11 - Função de coerência para séries T1 e T2, vazão  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Nas Figuras 4.10 e 4.11 detectamos a presença de “picos” muito significativos nas frequências de 20 e 40 Hz (na escala das figuras de 4.10 a 4.11, o valor “1” equivale a frequência de 50 Hz). Em geral isto acontece para séries que já apresentavam este comportamento em seus espectros individuais. Para séries que não apresentaram picos nestas frequências, podemos observar o mesmo na função de coerência proveniente da análise cruzada destas séries, como na Figura 4.9.

Houve uma tentativa de eliminar estes picos das séries através de um filtro, mas não se obteve sucesso pois estes voltam a aparecer na função de coerência das séries cruzadas, mesmo após o uso do filtro. A análise destes picos ainda requer uma avaliação mais detalhado, que não será realizada neste estudo.

Realizado o estudo das séries através de suas estatísticas descritivas, correlações e espectros cruzados, foi possível descrever o comportamento dos dados e identificar relações com resultados da literatura. Além disto, foi possível determinar as relações existentes entre os dados, fornecendo subsídios para aplicação da teoria de valores extremos bivariada.

## 4.2 ANÁLISE BIVARIADA DE VALORES EXTREMOS

Com o objetivo de obter aproximações para a distribuição bivariada de extremos realizou-se a modelagem do comportamento assintótico probabilístico dos extremos. Isto permite o estudo da ocorrência de valores extremos simultâneos ao longo da estrutura de dissipação de maneira a se conhecer a sua distribuição e deste modo estimar pressões extremas.

É importante antes de ajustar a distribuição bivariada de extremos às séries de máximos e mínimos, estudar as suas características individuais e investigar as possíveis relações entre as séries. Esta análise é apresentada na se seção 4.2.1, através da estatística descritiva e do coeficiente de correlação de Pearson. Após identificar as características individuais de cada série e a possibilidade da existência de correlação, entre séries de tomadas consecutivas, inicia-se efetivamente a análise bivariada.

Nas seções de 4.2.2 a 4.2.5, avaliou-se a dependência das séries através do critério proposto por Tawn (1988), seguido da escolha do melhor modelo para estimar a função de dependência  $A(\cdot)$  utilizando o critério AIC. Após definir para quais pares rejeitou-se a hipótese de independência, e da escolha do modelo paramétrico mais adequado, bem como a estimativa de seus parâmetros, foi possível na seção 4.2.6 calcular estimativas de valores de pressão para probabilidades variando entre 1% e 99%.



#### 4.2.1 ESTATÍSTICAS DAS SÉRIES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS ADIMENSIONALIZADOS

Inicialmente para avaliar as características das séries de pressões máximas/mínimas adimensionalizadas, das vazões de 1000 a 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> para cada uma das sete tomadas, realizou-se a análise descritiva destas séries através da média, desvio padrão, assimetria, curtose, máximo, mínimo e mediana. Estes parâmetros estão representados através de tabelas e dos respectivos diagramas de caixa (box-plot). O diagrama de caixa é uma apresentação gráfica que descreve simultaneamente várias características importantes de um conjunto de dados, tais como centro, dispersão, desvio da simetria e identificação de observações discrepantes (*outlier*). O diagrama de caixa apresenta os três quartis, o mínimo e o máximo dos dados em uma caixa retangular, podendo ser alinhados horizontalmente ou verticalmente.

O intervalo interquartilício (IQR= 3º quartil -1º quartil) é muitas vezes usado como uma medida de variabilidade. Quanto maior a variabilidade da distribuição mais distantes ficam os quartis. Em distribuições simétricas a distância entre o 1º quartil e a mediana é a mesma que a distância entre o 3º quartil e a mediana, enquanto que em distribuições assimétricas essas distâncias são diferentes. No diagrama de caixa, o retângulo representa o intervalo interquartilício, representando a faixa dos 50% dos valores mais típicos da distribuição. O retângulo é dividido no valor correspondente à mediana, indicando assim, o 1º quartil, a mediana e o 3º quartil. Entre os quartis e os extremos são traçadas linhas. Caso existam valores discrepantes (além de 1,5 IQR), a linha é traçada até o último valor não discrepante, e os valores discrepantes são indicados por pontos.

- ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRESSÕES MÁXIMAS ADIMENSIONALIZADAS PARA AS VAZÕES DE 1000 A 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

As Tabelas de 4.2 a 4.5 apresentam a média, desvio padrão, coeficiente de assimetria, coeficiente de curtose, máximo, mínimo e mediana, para as séries de máximos adimensionalizados, das vazões de 1000 a 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> para cada uma das sete tomadas. Através da Tabela 4.2, que apresenta as série de máximos para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, pode-se observar que para as séries máximos de tomadas situadas a jusante do resalto a curtose apresenta-se elevada, principalmente para a série T6<sub>ma</sub>, que também apresenta-se bastante assimétrica. A Figura 4.12 representa o box-plot das séries de pressão, onde a dispersão dos dados é representada pela altura da “caixa”. Observa-se maior dispersão para séries de

máximos de tomadas situadas a montante do ressalto e uma variação muito reduzida para as séries T6<sub>ma</sub> e T7<sub>ma</sub>, indicando que os valores máximos de pressão são muito próximos. Como referenciado no Quadro 3.1 estas séries foram medidas em tomadas que encontram-se fora da zona de maior influência do ressalto hidráulico.

Tabela 4.2: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (máximos), vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Séries	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose	Máximo	Mínimo	Mediana
T1 <sub>ma</sub>	0,9341	0,0865	1,0204	0,9090	1,2417	0,7635	0,9171
T2 <sub>ma</sub>	1,0959	0,0537	0,7260	0,6256	1,3110	0,9876	1,0892
T3 <sub>ma</sub>	1,0874	0,0473	0,8525	0,8018	1,2417	1,0003	1,0788
T4 <sub>ma</sub>	1,0776	0,0427	0,9275	1,8047	1,2648	0,9991	1,0731
T5 <sub>ma</sub>	1,0733	0,0293	0,3260	3,1322	1,2186	0,9599	1,0719
T6 <sub>ma</sub>	1,0670	0,0099	7,1855	94,8140	1,1955	1,0477	1,0685
T7 <sub>ma</sub>	1,0835	0,0067	1,1898	5,8697	1,1262	1,0685	1,0823

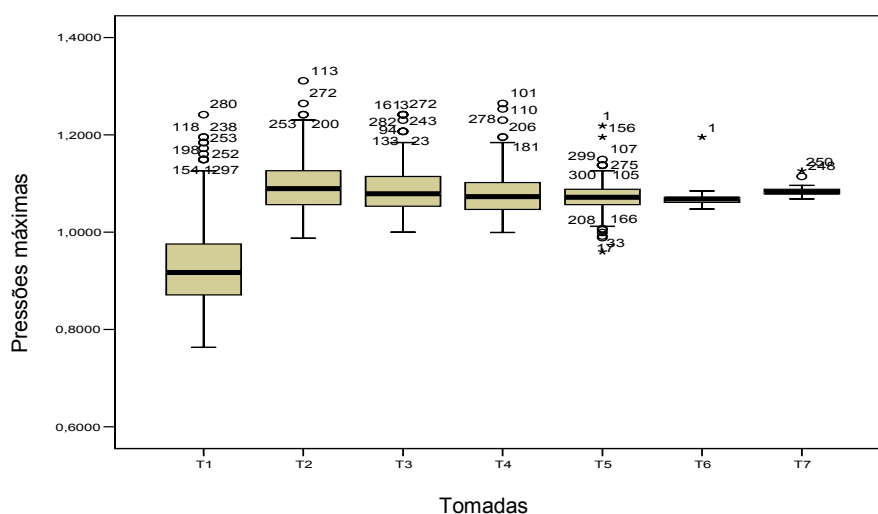


Figura 4.12 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão máximas para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Através da Tabela 4.3 observamos que para a vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, para as séries de máximos medidas em tomadas situadas a jusante do ressalto, a curtose apresenta-se elevada, principalmente para séries T4<sub>ma</sub> e T6<sub>ma</sub>, assim como foi observado para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>. A Figura 4.13 representa o box-plot das séries de máximos, onde observa-se maior dispersão para as séries de tomadas situadas a montante do ressalto e uma variação reduzida para a série da tomada d<sub>7</sub>, onde a mesma apresenta acentuada curtose. Para esta vazão, a tomada d<sub>7</sub> representa o fim do ressalto hidráulico.

Tabela 4.3: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (máximos), vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Séries	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose	Máximo	Mínimo	Mediana
T1 <sub>ma</sub>	0,9341	0,0865	1,0204	0,9090	1,2417	0,7635	0,9171
T2 <sub>ma</sub>	1,1733	0,0702	0,6956	0,8229	1,4250	1,0259	1,1620
T3 <sub>ma</sub>	1,0943	0,0788	0,6314	0,1636	1,3221	0,9058	1,0819
T4 <sub>ma</sub>	1,0996	0,1007	1,7442	4,8750	1,5737	0,9206	1,0819
T5 <sub>ma</sub>	1,0283	0,0845	1,0381	1,8923	1,4021	0,8600	1,0190
T6 <sub>ma</sub>	1,0489	0,0418	-0,0353	2,0267	1,2191	0,8818	1,0476
T7 <sub>ma</sub>	1,0843	0,0214	1,6994	16,2733	1,2649	1,0327	1,0819

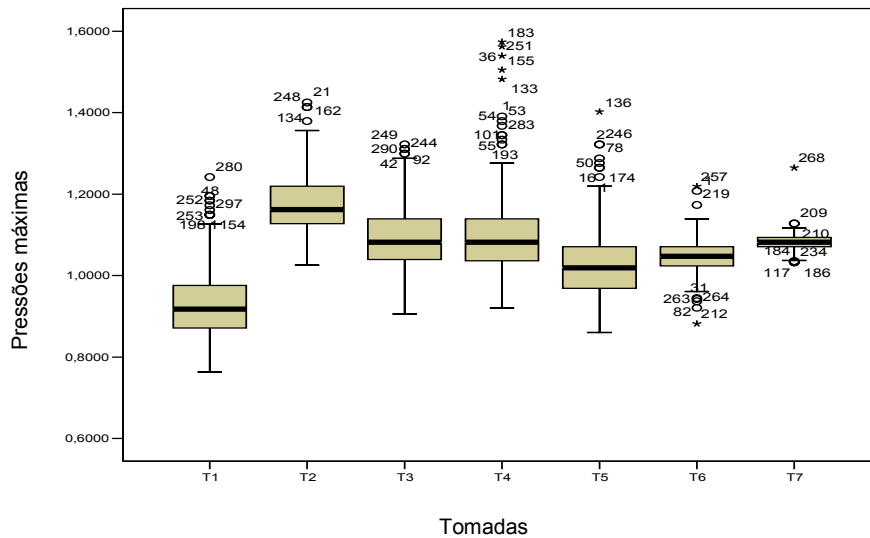


Figura 4.13 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão máximas para a vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Para a vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , observa-se um comportamento diferenciado das anteriores, onde as séries de pressões máximas apresentam maior variação e a curtose apresenta-se mais elevada apenas para as séries T1<sub>ma</sub> e T2<sub>ma</sub>. Isto pode ser verificado através da Tabela 4.4 e da Figura 4.14.

Tabela 4.4: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (máximos), vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Séries	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose	Máximo	Mínimo	Mediana
T1 <sub>ma</sub>	0,7128	0,0556	1,3467	4,3822	1,0240	0,6037	0,7028
T2 <sub>ma</sub>	1,1798	0,0934	1,2931	3,3397	1,6846	0,9852	1,1720
T3 <sub>ma</sub>	1,0848	0,1312	0,9020	1,0462	1,6504	0,8212	1,0581
T4 <sub>ma</sub>	1,0269	0,1422	0,9055	1,2008	1,5707	0,7062	1,0126
T5 <sub>ma</sub>	0,9880	0,1090	0,8552	0,9540	1,3771	0,7791	0,9716
T6 <sub>ma</sub>	1,0113	0,0528	0,3224	0,2543	1,1834	0,8827	1,0126
T7 <sub>ma</sub>	1,0484	0,0379	-0,2780	0,4966	1,1606	0,9226	1,0467

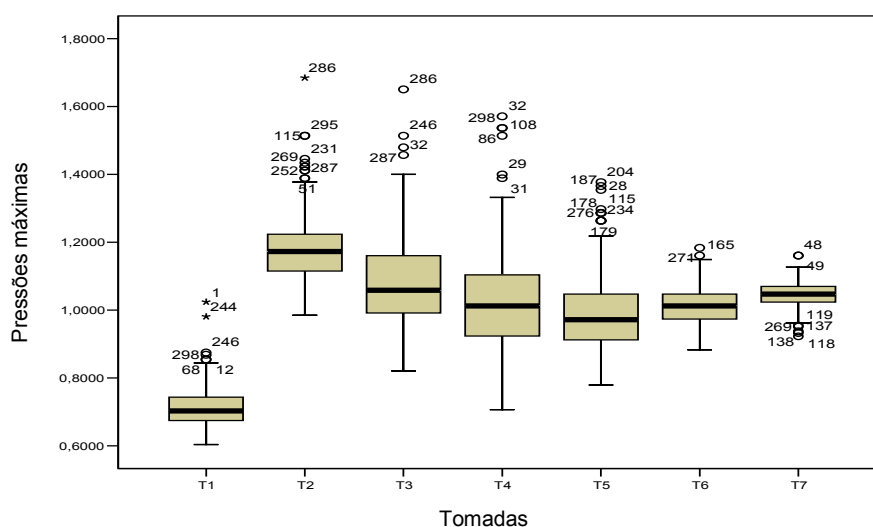


Figura 4.14 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão máximas para a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Para a vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, observa-se um comportamento bastante similar ao da vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, apresentando maior variação das séries, no entanto os valores de curtose são inferiores aos observados anteriormente (Tabela 4.5 e Figura 4.15)

Tabela 4.5: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (máximos), vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Séries	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose	Máximo	Mínimo	Mediana
T1 <sub>ma</sub>	0,7273	0,0525	0,2216	0,0590	0,9040	0,5770	0,7258
T2 <sub>ma</sub>	1,2588	0,0949	0,6699	0,3771	1,6162	1,0338	1,2466
T3 <sub>ma</sub>	1,1081	0,1351	0,6852	0,7124	1,6386	0,8389	1,0898
T4 <sub>ma</sub>	0,9817	0,1571	0,8548	0,8735	1,5378	0,6787	0,9554
T5 <sub>ma</sub>	0,9937	0,1336	1,2450	2,1345	1,5826	0,7661	0,9666
T6 <sub>ma</sub>	1,0077	0,0609	0,4913	0,3886	1,2130	0,8534	1,0002
T7 <sub>ma</sub>	1,0823	0,0335	0,3095	0,0718	1,1906	1,0114	1,0786

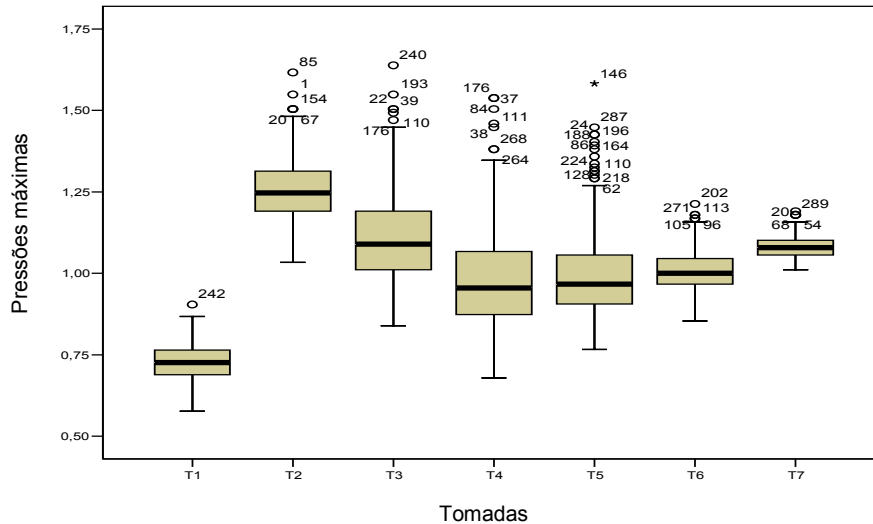


Figura 4.15 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão máximas para a vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

- ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRESSÕES MÍNIMAS ADIMENSIONALIZADAS, PARA AS VAZÕES DE 1000 A  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

As Tabelas de 4.6 a 4.9 apresentam a média, desvio padrão, assimetria, curtose, máximo, mínimo e mediana, para as séries de mínimos adimensionalizados das vazões de 1000 a  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , para cada uma das sete tomadas. Na vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (Tabela 4.6 e Figura 4.16) foi observado um comportamento diferenciado das séries de máximos em relação à curtose, onde foi visto os maiores valores de curtose para as séries de mínimos de tomadas situadas a montante ( $T1_{mi}$  e  $T2_{mi}$ ), com exceção da série  $T6_{mi}$ . Observa-se maior dispersão para as séries de mínimos de tomadas situadas a montante do ressalto, que estão situadas na zona de maior influência do ressalto, e uma variação muito reduzida para as séries  $T6_{mi}$  e  $T7_{mi}$ , indicando valores máximos de pressão são muito próximos. Isto pode ser explicado devido às duas últimas tomadas desta vazão estarem fora da influência do ressalto.

Tabela 4.6: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (mínimos), vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Séries	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose	Máximo	Mínimo	Mediana
T1 <sub>mi</sub>	0,4794	0,0745	1,7136	6,4001	0,6168	0,0593	0,4909
T2 <sub>mi</sub>	0,7603	0,0569	1,9358	11,3241	0,8732	0,3223	0,7658
T3 <sub>mi</sub>	0,8305	0,0558	0,4962	0,6057	0,9714	0,6272	0,8340
T4 <sub>mi</sub>	0,8844	0,0464	0,8745	1,5355	0,9911	0,7058	0,8883
T5 <sub>mi</sub>	1,0026	0,0358	1,1916	2,3813	1,0719	0,8363	1,0084
T6 <sub>mi</sub>	1,0455	0,0072	1,8693	12,2411	1,0604	0,9888	1,0454
T7 <sub>mi</sub>	1,0601	0,0059	0,0067	-0,2250	1,0742	1,0442	1,0604

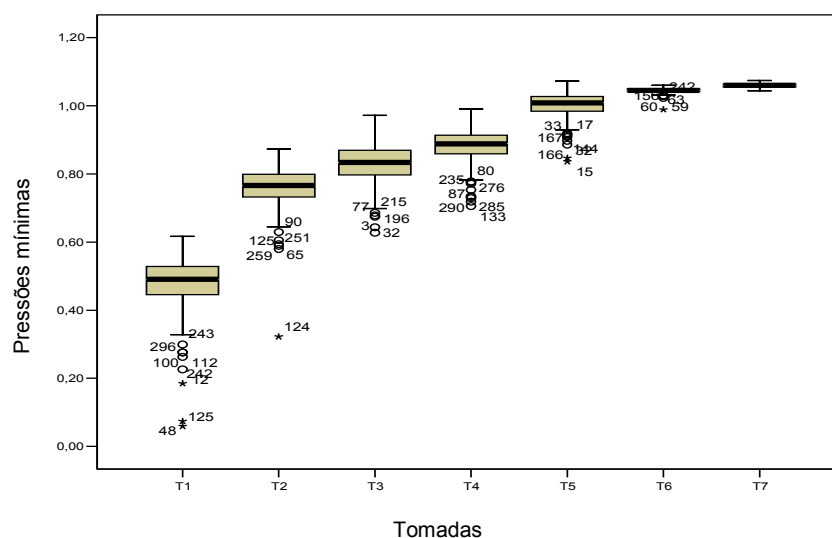


Figura 4.16 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão mínimas para a vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Ao contrário do que foi observado para as séries de máximos da vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , para os mínimos, a curtose apresenta-se elevada apenas para série T6<sub>mi</sub>. Através da Tabela 4.7 e da Figura 4.17 verifica-se que para esta vazão não se observam valores negativos de pressão.

Tabela 4.7: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (mínimos), vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Séries	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose	Máximo	Mínimo	Mediana
T1 <sub>mi</sub>	0,4784	0,0535	0,3376	0,0377	0,6073	0,3214	0,4803
T2 <sub>mi</sub>	0,7557	0,0691	0,6817	0,7275	0,9035	0,4952	0,7628
T3 <sub>mi</sub>	0,6718	0,0954	0,6951	0,7024	0,8612	0,3076	0,6788
T4 <sub>mi</sub>	0,6416	0,0916	0,6720	0,3975	0,8166	0,3237	0,6519
T5 <sub>mi</sub>	0,7536	0,0732	0,6062	1,0931	0,9401	0,4826	0,7582
T6 <sub>mi</sub>	0,9831	0,0534	1,7486	6,7391	1,0819	0,6702	0,9904
T7 <sub>mi</sub>	1,0504	0,0205	0,6808	0,4143	1,0933	0,9733	1,0590

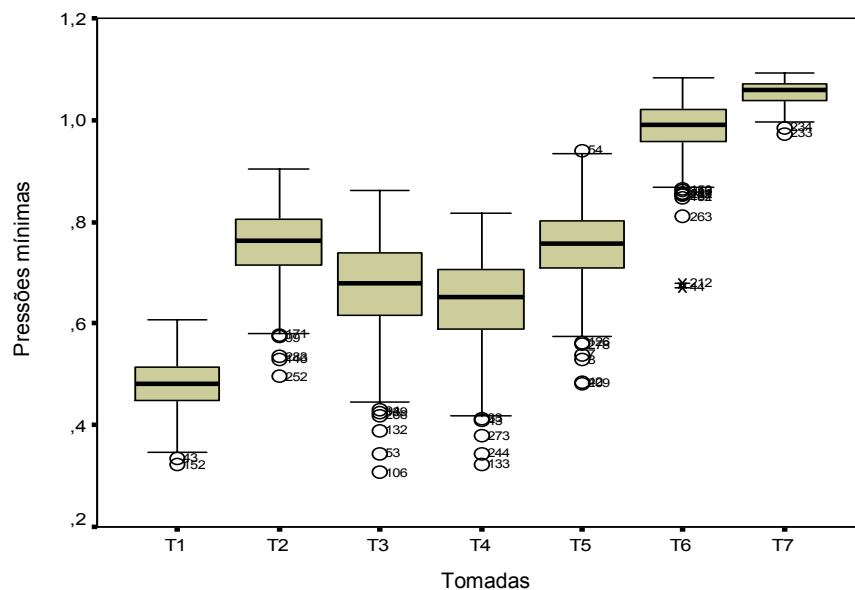


Figura 4.17 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão mínimas para a vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Para a vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , observa-se um comportamento diferenciado das anteriores, onde as séries de pressões mínimas apresentam maior variação. Ao contrário da série de máximos, se observam maiores valores de curtose para as séries  $T6_{mi}$  e  $T7_{mi}$ . Observa-se para a série  $T4_{mi}$  valores de pressão negativa. Isto pode ser verificado através da Tabela 4.8 e da Figura 4.18.

Tabela 4.8: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (mínimos), vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Séries	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose	Máximo	Mínimo	Mediana
$T1_{mi}$	0,4694	0,0420	0,3815	0,3241	0,5934	0,3303	0,4704
$T2_{mi}$	0,7382	0,0684	0,5966	0,3007	0,8759	0,4567	0,7483
$T3_{mi}$	0,4496	0,1225	0,6016	0,0069	0,7609	0,0900	0,4721
$T4_{mi}$	0,2988	0,1304	0,6588	0,5944	0,6014	-0,1467	0,3166
$T5_{mi}$	0,5569	0,0964	0,4925	0,1225	0,7836	0,2688	0,5684
$T6_{mi}$	0,8574	0,0715	1,1480	3,9419	1,0012	0,4408	0,8622
$T7_{mi}$	0,9816	0,0422	1,4387	7,2001	1,0695	0,6868	0,9841

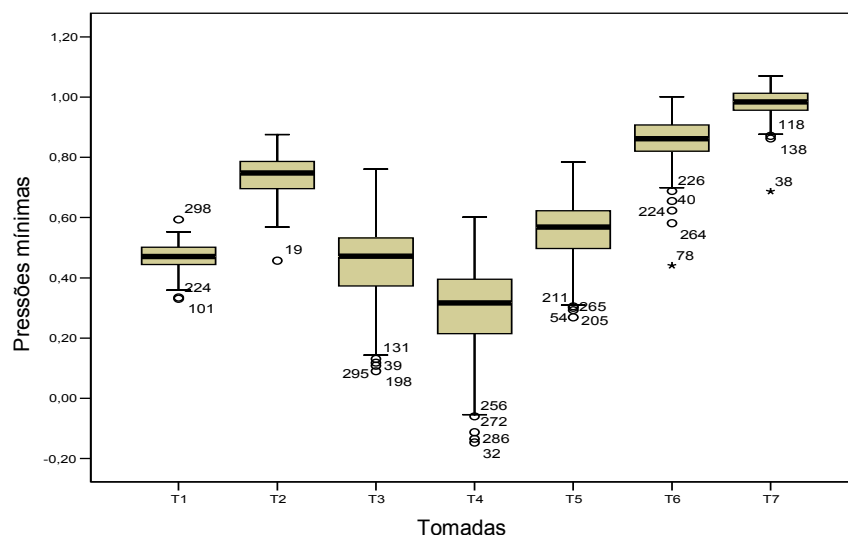


Figura 4.18 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão mínimas para a vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Através da Tabela 4.9 e da Figura 4.19 observa-se que na vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , do mesmo modo como observado para a vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , as séries de mínimos de tomadas situadas a jusante do resalto a curtose apresenta-se elevada, principalmente para a série  $T7_{mi}$ . A média das pressões mínimas diminuiu para as séries  $T3_{mi}$  e  $T4_{mi}$ , além de que para estas séries detectaram-se valores de pressão negativa, sendo a série de mínimos  $T4_{mi}$  medida na tomada  $d_1$ , que é o ponto de maior flutuação de pressão dentro desta vazão.

Tabela 4.9: Estatística descritiva das séries de pressões adimensionalizadas (mínimos), vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Séries	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose	Máximo	Mínimo	Mediana
$T1_{mi}$	0,4880	0,0404	0,1318	-0,4094	0,5992	0,3909	0,4906
$T2_{mi}$	0,7743	0,0727	0,7403	1,7197	0,9419	0,4323	0,7795
$T3_{mi}$	0,3819	0,1437	1,0422	1,4403	0,6574	-0,1603	0,3987
$T4_{mi}$	0,1473	0,1379	0,2270	-0,1294	0,5040	-0,2542	0,1484
$T5_{mi}$	0,5050	0,1031	0,5005	0,4432	0,7549	0,1333	0,5141
$T6_{mi}$	0,8194	0,0743	0,6492	0,8123	1,0226	0,5701	0,8232
$T7_{mi}$	0,9860	0,0440	1,9580	10,3261	1,0786	0,6619	0,9890



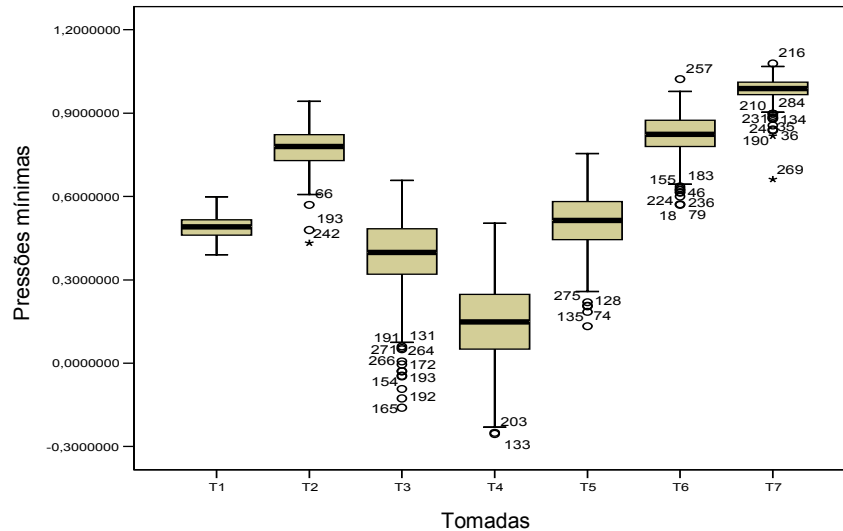


Figura 4.19 - Gráfico Box-Plot das séries de pressão mínimas para a vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

- CORRELAÇÃO DAS SÉRIES DE PRESSÃO MÁXIMAS ADIMENSIONALIZADAS, PARA AS VAZÕES DE 1000 A  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Os Quadros de 4.1 a 4.4 apresentam a matriz de correlação linear de Pearson entre as séries de máximos para as vazões de 1000 a  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  não somente entre tomadas consecutivas, mas entre todas as tomadas de uma mesma vazão. Testou-se a significância das correlações a 1% e 5%, onde a hipótese nula de interesse é de que o coeficiente de correlação seja igual a zero. Se esta hipótese for rejeitada ao nível de significância estipulado, podemos concluir que efetivamente existe uma correlação entre as variáveis. A estatística amostral envolvendo o coeficiente correlação é distribuída com uma distribuição t de Student com 2 graus de liberdade.

A associação entre os pares também foi analisada através de seus diagramas de dispersão onde foi possível observar que não existem “outliers” que possam distorcer o coeficiente de correlação linear (Figura 4.20). Apesar de o coeficiente de correlação linear não ser um estimador robusto da associação entre dados, e de necessitar da condição de normalidade, o mesmo mostrou-se eficiente para medir a relação existente entre os máximos (mínimos) de pressão. A análise multivariada de valores extremos é aplicada apenas em séries que apresentam associação positiva (Mendes, 2004).

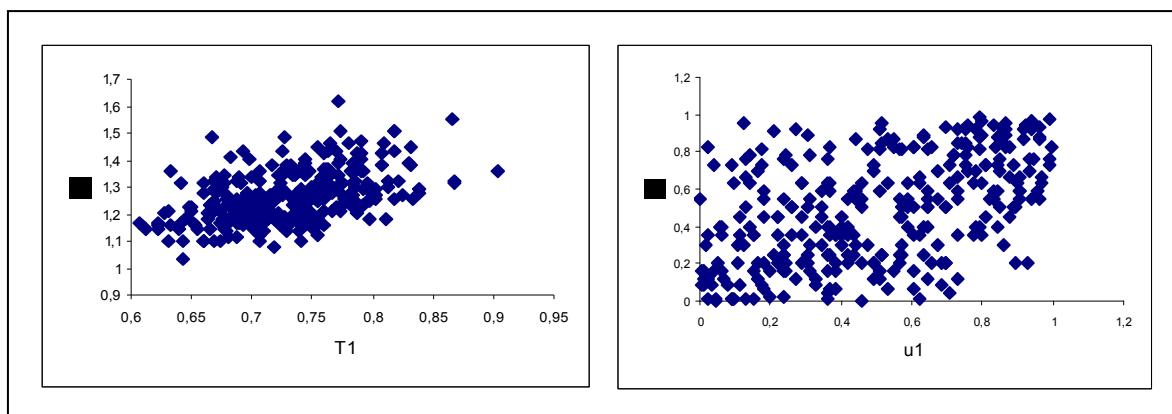


Figura 4.20 – Pressões máximas para as séries  $T1_{ma}$  e  $T2_{ma}$ , para a vazão de  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Valores originais (esquerda) e transformados em exponenciais unitárias (direita).

Através do Quadro 4.4, que apresenta as séries de pressões máximas para a vazão de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , é possível identificar correlações significativas ao nível de 5% entre as séries  $T3_{ma}$  e  $T4_{ma}$ , e significativas ao nível de 1% para as séries  $T5_{ma}$  e  $T6_{ma}$ ,  $T6_{ma}$  e  $T7_{ma}$ . Estas últimas são séries de máximos medidas em tomadas localizadas a jusante. Algumas séries apresentam correlações negativas, mas estas foram consideradas correlações não significativas.

Quadro 4.1: Correlação e p-value entre as séries de máximos adimensionalizados, para a vazão de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Séries	Estatística	$T1_{ma}$	$T2_{ma}$	$T3_{ma}$	$T4_{ma}$	$T5_{ma}$	$T6_{ma}$	$T7_{ma}$
$T1_{ma}$	Correlação de Pearson	1						
	p	-						
$T2_{ma}$	Correlação de Pearson	-0,049	1					
	p	0,403	-					
$T3_{ma}$	Correlação de Pearson	0,040	-0,056	1				
	p	0,489	0,332	-				
$T4_{ma}$	Correlação de Pearson	-0,020	-0,060	0,120(*)	1			
	p	0,725	0,300	0,039	-			
$T5_{ma}$	Correlação de Pearson	-0,023	0,052	0,091	0,057	1		
	p	0,693	0,373	0,115	0,322	-		
$T6_{ma}$	Correlação de Pearson	0,060	0,063	0,075	0,067	0,223(**)	1	
	p	0,297	0,277	0,196	0,247	0,000	-	
$T7_{ma}$	Correlação de Pearson	0,015	0,018	0,032	0,088	-0,004	0,208(**)	1
	p	0,799	0,750	0,582	0,128	0,945	0,000	-

\*\* A correlação é significativa ao nível de 0,01 (2-tailed).

\* A correlação é significativa ao nível de 0,05 (2-tailed).

Para a vazão de  $2000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  foi observado na correlação entre as séries de pressões máximas comportamento diferenciado em relação às vazões de  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  e  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Através do Quadro 4.2 é possível identificar correlações significativas (1%) apenas entre as séries de máximos  $T2_{ma}$  e  $T3_{ma}$ ,  $T3_{ma}$  e  $T4_{ma}$ . As correlações negativas observadas para as últimas séries foram consideradas correlações não significativas.

Quadro 4.2: Correlação e p-value entre as séries de máximos adimensionalizados, para a vazão de  $2000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Séries	Estatística	$T1_{ma}$	$T2_{ma}$	$T3_{ma}$	$T4_{ma}$	$T5_{ma}$	$T6_{ma}$	$T7_{ma}$
$T1_{ma}$	Correlação de Pearson	1						
	p	-						
$T2_{ma}$	Correlação de Pearson	0,069	1					
	p	0,23-0						
$T3_{ma}$	Correlação de Pearson	0,090	0,184(**)	1				
	p	0,121	0,001	-				
$T4_{ma}$	Correlação de Pearson	-0,063	0,031	0,248(**)	1			
	p	0,279	0,587	0,000	-			
$T5_{ma}$	Correlação de Pearson	0,064	-0,058	-0,028	0,001	1		
	p	0,268	0,32	0,625	0,992	-		
$T6_{ma}$	Correlação de Pearson	0,108	0,008	0,010	-0,038	-0,053	1	
	p	0,062	0,886	0,857	0,509	0,36	-	
$T7_{ma}$	Correlação de Pearson	0,010	-0,097	-0,001	0,001	-0,081	-0,043	1
	p	0,858	0,094	0,987	0,98	0,163	0,453	-

\*\* A correlação é significativa ao nível de 0,01 (2-tailed).

Para a vazão de  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  observou-se na correlação entre as séries de pressão máximas comportamento similar à vazão de  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Através do Quadro 4.3 é possível identificar correlações significativas (1%) entre as séries de máximos, principalmente para as séries  $T1_{ma}$  e  $T2_{ma}$ ,  $T2_{ma}$  e  $T3_{ma}$ ,  $T3_{ma}$  e  $T4_{ma}$ . Observam-se também correlações significativas entre séries de máximos medidos em tomadas não consecutivas como, por exemplo,  $T1_{ma}$  e  $T3_{ma}$ ,  $T1_{ma}$  e  $T4_{ma}$ ,  $T2_{ma}$  e  $T4_{ma}$ . As séries apresentam correlações negativas significativas (1%) para tomadas localizadas a jusante do vertedouro.

Quadro 4.3: Correlação e p-value entre as séries de máximos adimensionalizados, para a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Séries	Estatística	T1 <sub>ma</sub>	T2 <sub>ma</sub>	T3 <sub>ma</sub>	T4 <sub>ma</sub>	T5 <sub>ma</sub>	T6 <sub>ma</sub>	T7 <sub>ma</sub>
T1 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	1						
	p							
T2 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,341(**)	1					
	p	0,000						
T3 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,273(**)	0,399(**)	1				
	p	0,000	0,000					
T4 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,156(**)	0,166(**)	0,363(**)	1			
	p	0,007	0,004	0,000				
T5 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	-0,094	-0,007	-0,026	-0,024	1		
	p	0,106	0,902	0,649	0,673			
T6 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	-0,041	-0,064	0,008	-0,031	-0,120(*)	1	
	p	0,474	0,266	0,886	0,598	0,037		
T7 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,011	-0,102	-0,181(**)	-0,095	0,025	-0,216(**)	1
	p	0,855	0,078	0,002	0,099	0,672	0,000	

\*\* A correlação é significativa ao nível de 0,01 (2-tailed).

