

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DESIGN CONSTRUTAL DE CAMINHOS DE CONDUÇÃO ASSIMÉTRICOS
TRIFURCADOS

por

Tadeu Mendonça Fagundes

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, dezembro de 2016

DESIGN CONSTRUTAL DE CAMINHOS DE CONDUÇÃO ASSIMÉTRICOS
TRIFURCADOS

por

Tadeu Mendonça Fagundes
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovada por:

Prof. Dr. Antônio José da Silva Neto, Instituto Politécnico/UERJ

Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França, PROMEC/UFRGS

Profa. Dra. Letícia Jenisch Rodrigues, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 16 dezembro de 2016

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), ao seu Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC) e a CAPES pelo suporte financeiro.

Ao meu orientador, o professor Luiz Alberto Oliveira Rocha, por todo o apoio desde a graduação, sendo meu mentor e amigo durante todos os processos da vida acadêmica.

Aos meus colegas do departamento, pelos trabalhos realizados e pela amizade desenvolvida durante os anos de estudo.

Aos meus pais, pelo apoio incondicional durante a minha carreira acadêmica, sendo uma fonte de confiança sempre que preciso.

Aos meus amigos e família, pelos momentos de felicidade e companheirismo nas situações mais complicadas.

RESUMO

O presente trabalho utiliza o método Design Construtal para desenvolver o estudo numérico de uma configuração de caminhos de alta condutividade de geometria trifurcada que minimiza a resistência ao fluxo de calor, quando a área do caminho trifurcado é mantida constante. O objetivo deste trabalho é o estudo da influência da geometria sobre o desempenho térmico do sistema bem como a otimização do mesmo, assim obtendo uma configuração que minimiza a resistência térmica para cada condição imposta. São apresentadas as considerações e hipóteses utilizadas para a análise, obtendo a equação do calor regente e as condições de contorno do problema, bem como a função objetivo. Para a solução numérica da equação da condução do calor, é utilizado o software MATLAB®, especificamente as ferramentas PDETOOL, *Partial Differential Equations Tool*, e GA, Algoritmo Genético. A resistência térmica é minimizada para cada grau de liberdade. A cada nível de otimização, a influência do grau de liberdade em questão é estudada, obtendo um mapeamento da importância de cada grau de liberdade sobre o sistema trifurcado. Também são obtidas as configurações ótimas para diferentes frações de área. Posteriormente, é estudado o comportamento da configuração ótima do sistema para diferentes temperaturas do final das bifurcações do sistema, mostrando que, para as temperaturas estudadas neste trabalho, a configuração ótima não se altera, apenas a resistência térmica, com a alteração na temperatura do sumidouro direito sendo mais influente sobre essa, seguida do sumidouro central e, por fim, do sumidouro esquerdo. Finalmente, este trabalho mostra, com esses resultados, que a geometria ótima é aquela que melhor distribui as imperfeições do sistema, de acordo com o princípio da ótima distribuição das imperfeições e, também, possui robustez quanto às pequenas imperfeições inseridas no sistema.

Palavras-chave: Otimização geométrica; Algoritmo Genético; Design Construtal; Condução de calor; Caminhos de condução.

ABSTRACT

The present work employs Constructal Design method to develop a numerical study of a triforked high conductivity pathway that minimizes the heat flow resistance when the triforked pathway area is kept constant. The objective of this work is the study of the influence of the geometry over the thermal performance of the system as well as the optimization of the latter, thus obtaining a configuration that minimizes the thermal resistance for each imposed condition. The considerations and hypothesis for the analysis are shown, obtaining a reigning heat equation and boundary conditions for the system, as well as the objective function (minimization of the maximum temperature). For the numerical solution of the heat conduction equation, it is utilized MATLAB ® software, specifically the PDETOOL, Partial Differential Equations Tool, and GA, Genetic Algorithm, toolboxes. The thermal resistance is minimized for every degree of freedom. In each level of optimization, the influence of the degree of freedom in question is studied, obtaining a mapping of the importance of each degree of freedom over the performance of the triforked pathway. Optimal configurations are also obtained for different area fractions. Posteriorly, the behavior of the optimal geometry is studied for different temperatures of the branches of the system. Results show that, for the temperatures studied in this work, the optimal configuration does not change, only the thermal resistance, with the increase of temperature of the right sink being more influential over it, followed by the temperature of the middle sink and, at last, the temperature of the left sink. Finally, this work shows, with these results, that the optimal geometry is the one that better distributes the imperfections of the systems, which is in accordance to the principle of the optimal distribution of imperfections, while possessing a certain robustness over small imperfections inserted in the system.

Keywords: Geometric optimization; Genetic Algorithm; Constructal Design; Heat Conduction; Conductive Pathways.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Objetivos.....	2
1.1.1	Objetivos Gerais.....	2
1.1.2	Objetivos Específicos.....	2
1.2	Organização do Trabalho.....	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Conceitos fundamentais sobre Teoria Construtal	5
2.2	Aplicações da Teoria Construtal na engenharia	8
2.3	Caminhos de condução	12
3	MODELO MATEMÁTICO	19
3.1	Graus de Liberdade.....	23
3.2	Condições de temperaturas diferentes nos sumidouros	27
4	MÉTODO NUMÉRICO	29
4.1	Independência de Malha de Elementos Finitos	29
4.2	Configurações do Algoritmo Genético	31
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	33
5.1	Otimização do sistema trifurcado	33
5.2	Comportamento das geometrias ótimas para diferentes valores de temperaturas nos sumidouros	50
6.	CONCLUSÕES.....	56
7.	SUGESTÕES.....	59
	ANEXO I - Código em MATLAB® para geração do caminho trifurcado.....	63

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Ciclo aquático, regido pela Lei Construtal. [Adaptado de Bejan et al., 2008].....	7
Figura 2.2. Teoria Constructal prossegue no tempo contra o sentido do empirismo ou sem “reproduzir” a natureza [Adaptado de Bejan, 2000 e Bejan e Lorente, 2008].....	7
Figura 2.3. Resultado da análise de escala para a razão de aspecto ótima em fogueiras. [Adaptado de Bejan, 2015].....	8
Figura 2.4. Aleta em formato de T, estudada por Bejan e Almogbel. [Adaptado de Bejan e Almogbel, 2000].....	9
Figura 2.5. Domínio de aleta em Y analisada por Lorenzini e Rocha, em 2006. [Adaptado de Lorenzini e Rocha, 2006].....	10
Figura 2.6. Aleta em formato combinado T-Y. [Adaptado de Lorenzini e Rocha, 2009].....	11
Figura 2.7. Estrutura em duplo-Y. [Adaptado de Xie et al., 2010].....	11
Figura 2.8. (a) Montagem com vários elementos fundamentais; (b) Melhor configuração do segundo construct. [Adaptado de Bejan, 1998a].....	13
Figura 2.9. Configuração em X inserida em um corpo gerador de calor. [Adaptado de Lorenzini et al., 2013].....	14
Figura 2.10. Domínio do corpo em formato de Y. [Adaptado de Beckel et al., 2014].....	15
Figura 2.11. Caminhos de condução em formato de phi e psi. [Adaptado de Hajmohammadi et al., 2013].....	15
Figura 2.12. Domínio do caminho condutivo estudado por Cheng e Chen. [Adaptado de Cheng e Chen, 2014].....	16
Figura 2.13. Árvores assimétricas de alta condutividade, estudadas por Cetkin e Oliani, 2015. [Adaptado de Cetkin e Oliani, 2015].....	17
Figura 2.14. Caminho de condução assimétrico em formato de “V” [Adaptado de Estrada et al., 2015].....	18
Figura 3.1. Esboço do caminho trifurcado que recebe um fluxo de calor constante pela base e o dissipa através dos sumidouros ao final de cada uma de suas ramificações.....	19
Figura 3.2. Fluxograma dos níveis de otimização utilizados neste trabalho.....	25

Figura 3.3. Fluxograma de organização hierárquica, ilustrando o processo de otimização pela abordagem do Design Construtal. (Adaptado de Biserni et al., 2007)	26
Figura 3.4. Combinações utilizadas na análise de geometrias ótimas com condições de temperaturas não-homogêneas nos sumidouros.....	28
Figura 4.1. Representação gráfica do número de elementos triangulares de malha, conforme parâmetros usados para a Tabela 4.1.....	30
Figura 5.1. Influência do grau de liberdade D_1/D_0 sobre o excesso de temperatura adimensional (θ_{max}) para diferentes valores de D_2/D_0	34
Figura 5.2. Efeito do tamanho do sumidouro central (representado por D_2/D_0) sobre o excesso de temperatura ótimo (θ_{max}) _m e o tamanho ótimo do sumidouro esquerdo (D_1/D_0) _o	35
Figura 5.3. Geometrias uma vez otimizadas para: (a) $D_2/D_0 = 0,5$, (b) $D_2/D_0 = 1,0$ e (c) $D_2/D_0 = 1,7$, com $D_3/D_0 = 0,5$, $\tilde{D}_0 = 0,2$, $H_2/D_0 = L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$	36
Figura 5.4. Resultados da otimização do terceiro grau de liberdade, D_3/D_0 , mostrando a influência de tal sobre o excesso de temperatura duas vezes minimizado (θ_{max}) _{2m} , sobre (D_1/D_0) _{oo} e também sobre a razão do ramo central uma vez minimizado (D_2/D_0) _o	37
Figura 5.5. Topologias das configurações ótimas obtidas na terceira otimização para: (a) $D_3/D_0 = 1,0$, (b) $D_3/D_0 = 2,0$ and (c) $D_3/D_0 = 3,2$, com $\tilde{D}_0 = 0,2$, $H_2/D_0 = L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$	38
Figura 5.6. Influência do tamanho da base sobre o excesso de temperatura ótimo.....	40
Figura 5.7. Configuração ótima obtida na otimização do tamanho da base (\tilde{D}_0) com $H_2/D_0 = L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$	41
Figura 5.8. Comportamento do excesso de temperatura ótimo em relação ao quinto grau de liberdade, H_2/D_0	42
Figura 5.9. Configuração ótima obtida na otimização de H_2/D_0 com $L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$	43
Figura 5.10. Influência de L_1/D_0 sobre o excesso de temperatura ótimo para $\phi = 0,4$ e $H/L = 1,0$	44
Figura 5.11. Configuração ótima para a otimização de L_1/D_0 com $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$	45
Figura 5.12. Influência da razão de aspecto H/L sobre o excesso de temperatura ótimo.....	46

Figura 5.13. Configuração ótima obtida após a otimização do último grau de liberdade do sistema (H/L) para $\phi = 0,4$	47
Figura 5.14. Comportamento do excesso de temperatura ótimo em relação a fração de área ϕ	48
Figura 5.15. Configuração ótima para $\phi = 0,3$	49
Figura 5.16. Configuração ótima para $\phi = 0,5$	49
Figura 5.17. Configuração ótima para $\phi = 0,7$	50
Figura 5.18. Influência da temperatura do sumidouro da direita (T_3) sobre o excesso de temperatura máximo para $T_1 = 0,0$	51
Figura 5.19. Influência da temperatura do sumidouro da direita (T_3) sobre o excesso de temperatura máximo para $T_1 = 0,1$	52
Figura 5.20. Influência da temperatura do sumidouro da direita (T_3) sobre o excesso de temperatura máximo para $T_1 = 0,2$	53
Figura 5.21. Influência da temperatura do sumidouro da direita (T_3) sobre o excesso de temperatura máximo para $T_1 = 0,3$	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1. Testes para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos de malha com ($\phi = 0,4$, $\tilde{D}_0 = 0,2$, $D_1/D_0 = D_2/D_0 = D_3/D_0 = 0,5$, $H/L = 0,5$, $L_1/D_0 = 0,4$, $H_2/D_0 = 0,5$).....	31
Tabela 4.2. Parâmetros do Algoritmo Genético.....	32
Tabela 4.3. Limites e resolução para a análise numérica.....	32
Tabela 5.1. Valores do excesso de temperatura adimensional máximo para $T_1 = 0,0$	52
Tabela 5.2. Valores do excesso de temperatura adimensional máximo para $T_1 = 0,1$	53
Tabela 5.3. Valores do excesso de temperatura adimensional máximo para $T_1 = 0,2$	54
Tabela 5.4. Valores do excesso de temperatura adimensional máximo para $T_1 = 0,3$	55

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

GA	<i>Genetic Algorithm</i> (Algoritmo Genético)
PROMEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
PDETOOL	<i>Partial Differential Equations Tool</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

A	Área, m^2
k	Condutividade térmica, W/mK
L	Largura, m
q	Taxa de transferência de calor, W
q''	Fluxo de calor, W/m^2
q'''	Taxa de geração volumétrica de calor, W/m^3
T	Temperatura, K
x, y	Coordenadas, m
H	Altura, m
w	Profundidade, m
c_p	Calor Específico, J/kgK

Símbolos Gregos

ϕ	Fração de área
θ	Temperatura adimensional
ρ	massa específica, kg/m^3

Subscritos

max	Máximo
m	Uma vez minimizado
Nm	'N' vezes minimizado
o	Uma vez otimizado
No	'N' vezes otimizado
p	Referente ao material de condutividade térmica
0	Referente à condição inicial

Sobrescrito

(~)	Variável adimensionalizada
-----	----------------------------

1 INTRODUÇÃO

Com a dependência cada vez maior dos computadores na engenharia, torna-se necessária a miniaturização desses equipamentos, buscando obter um maior poder computacional para um mesmo espaço. Essa miniaturização, porém, traz um novo problema: a refrigeração dos componentes eletrônicos. O aumento de poder computacional e a diminuição do espaço útil para a troca de calor entre os componentes eletrônico e o ambiente pode gerar sobreaquecimento nesses componentes. Assim, a capacidade de remover calor desses torna-se um dos fatores limitantes do avanço da tecnologia dos processadores eletrônicos.

Movido pela busca de uma solução para esse problema, foi percebido que o método convencional (até então) de resfriamento, o método convectivo, torna-se impraticável em muitos casos, já que os componentes ocupam grande parte do espaço. Dessa maneira, uma solução possível é construir estruturas de condução de calor a partir de materiais com alta condutividade térmica. Assim, o calor pode ser trocado com o ambiente externo de maneira rápida e eficiente, através do caminho de condutividade. [Bejan, 1996a]

Bejan [Bejan 1996a] utiliza o conceito de “volume para ponto”, onde o calor de um espaço (volume) é canalizado através de um meio condutor para um local de escape (ponto). Isso é feito se inserindo um caminho de alta condutividade térmica no volume, por onde o calor será então direcionado e difundido ao ponto de interesse. Dessa maneira, o processo de transferência de calor é segregado em duas fases: a condução através do corpo gerador de calor, de baixa difusividade, e a condução pelo corpo de alta condutividade, de alta difusividade. Além disso, é possível melhorar a transferência de calor aumentando a complexidade do caminho de alta condutividade, podendo-se continuar esse processo até que o conjunto mais avançado possa cobrir todo o volume dado após uma série de montagens e otimizações. O resultado dessa otimização, chamada de construtal, é que canais de condutividade térmica elevada são formados gerando uma estrutura que não é pressuposta, mas decorrente da minimização da resistência térmica global.

Recentemente, visando prever o comportamento de situações reais, surgiram os estudos dos caminhos de condução com condições assimétricas. O efeito da inserção e

otimização de um caminho em formato de árvore (vascularizado) em um corpo com geração de calor não uniforme foi estudado, obtendo geometrias ótimas altamente assimétricas [Cetkin e Oliani, 2015]. O estudo de ponto a volume para caminhos assimétricos foi resolvido pela utilização de uma função de Volume de Sólido limitada, utilizada para definir uma geometria final limitada pelos caminhos de condução [Cheng e Chen, 2014]. Ainda, uma geometria em formato de V assimétrica foi estudada, obtendo-se uma geometria ótima altamente assimétrica [Estrada et al., 2015].

Baseado no trabalho de Estrada et al., 2015, o trabalho aqui apresentado visa a otimizar e analisar os parâmetros geométricos de um sistema trifurcado assimétrico que recebe calor pela sua base e, através do caminho de alta condutividade, o dissipa através de sumidouros térmicos situados ao final de cada bifurcação. Busca-se também estudar o efeito do comportamento das geometrias ótimas ao se alterar as temperaturas dos sumidouros, bem como seu efeito na resistência térmica global.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivos Gerais

Analisar a influência da geometria sobre a temperatura máxima de um caminho de condução trifurcado e encontrar as configurações que facilitem a troca de calor para cada uma das condições estudadas.

1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- Apresentar modelos matemáticos para o cálculo da distribuição de temperaturas para o sistema proposto;
- Construir um modelo numérico que calcule a distribuição de temperatura no sistema estudado;

- Simular numericamente diversas configurações geométricas para o caminho de condução trifurcado;
- Selecionar as configurações que facilitem o fluxo de calor, isto é, minimizem a resistência térmica adimensional;
- Avaliar a influência dos graus de liberdade e dos parâmetros que governam o problema no desempenho do sistema;
- Estudar a influência da variação nas condições de contorno assimétricas na configuração ótima e no desempenho térmico do sistema;
- Comparar o desempenho da configuração ótima com outras existentes na literatura.

1.2 Organização do Trabalho

O trabalho foi estruturado em sete capítulos, os quais são divididos conforme descrição a seguir.

O capítulo 1 é a introdução e é dividido em três partes. Inicialmente apresenta-se a motivação para o estudo, mostrando-se a importância do estudo destes sistemas de condução de calor em engenharia. A segunda parte deste capítulo apresenta os objetivos do presente trabalho e, por fim, a estrutura adotada para desenvolvê-lo.

O capítulo 2 é a revisão bibliográfica e tem a finalidade de apresentar trabalhos realizados por outros autores dentro deste assunto. Esta etapa é dividida em três partes. Primeiramente, apresentam-se conceitos básicos da Teoria Construtal. Em seguida, são mostrados trabalhos nos quais a Teoria Construtal foi aplicada. Por fim, são descritos alguns trabalhos desenvolvidos na mesma linha deste, objetivando a entrega de calor de um ponto a um volume e vice-versa.

O capítulo 3 descreve o modelo matemático. Nesta etapa são apresentadas as equações que regem o problema e suas condições de contorno. A abordagem numérica apresentada no capítulo 4 servirá como resolução para o modelo matemático apresentado neste capítulo.

No capítulo 4 é abordado o método numérico utilizado. Nesta etapa, é apresentada a resolução numérica do modelo matemático informando o programa utilizado. Neste capítulo, também, é realizado o teste de independência de malha e a definição dos parâmetros

numéricos relevantes utilizados para a obtenção dos resultados apresentados no capítulo posterior.

No capítulo 5 são apresentados os principais resultados obtidos nas etapas de estudo de desempenho para cada geometria estudada. Esses resultados são analisados e discutidos de maneira a entender a relevância dos parâmetros e dos resultados em si para a literatura.

O capítulo 6 apresenta as conclusões obtidas após a finalização deste trabalho, baseando-se na metodologia e nos resultados encontrados.

No capítulo 7 são apresentadas propostas de continuidade para o trabalho desenvolvido.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Conceitos fundamentais sobre Teoria Construtal

A Teoria Construtal originou-se da ideia que o design das estruturas naturais é um fenômeno físico que ocorre em sistemas de grande e pequeno porte, assim como os flocos de neve, os raios, rios, tecidos vivos vascularizados, o tráfego das cidades, a difusão de novas ideias sobre o mundo, entre outros. Esta teoria é baseada na lei Constructal, que é anunciada como: “Para que um sistema de volume finito onde existe escoamento possa persistir no tempo, ou seja, viver, a sua configuração deve evoluir de tal modo que proporcione maior e maior acesso para as correntes que fluem através dele” [Bejan, 1996b]. Este princípio pode ser encontrado na biofísica, geofísica e sistemas naturais nas quais as geometrias se modificam a fim de alcançar um objetivo, que é a minimização da resistência global das suas correntes internas [Bejan, 2000 e Bejan et al., 2009]. Ao observar a maneira como os escoamentos ocorrem na natureza, pode-se perceber uma grande semelhança entre seus formatos estruturais. Os sistemas são parecidos devido à essa tendência universal do qual os sistemas de fluxo são parte, a fim de maximizar os acessos aos fluxos ou de diminuir as resistências ao escoamento.

Todos os sistemas de fluxo manifestam essa tendência natural de gerar formas e estruturas de maneira a facilitar o acesso aos seus fluxos. Essa tendência, regida pela Lei Construtal, é algo inerente ao universo da mesma maneira que a gravidade e as outras leis da termodinâmica. A lei Construtal dita o fenômeno universal da geração e evolução do design (padrão, forma, estrutura). Este fenômeno é observado em ambos sistemas, animados e inanimados. Assim, se um sistema possui liberdade para alterar sua forma, este vai se modificar, ao longo do tempo, para uma configuração que permita maior acesso às correntes que fluem através dele. Juntamente com a Primeira e Segunda Lei, a Lei Construtal eleva a termodinâmica a uma ciência de configuração de sistemas [Bejan e Lorente, 2011; Bejan e Zane, 2012; Bejan e Lorente, 2008].

As configurações dos sistemas encontrados na natureza são arranjados de tal maneira a maximizar os fluxos que fluem através deles, e a lei Construtal pode não só replicar como, também, prever tais configurações [Bejan et al., 2008]. Ainda, este fenômeno pode ser transposto ao campo da engenharia, em aplicações como condução de calor, onde as configurações ótimas são aquelas capazes de evoluir e se desenvolver em estruturas menores e mais complexas, assim permitindo maior fluxo através delas.

A lei Construtal vem sendo aplicada com sucesso para encontrar arquiteturas que facilitem o fluxo em sistemas animados e inanimados. [Bejan, 2000; Bejan et. al, 2008; Reis e Bejan, 2006; Miguel, 2013; Bejan e Merckx, 2007]. A partir da Lei Construtal, mostra-se que, além da “flecha” convencional de tempo dada pela Segunda lei da Termodinâmica, existe outra para a organização do fluxo. Este enunciado esteve presente desde o nascimento da termodinâmica, mas não era reconhecida até, recentemente, com a lei Construtal. Utilizando essa analogia da evolução do conhecimento da área da termodinâmica, percebe-se que o conhecimento é a capacidade de efetuar mudanças nas configurações que facilitam fluxos humanos sobre a terra e, conseqüentemente, também flui e, portanto, também é regido pela Lei Construtal [Bejan, 2014].

