

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO DE INSTABILIDADE DINÂMICA EM FREIOS A
TAMBOR UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

por

Diego Severo Antunes

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Setembro de 2016.

METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO DE INSTABILIDADE DINÂMICA EM FREIOS A
TAMBOR UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

por

Diego Severo Antunes
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da
Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos
requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Processos de Fabricação

Orientador: Prof. Dr. Ney Francisco Ferreira

Co-orientador: Prof. Dr. Patric Daniel Neis

Aprovada por:

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes, PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Tiago Becker, DEMEC / UFRGS

Prof. Dr. Luciano Tedesco Matozo, UniFTEC

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 30 de Setembro de 2016

“Se o conhecimento pode criar problemas, não será através da ignorância que os resolveremos.”

Isaac Asimov.

*Dedico esse trabalho a todas aquelas pessoas que direta ou indiretamente me ajudaram e tornaram
mais essa etapa possível: MUITO OBRIGADO!*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, preciso agradecer a Deus por todas as oportunidades que tive na minha vida até esse momento, na certeza de que muitas outras virão! Aproveito esse espaço para registrar meu muito obrigado àquelas pessoas sem as quais nada seria possível, minha grande e amada família: minha mãe (Leonilda), meu pai (Crescêncio), meu irmão (Jônatas), minha irmã (Giovana), minha noiva (Bruna), minha sogra (Regina) e meu sogro (Flávio) pelo incansável apoio e paciência sem limites ao longo dessa trajetória, sempre me incentivando a seguir em frente e alcançar meus objetivos.

Agradeço, também, ao Laboratório de Tribologia (Latrib) da UFRGS, à Empresa Frasle S. A. e aos seus qualificados profissionais pelo apoio e parceria no desenvolvimento desse estudo. Com agradecimento especial aos excelentes profissionais que me ajudaram incontáveis vezes: professor e orientador Ney Ferreira, professor e co-orientador Patric Neis, colegas de trabalho Diego Masotti e Luciano Matozo.

Agradeço ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica (PROMEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela oportunidade e incentivo na realização desse trabalho.

RESUMO

O conforto acústico é um fator que, ultimamente, tem ganhado importância na indústria automobilística, especialmente porque o ruído de freio tem se apresentado como uma das principais causas de desconforto acústico para os usuários. Com isso, o material de atrito é alvo de contínuas pesquisas, com intenção de reduzir os ruídos, mas o sistema de freio também tem responsabilidade no ruído. O ruído de freio tipo *squeal* ocorre em altas frequências e destaca-se por ser o ruído de freio mais economicamente importante, pois gera elevados custos de acionamento da garantia do veículo. O *squeal* é induzido pelo efeito do atrito, existindo técnicas de simulação numérica para avaliar esse fenômeno, que se baseiam na análise de autovalores complexos (CEA) do sistema de freio. Os trabalhos encontrados na literatura tratam quase exclusivamente sobre sistemas de freio a disco. Diante disso, esse trabalho visa apresentar uma metodologia de análise de instabilidade dinâmica em sistemas de freio a tambor, considerando os efeitos de amortecimento. É utilizado o programa ANSYS e o Método dos Elementos Finitos para realizar esse estudo. Ao longo do trabalho são apresentadas discussões sobre fatores de influência nas frequências auto excitadas, como amortecimento, coeficiente de atrito e pressão de acionamento. A técnica de CEA é aplicada a dois sistemas de freio a tambor, com geometrias diferentes, sendo os dois casos validados através da comparação com resultados veiculares. Os modelos numéricos são ferramentas muito úteis, e a referida análise fornece grande vantagem no desenvolvimento de um sistema de freio acusticamente confortável. No entanto, os parâmetros de entrada no modelo numérico precisam ser coerentes e cuidadosamente definidos. A metodologia se mostrou adequada para avaliar o fenômeno de acoplamento modal induzido por atrito.

Palavras-chave: CEA; *Squeal*; Freios a tambor; Elementos Finitos; Material de Atrito.