\* A correlação é significativa ao nível de 0,05 (2-tailed).

Através do Quadro 4.4, que apresenta a correlação das séries de pressões máximas para a vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, é possível identificar correlações significativas (1%) entre as séries de máximos, principalmente entre as séries T1<sub>ma</sub> e T2<sub>ma</sub>, T2<sub>ma</sub> e T3<sub>ma</sub>, T3<sub>ma</sub> e T4<sub>ma</sub>. Também observa-se correlações significativas entre as séries de máximos T1<sub>ma</sub> e T3<sub>ma</sub>, T2<sub>ma</sub> e T4<sub>ma</sub>, medidas em tomadas não consecutivas. As séries apresentam também correlações negativas significativas (5%) para séries localizadas a jusante do vertedouro.

Quadro 4.4: Correlação e p-value entre as séries de máximos adimensionalizados, para a vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Séries	Estatística	T1 <sub>ma</sub>	T2 <sub>ma</sub>	T3 <sub>ma</sub>	T4 <sub>ma</sub>	T5 <sub>ma</sub>	T6 <sub>ma</sub>	T7 <sub>ma</sub>
T1 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	1						
	p	-						
T2 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,488(**)	1					
	p	0,000	-					
T3 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,170(**)	0,290(**)	1				
	p	0,003	0,000	-				
T4 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,138(*)	0,213(**)	0,387(**)	1			
	p	0,017	0,000	0,000	-			
T5 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	-0,089	-0,040	0,057	-0,074	1		
	p	0,125	0,486	0,329	0,204	-		
T6 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	-0,122(*)	-0,095	-0,101	-0,096	-0,050	1	
	p	0,035	0,099	0,082	0,096	0,384	-	
T7 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,058	0,069	-0,065	0,012	0,017	-0,135(*)	1
	p	0,318	0,236	0,265	0,842	0,764	0,019	

\*\* A correlação é significativa ao nível de 0,01 (2-tailed).

\* A correlação é significativa ao nível de 0,05 (2-tailed).

- **CORRELAÇÃO DAS SÉRIES DE PRESSÕES MÍNIMAS ADIMENSIONALIZADAS, PARA AS VAZÕES DE 1000 A 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.**

Os Quadros de 4.5 a 4.8 apresentam a matriz de correlação entre as séries de pressões mínimas adimensionalizadas, para as vazões de 1000 a 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> e a significância das correlações a 1% e 5%, não somente entre tomadas consecutivas, mas entre todas as tomadas de uma mesma vazão. Do mesmo modo que para as séries de máximos, a associação entre os pares de mínimos também foi analisada através de seus diagramas de dispersão onde foi possível observar que não existem “outliers” que possam distorcer o coeficiente de correlação linear.

Através do Quadro 4.5, que apresenta a correlação das séries de pressões mínimas para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, é possível identificar correlações significativas (5%) entre as séries T2<sub>mi</sub> e T3<sub>mi</sub>. A posição em que se encontra a tomada onde foi medida a série T2<sub>mi</sub> é considerada a zona de maior flutuação de pressão. Para séries de pressões máximas medidas em tomadas localizadas a jusante, observa-se significância na correlação para as séries T6<sub>mi</sub> e

T7<sub>mi</sub> (1%). As séries que apresentam correlações negativas foram consideradas correlações não significativas.

Quadro 4.5: Correlação e p-value entre as séries de mínimos adimensionalizados, para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Séries	Estatística	T1 <sub>mi</sub>	T2 <sub>mi</sub>	T3 <sub>mi</sub>	T4 <sub>mi</sub>	T5 <sub>mi</sub>	T6 <sub>mi</sub>	T7 <sub>mi</sub>
T1 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	1						
	p	-						
T2 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	-0,022	1					
	p	0,709	-					
T3 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	-0,072	0,118(*)	1				
	p	0,216	0,041	-				
T4 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,036	-0,073	0,032	1			
	p	0,532	0,206	0,579	-			
T5 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	-0,016	-0,012	0,031	0,049	1		
	p	0,785	0,841	0,596	0,402	-		
T6 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,063	-0,041	0,085	0,070	-0,075	1	
	p	0,279	0,481	0,144	0,224	0,196	-	
T7 <sub>ma</sub>	Correlação de Pearson	0,055	0,051	-0,101	0,017	-0,197	0,233(**)	1
	p	0,346	0,375	0,082	0,775	0,001	0,000	

\*\* A correlação é significativa ao nível de 0,01 (2-tailed).

\* A correlação é significativa ao nível de 0,05 (2-tailed).

O Quadro 4.6, que apresenta a correlação das séries de pressões mínimas para a vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, identifica-se correlação significativa (1%) apenas entre as séries T2<sub>mi</sub> e T3<sub>mi</sub>, onde a posição em que se encontra a tomada onde foi medida a série de mínimos T3<sub>mi</sub> é a zona de maior flutuação de pressão dentro do ressalto. As séries T5<sub>mi</sub> e T6<sub>mi</sub> apresentam correlação negativa, e esta foi considerada significativa.

Quadro 4.6: Correlação e p-value entre as séries de mínimos adimensionalizados, para a vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Séries	Estatística	T1 <sub>mi</sub>	T2 <sub>mi</sub>	T3 <sub>mi</sub>	T4 <sub>mi</sub>	T5 <sub>mi</sub>	T6 <sub>mi</sub>	T7 <sub>mi</sub>
T1 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	1						
	p	-						
T2 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,102	1					
	p	0,077	-					
T3 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	-0,069	0,173(**)	1				
	p	0,236	0,003	-				
T4 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,036	0,044	0,113	1			
	p	0,533	0,446	0,050	-			
T5 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	-0,049	-0,054	-0,033	0,029	1		
	p	0,400	0,355	0,566	0,611	-		
T6 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	-0,023	0,005	-0,032	0,024	-0,220(**)	1	
	p	0,690	0,927	0,575	0,673	0,000	-	
T7 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	-0,08	0,076	0,017	-0,075	-0,106	-0,042	1
	p	0,166	0,192	0,764	0,193	0,068	0,467	-

\*\* A correlação é significativa ao nível de 0,01 (2-tailed).

Através do Quadro 4.7 é possível identificar correlações significativas (1%) entre as séries de pressão mínimas da vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , principalmente entre as tomadas T1<sub>mi</sub> e T2<sub>mi</sub>, T2<sub>mi</sub> e T3<sub>mi</sub>, T3<sub>mi</sub> e T4<sub>mi</sub>. Observam-se também correlações significativas entre séries de pressão não consecutivas (T2<sub>mi</sub> e T3<sub>mi</sub>). As séries T5<sub>mi</sub> e T6<sub>mi</sub> apresentam correlação negativa significativa (5%).

Quadro 4.7: Correlação e p-value entre as séries de mínimos adimensionalizados, para a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Séries	Estatística	T1 <sub>mi</sub>	T2 <sub>mi</sub>	T3 <sub>mi</sub>	T4 <sub>mi</sub>	T5 <sub>mi</sub>	T6 <sub>mi</sub>	T7 <sub>mi</sub>
T1 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	1						
	p	-						
T2 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,354(**)	1					
	p	0,000	-					
T3 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,110	0,305(**)	1				
	p	0,057	0,000	-				
T4 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,038	0,160	0,265(**)	1			
	p	0,513	0,005	0,000	-			
T5 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	-0,037	0,092	-0,034	0,046	1		
	p	0,527	0,111	0,562	0,429	-		
T6 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	-0,033	-0,047	-0,048	-0,030	-0,118(*)	1	
	p	0,568	0,413	0,407	0,602	0,040	-	
T7 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,027	0,064	-0,012	0,082	0,015	-0,110	1
	p	0,645	0,267	0,830	0,158	0,792	0,057	

\*\* A correlação é significativa ao nível de 0,01 (2-tailed).

\* A correlação é significativa ao nível de 0,05 (2-tailed).

Para a vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> observamos para correlação, entre as séries de mínimos, comportamento similar à vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>. O Quadro 4.8 mostra a existência de correlações significativas (1%) entre as séries, principalmente entre as séries T1<sub>mi</sub> e T2<sub>mi</sub>, T2<sub>mi</sub> e T3<sub>mi</sub>, T3<sub>mi</sub> e T4<sub>mi</sub>. Observam-se também correlações significativas entre as séries de tomadas não consecutivas (T1<sub>mi</sub> e T3<sub>mi</sub>, T2<sub>mi</sub> e T4<sub>mi</sub>). As séries de pressões mínimas também apresentam correlações negativas para os pares de tomadas localizadas a jusante do vertedouro, mas estas são consideradas correlações não significativas.



Quadro 4.8: Correlação e p-value entre as séries de mínimos adimensionalizados, para a vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Séries	Estatística	T1 <sub>mi</sub>	T2 <sub>mi</sub>	T3 <sub>mi</sub>	T4 <sub>mi</sub>	T5 <sub>mi</sub>	T6 <sub>mi</sub>	T7 <sub>mi</sub>
T1 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	1						
	p	-						
T2 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,348(**)	1					
	p	0,000	-					
T3 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,201(**)	0,357(**)	1				
	p	0,000	0,000	-				
T4 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,097	0,146(*)	0,136(*)	1			
	p	0,095	0,011	0,018	-			
T5 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	-0,057	-0,176(**)	-0,009	-0,076	1		
	p	0,325	0,002	0,878	0,190	-		
T6 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	-0,236(**)	-0,003	-0,070	-0,062	-0,021	1	
	p	0,000	0,958	0,230	0,284	0,722	-	
T7 <sub>mi</sub>	Correlação de Pearson	0,034	-0,063	-0,001	0,009	0,003	-0,099	1
	p	0,553	0,278	0,985	0,883	0,954	0,088	

\*\* A correlação é significativa ao nível de 0,01 (2-tailed).

\* A correlação é significativa ao nível de 0,05 (2-tailed).

#### 4.2.2 ANÁLISE DE DEPENDÊNCIA

Utilizando o critério proposto por Tawn (1988), descrito na seção 2.7.2.2, foi avaliada a hipótese de independência das séries de pressões máximas/mínimas, entre tomadas consecutivas, para as quatro vazões. Testar a hipótese nula ( $H_0$ ) de independência é importante não só devido ao comportamento não regular dos estimadores na fronteira do espaço paramétrico associado à independência, mas também porque em muitas aplicações os máximos se mostram independentes mesmo quando existe correlação alta entre as distribuições. Os quadros 4.9 e 4.10 apresentam os resultados para o teste onde se considerou  $AH_0$  como sendo a aceitação da hipótese nula de independência e  $RH_0$  a rejeição da hipótese nula de independência, ao nível de significância de 1%.

Consideramos para os pares consecutivos de pressão (máximas/mínimas) a seguinte notação:

- P1<sub>ma/mi</sub> = séries T1<sub>ma/mi</sub> e T2<sub>ma/mi</sub>
- P2<sub>ma/mi</sub> = séries T2<sub>ma/mi</sub> e T3<sub>ma/mi</sub>

- $P3_{ma/mi}$  = séries  $T3_{ma/mi}$  e  $T4_{ma/mi}$
- $P4_{ma/mi}$  = séries  $T4_{ma/mi}$  e  $T5_{mi/mi}$
- $P5_{ma/mi}$  = séries  $T5_{ma/mi}$  e  $T6_{mi/mi}$
- $P6_{ma/mi}$  = séries  $T6_{ma/mi}$  e  $T7_{ma/mi}$

Observou-se que, para as vazões de 2000 a 4000  $m^3s^{-1}$ , tanto para máximos como para mínimos, rejeita-se a hipótese de independência para as séries de pressões medidas em tomadas dentro da zona de maior influência do ressalto hidráulico, e aceita-se a hipótese de independência para as séries medidas em tomadas localizadas a jusante. Para as vazões de 3000 e 4000  $m^3s^{-1}$ , nas séries de pressões máximas, foi observado um comportamento idêntico em relação à hipótese de independência. Este comportamento é reproduzido pelas séries de pressões mínimas, e neste caso inclui-se a vazão de 2000  $m^3s^{-1}$ . Para a vazão de 1000  $m^3s^{-1}$ , para as séries de pressões máximas e mínimas, percebe-se um comportamento diferenciado das demais. Pode-se inferir que este comportamento diferenciado se deve às tomadas situadas a montante estarem sob influência da curvatura da estrutura, e do ponto de tangência. Além disto, para esta vazão a zona de maior influência do ressalto hidráulico corresponde à tomada  $d_B$ , onde foram medidas as séries de pressões  $T2_{ma}$  e  $T2_{mi}$ .

Quadro 4.9: Teste para a independência para os pares de séries de pressões máximas utilizando o critério de Tawn (1998).

Séries	Vazão ( $m^3s^{-1}$ )			
	1000	2000	3000	4000
$P1_{ma}$	$AH_0$	$AH_0$	$RH_0$	$RH_0$
$P2_{ma}$	$RH_0^*$	$RH_0$	$RH_0$	$RH_0$
$P3_{ma}$	$RH_0$	$RH_0$	$RH_0$	$RH_0$
$P4_{ma}$	$RH_0^*$	$RH_0$	$AH_0$	$AH_0$
$P5_{ma}$	-	$AH_0$	$AH_0$	$AH_0$
$P6_{ma}$	-	$AH_0$	$AH_0$	$AH_0$

\*Hipótese de independência rejeitada ao nível de significância de 10%.

Quadro 4.10: Teste para a independência para os pares de séries de pressões mínimas utilizando o critério de Tawn (1998).

Séries	Vazão ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )			
	1000	2000	3000	4000
P1 <sub>mi</sub>	$AH_0$	$RH_0$	$RH_0$	$RH_0$
P2 <sub>mi</sub>	$RH_0$	$RH_0$	$RH_0$	$RH_0$
P3 <sub>mi</sub>	$RH_0^*$	$RH_0$	$RH_0$	$RH_0$
P4 <sub>mi</sub>	$RH_0$	$AH_0$	$AH_0$	$AH_0$
P5 <sub>mi</sub>	-	$AH_0$	$AH_0$	$AH_0$
P6 <sub>mi</sub>	-	$AH_0$	$AH_0$	$AH_0$

\* Hipótese de independência rejeitada ao nível de significância de 10%

Não foi possível testar a hipótese de independência através do critério de Tawn (1988), bem como realizar as estimativas dos parâmetros dos modelos para os pares de máximos/mínimos das séries P5<sub>ma/mi</sub> e P6<sub>ma/mi</sub>, da vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . Nestes casos foram detectados singularidade de matriz e valores negativos no cálculo do logaritmo da função de verossimilhança. Uma justificativa para isto é o comportamento observado para estas séries, que apresentam valores de pressão muito próximos, o que pode ser observado por apresentarem pequeno desvio padrão, média e mediana praticamente idênticos, e pouca amplitude entre os extremos (Tabelas 4.2 e 4.6 e Figuras 4.11 e 4.15). De acordo com o quadro 3.1, para esta vazão, a série T5 foi medida na tomada que se encontra na zona de descolamento do rolo e as séries T6 e T7 medidas em tomadas localizadas na região de término do ressalto, e que é caracterizada por ser uma região de baixa flutuação de pressão.

#### 4.2.3 GRAU DE AJUSTAMENTO DOS MODELOS

Existem vários critérios de seleção de modelos que permitem comparar modelos alternativos (ou concorrentes). Um dos critérios mais usados é o AIC (Akaike Information Criterion) descrito na seção 2.7.2.3. Considera-se que quanto menor o AIC melhor o ajustamento do modelo. Deste modo, comparou-se os AIC's de modelos alternativos, para se saber qual o modelo que melhor explica a dinâmica da série em estudo. Testou-se os seis modelos paramétricos que estimam a função de dependência ( $A(\cdot)$ ): Logístico (L), Negativo Logístico (NL), Logístico Assimétrico (LA), Negativo Logístico Assimétrico (NLA), Bilogístico (B) e Negativo Bilogístico (NB). A descrição de cada um destes modelos encontra-se na seção 2.7.2.1.

- MÁXIMOS

As Tabelas de 4.10 a 4.13 apresentam os valores de AIC para os modelos paramétricos ajustados, considerando as séries de pressões máximas adimensionalizadas, para as vazões de 1000 a 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>. Para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (Tabela 4.10) os modelos que apresentaram maior AIC são: Logístico e Negativo Logístico. O modelo Negativo Logístico (L) aparece como o melhor modelo para os pares P1<sub>ma</sub> e P4<sub>ma</sub>. Para os pares P2<sub>ma</sub> e P3<sub>ma</sub> o modelo de menor AIC é o Logístico, ficando neste caso o modelo Negativo Logístico como sendo o segundo melhor. Apesar de termos observado associação positiva e significativa entre as séries de pressão máximas dos pares P5<sub>ma</sub> e P6<sub>ma</sub>, não foi possível realizar a estimativa dos parâmetros para nenhum dos modelos estudados. Como relatado anteriormente, as séries que compõem estes pares apresentam comportamento irregular em suas estatísticas.

Tabela 4.10: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões máximas, para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Modelo	P1 <sub>ma</sub>	P2 <sub>ma</sub>	P3 <sub>ma</sub>	P4 <sub>ma</sub>	P5 <sub>ma</sub>	P6 <sub>ma</sub>
Negativo Logístico (NL)	<b>-1596,709</b>	-1938,155	-2087,698	<b>-2312,040</b>	-	-
Negativo Logístico Assimétrico (NLA)	-1592,712	-1934,608	-208,025	-2307,942	-	-
Logístico (L)	-1595,057	<b>-1938,457</b>	<b>-2088,645</b>	-2311,444	-	-
Logístico Assimétrico (LA)	-1586,091	-1934,549	-2086,080	-2307,462	-	-
Bilogístico (B)	-1595,106	-1924,866	-2086,769	-2309,474	-	-
Negativo Bilogístico (NB)	-1594,572	-1924,866	-2086,378	-2310,061	-	-

Para a vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (Tabela 4.11) os modelos que apresentaram menor AIC são: Negativo Logístico, Logístico, e Negativo Bilogístico. O modelo Negativo Logístico aparece em quatro situações como o modelo de menor AIC, e para o par P4<sub>ma</sub> como sendo o segundo melhor.

Tabela 4.11: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões máximas, para a vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Modelo	P1 <sub>ma</sub>	P2 <sub>ma</sub>	P3 <sub>ma</sub>	P4 <sub>ma</sub>	P5 <sub>ma</sub>	P6 <sub>ma</sub>
Negativo Logístico (NL)	<b>-1410,726</b>	-1456,682	<b>-1325,929</b>	-1287,071	<b>-1694,310</b>	<b>-2472,955</b>
Negativo Logístico Assimétrico (NLA)	-1406,726	-1453,700	-1322,172	-1283,072	-1690,379	-2468,768
Logístico (L)	-1410,617	-1455,302	-1323,848	<b>-1287,219</b>	-1693,933	-2472,889
Logístico Assimétrico (LA)	-1405,300	-1452,370	-1319,691	-1283,362	-1689,020	-2467,962
Bilogístico (B)	-1405,589	-1461,274	-1324,082	-1284,610	-1692,300	-2470,314
Negativo Bilogístico (NB)	-1408,726	<b>-1461,555</b>	-1325,481	-1285,029	-1691,572	-2470,120

Para a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (Tabela 4.12) os modelos que apresentaram menor AIC são: Negativo Logístico, Logístico, Bilogístico e Negativo Bilogístico. O modelo Negativo Bilogístico aparece em duas situações como o modelo de menor AIC (P2<sub>ma</sub> e P6<sub>ma</sub>) e o modelo Logístico apresentou menor AIC para os pares P1<sub>ma</sub> e P4<sub>ma</sub>. Para os pares P2<sub>ma</sub> e P3<sub>ma</sub> este modelo aparece como sendo o segundo melhor.

Tabela 4.12: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões máximas, para a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Modelo	P1 <sub>ma</sub>	P2 <sub>ma</sub>	P3 <sub>ma</sub>	P4 <sub>ma</sub>	P5 <sub>ma</sub>	P6 <sub>ma</sub>
Negativo Logístico (NL)	-1587,945	-1074,540	-796,606	-861,016	<b>-1420,060</b>	-2002,894
Negativo Logístico Assimétrico (NLA)	-1584,807	-1073,052	-795,668	-857,739	-1416,063	-2006,354
Logístico (L)	<b>-1588,417</b>	-1076,111	-797,251	<b>-861,075</b>	-1417,415	-1993,297
Logístico Assimétrico (LA)	-1584,694	-1072,595	-795,165	-855,580	-1411,053	-1991,482
Bilogístico (B)	-1587,218	-1074,111	<b>-797,694</b>	-858,940	-1416,888	-2007,480
Negativo Bilogístico (NB)	-1586,570	<b>-1088,540</b>	-796,977	-858,997	-1417,976	<b>-2008,352</b>

Para a vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (Tabela 4.13) os modelos que apresentaram menor AIC são: Negativo Logístico e Logístico Assimétrico. O modelo Negativo Logístico apresentou menor AIC para todos os pares a menos do par P3<sub>ma</sub>. Em geral o modelo Logístico aparece como sendo o segundo de menor AIC.

Tabela 4.13: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões máximas, para a vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Modelo	P1 <sub>ma</sub>	P2 <sub>ma</sub>	P3 <sub>ma</sub>	P4 <sub>ma</sub>	P5 <sub>ma</sub>	P6 <sub>ma</sub>
Negativo Logístico (NL)	<b>-1567,986</b>	<b>-972,252</b>	-707,952	<b>-711,877</b>	<b>-1252,638</b>	<b>-2017,249</b>
Negativo Logístico Assimétrico (NLA)	-1563,516	-968,752	-714,401	-707,280	-1248,639	-2013,250
Logístico (L)	-1567,356	-972,122	-710,065	-711,599	-1251,486	-2013,881
Logístico Assimétrico (LA)	-1561,203	-968,337	<b>-714,403</b>	-700,767	-1246,244	-2006,576
Bilogístico (B)	-1565,440	-970,808	-709,170	-708,422	-1247,807	-2014,033
Negativo Bilogístico (NB)	-1566,163	-970,692	-705,969	-709,791	-1250,531	-2015,111

Através do Quadro 4.11 e das Tabelas de 4.10 a 4.13 observa-se que os modelos que melhor se ajustam, segundo o critério AIC, para a maior parte das séries (81% dos ajustes) são os modelos Negativo Logístico e Logístico. Nos casos onde ambos não foram considerados o melhor modelo, houve bastante diversidade aparecendo os modelos Bilogístico, Negativo Bilogístico e Logístico Assimétrico em uma ocasião cada. Nestas situações os modelos Logístico e Negativo Logístico aparecem como a segunda ou terceira opção de melhor ajuste. Por este motivo para as análises seguintes avaliaram-se apenas os modelos Logístico e Negativo Logístico. Também se considerou a vantagem de que para estes modelos a teoria encontra-se mais desenvolvida. Isto pode ser verificado em Tawn (1988) que apresentou critérios para testar a hipótese de independência e determinação do melhor ajuste para os modelos Logístico e Negativo Logístico, deixando em aberto os outros casos.

Além das condições relatadas em questão da teoria de valores extremos, também se faz necessário observar o fenômeno envolvido. O objetivo geral deste trabalho é a análise de valores extremos em dados de pressão medidos em uma bacia de dissipação por ressalto hidráulico, com a finalidade de dimensionar a estrutura de dissipação em função da probabilidade conjunta da ocorrência destes extremos. Esta análise irá se tornar mais acessível aos engenheiros se for possível aplicar um único modelo para quaisquer pontos dentro da estrutura de dissipação. É claro que isto será possível se as perdas ocorridas na precisão das estimativas, resultantes desta generalização, não acarretem erros de grande escala na descrição do fenômeno envolvido.

Quadro 4.11: Melhor modelo pelo critério AIC para os pares de pressão máxima, para as vazões de 1000 a 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Séries	Vazão (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )			
	1000	2000	3000	4000
P1 <sub>ma</sub>	NL	NL	L	NL
P2 <sub>ma</sub>	L	NB	NB	NL
P3 <sub>ma</sub>	L	NL	B	LA
P4 <sub>ma</sub>	NL	L	L	NL
P5 <sub>ma</sub>	-	NL	NL	NL
P6 <sub>ma</sub>	-	NL	NB	NL

- MÍNIMOS

As Tabelas de 4.14 a 4.17 apresentam os valores de AIC para os modelos paramétricos ajustados, considerando as séries de pressões mínimas adimensionalizadas, para as vazões de 1000 a 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>. Para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (Tabela 4.14) os modelos que apresentaram maior AIC são: Logístico, Negativo Logístico, Logístico Assimétrico e Negativo Logístico Assimétrico. Assim como observado para as séries de máximos desta vazão, não foi possível realizar a estimativa dos parâmetros para os pares P5<sub>mi</sub> e P6<sub>mi</sub>, pois nestes casos foram detectados singularidade de matriz e valores negativos no cálculo do logaritmo da função de verossimilhança.

Tabela 4.14: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões mínimas, para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Modelo	P1 <sub>mi</sub>	P2 <sub>mi</sub>	P3 <sub>mi</sub>	P4 <sub>mi</sub>	P5 <sub>mi</sub>	P6 <sub>mi</sub>
Negativo Logístico (NL)	-1694,902	<b>-1808,403</b>	-1896,312	-2213,808	-	-
Negativo Logístico Assimétrico (NLA)	-1694,300	-1804,263	-1892,312	<b>-2218,799</b>	-	-
Logístico (L)	<b>-1695,007</b>	-1808,051	-1896,610	-2214,394	-	-
Logístico Assimétrico (LA)	-1691,627	-1802,935	<b>-1900,817</b>	-2210,465	-	-
Bilogístico (B)	-1692,356	-1806,476	-1894,991	-2212,876	-	-
Negativo Bilogístico (NB)	-1692,962	-1806,412	-1894,226	-2211,784	-	-

Para a vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (Tabela 4.15) os modelos que apresentaram menor AIC são: Negativo Logístico, Logístico, e o Bilogístico. O modelo Negativo Logístico aparece em

quatro situações como o modelo de menor AIC apresentado similaridade às séries de máximos.

Tabela 4.15: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões mínimas, para a vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Modelo	P1 <sub>mi</sub>	P2 <sub>mi</sub>	P3 <sub>mi</sub>	P4 <sub>mi</sub>	P5 <sub>mi</sub>	P6 <sub>mi</sub>
Negativo Logístico (NL)	<b>-1677,117</b>	-1350,403	-1181,033	<b>-1327,019</b>	<b>-1700,144</b>	<b>-2480,451</b>
Negativo Logístico Assimétrico (NLA)	-1673,180	-1350,477	-1182,188	-1321,016	-1696,144	-2476,451
Logístico (L)	-1676,141	-1349,961	<b>-1182,655</b>	-1323,948	-1697,187	-2479,920
Logístico Assimétrico (LA)	-1666,53	-1347,530	-1178,239	-1320,206	-1681,273	-2474,993
Bilogístico (B)	-1676,269	<b>-1352,064</b>	-1180,401	-1325,015	-1692,086	-2476,720
Negativo Bilogístico (NB)	-1676,280	-1351,492	-1179,244	-1322,918	-1698,024	-2478,387

Para a vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (Tabela 4.16) os modelos que apresentaram menor AIC são: Negativo Logístico e o Logístico. O modelo Negativo Logístico aparece como sendo o de melhor ajuste para quase todos os pares, a menos do par P3<sub>mi</sub> que apresenta o modelo Logístico como sendo o de melhor ajuste.

Tabela 4.16: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões mínimas, para a vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Modelo	P1 <sub>mi</sub>	P2 <sub>mi</sub>	P3 <sub>mi</sub>	P4 <sub>mi</sub>	P5 <sub>mi</sub>	P6 <sub>mi</sub>
Negativo Logístico (NL)	<b>-1856,782</b>	<b>-1225,510</b>	-833,009	<b>-951,587</b>	<b>-1321,486</b>	<b>-1844,071</b>
Negativo Logístico Assimétrico (NLA)	-1852,665	-1221,966	-831,732	-943,994	-1317,487	-1835,898
Logístico (L)	-1855,362	-1225,223	<b>-834,312</b>	-947,859	-1317,521	-1841,513
Logístico Assimétrico (LA)	-1851,142	-1221,258	-831,991	-947,925	-1310,823	-1833,414
Bilogístico (B)	-1853,362	-1223,499	-832,629	-946,458	-1318,459	-1841,144
Negativo Bilogístico (NB)	-1854,807	-1223,606	-831,068	-945,928	-1319,331	-1842,071

Para a vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (Tabela 4.17) os modelos que apresentaram menor AIC são: Negativo Logístico, Logístico e Logístico Assimétrico. O modelo Negativo Logístico apresentou menor AIC para maioria dos pares a menos dos pares P2<sub>min</sub> e P3<sub>min</sub>. Em geral, para



as tomadas em que o modelo Logístico não foi considerado o melhor ajuste, este aparece como sendo o segundo melhor.

Tabela 4.17: Valores de AIC dos seis modelos avaliados para as séries de pressões mínimas, para a vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Modelo	P1 <sub>mi</sub>	P2 <sub>mi</sub>	P3 <sub>mi</sub>	P4 <sub>mi</sub>	P5 <sub>mi</sub>	P6 <sub>mi</sub>
Negativo Logístico (NL)	-1834,623	<b>-1127,963</b>	-696,495	<b>-852,709</b>	<b>-1237,294</b>	<b>-1799,889</b>
Negativo Logístico Assimétrico (NLA)	-1836,42	-1123,634	-700,287	-848,710	-1233,295	-1795,757
Logístico (L)	-1840,011	-1127,605	<b>-701,401</b>	-831,369	-1236,416	-1797,756
Logístico Assimétrico (LA)	<b>-1841,512</b>	-1123,364	-697,975	-841,602	-1232,090	-1791,987
Bilogístico (B)	-1839,729	-1125,681	-696,304	-849,514	-1235,440	-1795,280
Negativo Bilogístico (NB)	-1839,839	-1126,176	-694,501	-850,571	-1235,239	-1797,648

Através do Quadro 4.12 e das Tabelas 4.14 a 4.17 observa-se que os modelos que melhor se ajustam, segundo o critério AIC, para a maior parte das séries (85,7% dos ajustes) são os modelos Negativo Logístico e Logístico. Nos casos onde ambos não foram considerados o melhor modelo, houve bastante diversidade aparecendo os modelos Bilogístico, Negativo Logístico Assimétrico, Logístico Assimétrico, em uma ocasião cada. Nestas situações os modelos Logístico e Negativo Logístico aparecem como a segunda ou terceira opção de melhor ajuste. Pelo mesmo motivo relatado para a escolha dos modelos para as séries de máximos, também para as séries de mínimos avaliaram-se apenas os modelos Logístico e Negativo Logístico.

Quadro 4.12: Melhor modelo pelo critério AIC para os pares de pressão mínima, para as vazões de 1000 a  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Séries	Vazão ( $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ )			
	1000	2000	3000	4000
P1 <sub>ma</sub>	L	NL	NL	LA
P2 <sub>ma</sub>	NL	B	NL	NL
P3 <sub>ma</sub>	LA	L	L	L
P4 <sub>ma</sub>	NLA	NL	NL	NL
P5 <sub>ma</sub>	-	NL	NL	NL
P6 <sub>ma</sub>	-	NL	NL	NL

#### 4.2.4 AJUSTE GRÁFICO DOS MODELOS

Além do ajuste fornecido pelo critério de Akaike (AIC), utilizou-se a análise gráfica através da função dependência ( $A(\cdot)$ ), função densidade multivariada e gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores de máximos/mínimos de pressão adimensionalizados. Cerezer (2008) realiza a análise gráfica dos modelos GEV para as distribuições marginais encontrando bons ajustes, com exceção de algumas séries situadas a jusante do resalto, as quais já se identificou problemas na estimativa do parâmetro de dependência ( $T5_{ma/mi}$ ,  $T6_{ma/mi}$  e  $T7_{ma/mi}$  para a vazão de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ).

Para não sobrecarregar o capítulo com figuras em excesso, serão apresentados apenas os ajustes para as séries de pressões máximas adimensionalizadas da vazão de  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , além de que para as outras vazões o ajuste gráfico apresentou-se similar ao observado para esta vazão. Para os pares  $P1_{ma}$  e  $P3_{ma}$  as respectivas figuras constam do texto, e os pares restantes encontram-se no Anexo C.

As Figuras de 4.21 a 4.28 representam os ajustes das distribuições marginais, quando se utiliza a estimativa conjunta dos parâmetros e a função densidade multivariada está representada pelos seus contornos. A função  $A(\cdot)$ , dada pela expressão (2.36), é dita ser uma função de dependência para variáveis aleatórias positivamente associadas, e é apresentada comparando-se os modelos Logístico, Negativo Logístico e a sua estimativa não paramétrica. De acordo com a literatura é possível avaliar os modelos paramétricos comparando com a estimativa não paramétrica, onde o melhor ajuste será o que apresenta maior proximidade do ajuste não paramétrico.

As Figuras 4.21 e 4.22 representam o ajuste para as distribuições marginais para os modelos Logístico e Negativo Logístico e seus respectivos intervalos de confiança (95%). Percebem-se apenas diferenças sutis no ajuste das distribuições marginais quando comparamos os dois modelos, mas o modelo Negativo Logístico parece apresentar um melhor ajuste, o que está de acordo com o critério AIC. Em ambas as situações as estimativas se mantêm dentro do intervalo de confiança.

As Figuras 4.23 e 4.24 representam o ajuste da distribuição conjunta (contornos) e as estimativas para a função de dependência para os modelos Logístico e Negativo Logístico, para o par  $P1_{ma}$ . Comparando as estimativas da função de dependência dos dois modelos avaliados com a estimativa não paramétrica percebe-se que esta está levemente mais próxima do modelo Negativo logístico. Praticamente não é possível perceber diferença entre os dois modelos, mas de acordo com as figuras observa-se que ambos apresentam bons ajustes.