A Lei Construtal possui um impacto imenso nos sistemas globais de todas as escalas. Em larga escala, é visto que o fenômeno de geração de configurações de fluxo facilita o ciclo que a água executa sobre o globo. A água toma, a cada passo, uma configuração diferente que facilita o seu fluxo, passando por gotas de formato aerodinâmico durante a chuva, escorrendo de maneira separada, criando pequenos córregos, que coalescem formando bacias hídricas em formato de árvore até, finalmente, ir para o oceano, onde se evapora, iniciando o processo novamente [Bejan et al., 2008].

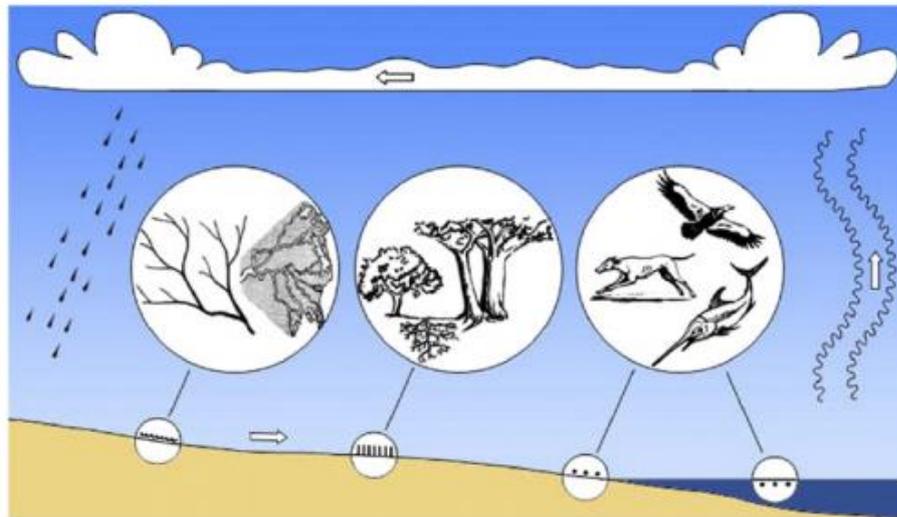


Figura 2.1: Ciclo aquático, regido pela Lei Construtal [Adaptado de Bejan et al., 2008].

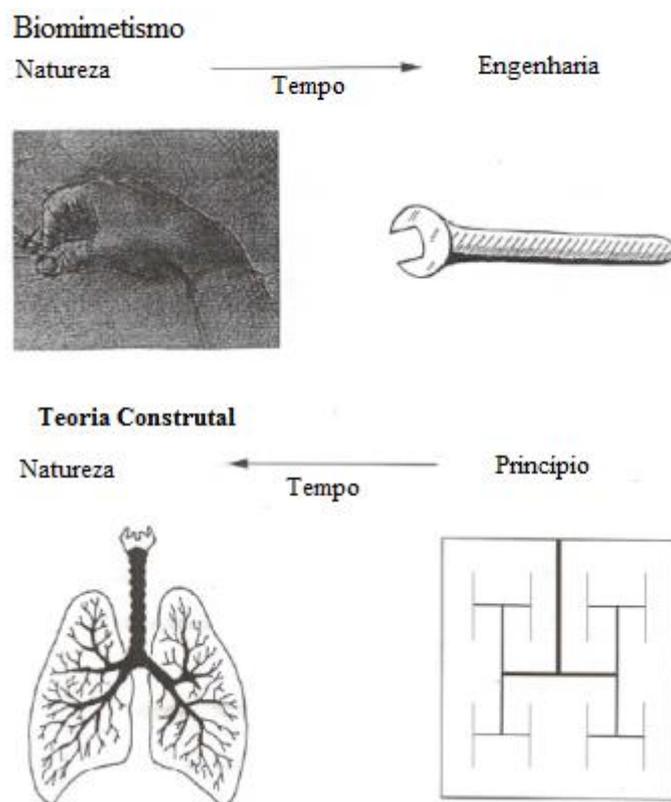


Figura 2.2: Teoria Constructal prossegue no tempo contra o sentido do empirismo ou sem “reproduzir” a natureza [Adaptado de Bejan, 2000 e Bejan e Lorente, 2008].

Recentemente, expandindo ainda mais o uso da teoria Construtal para explicar fenômenos não só físicos, mas também humanos, utilizou-se a teoria com uma análise de escala, mostrando o motivo das fogueiras serem construídas da mesma maneira através da história da humanidade. Assim, é mostrado que as fogueiras são tão altas quanto largas, pois é para essa proporção que a configuração de fluxo é ótima. [Bejan, 2015]

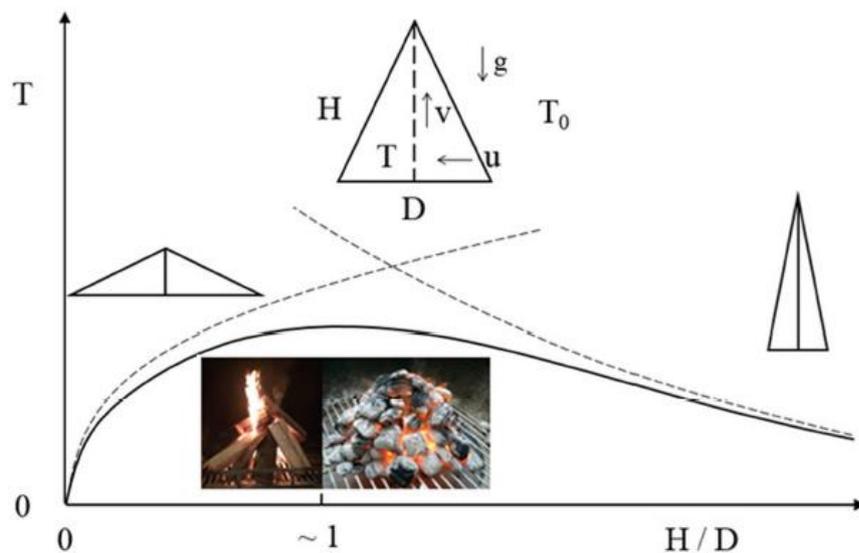


Figura 2.3: Resultado da análise de escala para a razão de aspecto ótima em fogueiras [Adaptado de Bejan, 2015].

A Lei Construtal mostra uma nova maneira de ver como formas e estruturas complexas que encontramos ao nosso redor evoluem e se aperfeiçoam com o passar do tempo. A observação do design dos sistemas naturais deve ser a chave para a criação de novos projetos e readequação de projetos existentes, uma vez que estes sistemas naturais refletem em seus designs o processo de evolução de muitos anos [Bejan, 2016].

2.2 Aplicações da Teoria Construtal na engenharia

Esta ligação entre engenharia e a lei Construtal é amplamente discutida. De acordo com Reis e Bejan, 2006, a lei Construtal dita as regras para uma geometria ótima em todas as

escalas, mostrando que estas regras são derivadas da Lei, não simplesmente assumidas de antemão.

Aletas foram amplamente estudadas com teoria Construtal. Montagens de placa e aletas cilíndricas em formato de T foram estudadas primeiramente por Bejan e Almogbel [Bejan e Almogbel, 2000].

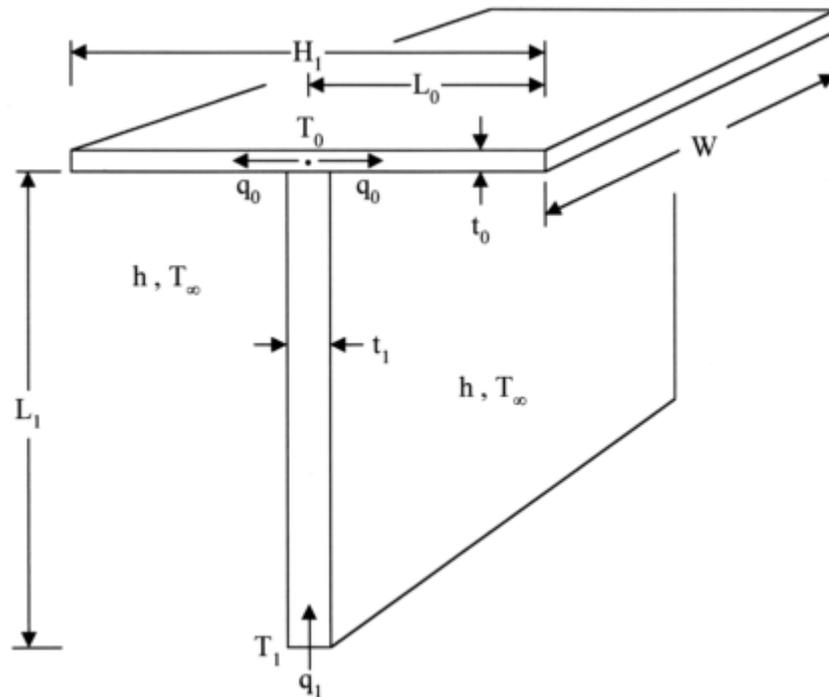


Figura 2.4: Aleta em formato de T, estudada por Bejan e Almogbel [Adaptado de Bejan e Almogbel, 2000].

Com o avanço na computação e no poder de processamento, geometrias mais complexas foram estudadas, agora utilizando modelagem numérica ao invés de soluções analíticas. O desempenho de montagens de aletas em formato de Y foi analisado e foram observado melhores resultados para a geometria otimizada, quando comparado à aleta em formato de T [Lorenzini e Rocha, 2006].

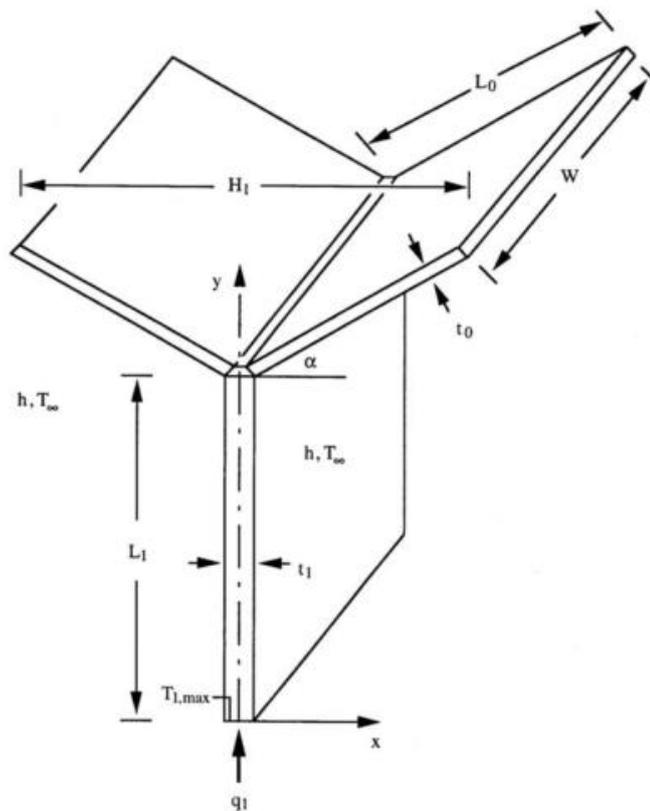


Figura 2.5: Domínio de aleta em Y analisada por Lorenzini e Rocha, em 2006 [Adaptado de Lorenzini e Rocha, 2006].

Além disso, uma configuração de aleta em formato combinado T-Y com uma cavidade entre as duas ramificações foi estudada [Lorenzini e Rocha, 2009], mostrando que um menor volume para a cavidade e maior volume para as aletas melhora o desempenho do sistema.

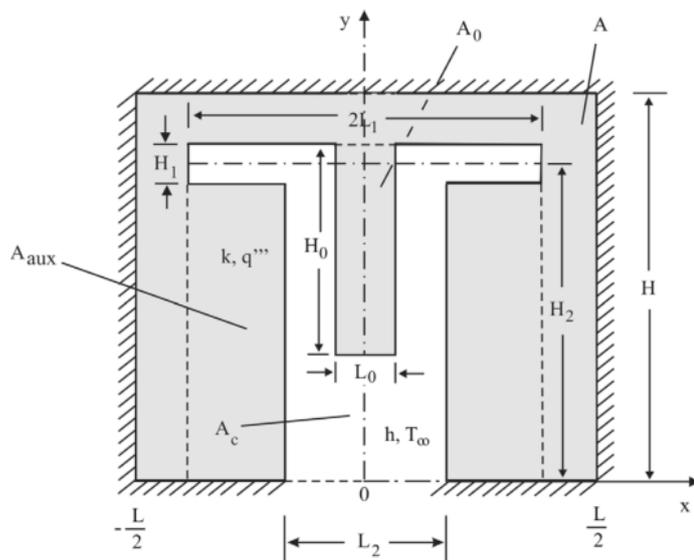


Figura 2.6: Aleta em formato combinado T-Y [Adaptado de Lorenzini e Rocha, 2009].

Configurações de aletas duplo-Y foram analisadas, correspondendo a uma geometria com seis graus de liberdade [Xie et al., 2010]. Esta estrutura de duplo-Y obteve um desempenho térmico 36,4% superior ao obtido para uma estrutura ótima do tipo Y.

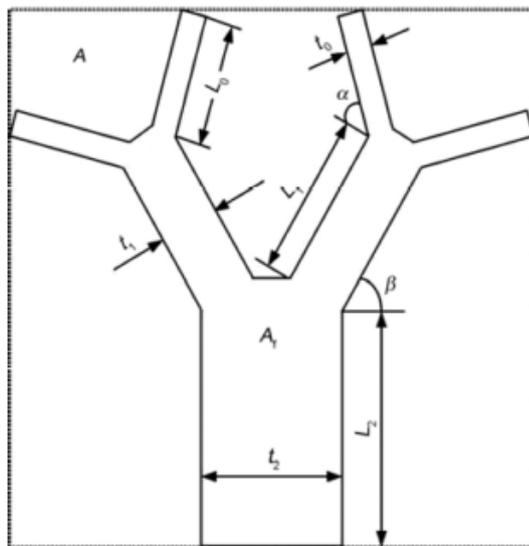
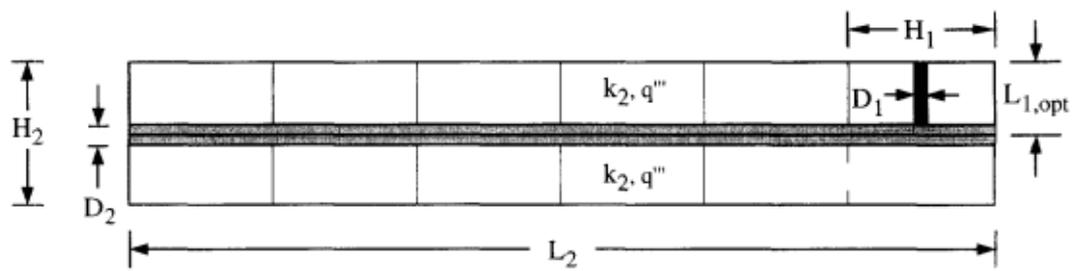


Figura 2.7: Estrutura em duplo-Y [Adaptado de Xie et al., 2010].

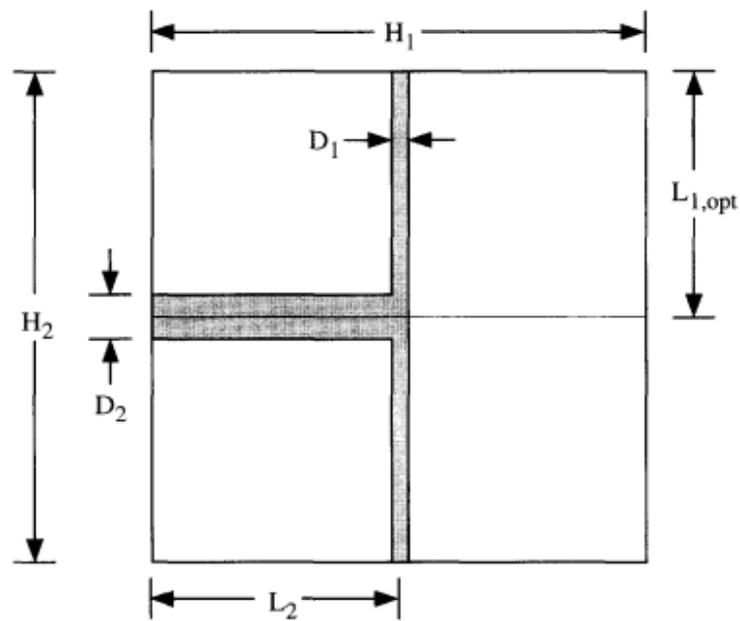
2.3 Caminhos de condução

O progresso em direção a escalas menores em eletrônica faz o resfriamento dos circuitos tornar-se uma questão importante. O método convencional de resfriamento por convecção, que é consagrado, e muitas vezes, utilizado para controlar a temperatura de um sistema torna-se impraticável, porque os canais de transferência de calor ocupam muito espaço. Por isso, é necessário construir estruturas de condução de calor com materiais de elevada condutividade. Assim, o calor pode ser trocado com o meio ambiente externo de forma automática e rápida [Bejan, 1996a e Bejan, 2000].

Desde o final do Século XX, várias geometrias de caminhos de condução foram estudadas. O primeiro caso estudado foi a inserção de um elemento fundamental (*construct*) altamente condutor em um corpo com geração de calor, realizado por Bejan [Bejan, 1998a]. Este elemento, que pode ser configurado em montagens com vários caminhos do mesmo (ilustrado na Figura 2.8(a)), surge como solução para coletar e canalizar até um ponto o calor gerado em um corpo de baixa condutividade térmica. Ainda, esse caminho elementar pode ser bifurcado para um formato em T, chamado de segundo *construct*, ilustrado na Figura 2.8(b), que pode ser otimizado e melhorar o desempenho térmico do sistema.



(a)



(b)

Figura 2.8: (a) Montagem com vários elementos fundamentais; (b) Melhor configuração do segundo *construct* [Adaptado de Bejan, 1996a].

Caminhos de condução em formato de X inscritos em uma caixa quadrada foram estudados. Os resultados mostram que, para valores de fração de área altos, a configuração em formato de X ótima possui um desempenho aproximadamente 51% superior à configuração em formato I [Lorenzini et al., 2013].

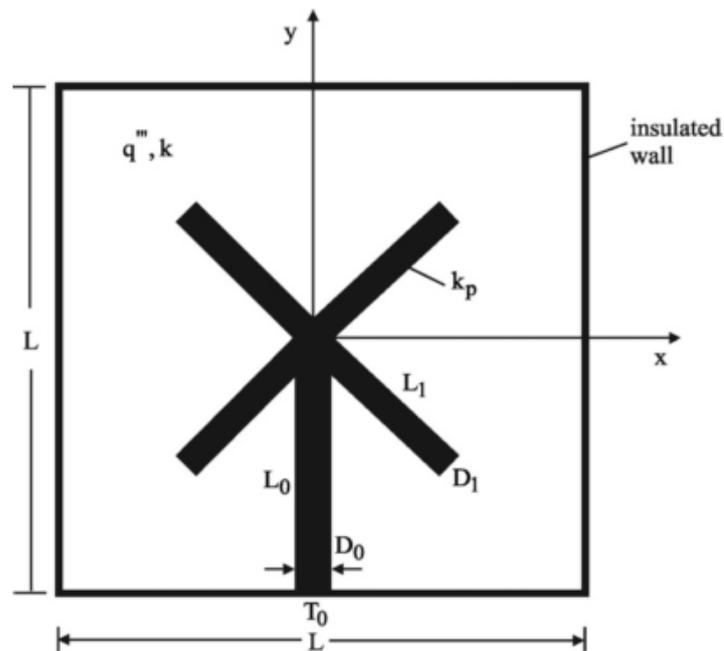


Figura 2.9: Configuração em X inserida em um corpo gerador de calor [Adaptado de Lorenzini et al., 2013].

Caminhos de condução em formato de ‘Y’ foram avaliados [Horbach, 2014], mostrando que a configuração em Y tem um desempenho, em média, 46% superior a um caminho em formato de I e, ainda, 13% superior à configuração em formato de ‘X’. Posteriormente, caminhos de condução em formato de ‘Y’ de diferentes condutividades nas seções de raiz e galhos foram estudadas, distribuindo os pontos quentes no corpo de maneira uniforme e obtendo uma melhora média de 30% sobre caminhos de condução com condutividade uniforme [Beckel et al., 2014].

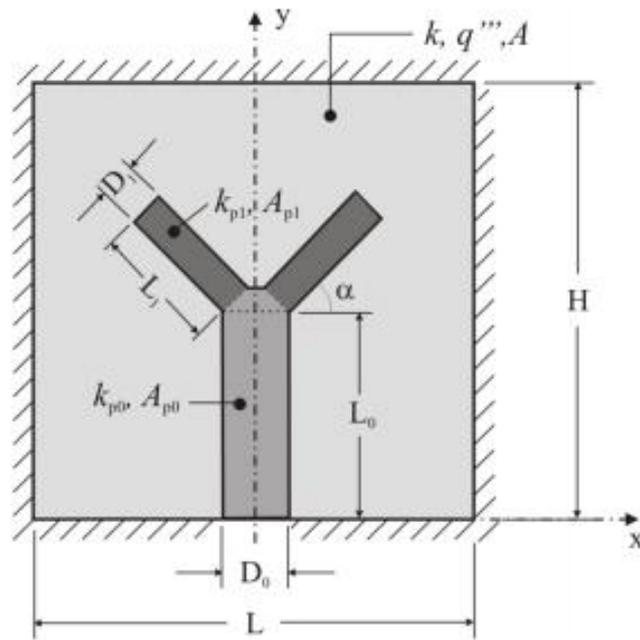


Figura 2.10: Domínio do corpo em formato de Y [Adaptado de Beckel *et al.*, 2014].