ABSTRACT

Acoustic comfort has become increasingly important nowadays, especially because brake noise is one of the major causes of acoustic discomfort to the users. Thus, the friction material is a continuous research target, intended to reduce noise, but bearing in mind that the brake system also has responsibility in noise. The squeal noise occurs at high frequencies and stands out for being the most economically important type of brake noise, because it generates high costs of the activation of the vehicle warranty. Squeal noise is induced by friction, and there are numerical simulation techniques to assess this phenomenon, which are based on the complex eigenvalues analysis (CEA). Studies in the literature deal almost exclusively on disc brake systems. Therefore, the present work addresses the dynamic instability analysis methodology applied to drum brake systems, where the damping effect is considered. It is used ANSYS and the Finite Element Method program to perform this study. The influence of damping, friction coefficient and working pressure on the self-excited frequencies of the brake system are discussed throughout this work. CEA technique is applied to two drum brake systems, which have different geometries. These two cases are validated by comparison with results obtained in vehicle tests. The numerical models are very useful tools, and this analysis provides great advantage in developing an acoustically comfortable brake system. However, the input parameters in the numerical model must be carefully defined and consistent. The methodology proved to be adequate to evaluate the modal coupling phenomenon induced by friction in drum brake systems.

Keywords: CEA; *Squeal*; Drum brakes; Finite Elements; Friction material.