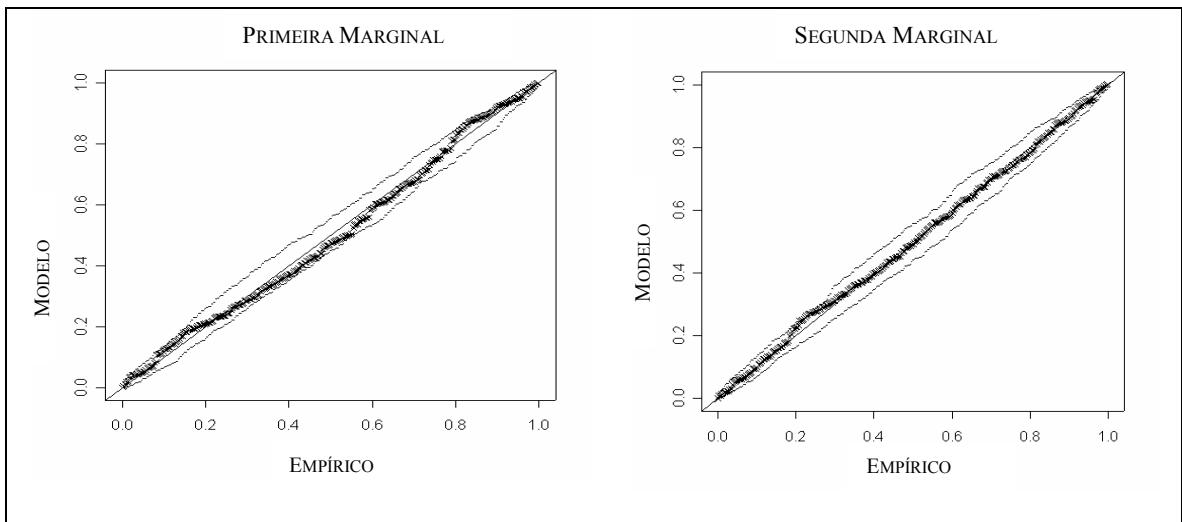


Figura 4.21 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos  $PI_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

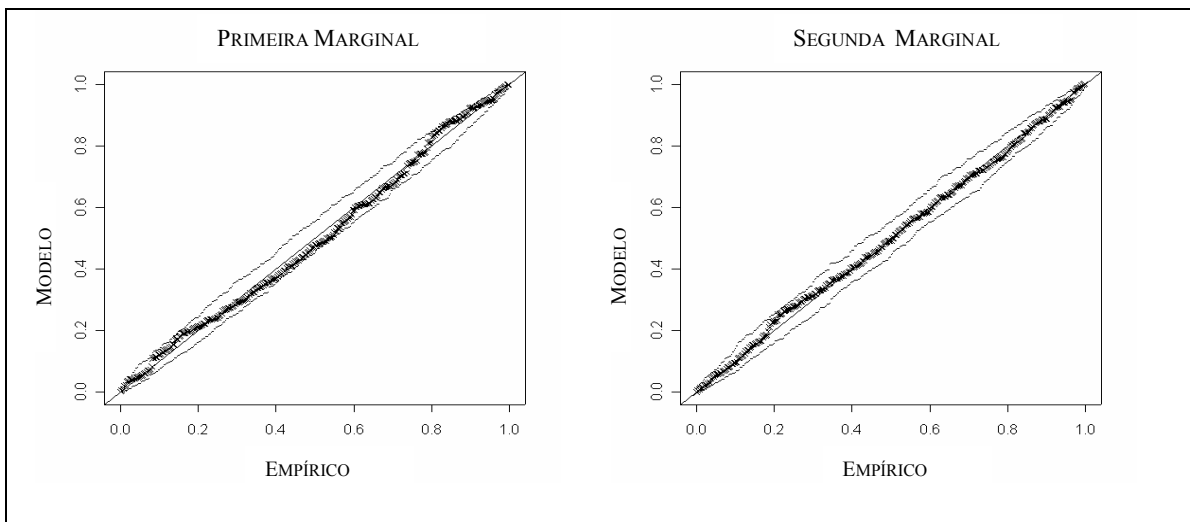


Figura 4.22 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos  $PI_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

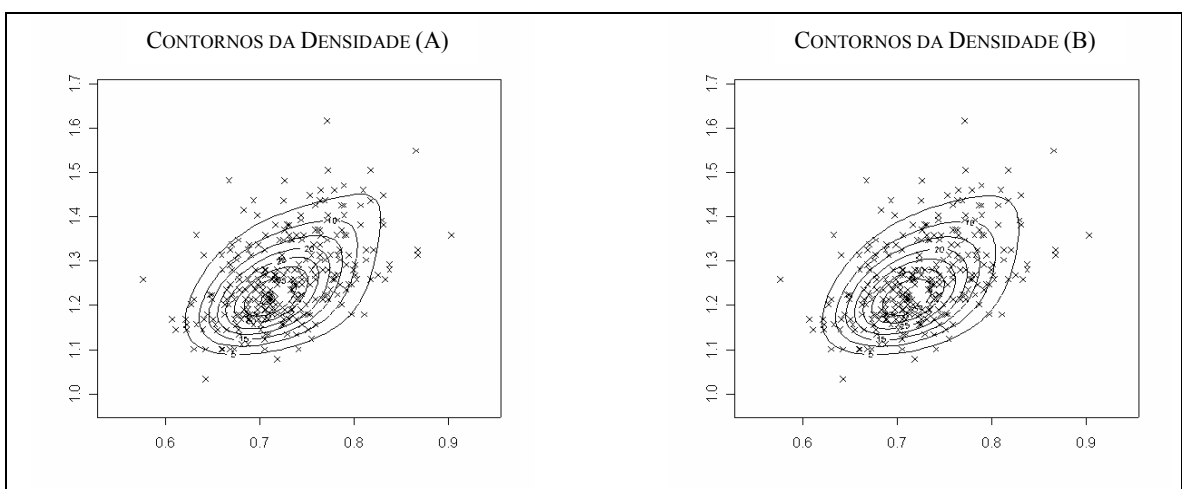


Figura 4.23 – Contornos da Função densidade, para o modelo Logístico(A) e Negativo Logístico(B), para o par de máximos  $PI_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

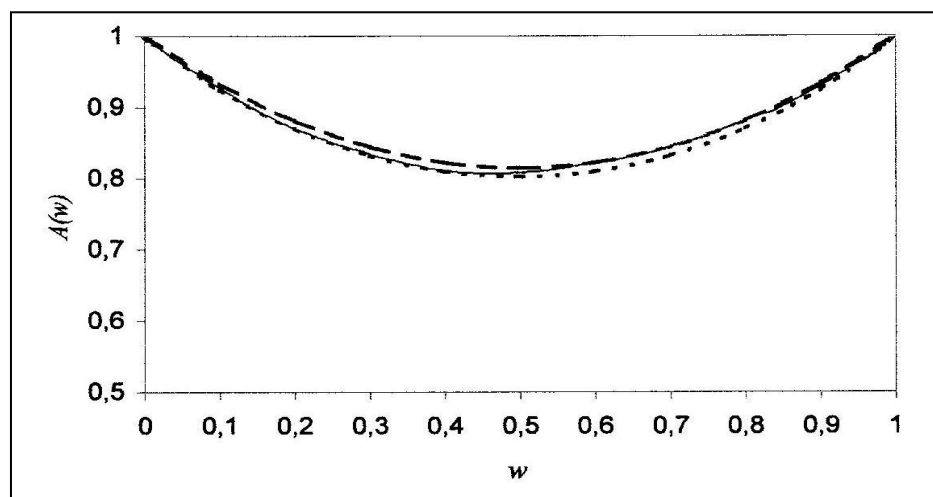


Figura 4.24 – Função dependência estimada  $\hat{A}(\cdot)$ , para o modelo Logístico(---), Negativo Logístico(---) e não paramétrico (—), para o par de máximos  $P1_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

As Figuras 4.25 e 4.26 representam o ajuste para as distribuições marginais para os modelos Logístico e Negativo Logístico e seus respectivos intervalos de confiança (95%), para o par  $P3_{ma}$ . Quase não é possível perceber as diferenças entre os modelos no ajuste das distribuições marginais, mas o modelo Negativo Logístico parece apresentar um melhor ajuste, resultado que está de acordo com o critério AIC. Em ambas as situações as estimativas se mantêm dentro do intervalo de confiança.

As Figuras 4.27 e 4.28 representam o ajuste da distribuição conjunta (contornos) e as estimativas para a função de dependência para os modelos Logístico e Negativo Logístico. Assim como observado anteriormente para o par  $P1_{ma}$ , quando se compara as estimativas da função de dependência dos dois modelos avaliados com a estimativa não paramétrica percebe-se que esta está mais próxima do modelo Negativo Logístico. De acordo com o teste AIC neste caso os modelos mais adequados seriam os modelos assimétricos (Tabela 4.13). Apesar disto, pode-se perceber, de acordo com as figuras, que ambos os modelos considerados apresentam bons ajustes.

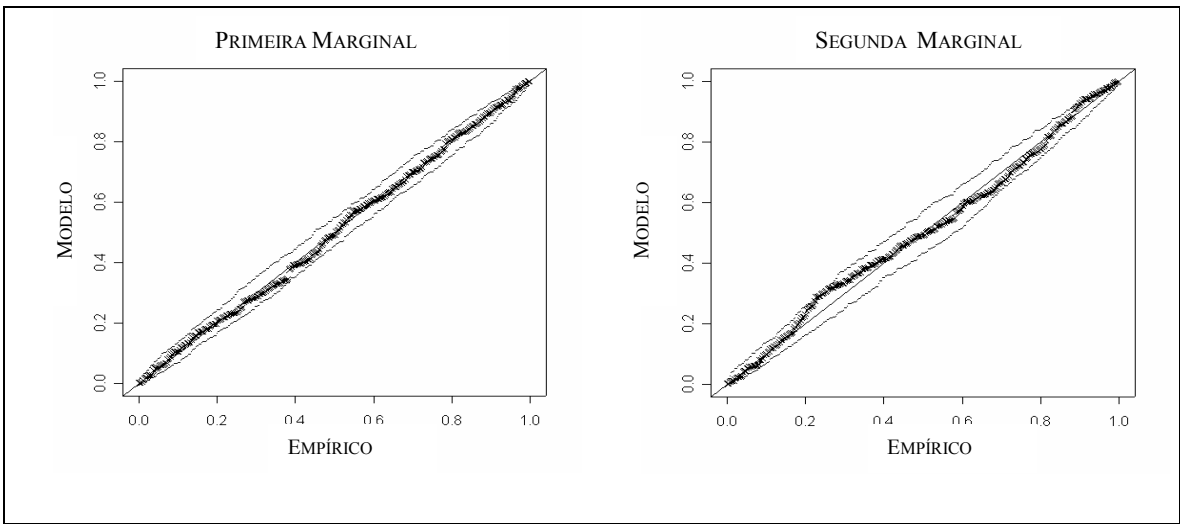


Figura 4.25 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos  $P3_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

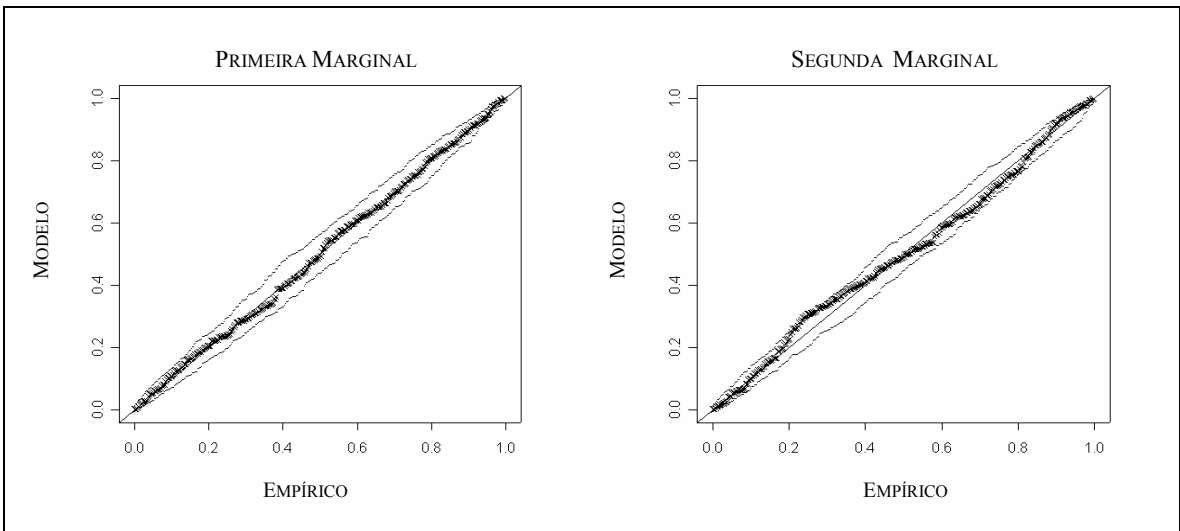


Figura 4.26 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos  $P3_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

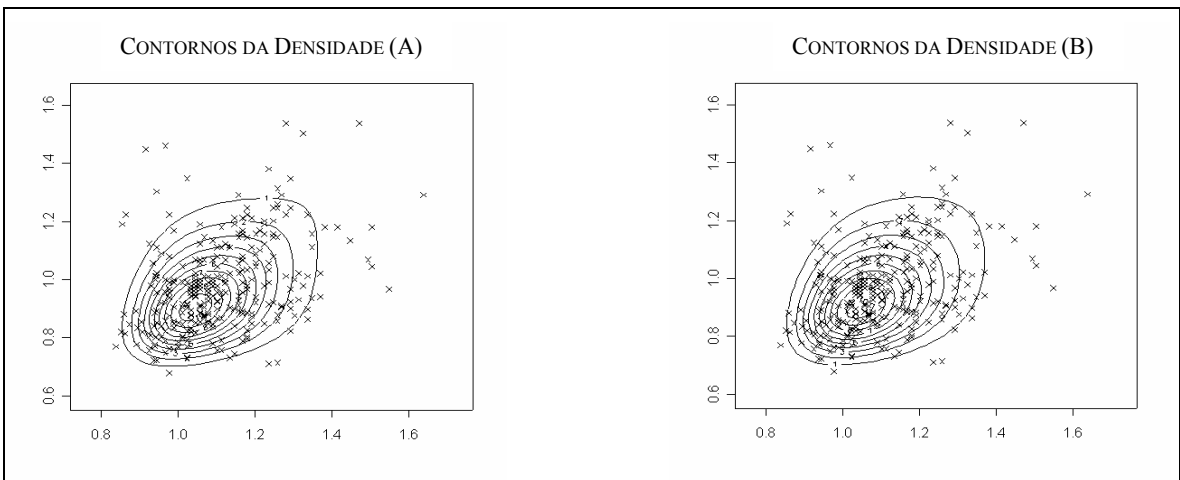


Figura 4.27 - Contornos da Função densidade, para o modelo Logístico(A) e Negativo Logístico(B), para o par de máximos  $P3_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

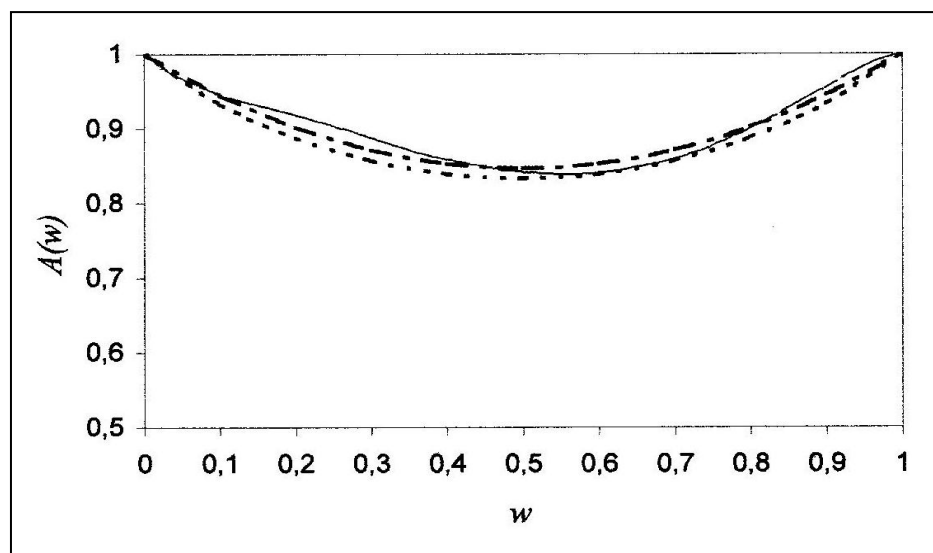


Figura 4.28 – Função dependência estimada  $\hat{A}(\cdot)$ , para o modelo Logístico(---), Negativo Logístico(---) e não paramétrico (—), para o par de máximos  $P3_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

É possível observar que para os pares  $P1_{ma}$ ,  $P2_{ma}$ ,  $P3_{ma}$  e  $P4_{ma}$  foram obtidos bons ajustes para as distribuições marginais e função dependência, tanto para o modelo Logístico quanto o modelo Negativo Logístico (pares  $P2_{ma}$  e  $P4_{ma}$  no anexo C). Para os pares  $P5_{ma}$  e  $P6_{ma}$ , que são séries situadas a jusante do ressalto, observa-se comportamento irregular nos gráficos (figuras no anexo C) que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica. Apesar deste comportamento irregular pode-se perceber que as observações se mantêm dentro dos limites de confiança, e não afetam as estimativas de pressões realizadas pelos modelos como se verá na seção 4.2.6.

#### 4.2.5 ESTIMATIVAS DOS PARÂMETROS DOS MODELOS

Através das Tabelas de 4.18 a 4.25 apresenta-se as estimativas através da GEV para os parâmetros das distribuições marginais que são média ( $\mu$ ), desvio-padrão ( $\sigma$ ), parâmetro de forma ( $\xi$ ), parâmetro de dependência ( $r$ ) para os modelos Logístico e Negativo Logístico e entre parênteses os respectivos erros padrão. Também estão contidos nas tabelas os parâmetros das distribuições através da GEV, estimados por Cerezer (2008), e que foram obtidos estimando-se separadamente os parâmetros para cada série. A literatura afirma que é possível realizar as estimativas dos parâmetros de forma conjunta, ou individual estimando inicialmente os parâmetros das marginais e separadamente o parâmetro de dependência (Tawn, 1988). Observam-se pequenas diferenças entre as estimativas dos parâmetros obtidas

por Cerezer (2008), e as estimativas dos parâmetros obtidos neste estudo, realizadas de forma conjunta. As maiores diferenças geralmente se encontram no parâmetro de forma. Isto se deve aos critérios de convergência serem diferenciados para os dois métodos.

Para o parâmetro de forma ( $\xi$ ) aplicou-se o teste da razão de verossimilhança ao nível de significância de 5%, para testar a hipótese de que  $\xi$  é significativamente diferente de zero. Caso seja rejeitada esta hipótese a distribuição marginal é representada pela distribuição Gumbel.

- MÁXIMOS ADIMENSIONALIZADOS PARA A VAZÃO DE  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  ( $F_r = 6,42$ )

Para a vazão de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  podem-se observar algumas diferenças nas estimativas entre os métodos e modelos (Tabela 4.18). Sabe-se que para o modelo Logístico (L) identificamos a independência quando  $r \rightarrow 1$  e para o modelo Negativo Logístico (NL) quando  $r \rightarrow 0$ . Logo, para esta vazão os parâmetros de dependência sugerem independência para os pares  $P1_{ma}$ ,  $P2_{ma}$  e  $P4_{ma}$ . O teste aplicado na seção 4.2.3 rejeita a hipótese de independência ao nível de 1% apenas para o par  $P3_{ma}$ . Devido aos problemas já relatados anteriormente nas seções 4.2.1 e 4.2.3, não foi possível estimar o parâmetro de dependência e os erros dos parâmetros estimados para os pares  $P5_{ma}$  e  $P6_{ma}$ . Isto também foi verificado por Cerezer (2008) que também encontrou dificuldades na estimativa dos parâmetros destas séries.

Tabela 4.18: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de máximos, vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Pares	Modelo	Primeira Marginal			Segunda Marginal			Dependência
		$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1$	$\hat{\xi}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2$	$\hat{\xi}_2$	$r$
P1	L	0,8967 (0,0043)	0,0651 (0,0030)	0,0206 (0,0413)	1,0711 (0,0029)	0,0437 (0,0019)	-0,0777 (0,0360)	0,9997 (0,0000)
	NL	0,8945 (0,0043)	0,0657 (0,0031)	0,0228 (0,0424)	1,0725 (0,0029)	0,0453 (0,0021)	-0,0679 (0,0407)	0,0840 (0,2725)
	I	0,8944 (0,0043)	0,0656 (0,0031)	0,0246 (0,0425)	1,0725 (0,0029)	0,0453 (0,0021)	-0,0664 (0,0404)	-
P2	L	1,0726 (0,0029)	0,0454 (0,0021)	-0,0723 (0,0403)	1,0664 (0,0025)	0,0384 (0,0018)	-0,0381 (0,0421)	0,9888 (0,0199)
	NL	1,0726 (0,0029)	0,0453 (0,0021)	-0,0719 (0,0414)	1,0664 (0,0025)	0,0384 (0,0018)	-0,0356 (0,0423)	0,1443 (0,0970)
	I	1,0725 (0,0029)	0,0453 (0,0021)	-0,0664 (0,0404)	1,0664 (0,0025)	0,0385 (0,0018)	-0,0324 (0,0423)	-
P3	L	1,0665 (0,0025)	0,0385 (0,0018)	-0,0374 (0,0416)	1,0588 (0,0023)	0,0353 (0,0016)	-0,0454 (0,0374)	0,9317 (0,0346)
	NL	1,0665 (0,0025)	0,0385 (0,0018)	-0,0362 (0,0420)	1,0587 (0,0022)	0,0352 (0,0016)	-0,0423 (0,0377)	0,2805 (0,0828)
	I	1,0664 (0,0025)	0,0385 (0,0018)	-0,0324 (0,0423)	1,0589 (0,0023)	0,0353 (0,0016)	-0,0473 (0,0384)	-
P4	L	1,0589 (0,0022)	0,0353 (0,0016)	-0,0445 (0,0386)	1,0615 (0,0018)	0,0297 (0,0011)	-0,1598* (0,0151)	0,9800 (0,0381)
	NL	1,0588 (0,0023)	0,0353 (0,0016)	-0,0475 (0,0378)	1,0614 (0,0018)	0,0297 (0,0011)	-0,1588* (0,0150)	0,1900 (0,0739)
	I	1,0589 (0,0023)	0,0353 (0,0016)	-0,0473 (0,0384)	1,0622 (-)	0,0069 (-)	-0,0979 (-)	-
P5	L	1,0614 (-)	0,0297 (-)	-0,1604 (-)	1,0633 (-)	0,0074 (-)	-0,0074 (-)	-
	NL	1,0614 (-)	0,0297 (-)	-0,1604 (-)	1,0633 (-)	0,0074 (-)	-0,0074 (-)	-
	I	1,0622 (-)	0,0069 (-)	-0,0979 (-)	1,0633 (-)	0,0073 (-)	-0,0093 (-)	-
P6	L	1,0633 (-)	0,0074 (-)	-0,0074 (-)	1,0806 (-)	0,0059 (-)	-0,0706 (-)	-
	NL	1,0633 (-)	0,0074 (-)	-0,0074 (-)	1,0806 (-)	0,0059 (-)	-0,0706 (-)	-
	I	1,0633 (-)	0,0073 (-)	-0,0093 (-)	1,0807 (-)	0,0058 (-)	-0,0895 (-)	-

- Significativamente diferente de zero (5%)

- MÁXIMOS ADIMENSIONALIZADOS PARA A VAZÃO DE 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 4,98$ )

Para a vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> o parâmetro  $r$ , de ambos os modelos, indicam dependência para os pares P2<sub>ma</sub>, P3<sub>ma</sub> e P4<sub>ma</sub> (Tabela 4.19). O teste aplicado anteriormente (seção 4.2.3) rejeita a hipótese de independência ao nível de significância de 1% para todos estes pares. Observou-se maior diferença no parâmetro de forma ( $\xi$ ) para as marginais do par P6<sub>ma</sub>.



Tabela 4.19: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de máximos, vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Pares	Modelo	Primeira Marginal			Segunda Marginal			Dependência
		$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1$	$\hat{\xi}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2$	$\hat{\xi}_2$	$r$
P1	L	0,7981 (0,0044)	0,0678 (0,0031)	0,0162 (0,0359)	1,1441 (0,0038)	0,0614 (0,0027)	-0,1060* (0,0347)	0,9998 (0,0000)
	NL	0,7979 (0,0044)	0,0681 (0,0031)	0,0232 (0,0369)	1,1436 (0,0039)	0,0611 (0,0027)	-0,0983* (0,0356)	0,0649 (0,3424)
	I	0,7980 (0,0044)	0,0681 (0,0031)	0,0223 (0,0370)	1,1439 (0,0039)	0,0612 (0,0027)	-0,1024* (0,0352)	-
P2	L	1,1432 (0,0039)	0,0610 (0,0027)	-0,0869* (0,0360)	1,0613 (0,0044)	0,0687 (0,0031)	-0,0928* (0,0396)	0,9069 (0,0383)
	NL	1,1431 (0,0039)	0,0610 (0,0027)	-0,0827* (0,0358)	1,0612 (0,0044)	0,0686 (0,0031)	-0,0967* (0,0392)	0,3395 (0,0610)
	I	1,1439 (0,0039)	0,0612 (0,0027)	-0,1024* (0,0352)	1,0613 (0,0044)	0,0684 (0,0031)	-0,1056* (0,0391)	-
P3	L	1,0611 (0,0044)	0,0686 (0,0031)	-0,0899* (0,0387)	1,0546 (0,0045)	0,0711 (0,0033)	0,0682 (0,0367)	0,8587 (0,0379)
	NL	1,0611 (0,0044)	0,0684 (0,0031)	-0,0952* (0,0380)	1,0545 (0,0045)	0,0710 (0,0033)	0,0683 (0,0360)	0,4082 (0,0602)
	I	1,0613 (0,0044)	0,0684 (0,0031)	-0,1056* (0,0391)	1,0552 (0,0045)	0,0710 (0,0033)	0,0507 (0,0364)	-
P4	L	1,0550 (0,0045)	0,0710 (0,0033)	0,0518 (0,0365)	0,9914 (0,0044)	0,0686 (0,0031)	-0,0380 (0,0360)	0,9892 (0,0291)
	NL	1,0550 (0,0045)	0,0710 (0,0033)	0,0515 (0,0365)	0,9914 (0,0044)	0,0686 (0,0031)	-0,0380 (0,0361)	0,0693 (0,4368)
	I	1,0552 (0,0045)	0,0710 (0,0033)	0,0507 (0,0364)	0,9916 (0,0044)	0,0687 (0,0031)	-0,0410 (0,0360)	-
P5	L	0,9913 (0,0044)	0,0688 (0,0031)	-0,0424 (0,0356)	1,0323 (0,0027)	0,0433 (0,0017)	-0,2039* (0,0163)	0,9991 (0,0000)
	NL	0,9914 (0,0044)	0,0686 (0,0031)	-0,0392 (0,0359)	1,0325 (0,0027)	0,0433 (0,0017)	-0,2042* (0,0164)	0,1437 (0,0648)
	I	0,9916 (0,0044)	0,0687 (0,0031)	-0,0410 (0,0360)	1,0718 (0,0012)	0,0199 (0,0008)	-0,0712* (0,0143)	-
P6	L	1,0325 (0,0027)	0,0432 (0,0017)	-0,2043* (0,0160)	1,0750 (0,0012)	0,0201 (0,0008)	-0,0711* (0,0136)	0,9992 (0,0000)
	NL	1,0325 (0,0027)	0,0433 (0,0017)	-0,2036* (0,0165)	1,0750 (0,0012)	0,0202 (0,0008)	-0,0710* (0,0138)	0,0626 (0,1549)
	I	1,0718 (0,0012)	0,0199 (0,0008)	-0,0712* (0,0143)	1,0082 (-)	0,0072 (-)	-0,0093 (-)	-

\* Significativamente diferente de zero (5%)

- MÁXIMOS ADIMENSIONALIZADOS PARA A VAZÃO DE 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 4,32$ )

Para a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> os parâmetros de dependência sugerem dependência para os pares P1<sub>ma</sub>, P2<sub>ma</sub> e P3<sub>ma</sub> (Tabela 4.20). O teste aplicado anteriormente (seção 4.2.3) rejeita a hipótese de independência ao nível de significância de 1% para todos estes pares. Observou-se maior diferença no parâmetro de forma ( $\xi$ ) para as marginais do par P6<sub>ma</sub>.

Tabela 4.20: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de máximos, vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Pares	Modelo	Primeira Marginal			Segunda Marginal			Dependência
		$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1$	$\hat{\xi}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2$	$\hat{\xi}_2$	$r$
P1	L	0,6882 (0,0028)	0,0445 (0,0019)	0,0249 (0,0345)	1,1379 (0,0046)	0,0733 (0,0033)	0,0314 (0,0359)	0,7499 (0,0397)
	NL	0,6880 (0,0028)	0,0444 (0,0019)	0,0263 (0,0358)	1,1378 (0,0047)	0,0734 (0,0033)	0,0379 (0,0367)	0,5924 (0,0759)
	I	0,6884 (0,0028)	0,0442 (0,0020)	-0,0193 (0,0337)	1,1389 (0,0046)	0,0728 (0,0033)	-0,0093 (0,0348)	-
P2	L	1,1380 (0,0046)	0,0729 (0,0032)	-0,0005 (0,0336)	1,0270 (0,0068)	0,1058 (0,0049)	-0,0331 (0,0404)	0,7652 (0,0369)
	NL	1,1384 (0,0046)	0,0731 (0,0033)	-0,0019 (0,0324)	1,0267 (0,0068)	0,1056 (0,0049)	-0,0283 (0,0403)	0,5653 (0,0680)
	I	1,1389 (0,0046)	0,0728 (0,0033)	-0,0093 (0,0348)	1,0262 (0,0068)	0,1051 (0,0049)	-0,0228 (0,0419)	-
P3	L	1,0254 (0,0067)	0,1047 (0,0049)	-0,0242 (0,0397)	0,9642 (0,0074)	0,1167 (0,0053)	-0,0279 (0,0358)	0,7849 (0,0365)
	NL	1,0253 (0,0067)	0,1047 (0,0049)	-0,0176 (0,0389)	0,9644 (0,0074)	0,1166 (0,0053)	-0,0373 (0,0355)	0,5279 (0,0649)
	I	1,0262 (0,0068)	0,1051 (0,0049)	-0,0228 (0,0419)	0,9645 (0,0075)	0,1163 (0,0053)	-0,0417 (0,0385)	-
P4	L	0,9643 (0,0075)	0,1161 (0,0053)	-0,0422 (0,0383)	0,9402 (0,0058)	0,0898 (0,0041)	-0,0467 (0,0399)	0,9934 (0,0278)
	NL	0,9644 (0,0075)	0,1162 (0,0053)	-0,0417 (0,0383)	0,9401 (0,0058)	0,0897 (0,0041)	-0,0465 (0,0401)	0,0806 (0,4717)
	I	0,9645 (0,0075)	0,1163 (0,0053)	-0,0417 (0,0385)	0,9401 (0,0058)	0,0897 (0,0041)	-0,0466 (0,0400)	-
P5	L	0,9407 (0,0057)	0,0886 (0,0041)	-0,0826* (0,0339)	0,9909 (0,0031)	0,0489 (0,0021)	-0,2042* (0,0265)	0,9994 (0,0000)
	NL	0,9401 (0,0058)	0,0897 (0,0041)	-0,0468 (0,0399)	0,9905 (0,0032)	0,0499 (0,0022)	-0,1863* (0,0325)	0,0679 (0,1761)
	I	0,9401 (0,0058)	0,0897 (0,0041)	-0,0466 (0,0400)	1,0349 (0,0024)	0,0389 (0,0016)	-0,1852* (0,0313)	-
P6	L	1,0002 (0,0030)	0,0464 (0,0017)	-0,1905* (0,0277)	1,0340 (0,0025)	0,04026 (0,0017)	-0,2728* (0,0266)	0,9993 (0,0000)
	NL	0,9907 (0,0030)	0,0456 (0,0017)	-0,1283* (0,0339)	1,0344 (0,0024)	0,0388 (0,0016)	-0,2589* (0,0261)	0,0501 (0,0000)
	I	1,0349 (0,0024)	0,0389 (0,0016)	-0,1852* (0,0313)	1,0349 (0,0024)	0,0389 (0,0016)	-0,2781* (0,0211)	-

\* Significativamente diferente de zero (5%)

- MÁXIMOS ADIMENSIONALIZADOS PARA A VAZÃO DE 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 3,88$ )

Para a vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, igualmente a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> os parâmetros de dependência indicam uma possível dependência para os pares P1<sub>ma</sub>, P2<sub>ma</sub> e P3<sub>ma</sub> (Tabela 4.21). O teste aplicado (seção 4.2.3) anteriormente rejeita a hipótese de independência ao nível de significância de 1% para todos estes pares.

Tabela 4.21: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de máximos, vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Pares	Modelo	Primeira Marginal			Segunda Marginal			Dependência
		$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1$	$\hat{\xi}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2$	$\hat{\xi}_2$	$r$
P1	L	0,7066 (0,0031)	0,0503 (0,0021)	-0,1765* (0,0306)	1,2168 (0,0052)	0,0816 (0,0037)	-0,0393 (0,0394)	0,6812 (0,0358)
	NL	0,7063 (0,0032)	0,0503 (0,0021)	-0,1698* (0,0305)	1,2166 (0,0052)	0,0812 (0,0036)	-0,0379 (0,0388)	0,7434 (0,0799)
	I	0,7069 (0,0032)	0,0504 (0,0022)	-0,2036 (0,0298)	1,2182 (0,0052)	0,0812 (0,0037)	-0,0843 (0,0396)	-
P2	L	1,2180 (0,0052)	0,0815 (0,0037)	-0,0693 (0,0393)	1,0487 (0,0074)	0,1158 (0,0053)	-0,0643 (0,0384)	0,8221 (0,0379)
	NL	1,2178 (0,0052)	0,0813 (0,0037)	-0,0700 (0,0382)	1,0488 (0,0075)	0,1159 (0,0053)	-0,0641 (0,0378)	0,4638 (0,0638)
	I	1,2182 (0,0052)	0,0812 (0,0037)	-0,0843 (0,0396)	1,0499 (0,0075)	0,1160 (0,0053)	-0,0848 (0,0389)	-
P3	L	1,0480 (0,0074)	0,1151 (0,0052)	-0,0557 (0,0380)	0,9109 (0,0082)	0,12810 (0,0059)	-0,0012 (0,0413)	0,7371 (0,0373)
	NL	1,0487 (0,0074)	0,1157 (0,0052)	-0,0557 (0,0375)	0,9104 (0,0082)	0,1275 (0,0059)	-0,0037 (0,0407)	0,6108 (0,0729)
	I	1,0499 (0,0075)	0,1160 (0,0053)	-0,0848 (0,0389)	0,9121 (0,0083)	0,1279 (0,0060)	-0,0344 (0,0421)	-
P4	L	0,9137 (0,0084)	0,1293 (0,0061)	-0,0387 (0,0426)	0,9337 (0,0064)	0,0986 (0,0046)	0,0216 (0,0389)	0,9993 (0,0000)
	NL	0,9119 (0,0082)	0,1277 (0,0059)	-0,0339 (0,0422)	0,9331 (0,0064)	0,0996 (0,0047)	0,0306 (0,0406)	0,0551 (0,3935)
	I	0,9121 (0,0083)	0,1279 (0,0060)	-0,0344 (0,0421)	0,9332 (0,0064)	0,0997 (0,0047)	0,0309 (0,0407)	-
P5	L	0,9366 (0,0065)	0,1019 (0,0048)	0,0411 (0,0433)	0,9837 (0,0036)	0,0574 (0,0027)	-0,1549* (0,0363)	0,99911 (0,0000)
	NL	0,9331 (0,0064)	0,0996 (0,0047)	0,0307 (0,0406)	0,9830 (0,0035)	0,0557 (0,0024)	-0,1519* (0,0339)	0,0651 (0,3230)
	I	0,9332 (0,0064)	0,0997 (0,0047)	0,0309 (0,0407)	0,9829 (0,0035)	0,0556 (0,0024)	-0,1474* (0,0336)	-
P6	L	0,9838 (0,0034)	0,0549 (0,0023)	-0,1889* (0,0259)	1,0690 (0,0020)	0,0325 (0,0015)	-0,2082* (0,0308)	0,9994 (0,0000)
	NL	0,9830 (0,0035)	0,0557 (0,0024)	-0,1519* (0,0339)	1,0690 (0,0020)	0,0316 (0,0014)	-0,1824* (0,0339)	0,0516 (0,0000)
	I	0,9829 (0,0035)	0,0556 (0,0024)	-0,1474* (0,0336)	1,0688 (0,0020)	0,0314 (0,0014)	-0,1813* (0,0355)	-

- Significativamente diferente de zero (5%)

- MÍNIMOS ADIMENSIONALIZADOS PARA A VAZÃO DE 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 6,42$ )

Para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> os parâmetros de dependência indicam uma possível dependência para os pares P2<sub>mi</sub>, P3<sub>mi</sub> e P4<sub>mi</sub> (Tabela 4.22). Ao contrário do que se observa para a série de máximos da mesma vazão, o teste aplicado anteriormente (seção 4.2.3) rejeita a hipótese de independência ao nível de 1% para os pares P2<sub>mi</sub> e P4<sub>mi</sub>. Devido aos problemas

já relatados anteriormente nas seções 4.2.1 e 4.2.3, não foi possível estimar o parâmetro de dependência para os pares P5<sub>mi</sub> e P6<sub>mi</sub>.