Indo além, geometrias ainda mais complexas foram estudadas, como geometrias em formato de ‘phi’ e ‘psi’, obtendo configurações ainda melhores, reduzindo em média a resistência térmica global 46% quando comparada a geometria em X previamente mencionada. [Hajmohammadi *et al.*, 2013]

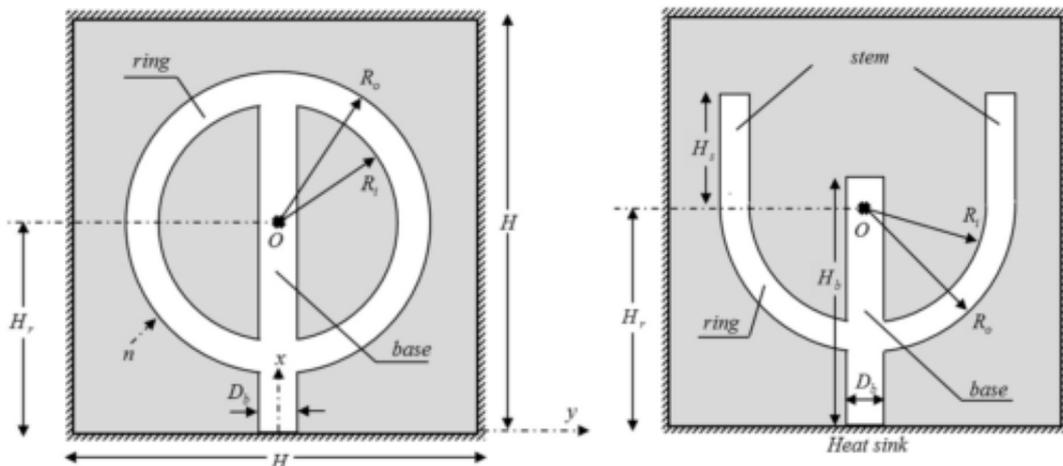


Figura 2.11: Caminhos de condução em formato de phi e psi [Adaptado de Hajmohammadi *et al.*, 2013].

Cheng e Chen, [Cheng e Chen, 2014] realizaram uma análise topológica de caminhos de condução, definindo a topologia ótima utilizando uma função de Volume de Sólido não limitada e utilizando-a para definir uma geometria final limitada pelos caminhos de condução do sistema [Cheng e Chen, 2014]. Nesse trabalho, os autores estudam três casos. Dentre esses, o caso que se destaca para este trabalho é o caso de ponto a volume onde o calor é recebido pela base e dissipado por dois sumidouros térmicos, como mostrado na Figura 2.12.

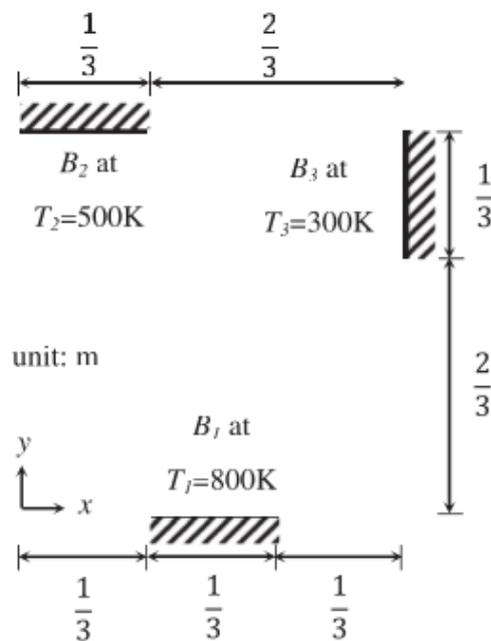


Figura 2.12: Domínio do caminho condutivo estudado por Cheng e Chen [Adaptado de Cheng e Chen, 2014].

A variação de formas em árvores de alta condutividade simétricas e assimétricas, que afeta a condutância térmica geral de um domínio gerador de calor foi estudada, mostrando que condições de contorno assimétricas induzem as geometrias a tornarem-se altamente assimétricas para obter uma configuração ótima [Cetkin e Oliani, 2015]. Esse resultado pode ser visto na Figura 2.13.

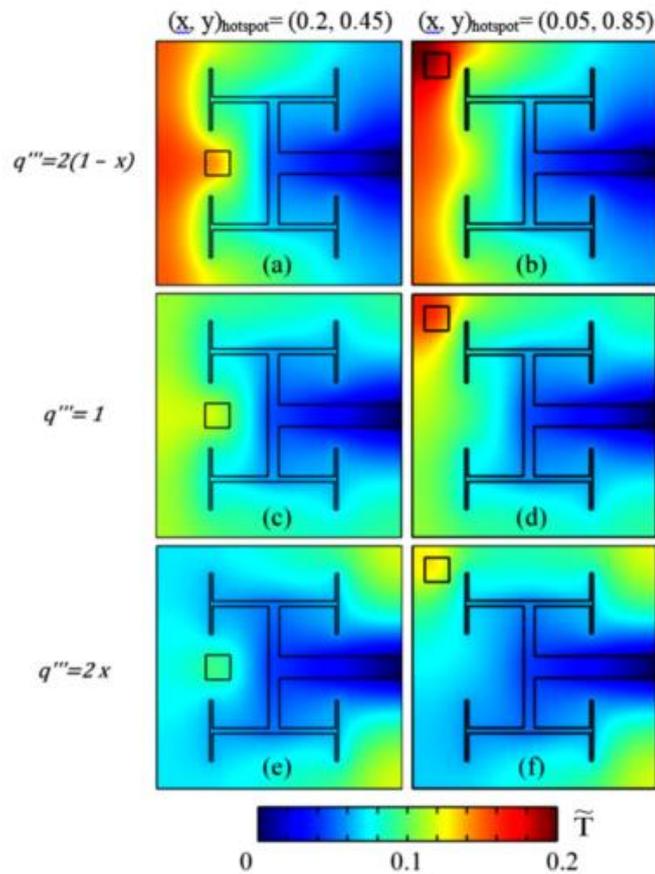


Figura 2.13: Árvores assimétricas de alta condutividade, estudadas por Cetkin e Oliani, 2015 [Adaptado de Cetkin e Oliani, 2015].

Esse efeito é observado no estudo de um caminho de condução em formato de V [Estrada et al. 2015], ilustrado na Figura 2.14, que determinou numericamente as melhores configurações considerando um fluxo de calor sendo dissipado por dois sumidouros térmicos nas extremidades das bifurcações. Geometrias altamente assimétricas foram obtidas, permitindo um melhor fluxo de calor através do caminho de condução. Estas configurações foram determinadas para várias frações de volumes utilizando o método Design Construtal e o Algoritmo Genético.

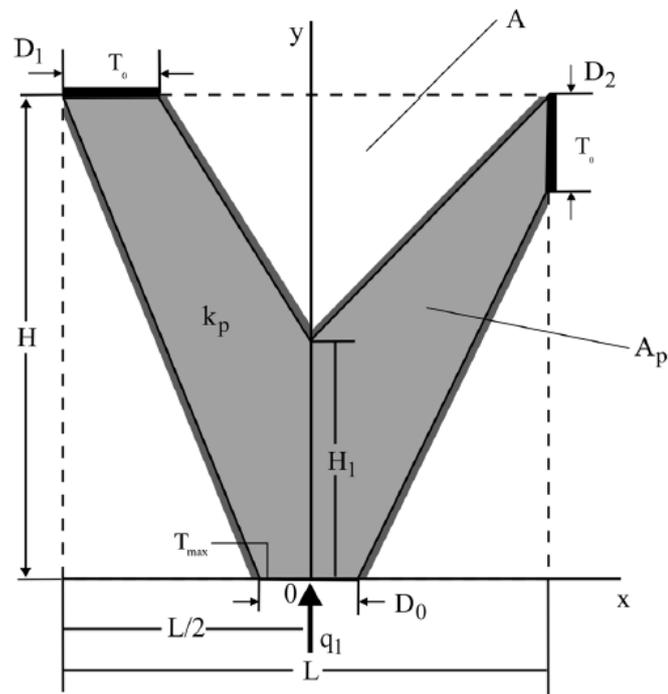


Figura 2.14: Caminho de condução assimétrico em formato de “V” [Adaptado de Estrada et al., 2015].

Seguindo a premissa do trabalho de Estrada et al., 2015, este trabalho busca estudar um sistema ponto a volume com uma configuração trifurcada. Este estudo pode contribuir ainda mais para a solidificação de outros métodos de otimização aliados ao Design Construtal no estudo de geometrias de alta complexidade. Além disso, este trabalho visa afirmar ainda mais o estudo de sistemas com condições assimétricas e contribuir com orientações teóricas para projetos de engenharia desse gênero.

3 MODELO MATEMÁTICO

Neste trabalho, realizou-se o estudo numérico de um corpo condutor de calor, objetivando-se minimizar a resistência térmica global do sistema. Considere o caminho trifurcado esboçado na Figura 3.1.

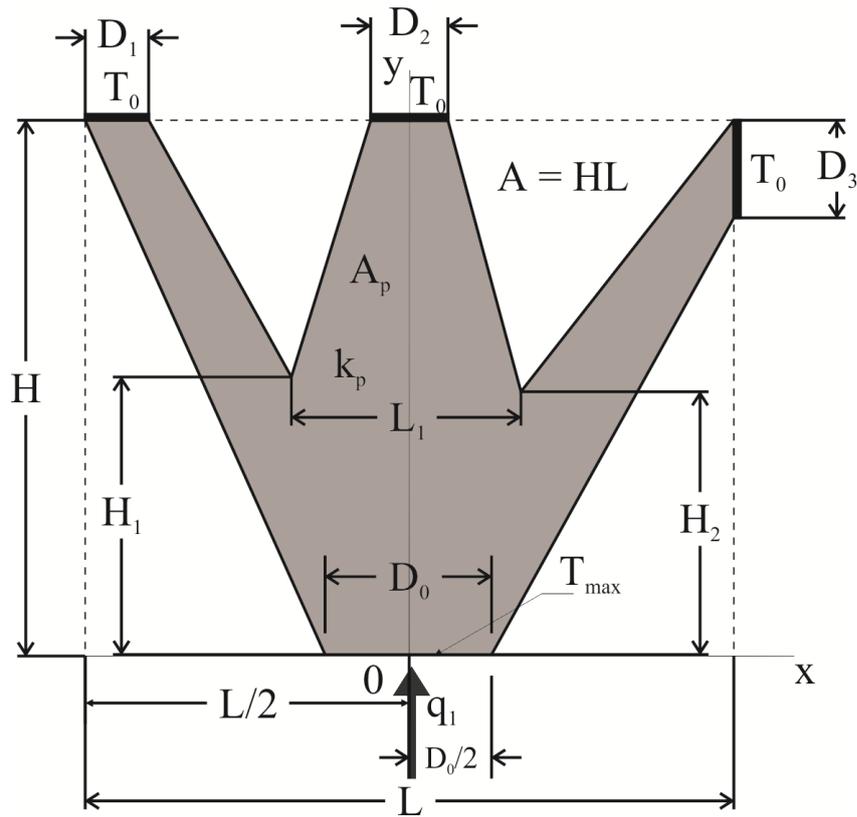


Figura 3.1: Esboço do caminho trifurcado que recebe um fluxo de calor constante pela base e o dissipa através dos sumidouros ao final de cada uma de suas ramificações.

Esse caminho, inscrito em uma área de altura H e comprimento L , recebe uma taxa de transferência de calor constante que é entregue ao corpo pela base de tamanho D_0 , sendo conduzido através do corpo de alta condutividade (k_p). O calor é removido através das extremidades das três ramificações que estão em contato com sumidouros térmicos de

comprimentos D_1 , D_2 e D_3 e temperaturas T_1 , T_2 e T_3 , respectivamente. Assim, a modelagem do fenômeno é feita através da equação do calor:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.1)$$

onde ρ e c_p são a massa específica e o calor específico do material, respectivamente.

A configuração do caminho condutivo para a análise é sujeita às seguintes hipóteses:

- Transferência de calor em regime permanente, $\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0$;
- Sem geração de calor, $q''' = 0$;
- Problema bidimensional nas direções x e y , $\frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0$;
- Propriedades constantes.

A hipótese de análise bidimensional é baseada na consideração de que a dimensão adicional (representada pelo comprimento W) é suficientemente grande em comparação com H e L . Tem-se que a taxa de transferência de calor através da seção da base (q_1) e a temperatura dos sumidouros (T_1 , T_2 e T_3) são conhecidos. A temperatura máxima (T_{max}) ocorre na seção da base ($y = 0$) e varia de acordo com a geometria. Dessa maneira, a equação do calor resume-se a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (3.2)$$

com as condições de contorno da base (segunda ordem), dos sumidouros (primeira ordem) e das outras superfícies laterais (adiabático) definidas, respectivamente, como

$$-\frac{\partial T}{\partial y} = q_1 \quad \text{em} \quad -\frac{D_0}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{D_0}{2} \quad \text{e} \quad y = 0 \quad (3.3)$$

e

$$T = T_1 \quad \text{no sumidouro de comprimento } D_1 \quad (3.4)$$

$$T = T_2 \quad \text{no sumidouro de comprimento } D_2 \quad (3.5)$$

$$T = T_3 \quad \text{no sumidouro de comprimento } D_3 \quad (3.6)$$

e

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad \text{nas outras superfícies (adiabático)} \quad (3.7)$$

O objetivo da análise é determinar os parâmetros geométricos ótimos (D_0 , D_1 , D_2 , D_3 , H_1 , H_2 , L_1 , H e L) para um dado valor da fração de área (ϕ) de tal maneira que esses acarretem na menor resistência global térmica possível para o sistema. De acordo com o Design Construtal [Bejan e Lorente, 2008], esta otimização está sujeita a duas restrições: a área total (área onde o caminho trifurcado está inserido), descrita por

$$A = HL \quad (3.8)$$

e a área do caminho de alta condutividade,

$$A_p = \frac{HD_0}{2} + \frac{H_1L}{4} + \frac{HD_1}{2} - \frac{H_1D_1}{2} + \frac{HD_1}{2} - \frac{H_1D_2}{4} + \frac{H_2L}{4} - \frac{H_2D_2}{4} + \frac{LD_3}{4} - \frac{D_0D_3}{4} \quad (3.9)$$

Ainda, a fração de volume é definida como

$$\phi = A_p / A \quad (3.10)$$

A análise que permite obter a resistência térmica global como função da geometria consiste em resolver numericamente a equação do calor (descrita na Eq. (3.2)) ao longo do caminho trifurcado. Para a generalização dos resultados, tornou-se necessária a adimensionalização da equação do calor. Assim, primeiramente foram identificadas as variáveis a serem adimensionalizadas. Para esse caso, as variáveis de interesse foram os comprimentos da configuração trifurcada e a temperatura, respectivamente,

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{D}_0, \tilde{D}_1, \tilde{D}_2, \tilde{D}_3, \tilde{H}_1, \tilde{H}_2 = \frac{x, y, D_0, D_1, D_2, D_3, H_1, H_2}{A^{1/2}} \quad (3.11)$$

e

$$\theta = \frac{T - T_0}{q_1 / k_p W} \quad (3.12)$$

no qual W é a terceira dimensão.

Dessa maneira, substituindo as variáveis adimensionais na equação do calor (Eq. (3.2)), obteve-se a equação adimensional do calor,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (3.13)$$

Para a solução do problema, também é necessário a adimensionalização das condições de contorno. Utilizando as variáveis adimensionais já definidas, obteve-se as condições de contorno dadas por

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\tilde{D}_0} \quad \text{em} \quad -\frac{\tilde{D}_0}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{D}_0}{2} \quad \text{e} \quad \tilde{y} = 0 \quad (3.14)$$

e

$$\theta = \theta_1 \quad \text{no sumidouro de comprimento } \tilde{D}_1 \quad (3.15)$$

$$\theta = \theta_2 \quad \text{no sumidouro de comprimento } \tilde{D}_2 \quad (3.16)$$

$$\theta = \theta_3 \quad \text{no sumidouro de comprimento } \tilde{D}_3 \quad (3.17)$$

e

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = 0 \quad \text{nas outras superfícies (adiabático)} \quad (3.18)$$

onde n é a direção normal à superfície de contorno.

A forma adimensional das Equações (3.3) e (3.5) então são definidas como

$$\tilde{H}\tilde{L} = 1 \quad (3.19)$$

$$\phi = \frac{\tilde{H}\tilde{D}_0}{2} + \frac{\tilde{H}_1\tilde{L}}{4} + \frac{\tilde{H}\tilde{D}_1}{2} - \frac{\tilde{H}_1\tilde{D}_1}{2} + \frac{\tilde{H}\tilde{D}_2}{2} - \frac{\tilde{H}_1\tilde{D}_2}{4} + \frac{\tilde{H}_2\tilde{L}}{4} - \frac{\tilde{H}_2\tilde{D}_2}{4} + \frac{\tilde{L}\tilde{D}_3}{4} - \frac{\tilde{D}_0\tilde{D}_3}{4} \quad (3.20)$$

O excesso de temperatura máximo, θ_{max} , também é a resistência térmica global adimensional da configuração,

$$\theta_{max} = \frac{T_{max} - T_0}{q_1 / kW} \quad (3.21)$$

3.1 Graus de Liberdade

Para encontrar a geometria ótima do sistema, é necessária a definição dos graus de liberdade para o processo de otimização. Esses são adimensionais, de maneira a obter resultados genéricos para análises futuras. Para este trabalho, foram definidos 7 graus de liberdade a serem otimizados: \tilde{D}_0 , D_1/D_0 , D_2/D_0 , D_3/D_0 , H_2/D_0 , L_1/D_0 e H/L . Com cada um destes graus de liberdade otimizados e com uma fração de área ϕ definida, a geometria ótima do sistema pode ser completamente definida.

Para esse trabalho, foi definida uma ordem particular dos graus de liberdade. É importante ressaltar que esta ordem escolhida foi feita de maneira arbitrária e que isso não deve afetar a configuração ótima final do caminho trifurcado. A ordem dos graus de liberdades a serem otimizados para esse trabalho foi: D_1/D_0 , D_2/D_0 , D_3/D_0 , \tilde{D}_0 , H_2/D_0 , L_1/D_0 e H/L . Esta ordem foi definida de maneira arbitrária, já que não se sabe a influência de cada um sobre a temperatura máxima a priori.

A otimização do corpo trifurcado, seguindo o método de Design Construtal, se dá em níveis. O primeiro grau de liberdade é variado para todos os valores numa faixa determinada, com o valor ótimo sendo aquele que minimiza a temperatura máxima do sistema. Após isso, passa-se a um segundo nível, onde se varia um segundo grau de liberdade, testando todos os valores (numa faixa determinada) para esse e, a cada valor do segundo grau de liberdade, todos os valores do primeiro grau de liberdade são testados. A configuração ótima é aquela que possui menor temperatura máxima dentre todas as configurações testadas e é chamada de otimizada no segundo nível, ou duas vezes otimizada. Esse processo é repetido para todos os graus de liberdade e, a cada nível é obtida uma combinação de parâmetros ótimos para aquele nível. Esse processo pode ser visualizado no fluxograma ilustrado pela Figura 3.2.

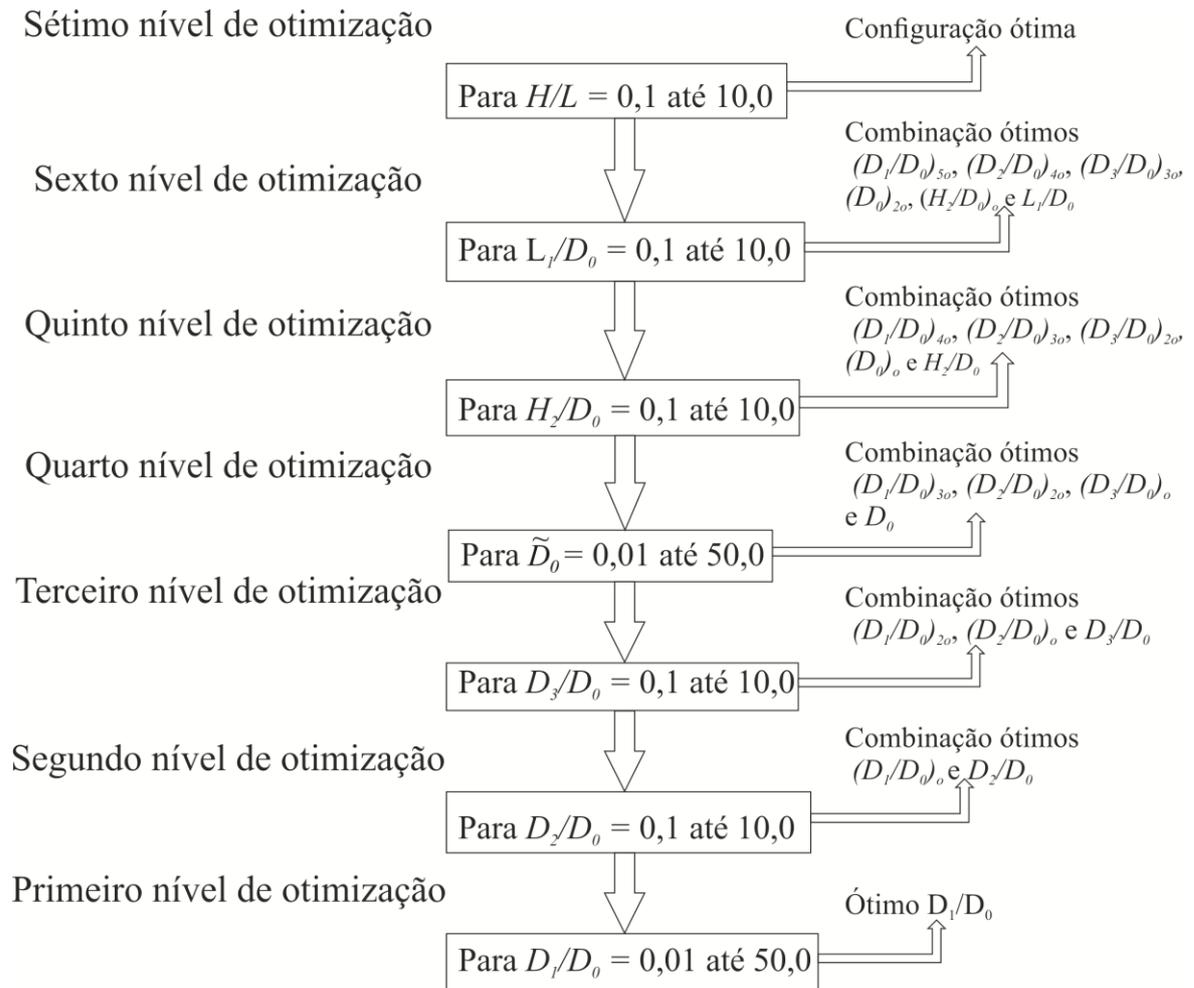


Figura 3.2: Fluxograma dos níveis de otimização utilizados neste trabalho.