ÍNDICE

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 1 |
| 1.1 | Objetivos..... | 2 |
| 1.1.1 | Objetivo Geral | 2 |
| 1.1.2 | Objetivos Específicos | 3 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 4 |
| 2.1 | Atrito | 5 |
| 2.1.1 | Materiais de Atrito | 6 |
| 2.2 | Sistemas de Freio | 8 |
| 2.2.1 | Sistemas de Freio a Disco..... | 8 |
| 2.2.2 | Sistemas de Freio a Tambor | 9 |
| 2.3 | Ruídos de Freio..... | 10 |
| 2.3.1 | Ruído do tipo <i>Creep Groan</i> | 11 |
| 2.3.2 | Ruído do tipo <i>squeal</i> | 13 |
| 2.4 | Análise Modal Experimental | 16 |
| 2.4.1 | Transformada de Fourier | 17 |
| 2.4.2 | Transformada Discreta de Fourier (<i>Discrete Fourier Transform</i>) | 17 |
| 2.4.3 | Função Resposta em Frequência (<i>Frequency Response Function</i>) | 18 |
| 2.4.4 | Procedimento de análise modal experimental por impacto | 20 |
| 2.5 | Vibrações Livres Amortecidas– Sistema de um Grau de Liberdade | 22 |
| 2.6 | Amortecimento | 27 |
| 2.6.1 | Amortecimento Proporcional de Rayleigh | 28 |
| 2.7 | Método dos Elementos Finitos - MEF..... | 31 |
| 2.7.1 | Tipos de Elementos..... | 32 |
| 2.7.2 | Análise Estática Linear | 34 |
| 2.7.3 | Análise Estática Não-Linear | 40 |
| 2.7.4 | Análise Modal | 41 |
| 2.7.5 | Análise de Autovalores Complexos – Análise Modal Perturbada..... | 44 |
| 3 | METODOLOGIA..... | 49 |
| 3.1 | Calibração do modelo matemático | 50 |
| 3.2 | Obtenção do Amortecimento de Rayleigh..... | 53 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.3 | Análise de Autovalores Complexos - CEA | 55 |
| 3.4 | Curva Parte Real x Imaginária | 58 |
| 3.5 | Análise de Sensibilidade | 60 |
| 3.6 | Validação da metodologia de predição de <i>squeal</i> | 61 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES..... | 63 |
| 4.1 | Calibração do modelo matemático | 63 |
| 4.2 | Obtenção do Amortecimento de Rayleigh..... | 65 |
| 4.3 | Análise de Autovalores Complexos..... | 67 |
| 4.4 | Curva Parte Real x Imaginária | 69 |
| 4.5 | Análise de Sensibilidade | 72 |
| 4.5.1 | Coeficiente de Atrito..... | 72 |
| 4.5.2 | Módulo de Elasticidade do Material de Atrito – Lona | 76 |
| 4.5.3 | Módulo de Elasticidade do Tambor | 78 |
| 4.5.4 | Força de Acionamento | 81 |
| 4.6 | Validação da metodologia de predição de <i>squeal</i> | 83 |
| 5 | CONCLUSÕES..... | 87 |
| 5.1 | Sugestões para trabalhos futuros | 88 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 90 |
| | APÊNDICE A | 95 |
| | APÊNDICE B..... | 99 |
| | APÊNDICE C | 101 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 Sistema de freio a disco. Adaptado de Limpert, 1999. | 9 |
| Figura 2.2 Sistema de freio a tambor de veículo da linha pesada em corte para visualizar os componentes principais. Adaptado de Magioni et al., 2015..... | 10 |
| Figura 2.3 Curvas de deslocamento típicas do fenômeno de <i>stick-slip</i> | 12 |
| Figura 2.4 Representação das Séries de Fourier. Adaptado de LMS, 2000. | 17 |
| Figura 2.5 Representação da integração numérica da DFT. Adaptado de LMS, 2000. | 18 |
| Figura 2.6 Representação da DFT pelo FFT. Adaptado de LMS, 2000..... | 18 |
| Figura 2.7 Representação de uma FRF de um sistema mecânico. Adaptado de Schwarz e Richardson, 1999..... | 19 |
| Figura 2.8 Representação de uma FRF de um sistema mecânico. Adaptado de Schwarz e Richardson, 1999..... | 19 |
| Figura 2.9 Representação do somatório das FRF's de uma estrutura. Adaptado de Schwarz e Richardson, 1999..... | 20 |
| Figura 2.10 Esquema de uma análise modal experimental com martelo de impacto. Adaptado de Schwarz e Richardson, 1999..... | 21 |
| Figura 2.11 Sistema massa-mola-amortecedor de 1 gdl..... | 22 |
| Figura 2.12 Respostas vibratórias para diferentes valores de ζ | 27 |
| Figura 2.13 Corpo tridimensional geral, com um elemento 3D de 8 nós. Adaptado de Bathe, 1996. | 31 |
| Figura 2.14 Elementos tetraédricos, onde: (a) é um elemento bi linear de 8 nós; e (b) é um elemento bi quadrático de 20 nós. Adaptado de ANSYS, 2015..... | 32 |
| Figura 2.15 Elementos de contato, onde: (a) é o elemento de contato bi linear; e (b) é o elemento alvo. Adaptado de ANSYS, 2015. | 34 |
| Figura 2.16 Representação das iterações, onde: (a) é a primeira iteração; e (b) é a segunda iteração. Adaptado de ANSYS, 2015. | 40 |
| Figura 2.17 Esquema das formas da metodologia de predição de squeal no ANSYS. | 45 |
| Figura 3.1 Fluxograma da análise de instabilidade dinâmica por CEA. | 49 |
| Figura 3.2 Desenho com as dimensões principais do sistema de freio analisado. | 50 |
| Figura 3.3 Malhas modais e foto do experimento de teste de impacto realizado em cada um dos componentes, onde: (a) tambor; (b) sapata; (c) lona; (d) cubo. | 51 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.4 Componentes do sistema de freio modelados por MEF, onde: (a) tambor; (b) sapatas; (c) lonas; (d) cubo. | 52 |
| Figura 3.5 Configuração experimental do freio utilizado nas análises modais do sistema montado. | 54 |
| Figura 3.6 Montagem do sistema de freio modelado por MEF. | 55 |
| Figura 3.7 Condições de contorno aplicadas ao freio para a análise estrutural estática. | 56 |
| Figura 3.8 Faces de aplicação dos elementos de contato, onde: (a) tambor de freio; (b) blocos de lona de uma sapata; (c) blocos de lona da outra sapata. | 57 |
| Figura 3.9 Força de acionamento aplicada ao modelo de CEA. | 57 |
| Figura 3.10 Diagrama de aplicação dos carregamentos, onde: (a) acionamento das sapatas; (b) rotação do tambor. | 58 |
| Figura 3.11 Fluxograma da análise de sensibilidade aos principais parâmetros. | 61 |
| Figura 3.12 Componentes diferentes no sistema de freio de cada veículo. | 62 |
| Figura 4.1 FRF's das análises modais experimentais para as duas pressões: (a) 0 bar; (b) 2 bar. | 66 |
| Figura 4.2 Curvas de Rayleigh para as duas pressões: (a) 0 bar; (b) 2 bar. | 67 |
| Figura 4.3 Densidade modal dos três modelos de CEA simulados em ANSYS. | 68 |
| Figura 4.4 Parte real em função da parte imaginária do autovalor complexo, para os três modelos simulados em ANSYS. | 68 |
| Figura 4.5 Parte real numérica (ANSYS) e calculada (equação 3.4) em função da parte imaginária do autovalor complexo, para o amortecimento do sistema acionado com 0 bar. | 70 |
| Figura 4.6 Curvas de densidade modal do sistema de freio em função do coeficiente de atrito. | 73 |
| Figura 4.7 Curvas de frequência (a) e (c) e parte real (b) e (d) para o modo instável 1 (2250 Hz) e modo instável 2 (3200 Hz), respectivamente, em função do coeficiente de atrito. | 74 |
| Figura 4.8 Curvas de frequência (a) e (c) e parte real (b) e (d) para o modo instável 1 (2250 Hz) e modo instável 2 (3200 Hz), respectivamente, em função do módulo de elasticidade das lonas. | 77 |
| Figura 4.9 Curvas de densidade modal do sistema de freio em função do módulo de elasticidade do tambor. | 79 |
| Figura 4.10 Curvas de frequência (a) e (c) e parte real (b) e (d) para o modo instável 1 (2250 Hz) e modo instável 2 (3200 Hz), respectivamente, em função do módulo de elasticidade do tambor. | 80 |