Tabela 4.22: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de mínimos, vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Pares	Modelo	Primeira Marginal			Segunda Marginal			Dependência
		$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1$	$\hat{\xi}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2$	$\hat{\xi}_2$	$r$
P1	L	0,5119 (0,0036)	0,0566 (0,0026)	0,0071 (0,0336)	0,7849 (0,0028)	0,0449 (0,0019)	-0,0179 (0,0273)	0,9914 (0,0215)
	NL	0,5119 (0,0036)	0,0565 (0,0026)	0,0041 (0,0338)	0,7849 (0,0028)	0,0449 (0,0019)	-0,0158 (0,0273)	0,1344 (0,0885)
	I	0,5119 (0,0036)	0,0565 (0,0027)	0,0067 (0,0336)	0,7850 (0,0028)	0,0450 (0,0020)	-0,0165 (0,0276)	-
P2	L	0,7849 (0,0028)	0,0449 (0,0019)	-0,0147 (0,0276)	0,8531 (0,0032)	0,0513 (0,0022)	-0,1457* (0,0315)	0,9474 (0,0349)
	NL	0,7850 (0,0028)	0,0450 (0,0019)	-0,0117 (0,0272)	0,8533 (0,0032)	0,0512 (0,0022)	-0,1442* (0,0309)	0,2547 (0,0634)
	I	0,7850 (0,0028)	0,0450 (0,0020)	-0,0165 (0,0276)	0,8532 (0,0032)	0,0512 (0,0022)	-0,1467* (0,0316)	-
P3	L	0,8532 (0,0032)	0,0513 (0,0022)	-0,1452* (0,0319)	0,9041 (0,0025)	0,0398 (0,0017)	-0,0826* (0,0325)	0,9799 (0,0376)
	NL	0,8532 (0,0032)	0,0512 (0,0022)	-0,1467* (0,0317)	0,9040 (0,0025)	0,0399 (0,0017)	-0,0842* (0,0324)	0,0595 (0,4772)
	I	0,8532 (0,0032)	0,0512 (0,0022)	-0,1467* (0,0316)	0,9040 (0,0025)	0,0398 (0,0017)	-0,0843* (0,0324)	-
P4	L	0,9040 (0,0025)	0,0399 (0,0017)	-0,0818* (0,0327)	1,0188 (0,0018)	0,0274 (0,0013)	0,0160 (0,0406)	0,9720 (0,0376)
	NL	0,9040 (0,0025)	0,0399 (0,0017)	-0,0834* (0,0335)	1,0188 (0,0018)	0,0274 (0,0013)	0,0150 (0,0426)	0,1427 (0,3199)
	I	0,9040 (0,0025)	0,0398 (0,0017)	-0,0843* (0,0324)	1,0188 (0,0018)	0,0274 (0,0013)	0,0142 (0,0405)	-
P5	L	1,0188 (-)	0,0274 (-)	0,0136 (-)	1,0486 (-)	0,0060 (-)	-0,0416 (-)	-
	NL	1,0188 (-)	0,0274 (-)	0,0136 (-)	1,0486 (-)	0,0060 (-)	-0,0416 (-)	-
	I	1,0188 (0,0018)	0,0274 (0,0013)	0,0142 (0,0405)	1,0487 (0,0004)	0,0060 (0,0002)	-0,0351 (0,0237)	-
P6	L	1,0486 (-)	0,0060 (-)	-0,0416 (-)	1,0616 (-)	0,0059 (-)	-0,2906 (-)	-
	NL	1,0486 (-)	0,0060 (-)	-0,0416 (-)	1,0616 (-)	0,0059 (-)	-0,2906 (-)	-
	I	1,0487 (0,0004)	0,0060 (0,0002)	-0,0351 (0,0237)	1,0621 (-)	0,0059 (-)	-0,2699 (-)	-

- Significativamente diferente de zero (5%)

- MÍNIMOS ADIMENSIONALIZADOS PARA A VAZÃO DE 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 4,98$ )

Para a vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, os parâmetros de dependência indicam uma possível dependência para os pares P1<sub>mi</sub>, P2<sub>mi</sub> e P3<sub>mi</sub>, onde nas séries de máximos identificamos dependência a partir do par P2<sub>mi</sub> (Tabela 4.23). O teste aplicado anteriormente (seção 4.2.3) rejeita a hipótese de independência ao nível de significância de 1% para todos estes pares.

Tabela 4.23: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de mínimos, vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Pares	Modelo	Primeira Marginal			Segunda Marginal			Dependência
		$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1$	$\hat{\xi}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2$	$\hat{\xi}_2$	$r$
P1	L	0,4994 (0,0032)	0,0503 (0,0022)	-0,1865* (0,0363)	0,7849 (0,0038)	0,0602 (0,0027)	-0,0982* (0,0358)	0,9550 (0,0326)
	NL	0,4994 (0,0032)	0,0503 (0,0022)	-0,1885* (0,0364)	0,7849 (0,0038)	0,0602 (0,0027)	-0,0976* (0,0354)	0,2582 (0,0585)
	I	0,4994 (0,0032)	0,0502 (0,0022)	-0,1875* (0,0365)	0,7849 (0,0038)	0,0601 (0,0027)	-0,0987* (0,0359)	-
P2	L	0,7847 (0,0039)	0,0605 (0,0027)	-0,0898* (0,0367)	0,7135 (0,0053)	0,0817 (0,0037)	-0,0712 (0,0397)	0,9089 (0,0398)
	NL	0,7849 (0,0038)	0,0603 (0,0027)	-0,0894* (0,0358)	0,7135 (0,0053)	0,0818 (0,0037)	-0,0663 (0,0395)	0,3293 (0,0641)
	I	0,7849 (0,0038)	0,0601 (0,0027)	-0,0987* (0,0359)	0,7128 (0,0053)	0,0820 (0,0037)	-0,0847* (0,0390)	-
P3	L	0,7128 (0,0053)	0,0820 (0,0037)	-0,0751 (0,0398)	0,6814 (0,0051)	0,0782 (0,0036)	-0,0715 (0,0414)	0,9262 (0,0404)
	NL	0,7129 (0,0053)	0,0819 (0,0037)	-0,0755 (0,0393)	0,6813 (0,0051)	0,0783 (0,0034)	-0,0719 (0,0414)	0,2757 (0,0719)
	I	0,7128 (0,0053)	0,0820 (0,0037)	-0,0847* (0,0390)	0,6811 (0,0051)	0,0783 (0,0036)	-0,0831 (0,0408)	-
P4	L	0,6826 (0,0049)	0,0758 (0,0033)	-0,0750 (0,0390)	0,7842 (0,0042)	0,0654 (0,0027)	-0,1131* (0,0315)	0,9995 (0,0000)
	NL	0,6810 (0,0051)	0,0783 (0,0036)	-0,0833 (0,0408)	0,7836 (0,0042)	0,0667 (0,0029)	-0,1339* (0,0297)	0,0689 (0,3481)
	I	0,6811 (0,0051)	0,0783 (0,0036)	-0,0831 (0,0408)	0,7836 (0,0042)	0,0666 (0,0029)	-0,1338* (0,0297)	-
P5	L	0,7803 (0,0042)	0,0668 (0,0028)	-0,1502* (0,0271)	1,0055 (0,0025)	0,0382 (0,0016)	-0,0021 (0,0285)	0,9991 (0,0000)
	NL	0,7836 (0,0042)	0,0667 (0,0029)	-0,1338* (0,0297)	1,0065 (0,0025)	0,0400 (0,0018)	0,0131 (0,0336)	0,0552 (0,2449)
	I	0,7836 (0,0042)	0,0666 (0,0029)	-0,1338* (0,0297)	1,0624 (0,0011)	0,0173 (0,0008)	-0,0768 (0,0420)	-
P6	L	1,0057 (0,0025)	0,0399 (0,0018)	-0,0039 (0,0305)	1,0592 (0,0011)	0,0173 (0,0008)	-0,0852 (0,0400)	0,9995 (0,0000)
	NL	1,0065 (0,0025)	0,0400 (0,0018)	0,0130 (0,0336)	1,0593 (0,0011)	0,0174 (0,0008)	-0,0728 (0,0426)	0,0597 (0,4496)
	I	1,0624 (0,0011)	0,0173 (0,0008)	-0,0768 (0,0420)	(-)	(-)	(-)	-

\* Significativamente diferente de zero (5%)

- MÍNIMOS ADIMENSIONALIZADOS PARA A VAZÃO DE 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 4,32$ )

Para a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, os parâmetros de dependência indicam uma possível dependência para os pares P1<sub>mi</sub>, P2<sub>mi</sub> e P3<sub>mi</sub>, em concordância ao que foi observado para as séries de máximos da mesma vazão (Tabela 4.24). O teste aplicado anteriormente (seção 4.2.3) rejeita a hipótese de independência ao nível de significância de 1% para todos estes pares.

Tabela 4.24: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de mínimos, vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Pares	Modelo	Primeira Marginal			Segunda Marginal			Dependência
		$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1$	$\hat{\xi}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2$	$\hat{\xi}_2$	
P1	L	0,4863 (0,0025)	0,03937 (0,0017)	-0,1410* (0,0338)	0,7682 (0,0039)	0,0592 (0,0027)	-0,0469 (0,0448)	0,77530 (0,0390)
	NL	0,4865 (0,0025)	0,0393 (0,0017)	-0,1366* (0,0330)	0,7684 (0,0038)	0,0589 (0,0027)	-0,0444 (0,0434)	0,5574 (0,0708)
	I	0,4861 (0,0025)	0,0393 (0,0017)	-0,1727* (0,0320)	0,7676 (0,0038)	0,0590 (0,0027)	-0,0902 (0,0411)	-
P2	L	0,7679 (0,0038)	0,0589 (0,0027)	-0,0635 (0,0424)	0,5028 (0,0068)	0,1059 (0,0047)	-0,0674 (0,0409)	0,8063 (0,0382)
	NL	0,7682 (0,0038)	0,0588 (0,0027)	-0,0577 (0,0418)	0,5028 (0,0068)	0,1058 (0,0047)	-0,0667 (0,0406)	0,5018 (0,0658)
	I	0,7676 (0,0038)	0,0590 (0,0027)	-0,0902 (0,0411)	0,5016 (0,0068)	0,1060 (0,0048)	-0,1005 (0,0410)	-
P3	L	0,5014 (0,0068)	0,1063 (0,0048)	-0,0935* (0,0404)	0,3546 (0,0072)	0,1133 (0,0050)	-0,0918* (0,0352)	0,8380 (0,0375)
	NL	0,5017 (0,0068)	0,1059 (0,0048)	-0,0915* (0,0402)	0,3544 (0,0073)	0,1137 (0,0050)	-0,0909* (0,0354)	0,4336 (0,0618)
	I	0,5016 (0,0068)	0,1060 (0,0048)	-0,1005* (0,0410)	0,3538 (0,0073)	0,1139 (0,0051)	-0,1041* (0,0363)	-
P4	L	0,3539 (0,0073)	0,1138 (0,0051)	-0,1041* (0,0359)	0,5961 (0,0056)	0,0871 (0,0039)	-0,1445* (0,0379)	0,9685 (0,0302)
	NL	0,3538 (0,0073)	0,1139 (0,0051)	-0,1052* (0,0359)	0,5962 (0,0056)	0,0870 (0,0039)	-0,1459* (0,0379)	0,2189 (0,0638)
	I	0,3538 (0,0073)	0,1139 (0,0051)	-0,1041* (0,0363)	0,5962 (0,0056)	0,0870 (0,0039)	-0,1440* (0,0382)	-
P5	L	0,5924 (0,0056)	0,0884 (0,0040)	-0,1778* (0,0355)	0,8933 (0,0038)	0,0597 (0,0028)	-0,0712* (0,0247)	0,9990 (0,0000)
	NL	0,5962 (0,0056)	0,0870 (0,0039)	-0,1441* (0,0382)	0,8885 (0,0038)	0,0596 (0,0026)	-0,0505 (0,0304)	0,0590 (0,2658)
	I	0,5962 (0,0056)	0,0870 (0,0039)	-0,1440* (0,0382)	0,8885 (0,0038)	0,0597 (0,0026)	-0,0509 (0,0303)	-
P6	L	0,8836 (0,0039)	0,0614 (0,0028)	-0,0691* (0,0276)	1,0002 (0,0021)	0,0335 (0,0014)	-0,0386 (0,0251)	0,9999 (0,0000)
	NL	0,8885 (0,0038)	0,0596 (0,0026)	-0,0505 (0,0304)	0,9999 (0,0022)	0,0348 (0,0015)	-0,0375 (0,0275)	0,0545 (0,3617)
	I	0,8885 (0,0038)	0,0597 (0,0026)	-0,0509 (0,0303)	0,9999 (0,0022)	0,0345 (0,0015)	-0,0354 (0,0277)	-

\* Significativamente diferente de zero (5%)

- MÍNIMOS ADIMENSIONALIZADOS PARA A VAZÃO DE 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 3,88$ )

Para a vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, igualmente a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> e às séries de máximos, os parâmetros de dependência indicam uma possível dependência para os pares P1<sub>mi</sub>, P2<sub>mi</sub> e P3<sub>mi</sub> (Tabela 4.25). O teste aplicado anteriormente (seção 4.2.3) rejeita a hipótese de independência ao nível de significância de 1% para todos estes pares.

Tabela 4.25: Parâmetros estimados para as marginais através da GEV e parâmetro de dependência para os modelos Logístico (L) e Negativo Logístico (NL) e estimativa individual (I) para as séries de mínimos, vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

Pares	Modelo	Primeira Marginal			Segunda Marginal			Dependência
		$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1$	$\hat{\xi}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\sigma}_2$	$\hat{\xi}_2$	
P1	L	0,5025 (0,0025)	0,0397 (0,0018)	-0,2489* (0,0403)	0,8055 (0,0040)	0,0639 (0,0028)	-0,0909* (0,0281)	0,8004 (0,0367)
	NL	0,5026 (0,0025)	0,0396 (0,0018)	-0,2485* (0,0401)	0,8057 (0,0040)	0,0639 (0,0028)	-0,0829* (0,0279)	0,5145 (0,0642)
	I	0,5027 (0,0025)	0,0394 (0,0018)	-0,2583* (0,0411)	0,8049 (0,0040)	0,0643 (0,0028)	-0,1006* (0,0286)	-
P2	L	0,8054 (0,0040)	0,0643 (0,0028)	-0,0828* (0,0295)	0,4459 (0,0073)	0,1133 (0,0052)	0,0038 (0,0406)	0,7871 (0,0384)
	NL	0,8054 (0,0040)	0,0642 (0,0028)	-0,0821* (0,0285)	0,4459 (0,0073)	0,1132 (0,0053)	0,0026 (0,0396)	0,5223 (0,0679)
	I	0,8049 (0,0040)	0,0643 (0,0028)	-0,1006* (0,0286)	0,4462 (0,0073)	0,1129 (0,0053)	-0,0079 (0,0406)	-
P3	L	0,4463 (0,0073)	0,1133 (0,0053)	0,0067 (0,0414)	0,2009 (0,0083)	0,1312 (0,0058)	-0,1971* (0,0353)	0,9133 (0,0411)
	NL	0,4465 (0,0073)	0,1130 (0,0052)	0,0047 (0,0413)	0,2009 (0,0084)	0,1315 (0,0058)	-0,1940* (0,0354)	0,2984 (0,0712)
	I	0,4462 (0,0073)	0,1129 (0,0053)	-0,0079 (0,0406)	0,2005 (0,0084)	0,1315 (0,0058)	-0,2063* (0,0349)	-
P4	L	0,1809 (0,0081)	0,1194 (0,0043)	-0,1890* (0,0312)	0,5462 (0,0056)	0,0840 (0,0031)	-0,1149* (0,0297)	0,9995 (0,0000)
	NL	0,2005 (0,0083)	0,1315 (0,0058)	-0,2061* (0,0348)	0,5474 (0,0059)	0,0936 (0,0041)	-0,1394* (0,0340)	0,0607 (0,2984)
	I	0,2005 (0,0084)	0,1315 (0,0058)	-0,2063* (0,0349)	0,5474 (0,0060)	0,0936 (0,0041)	-0,1394* (0,0341)	-
P5	L	0,5447 (0,0059)	0,0929 (0,0040)	-0,1480* (0,0319)	0,8512 (0,0042)	0,0670 (0,0030)	-0,1401* (0,0314)	0,9993 (0,0000)
	NL	0,5474 (0,0059)	0,0936 (0,0041)	-0,1394* (0,0341)	0,8501 (0,0042)	0,0663 (0,0029)	-0,1225* (0,0330)	0,0658 (0,3019)
	I	0,5474 (0,0060)	0,0936 (0,0041)	-0,1394* (0,0341)	0,8502 (0,0042)	0,0660 (0,0029)	-0,1193* (0,0335)	-
P6	L	0,8493 (0,0040)	0,0636 (0,0026)	-0,1302* (0,0289)	1,0033 (0,0022)	0,0344 (0,0014)	-0,0207 (0,0257)	0,9991 (0,0000)
	NL	0,8501 (0,0042)	0,0663 (0,0029)	-0,1224* (0,0331)	1,0047 (0,0022)	0,0348 (0,0015)	-0,0208 (0,0262)	0,0504 (0,0000)
	I	0,8502 (0,0042)	0,0660 (0,0029)	-0,1193* (0,0335)	1,0046 (0,0022)	0,0344 (0,0015)	-0,0181 (0,0264)	-

\* Significativamente diferente de zero (5%)

De um modo geral, para máximos e mínimos, o parâmetro de forma ( $\xi$ ) apresenta-se negativo ou muito próximo à zero caracterizando distribuições com caudas leves. Cerezer (2008) em seu estudo aplica o teste da razão de verossimilhança, ao nível de significância de 5% para avaliar se as estimativas de  $\xi$  são significativamente diferentes de zero. Para a grande maioria rejeitou-se a hipótese de que  $\xi$  é diferente de zero. Nestes casos a distribuição marginal das séries é considerada como sendo Gumbel, de acordo com a definição apresentada na seção 2.7.1.

#### 4.2.6 CÁLCULO DAS PROBABILIDADES

Após o ajuste das distribuições conjuntas, realizaram-se as estimativas de valores de pressão para as probabilidades 1%, 5%, 10%, 80%, 90%, 95 e 99% utilizando as distribuições marginais e em seguida o cálculo da probabilidade conjunta destes eventos. Estas estimativas são comparadas com as estimativas realizadas por Cerezer (2008) através da GEV com estimativa individual dos parâmetros, com as estimativas obtidas através do modelo sugerido por Wiest (2008) e com os valores medidos de pressão considerando o conjunto de dados completo. Apresenta-se também o erro de estimativa em relação aos valores medidos de pressão.

Cabe ressaltar que Wiest (2008) utilizou as séries de pressões da UHE de Porto Colômbia considerando uma frequência de 50 Hz. Quando se compara os valores medidos das séries originais de 100 Hz com as séries de 50Hz percebe-se que a diferença, para as probabilidades consideradas, ocorre geralmente na segunda casa decimal. Por este motivo, e por ter-se considerado a série de 100 Hz para realizar o ajuste da distribuição conjunta, utiliza-se os valores medidos desta para calcular os erros de estimativa.

Para não sobrecarregar o capítulo apresentam-se a seguir apenas as estimativas correspondentes a vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , e para as vazões de 1000 a  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  as tabelas com as respectivas estimativas encontram-se no anexo D. Nas Tabelas de 4.26 a 4.32 apresentam-se as estimativas para as respectivas probabilidades, utilizando a seguinte legenda:

- $P_{1\%G}$  = valor de pressão para marginal 1;
- $P_{2\%G}$  = valor de pressão para marginal 2;
- $p^*$  = probabilidade conjunta;
- $\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$  = erro em relação ao valor medido para a primeira marginal;



$$- \frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}} = \text{erro em relação ao valor medido para a segunda marginal};$$

-  $\Delta = |P_{i\%M} - P_{i\%G}| = \text{módulo da diferença entre o valor medido e o valor estimado para } i=1,2.$

O erro médio ( $\Sigma$ ), que é a média das diferenças entre medido e estimado ( $\Delta$ ) para cada modelo, é analisado também em relação à energia de entrada do ressalto que é dada por  $E_1 = V_1^2/2g$ , onde  $V_1$  é a velocidade de entrada (Tabela 3.1) e  $g$  é a aceleração da gravidade. Esta relação é dada por  $\Sigma/E_1 = \Sigma 2g/V_1^2$ .

- VAZÃO 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $Fr = 3,88$ )

Para a vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> através da análise de correlação e dos testes de dependência aplicados anteriormente conclui-se que para as séries de máximos e mínimos devemos considerar dependência para os pares  $P1_{ma/mi}$ ,  $P2_{ma/mi}$  e  $P3_{ma/mi}$ . Quando se estima os valores de pressão, através das distribuições marginais seguido do cálculo da probabilidade conjunta de ocorrência destes eventos, a dependência se torna evidente para todas as probabilidades consideradas para estes pares.

Quanto às estimativas e o erro relativo aos valores de pressões observadas percebemos que, para as probabilidades de 1% a 10% as estimativas através da GEV apresentam pressões próximas as observadas, atingindo sua maior variação para o par  $P4_{ma}$  e o mesmo ocorre para as probabilidades de 80% a 99%. Os valores de pressão obtidas pela GEV na estimativa individual das marginais com as estimativas conjuntas (parâmetros das marginais e parâmetro de dependência) apresentam-se muito próximas.

Em geral quando comparamos as estimativas da GEV com o modelo apresentado por Wiest (2008), a GEV apresenta estimativas com menor variação em relação aos valores medidos para as probabilidades de 1% a 10%.

Considerando o erro médio ( $\Sigma$ ), os modelos L e NL apresentarem mesmo desempenho (7,8%) em relação à energia de entrada, com nenhuma diferença em relação ao modelo I que também apresenta variação de 7,8%. O modelo W apresentou erro médio de 1,6 m o que representa 4,8% de  $E$ . Em relação às tomadas do trecho curvo o erro médio de L, LN e I apresentam a mesma variação (7,8%), enquanto que W aumenta para 7%. A energia de entrada da vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> é de 16,47 m.

Tabela 4.26: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **1%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	5,40	7,83	5,79	7,95	$0,03 \times 10^{-2}$	<b>0,0674</b>	<b>0,0151</b>
	NL	5,40	7,83			$0,03 \times 10^{-2}$	<b>0,0674</b>	<b>0,0151</b>
	I	5,40	7,81			-	<b>0,0674</b>	0,0176
	W	3,25	7,30			-	0,4387	0,0818
P2	L	7,83	4,01	7,95	4,19	$0,04 \times 10^{-2}$	<b>0,0151</b>	<b>0,0430</b>
	NL	7,83	4,01			$0,03 \times 10^{-2}$	<b>0,0151</b>	<b>0,0430</b>
	I	7,81	4,01			-	0,0176	<b>0,0430</b>
	W	7,30	5,49			-	0,0818	-0,3103
P3	L	4,02	1,28	4,19	2,60	$0,02 \times 10^{-2}$	<b>0,0406</b>	0,5077
	NL	4,02	1,28			$0,02 \times 10^{-2}$	<b>0,0406</b>	0,5077
	I	4,01	1,25			-	0,0430	0,5192
	W	5,49	3,47			-	-0,3103	<b>-0,3346</b>
P4	L	1,30	5,2	2,60	5,53	$0,01 \times 10^{-2}$	0,5000	<b>0,0597</b>
	NL	1,26	5,04			$0,01 \times 10^{-2}$	0,5154	0,0886
	I	1,25	5,04			-	0,5192	0,0886
	W	3,47	4,44			-	<b>-0,3346</b>	0,1971
P5	L	5,01	8,15	5,53	8,22	$0,01 \times 10^{-2}$	0,0940	0,0085
	NL	5,04	8,17			$0,01 \times 10^{-2}$	<b>0,0886</b>	<b>0,0061</b>
	I	5,04	8,17			-	<b>0,0886</b>	<b>0,0061</b>
	W	4,44	8,30			-	0,1971	-0,0097
P6	L	8,19	10,05	8,22	9,82	$0,01 \times 10^{-2}$	<b>0,0036</b>	<b>-0,0234</b>
	NL	8,17	10,06			$0,01 \times 10^{-2}$	0,0061	-0,0244
	I	8,17	10,07			-	0,0061	-0,0255
	W	8,30	10,39			-	-0,0097	-0,0580

Tabela 4.27: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (toda a série).

Pares	Modelo	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	p <sup>*</sup>	$\frac{P_{1%M} - P_{1%G}}{P_{1%M}}$	$\frac{P_{2%M} - P_{2%G}}{P_{2%M}}$
P1	L	5,61	8,1	6,13	8,71	0,54x10 <sup>-2</sup>	<b>0,0848</b>	0,0700
	NL	5,61	8,11			0,54x10 <sup>-2</sup>	<b>0,0848</b>	0,0689
	I	5,61	8,09			-	<b>0,0848</b>	0,0712
	W	4,55	8,72			-	0,2577	<b>-0,0011</b>
P2	L	8,1	4,44	8,71	5,47	0,57x10 <sup>-2</sup>	0,0700	0,1883
	NL	8,1	4,44			0,55x10 <sup>-2</sup>	0,0700	0,1883
	I	8,09	4,45			-	0,0712	<b>0,1865</b>
	W	8,72	7,11			-	<b>-0,0011</b>	-0,2998
P3	L	4,45	1,93	5,47	3,85	0,35x10 <sup>-2</sup>	<b>0,1865</b>	0,4987
	NL	4,45	1,93			0,34x10 <sup>-2</sup>	<b>0,1865</b>	0,4987
	I	4,45	1,91			-	<b>0,1865</b>	0,5039
	W	7,11	5,04			-	-0,2998	<b>-0,3091</b>
P4	L	1,89	5,57	3,85	6,41	0,25x10 <sup>-2</sup>	0,5091	0,1310
	NL	1,92	5,47			0,25x10 <sup>-2</sup>	0,5013	0,1466
	I	1,91	5,47			-	0,5039	0,1466
	W	5,04	5,97			-	<b>-0,3091</b>	<b>0,0686</b>
P5	L	5,45	8,46	6,41	8,76	0,25x10 <sup>-2</sup>	0,1498	0,0342
	NL	5,47	8,46			0,25x10 <sup>-2</sup>	0,1466	0,0342
	I	5,47	8,47			-	0,1466	0,0331
	W	5,97	8,91			-	<b>0,0686</b>	<b>-0,0171</b>
P6	L	8,48	10,19	8,76	10,17	0,25x10 <sup>-2</sup>	0,0320	<b>-0,0020</b>
	NL	8,46	10,19			0,25x10 <sup>-2</sup>	0,0342	<b>-0,0020</b>
	I	8,47	10,20			-	0,0331	-0,0029
	W	8,91	10,70			-	<b>-0,0171</b>	-0,0521

Tabela 4.28: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **10%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	5,73	8,27	6,31	9,07	0,018	<b>0,0919</b>	0,0882
	NL	5,73	8,27			0,018	<b>0,0919</b>	0,0882
	I	5,73	8,26			-	<b>0,0919</b>	0,0893
	W	5,31	9,55			-	0,1585	<b>-0,0529</b>
P2	L	8,26	4,71	9,07	6,11	0,019	0,0893	<b>0,2291</b>
	NL	8,27	4,71			0,018	0,0882	<b>0,2291</b>
	I	8,26	4,71			-	0,0893	<b>0,2291</b>
	W	9,55	8,06			-	<b>-0,0529</b>	-0,3191
P3	L	4,71	2,3	6,11	4,49	0,013	0,2291	0,4878
	NL	4,72	2,3			0,013	<b>0,2275</b>	0,4878
	I	4,71	2,29			-	0,2291	0,4900
	W	8,06	5,95			-	-0,3191	<b>-0,3252</b>
P4	L	2,22	5,79	4,49	6,85	0,010	0,5056	0,1547
	NL	2,29	5,72			0,010	0,4900	0,1650
	I	2,29	5,72			-	0,4900	0,1650
	W	5,95	6,86			-	<b>-0,3252</b>	<b>-0,0015</b>
P5	L	5,7	8,64	6,85	9,01	0,010	0,1679	0,0411
	NL	5,72	8,64			0,010	0,1650	0,0411
	I	5,72	8,64			-	0,1650	0,0411
	W	6,86	9,27			-	<b>-0,0015</b>	<b>-0,0289</b>
P6	L	8,65	10,27	9,01	10,35	0,010	0,0400	0,0077
	NL	8,64	10,28			0,010	0,0411	<b>0,0068</b>
	I	8,64	10,28			-	0,0411	<b>0,0068</b>
	W	9,27	10,88			-	<b>-0,0289</b>	-0,0512

Tabela 4.29: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **80%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	p <sup>*</sup>	$\frac{P_{1%M} - P_{1%G}}{P_{1%M}}$	$\frac{P_{2%M} - P_{2%G}}{P_{2%M}}$
P1	L	8,47	13,49	7,44	11,37	0,70	-0,1384	-0,1865
	NL	8,46	13,48			0,70	-0,1371	-0,1856
	I	8,46	13,47			-	-0,1371	-0,1847
	W	7,51	11,94			-	<b>-0,0094</b>	<b>-0,0501</b>
P2	L	13,48	12,41	11,37	9,77	0,67	-0,1856	-0,2702
	NL	13,47	12,41			0,67	-0,1847	-0,2702
	I	13,47	12,40			-	-0,1847	-0,2692
	W	11,94	10,80			-	<b>-0,0501</b>	<b>-0,1054</b>
P3	L	12,40	11,41	9,77	8,43	0,69	-0,2692	-0,3535
	NL	12,42	11,40			0,69	-0,2712	-0,3523
	I	12,40	11,39			-	-0,2692	-0,3511
	W	10,80	8,58			-	<b>-0,1054</b>	<b>-0,0178</b>
P4	L	11,41	11,25	8,43	9,12	0,64	-0,3535	-0,2336
	NL	11,38	11,26			0,64	-0,3499	-0,2346
	I	11,39	11,26			-	-0,3511	-0,2346
	W	8,58	9,45			-	<b>-0,0178</b>	<b>-0,0362</b>
P5	L	11,34	11,04	9,12	10,28	0,64	-0,2434	-0,0739
	NL	11,26	11,01			0,64	-0,2346	-0,0710
	I	11,26	11,01			-	-0,2346	-0,0710
	W	9,45	10,30			-	<b>-0,0362</b>	<b>-0,0019</b>
P6	L	10,99	11,49	10,28	11,10	0,64	-0,0691	-0,0351
	NL	11,01	11,48			0,64	-0,0710	-0,0342
	I	11,01	11,48			-	-0,0710	-0,0342
	W	10,30	11,41			-	<b>-0,0019</b>	<b>-0,0279</b>

Tabela 4.30: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **90%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	p <sup>*</sup>	$\frac{P_{1%M} - P_{1%G}}{P_{1%M}}$	$\frac{P_{2%M} - P_{2%G}}{P_{2%M}}$
P1	L	8,71	13,99	7,72	11,96	0,84	-0,1282	-0,1697
	NL	8,72	13,99			0,84	-0,1295	-0,1697
	I	8,69	13,93			-	-0,1256	-0,1647
	W	8,22	12,72			-	<b>-0,0648</b>	<b>-0,0635</b>
P2	L	13,96	13,09	11,96	10,62	0,84	-0,1672	-0,2326
	NL	13,95	13,1			0,84	-0,1664	-0,2335
	I	13,93	13,07			-	-0,1647	-0,2307
	W	12,72	11,69			-	<b>-0,0635</b>	<b>-0,1008</b>
P3	L	13,09	12,27	10,62	8,50	0,84	-0,2326	-0,4435
	NL	13,12	12,25			0,84	-0,2354	-0,4412
	I	13,07	12,24			-	-0,2307	-0,4400
	W	11,69	9,44			-	<b>-0,1008</b>	<b>-0,1106</b>
P4	L	12,21	11,93	9,31	9,66	0,81	-0,3115	-0,2350
	NL	12,18	11,97			0,81	-0,3083	-0,2391
	I	12,24	11,94			-	-0,3147	-0,2360
	W	9,44	10,29			-	<b>-0,0140</b>	<b>-0,0652</b>
P5	L	12,08	11,32	9,66	10,56	0,81	-0,2505	-0,0720
	NL	11,97	11,29			0,81	-0,2391	-0,0691
	I	11,94	11,30			-	-0,2360	-0,0701
	W	10,29	10,63			-	<b>-0,0652</b>	<b>-0,0066</b>
P6	L	11,25	11,63	10,56	11,25	0,81	-0,0653	-0,0338
	NL	11,29	11,63			0,81	-0,0691	-0,0338
	I	11,30	11,63			-	-0,0701	-0,0338
	W	10,63	11,58			-	<b>-0,0066</b>	<b>-0,0293</b>

Tabela 4.31: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **95%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	p <sup>*</sup>	$\frac{P_{1%M} - P_{1%G}}{P_{1%M}}$	$\frac{P_{2%M} - P_{2%G}}{P_{2%M}}$
P1	L	8,92	14,46	7,96	12,47	0,92	-0,1206	-0,1596
	NL	8,92	14,47			0,92	-0,1206	-0,1604
	I	8,88	14,35			-	<b>-0,1156</b>	-0,1508
	W	9,05	13,62			-	-0,1369	<b>-0,0922</b>
P2	L	14,38	13,71	12,47	11,37	0,91	-0,1532	-0,2058
	NL	14,38	13,73			0,92	-0,1532	-0,2076
	I	14,35	13,66			-	-0,1508	-0,2014
	W	13,62	12,73			-	<b>-0,0922</b>	<b>-0,1196</b>
P3	L	13,71	12,99	11,37	10,13	0,91	-0,2058	-0,2823
	NL	13,71	12,99			0,91	-0,2058	-0,2823
	I	13,66	13,05			-	-0,2014	-0,2883
	W	12,73	10,43			-	<b>-0,1196</b>	<b>-0,0296</b>
P4	L	12,96	12,61	10,13	10,2	0,92	-0,2794	-0,2363
	NL	13,76	13,06			0,92	-0,3583	-0,2804
	I	13,05	12,59			-	-0,2883	-0,2343
	W	10,43	11,26			-	<b>-0,0296</b>	<b>-0,1039</b>
P5	L	12,8	11,57	10,16	10,81	0,90	-0,2598	-0,0703
	NL	12,66	11,54			0,90	-0,2461	-0,0675
	I	12,59	11,54			-	-0,2392	-0,0675
	W	11,26	11,02			-	<b>-0,1083</b>	<b>-0,0194</b>
P6	L	11,46	11,75	10,81	11,39	0,90	-0,0601	<b>-0,0316</b>
	NL	11,53	11,76			0,90	-0,0666	-0,0325
	I	11,54	11,76			-	-0,0675	-0,0325
	W	11,02	11,77			-	<b>-0,0194</b>	-0,0334

Tabela 4.32: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **99%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	p <sup>*</sup>	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	9,29	15,49	8,49	13,66	0,98	-0,0942	-0,1340
	NL	9,31	15,49			0,98	-0,0966	-0,1340
	I	9,23	15,78			-	<b>-0,0872</b>	-0,1552
	W	10,57	15,28			-	-0,2450	<b>-0,1186</b>
P2	L	15,29	15,05	13,66	12,72	0,98	-0,1193	-0,1832
	NL	15,29	15,05			0,98	-0,1193	-0,1832
	I	15,78	14,89			-	-0,1552	-0,1706
	W	15,28	14,62			-	<b>-0,1186</b>	<b>-0,1494</b>
P3	L	15,09	14,94	12,72	11,62	0,98	-0,1863	-0,2857
	NL	15,12	14,89			0,98	-0,1887	-0,2814
	I	14,89	14,89			-	-0,1706	-0,2814
	W	14,62	12,26			-	<b>-0,1494</b>	<b>-0,0551</b>
P4	L	14,58	14,16	11,62	11,26	0,98	-0,2547	-0,2575
	NL	14,56	14,29			0,98	-0,2530	-0,2691
	I	14,89	14,05			-	-0,2814	-0,2478
	W	12,26	13,05			-	<b>-0,0551</b>	<b>-0,1590</b>
P5	L	14,53	12,03	11,26	11,29	0,98	-0,2904	-0,0655
	NL	14,29	11,99			0,98	-0,2691	-0,0620
	I	14,05	12,00			-	-0,2478	-0,0629
	W	13,05	11,73			-	<b>-0,1590</b>	<b>-0,0390</b>
P6	L	11,86	11,97	11,29	11,58	0,98	-0,0505	<b>-0,0337</b>
	NL	11,99	11,99			0,98	-0,0620	-0,0354
	I	12,00	11,99			-	-0,0629	-0,0354
	W	11,73	12,14			-	<b>-0,0390</b>	-0,0484



- VAZÃO  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  ( $F_r = 6,42$ )

Para a vazão de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  através da análise de correlação e dos testes de independência aplicados anteriormente (seção 4.2.3), conclui-se que para as séries de mínimos e máximos adimensionalizados deve-se rejeitar a hipótese de independência entre os pares  $P2_{\text{ma}/\text{mi}}$ ,  $P3_{\text{ma}/\text{mi}}$  e  $P4_{\text{ma}/\text{mi}}$ . Quando estima-se os valores de pressão, através das distribuições marginais seguido do cálculo da probabilidade conjunta de ocorrência destes eventos, a dependência se torna evidente para as probabilidades de 5%, 10% e 80%. É pertinente lembrar que para esta vazão os pares  $P2_{\text{ma}}$  e  $P4_{\text{ma}}$ , para as séries de máximos a hipótese de independência foi rejeitada ao nível de significância de 10%, o mesmo ocorre para o par  $P3_{\text{mi}}$ , para a as séries de mínimos.

Quanto às estimativas e o erro relativo aos valores de pressões observadas foi percebido que para as probabilidades de 1% a 10% as estimativas através da GEV apresentam pressões próximas as observadas apresentando sua maior variação em torno de 8%. Os valores de pressão obtidas pela GEV na estimativa individual das marginais com as estimativas conjuntas (parâmetros das marginais e parâmetro de dependência) apresentam-se muito próximas. Para as probabilidades de 80% a 99% a maior variação apresenta-se em torno de 30%, que ocorre apenas para o par  $P1_{\text{ma}}$  sendo inferior para os outros pares.