Dessa maneira, utilizando o método de Design Construtal, a hierarquia da otimização se dá de maneira análoga à realizada por Biserni durante o estudo de cavidades em formato de H, que associou o Design Construtal à Busca Exaustiva, para facilitar a procura por configurações de melhor desempenho [Biserni et al., 2007]. A Figura 3.3, adaptada de tal trabalho, ilustra o método de otimização pelo design construtal associado à busca exaustiva, aplicada ao caso de cavidades em formato de H.

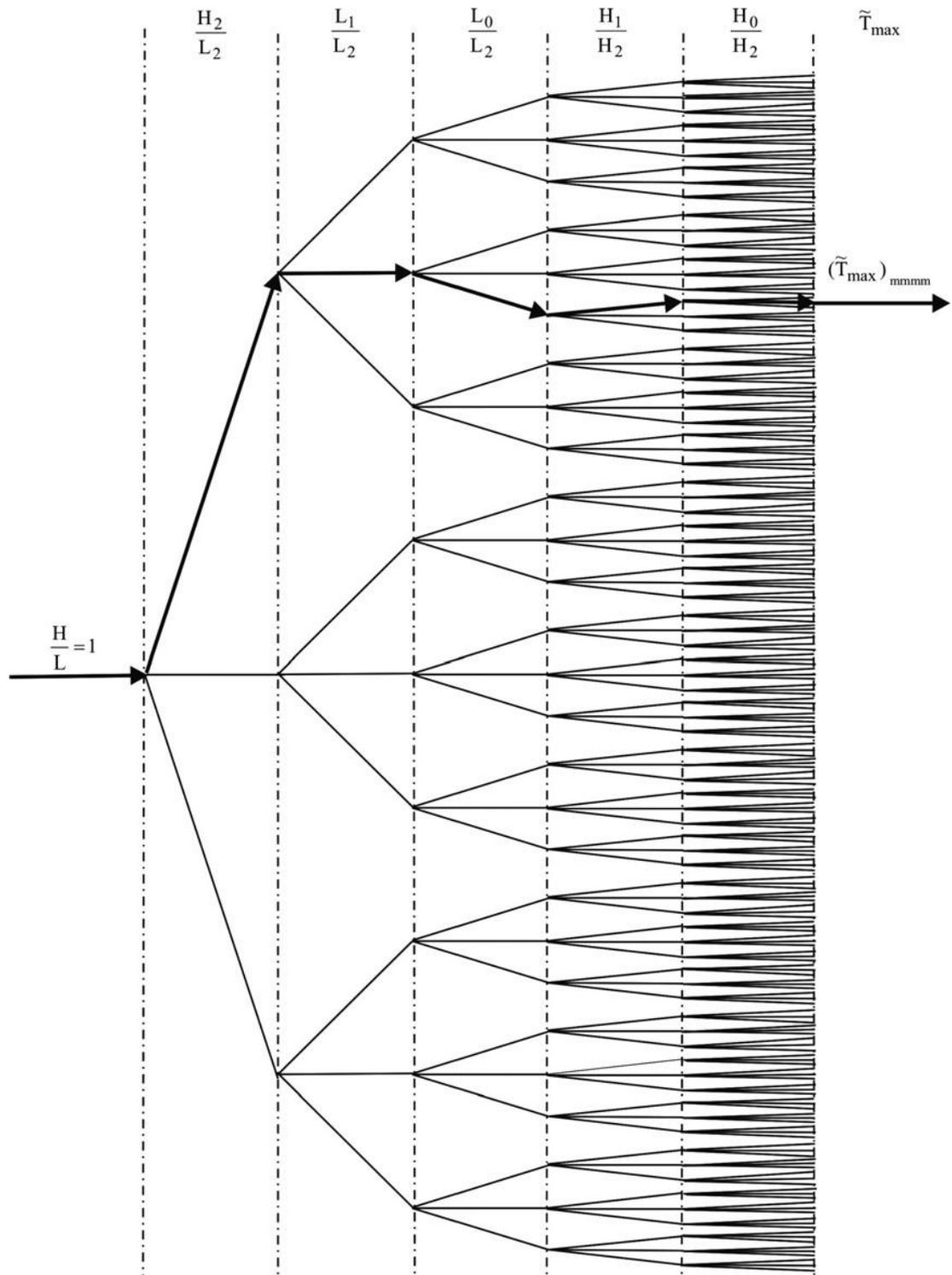


Figura 3.3: Fluxograma de organização hierárquica, ilustrando o processo de otimização pela abordagem do Design Construtal associado à busca exaustiva [Adaptado de Biserni et al.,

2007].

3.2 Condições de temperaturas diferentes nos sumidouros

Outra análise pertinente a este trabalho é a análise do comportamento da configuração ótima do sistema trifurcado, quando esse é sujeito a diferentes condições de temperatura nos sumidouros ao final de suas bifurcações. Dessa maneira, objetiva-se entender como o sistema adapta-se às condições de dissipação de calor, quando se impõe temperaturas diferentes, aqui representando condições diferentes para a dissipação do calor, ao final das ramificações do caminho trifurcado.

Os valores de excesso de temperatura adimensional nos sumidouros foram variados de 0 a 0,3, estudando-se todas as combinações possíveis para as temperaturas dos sumidouros. Esse intervalo foi definido por estas temperaturas serem consideradas pequenas em relação a temperatura máxima do sistema, que espera-se encontrar uma ordem de grandeza acima das temperaturas dos sumidouros. Assim, há 64 combinações de condições de temperaturas dos sumidouros. A Figura 3.4 mostra um esquema das combinações utilizadas nessa análise.

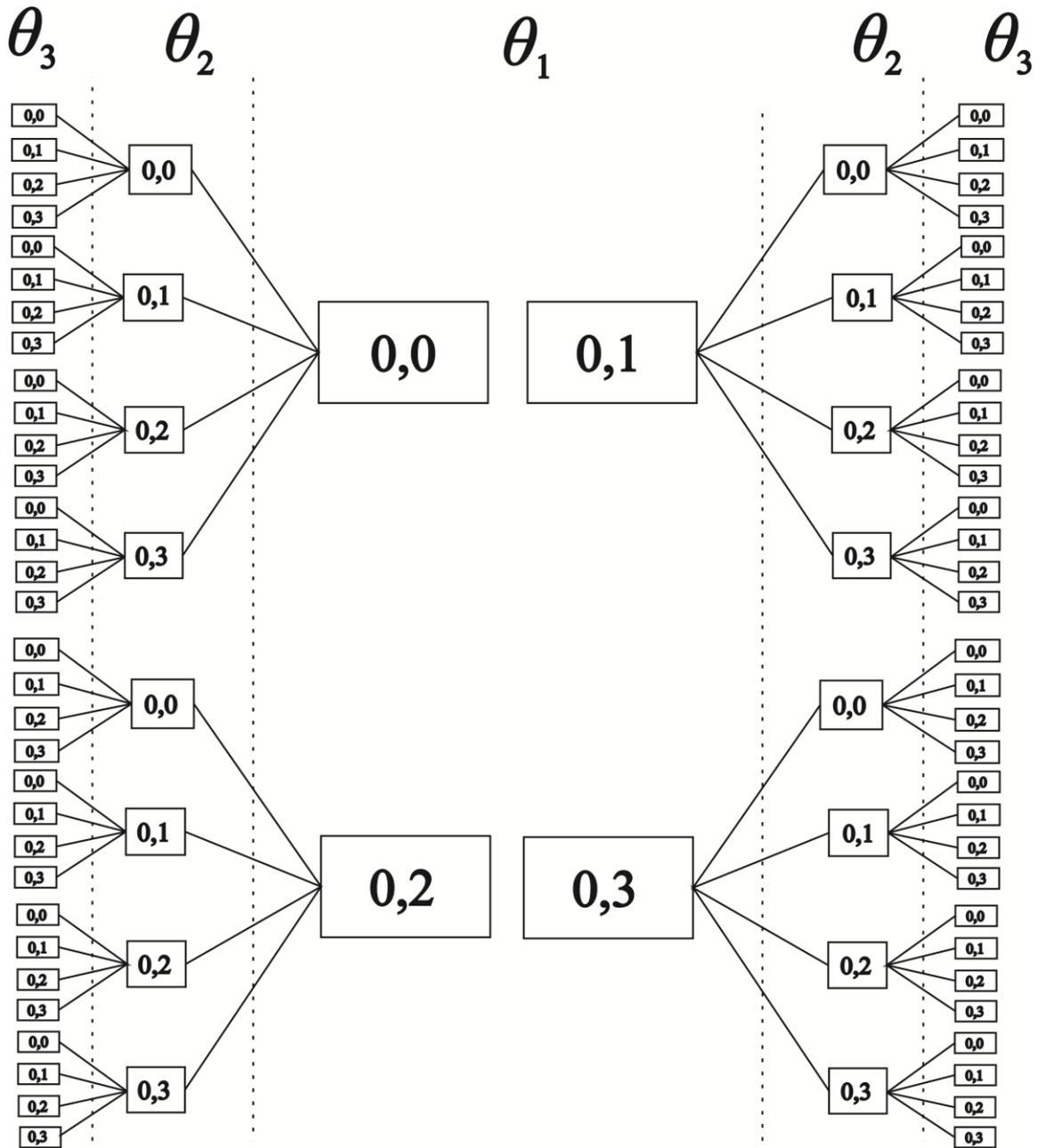


Figura 3.4: Combinações utilizadas na análise de geometrias ótimas com condições de temperaturas não-homogêneas nos sumidouros.

Para essa análise, o caminho trifurcado é otimizado para todos os seus graus de liberdade exceto a razão de aspecto H/L , que foi fixada em $H/L = 1$.

4 MÉTODO NUMÉRICO

O método numérico foi inicialmente desenvolvido para uma configuração inicial com uma forma de árvore com três ramos (aqui chamada de “trifurcada”). Dessa maneira, a geometria da Figura 3.1 necessita das seguintes dimensões para ser desenhada: $D_0, D_1, D_2, D_3, H, L, H_1, H_2$ e L_1 . Uma primeira restrição é dada pela Eq. (3.19) e a segunda restrição é dada pela Eq. (3.20). É importante mencionar que, para uma geometria ser considerada válida, ela deve estar inscrita dentro da área A , assim nenhuma das dimensões pode ser maior do que H ou L , dependendo se a mesma se encontra no eixo vertical ou horizontal, respectivamente.

Assim, o domínio pode ser desenhado calculando-se todos os comprimentos com o auxílio das Eqs. (3.19) e (3.20) e os sete graus de liberdades que foram definidos de forma adimensional como: $\tilde{D}_0, D_1/D_0, D_2/D_0, D_3/D_0, H/L, L_1/D_0$ e H_2/D_0 .

A função definida pela Eq. (3.21) pode ser determinada resolvendo-se a Equação (3.13) para o campo de temperatura em cada configuração assumida ($\tilde{D}_0, D_1/D_0, D_2/D_0, D_3/D_0, H/L, L_1/D_0$ e H_2/D_0) e calculando-se θ_{max} para verificar se o valor encontrado pode ser minimizado variando esta configuração. Para tanto, a Equação (3.13) foi resolvida utilizando-se um código de elementos finitos, com base em elementos triangulares, desenvolvido em ambiente MATLAB[®], precisamente a ferramenta PDE (equações diferenciais parciais), MATLAB[®], 2006.

4.1 Independência de Malha de Elementos Finitos

A malha adotada é não-uniforme em \tilde{x} e \tilde{y} e variável de uma geometria para a seguinte. O tamanho de malha apropriado foi determinado por refinamentos sucessivos com aumento do número de elementos de quatro vezes o tamanho da malha corrente para o tamanho de malha seguinte, até que o critério $(\theta_{max}^j - \theta_{max}^{j+1})/\theta_{max}^j \leq |1 \times 10^{-3}|$ estivesse satisfeito, pois assim os resultados foram considerados independentes do tamanho da malha.

Aqui θ_{\max}^j representa o excesso de temperatura máximo adimensional calculado utilizando-se o tamanho de malha corrente e θ_{\max}^{j+1} corresponde ao excesso de temperatura máximo correspondente aquele obtido utilizando a malha seguinte, onde o número de elementos foi aumentado em quatro vezes.

Os resultados apresentados na Figura 4.1 foram obtidos usando um intervalo entre 67 e 22.272 elementos triangulares. A Tabela 4.1 apresenta como a independência de malha foi alcançada.

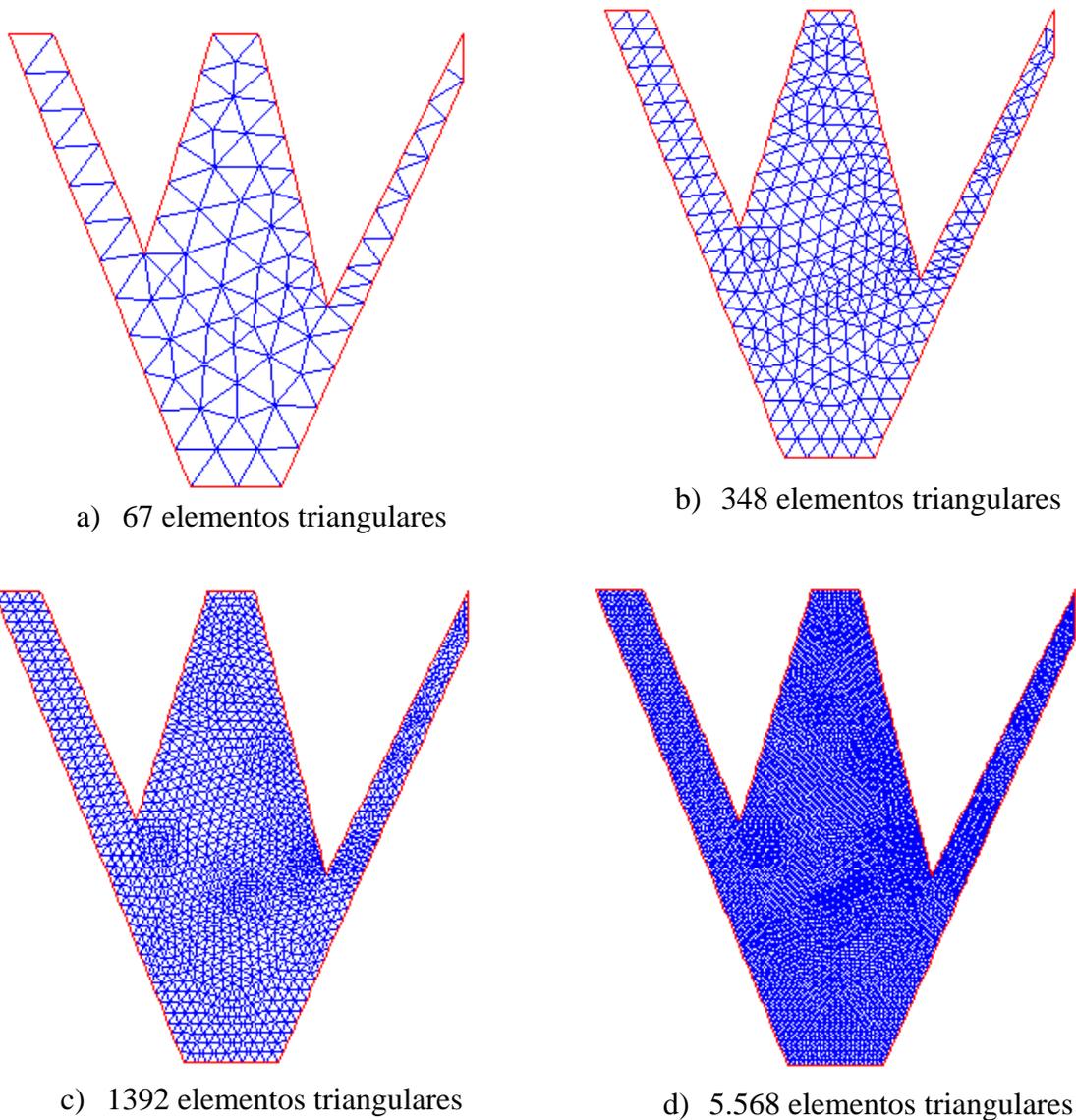


Figura 4.1: Representação gráfica do número de elementos triangulares de malha, conforme parâmetros usados para a Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Testes para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos de malha com ($\phi = 0,4$, $\tilde{D}_0 = 0,2$, $D_1/D_0 = D_2/D_0 = D_3/D_0 = 0,5$, $H/L = 0,5$, $L_1/D_0 = 0,4$, $H_2/D_0 = 0,5$)

Número de elementos	θ_{\max}^j	$\left \left(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1} \right) \theta_{\max}^j \right $
67	1,8877	1,85E-02
348	1,9232	6,25E-03
1392	1,9353	2,42E-03
5568	1,9400	8,24E-04
22272	1,9416	-

4.2 Configurações do Algoritmo Genético

O Algoritmo Genético associado ao Design Construtal foi utilizado para as otimizações do quarto nível e dos outros níveis de graus de liberdade posteriores (\tilde{D}_0 , H_2/D_0 , L_1/D_0 e H/L). Essa mudança em métodos de otimização se dá principalmente devido à ineficiência do método de busca exaustiva para otimizações de níveis superiores, dado o acréscimo exponencial do número de simulações para cada grau de liberdade. Assim, o Algoritmo Genético foi selecionado como uma alternativa, buscando reduzir o número de geometrias testadas e evitar a característica exponencial de tentativas observada no método de busca exaustiva.

Os dados obtidos nos níveis de otimização anteriores foram utilizados para teste do funcionamento do Algoritmo Genético para esse trabalho. Dessa maneira, o Algoritmo Genético foi calibrado com os resultados obtidos do processo de busca exaustiva e então foi configurado para otimizar os próximos graus de liberdade.

As configurações utilizadas neste trabalho para o Algoritmo Genético, baseado nos parâmetros utilizados por Estrada et al. [Estrada et al., 2015], são mostrados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Parâmetros do Algoritmo Genético

Parâmetro	Valor
Tamanho da população	40
Função de criação	<i>Uniform</i>
Função de cruzamento	<i>Scattered</i>
Probabilidade de mutação	2%
Fração de cruzamento	80%
Número de gerações	200
Limite de parada	20 gerações

Neste ponto, torna-se necessário definir os limites e a resolução no domínio computacional para os graus de liberdade a serem otimizados neste trabalho. Os valores são expostos na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Limites e resoluções dos parâmetros para a solução numérica

Parâmetro	Resolução	Intervalo (mín – máx)
\tilde{D}_0	0,01	0,01 – 50,0
D_1/D_0	0,01	0,01 – 50,0
D_2/D_0	0,1	0,1 – 10,0
D_3/D_0	0,1	0,1 – 10,0
H_2/D_0	0,1	0,1 – 10,0
L_1/D_0	0,1	0,1 – 10,0
H/L	0,1	0,1 – 10,0
θ	0,0001	-

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O trabalho numérico consistiu, na sua primeira parte, em determinar o campo de temperatura para um grande número de configurações típicas do que é mostrado na Figura 3.1. Este mesmo processo de determinação foi repetido no trabalho atual para diferentes valores de \tilde{D}_0 , D_1/D_0 , D_2/D_0 , D_3/D_0 , H_2/D_0 , L_1/D_0 , H/L e ϕ , mantidas fixas as temperaturas dos sumidouros.

Na segunda parte, as temperaturas dos sumidouros foram variadas, de maneira a se estudar o comportamento das configurações ótimas do sistema em relação a desigualdades nas temperaturas dos sumidouros.

5.1 Otimização do sistema trifurcado

A Figura 5.1 exhibe o efeito da proporção D_1/D_0 sobre a máxima temperatura adimensional, θ_{max} , para diferentes valores de D_2/D_0 e para valores fixos de $\tilde{D}_0 = 0,2$, $H/L = 1$, $\phi = 0,4$, $H_2/D_0 = 2$, $L_1/D_0 = 2$, $D_3/D_0 = 0,5$. Os resultados obtidos mostram que o aumento da proporção D_2/D_0 acarreta em uma melhora significativa no desempenho térmico. A temperatura máxima ótima para $D_2/D_0 = 0,5$ foi de $(\theta_{max})_m = 2,9023$, para $(D_1/D_0)_o = 0,65$. A melhor configuração para esse caso foi obtida com a razão $(D_2/D_0)_o = 1,7$, onde $(\theta_{max})_{mm} = 2,6793$, para $(D_1/D_0)_{oo} = 0,02$.