| | |
|--|-----|
| Figura 4.11 Curvas de frequência (a) e (c) e estabilidade (b) e (d) para o modo instável 1 (2250 Hz) e modo instável 2 (3200 Hz), respectivamente, em função da força de acionamento..... | 82 |
| Figura 4.12 Densidade modal para o freio do veículo B simulado em ANSYS. | 83 |
| Figura 4.13 Parte real em função da frequência para o freio do veículo B simulado em ANSYS. | 84 |
| Figura 4.14 Resultados de frenagem com <i>squeal</i> para o veículo A, onde: (a) mapa de cores para frequência e intensidade ao longo do tempo, com pico de intensidade em 2470 Hz e suas harmônicas; e (b) espectro de frequência do <i>squeal</i> em 2700 Hz, no tempo de 6,4 s. | 85 |
| Figura 4.15 Resultados de frenagem com <i>squeal</i> em 1200 Hz para o veículo B, onde: (a) mapa de cores para frequência e intensidade ao longo do tempo; e (b) espectro de frequência no tempo 0,5 s..... | 86 |
| Figura A.1 Massa total de cada componente para cada modelo, onde: (a) tambor; (b) sapata; (c) lona; e (d) cubo..... | 95 |
| Figura A.2 Curva de erro relativo de cada componente para cada proposta, onde: (a) tambor; (b) sapata; (c) lona; e (d) cubo..... | 98 |
| Figura B.1 Curva do tempo computacional e do erro relativo em função do número de nós de cada componente para diferentes malhas, onde: (a) tambor; (b) sapata; (c) lona; e (d) cubo. | 100 |
| Figura C.1 Gráfico da pressão de acionamento em cada medição. | 101 |
| Figura C.2 FRF's do sistema para algumas pressões de acionamento. | 102 |
| Figura C.3 Gráfico da razão de amortecimento média em função da pressão de acionamento do sistema de freio..... | 104 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|-----|
| Tabela 2.1 Nomenclatura das FRF's em função da relação saída/entrada. | 20 |
| Tabela 2.2 Tipos de resposta vibratória em função de ζ | 26 |
| Tabela 2.3 Formas de representação do Amortecimento no ANSYS. | 28 |
| Tabela 3.1 Dados da malha experimental utilizada nessa etapa do estudo. | 52 |
| Tabela 3.2 Dados da malha de elementos finitos utilizada nessa etapa do estudo. | 53 |
| Tabela 3.3 Propriedades dos materiais utilizadas nas análises numéricas do presente estudo, antes do procedimento de ajuste. | 53 |
| Tabela 3.4 Descrição das análises de CEA. | 56 |
| Tabela 3.5 Descrição dos modelos de CEA elaborados. | 58 |
| Tabela 4.1 Comparação entre os resultados das análises modais experimentais (Pulse) e numéricas (ANSYS). | 63 |
| Tabela 4.2 Propriedades dos materiais utilizadas nas análises numéricas do presente estudo, após o procedimento de ajuste. | 65 |
| Tabela 4.3 Frequência de vibração amortecida (w_d) e razão de amortecimento (ζ). | 66 |
| Tabela 4.4 Coeficientes de Rayleigh determinados a partir da equação 2.42. | 67 |
| Tabela 4.5 Valores do COF analisados. | 72 |
| Tabela 4.6 Valores do módulo de elasticidade das lonas. | 76 |
| Tabela 4.7 Valores do módulo de elasticidade do tambor. | 78 |
| Tabela 4.8 Valores da força de acionamento. | 81 |
| Tabela 4.9 Comparação entre as frequências numéricas e experimentais. | 86 |
| Tabela A.1 Geometria e malha dos componentes para cada modelo simplificado. | 96 |
| Tabela B.1 Geometria e malha dos componentes para cada modelo simplificado. | 99 |
| Tabela C.1 Frequência de vibração e Razão de Amortecimento para cada pressão. | 102 |
| Tabela C.2 Coeficientes de amortecimento de Rayleigh. | 103 |