Quando foram comparadas as estimativas da GEV com o modelo W, apresentado por Wiest (dados não publicados), para a vazão de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  este apresenta em geral estimativas com maior variação.

Considerando o erro médio ( $\Sigma$ ), os modelos L e NL apresentarem mesmo desempenho (0,78m), apresentando pouca variação em relação a I (0,76m). O modelo W apresentou erro médio de 1,11m. As variações em relação à energia de entrada, que para a vazão de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  é de 14,18 m, são de 5,5% para L e LN, 5,4% para I e 7,9% para W. Se considerarmos apenas a três tomadas situadas na curva L e LN apresentam variação média em relação a energia de entrada de 7,8%, I apresenta 7,9% e W 10,2%. Para as tomadas do trecho plano L e LN apresentam variação média de 1,9%, I de 1,5% e W de 4,1%. É possível também verificar que a GEV produz erro menor para probabilidades extremas (1% e 99%).

- VAZÃO 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 4,98$ )

Para a vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> através da análise de correlação e dos testes de dependência aplicados anteriormente conclui-se que para as séries de máximos devemos rejeitar a hipótese de independência entre os pares P2<sub>ma</sub>, P3<sub>ma</sub> e P4<sub>ma</sub> e para as séries de mínimos os pares P1<sub>mi</sub>, P2<sub>mi</sub> e P3<sub>mi</sub>. Quando estima-se os valores de pressão, através das distribuições marginais seguido do cálculo da probabilidade conjunta de ocorrência destes eventos, a dependência se torna evidente para todas as probabilidades consideradas.

Quanto às estimativas e o erro relativo aos valores de pressões observadas percebemos que para as probabilidades de 1% a 10% as estimativas através da GEV apresentam pressões próximas as observadas apresentando sua maior variação em torno de 15%, ocorrendo em geral para o par P1<sub>mi</sub>. Para as probabilidades de 80% a 99% a maior variação apresenta-se em torno de 28%, que ocorre apenas para o par P1<sub>ma</sub>, sendo inferior para os outros pares. Os valores de pressão obtidas pela GEV na estimativa individual das marginais com as estimativas conjuntas (parâmetros das marginais e parâmetro de dependência) apresentam-se muito próximas.

Em geral quando comparamos as estimativas da GEV com o modelo apresentado por Wiest (2008), esta apresenta estimativas com menor variação para as probabilidades de 1% a 10%.

Considerando o erro médio ( $\Sigma$ ), os modelos L e NL apresentarem mesma variação média (1,17m), enquanto que o modelo I apresenta variação de 1,23 m. O modelo W apresentou erro médio de 1,09 m. As variações em relação à energia de entrada são de 7,6% para L e LN, 8,0 para I e 7,1% para W. Considerando apenas as tomadas localizadas no trecho curvo a variação média dos modelos L e LN é de 8%, I é de 7,8% e W de 9%. Para probabilidades extremas as estimativas da GEV produzem menor variação.

- VAZÃO 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 4,32$ )

Para a vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> através da análise de correlação e dos testes de dependência aplicados conclui-se que para as séries de máximos e mínimos devemos considerar dependência para os pares P1<sub>ma/mi</sub>, P2<sub>ma/mi</sub> e P3<sub>ma/mi</sub>. Quando se estima os valores de pressão, através das distribuições marginais seguido do cálculo da probabilidade conjunta, a dependência se torna evidente para todas as probabilidades consideradas para estes pares.

Quanto às estimativas e o erro relativo aos valores de pressões observadas percebemos que para as probabilidades de 1% a 99% as estimativas através da GEV apresentam pressões próximas as observadas apresentando sua maior variação no par  $P4_{mi}$ . Os valores de pressão obtidas pela GEV na estimativa individual das marginais com as estimativas conjuntas (parâmetros das marginais e parâmetro de dependência) apresentam-se muito próximas.

Em geral quando comparamos as estimativas da GEV com o modelo empírico por Wiest (2008), a GEV apresenta estimativas com menor variação para as probabilidades de 1% a 10% e para os pares  $P1_{ma}$ ,  $P5_{ma}$  e  $P6_{ma}$  com probabilidades de 80% a 99%.

O erro médio ( $\Sigma$ ), os modelos L e NL apresentaram erro médio de 1,15m, o que representa 7,1% em relação à energia de entrada, com muito pouca diferença em relação ao modelo I que apresenta erro médio de 1,18m e variação de 7,3% em relação à energia de entrada. O modelo W apresentou erro médio de 1,1m, que representa 6,6% de E. Para as tomadas localizadas no trecho curvo os modelos L, LN e I apresentam variação média em torno de 8,1% enquanto que W apresenta variação média de 9%. A energia de entrada para a vazão de  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  é de 16,13 m.

Em geral foi possível perceber que praticamente não existem diferenças nas estimativas de pressões utilizando a estimativa conjunta ou individual, mesmo para os pares onde se avaliou não existir dependência. As estimativas obtidas através da GEV mostraram-se adequadas, com valores de pressão estimadas próximas aos valores medidos dentro das diferentes probabilidades. As maiores variações em geral apresentam-se entre os pares P3 e P4, estando estes dentro da zona de maior influência do ressalto hidráulico. Dentre os modelos considerados percebe-se poucas diferenças entre o Logístico e o Negativo Logístico, mas em geral o último apresenta parâmetros e estimativas mais próximas àquelas obtidas através da estimativa individual. Para ambos os modelos L e NL obteve-se estimativas com erro médio em relação à energia de entrada em torno de 7%, praticamente idênticas ao modelo I (7,1%) a ao modelo W (6,8%).

Considerando o erro apresentado nas tabelas de 4.26 a 4.53, que representa a variação dos valores estimados em relação aos valores medidos, para os modelos L e LN obtemos uma variação média em torno de 11,9%, também muito próximas a variação média de I (12,1%) e W(12,1%). A séries que apresenta maior variação nas estimativas são as séries medidas nas tomadas  $d_C$  e  $d_1$ , que representam as regiões de maior flutuação de pressão.

Observa-se que em alguns momentos as estimativas realizadas através da GEV subestimam os valores medidos para as probabilidades de 1% a 10%, ou seja, as pressões que foram observadas serem excedentes de 90% a 99% das medições registradas. Em outros casos

superestimam (probabilidades de 80% a 99%). Isto indica que dentro de uma análise de dimensionamento de uma estrutura de dissipação por ressalto hidráulico, os resultados obtidos estão sempre a favor da segurança.

Também é de grande interesse dentro de uma estrutura de dissipação a determinação da probabilidade de ocorrência de valores negativos de pressão que resultam no processo de cavitação, causando danos e desgastes na estrutura de dissipação. Analisando através das estimativas da GEV, a probabilidade de ocorrência de pressões negativas existe para as vazões de  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  e  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  que correspondem a valores de Froude de 4,32 e 3,88 respectivamente. Para estes valores de Froude os pares em que rejeitamos a hipótese de independência são  $P1_{\text{ma/mi}}$ ,  $P2_{\text{ma/mi}}$  e  $P3_{\text{ma/mi}}$ , que estão contidos na zona de influência do ressalto. Destes, o que apresenta probabilidade de em ambas as tomadas ocorrerem pressões extremas negativas é o par  $P3_{\text{mi}}$ , com probabilidade conjunta de  $8,12 \times 10^{-27}$  para a vazão de  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  e  $2,38 \times 10^{-25}$  para a vazão de  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Devido a estas probabilidades pode-se inferir que a possibilidade da ocorrência simultânea de pressões extremas negativas pode ser considerada nula, na região onde se localizam as tomadas de pressão destas séries ( $d_C$  e  $d_1$ ). Para estas tomadas a que tem maior probabilidade de apresentar pressões extremas negativas é a tomada  $d_1$ , com probabilidade de  $4,13 \times 10^{-7}$  para a vazão de  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  e de 0,0232 para a vazão de  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Em relação à tomada  $d_1$  sabe-se segundo Marques *et al* (1994) que, para ambas as vazões mencionadas, corresponde ao ponto de maior flutuação de pressão. Através das estatísticas descritivas já se relatou a presença de pressões negativas nesta posição, e que também ocorrem na tomada  $d_C$  para a vazão de  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Deste modo pode-se concluir que existe efetiva probabilidade de ocorrência de pressões negativas para um Froude de 3,88.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentro da metodologia proposta para análise de séries de pressões, medidas na bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia, considera-se que o objetivo principal deste trabalho foi atingido. Através do método aplicado foi possível a identificação do comportamento das séries em relação à dependência e ocorrência de eventos extremos, em diversos pontos da bacia, para diferentes números de Froude. A determinação destes parâmetros é de grande importância, pois fornece subsídios à compreensão do processo de dissipação de energia por ressalto hidráulico, o que viabiliza o dimensionamento de dissipadores com maior eficiência.

Considerando o objetivo principal de analisar distribuições de pressões no interior de uma estrutura de dissipação por ressalto hidráulico, através da Teoria de Valores Extremos Multivariada, o presente trabalho propôs a investigação das séries através da estatística descritiva, correlação, ajuste da distribuição de valores extremos bivariada e estimativa de pressões extremas considerando uma dada probabilidade de ocorrência. Dentro desta proposta, os itens de (i) a (vii) descrevem as considerações finais dentro de cada tópico abordado:

(i) Quanto à análise descritiva das séries de pressões foi possível observar que, analisando os resultados em geral podemos considerar que, dentro da estrutura avaliada, as vazões de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  e  $2000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  ( $Fr= 6,42$  e  $4,98$ ) são muito similares, assim como as vazões de  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  e  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  ( $Fr= 4,32$  e  $3,88$ ). Isto ocorre tanto no comportamento das séries completas, em relação à pressão média, flutuação de pressão, assimetria e curtose, quanto nas séries de máximos e mínimos. Também foi possível perceber que se encontra na literatura resultados similares aos observados neste estudo, em trabalhos que avaliam flutuação de pressão em séries de pressões medidas em bacias de dissipação por ressalto hidráulico.

(ii) Investigando a correlação entre as séries de pressão, verificou-se a existência de correlação entre séries consecutivas situadas a montante do ressalto hidráulico. Neste estudo avaliamos o coeficiente de correlação linear, que se mostrou concordante aos testes de independência para os pares de máximos e mínimos, apesar das séries não satisfazerem as condições de normalidade. Para as séries de pressões extremas onde observam-se correlações significativas, também rejeitamos a hipótese de independência através do teste sugerido por Tawn (1988). Em relação à independência, as séries com valores do número de Froude de

6,42 e 4,98 apresentam comportamento similar, assim como as séries para valores de Froude de 4,32 e 3,88.

(iii) Foi possível observar que em geral a rejeição da hipótese de independência está relacionada às zonas de maior influência do ressalto hidráulico e a sua aceitação está relacionada às regiões do final do ressalto. Para esta análise também devemos considerar a estrutura em questão, pois como podemos verificar através da Tabela 3.2, as tomadas situadas a jusante do ressalto, onde aceitamos a hipótese de independência, possuem um distanciamento maior do que as tomadas localizadas a montante. Mesmo tendo tomado o cuidado de no momento da seleção dos blocos para a determinação dos máximos e mínimos de pressão, avaliar o tempo para que uma informação detectada em uma tomada seja percebida por outra, a situação ideal seria ter-se a mesma distância entre as tomadas. Somente deste modo poderia ser possível determinar com precisão se a independência entre as séries não é resultante do distanciamento entre as mesmas.

(iv) Como rejeitamos a hipótese de independência para pares de séries medidas em tomadas situadas a montante do ressalto, para calcular a probabilidade de eventos extremos simultâneos destes pares deve-se considerar a função de distribuição conjunta, pois caso contrário se estará subestimando a probabilidade de ocorrência de eventos extremos simultâneos. Para os pares situados a jusante, onde foi aceita a hipótese de independência, a probabilidade de eventos simultâneos pode ser considerada como sendo o produto das probabilidades obtidas através das distribuições marginais. Apesar de algumas das séries de pressões extremas não satisfazerem a condição de serem variáveis aleatórias independentes, exigida pelo Teorema Fundamental de Fisher-Tippett, foi possível ajustar modelos paramétricos de distribuição conjunta para as pressões extremas.

(v) Dentre os modelos paramétricos considerados para estimar a função dependência ( $A(.)$ ) não observamos unanimidade do critério AIC em relação a um determinado modelo, mas os que apresentam melhor ajuste através do critério AIC para a grande maioria dos pares de pressões extremas, e para todos os valores ensaiados do número de Froude, são os modelos Logístico e Negativo Logístico. Percebem-se poucas diferenças entre o Negativo Logístico e o Logístico, mas através do critério AIC e do ajuste gráfico, o modelo Negativo Logístico aparece um maior número de vezes como sendo o modelo mais adequado, além de apresentar parâmetros e estimativas mais próximas àquelas obtidas através da estimativa individual.

(vi) Após o ajuste dos modelos paramétricos para estimar a função dependência ( $A(.)$ ) calculou-se a probabilidade conjunta de eventos extremos considerando as probabilidades de 1%, 5%, 10%, 80%, 90%, 95% e 99% para as distribuições marginais. As estimativas obtidas demonstram bom ajuste do modelo com erro médio variando em torno de 12% em relação aos

valores medidos e de 7% em relação à energia de entrada. As séries onde se observa maior erro estão localizadas a montante do ressalto (trecho curvo), principalmente para as séries medidas em tomadas localizadas em regiões de alta flutuação de pressão ( $d_C$  e  $d_1$ ). Para séries de pressões localizadas a jusante (trecho plano), o erro das estimativas em relação aos valores medidos diminui, mesmo tendo-se encontrado dificuldades na estimativa dos parâmetros dos modelos para algumas destas séries. Em geral a GEV realiza estimativas com menor erro para probabilidades extremas (1% e 5%).

(vii) Quando comparamos as estimativas dos parâmetros das distribuições marginais estimados de modo individual, com as estimativas dos parâmetros realizadas em conjunto com o parâmetro  $r$ , percebe-se alguma diferença apenas em relação ao parâmetro de forma ( $\xi$ ), mas em casos isolados. Estas diferenças, praticamente, não exercem influência na estimativa das pressões extremas. O erro das estimativas calculado em relação aos valores medidos é praticamente o mesmo utilizando a estimativa conjunta ou individual.

(vii) Comparando as estimativas obtidas através da distribuição conjunta com o modelo sugerido por Wiest (2008), percebe-se que as estimativas da GEV apresentam menor variação em relação aos valores de pressão medidos para as probabilidades de 1%, 5% e 10%. As maiores variações ocorrem para as probabilidades de 80%, 90%, 95% e 99%. Mas, de um modo geral, as estimativas da GEV apresentam-se coerentes, pois sempre estima os valores de pressão de modo a garantir uma margem de segurança quando utilizados para dimensionar uma estrutura de dissipação.

## 5.1 LIMITAÇÕES

Uma das limitações deste trabalho foi a falta de referências dentro da teoria de valores extremos multivariada com aplicações em dados similares aos avaliados. Apesar de se encontrar uma vasta literatura dentro desta teoria, a grande maioria se detém na aplicação em dados econômicos ou hidrológicos. Não foram encontradas publicações sobre a teoria de valores extremos multivariada aplicada a dados de pressões medidas em uma estrutura de dissipação por ressalto hidráulico. Também é escassa a literatura em relação à análise de flutuação de pressão obtida em protótipo. A grande maioria dos estudos é realizada com dados obtidos em modelos de laboratório.

Outra importante limitação são as diferentes distâncias entre cada tomada de pressão, o que pode comprometer uma análise multivariada. Sugere-se que as tomadas de pressões tanto em protótipos quanto em modelos reduzidos estejam localizadas sempre à mesma

distância, ou distâncias aproximadas, o que permite uniformizar a análise multivariada das séries.

Também é necessário considerar as restrições existentes para análise dos dados, sendo uma delas a faixa de números de Froude considerada no estudo ser um pouco estreita, além de que, para estes valores, o ressalto hidráulico encontra-se submerso, apresentando diferentes níveis de submergência.

## 5.2 PROPOSTAS E RECOMENDAÇÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

Deste modo, ainda fica em aberto uma gama de análises possíveis de serem aplicadas a estes dados, como:

- (a) O uso de Cópulas, que são funções que relacionam distribuições multivariadas com suas marginais univariadas, para que através das distribuições marginais se obtenha a distribuição multivariada das séries de pressões.
- (b) A aplicação da teoria de valores extremos multivariada em dados de modelo, comparando com os resultados obtidos para o protótipo, para tentar determinar o efeito de escala.
- (c) Estender este estudo a dados de modelo com ressalto livre e submerso, para uma faixa do número de Froude maior.
- (d) Usar um espaçamento entre as tomadas mais próximo e uniforme, visando um detalhamento melhor da variação dos parâmetros em função da região do ressalto.



## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDUL-KHADER, M. H. e ELANGO, K. (1974) **Turbulent pressure field beneath a hydraulic jump.** J Hydraulic Research, IAHR, Vol. 12, No 4, 469-489.
- AKAIKE, H. (1973). **Information theory and an extension of de maximum likelihood principle.** 2<sup>nd</sup> International Symposium on Information theory, B. N. Petrov and F Csaki (eds.), Akademiai Kiado, Budapest, 267-281.
- BELÁNGER, J.B. (1928) **Essai Sour la Solution Numérique de Quelques Problèmes Relatifs au Mouvement Permant dex Eaux Courantes.** Paris, Carilian-Goeury.
- BHUTTO, H. B. G; MIRANI, S. N. and CHANDIO, S. N. (1989). **Characteristics of Free Hydraulic Jump in Rectangular Channel.** Mehran University. Research Journal of Engineering and Technology. Vol. 8, No. 2, 34-44.
- BOUYÉ, E. (2002). **Multivariate Extremes at Work for Portfolio Risk Measurement.** Financial econometrics research, London.
- BOX, G.E.P., JENKINS, G.M. (1970) **Time series analysis forecasting and control,** Holden Day, Inc., San Francisco, California.
- BROCKWELL, P. J. e DAVIS, R. A. (1987). **Time Series: Theory and Methods.** Springer-Verlag, New York.
- CEREZER, S. M., (2008). **Uso da Teoria de Valores Extremos para estimar valores extremos de pressões hidrodinâmicas em um ressalto hidráulico formado a jusante de um vertedouro – O caso da UHE de Porto Colômbia.** Tese de Doutorado, Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- CHATFIELD, C. (1989). **The Analysis of Time Series.** Chapman & Hall, London.

- CHOW, V. T. (1959). **Open Channel Hydraulics**. McGraw-Hill, New York.
- COLES, S.T. (2001). **An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values**. Springer Verlag, London.
- COLES, S.T., TAWN, J.A., (1994). **Statistical Methods for Multivariate Extremes: an Application to Structural Design**. Applied Statistics, Vol. 43, No 1, 1-48.
- DENG, Z., GUENSCH, G. R., RICHMOND, M. C., WEILAND, M. A., CARLSON, T. J. (2007). **Prototype measurements of pressure fluctuations in the Dalles Dam stilling basin.**, Journal of Hydraulic Research. Vol 45, No 5.
- ELDER, R.A. (1961). **Model-prototype turbulence scaling**. IX Congress IAHR, Dubrovnik, 24-31.
- ELEVATORSKY, E.A. (1959). **Hydraulic Energy Dissipators**. New - York. MacGraw-Hill.
- EMBRECHTS, P., KLÜPPELBERG, C., MIKOSCH, T. (1997). **Modeling extremal events for insurance and finance**. Berlim, Springer-Verlag.
- ENDRES, L. A. M. (1990). **Contribuição ao desenvolvimento de um sistema para aquisição e tratamento de dados de pressões instantâneas em laboratório**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- FISHER, R. A., TIPPET, L. H. C. (1928). **Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample**. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, No 24, 180-190.
- FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S.A., UHE PORTO COLÔMBIA (1996). **Estudos Hidráulicos em Modelo Reduzido – Modelo de Conjunto – Escala 1:100 – Memória Conceitual do Modelo**. Rio de Janeiro.

- GALAMBOS, J. (1975). **Order Statistics of Samples from Multivariate Distributions.** Journal of the American Statistical Association, Vol. 70, 674-680.
- GUMBEL, E. J. (1960). **Distributions des Valeurs Extremes en Plusieurs Dimensions.** Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, No. 9, 171-173.
- HAGER, W. e BREMEN, R. (1989) **Classical hydraulic jump: sequent depths.** Journal of Hydraulic Research, Vol. 27, No 5, 565-585.
- HAMMING, R. W. (1989). **Digital Filters.** Prentice Hall, New Jersey.
- HARTUNG, F. and HAUSLER, H. (1973). **Scours Stilling Basins and Downstream Protection Under Free Overfall Jets at Dams.** In: CONGRÈS DES GRANDES BARRAGES. Madrid. Vol. 41, No. 3, 39-56.
- HINZE, J. O. (1975). **Turbulence.** New-York, McGraw-Hill, 2 ed., Series in Mechanical Engineering.
- JOE, H. (1990). **Families of Min-stable Multivariate Exponential and Multivariate Extreme Value Distributions.** Statistics and Probability Letters, No. 9, 75-81.
- LOPARDO, R. A. (1986). **Apunte sobre fluctuaciones macroturbulentas de presión, medición, análisis y aplicación al resalto hidráulico.** Revista Latino Americana de Hidráulica. No. 2, 109-137.
- LOPARDO, R. A., FATTOR, C. A., CASADO, J. M., LOPARDO, M. C. (2004) **Uma aproximación por turbulencia remanente de la longitud del Resalto Sumergido.** In: XXI Congreso Latino Americano de Hidráulica.
- MARQUES, G. M., DRAPEAU, J., VERRETTE, J. L. (1994). **Análise da flutuação de pressão provocada pela formação de um ressalto hidráulico a jusante de vertedouros.** Proc., X Seminário Curso do Centro Inter Americano de Estudos Avançados dos Recursos de Água. Universidade Católica do Salvador, Salvador, Bahia, 129-149.

- MARQUES, M.G. (1995). **Nouvelle Approche Pour le Dimensionnement des Dissipateurs à Auge**. Tese (Doutorado) - Québec, Canadá: Tese apresentada a Faculte des sciences et génie de la Université Laval.
- MARQUES, G. M., DRAPEAU, J., VERRETTE, J. L. (1996). **Flutuação de Pressão em um Ressalto Hidráulico**. Revista Brasileira de Recursos Hídricos. Vol. 2, 45-52.
- MARQUES, G. M., ALMEIDA, F. M., ENDRES, L. A. M., (1997). **Adimensionalização de pressões médias em bacias de dissipação por ressalto hidráulico**. Revista Brasileira de recursos Hídricos, Vol. 2.
- MARQUES, M. G.; ALMEIDA, F. M. e ENDRES, L. A. M. (1999). **Adimensionalização de Pressões Médias em Bacias de Dissipação por Ressalto Hidráulico**. XIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos – Belo Horizonte – MG – Novembro de 1999
- MENDES, B. V. M. (2004). **Introdução à Teoria de Valores Extremos**. E-papers Serviços Editoriais Ltda, Rio de Janeiro
- MORETTI, A. R., MENDES, B. V. M. (2003). **Sobre a Precisão das Estimativas de Máxima Verossimilhança nas Distribuições Bivariadas de Valores Extremos**. Pesquisa Operacional, V 23, No 2.
- OHTSU, I., YASUDA, Y. (1994) **Characteristics of supercritical flow below sluice gate**, Journal Hydraulic Engineering, V.120, No 3, 332-346.
- ORTIZ, J. P., ALMEIDA, F. M., CARVALHO, E., BORSARI, R. D. (1998). **Medições em protótipo de flutuações de pressão na bacia de dissipação da usina de Porto Colômbia**, Anais da 1ª Escola de Primavera, Transição e Turbulência, ABCN, Vol. 1, 293-320.
- PANZIERI FILHO, A. (2001) **Teoria de Valores Extremos Aplicada a Finanças: Dois Ensaios**. Tese de Doutorado, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo.

- PETERKA, A. J. (1974). **Hydraulic design of stilling basins energy dissipators.** Washington, U.S. Gout, Print Off.
- PICKANDS, J (1981). **Multivariate Extreme Value Distributions.** Bulletin of the International Statistical Institute, No 49, 859-878.
- PINHEIRO, A.A.N. (1995). **Ações hidrodinâmicas em soleiras de bacias de dissipação de energia por ressalto.** Tese de doutorado, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa.
- PRIESTLEY, M. B. (1981). **Spectral Analysis in Time Series.** Academic Press. New York.
- REINSEL, G. C. (1993). **Elements of multivariate time series analysis.** Springer-Verlag, New York.
- REISS, R. D., e THOMAS, M. (1997). **Statistical Analysis of Extremes Values,** Birkhäuser, Springer-Verlag.
- RENIUS, E. (1970). **Head Losses in Unlined Rock Tunnels.** Water Power and Dam Construction, july/august, 256-262.
- RENIUS, E. (1986). **Rock Erosion.** Water Power and Dam Construction, Vol. 38, No 6, 43-48.
- ROUSE, H., SIAO, T.T e NAGARATNAM, S. (1959) **Turbulence characteristics of the hydraulic jump.** *Transactions ASCE*, Vol 124, 926-950.
- SHIEBE, F. e BOWERS, C. E. (1971). **Boundary Pressure Fluctuations Due to Macroturbulence in Hydraulic Jump.** In: SYMP. ON TURBULENCE IN LIQUIDS. University of Missouri, Colombia, Mo.
- SIBUYA, M. (1986). **Bivariate Extreme Statistics.** Annals of the Institute Statistical Mathematics, No 11, 195-210.

- SMITH, R.L.(1990). **Extreme Value Theory. In Handbook of Applicable Mathematics.** Ed. W. Ledermann, Vol 7. Chichester: Jhon Wiley, 437-471.
- TAWN, J.A. (1988). **Bivariate Extreme Value Theory; models and Estimation.** Biometrika, No 75, 397-415.
- TEIXEIRA, E. D. (2003). **Previsão de valores extremos de pressões junto ao fundo em bacias de dissipação por ressalto hidráulico.** Dissertação de mestrado, Instituto de Pesquisas Hidráulicas, UFRGS.
- TENNEKES, H. e J. L. LUMLEY (1972). **A First Course in Turbulence.** Cambridge, MIT Press., EUA.
- TRIERWEILER, E.F.N. (2005). **Avaliação do campo de pressões em ressalto hidráulico formado a jusante de uma comporta com diferentes graus de submergência.** . Dissertação de mestrado, Instituto de Pesquisas Hidráulicas, UFRGS.
- VASILIEV, D. F., BUKREYEV, V. I. (1967). **Statistical Characteristics of Pressure Fluctuations in the Region of Hydraulic Jump.** In: XII CONGRESS OF THE IAHR.Ft. Collins, Colorado, Vol. 2, No 1, 1-8.
- WEI, W. (1990). **Time Series Analysis. Univariate and Multivariate Methods.** Addison Wesley, New York.
- WIEST, R. A. (2008). **Avaliação do campo de pressões em ressalto hidráulico formado a jusante de um vertedouro com diferentes graus de submergência.** Dissertação de Mestrado, Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- YUE, S., OUARDA, T.B.M.J., BOBÉE, B., LEGENDRE, P., BRUNEAU, P. (1999). **The Gumbel Mixed Model for Flood Frequency Analysis.** Journal of Hydrology, No 226, 88-100.

# ANEXO A

## A.1 FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO AMOSTRAL

Nesta seção apresenta-se a função de autocorrelação amostral das séries de pressão de Porto Colômbia.

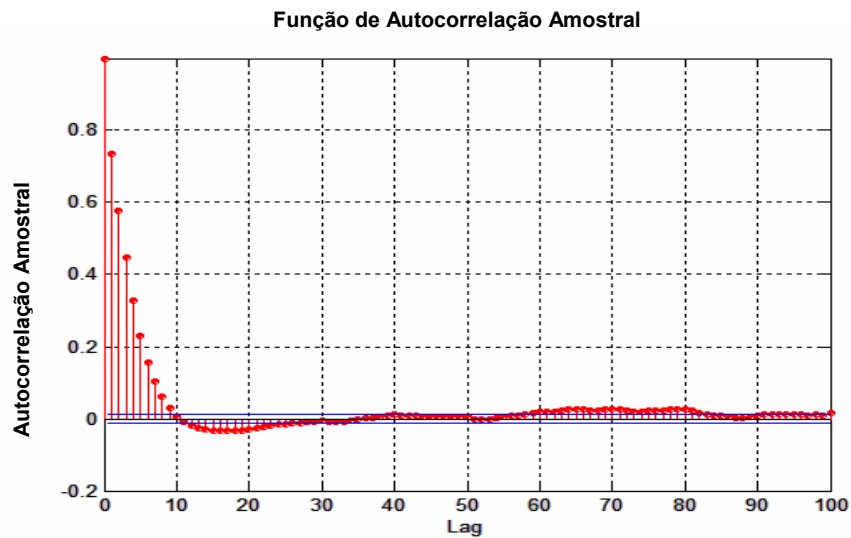


Figura A.1 – Função de autocorrelação amostral para a série T1, vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (linha azul), descrevendo uma série estacionária.

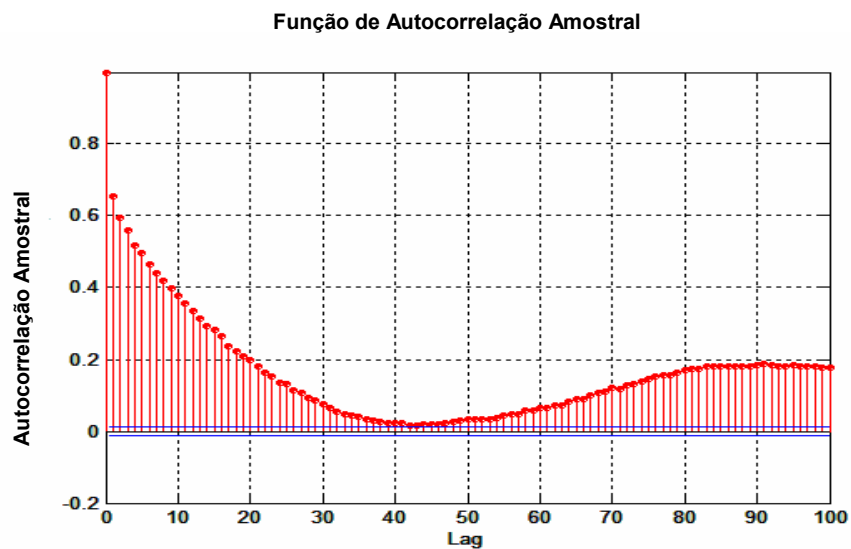


Figura A.2 – Função de autocorrelação amostral para a série T1, vazão  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (linha azul).

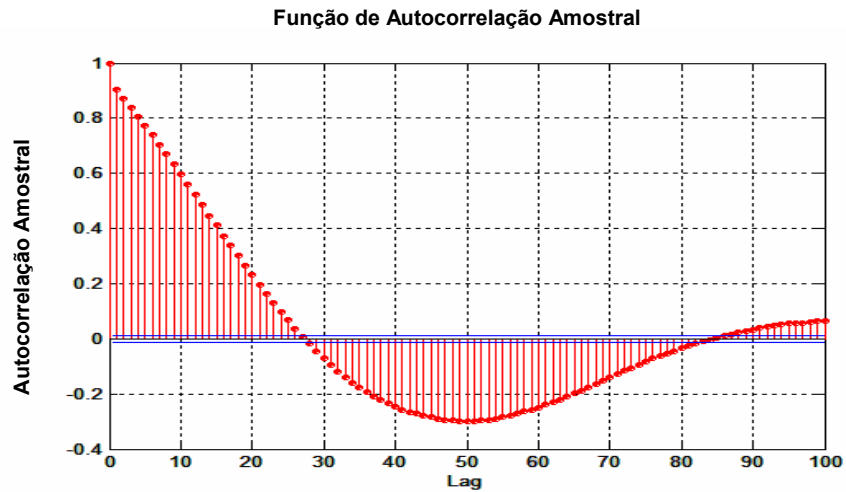


Figura A.3 – Função de autocorrelação amostral para a série T4, vazão  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (linha azul).

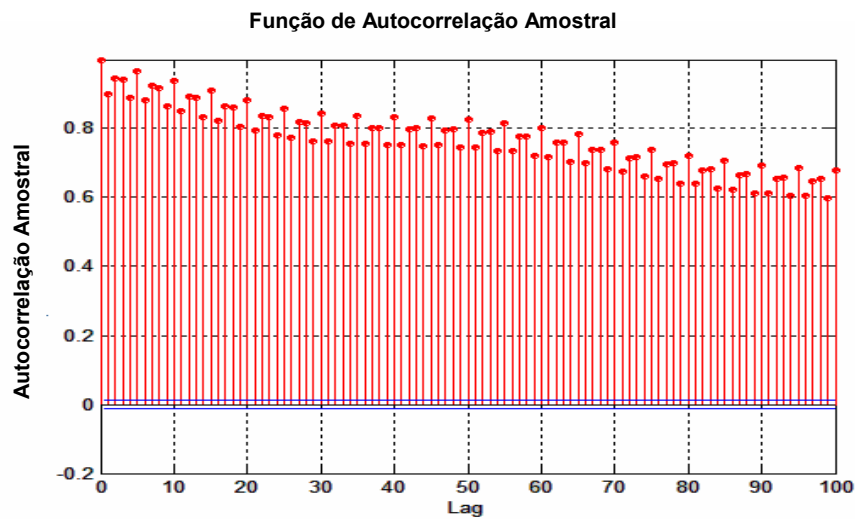


Figura A.4 – Função de autocorrelação amostral para a série T7, vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (linha azul).

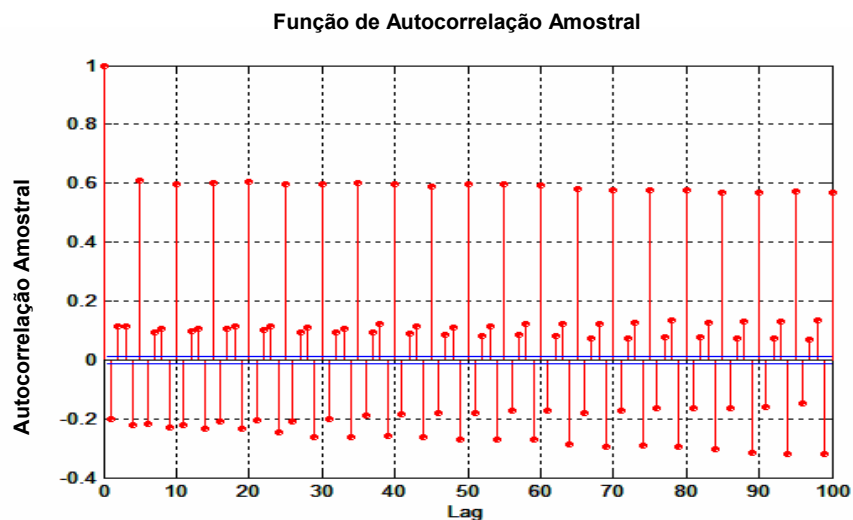


Figura A.5 – Função de autocorrelação amostral para a série T6, vazão  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (linha azul).



Relação de tomadas e vazões com os tipos de correlogramas encontrados:

i) Autocorrelação apresentada pela Figura A.1:

- Vazão  $2000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Série T1.
- Vazão  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Série T1.
- Vazão  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Série T1.

ii) Autocorrelação apresentada pela Figura A.2 ou A.3:

- Vazão  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T1, T2, T3 e T4.
- Vazão  $2000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T2, T3 e T4.
- Vazão  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T2, T3, T4 e T5.
- Vazão  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T2, T3, T4 e T5.

iii) Autocorrelação apresentada pelas Figuras A.4 ou A.5:

- Vazão  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T5, T6 e T7.
- Vazão  $2000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T5, T6 e T7.
- Vazão  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T6 e T7.
- Vazão  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T6 e T7.

## A.2 ANÁLISE ESPECTRAL

Ao realizar a análise da função densidade espectral das séries percebe-se que alguns espectros apresentam picos nas frequências de 20 e 40 Hz (figura 4.14). Isto se deve à influência da rede elétrica local no momento da aquisição dos dados. Estes picos aparecem apenas em algumas tomadas e nestas aplicamos o filtro digital *Butterworth* (Hamming, 1989).