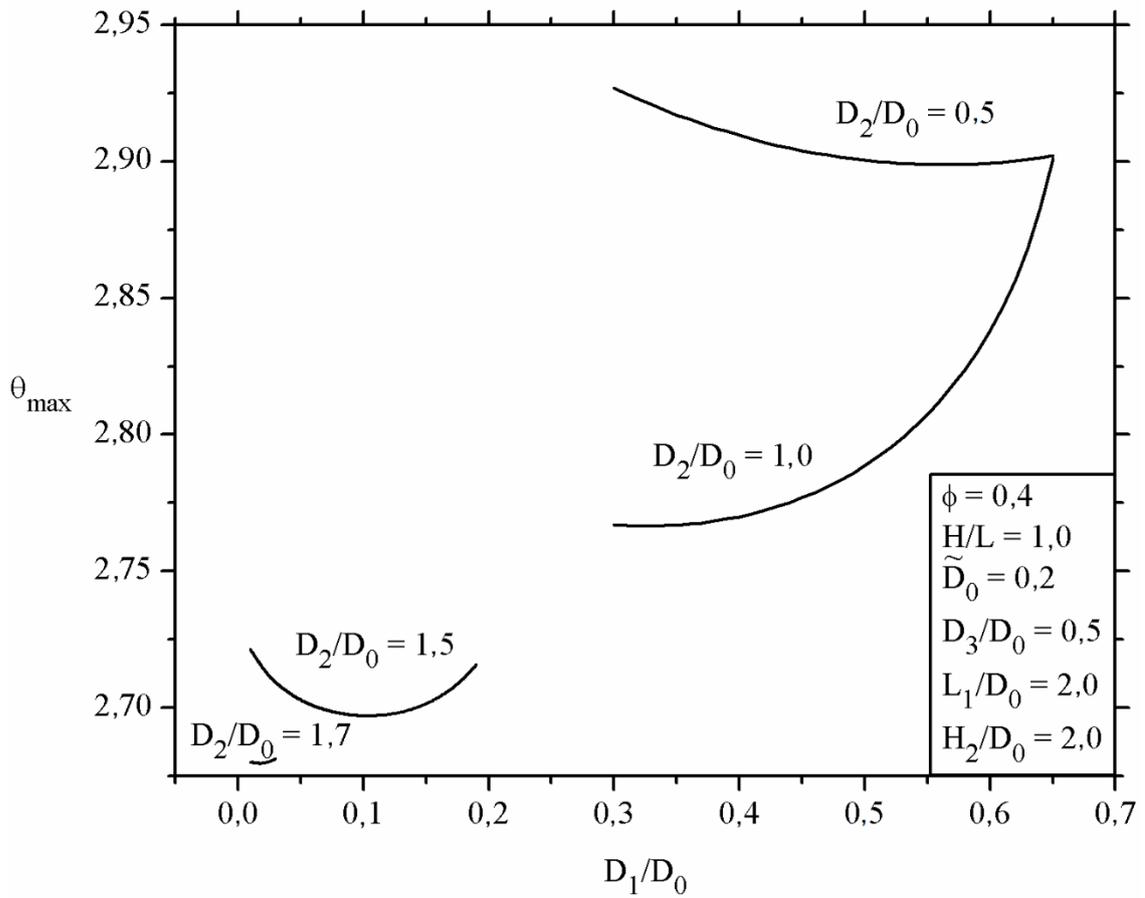


Figura 5.1: Influência do grau de liberdade D_1/D_0 sobre o excesso de temperatura adimensional (θ_{max}) para diferentes valores de D_2/D_0 .

Os resultados ótimos encontrados na Fig. 5.1 são resumidos na Fig. 5.2, que mostra o efeito do tamanho do sumidouro central (D_2/D_0) sobre a máxima temperatura adimensional minimizada ($(\theta_{max})_m$) e sua respectiva razão ótima do sumidouro esquerdo ($(D_1/D_0)_o$).

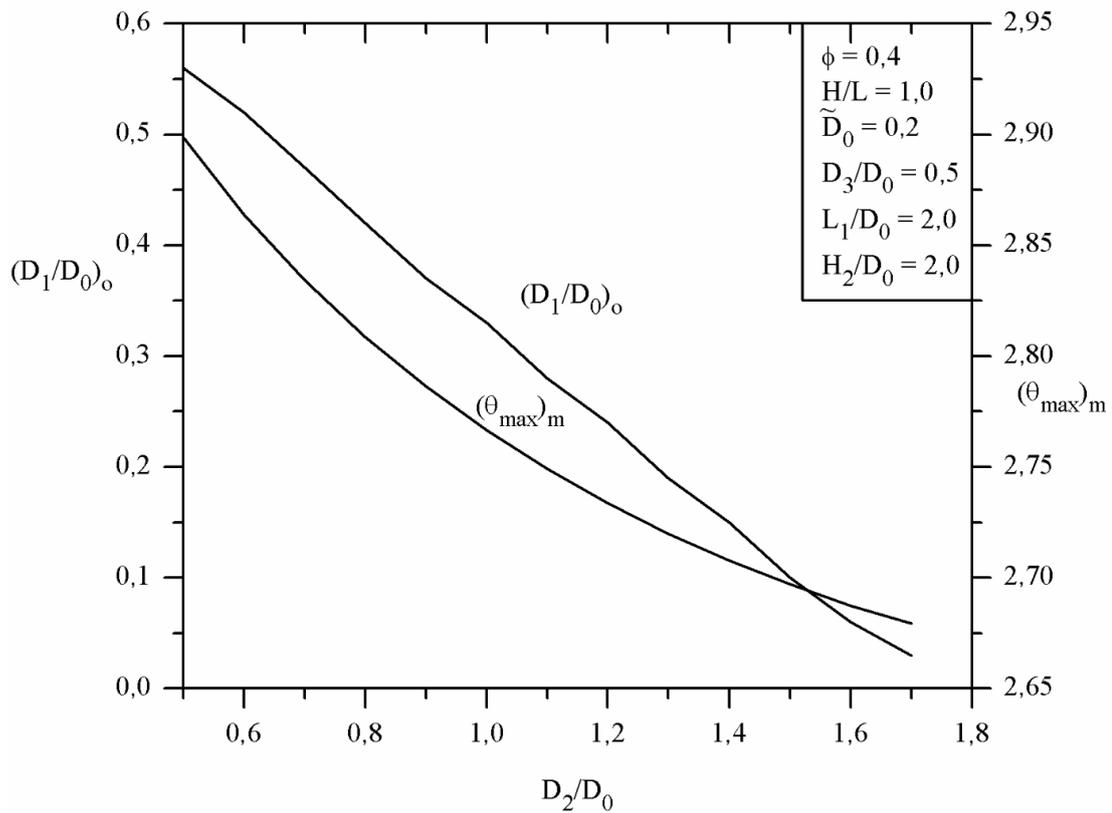


Figura 5.2: Efeito do tamanho do sumidouro central (representado por D_2/D_0) sobre o excesso de temperatura ótimo $(\theta_{max})_m$ e o tamanho ótimo do sumidouro esquerdo $(D_1/D_0)_o$.

Ao analisar a Fig. 5.2, foi visto um decréscimo na máxima temperatura adimensional com o aumento de D_2/D_0 . Também foi percebido que a melhor configuração obtida nesse caso foi a que possui a menor razão de D_1/D_0 , o que indica que, com a liberdade atual, o sistema encontra a melhor configuração para seus fluxos quando ele diminui a ramificação esquerda do caminho trifurcado ao máximo possível. Assim, o valor ótimo aqui foi considerado como o maior valor de D_2/D_0 que forma uma geometria para o sistema, $(D_2/D_0)_o = 1,7$. Note que a configuração ótima obtida na Fig. 5.2 receberá o índice “2m” para a temperatura e “2o” e “o” para $(D_1/D_0)_{2o}$ e $(D_2/D_0)_o$, respectivamente. Essa nomenclatura é observada ao longo de todo o processo de otimização. A Fig. 5.3 ilustra a distribuição de temperaturas para as melhores configurações com: (a) $D_2/D_0 = 0,5$, (b) $D_2/D_0 = 1,0$ e (c) $D_2/D_0 = 1,7$.

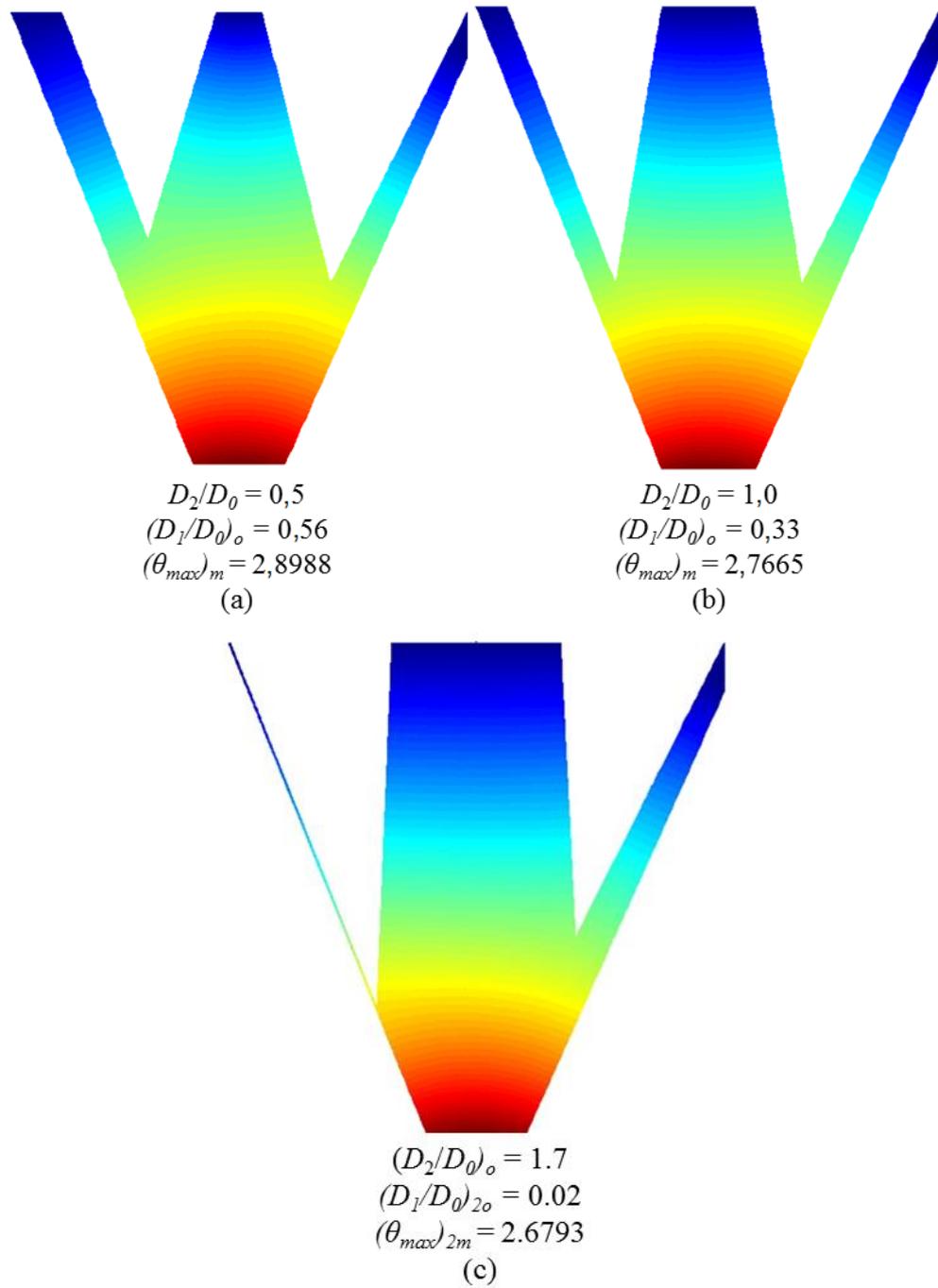


Figura 5.3: Geometrias uma vez otimizadas para: (a) $D_2/D_0 = 0,5$, (b) $D_2/D_0 = 1,0$ e (c) $D_2/D_0 = 1,7$, com $D_3/D_0 = 0,5$, $\tilde{D}_0 = 0,2$, $H_2/D_0 = L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$.

Depois, foi analisado o comportamento do sistema quanto ao tamanho do sumidouro da direita, representada pela razão D_3/D_0 . A Fig. 5.4 mostra os resultados da otimização da máxima temperatura adimensional (θ_{max}) em função da razão D_3/D_0 .

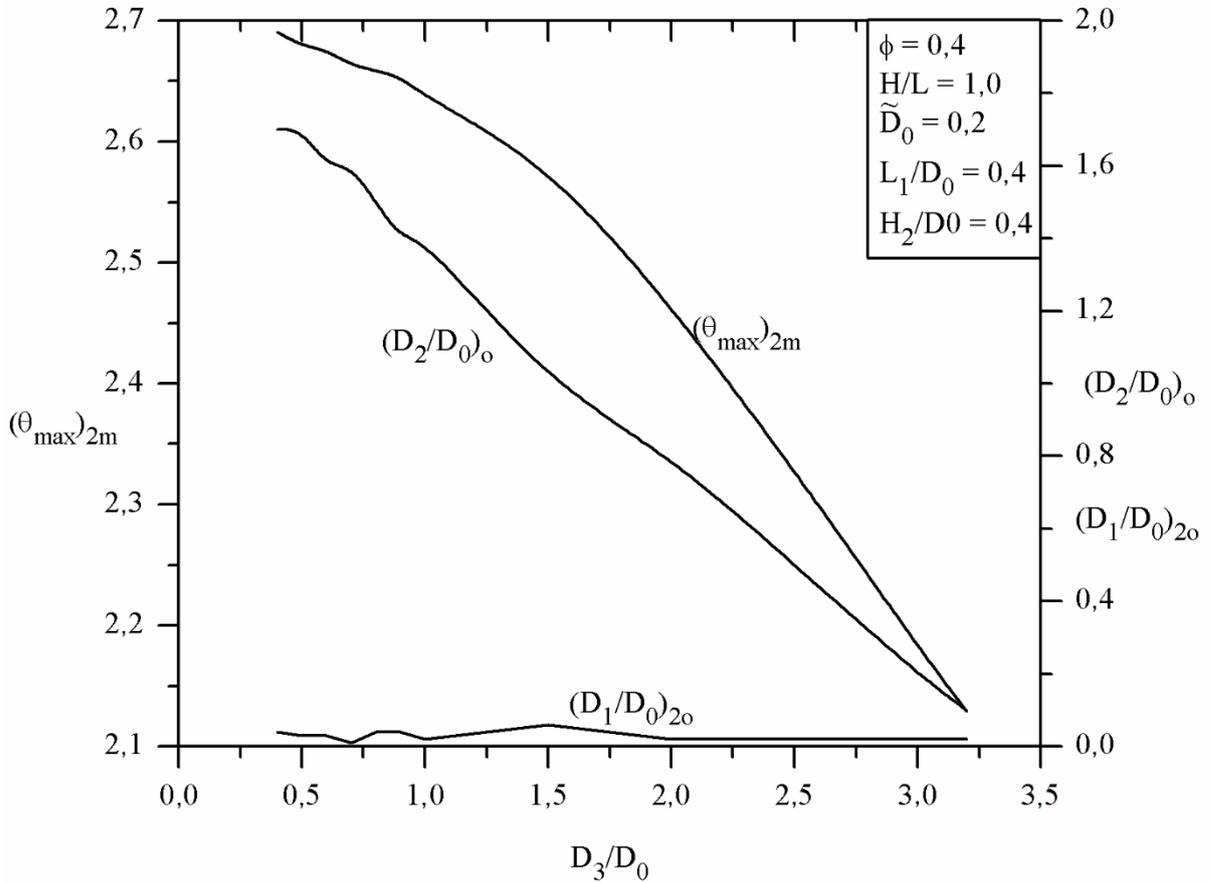


Figura 5.4: Resultados da otimização do terceiro grau de liberdade, D_3/D_0 , mostrando a influência desta razão sobre o excesso de temperatura duas vezes minimizado $(\theta_{max})_{2m}$, sobre $(D_1/D_0)_{2o}$ e também sobre a razão do ramo central uma vez minimizado $(D_2/D_0)_o$.

Analisando a Fig. 5.4, pode ser percebida uma forte influência da razão D_3/D_0 sobre a máxima temperatura duas vezes otimizada ($(\theta_{max})_{2m}$), de maneira que essa se reduz à medida que D_3/D_0 aumenta. Assim, da mesma maneira da otimização anterior, o desempenho ótimo ocorre no maior valor possível de D_3/D_0 . O menor valor encontrado para a temperatura máxima adimensional foi de $(\theta_{max})_{3m} = 2,1309$, obtido com a configuração $(D_1/D_0)_{3o} = 0,01$,

$(D_2/D_0)_{2o} = 0,1$ e $(D_3/D_0)_o = 3,2$. É importante notar que a razão ótima obtida para a ramificação da esquerda (D_1/D_0) permanece praticamente constante e a menor possível pela resolução a ela permitida. Além disso, foi percebida uma grande redução na razão do sumidouro central (D_2/D_0) de tal maneira que a configuração ótima encontrada foi a configuração com a maior razão do sumidouro direito (D_3/D_0) e menores razões para D_1/D_0 e D_2/D_0 . Isso pode ser interpretado como um rearranjo na configuração que minimiza a transferência de calor através dos ramos esquerdo e central e tenta dissipar grande parte do calor recebido através da ramificação da direita. As Figs. 5.5(a)-(c) mostram as configurações ótimas para $D_3/D_0 = 0,5, 1,0$ e $3,2$, respectivamente.

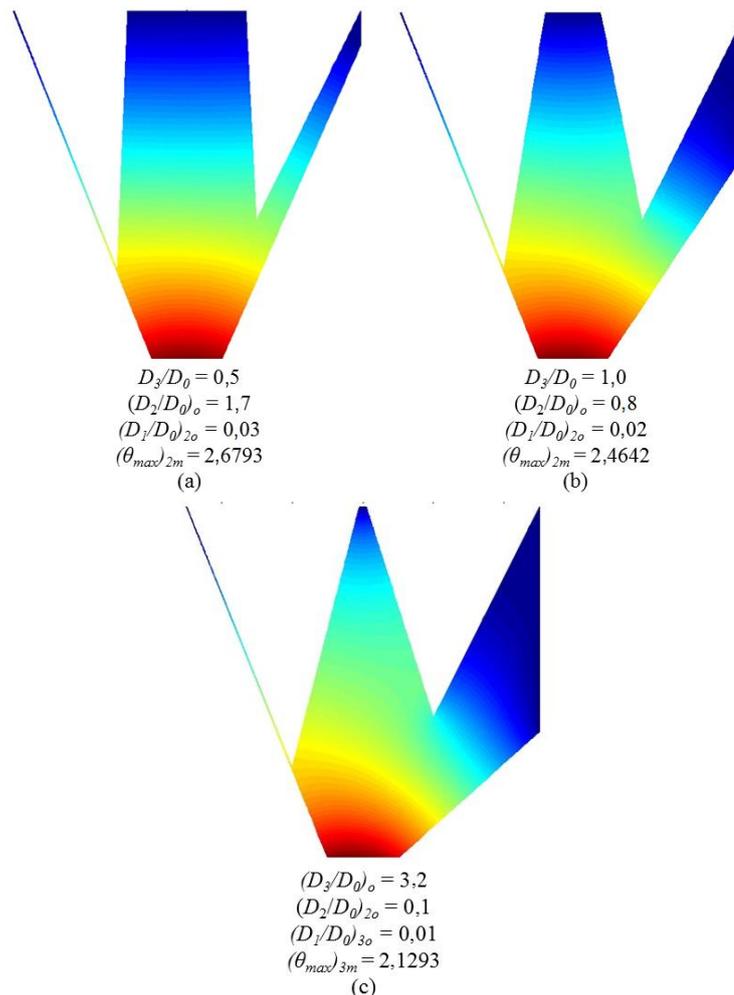


Figura 5.5: Topologias das configurações ótimas obtidas na terceira otimização para: (a) $D_3/D_0 = 1,0$, (b) $D_3/D_0 = 2,0$ e (c) $D_3/D_0 = 3,2$, com $\tilde{D}_0 = 0,2$, $H_2/D_0 = L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$.

Devido ao aumento exponencial de configurações testadas para cada otimização de cada grau de liberdade adicional, o número de configurações necessárias para a otimização dos graus de liberdades seguintes ($\tilde{D}_0, H_2/D_0, L_1/D_0, H/L$) seria muito alto, acarretando em um tempo computacional demasiado, de tal maneira a tornar o estudo inviável. Para fins de comparação, na primeira otimização foram estudadas 35 configurações. Esse número se elevou para 455 configurações ao final da otimização do segundo grau de liberdade e, ao final da terceira otimização, o número de configurações estudadas foi de 5460. Extrapolando para uma quarta otimização, o número de configurações necessárias seriam de aproximadamente 80 mil configurações e, ainda, para a configuração ótima final (com 7 graus de liberdade otimizados) esse número estaria na ordem de 100 milhões de configurações. Assim, buscando uma alternativa, os graus de liberdade seguintes foram estudados por meio de Algoritmo Genético, utilizando as configurações descritas previamente na Seção 4.1.

O primeiro grau de liberdade otimizado com o GA foi \tilde{D}_0 , com $H_2/D_0 = L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$. Os parâmetros utilizados para o GA estão descritos na Seção 4.1. Os resultados obtidos na otimização são mostrados na Fig. 5.6.