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

| | |
|------------------------------|--|
| A.C. | Antes de Cristo |
| BC | Boundary Condition – Condição de Contorno |
| B&K | Brüel & Kjaer |
| CEA | Complex Eigenvalue Analysis – Análise de Autovalores Complexos |
| COF | Coefficient of friction – Coeficiente de atrito |
| Desloc _{axial} | Deslocamento axial em coordenadas cilíndricas |
| Desloc _{radial} | Deslocamento radial em coordenadas cilíndricas |
| Desloc _{tangencial} | Deslocamento tangencial em coordenadas cilíndricas |
| DFT | Discrete Fourier Transform – Transformada Discreta de Fourier |
| FFT | Fast Fourier Transform – Transformada Rápida de Fourier |
| FRF | Função Resposta em Frequência – Frequency Response Function |
| gdl | Graus de liberdade |
| Latrib | Laboratório de Tribologia |
| MEF | Método dos Elementos Finitos |
| MPF | Modal Participation Factor – Fator de participação modal |
| PBT | Peso Bruto Total |
| PROMECA | Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica |
| UFRGS | Universidade Federal do Rio Grande do Sul |
| 3D | Tridimensional |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|----------------|--|
| F_a | Força de atrito, [N] |
| μ | Coefficiente de atrito, $\left[\frac{F_a}{F_N} \right]$ |
| F_N | Força normal, [N] |
| F | Força, [N] |
| k | Constante de rigidez de mola, [N/m] |
| x | Deslocamento de uma mola, [m] |
| $S_x(f)$ | Função resposta no domínio da frequência |
| $X(w)$ | Função resposta no domínio da frequência |
| i | Número imaginário, $[\sqrt{-1}]$ |
| f | Frequência, [rad/s] |
| t | Tempo, [s] |
| $H(w)$ | Função de transferência no domínio da frequência |
| $f(t)$ | Função de excitação no domínio do tempo |
| $F(w)$ | Função de excitação no domínio da frequência |
| m | Massa, [kg] |
| c | Amortecimento, [Ns/m] |
| $F(t)$ | Força externa aplicada, [N] |
| $x(t)$ | Deslocamento no domínio do tempo, [m] |
| $\dot{x}(t)$ | Velocidade no domínio do tempo, [m/s] |
| $\ddot{x}(t)$ | Aceleração no domínio do tempo, [m/s ²] |
| w_n | Frequência natural não amortecida, [rad/s] |
| ζ | Razão de amortecimento crítico, [-] |
| A | Constante de amplitude da resposta, [m] |
| λ | Autovalor da solução, [rad/s] |
| w_d | Frequência natural amortecida, [rad/s] |
| F_0 | Amplitude da força aplicada, [N] |
| $x_p(t)$ | Deslocamento no domínio do tempo referente à solução particular, [m] |
| X | Constante de amplitude da resposta particular, [m] |
| δ_{est} | Deflexão estática do sistema, [m] |