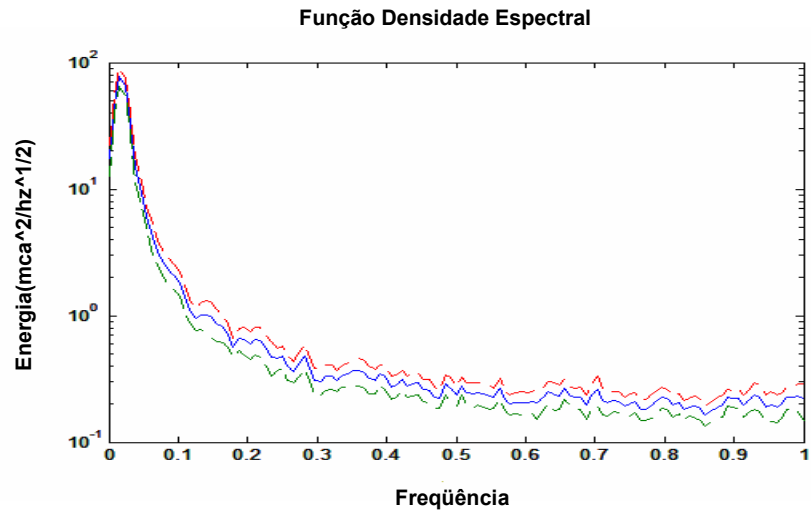


Figura A.6 - Espectro para a série T4, vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

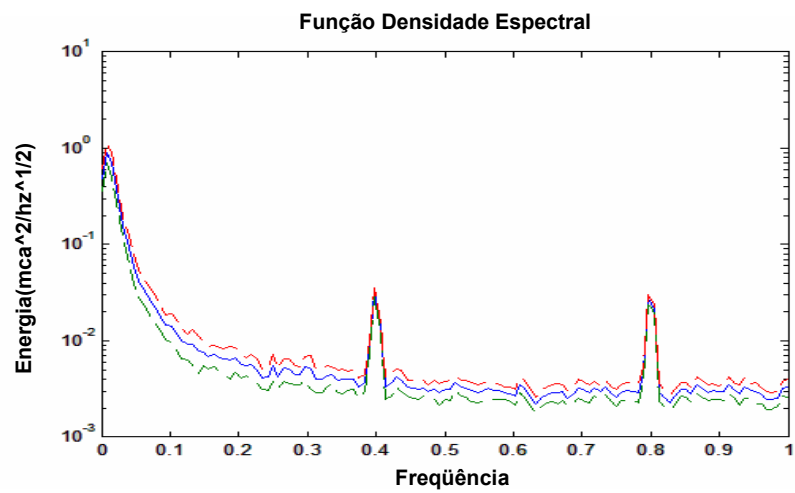


Figura A.7 - Espectro para a série T5, vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

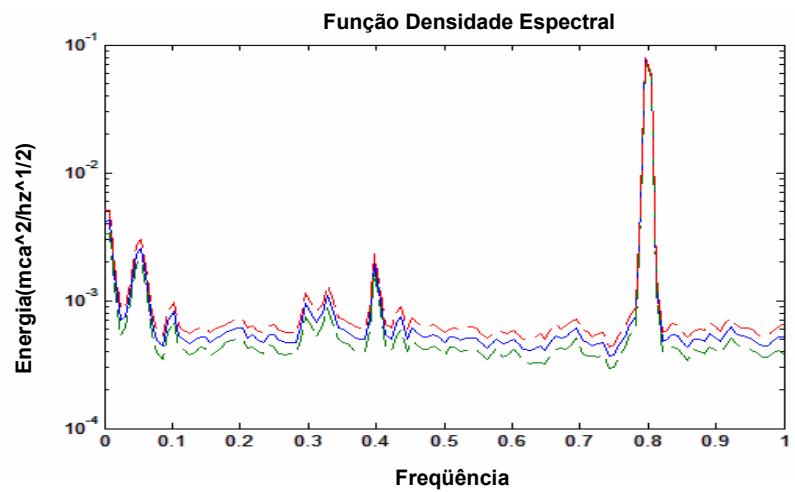


Figura A.8 - Espectro para a série T7, vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

As figuras A.6, A.7 e A.8 representam toda a variedade de espectros encontrados nas séries de pressões.

Relação de tomadas e vazões com os tipos de espectros encontrados:

i) Espectro apresentado pela figura A.6:

- Vazão  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T1, T2, T3 e T4.
- Vazão  $2000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ : Séries T1, T2, T3 e T4.
- Vazão  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ : Séries T1, T2, T3, T4 e T5.
- Vazão  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ : Séries T1, T2, T3, T4 e T5.

ii) Espectro apresentado pela figura A.7:

- Vazão  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ : Série T5.
- Vazão  $2000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ : Séries T5, T6 e T7.
- Vazão  $3000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ : Séries T6 e T7.
- Vazão  $4000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ : Séries T6 e T7.

iii) Espectro apresentado pela figura A.8:

- Vazão  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  : Séries T6 e T7.

### A.3 FUNÇÕES DE AUTOCORRELAÇÃO E DENSIDADE ESPECTRAL PARA SÉRIES FILTRADAS

Inicialmente comparamos a autocorrelação das séries de pressões, antes e após a aplicação do filtro. Através das figuras A.9 e A.14 verificamos que o filtro não apresentou influência na autocorrelação da série.

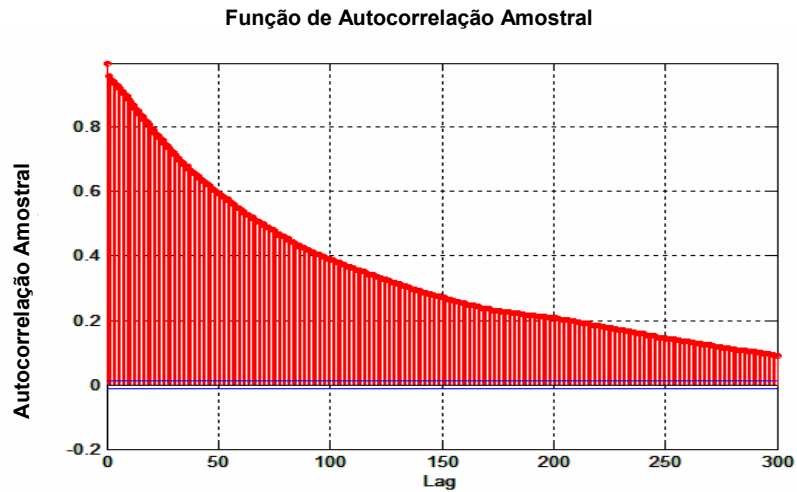


Figura A.9 – Função de autocorrelação amostral para a série filtrada T5 ,vazão  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (linha azul).

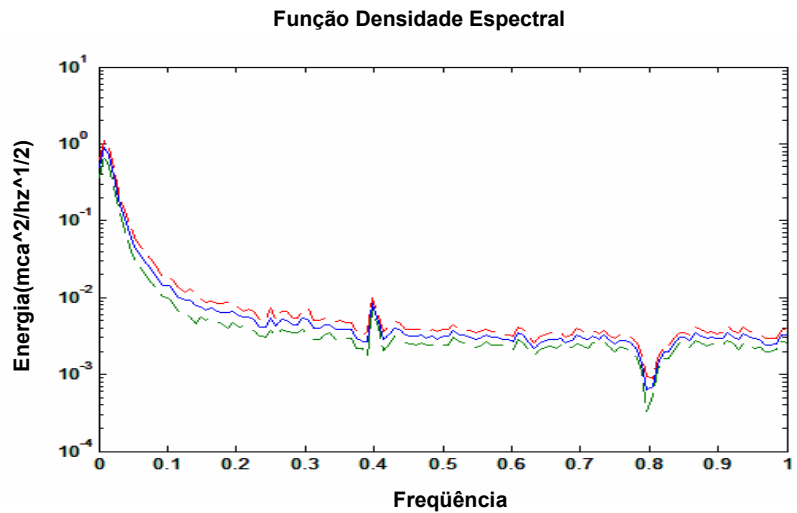


Figura A.10 - Espectro da série filtrada T5, vazão  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

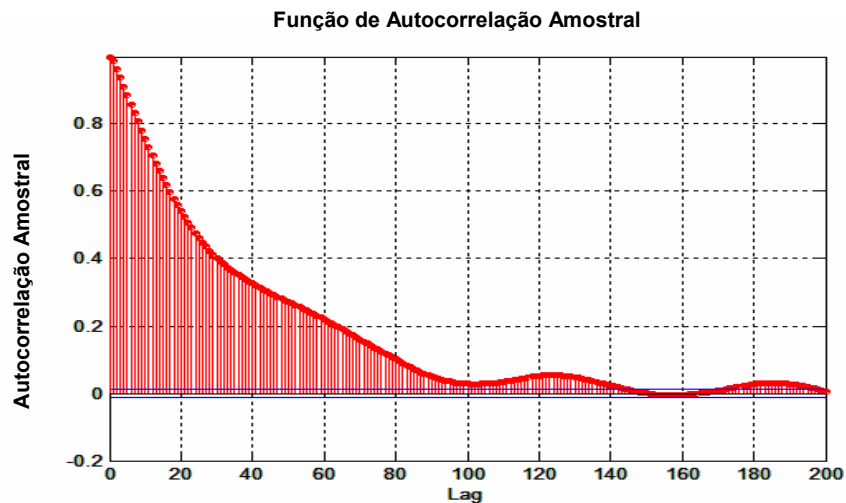


Figura A.11 – Função de autocorrelação amostral para tomada 6 da série filtrada,vazão  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (linha azul).

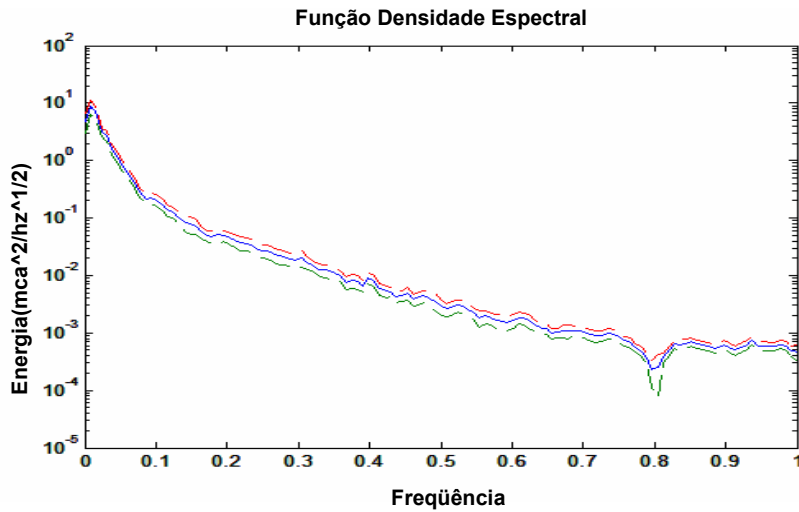


Figura A.12 - Espectro da série filtrada T6, vazão 4000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

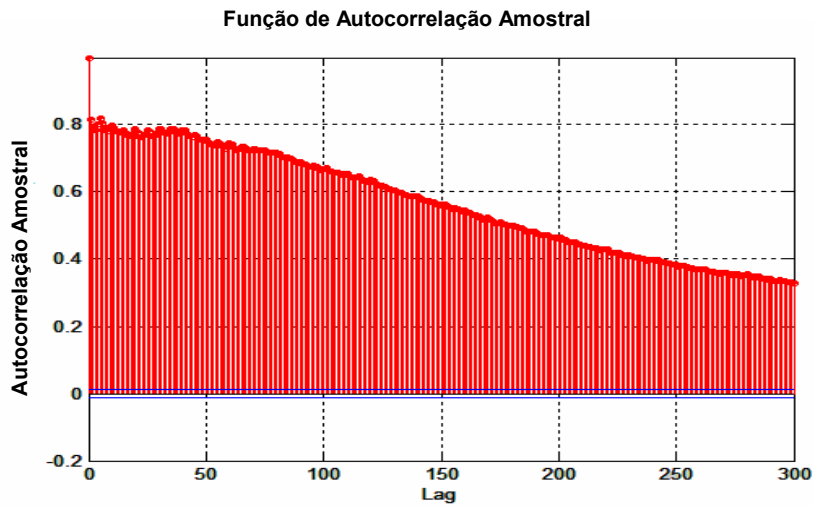


Figura A.13 – Função de autocorrelação amostral para a série filtrada T7, vazão 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> e intervalo de confiança (linha azul).

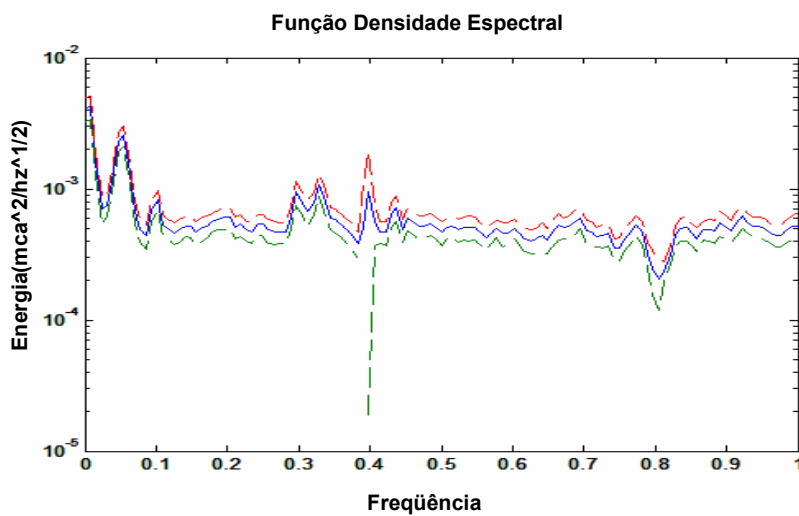


Figura A.14 - Espectro da série filtrada da tomada 7, vazão 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>.

#### A.4 FUNÇÕES DE CORRELAÇÃO CRUZADA E DENSIDADE ESPECTRAL CRUZADA PARA SÉRIES FILTRADAS

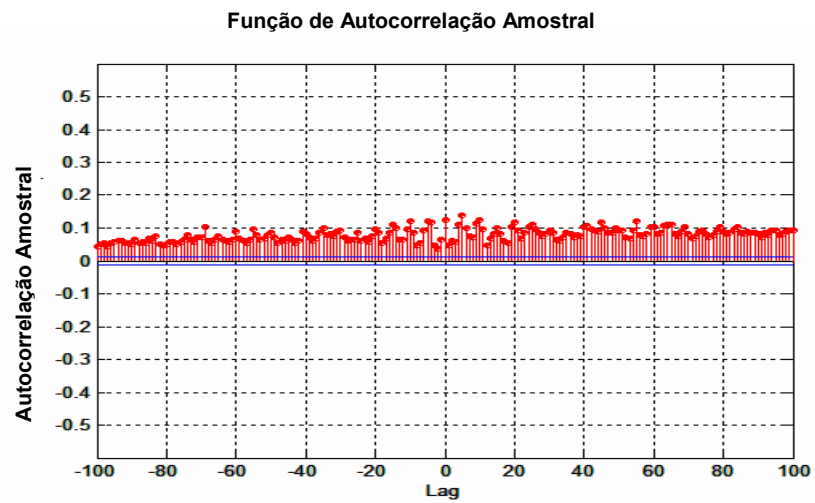


Figura A.15 - Correlação cruzada para séries filtradas, T6 e T7, vazão  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

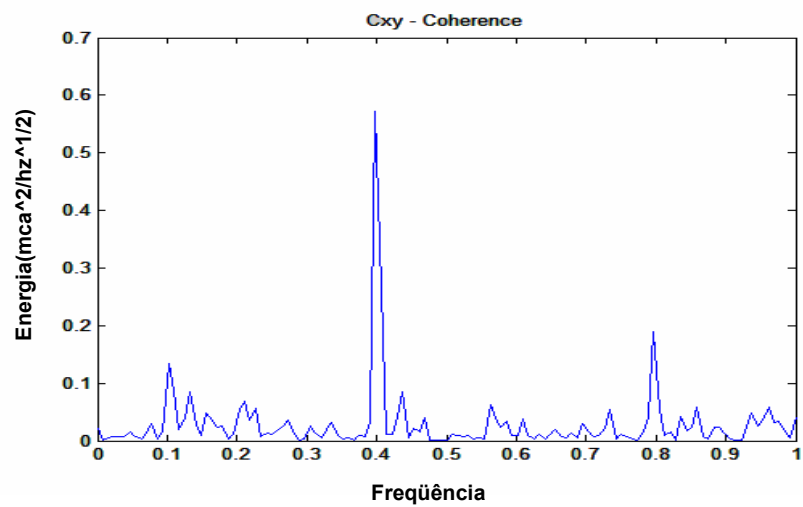


Figura A.16 - Espectro cruzado das séries filtradas T6 e T7, vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

## ANEXO B

### B.1 MODELOS ARMAX PARA VAZÃO DE 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>

Nesta seção apresenta-se as estimativas do modelo ARMAX descrito pela equação (B.1), onde os parâmetros do modelo foram obtidos através do programa MATLAB, considerando sempre séries de pressões obtidas em tomadas consecutivas, para a vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, onde a série  $Y_t$  é um vetor da forma  $(Y_{1t}; Y_{2t})$ .

$$A(B)y(t) = B(B)u(t) + e(t) \quad (\text{B.1})$$

onde:

$$A(B) = 1 - \phi_1 B;$$

$$B(B) = \phi_2 B;$$

$B$  é o operador *defasagem*;

$y(t)$  é a primeira série do vetor  $Y_t$ ;

$u(t)$  é a segunda série do vetor  $Y_t$ ;

$e(t)$  é o ruído branco.

Logo a equação (B.1) pode ser escrita da forma:

$$y(t) - \phi_1 y(t-1) = \phi_2 u(t-1) + e(t) \quad (\text{B.2})$$

onde (B.2) é o modelo *ARMAX*(1,1,0).

O programa MATLAB além de estimar os parâmetros do modelo apresenta o FPE que denota o erro de predição final do modelo utilizando o critério de Akaike.

$$\text{FPE} = V*(1+b/N)/(1-b/N)$$

Onde  $V$  é a “*loss function*”,  $b$  é o número de parâmetros estimados e  $N$  é o tamanho da série estimada.

Estimativas dos parâmetros  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ , FPE e V através do quadro 5.1, onde a notação (F) representa que a série foi filtrada através do filtro digital *Butherworth*.

Tabela B.1 - Estimativas dos parâmetros  $\phi_1$  e  $\phi_2$ , V e FPE para os modelos ARMAX das séries de T1 a T7 para a vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

TOMADAS	$\phi_1$	$\phi_2$	V	FPE
T1/T2	0,819	0,132	0,312284	0,312326
T2/T1	0,961	0,050	0,168206	0,168228
T2/T3	0,917	0,078	0,163564	0,163586
T3/T2	0,980	0,020	0,052672	0,052679
T3/T4	0,970	0,029	0,052344	0,052351
T4/T3	0,978	0,021	0,039529	0,039534
T4/T5	0,943	0,054	0,038831	0,038837
T5/T4	0,988	0,011	0,008061	0,008062
T5/T6	0,952	0,046	0,011933	0,011934
T5/T6 (F)	0,951	0,047	0,011919	0,011920
T6/T5	0,979	0,020	0,002467	0,002467
T6 (F)/T5 (F)	0,994	0,005	0,001162	0,001162
T6/T7	1,020	-0,019	0,002504	0,002504
T6 (F)/T7 (F)	0,912	0,086	0,001122	0,001122
T7/T6	0,691	0,312	0,007621	0,007622
T7 (F)/T6 (F)	0,914	0,086	0,001038	0,001038

## B.2 ANÁLISE DE RESÍDUOS

Para testar a eficiência do modelo analisamos a autocorrelação e o histograma do ruído  $e(t)$ . Os resíduos dos modelos foram obtidos isolando  $e(t)$  na equação B.3:

$$e(t) = y(t) - \phi_1 y(t-1) - \phi_2 u(t-1) \quad (\text{B.3})$$



a) Análise dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T1 e T2.

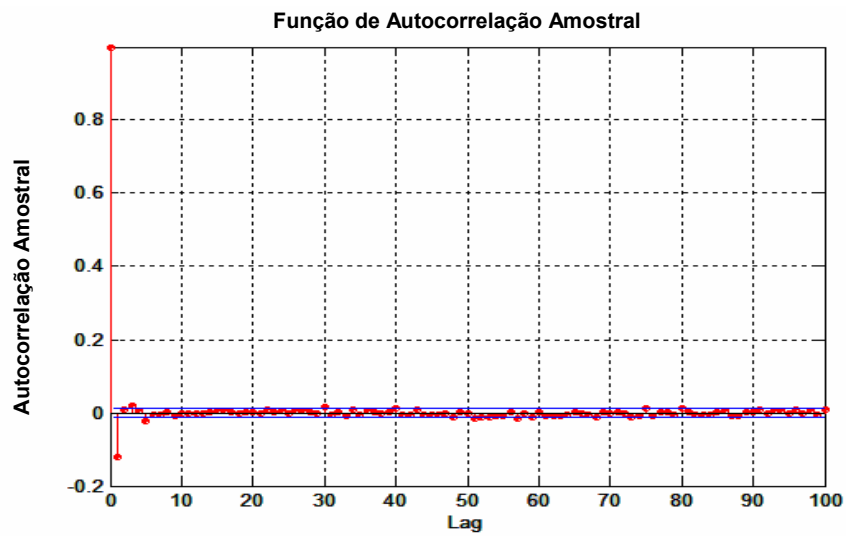


Figura B.1 - Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para séries T1 e T2 e intervalo de confiança (linha azul).

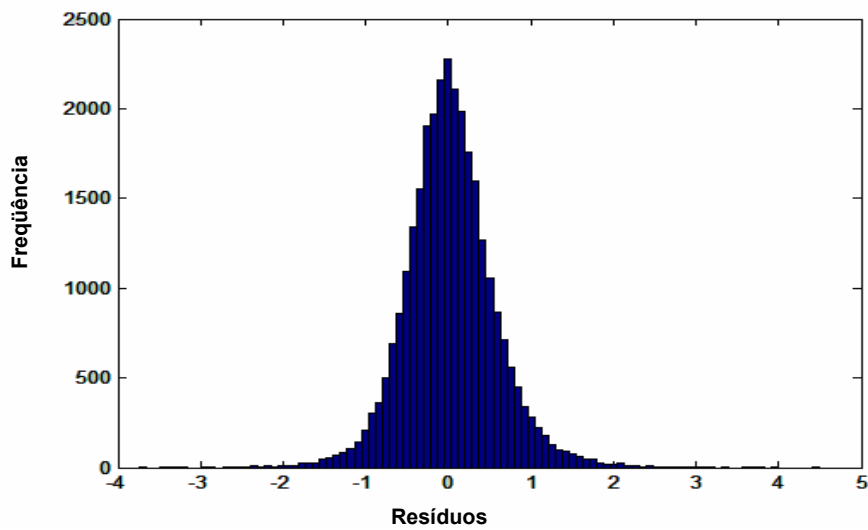


Figura B.2 - Histograma dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T1 e T2.

Podemos considerar o resíduo do modelo  $e(t)$  como sendo um ruído branco, pois é não correlacionado (figura B.1) e tem distribuição aproximadamente normal com média zero e variância  $\sigma^2$  (figura B.2).

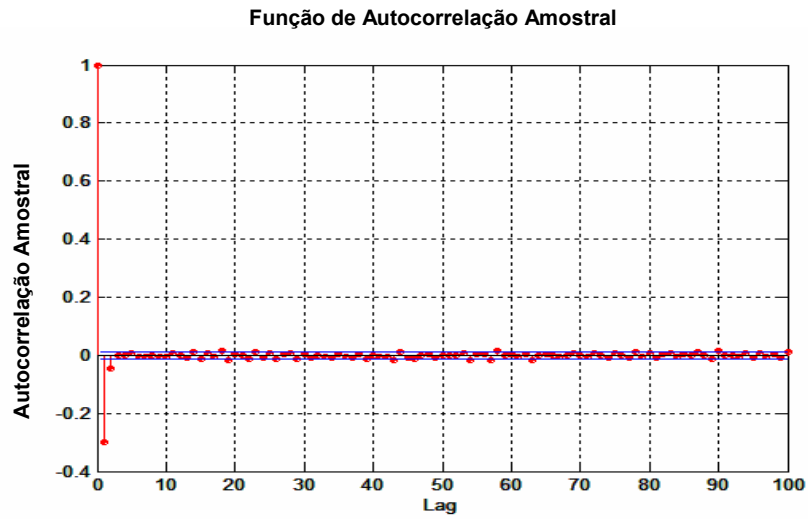


Figura B.3 - Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T1 e T2 e intervalo de confiança (linha azul).

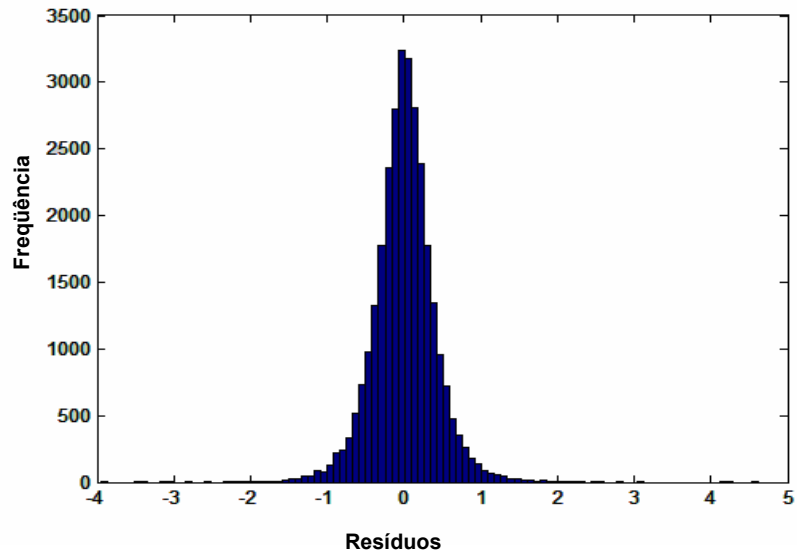


Figura B.4 - Histograma dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T2 e T1.

b) Análise dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T4 e T5.

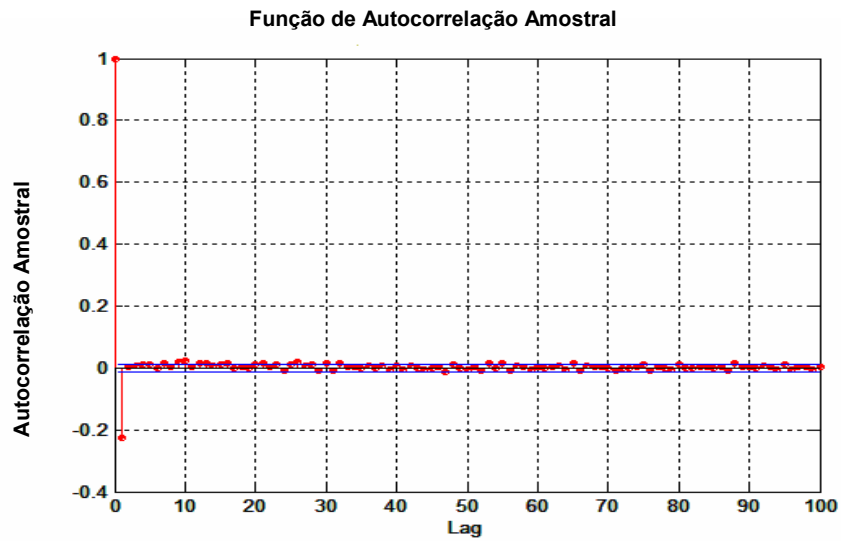


Figura B.5- Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T4 e T5 e intervalo de confiança (linha azul).

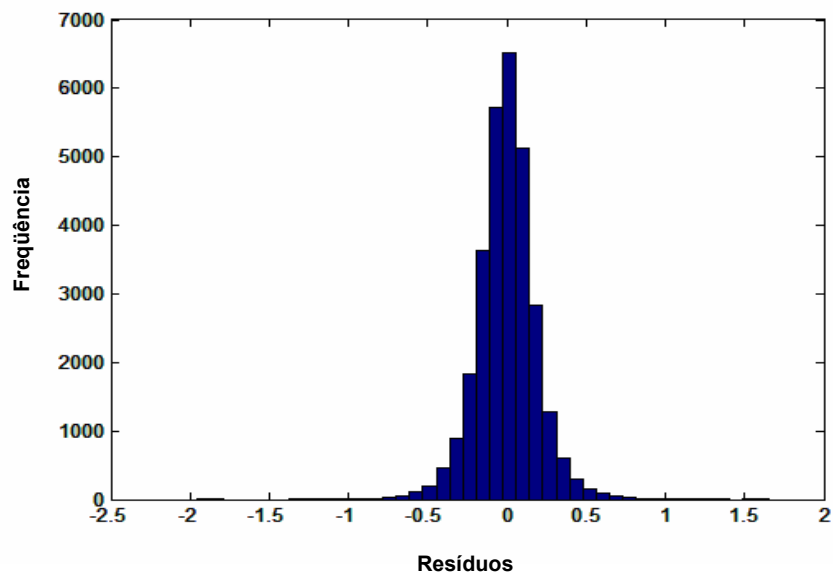


Figura B.6 - Histograma dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T4 e T5.

c) Análise dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T6 e T7 sem filtro.

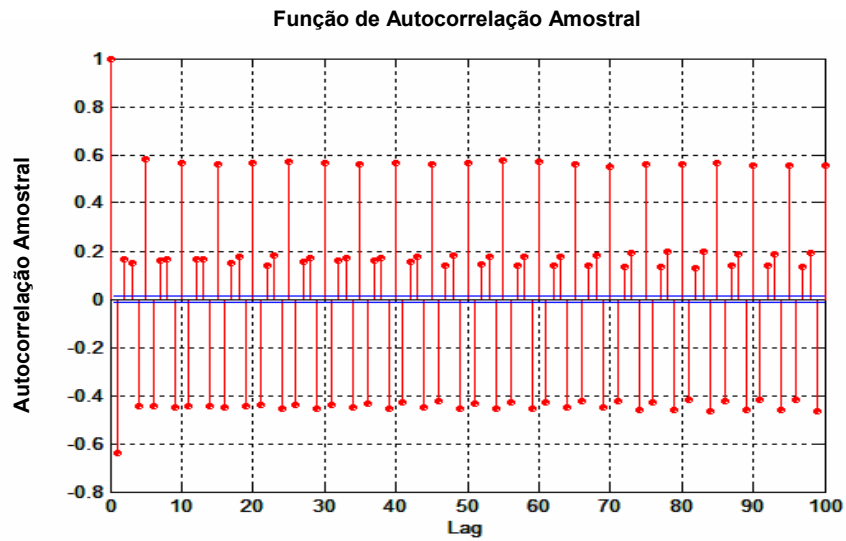


Figura B.7 - Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T6 e T7 e intervalo de confiança (linha azul).

d) Análise dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T6 e T7 filtradas.

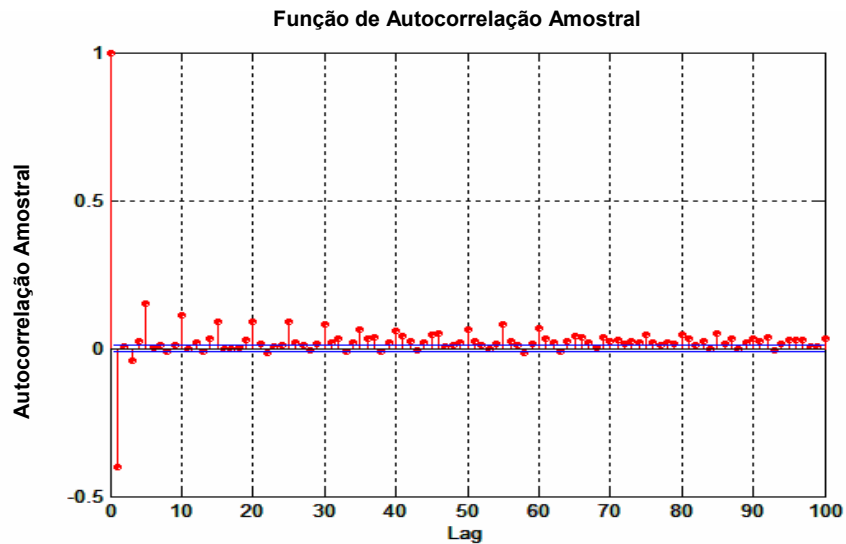
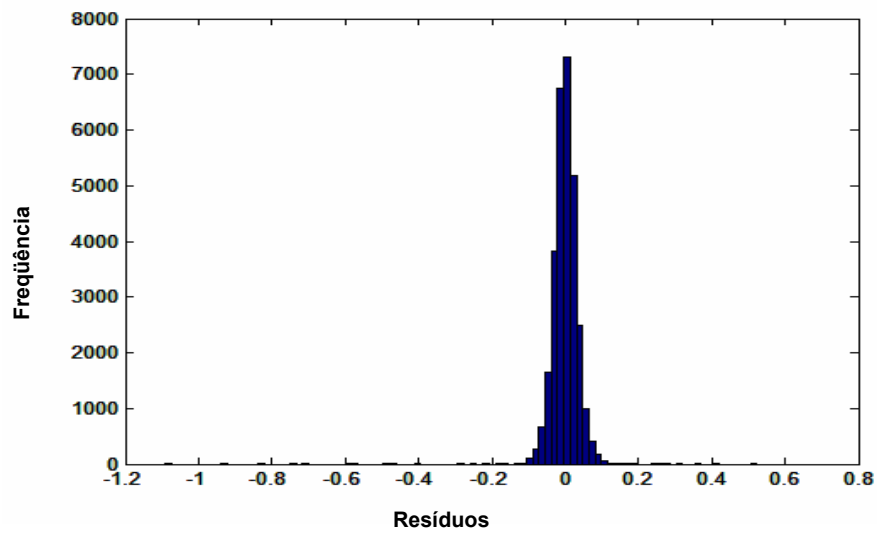


Figura B.8 - Autocorrelação dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T6 e T7.



*Figura B.9 - Histograma dos resíduos para o modelo ARMAX para as séries T6 e T7.*

Após a filtragem das séries percebemos uma melhora considerável no desempenho do modelo. Mas mesmo o histograma do ruído  $e(t)$  apresentando distribuição aproximadamente gaussiana (figura B.9) percebemos que  $e(t)$  ainda é correlacionado (figura B.8).