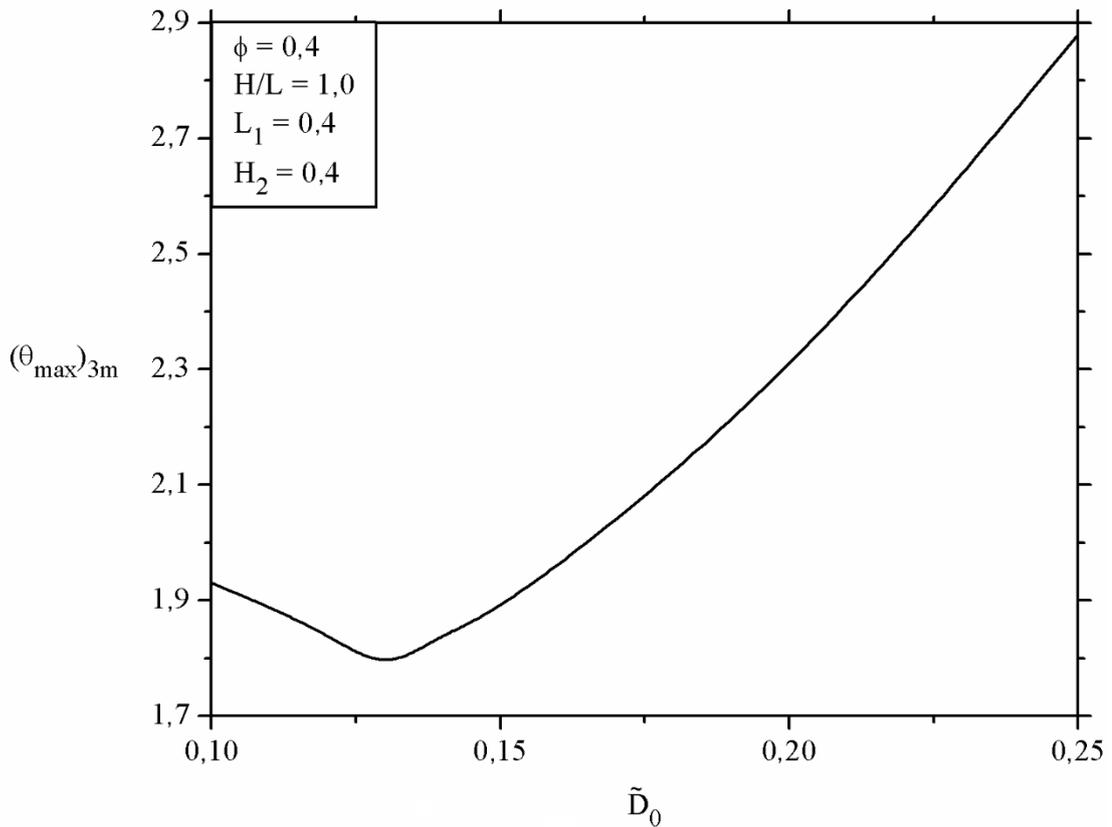
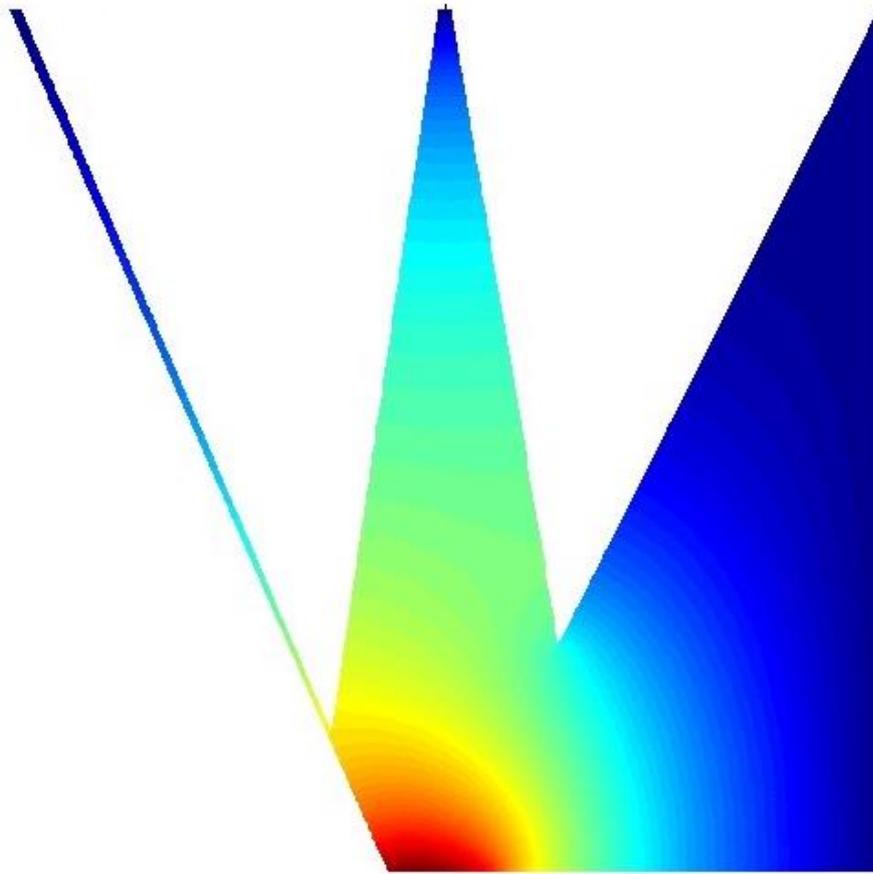


Figura 5.6: Influência do tamanho da base sobre o excesso de temperatura ótimo.

A melhor configuração (ilustrada na Fig. 5.7) foi encontrada para $(\tilde{D}_0)_o = 0,13$, $(D_3/D_0)_{2o} = 7,8$, $(D_2/D_0)_{3o} = 0,1$ e $(D_1/D_0)_{4o} = 0,09$, resultando em um excesso de temperatura de $(\theta_{\max})_{4m} = 1,7729$. Isto mostra que, para os dados graus de liberdade, o sistema se adapta de maneira a manter o mesmo comportamento encontrado na otimização anterior, ou seja, ainda dissipando a maior parte do calor da base através da ramificação da direita. No entanto, diferente do caso anterior, a ramificação central se alonga, tornando-se mais importante no processo de difusão de calor.



$$\begin{aligned}
 (\tilde{D}_0)_o &= 0,13 \\
 (D_3/D_0)_{2o} &= 7,8 \\
 (D_2/D_0)_{3o} &= 0,1 \\
 (D_1/D_0)_{4o} &= 0,09 \\
 (\theta_{max})_{4m} &= 1,7729
 \end{aligned}$$

Figura 5.7: Configuração ótima obtida na otimização do tamanho da base (\tilde{D}_0) com $H_2/D_0 = L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$.

Para o próximo grau de liberdade estudado (H_2/D_0), a configuração ótima foi encontrada para $(H_2/D_0)_o = 2$, $(\tilde{D}_0)_{2o} = 0,13$, $(D_3/D_0)_{3o} = 7,8$, $(D_2/D_0)_{4o} = 0,1$ e $(D_1/D_0)_{5o} = 0,09$, o que resultou em um excesso de temperatura adimensional $(\theta_{max})_{5m} = 1,7729$ (para $L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$). Coincidentemente, esta é a mesma geometria obtida para o grau de liberdade anterior. A influência de H_2/D_0 sobre o excesso de temperatura ótima é mostrado na Fig. 5.8.

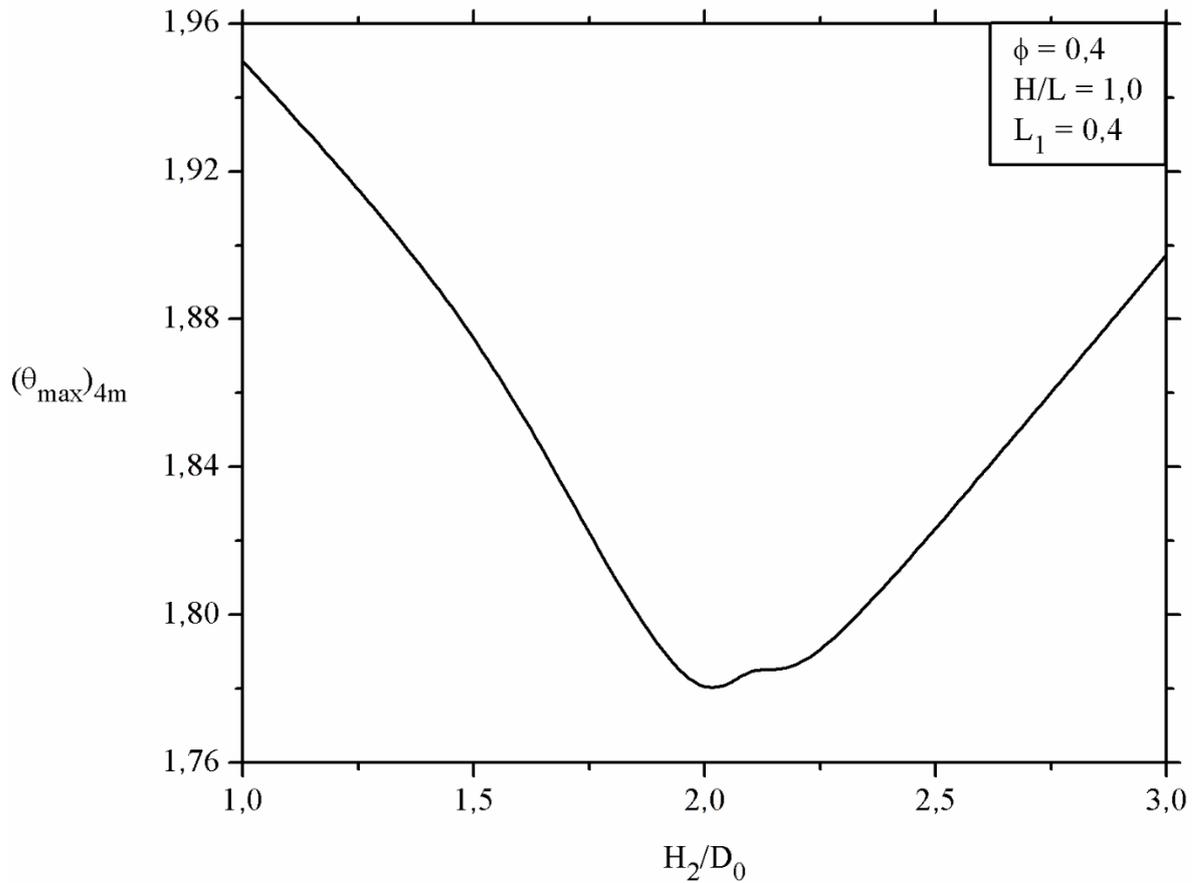
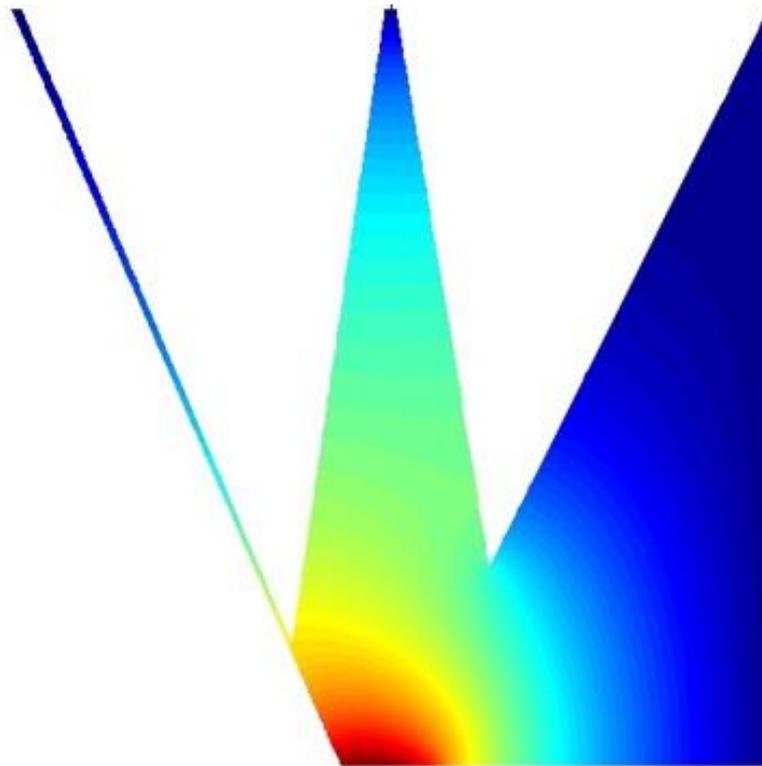


Figura 5.8: Comportamento do excesso de temperatura ótimo em relação ao quinto grau de liberdade, H_2/D_0 .

É importante destacar que o sistema se manteve o mesmo por uma escolha particular do grau de liberdade no começo do estudo ($H_2/D_0 = 2$) e que alterando esse valor se obtêm valores diferentes para o excesso de temperatura, como pode ser visto na Fig. 5.8. Assim, o sistema é influenciado por esse grau de liberdade, ao contrário do que pode ser percebido em uma primeira impressão de se ver a mesma geometria ótima após mais uma fase de otimização. A configuração ótima é ilustrada na Fig. 5.9.



$$\begin{aligned}
 (H_2/D_0)_o &= 2,0 \\
 (\tilde{D}_0)_{2o} &= 0,13 \\
 (D_3/D_0)_{3o} &= 7,8 \\
 (D_2/D_0)_{4o} &= 0,1 \\
 (D_1/D_0)_{5o} &= 0,07 \\
 (\theta_{max})_{5m} &= 1,7729
 \end{aligned}$$

Figura 5.9: Configuração ótima obtida na otimização de H_2/D_0 com $L_1/D_0 = 2$, $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$.

Após isso, foi realizada a otimização para o grau de liberdade que influencia o comprimento da bifurcação central (L_1/D_0), para $H/L = 1,0$ e $\phi = 0,4$. Os valores obtidos são mostrados na Figura 5.10.

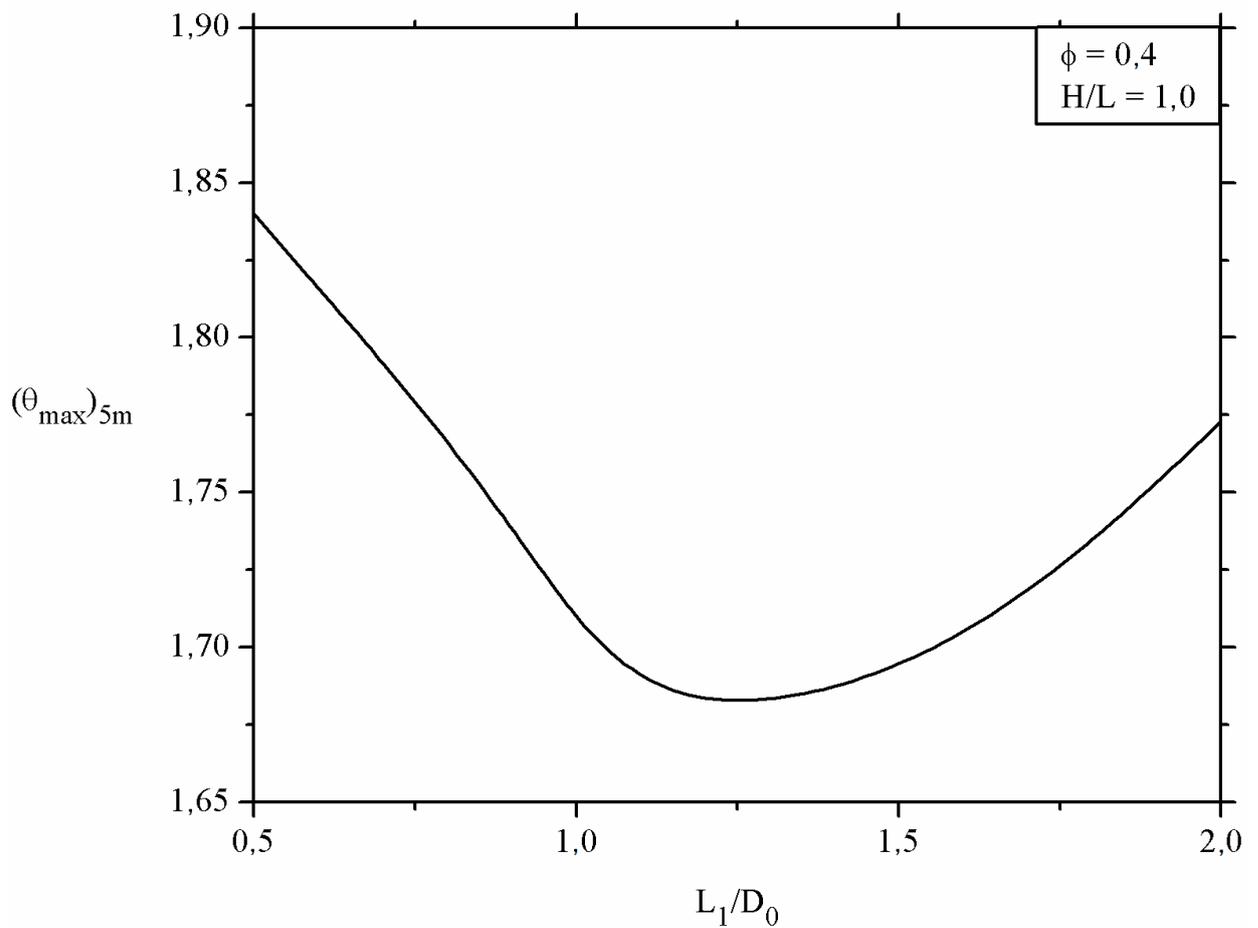
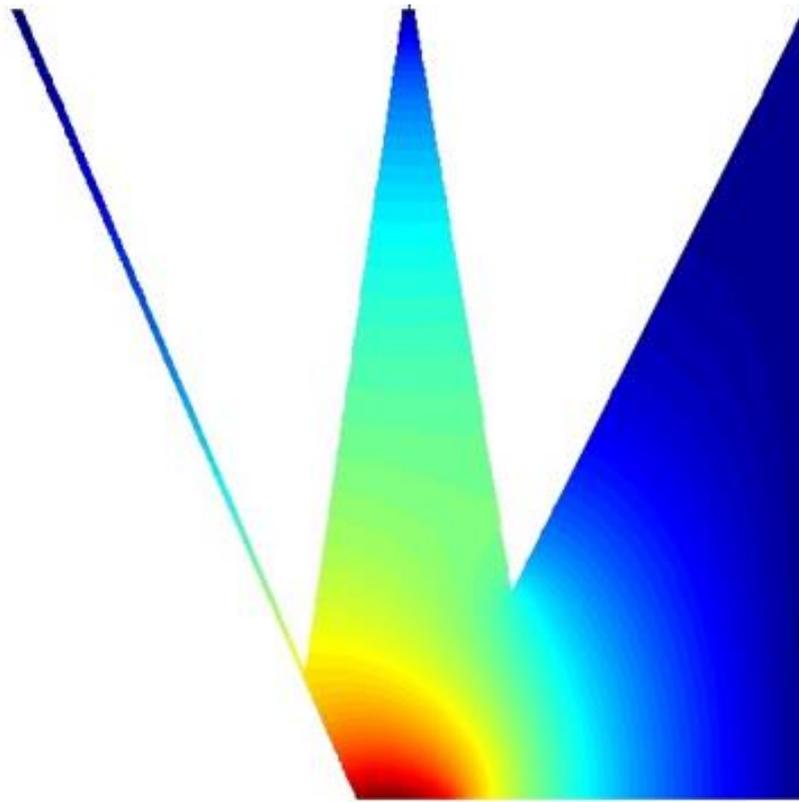


Figura 5.10: Influência de L_1/D_0 sobre o excesso de temperatura ótimo para $\phi = 0,4$ e $H/L = 1,0$.

Nota-se que há um ponto ótimo bem definido para esse grau de liberdade, já que o excesso de temperatura decai até o ponto ótimo e então segue em um crescimento monotônico. A configuração ótima foi encontrada para $(L_1/D_0)_o = 1,2$, com $(H_2/D_0)_{2o} = 2,1$, $(\tilde{D}_o)_{3o} = 0,16$, $(D_3/D_0)_{4o} = 6,2$, $(D_2/D_0)_{5o} = 0,1$ e $(D_1/D_0)_{6o} = 0,07$, o que resultou em um excesso de temperatura de $(\theta_{max})_{6m} = 1,6697$. Essa configuração ótima é ilustrada na Fig. 5.11.



$$\begin{aligned}
 (H_2/D_0)_o &= 2,0 \\
 (\tilde{D}_0)_{2o} &= 0,13 \\
 (D_3/D_0)_{3o} &= 7,8 \\
 (D_2/D_0)_{4o} &= 0,1 \\
 (D_1/D_0)_{5o} &= 0,07 \\
 (\theta_{max})_{5m} &= 1,7729
 \end{aligned}$$

Figura 5.11: Configuração ótima para a otimização de L_1/D_0 com $H/L = 1$ e $\phi = 0,4$.

Para essa configuração, é visto que a bifurcação lateral não possui o maior comprimento possível como a configuração anterior, mostrando que, com esse grau de liberdade extra, o sistema não encontra a melhor configuração de maneira análoga no passo anterior.

Finalmente, a razão de aspecto H/L foi variada para se analisar a sua influência sobre o sistema. Esse é o último grau de liberdade definido para o sistema e, sendo assim, a configuração ótima obtida nessa etapa pode ser considerada como a configuração ótima para

qualquer sistema do tipo trifurcado (para a fração de área $\phi = 0,4$). Os resultados da última otimização são resumidos na Fig. 5.12, a seguir.