| | |
|---|---|
| $\underline{\underline{M}}$ | Matriz de Massa, [kg] |
| $\underline{\underline{C}}$ | Matriz de Amortecimento, [Ns/m] |
| $\underline{\underline{K}}$ | Matriz de Rigidez, [N/m] |
| \underline{u} | Vetor de deslocamento nodal, [m] |
| $\underline{\dot{u}}$ | Vetor de velocidade, [m/s] |
| $\underline{\ddot{u}}$ | Vetor de aceleração, [m/s ²] |
| $\alpha_k, \alpha_0,$ α_1 | Coeficientes de proporcionalidade de Rayleigh, [-] |
| α | Coeficiente de Rayleigh proporcional à massa, [1/s] |
| β | Coeficiente de Rayleigh proporcional à rigidez, [s] |
| ζ_i | i-ésima razão de amortecimento crítico, [-] |
| w_i | i-ésima frequência, [rad/s] |
| \underline{w} | Vetor de frequências, [rad/s] |
| $\underline{\zeta}$ | Vetor de razões de amortecimento, [-] |
| N | Polinômio de interpolação de Lagrange, [-] |
| s, r, t | Coordenadas nodais do elemento isoparamétrico, análogas à X, Y, Z, respectivamente, [m] |
| $\underline{\underline{K}}_G$ | Matriz de Rigidez Global, [N/m] |
| \underline{u}_G | Vetor de Deslocamento Global, [m] |
| \underline{F}_G | Vetor de Forças Global, [N] |
| $\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}}$ | Gradiente do tensor tensão de Cauchy, [N] |
| $\underline{\underline{\sigma}}$ | Tensor tensão de Cauchy, [MPa] |
| Ω | Domínio do corpo em análise, [m ³] |
| \underline{q}_i | Vetor de condições de contorno aplicadas, [m] |
| Γ_{qi} | Domínio de aplicação de condições de contorno, [m] |
| \underline{n}_i | Vetor normal do elemento i à área \underline{h}_i , [-] |
| \underline{h}_i | Vetor de carregamentos de superfície aplicados, [MPa] |
| Γ_{hi} | Domínio de aplicação de carregamentos de superfície, [m ²] |
| $\underline{\hat{\varepsilon}}^T$ | Vetor de deformação virtual, [-] |
| $\underline{\underline{D}}$ | Matriz constitutiva de elasticidade linear, [MPa] |
| $\underline{\varepsilon}$ | Vetor de deformação nodal, [-] |

| | |
|--|--|
| \hat{u} | Vetor de deslocamento nodal virtual, [m] |
| $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ | Deformações nas direções principais, X, Y, Z, [-] |
| $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ | Deformações combinadas, [-] |
| u, v, w | Componentes do Vetor de deslocamento nodal na direção X, Y e Z, respectivamente, [m] |
| $\underline{\underline{B}}$ | Operador diferencial, chamado matriz de derivação, [1/m] |
| \underline{u}^{h^e} | Bases truncadas do vetor de deslocamento nodal, [m] |
| $\hat{\underline{u}}^{h^e}$ | Bases truncadas do vetor de deslocamento nodal virtual, [m] |
| u_i^e | Coordenadas nodais do deslocamento para o elemento e , [m] |
| \hat{u}_j^e | Coordenadas nodais do deslocamento virtual para o elemento e , [m] |
| $\underline{\underline{N}}^e$ | Matriz de polinômios de interpolação do elemento e , [-] |
| \underline{u}^e | Vetor de coordenadas do deslocamento nodal para o elemento e , [m] |
| $\hat{\underline{u}}^e$ | Vetor de coordenadas do deslocamento nodal virtual para o elemento e , [m] |
| $\underline{\underline{B}}^e$ | Matriz de derivação elementar, [1/m] |
| N_{elem} | Número total de elementos, [-] |
| Ω^e | Domínio de cada elemento no sistema cartesiano global, [m ³] |
| $\underline{\underline{K}}^e$ | Matriz de rigidez de cada elemento, [N/m] |
| \underline{F}^e | Vetor de força de cada elemento, [N] |
| $\underline{\underline{J}}$ | Matriz Jacobiana do mapeamento entre os domínios, [1/m] |
| ξ^e | Domínio do elemento no sistema cartesiano isoparamétrico, [m ³] |
| $\underline{\underline{J}} $ | Determinante da matriz Jacobiana, [-] |
| p_x, p_y, p_z | Pontos de Gauss em cada direção, [-] |
| n_{Gx}, n_{Gy}, n_{Gz} | Número de pontos de Gauss da integração numérica para cada direção, [-] |
| w_x, w_y, w_z | Peso associado a cada ponto de Gauss em cada direção, [-] |
| $\underline{\underline{K}}_t^{Tan}$ | Matriz de rigidez tangente do sistema, [N/m] |