## ANEXO C

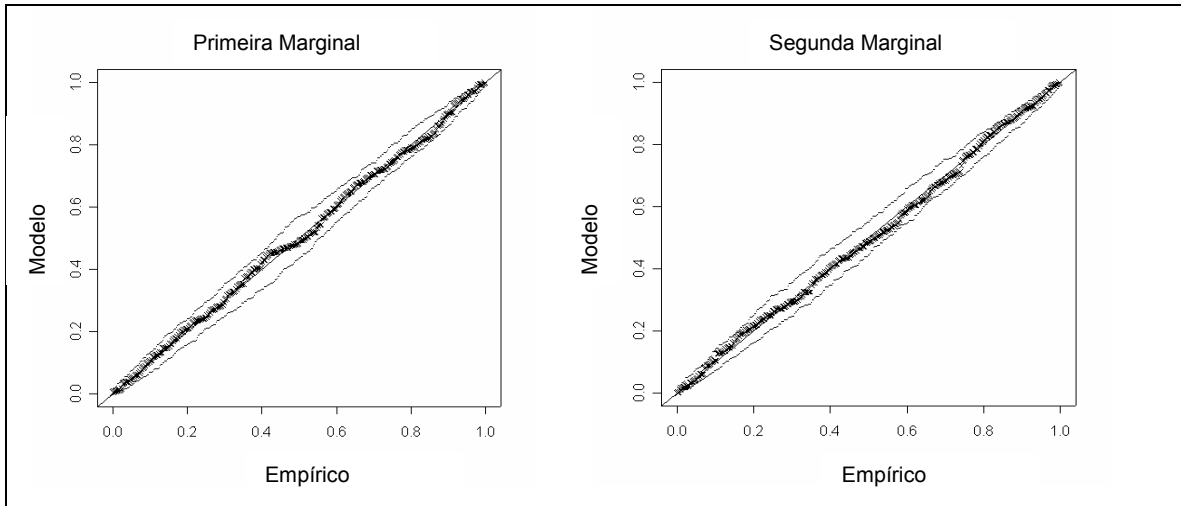


Figura C.1 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos  $P2_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

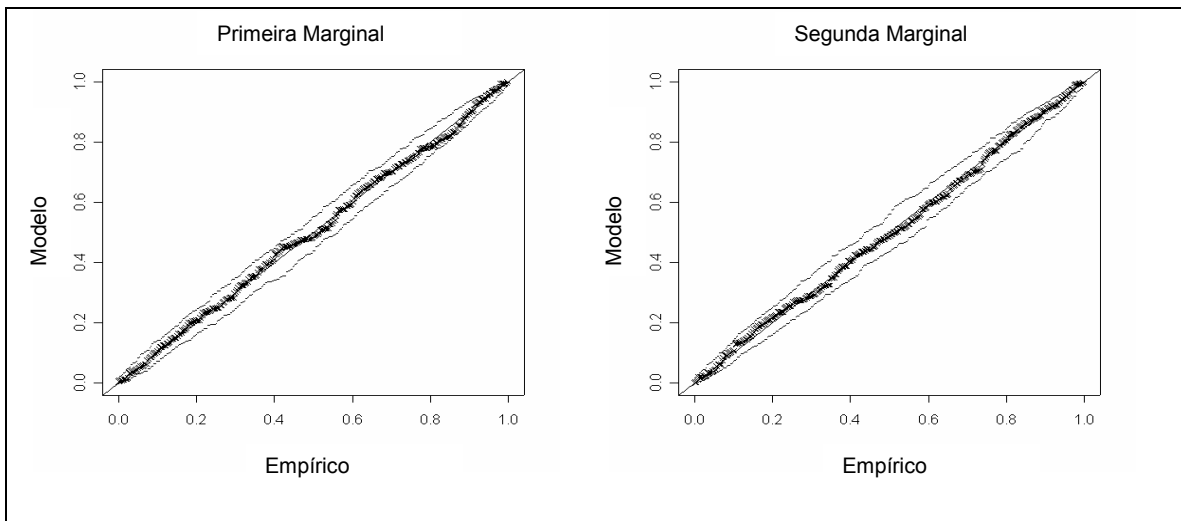


Figura C.2 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos  $P2_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

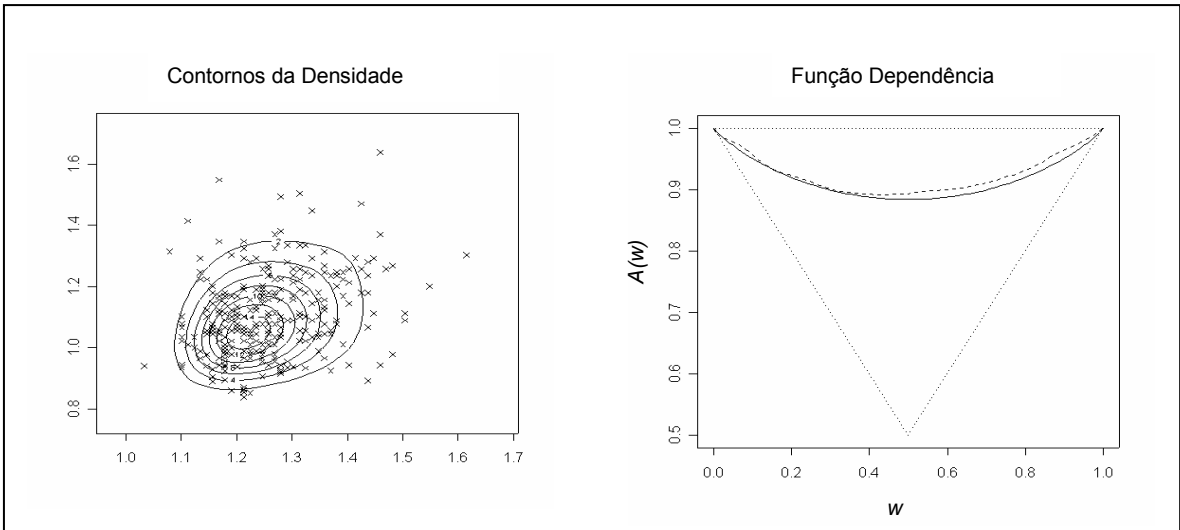


Figura C.3 - Contornos da Função densidade e Função dependência  $A(\cdot)$ , para o modelo para o modelo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P2, vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos.

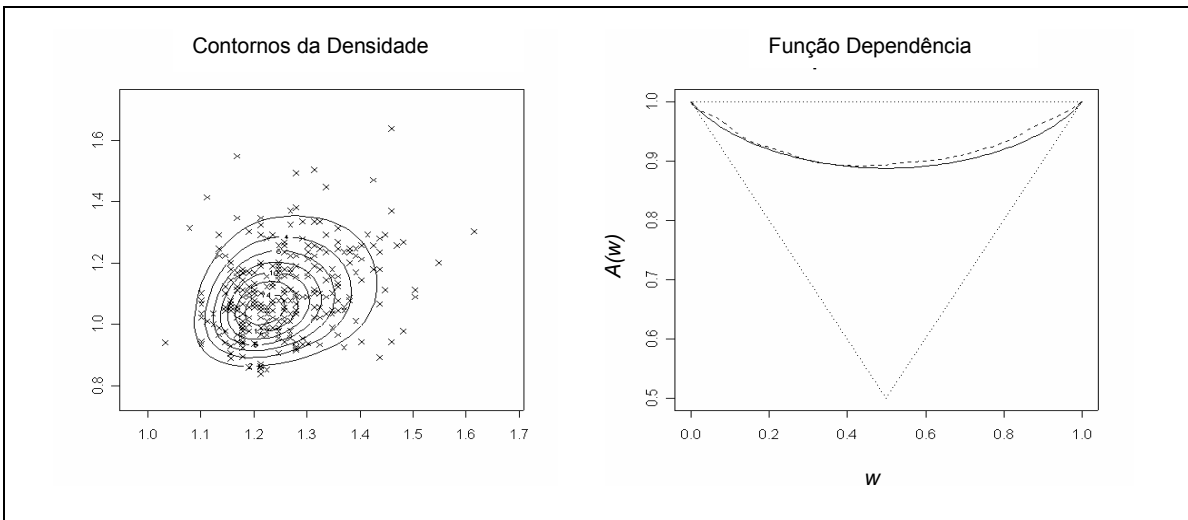


Figura C.4 – Contornos da Função densidade e Função dependência  $A(\cdot)$ , para o modelo para o modelo Negativo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P2, vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos.

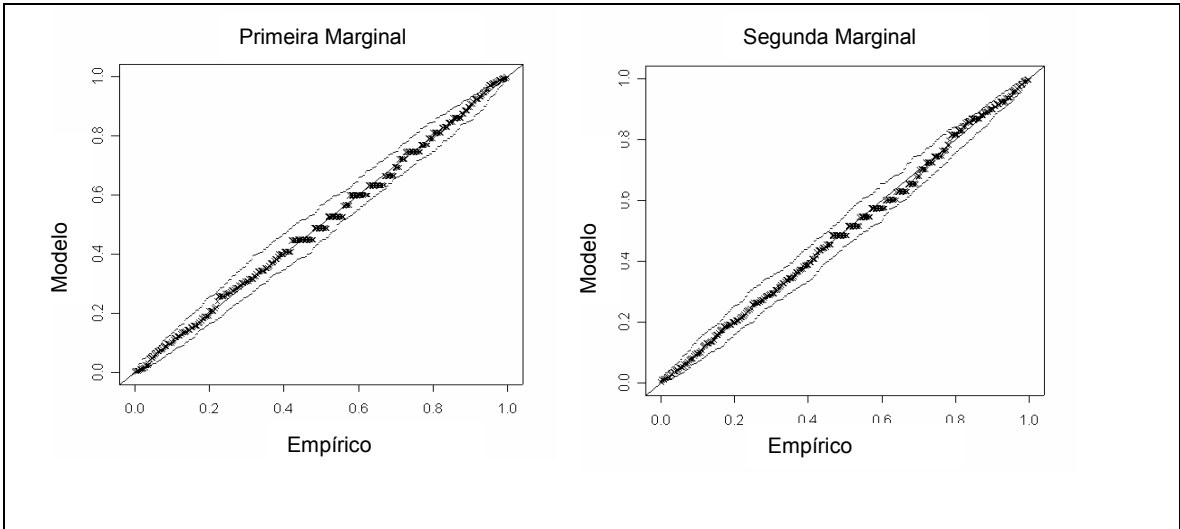


Figura C.5 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos  $P4_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

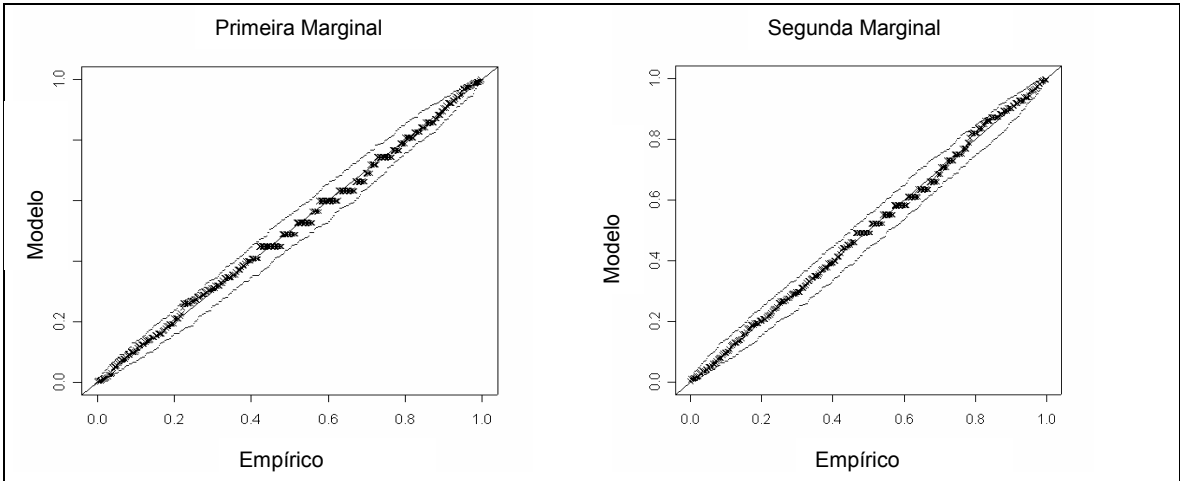


Figura C.6 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos  $P4_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

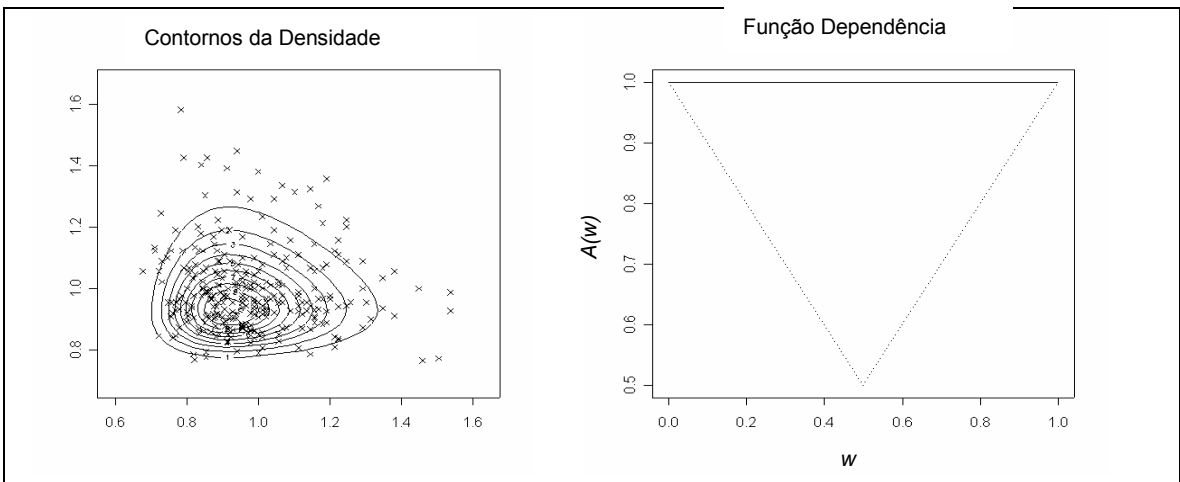


Figura C.7 - Contornos da Função densidade e Função dependência  $A(\cdot)$ , para o modelo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par  $P4$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos.



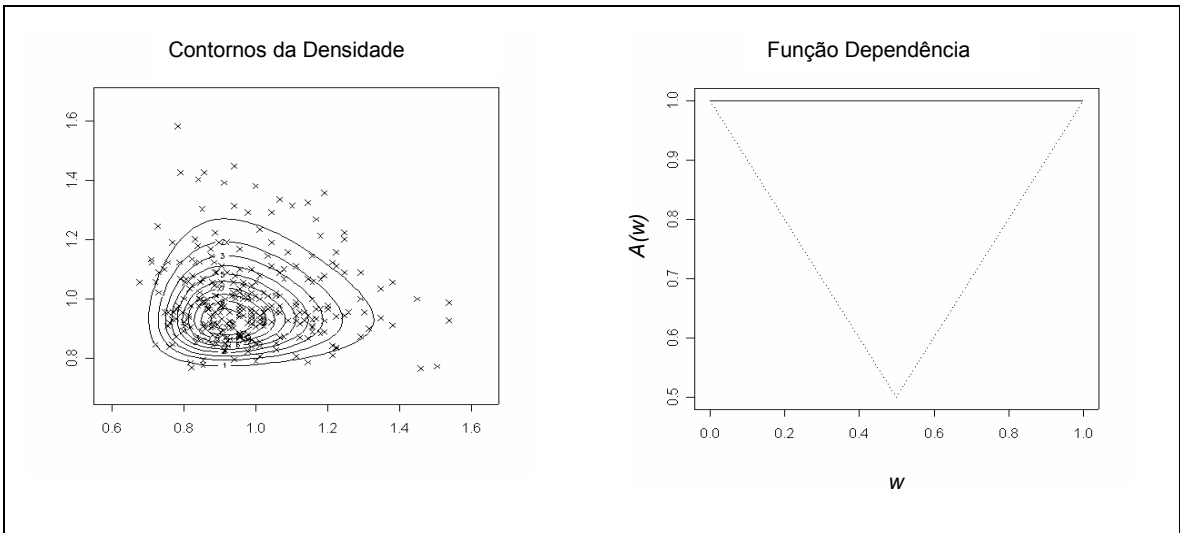


Figura C.8 – Contornos da Função densidade e Função dependência  $A(\cdot)$ , para o modelo Negativo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P4, vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos.

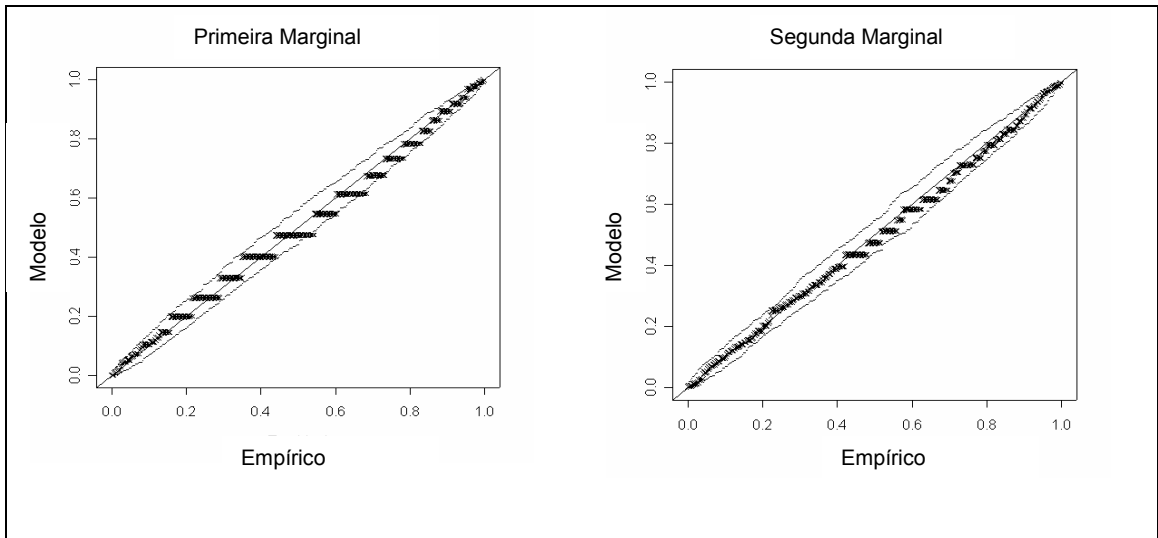


Figura C.9 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos  $P5_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

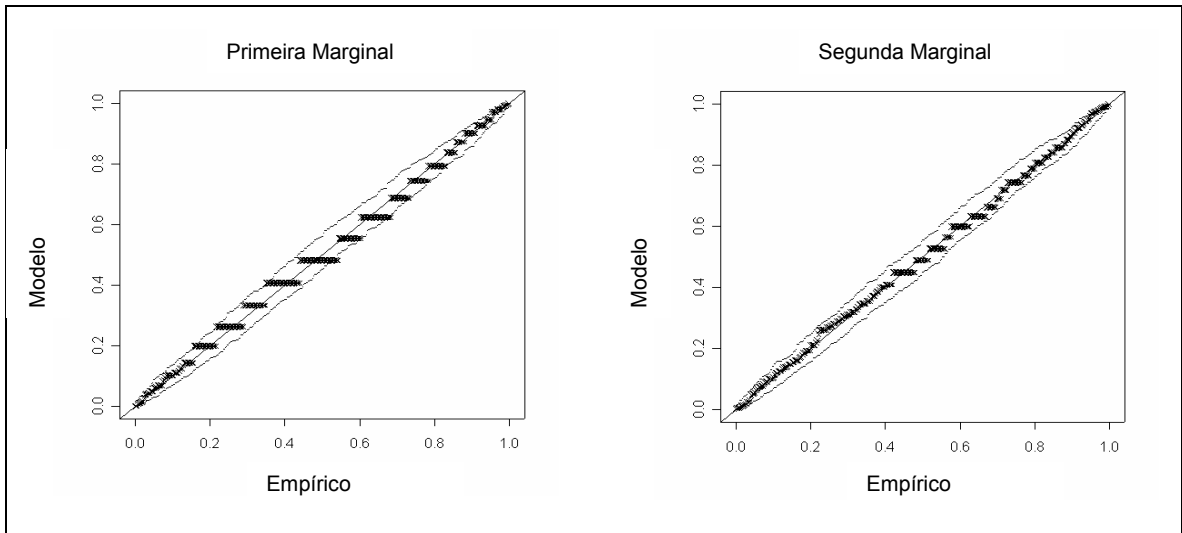


Figura C.10 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos  $P5_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

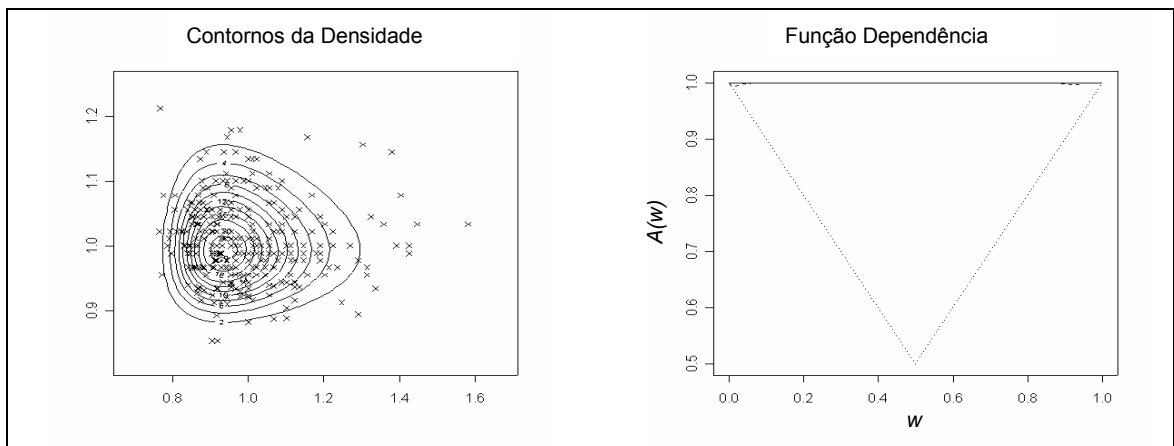


Figura C.11 – Contornos da Função densidade e Função dependência  $A(\cdot)$ , para o modelo para o modelo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par  $P5$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos

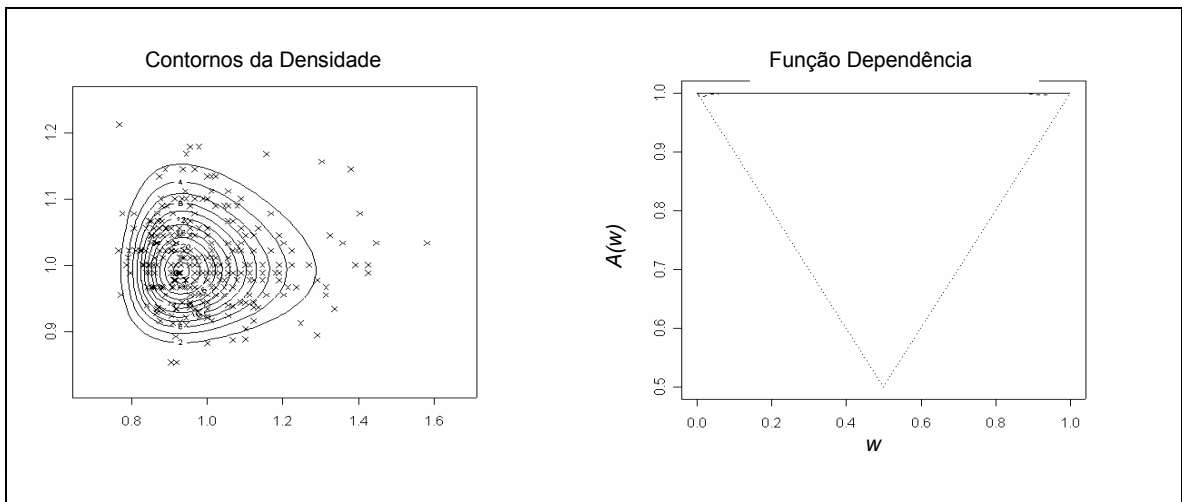


Figura C.12 – Contornos da Função densidade e Função dependência  $A(\cdot)$ , para o modelo para o modelo Negativo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par  $P5$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos

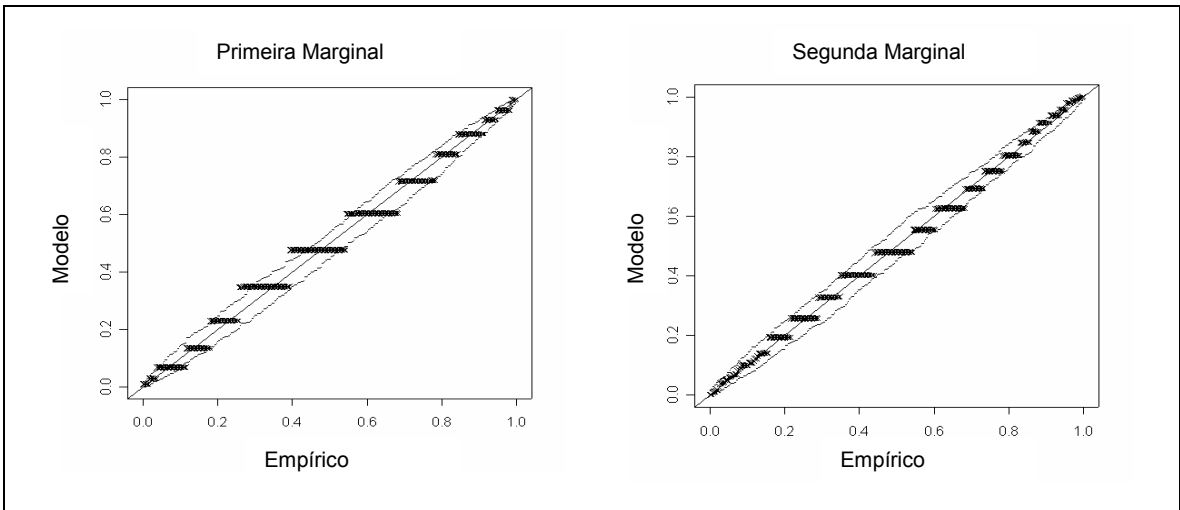


Figura C.13 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Logístico, para o par de máximos  $P6_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

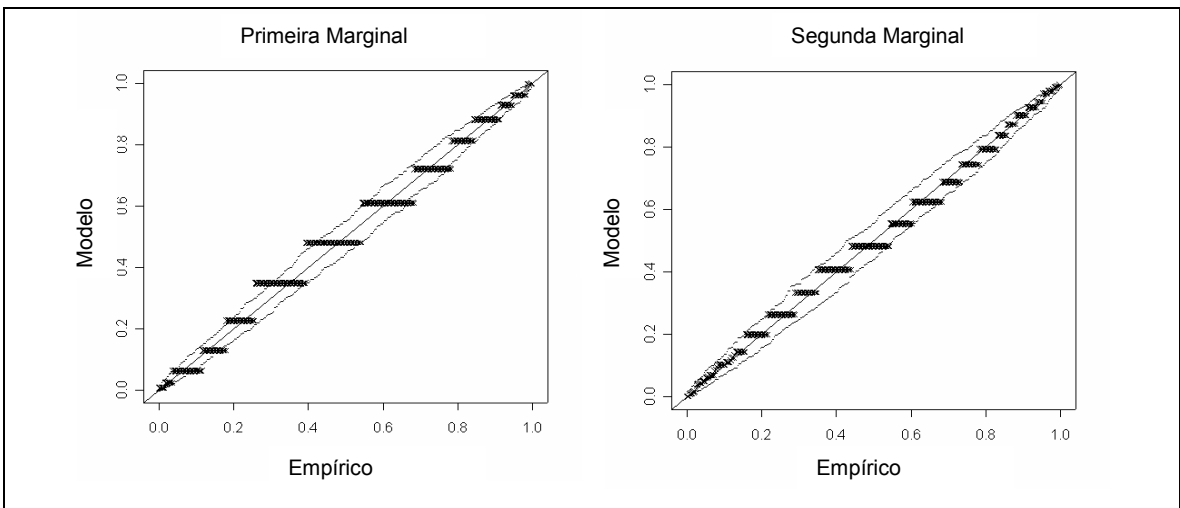


Figura C.14 - Ajuste para as marginais considerando o modelo Negativo Logístico, para o par de máximos  $P6_{ma}$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e intervalo de confiança (95%).

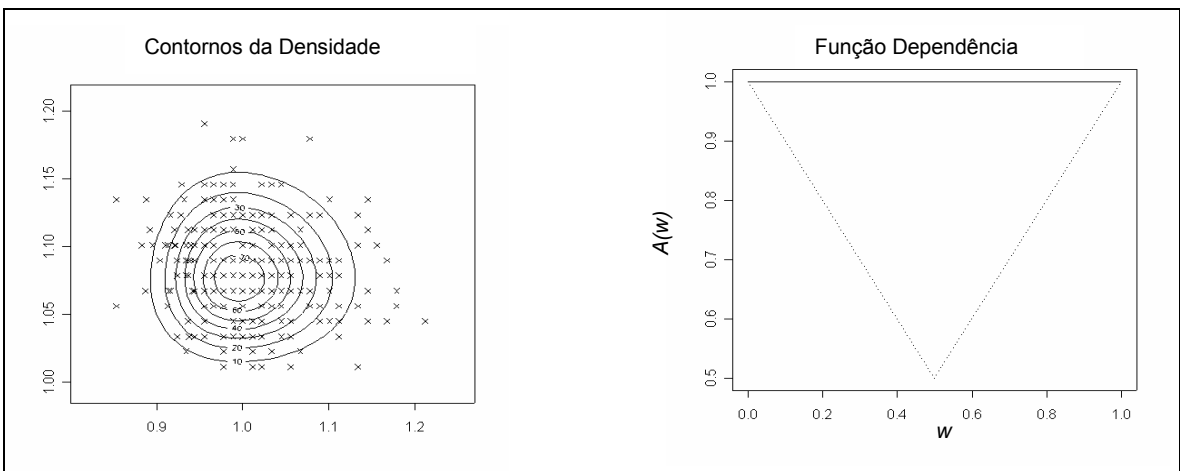


Figura C.15 – Contornos da Função densidade e Função dependência  $A(\cdot)$ , para o modelo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par  $P6$ , vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos.

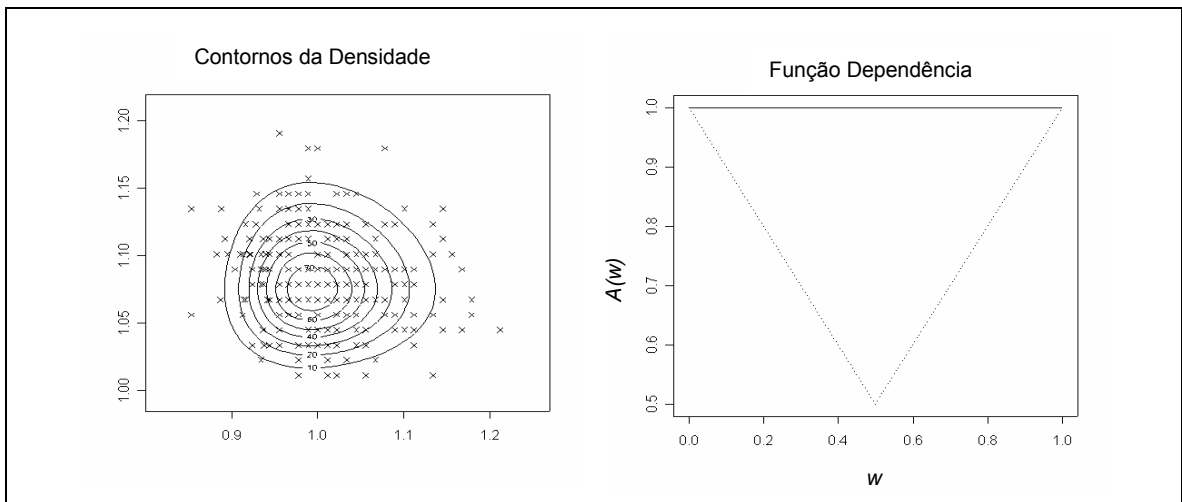


Figura C.16 - Contornos da Função densidade e Função dependência  $A(\cdot)$ , para o modelo para o modelo Negativo Logístico(—), e não paramétrico(---), para o par P6, vazão de  $4000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , séries de máximos.

## ANEXO D

- VAZÃO  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  ( $F_r = 6,42$ )

Tabela D.1: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **1%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $1000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	4,14	6,65	4,52	6,94	$0,01 \times 10^{-2}$	<b>0,0841</b>	0,0418
	NL	4,14	6,65			$0,01 \times 10^{-2}$	<b>0,0841</b>	0,0418
	I	4,13	6,66			-	0,0863	<b>0,0403</b>
	W	0,27	4,73			-	0,9403	0,3184
P2	L	6,65	7,08	6,94	7,37	$0,01 \times 10^{-2}$	0,0418	<b>0,0393</b>
	NL	6,65	7,08			$0,01 \times 10^{-2}$	0,0418	<b>0,0393</b>
	I	6,66	7,08			-	<b>0,0403</b>	<b>0,0393</b>
	W	4,73	5,14			-	0,3184	0,3026
P3	L	7,08	7,72	7,37	7,86	$0,01 \times 10^{-2}$	<b>0,0393</b>	<b>0,0178</b>
	NL	7,08	7,72			$0,01 \times 10^{-2}$	<b>0,0393</b>	<b>0,0178</b>
	I	7,08	7,71			-	<b>0,0393</b>	0,0191
	W	5,14	6,93			-	0,3026	0,1183
P4	L	7,72	8,92	7,86	8,61	$0,01 \times 10^{-2}$	<b>0,0178</b>	-0,0360
	NL	7,72	8,92			$0,01 \times 10^{-2}$	<b>0,0178</b>	-0,0360
	I	7,71	8,9			-	0,0191	-0,0337
	W	6,93	8,59			-	0,1183	<b>0,0023</b>
P5	L	8,92	9,45	8,61	9,43	-	-0,0360	-0,0021
	NL	8,92	9,45			-	-0,0360	-0,0021
	I	8,9	9,45			-	-0,0337	-0,0021
	W	8,59	8,62			-	<b>0,0023</b>	<b>0,0859</b>
P6	L	9,45	9,55	9,43	9,59	-	<b>-0,0021</b>	0,0042
	NL	9,45	9,55			-	<b>-0,0021</b>	0,0042

I	9,45	9,58			-	<b>-0,0021</b>	<b>0,0010</b>
W	8,62	8,62			-	0,0859	0,1011

Tabela D.2: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de 1000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (toda a série).