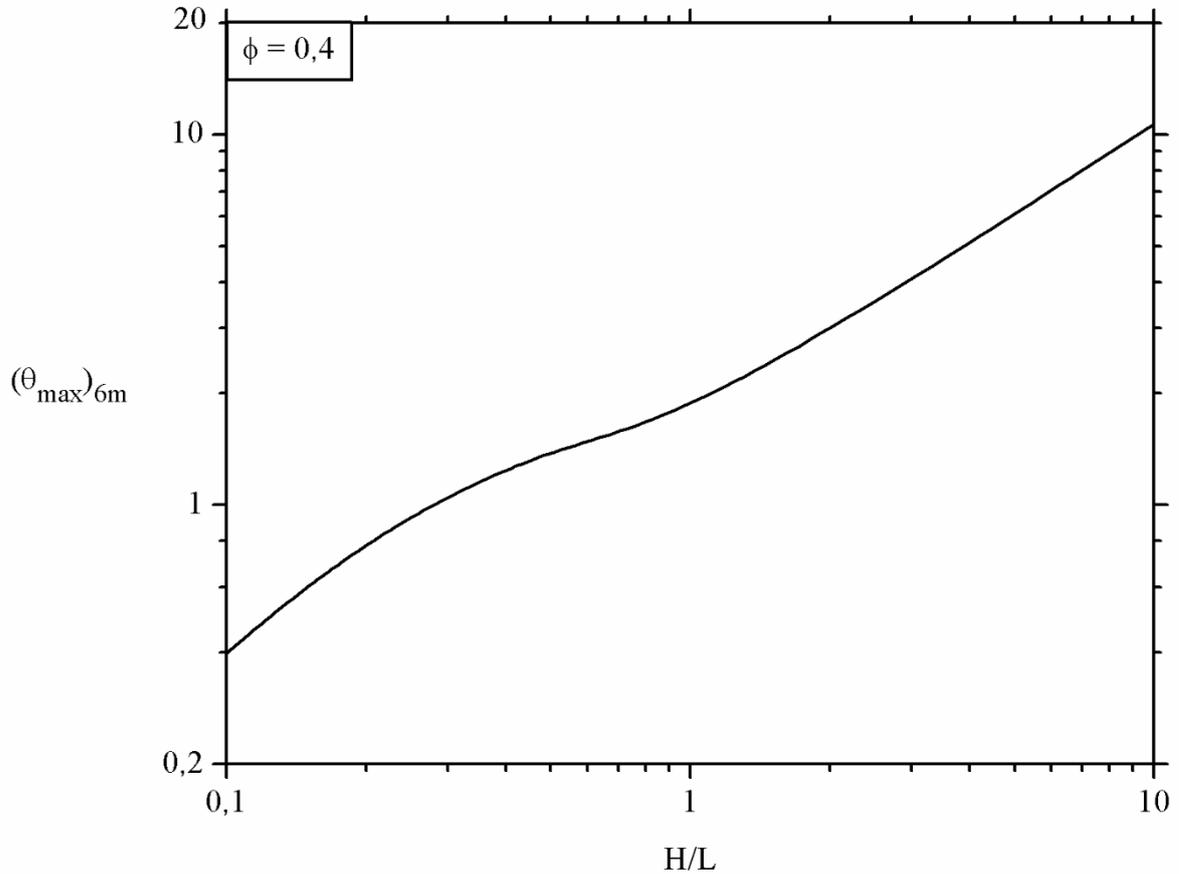


Figura 5.12: Influência da razão de aspecto H/L sobre o excesso de temperatura ótimo.

Observando a Fig. 5.12, observa-se que há um crescimento monotônico do excesso de temperatura em relação ao aumento da razão de aspecto H/L . A melhor configuração obtida nessa etapa foi encontrada em $(H/L)_o = 0,1$, $(L_1/D_0)_{2o} = 1,6$, $(H_2/D_0)_{3o} = 0,1$, $(\tilde{D}_0)_{4o} = 0,7$, $(D_3/D_0)_{5o} = 0,1$, $(D_2/D_0)_{6o} = 1,4$ e $(D_1/D_0)_{7o} = 0,07$, resultando em $(\theta_{\max})_{7m} = 0,3994$. Essa configuração ótima é ilustrada na Fig. 5.13.

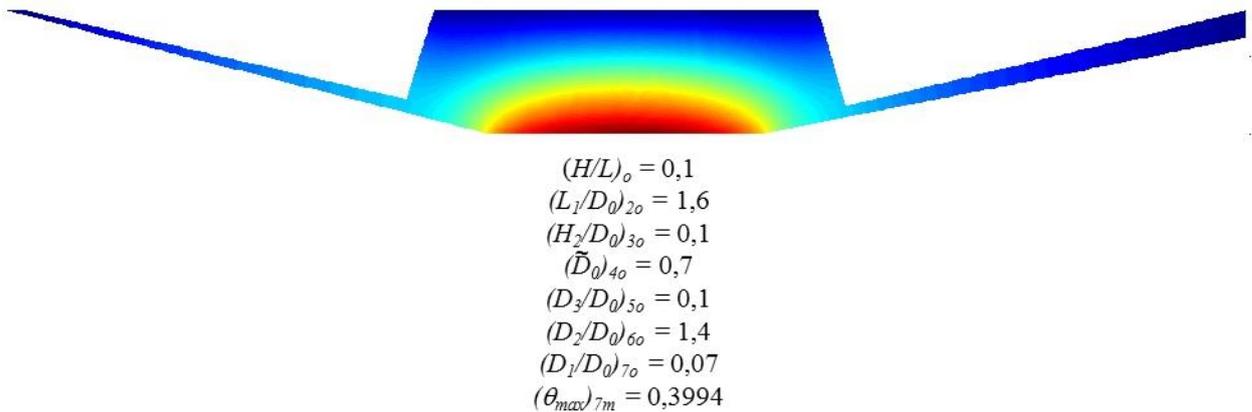


Figura 5.13: Configuração ótima obtida após a otimização do último grau de liberdade do sistema (H/L) para $\phi = 0,4$.

Ao permitir que o sistema altere sua razão de esbelteza, percebe-se que o sistema tenta se tornar o mais compacto possível na sua altura, já que essa mudança faz com que o sumidouro térmico fique mais próximo o possível da fonte de calor. Com isso, o sistema consegue dissipar da melhor maneira o calor proveniente do fluxo térmico. Assim, nessa configuração o sistema dispensa as ramificações laterais, assim tornando-as tão pequenas quanto possível.

Analisando os resultados do desempenho térmico a cada otimização, nota-se que, para a razão de aspecto estudada (antes da última otimização), o tamanho da ramificação da direita ótimo foi significativamente maior do que os outros comprimentos ótimos do sistema. Isso mostra que para tal razão de aspecto, o sistema possui mais facilidade dissipando o calor de entrada por tal ramificação, já que esse é o ramo no qual o sumidouro se encontra mais próximo da entrada de calor. Porém, ao analisar a geometria ótima com outra razão de aspecto, percebe-se que essa facilidade de dissipação do sistema alterna para o sumidouro central, então esse se torna maior enquanto os outros se reduzem.

Finalizando o estudo das configurações possíveis e obtendo-se a geometria ótima para o sistema trifurcado, foi contabilizado um número de aproximadamente 15 mil configurações testadas.

Após verificar a influência de todos os graus de liberdade e obter a configuração ótima para estas condições com fração de área $\phi = 0,4$, a mesma otimização foi realizada, desta vez para diferentes valores de fração de área. Os resultados obtidos foram compilados e são mostrados na Fig. 5.14.

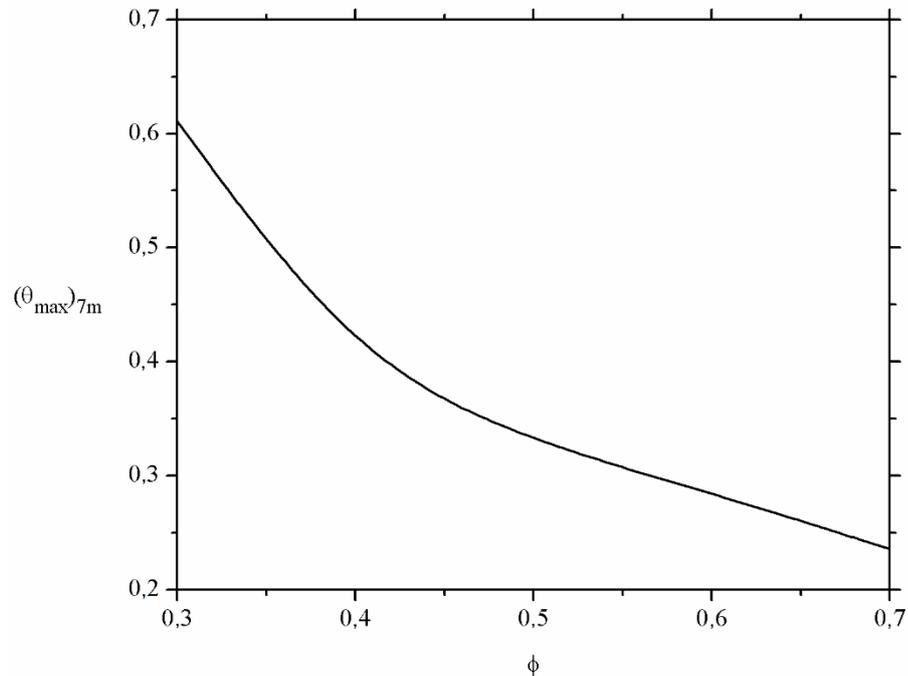
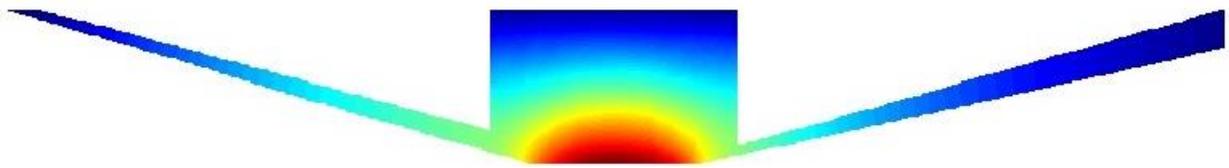


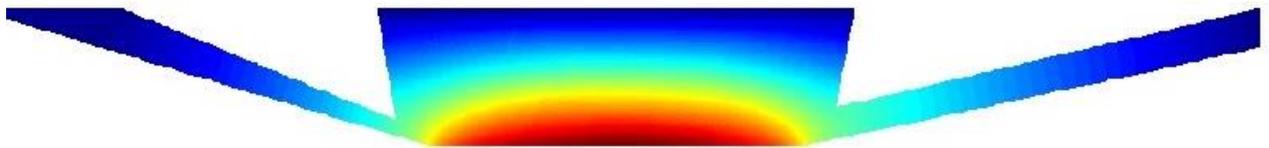
Figura 5.14: Comportamento do excesso de temperatura ótimo em relação a fração de área ϕ .

Como esperado, o excesso de temperatura ótimo decresce à medida que os valores da fração de área ϕ aumenta. Isto acontece por haver mais área disponível para trocar calor no sistema. As Figs. 5.15-5.17 ilustram as arquiteturas ótimas para $\phi = 0,3$, $0,5$ e $0,7$, respectivamente.



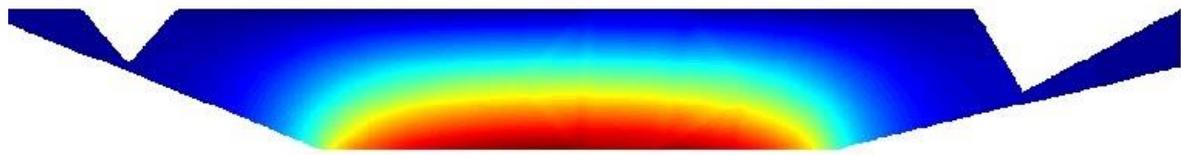
(a)
 $\phi = 0,3$
 $(H/L)_o = 0,1$
 $(L_1/D_0)_{2o} = 1,6$
 $(H_2/D_0)_{3o} = 0,1$
 $(\tilde{D}_0)_{4o} = 0,4$
 $(D_3/D_0)_{5o} = 0,2$
 $(D_2/D_0)_{6o} = 1,6$
 $(D_1/D_0)_{7o} = 0,21$
 $(\theta_{max})_{7m} = 0,6107$

Figura 5.15: Configuração ótima para $\phi = 0,3$.



(b)
 $\phi = 0,5$
 $(H/L)_o = 0,1$
 $(L_1/D_0)_{2o} = 1,2$
 $(H_2/D_0)_{3o} = 0,1$
 $(\tilde{D}_0)_{4o} = 0,9$
 $(D_3/D_0)_{5o} = 0,1$
 $(D_2/D_0)_{6o} = 1,3$
 $(D_1/D_0)_{7o} = 0,41$
 $(\theta_{max})_{7m} = 0,3289$

Figura 5.16: Configuração ótima para $\phi = 0,5$.



$$\begin{aligned}
 & (c) \\
 & \phi = 0,7 \\
 & (H/L)_o = 0,1 \\
 & (L_1/D_0)_{2o} = 1,8 \\
 & (H_2/D_0)_{3o} = 0,1 \\
 & (\tilde{D}_0)_{4o} = 1,3 \\
 & (D_3/D_0)_{5o} = 0,1 \\
 & (D_2/D_0)_{6o} = 1,6 \\
 & (D_1/D_0)_{7o} = 0,22 \\
 & (\theta_{max})_{7m} = 0,2359
 \end{aligned}$$

Figura 5.17: Configuração ótima para $\phi = 0,7$.

É importante notar que a cada grau de liberdade otimizado o sistema melhora seu desempenho térmico (ao diminuir o excesso de temperatura máximo). A geometria completamente otimizada possui um excesso de temperatura 627% menor do que a geometria uma vez otimizada para uma mesma fração de área ($\phi = 0,4$), o que é muito significativo. Esse resultado ressalta a importância de liberdade para que um sistema melhore seu desempenho para com seus fluxos, como descrito na Lei Contrutal. Além disso, ao comparar os resultados encontrados para o caminho de condução em formato de “V” (Estrada *et al.*, 2015), pode-se ver que um sistema tem a possibilidade de se modificar para uma configuração mais complexa para melhorar o acesso ao seus fluxos e, nesse caso particular, isso resulta em uma configuração que possui uma resistência térmica global 307% menor para uma mesma fração de área, ilustrando assim uma melhora em design para a configuração em formato de “V”.

5.2 Comportamento das geometrias ótimas para diferentes valores de temperaturas nos sumidouros

Na segunda análise deste trabalho, foi estudado o comportamento da configuração ótima do sistema para diferentes valores de temperatura do sumidouro. Assim, objetivou-se

entender como o sistema se adapta às diferentes condições de dissipação de calor, para $\phi = 0,4$. Para tal, foram obtidas as configurações da geometria trifurcada para 64 combinações de condições de temperaturas dos sumidouros.

Ao contrário do intuito inicial, os resultados mostram que o valor mínimo do excesso de temperatura máximo sempre ocorre para uma mesma geometria ótima em todos os casos testados de temperaturas nos sumidouros. Essa configuração ótima é a mesma encontrada posteriormente (ilustrada na Figura. 5.11): $(L_1/D_0)_{o} = 1,2$, $(H_2/D_0)_{2o} = 2,1$, $(\tilde{D}_o)_{3o} = 0,16$, $(D_3/D_0)_{4o} = 6,2$, $(D_2/D_0)_{5o} = 0,1$ e $(D_1/D_0)_{6o} = 0,07$. O valor de H/L foi mantido fixo e igual a $H/L = 1$.

No entanto, há variação no excesso de temperatura mínimo. Na medida em que as temperaturas nos sumidouros aumentam, esse excesso de temperatura também aumenta. Para os casos testados, o aumento desse grupo adimensional é linear e dependente apenas do sumidouro, não sendo influenciado pelos outros sumidouros. Os resultados obtidos estão resumidos nas Figs. 5.18-5.21.

A Fig. 5.18 mostra, para $T_1 = 0,0$ e $\phi = 0,4$, o comportamento do excesso de temperatura máximo θ_{max} para diferentes valores de T_2 e T_3 . Esses valores estão explícitos na Tabela 5.1.

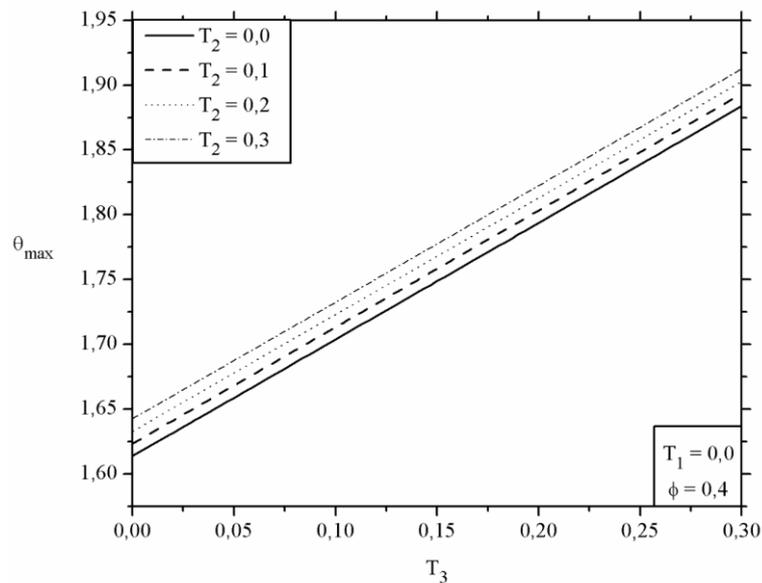


Figura 5.18: Influência da temperatura do sumidouro da direita (T_3) sobre o excesso de temperatura máximo para $T_1 = 0,0$.

Tabela 5.1: Valores do excesso de temperatura adimensional máximo para $T_l = 0,0$

T_2	0,0	0,1	0,2	0,3
0,0	1,6139	1,6235	1,6331	1,6427
0,1	1,7039	1,7135	1,7231	1,7326
0,2	1,7939	1,8034	1,8130	1,8226
0,3	1,8838	1,8934	1,9030	1,9126

A Fig. 5.19 mostra, para $T_l = 0,1$ e $\phi = 0,4$, o comportamento do excesso de temperatura máximo θ_{max} para diferentes valores de T_2 e T_3 . A Tabela 5.2 mostra os resultados obtidos.

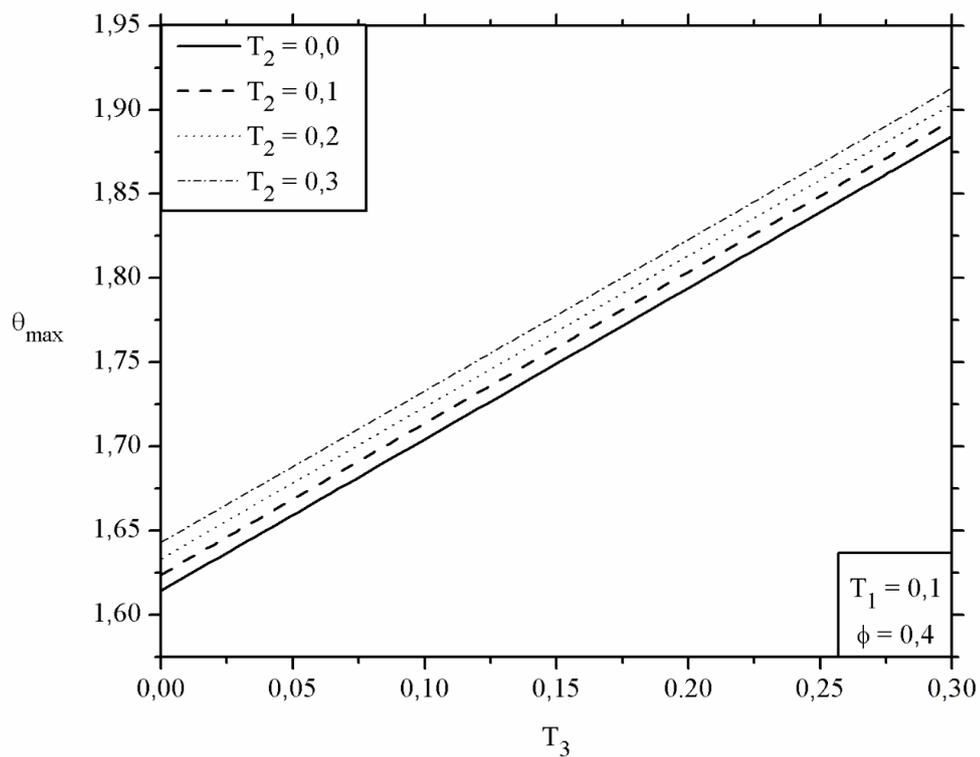


Figura 5.19: Influência da temperatura do sumidouro da direita (T_3) sobre o excesso de temperatura máximo para $T_l = 0,1$.

Tabela 5.2: Valores do excesso de temperatura adimensional máximo para $T_l = 0,1$

T_2 T_3	0,0	0,1	0,2	0,3
0,0	1,6143	1,6239	1,6335	1,6431
0,1	1,7043	1,7139	1,7235	1,7331
0,2	1,7943	1,8039	1,8135	1,8231
0,3	1,8843	1,8939	1,9034	1,9130

A Fig. 5.20 mostra, para $T_l = 0,2$ e $\phi = 0,4$, o comportamento do excesso de temperatura máximo θ_{max} para diferentes valores de T_2 e T_3 . Os resultados estão explícitos na Tabela 5.3.

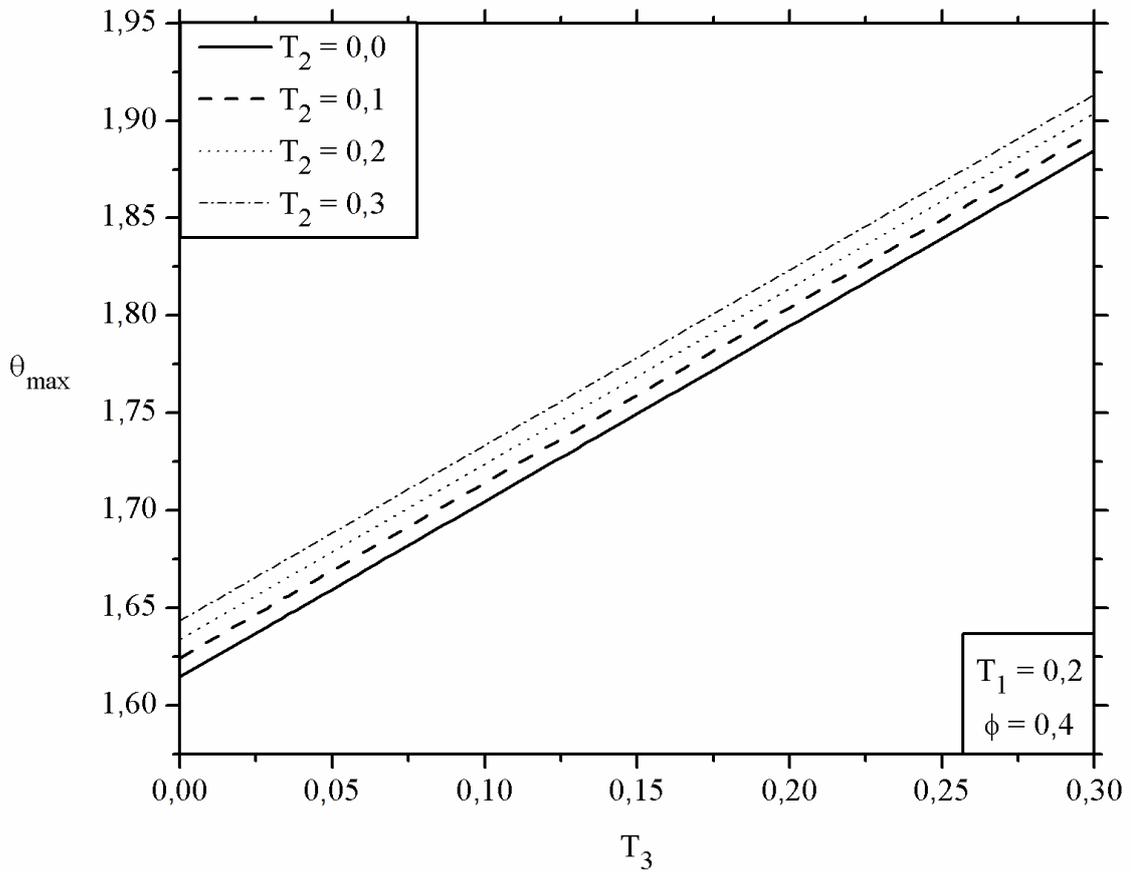


Figura 5.20: Influência da temperatura do sumidouro da direita (T_3) sobre o excesso de temperatura máximo para $T_l = 0,2$.

Tabela 5.3: Valores do excesso de temperatura adimensional máximo para $T_l = 0,2$

T_2 T_3	0,0	0,1	0,2	0,3
0,0	1,6148	1,6244	1,6340	1,6435
0,1	1,7048	1,7143	1,7239	1,7335
0,2	1,7947	1,8043	1,8139	1,8235
0,3	1,8847	1,8943	1,9039	1,9135

A Fig. 5.21 mostra, para $T_l = 0,3$ e $\phi = 0,4$, o comportamento do excesso de temperatura máximo θ_{max} para diferentes valores de T_2 e T_3 . Esses resultados são mostrados na Tabela 5.4.

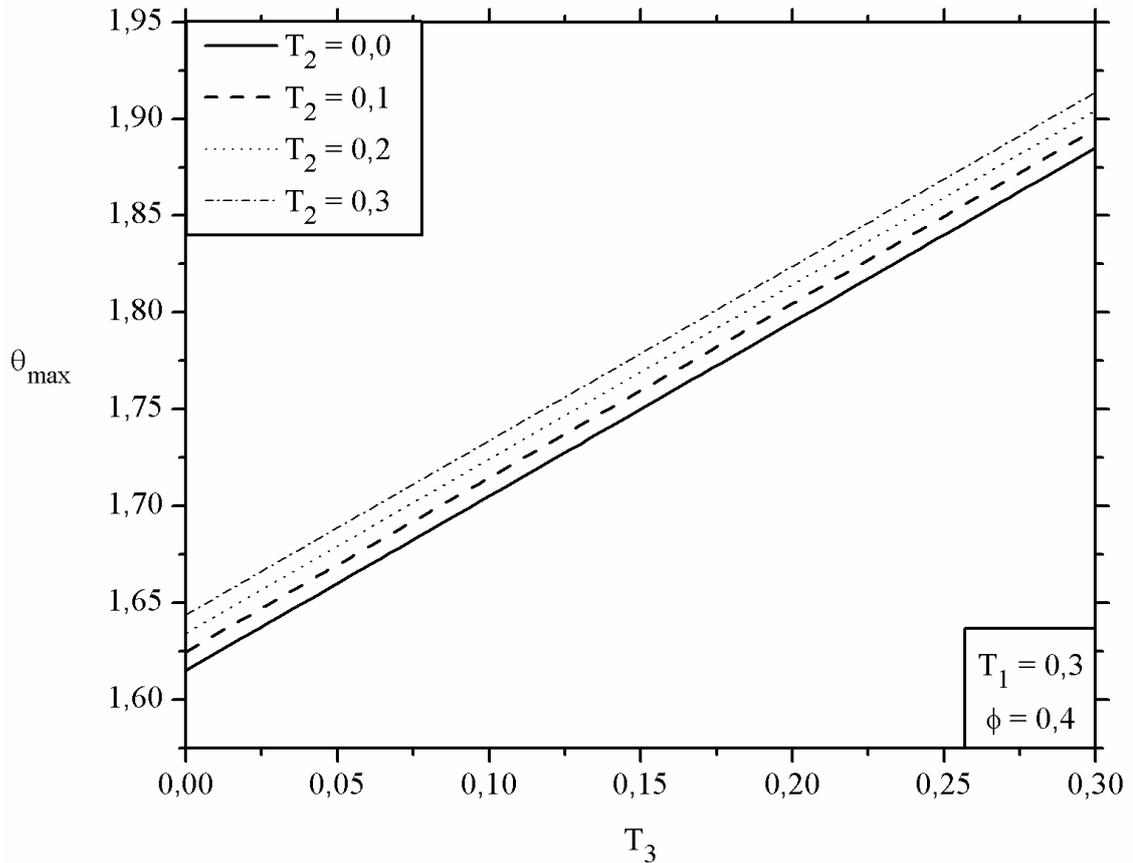


Figura 5.21: Influência da temperatura do sumidouro da direita (T_3) sobre o excesso de temperatura máximo para $T_l = 0,3$.

Tabela 5.4: Valores do excesso de temperatura adimensional máximo para $T_1 = 0,3$

T_2	0,0	0,1	0,2	0,3
0,0	1,6152	1,6248	1,6344	1,6440
0,1	1,7052	1,7148	1,7244	1,7340
0,2	1,7952	1,8048	1,8143	1,8239
0,3	1,8851	1,8947	1,9043	1,9139

Comparando as Figs. 5.18-5.21, percebe-se que o comportamento do aumento do excesso de temperatura é basicamente idêntico, apenas com um pequeno deslocamento nas curvas para cada valor de temperatura do sumidouro central (T_2). Os resultados mostram que há uma influência de aumento de 0,027% no excesso de temperatura com o acréscimo de 0,1 na temperatura do sumidouro da ramificação da esquerda (T_1). Essa influência no aumento do excesso de temperatura é de 0,55% para o mesmo aumento na temperatura ramificação central. Finalmente, para a ramificação da direita, essa influência é de aproximadamente 5%, ou seja, duas ordens de grandeza acima da temperatura da bifurcação da esquerda e uma ordem de grandeza acima da influência da bifurcação central.

Assim, percebe-se que há uma maior importância em se controlar e minimizar, caso possível, a temperatura do sumidouro da direita, pois nesse é onde a maioria do calor entregue na base é dissipado pelo caminho trifurcado. Com esse resultado, também pode-se perceber que não há mudança da geometria ótima para a região de estudo, mostrando que essa geometria ótima já distribui as imperfeições de maneira que a inserção de alguma imperfeição extra, aqui representados por uma temperatura diferente de T_0 no sumidouro, não altera o comportamento do sistema. Isso demonstra que a geometria ótima segue o princípio de distribuição de imperfeições, consequente da lei Construtal, e que essa geometria ótima possui uma robustez em relação a pequenas modificações nas condições de contorno do sistema.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho abordou o estudo da influência geométrica e a otimização de um sistema que recebe calor na sua base e o dissipa através de um caminho de alta condutividade. A transferência de calor ocorre da base às extremidades das bifurcações, as quais estão mantidas a uma temperatura constante, na primeira análise. Na segunda análise, essas são variadas. Aplicando o método de Design Construtal, este trabalho visa a encontrar a arquitetura que maximiza o desempenho do sistema, neste caso minimizando a temperatura máxima do sistema. O material de alta condutividade é trifurcado e está inscrito em uma área de comprimento L e altura H . À parte da base, onde o calor é recebido, e das extremidades das bifurcações, as outras superfícies do sistema são adiabáticas. Primeiramente, estudou-se a influência de cada grau de liberdade, obtendo-se uma geometria otimizada em cada nível da análise. Assim, é possível entender a influência de cada grau de liberdade sobre o desempenho térmico do sistema e, ao final dessa análise, obter a geometria que minimiza a temperatura máxima do sistema. Posteriormente, foi analisada a influência das temperaturas dos sumidouros térmicos encontrados nas extremidades, de maneira a entender se o sistema se altera ao inserir uma imperfeição, quebrando a homogeneidade da condução no sistema, na temperatura final nos sumidouros das bifurcações.

Para a análise do efeito dos parâmetros geométricos sobre a resistência térmica global, primeiramente foi estudado, utilizando o método de busca exaustiva, os parâmetros D_1/D_0 , D_2/D_0 e D_3/D_0 .

Após o terceiro nível de otimizações, foi utilizado o método de Algoritmo Genético para auxiliar a análise dos graus de liberdade restantes. Essa mudança se deu devido ao aumento exponencial de geometrias ótimas possíveis, necessitando um método de otimização mais eficiente para a obtenção de tais geometrias nos próximos níveis de otimização. Com a escolha do algoritmo genético, o aumento de geometrias testadas deixa de ser exponencial. O algoritmo genético foi utilizado para os graus de liberdade \tilde{D}_0 , H_2/D_0 , L_1/D_0 e H/L .

A geometria ótima do sistema foi obtida, com temperatura máxima de $(\theta_{max})_{7o} = 0,3994$, encontrada para $(H/L)_o = 0,1$, $(L_1/D_0)_{2o} = 1,6$, $(H_2/D_0)_{3o} = 0,1$, $(\tilde{D}_0)_{4o} = 0,7$, $(D_3/D_0)_{5o} = 0,1$, $(D_2/D_0)_{6o} = 1,4$ e $(D_1/D_0)_{7o} = 0,07$. Essa temperatura máxima representa uma

redução de 318% na resistência térmica global em relação ao nível de otimização anterior e 627% se comparado ao sistema com apenas um grau de liberdade otimizado, mostrando a importância da liberdade topológica nesses sistemas e o estudo dos graus de liberdade em níveis, em contrapartida ao estudo separado de cada parâmetro do sistema.

Um total de 15 mil geometrias foram estudadas para obter as configurações ótimas para cada valor da fração de área. A Equação do Calor para cada configuração foi de aproximadamente 10 segundos. Ao comparar este valor ao valor estimado de configurações que seriam necessárias utilizando o método de busca exaustiva (100 milhões), foi percebido que o método de Algoritmo Genético é muito eficiente para problemas multivariáveis, aumentando sua eficiência à medida que o número de graus de liberdade dado ao sistema aumenta.

Ao final da primeira parte deste trabalho, foram obtidas as configurações ótimas do caminho trifurcado para diferentes valores de fração de área, mostrando um decréscimo na resistência térmica global com o aumento desse parâmetro, como esperado. Para um mesmo valor de área, a cada grau de liberdade otimizado, o sistema diminui sua resistência térmica global. Além disso, cada grau de liberdade otimizado é estudado, buscando entender sua influência na temperatura máxima do sistema. Assim, este trabalho contribui não só para identificar as configurações ótimas, mas também para indicar o comportamento dos graus de liberdade, auxiliando futuros projetos de engenharia desse tipo.

Na segunda parte deste trabalho, objetivou-se analisar a variação da geometria ótima e da resistência térmica global ao se introduzir imperfeições não homogêneas no caminho de condução. Para tal, foram testadas diversas combinações de temperaturas nas extremidades das bifurcações do caminho trifurcado, variando as mesmas de 0 até 0,3. Esse procedimento foi realizado permitindo ao sistema variar todos os graus de liberdade, exceto H/L , que foi mantido constante, $H/L = 1$.

A configuração ótima manteve-se a mesma para todas as combinações testadas, apenas variando o valor da temperatura máxima do sistema. Essa invariância na geometria ótima pode ser explicada por dois fatores: a variação da temperatura ser pequena em relação a temperatura máxima do sistema (uma ordem de grandeza abaixo); e que a configuração ótima é a que melhor distribui as imperfeições do sistema, seguindo o princípio da ótima

distribuição das imperfeições, e, mesmo ao se inserir pequenas imperfeições, a configuração possui certa robustez na sua configuração ótima de maneira a mantê-la igual.

O sistema alterou, no entanto, o valor da sua temperatura máxima e, conseqüentemente, da sua resistência térmica global. O aumento de 0,1 na temperatura do sumidouro da bifurcação da esquerda (T_1) teve por consequência no sistema um acréscimo de 0,027% na resistência global térmica, enquanto a temperatura do sumidouro da bifurcação central (T_2) elevou a resistência global 0,55%, em média. Por sua vez, um aumento de 0,1 na temperatura no sumidouro da bifurcação da direita (T_3) gera um aumento de 5% na resistência térmica global do sistema. Assim, pode-se concluir que a temperatura T_3 é o parâmetro de maior importância para o sistema ótimo e, portanto, deve ser o ponto focal a ser controlado para se obter o melhor desempenho térmico possível para o sistema.

7. SUGESTÕES

Como trabalhos futuros, são apresentadas as seguintes sugestões:

- Estudar configurações “n-furcadas” e comparar o desempenho das geometrias ótimas com os resultados obtidos para a geometria deste trabalho;
- Estudar o efeito de um aumento mais significativo na temperatura dos sumidouros sobre a configuração ótima do sistema;
- Estudar o caso de transferência de calor de ponto para volume utilizando configurações com caminhos não lineares, inserindo pontos variáveis para a inflexão dos contornos do sistema;
- Estudar a transferência de calor de ponto para volume utilizando configurações tridimensionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Beckel, C.C., Horbach, C.S., Isoldi, L.A., Santos, E.D.D., Rocha, L.A.O., Constructal Design of Y-Shaped Conductive Pathways for Cooling a Heat-Generating Body, **Defect and Diffusion Forum** Vol. 348, pp 245-260, 2014.

Bejan, A., Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, p. 799–816, 1996a.

Bejan, A., Street network theory of organization in nature, **Journal of Advanced Transportation**, v. 30(2), p. 85-107, 1996b.

Bejan, A., Shape and structure from engineering to nature, **Cambridge University Press**, Cambridge, UK, 2000.

Bejan, A., Maxwell's Demons Everywhere: Evolving Design as the Arrow of Time. **Scientific Reports**, vol. 4, 4017; 2014.

Bejan, A., Why humans build fires shaped the same way. **Scientific Reports**, vol. 5, 11270; 2015.

Bejan, A., The Physics of Life: The Evolution of Everything, **St. Martin's Press**, New York, 2016.

Bejan, A., Almogbel, M., Constructal T-shaped fins, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43(12-15), p. 2101-2115, 2000.

Bejan, A., Lorente, S., Design with Constructal Theory, Wiley, Hoboken, NJ, 2008.

Bejan, A., Lorente, S., The Constructal Law and the Evolution of Design in Nature, **Physics of Life Reviews**, 8(3), pp. 209–240, 2011.

Bejan, A., Merks, G. W., Constructal Theory of Social Dynamics, Springer, New York, 2007.

Bejan, A., Zane, J. P., Design in Nature, Doubleday, New York, 2012.

Bejan, A., Lorente, S., Lee, J., Unifying Constructal Theory of Tree Roots, Canopies and Forests, **Journal of Theoretical Biology**, 254(3), pp. 529–540, 2008.

Bejan, A., Lorente, S., Miguel, A. F., Reis, A. H., Constructal human dynamics, security and sustainability, **IOS Press**, Amsterdam, 2009.

Biserni, C., Rocha, L. A. O., Stanescu, G., Lorenzini, E., Constructal H-shaped cavities according to Bejan's theory, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50(11-12), p. 2132-2138, 2007.

Cetkin, E., Oliani, A., The natural emergence of asymmetric tree-shaped pathways for cooling of a non-uniformly heated domain. **Journal of Applied Physics**, v. 118, n. 2, p. 24902, 2015.

Cheng, C. H., Chen, Y. F., Topology optimization of heat conduction paths by a non-constrained volume-of-solid function method. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 78, p. 16–25, 2014.

Estrada, E. Da S. D., Fagundes, T.M., Isoldi, L.A., Dos Santos, E.D., Xie, G., Rocha, L.A.O., Constructal design associated to genetic algorithm of asymmetric v-shaped pathways. **Journal of Heat Transfer**, v. 137, n. 6, p. 61010, 2015.

Horbach, C.S., Constructal Design of Y-shaped pathways for refrigeration of a heat generating body (Em português), **Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia**, 2014, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Aelgre.

MATLAB®, User's guide, version 7.0.1, release 14SP1, The Mathworks Inc., 2006.

Miguel, A.F., The Emergence of Design in Pedestrian Dynamics: Locomotion, Self-Organization, Walking Paths and Constructal Law, **Physics of Life Reviews**, 10(2), pp. 168–190, 2013.

Hajmohammadi, M.R., Abianeh, V.A., Moezzinajafabadi, M., Daneshi, M., Fork-shaped highly conductive pathways for maximum cooling in a heat generating piece. **Applied Thermal Engineering**, 61(2), pp.228-235, 2013.

Lorenzini, G., Rocha, L.A.O., Constructal design of Y-shaped assembly of fins. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 49(23), 4552-4557, 2006.

Lorenzini, G., Rocha, L.A.O., Constructal design of T–Y assembly of fins for an optimized heat removal. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 52(5), pp.1458-1463, 2009.

Lorenzini, G., Biserni, C., Rocha, L.A.O., Constructal design of X-shaped conductive pathways for cooling a heat-generating body. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 58(1), pp.513-520, 2013.

Reis, A.H., Bejan, A., Constructal Theory of Global Circulation and Climate, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 49(11–12), pp. 1857–1875, 2006.

Xie, Z., Chen, L., Sun, F., Constructal optimization of twice Y-shaped assemblies of fins by taking maximum thermal resistance minimization as objective. **Science China Technological Sciences**, 53(10), pp.2756-2764, 2010.


```

d0/2,...          %pt 3 - baixo centro direita
L/2,...          %pt 4 - alto direita
L/2,...          %pt 5 - topo direita
L1,...           %pt 6 - ponta direita
d2/2,...         %pt 7 - topo centro direita
-d2/2,...        %pt 8 - topo centro esquerda
-L1,...          %pt 9 - ponta esquerda
-L/2+d1,...      %pt 10 - topo quase esquerda
],...
[ H,...          %pt 1 - topo esquerda
0,...           %pt 2 - baixo centro esquerda
0,...           %pt 3 - baixo centro direita
H-d3,...        %pt 4 - alto direita
H,...           %pt 5 - topo direita
h2,...          %pt 6 - ponta direita
H,...           %pt 7 - topo centro direita
H,...           %pt 8 - topo centro esquerda
h1,...          %pt 9 - ponta esquerda
H,...           %pt 10 - topo quase esquerda
],...
'P1');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','P1')

% Boundary conditions:
pdetoolGA('changemode',0)
pdesetbd(9,...   %temperatura prescrita em d1
'dir',...
1,...
'1',...
sTd1)
pdesetbd(8,...   %isolado esquerda da ponta esquerda
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(7,...   %isolado direita da ponta esquerda
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(10,...  %temperatura prescrita em d2
'dir',...
1,...
'1',...
sTd2)
pdesetbd(6,...   %isolado esquerda da ponta direita
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(5,...   %isolado direita da ponta direita
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(4,...   %temperatura prescrita em d3

```

```

'dir',...
1,...
'1',...
sTd3)
pdesetbd(3,...      %isolado lateral direita
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(2,...      %fluxo de calor prescrito em d0
'neu',...
1,...
'0',...
g)                  %sempre usar a condição como 1/d0 = g, ou seja, se mudar d0,
varia o valor da condição
pdesetbd(1,...      %isolado lateral esquerda
'neu',...
1,...
'0',...
'0')

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);
setappdata(pde_fig, 'refinemethod', 'regular');
setappdata(pde_fig, 'jiggle', char('on', 'mean', ''));
setappdata(pde_fig, 'MesherVersion', 'preR2013a');
pdetoolGA('initmesh')
pdetoolGA('refine')
pdetoolGA('refine')
pdetoolGA('refine')
%pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
'1.0',...
'0',...
'(0)+(0).*(0.0)',...
'(1.0).*(1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig, 'currparam', ...
['1.0';...
'1.0';...
'1.0';...
'0 ';...
'0 ';...
'0.0'])

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig, 'solveparam', ...
char('0', '17568', '10', 'pdeadworst', ...
'0.5', 'longest', '0', '1E-4', '', 'fixed', 'Inf'))

% Plotflags and user data strings:

```

```

setappdata(pde_fig, 'plotflags', [1 1 1 1 2 1 7 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig, 'colstring', '');
setappdata(pde_fig, 'arrowstring', '');
setappdata(pde_fig, 'deformstring', '');
setappdata(pde_fig, 'heightstring', '');

% Solve PDE:
pdetoolGA('solve')
T=get(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'flat', 'Tag', 'PDEPlotMenu'), ...
        'UserData');

y = max(T);
% EXP= [d1dd0,y]; %Vetor com HdL e y
% teste = fopen('resultados.txt','a'); %abre resultados.txt com permissão
para adicionar informação
% fprintf(teste,'%12.2f %12.8f\n',EXP); %adiciona o vetor EXP ao final do
arquivo
% fclose(teste);
pdetoolGA('close')

```