Pares	Modelo	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	$p^*$	$\frac{P_{1%M} - P_{1%G}}{P_{1%M}}$	$\frac{P_{2%M} - P_{2%G}}{P_{2%M}}$
P1	L	4,35	6,82	5,11	7,43	0,0026	<b>0,1487</b>	<b>0,0821</b>
	NL	4,35	6,82			0,0025	<b>0,1487</b>	<b>0,0821</b>
	I	4,34	6,82			-	0,1507	<b>0,0821</b>
	W	2,28	6,05			-	0,5538	0,1857
P2	L	6,82	7,31	7,43	7,83	0,0030	<b>0,0821</b>	0,0664
	NL	6,82	7,32			0,0030	<b>0,0821</b>	<b>0,0651</b>
	I	6,82	7,31			-	<b>0,0821</b>	0,0664
	W	6,05	6,13			-	0,1857	0,2171
P3	L	7,31	7,89	7,83	8,23	0,0027	<b>0,0664</b>	<b>0,0413</b>
	NL	7,31	7,88			0,0025	<b>0,0664</b>	0,0425
	I	7,31	7,88			-	<b>0,0664</b>	0,0425
	W	6,13	7,51			-	0,2171	0,0875
P4	L	7,88	9,02	8,23	8,90	0,0028	<b>0,0425</b>	-0,0135
	NL	7,88	9,02			0,0026	<b>0,0425</b>	-0,0135
	I	7,88	9,01			-	<b>0,0425</b>	-0,0124
	W	7,51	9,00			-	0,0875	<b>-0,0112</b>
P5	L	9,02	9,48	8,90	9,47	-	-0,0135	-0,0011
	NL	9,02	9,48			-	-0,0135	-0,0011
	I	9,01	9,47			-	-0,0124	<b>0,0000</b>
	W	9,00	9,10			-	<b>-0,0112</b>	0,0391
P6	L	9,478	9,58	9,47	9,63	-	-0,0008	0,0052
	NL	9,478	9,58			-	-0,0008	0,0052
	I	9,47	9,6			-	<b>0,0000</b>	<b>0,0031</b>
	W	9,10	9,10			-	0,0391	0,0550

Tabela D.3: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **10%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (E) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	4,48	6,92	5,40	7,67	0,010	<b>0,1704</b>	0,0978
	NL	4,48	6,92			0,010	<b>0,1704</b>	0,0978
	I	4,47	6,93			-	0,1722	<b>0,0965</b>
	W	3,45	6,82			-	0,3611	0,1108
P2	L	6,92	7,45	7,67	8,08	0,012	0,0978	<b>0,0780</b>
	NL	6,92	7,45			0,012	0,0978	<b>0,0780</b>
	I	6,93	7,44			-	<b>0,0965</b>	0,0792
	W	6,82	6,7			-	0,1108	0,1708
P3	L	7,45	7,99	8,08	8,41	0,011	<b>0,0780</b>	<b>0,0499</b>
	NL	7,45	7,99			0,010	<b>0,0780</b>	<b>0,0499</b>
	I	7,44	7,98			-	0,0792	0,0511
	W	6,7	7,85			-	0,1708	0,0666
P4	L	7,98	9,08	8,41	9,03	0,011	<b>0,0511</b>	-0,0055
	NL	7,98	9,08			0,010	<b>0,0511</b>	-0,0055
	I	7,98	9,07			-	<b>0,0511</b>	<b>-0,0044</b>
	W	7,85	9,24			-	0,0666	-0,0233
P5	L	9,08	9,49	9,03	9,50	-	-0,0055	<b>0,0011</b>
	NL	9,08	9,49			-	-0,0055	<b>0,0011</b>
	I	9,07	9,49			-	<b>-0,0044</b>	<b>0,0011</b>
	W	9,24	9,38			-	-0,0233	0,0126
P6	L	9,49	9,6	9,50	9,65	-	<b>0,0011</b>	0,0052
	NL	9,49	9,6			-	<b>0,0011</b>	0,0052
	I	9,49	9,61			-	<b>0,0011</b>	<b>0,0041</b>
	W	9,38	9,38			-	0,0126	0,0280

Tabela D.4: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **80%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	9,08	10,27	6,87	8,97	0,64	-0,3217	-0,1449
	NL	9,07	10,30			0,64	-0,3202	-0,1483
	I	9,06	10,30			-	-0,3188	-0,1483
	W	6,85	9,05			-	<b>0,0029</b>	<b>-0,0089</b>
P2	L	10,30	10,18	8,97	9,31	0,64	-0,1483	-0,0934
	NL	10,30	10,18			0,64	-0,1483	-0,0934
	I	10,30	10,17			-	-0,1483	<b>-0,0924</b>
	W	9,05	8,37			-	<b>-0,0089</b>	0,1010
P3	L	10,18	10,07	9,31	9,31	0,65	-0,0934	-0,0816
	NL	10,18	10,07			0,65	-0,0934	-0,0816
	I	10,17	10,06			-	<b>-0,0924</b>	-0,0806
	W	8,37	8,83			-	0,1010	<b>0,0516</b>
P4	L	10,07	9,99	9,31	9,64	0,64	-0,0816	-0,0363
	NL	10,07	9,99			0,54	-0,0816	-0,0363
	I	10,06	9,73			-	-0,0806	<b>-0,0093</b>
	W	8,83	9,93			-	<b>0,0516</b>	-0,0301
P5	L	9,99	9,76	9,64	9,64	-	-0,0363	-0,0124
	NL	9,99	9,76			-	-0,0363	-0,0124
	I	9,73	9,75			-	<b>-0,0093</b>	<b>-0,0114</b>
	W	9,93	10,19			-	-0,0301	-0,0571
P6	L	9,76	9,89	9,64	9,77	-	-0,0124	-0,0123
	NL	9,76	9,89			-	-0,0124	-0,0123
	I	9,75	9,88			-	<b>-0,0114</b>	<b>-0,0113</b>
	W	10,19	10,19			-	-0,0571	-0,0430



Tabela D.5: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **90%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	9,52	10,51	7,24	9,25	0,81	-0,3149	-0,1362
	NL	9,52	10,51			0,81	-0,3149	-0,1362
	I	9,49	10,59			-	-0,3108	-0,1449
	W	7,95	9,77			-	<b>-0,0981</b>	<b>-0,0562</b>
P2	L	10,56	10,41	9,25	9,54	0,81	-0,1416	-0,0912
	NL	10,56	10,41			0,81	-0,1416	-0,0912
	I	10,59	10,42			-	-0,1449	-0,0922
	W	9,77	8,91			-	<b>-0,0562</b>	<b>0,0660</b>
P3	L	10,41	10,28	9,54	9,53	0,82	-0,0912	-0,0787
	NL	10,41	10,28			0,82	-0,0912	-0,0787
	I	10,42	10,29			-	-0,0922	-0,0797
	W	8,91	9,15			-	<b>0,0660</b>	<b>0,0399</b>
P4	L	10,28	10,13	9,53	9,75	0,81	-0,0787	-0,0390
	NL	10,28	10,13			0,81	-0,0787	-0,0390
	I	10,29	9,77			-	-0,0797	<b>-0,0021</b>
	W	9,15	10,16			-	<b>0,0399</b>	-0,0421
P5	L	10,13	9,80	9,75	9,66	-	-0,0390	<b>-0,0145</b>
	NL	10,13	9,80			-	-0,0390	<b>-0,0145</b>
	I	9,77	9,80			-	<b>-0,0021</b>	<b>-0,0145</b>
	W	10,16	10,46			-	-0,0421	-0,0828
P6	L	9,80	9,92	9,66	9,80	-	<b>-0,0145</b>	-0,0122
	NL	9,80	9,92			-	<b>-0,0145</b>	-0,0122
	I	9,80	9,91			-	<b>-0,0145</b>	<b>-0,0112</b>
	W	10,46	10,46			-	-0,0828	-0,0673

Tabela D.6: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **95%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	9,95	10,74	7,60	9,49	0,90	-0,3092	-0,1317
	NL	9,95	10,80			0,90	-0,3092	-0,1380
	I	9,90	10,87			-	-0,3026	-0,1454
	E	9,23	10,61			-	<b>-0,2145</b>	<b>-0,1180</b>
P2	L	10,79	10,63	9,49	9,75	0,90	-0,1370	-0,0903
	NL	10,8	10,63			0,90	-0,1380	-0,0903
	I	10,87	10,66			-	-0,1454	-0,0933
	E	10,61	9,54			-	<b>-0,1180</b>	<b>0,0215</b>
P3	L	10,63	10,47	9,75	9,69	0,91	-0,0903	-0,0805
	NL	10,63	10,48			0,91	-0,0903	-0,0815
	I	10,66	10,50			-	-0,0933	-0,0836
	E	9,54	9,52			-	<b>0,0215</b>	<b>0,0175</b>
P4	L	10,48	10,26	9,69	9,84	0,90	-0,0815	-0,0427
	NL	10,47	10,26			0,90	-0,0805	-0,0427
	I	10,50	9,80			-	-0,0836	<b>0,0041</b>
	E	9,52	10,42			-	<b>0,0175</b>	-0,0589
P5	L	10,26	9,85	9,84	9,70	0,90	-0,0427	-0,0155
	NL	10,26	9,85			0,90	-0,0427	-0,0155
	I	9,80	9,84			-	<b>0,0041</b>	<b>-0,0144</b>
	E	10,42	10,76			-	-0,0589	-0,1093
P6	L	9,85	9,95	9,70	9,82	0,90	-0,0155	-0,0132
	NL	9,85	9,95			0,90	-0,0155	-0,0132
	I	9,84	9,94			-	<b>-0,0144</b>	<b>-0,0122</b>
	E	10,76	10,76			-	-0,1093	-0,0957

Tabela D.7: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **99%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $1000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	10,94	11,19	8,46	9,98	0,98	-0,2931	<b>-0,1212</b>
	NL	10,96	11,29			0,98	-0,2955	-0,1313
	I	10,84	11,49			-	<b>-0,2813</b>	-0,1513
	W	11,58	12,15			-	-0,3688	-0,2174
P2	L	11,28	11,09	9,98	10,16	0,98	<b>-0,1303</b>	-0,0915
	NL	11,28	11,10			0,98	<b>-0,1303</b>	-0,0925
	I	11,49	11,19			-	-0,1513	-0,1014
	W	12,15	10,70			-	-0,2174	<b>-0,0531</b>
P3	L	11,10	10,89	10,16	10,04	0,98	-0,0925	-0,0847
	NL	11,11	10,90			0,98	-0,0935	-0,0857
	I	11,19	11,00			-	-0,1014	-0,0956
	W	10,70	10,20			-	<b>-0,0531</b>	<b>-0,0159</b>
P4	L	10,89	10,49	10,04	10,00	0,98	-0,0847	-0,0490
	NL	10,88	10,49			0,98	-0,0837	-0,0490
	I	11,00	9,87			-	-0,0956	<b>0,0130</b>
	W	10,20	10,90			-	<b>-0,0159</b>	-0,0900
P5	L	10,48	9,95	10,00	9,75	-	-0,0480	<b>-0,0205</b>
	NL	10,48	9,95			-	-0,0480	<b>-0,0205</b>
	I	9,87	9,95			-	<b>0,0130</b>	<b>-0,0205</b>
	W	10,9	11,32			-	-0,0900	-0,1610
P6	L	9,95	10,01	9,75	9,86	-	<b>-0,0205</b>	-0,0152
	NL	9,95	10,01			-	<b>-0,0205</b>	-0,0152
	I	9,95	10			-	<b>-0,0205</b>	<b>-0,0142</b>
	W	11,32	11,32			-	-0,1610	-0,1481

- VAZÃO 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 4,98$ )

Tabela D.8: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (toda a série).

Pares	Modelo	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	$p^*$	$\frac{P_{1%M} - P_{1%G}}{P_{1%M}}$	$\frac{P_{2%M} - P_{2%G}}{P_{2%M}}$
P1	L	4,43	6,84	5,04	7,23	0,14x10 <sup>-3</sup>	<b>0,1210</b>	<b>0,0539</b>
	NL	4,43	6,84			0,14x10 <sup>-3</sup>	<b>0,1210</b>	<b>0,0539</b>
	I	4,43	6,84			-	<b>0,1210</b>	<b>0,0539</b>
	W	1,47	5,53			-	0,7083	0,2351
P2	L	6,84	5,93	7,23	6,04	0,18x10 <sup>-3</sup>	<b>0,0539</b>	<b>0,0182</b>
	NL	6,84	5,93			0,18x10 <sup>-3</sup>	<b>0,0539</b>	<b>0,0182</b>
	I	6,84	5,9			-	<b>0,0539</b>	0,0232
	W	5,53	4,96			-	0,2351	0,1788
P3	L	5,91	5,79	6,04	5,98	0,16x10 <sup>-3</sup>	<b>0,0215</b>	0,0318
	NL	5,91	5,79			0,15x10 <sup>-3</sup>	<b>0,0215</b>	0,0318
	I	5,9	5,8			-	0,0232	0,0301
	W	4,96	5,86			-	0,1788	<b>0,0201</b>
P4	L	5,74	6,74	5,98	6,95	0,10x10 <sup>-3</sup>	0,0401	<b>0,0302</b>
	NL	5,78	6,7			0,10x10 <sup>-3</sup>	0,0334	0,0360
	I	5,8	6,7			-	0,0301	0,0360
	W	5,86	6,56			-	<b>0,0201</b>	0,0561
P5	L	6,66	9,12	6,95	8,52	0,10x10 <sup>-3</sup>	0,0417	-0,0704
	NL	6,70	9,11			0,10x10 <sup>-3</sup>	<b>0,0360</b>	<b>-0,0692</b>
	I	6,70	9,91			-	<b>0,0360</b>	-0,1631
	W	6,70	9,23			-	<b>0,0360</b>	-0,0833
P6	L	9,10	9,86	8,52	9,65	0,10x10 <sup>-3</sup>	<b>-0,0681</b>	-0,0218
	NL	9,10	9,86			0,10x10 <sup>-3</sup>	<b>-0,0681</b>	-0,0218
	I	9,91	9,45			-	-0,1631	<b>0,0207</b>
	W	9,23	9,27			-	-0,0833	0,0394

Tabela D.9: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de 2000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (toda a série).

Pares	Modelo	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	P*	$\frac{P_{1%M} - P_{1%G}}{P_{1%M}}$	$\frac{P_{2%M} - P_{2%G}}{P_{2%M}}$
P1	L	4,67	7,09	5,52	7,94	0,30x10 <sup>-2</sup>	<b>0,1540</b>	0,1071
	NL	4,67	7,09			0,31x10 <sup>-2</sup>	<b>0,1540</b>	0,1071
	I	4,67	7,09			-	<b>0,1540</b>	0,1071
	W	3,28	7,10			-	0,4058	<b>0,1058</b>
P2	L	7,00	6,26	7,94	6,93	0,34x10 <sup>-2</sup>	0,1069	0,0967
	NL	7,00	6,26			0,34x10 <sup>-2</sup>	0,1069	0,0967
	I	7,09	6,25			-	0,1071	0,0981
	W	7,10	6,43			-	<b>0,1058</b>	<b>0,0722</b>
P3	L	6,25	6,02	6,93	6,79	0,34x10 <sup>-2</sup>	0,0981	0,1134
	NL	6,25	6,02			0,32x10 <sup>-2</sup>	0,0981	0,1134
	I	6,25	6,09			-	0,0981	0,1031
	W	6,43	6,92			-	<b>0,0722</b>	<b>-0,0191</b>
P4	L	6,05	7,03	6,79	7,43	0,25x10 <sup>-2</sup>	0,1320	0,0538
	NL	6,01	7,00			0,25x10 <sup>-2</sup>	0,1377	0,0579
	I	6,09	7,00			-	0,1263	0,0579
	W	6,92	7,56			-	<b>0,0072</b>	<b>-0,0175</b>
P5	L	6,97	9,27	7,43	9,04	0,25x10 <sup>-2</sup>	0,0619	-0,0254
	NL	7,00	9,26			0,25x10 <sup>-2</sup>	0,0579	<b>-0,0243</b>
	I	7,00	9,97			-	0,0579	-0,1029
	W	7,56	9,57			-	<b>-0,0175</b>	-0,0586
P6	L	9,25	9,93	9,04	9,84	0,25x10 <sup>-2</sup>	<b>-0,0232</b>	<b>-0,0091</b>
	NL	9,26	9,93			0,25x10 <sup>-2</sup>	-0,0243	<b>-0,0091</b>
	I	9,97	9,47			-	-0,1029	0,0376
	W	9,57	9,61			-	-0,0586	0,0234

Tabela D.10: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **10%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	4,81	7,25	5,76	8,25	0,012	<b>0,1649</b>	0,1212
	NL	4,81	7,25			0,012	<b>0,1649</b>	0,1212
	I	4,81	7,25			-	<b>0,1649</b>	0,1212
	W	4,33	8,02			-	0,2483	<b>0,0279</b>
P2	L	7,24	6,46	8,25	7,35	0,013	0,1224	0,1211
	NL	7,25	6,47			0,013	0,1212	0,1197
	I	7,25	6,45			-	0,1212	0,1224
	W	8,02	7,3			-	<b>0,0279</b>	<b>0,0068</b>
P3	L	6,46	6,21	7,35	7,18	0,013	0,1211	0,1351
	NL	6,46	6,21			0,012	0,1211	0,1351
	I	6,45	6,27			-	0,1224	0,1267
	W	7,3	7,54			-	<b>0,0068</b>	<b>-0,0501</b>
P4	L	6,24	7,2	7,18	7,71	0,010	0,1309	0,0661
	NL	6,2	7,18			0,010	0,1365	0,0687
	I	6,27	7,18			-	0,1267	0,0687
	W	7,54	8,15			-	<b>-0,0501</b>	<b>-0,0571</b>
P5	L	7,14	9,35	7,71	9,26	0,010	0,0739	-0,0097
	NL	7,14	9,35			0,010	0,0739	-0,0097
	I	7,18	10,01			-	0,0687	<b>-0,0810</b>
	W	8,15	8,15			-	<b>-0,0571</b>	0,1199
P6	L	9,34	9,97	9,26	9,93	0,010	<b>-0,0086</b>	<b>-0,0040</b>
	NL	9,35	9,97			0,010	-0,0097	<b>-0,0040</b>
	I	10,01	9,49			-	-0,0810	0,0443
	W	8,15	9,81			-	0,1199	0,0121

Tabela D.11: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **80%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$P^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	8,72	11,59	7,04	9,95	0,64	-0,2386	-0,1648
	NL	8,73	11,59			0,64	-0,2401	-0,1648
	I	8,72	11,59			-	-0,2386	-0,1648
	W	7,38	10,66			-	<b>-0,0483</b>	<b>-0,0714</b>
P2	L	11,59	10,96	9,95	9,54	0,66	-0,1648	-0,1488
	NL	11,59	10,96			0,66	-0,1648	-0,1488
	I	11,59	10,95			-	-0,1648	-0,1478
	W	10,66	9,79			-	<b>-0,0714</b>	<b>-0,0262</b>
P3	L	10,96	11,04	9,54	9,35	0,67	-0,1488	-0,1807
	NL	10,96	11,04			0,67	-0,1488	-0,1807
	I	10,95	11,03			-	-0,1478	-0,1797
	W	9,79	9,33			-	<b>-0,0262</b>	<b>0,0021</b>
P4	L	11,03	10,38	9,35	9,10	0,64	-0,1797	-0,1407
	NL	11,03	10,38			0,64	-0,1797	-0,1407
	I	11,03	10,39			-	-0,1797	-0,1418
	W	9,33	9,84			-	<b>0,0021</b>	<b>-0,0813</b>
P5	L	10,38	10,36	9,10	10,07	0,64	-0,1407	-0,0288
	NL	10,38	10,36			0,64	-0,1407	-0,0288
	I	10,39	10,46			-	-0,1418	-0,0387
	W	9,84	10,34			-	<b>-0,0813</b>	<b>-0,0268</b>
P6	L	10,36	10,49	10,07	10,28	0,64	-0,0288	-0,0204
	NL	10,36	10,49			0,64	-0,0288	-0,0204
	I	10,46	9,75			-	-0,0387	0,0516
	W	10,34	10,38			-	<b>-0,0268</b>	<b>-0,0097</b>

Tabela D.12: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **90%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	9,18	11,92	7,33	10,32	0,81	-0,2524	<b>-0,1550</b>
	NL	9,19	11,92			0,81	-0,2538	<b>-0,1550</b>
	I	9,17	11,92			-	-0,2510	<b>-0,1550</b>
	W	8,37	11,52			-	<b>-0,1419</b>	-0,1163
P2	L	11,93	11,34	10,32	9,98	0,82	-0,1560	-0,1363
	NL	11,93	11,33			0,82	-0,1560	-0,1353
	I	11,92	11,32			-	-0,1550	-0,1343
	W	11,52	10,6			-	<b>-0,1163</b>	<b>-0,0621</b>
P3	L	11,34	11,57	9,98	9,87	0,83	-0,1363	-0,1722
	NL	11,33	11,57			0,83	-0,1353	-0,1722
	I	11,32	11,5			-	-0,1343	-0,1651
	W	10,60	9,91			-	<b>-0,0621</b>	<b>-0,0041</b>
P4	L	11,55	10,80	9,87	9,44	0,81	-0,1702	-0,1441
	NL	11,55	10,80			0,81	-0,1702	-0,1441
	I	11,50	10,84			-	-0,1651	-0,1483
	W	9,91	10,39			-	<b>-0,0041</b>	<b>-0,1006</b>
P5	L	10,79	10,55	9,44	10,17	0,81	-0,1430	-0,0374
	NL	10,80	10,55			0,81	-0,1441	-0,0374
	I	10,84	10,57			-	-0,1483	-0,0393
	W	10,39	10,53			-	<b>-0,1006</b>	<b>-0,0354</b>
P6	L	10,55	10,61	10,17	10,33	0,81	-0,0374	-0,0271
	NL	10,55	10,61			0,81	-0,0374	-0,0271
	I	10,57	9,80			-	-0,0393	0,0513
	W	10,53	10,57			-	<b>-0,0354</b>	<b>-0,0232</b>



Tabela D.13: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **95%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	9,62	12,21	7,60	10,67	0,90	-0,2658	<b>-0,1443</b>
	NL	9,65	12,22			0,90	-0,2697	-0,1453
	I	9,60	12,21			-	-0,2632	<b>-0,1443</b>
	W	9,52	12,52			-	<b>-0,2526</b>	-0,1734
P2	L	12,23	11,68	10,67	10,39	0,91	-0,1462	-0,1242
	NL	12,24	11,67			0,91	-0,1471	-0,1232
	I	12,21	11,64			-	<b>-0,1443</b>	-0,1203
	W	12,52	11,54			-	-0,1734	<b>-0,1107</b>
P3	L	11,68	12,11	10,39	10,31	0,91	-0,1242	-0,1746
	NL	11,67	12,1			0,91	-0,1232	-0,1736
	I	11,64	11,96			-	-0,1203	-0,1600
	W	11,54	10,59			-	<b>-0,1107</b>	<b>-0,0272</b>
P4	L	12,06	11,19	10,31	9,73	0,90	-0,1697	-0,1501
	NL	12,06	11,19			0,90	-0,1697	-0,1501
	I	11,96	11,27				-0,1600	-0,1583
	W	10,59	11,02				<b>-0,0272</b>	<b>-0,1326</b>
P5	L	11,19	10,71	9,73	10,28	0,90	-0,1501	-0,0418
	NL	11,19	10,71			0,90	-0,1501	-0,0418
	I	11,27	10,68				-0,1583	<b>-0,0389</b>
	W	11,02	10,75				<b>-0,1326</b>	-0,0457
P6	L	10,71	10,71	10,28	10,38	0,90	-0,0418	<b>-0,0318</b>
	NL	10,71	10,71			0,90	-0,0418	<b>-0,0318</b>
	I	10,68	9,84				<b>-0,0389</b>	0,0520
	W	10,75	10,79				-0,0457	-0,0395

Tabela D.14: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **99%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $2000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	10,65	12,79	8,26	11,40	0,98	-0,2893	<b>-0,1219</b>
	NL	10,71	12,82			0,98	-0,2966	-0,1246
	I	10,58	12,81			-	<b>-0,2809</b>	-0,1237
	W	11,62	14,35			-	-0,4068	-0,2588
P2	L	12,85	12,37	11,40	11,23	0,98	-0,1272	-0,1015
	NL	12,87	12,35			0,98	-0,1289	-0,0997
	I	12,81	12,3			-	<b>-0,1237</b>	<b>-0,0953</b>
	W	14,35	13,26			-	-0,2588	-0,1808
P3	L	12,37	13,42	11,23	11,30	0,98	-0,1015	-0,1876
	NL	12,34	13,42			0,98	-0,0988	-0,1876
	I	12,30	12,99			-	<b>-0,0953</b>	-0,1496
	W	13,26	11,83			-	-0,1808	<b>-0,0469</b>
P4	L	13,29	12,04	11,30	10,43	0,98	-0,1761	<b>-0,1544</b>
	NL	13,29	12,04			0,98	-0,1761	<b>-0,1544</b>
	I	12,99	12,24			-	-0,1496	-0,1735
	W	11,83	12,19			-	<b>-0,0469</b>	-0,1687
P5	L	12,02	10,99	10,43	10,51	0,98	<b>-0,1524</b>	-0,0457
	NL	12,03	10,99			0,98	-0,1534	-0,0457
	I	12,24	10,89			-	-0,1735	<b>-0,0362</b>
	W	12,19	11,14			-	-0,1687	-0,0599
P6	L	10,99	10,93	10,51	10,47	0,98	-0,0457	<b>-0,0439</b>
	NL	11,00	10,93			0,98	-0,0466	<b>-0,0439</b>
	I	10,89	9,95			-	<b>-0,0362</b>	0,0497
	W	11,14	11,18			-	-0,0599	-0,0678

- VAZÃO 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> ( $F_r = 4,32$ )

Tabela D.15: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (toda a série).

Pares	Modelos	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	p <sup>*</sup>	$\frac{P_{1%M} - P_{1%G}}{P_{1%M}}$	$\frac{P_{2%M} - P_{2%G}}{P_{2%M}}$
P1	L	4,89	7,13	5,13	7,34	0,04x10 <sup>-2</sup>	<b>0,0468</b>	0,0286
	NL	4,89	7,14			0,04x10 <sup>-2</sup>	<b>0,0468</b>	0,0272
	I	4,87	7,22			-	0,0507	<b>0,0163</b>
	W	2,4	6,37			-	0,5322	0,1322
P2	L	7,12	4,13	7,34	4,40	0,03x10 <sup>-2</sup>	0,0300	<b>0,0614</b>
	NL	7,13	4,13			0,03x10 <sup>-2</sup>	0,0286	<b>0,0614</b>
	I	7,22	4,08			-	<b>0,0163</b>	0,0727
	W	6,37	5,07			-	0,1322	-0,1523
P3	L	4,08	2,69	4,40	3,38	0,03x10 <sup>-2</sup>	0,0727	0,2041
	NL	4,09	2,69			0,03x10 <sup>-2</sup>	<b>0,0705</b>	<b>0,2041</b>
	I	4,08	2,66			-	0,0727	0,2130
	W	5,07	4,72			-	-0,1523	-0,3964
P4	L	2,66	5,14	3,38	5,57	0,01x10 <sup>-2</sup>	<b>0,2130</b>	0,0772
	NL	2,66	5,14			0,01x10 <sup>-2</sup>	<b>0,2130</b>	0,0772
	I	2,66	5,14			-	<b>0,2130</b>	0,0772
	W	4,72	5,41			-	-0,3964	<b>0,0287</b>
P5	L	5,05	8,21	5,57	7,85	0,01x10 <sup>-2</sup>	0,0934	-0,0459
	NL	5,14	8,18			0,01x10 <sup>-2</sup>	0,0772	<b>-0,0420</b>
	I	5,14	8,23			-	0,0772	-0,0484
	W	5,41	8,75			-	<b>0,0287</b>	-0,1146
P6	L	8,1	9,53	7,85	9,15	0,01x10 <sup>-2</sup>	<b>-0,0318</b>	-0,0415
	NL	8,18	9,51			0,01x10 <sup>-2</sup>	-0,0420	<b>-0,0393</b>
	I	8,23	9,53			-	-0,0484	-0,0415
	W	8,75	9,84			-	-0,1146	-0,0754

Tabela D.16: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de 3000 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> (toda a série).

Pares	Modelo	P <sub>1%G</sub>	P <sub>2%G</sub>	P <sub>1%M</sub>	P <sub>2%M</sub>	$p^*$	$\frac{P_{1%M} - P_{1%G}}{P_{1%M}}$	$\frac{P_{2%M} - P_{2%G}}{P_{2%M}}$
P1	L	5,07	7,37	5,51	8,02	0,59x10 <sup>-2</sup>	<b>0,0799</b>	0,0810
	NL	5,07	7,37			0,59x10 <sup>-2</sup>	<b>0,0799</b>	0,0810
	I	5,06	7,43			-	0,0817	0,0736
	W	3,93	7,89			-	0,2868	<b>0,0162</b>
P2	L	7,36	4,57	8,02	5,56	0,53x10 <sup>-2</sup>	0,0823	<b>0,1781</b>
	NL	7,37	4,57			0,53x10 <sup>-2</sup>	0,0810	<b>0,1781</b>
	I	7,43	4,53			-	0,0736	0,1853
	W	7,89	6,68			-	<b>0,0162</b>	-0,2014
P3	L	4,53	3,17	5,56	4,56	0,47x10 <sup>-2</sup>	<b>0,1853</b>	<b>0,3048</b>
	NL	4,53	3,17			0,46x10 <sup>-2</sup>	<b>0,1853</b>	<b>0,3048</b>
	I	4,53	3,15			-	<b>0,1853</b>	0,3092
	W	6,68	6,05			-	-0,2014	-0,3268
P4	L	3,15	5,53	4,56	6,36	0,28x10 <sup>-2</sup>	<b>0,3092</b>	0,1305
	NL	3,15	5,54			0,28x10 <sup>-2</sup>	<b>0,3092</b>	0,1289
	I	3,15	5,54			-	<b>0,3092</b>	0,1289
	W	6,05	6,67			-	-0,3268	<b>-0,0487</b>
P5	L	5,47	8,46	6,36	8,45	0,25x10 <sup>-2</sup>	0,1399	<b>-0,0012</b>
	NL	5,54	8,42			0,25x10 <sup>-2</sup>	0,1289	0,0036
	I	5,14	8,46			-	0,1918	<b>-0,0012</b>
	W	6,67	9,21			-	<b>-0,0487</b>	-0,0899
P6	L	8,35	9,66	8,45	9,51	0,25x10 <sup>-2</sup>	0,0118	<b>-0,0158</b>
	NL	8,42	9,65			0,25x10 <sup>-2</sup>	0,0036	-0,0147
	I	8,46	9,66			-	<b>-0,0012</b>	<b>-0,0158</b>
	W	9,21	10,14			-	-0,0899	-0,0662

Tabela D.17: Valores de pressão (mínimos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **10%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	5,17	7,51	5,68	8,36	0,019	0,0898	0,1017
	NL	5,18	7,52			0,019	<b>0,0880</b>	0,1005
	I	5,17	7,56			-	0,0898	0,0957
	W	4,82	8,78			-	0,1514	<b>-0,0502</b>
P2	L	7,51	4,83	8,36	6,15	0,018	0,1017	<b>0,2146</b>
	NL	7,51	4,83			0,018	0,1017	<b>0,2146</b>
	I	7,56	4,80			-	0,0957	0,2195
	W	8,78	7,62			-	<b>-0,0502</b>	-0,2390
P3	L	4,8	3,46	6,15	5,12	0,016	0,2195	<b>0,3242</b>
	NL	4,81	3,46			0,016	<b>0,2179</b>	<b>0,3242</b>
	I	4,80	3,44			-	0,2195	0,3281
	W	7,62	6,82			-	-0,2390	-0,3320
P4	L	3,45	5,77	5,12	6,72	0,011	<b>0,3262</b>	0,1414
	NL	3,45	5,77			0,011	<b>0,3262</b>	0,1414
	I	3,44	5,77			-	0,3281	0,1414
	W	6,82	7,41			-	-0,3320	<b>-0,1027</b>
P5	L	5,71	8,6	6,72	8,69	0,010	0,1503	<b>0,0104</b>
	NL	5,77	8,57			0,010	0,1414	0,0138
	I	5,77	8,59			-	0,1414	0,0115
	W	7,41	9,48			-	<b>-0,1027</b>	-0,0909
P6	L	8,51	9,74	8,69	9,68	0,010	0,0207	-0,0062
	NL	8,57	9,73			0,010	0,0138	<b>-0,0052</b>
	I	8,59	9,74			-	<b>0,0115</b>	-0,0062
	W	9,48	10,31			-	-0,0909	-0,0651

Tabela D.18: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **80%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	7,85	12,19	6,78	10,28	0,69	-0,1578	-0,1858
	NL	7,85	12,19			0,69	-0,1578	-0,1858
	I	7,83	12,16			-	-0,1549	-0,1829
	W	7,40	11,35			-	<b>-0,0914</b>	<b>-0,1041</b>
P2	L	12,16	11,59	10,28	9,33	0,68	-0,1829	-0,2422
	NL	12,17	11,59			0,69	-0,1839	-0,2422
	I	12,16	11,58			-	-0,1829	-0,2412
	W	11,35	10,33			-	<b>-0,1041</b>	<b>-0,1072</b>
P3	L	11,57	11,18	9,33	8,59	0,68	-0,2401	-0,3015
	NL	11,57	11,17			0,68	-0,2401	-0,3003
	I	11,58	11,17			-	-0,2412	-0,3003
	W	10,33	9,05			-	<b>-0,1072</b>	<b>-0,0536</b>
P4	L	11,16	10,61	8,59	8,63	0,64	-0,2992	-0,2294
	NL	11,16	10,61			0,64	-0,2992	-0,2294
	I	11,17	10,61			-	-0,3003	-0,2294
	W	9,05	9,53			-	<b>-0,0536</b>	<b>-0,1043</b>
P5	L	10,57	10,46	8,63	9,89	0,64	-0,2248	-0,0576
	NL	10,61	10,48			0,64	-0,2294	-0,0597
	I	10,61	10,47			-	-0,2294	-0,0586
	W	9,53	10,26			-	<b>-0,1043</b>	<b>-0,0374</b>
P6	L	10,52	10,72	9,89	10,44	0,64	-0,0637	-0,0268
	NL	10,46	10,72			0,64	-0,0576	-0,0268
	I	10,47	10,71			-	-0,0586	<b>-0,0259</b>
	W	10,26	10,82			-	<b>-0,0374</b>	-0,0364

Tabela D.19: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **90%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	8,16	12,7	7,04	10,74	0,84	-0,1591	-0,1825
	NL	8,15	12,71			0,84	-0,1577	-0,1834
	I	8,12	12,64			-	<b>-0,1534</b>	-0,1769
	W	8,24	12,18			-	-0,1705	<b>-0,1341</b>
P2	L	12,64	12,24	10,74	9,98	0,84	-0,1769	-0,2265
	NL	12,65	12,24			0,84	-0,1778	-0,2265
	I	12,64	12,27			-	-0,1769	-0,2295
	W	12,18	11,21			-	<b>-0,1341</b>	<b>-0,1232</b>
P3	L	12,22	11,91	9,98	9,35	0,83	-0,2244	-0,2738
	NL	12,24	11,88			0,83	-0,2265	-0,2706
	I	12,27	11,93			-	-0,2295	-0,2759
	W	11,21	9,77			-	<b>-0,1232</b>	<b>-0,0449</b>
P4	L	11,86	11,14	9,35	9,08	0,81	-0,2684	-0,2269
	NL	11,87	11,14			0,81	-0,2695	-0,2269
	I	11,93	11,19			-	-0,2759	-0,2324
	W	9,77	10,23			-	<b>-0,0449</b>	<b>-0,1267</b>
P5	L	11,07	10,68	9,08	10,16	0,81	-0,2192	-0,0512
	NL	11,15	10,71			0,81	-0,2280	-0,0541
	I	11,19	10,70			-	-0,2324	-0,0531
	W	10,23	10,51			-	<b>-0,1267</b>	<b>-0,0344</b>
P6	L	10,74	10,88	10,16	10,56	0,81	-0,0571	-0,0303
	NL	10,69	10,87			0,81	-0,0522	<b>-0,0294</b>
	I	10,70	10,87			-	-0,0531	<b>-0,0294</b>
	W	10,51	10,98			-	<b>-0,0344</b>	-0,0398

Tabela D.20: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **95%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	8,46	13,21	7,26	11,14	0,92	-0,1653	-0,1858
	NL	8,45	13,23			0,92	-0,1639	-0,1876
	I	8,39	13,10			-	<b>-0,1556</b>	<b>-0,1759</b>
	W	9,21	13,15			-	-0,2686	-0,1804
P2	L	13,1	12,86	11,14	10,55	0,92	-0,1759	-0,2190
	NL	13,11	12,86			0,92	-0,1768	-0,2190
	I	13,1	12,93				<b>-0,1759</b>	-0,2256
	W	13,15	12,23				-0,1804	<b>-0,1592</b>
P3	L	12,85	12,6	10,55	9,99	0,92	-0,2180	-0,2613
	NL	12,87	12,56			0,92	-0,2199	-0,2573
	I	12,93	12,66				-0,2256	-0,2673
	W	12,23	10,61				<b>-0,1592</b>	<b>-0,0621</b>
P4	L	12,52	11,65	9,99	9,53	0,90	-0,2533	-0,2225
	NL	12,53	11,65			0,90	-0,2543	-0,2225
	I	12,66	11,75				-0,2673	-0,2329
	W	10,61	11,03				<b>-0,0621</b>	<b>-0,1574</b>
P5	L	11,52	10,87	9,53	10,40	0,90	-0,2088	-0,0452
	NL	11,65	10,91			0,90	-0,2225	-0,0490
	I	11,75	10,90			-	-0,2329	-0,0481
	W	11,03	10,81			-	<b>-0,1574</b>	<b>-0,0394</b>
P6	L	10,91	11,00	10,40	10,67	0,90	-0,0490	-0,0309
	NL	10,90	10,99			0,90	-0,0481	-0,0300
	I	10,90	10,96			-	-0,0481	<b>-0,0272</b>
	W	10,81	11,18			-	<b>-0,0394</b>	-0,0478



Tabela D.21: Valores de pressão (máximos) com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a **99%** para o modelo Logístico (L), modelo Negativo Logístico (NL), individual (I), estimativa Wiest (W) e probabilidade conjunta ( $p^*$ ) – Vazão de  $3000 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  (toda a série).

Pares	Modelo	$P_{1\%G}$	$P_{2\%G}$	$P_{1\%M}$	$P_{2\%M}$	$p^*$	$\frac{P_{1\%M} - P_{1\%G}}{P_{1\%M}}$	$\frac{P_{2\%M} - P_{2\%G}}{P_{2\%M}}$
P1	L	9,16	14,39	7,76	12,02	0,98	<b>-0,1804</b>	-0,1972
	NL	9,16	14,44			0,98	<b>-0,1804</b>	-0,2013
	I	9,02	14,14			-	-0,1624	<b>-0,1764</b>
	W	11,00	14,92			-	-0,4175	-0,2413
P2	L	14,15	14,19	12,02	11,78	0,98	-0,1772	-0,2046
	NL	14,15	14,18			0,98	-0,1772	-0,2037
	I	14,14	14,42			-	<b>-0,1764</b>	-0,2241
	W	14,92	14,10			-	-0,2413	<b>-0,1969</b>
P3	L	14,22	14,10	11,78	11,32	0,98	-0,2071	-0,2456
	NL	14,28	14,01			0,98	-0,2122	-0,2376
	I	14,42	14,30			-	-0,2241	-0,2633
	W	14,10	12,16			-	<b>-0,1969</b>	<b>-0,0742</b>
P4	L	13,94	12,73	11,32	10,52	0,98	-0,2314	-0,2101
	NL	13,95	12,73			0,98	-0,2323	-0,2101
	I	14,3	13,02			-	-0,2633	-0,2376
	W	12,16	12,50			-	<b>-0,0742</b>	<b>-0,1882</b>
P5	L	12,45	11,19	10,52	10,83	0,98	-0,1835	<b>-0,0332</b>
	NL	12,73	11,26			0,98	-0,2101	-0,0397
	I	13,02	11,25			-	-0,2376	-0,0388
	W	12,50	11,34			-	<b>-0,1882</b>	-0,0471
P6	L	11,24	11,22	10,83	10,88	0,98	<b>-0,0379</b>	-0,0313
	NL	11,3	11,2			0,98	-0,0434	-0,0294
	I	11,25	11,18			-	-0,0388	<b>-0,0276</b>
	W	11,34	11,53			-	-0,0471	-0,0597