| | |
|--------------------------|--|
| $\underline{\Delta u}_i$ | Vetor de incremento do deslocamento nodal global, [m] |
| \underline{F}_i^{NR} | Vetor de forças internas residuais, [N] |
| ρ | Densidade do material, [kg/m ³] |
| $\underline{\Phi}$ | Autovetor associado com o autovalor λ^2 , [m] |
| λ | Frequência natural do sistema, [rad/s] |
| $\tau =$ | Autovalor, [rad/s] |
| \underline{D}^* | Matriz dinâmica do sistema, [N/m kg] |
| \underline{I} | Matriz identidade, [-] |
| \underline{K}_i^M | Matriz de rigidez a partir da geometria e das propriedades dos materiais, [N/m] |
| \underline{S}_i^N | Matriz de rigidez das tensões, [N/m] |
| \underline{K}_i^{LD} | Matriz de rigidez dos carregamentos externos, [N/m] |
| \underline{K}_i^C | Matriz de rigidez devido aos contatos, também chamada de matriz de rigidez tangente consistente, [N/m] |
| \underline{K}_i^{SP} | Matriz de rigidez devido ao efeito de suavização pela rotação, [N/m] |
| $\underline{\phi}_j$ | Autovetor j , [m] |
| λ_j^2 | Autovalor complexo, [rad/s] |
| λ_j | Frequência de vibração do sistema, [rad/s] |
| j | Cada um dos n modos de vibração do sistema, [-] |
| $\underline{\tilde{K}}$ | Matriz de Massa modificada para o problema de autovalor complexo, [kg] |
| $\underline{\tilde{M}}$ | Matriz de Rigidez modificada para o problema de autovalor complexo, [N/m] |
| τ_j | Autovalor complexo, [rad/s] |
| σ_j | Parte real do autovalor complexo, [rad/s] |
| w_j | Parte imaginária do autovalor complexo, [rad/s] |
| \tilde{j} | Número complexo, [-] |
| E | Módulo de Elasticidade, [MPa] |

1 INTRODUÇÃO

Com o contínuo desenvolvimento na área automobilística, a mitigação dos ruídos tem ganho cada vez mais importância, pois o conforto ao dirigir tornou-se um requisito indispensável em qualquer veículo. Dentre os ruídos responsáveis pela maioria das reclamações, destacam-se os ruídos de freio, representando significativas causas de acionamento da garantia dos veículos [Kinkaid, 2003; Oberst, 2011]. Estima-se que essas reclamações gerem um custo de mais de 100 milhões de euros por ano apenas na Europa [Eriksson, 2000; Ruzzi, 2004]. Geralmente, os usuários associam os ruídos de freio a defeitos do veículo, mesmo que, na maioria dos casos, não afete o desempenho durante a frenagem [Masotti e Rauch, 2015].

Dentre os diferentes tipos de ruídos de freio, *creep groan* e *squeal* são os mais comuns e, por isso, as principais fontes de interesse para os fabricantes de freio e de material de atrito. O *creep groan* é caracterizado como um ruído de baixa frequência causado pelo fenômeno de trava-escorrega (*stick-slip*) em baixas velocidades, ocorrendo na faixa entre 100 Hz e 1000 Hz [Fuadi et al., 2009; Neis et al., 2015]. Já o *squeal* é um ruído de alta frequência, acima de 1000 Hz, causado pelo fenômeno de acoplamento modal dos componentes, em altas velocidades ou grandes desacelerações [Kinkaid et al., 2003; Masotti e Rauch, 2015]. De acordo com Crolla e Lang, 1991, o *squeal* é o tipo de ruído que causa os maiores prejuízos aos fabricantes, pois é a principal fonte de reclamação de desconforto nos veículos.

O ruído de freio do tipo *squeal* é um fenômeno induzido pelo atrito, e está associado à geometria do sistema e suas frequências naturais [Lee et al., 2013]. Isso significa que o *squeal* é uma resposta não somente do material de fricção, mas uma vibração auto excitada gerada no par de atrito em função do sistema de freio. Isso torna possível mapear as frequências de vibração do sistema de freio com propensão ao ruído do tipo *squeal*.

As formas utilizadas na identificação dos ruídos de freio do tipo *squeal* são essencialmente experimentais, através de ensaios em bancada, como dinamômetros inerciais e tribômetros, ou diretamente em testes veiculares. Essa determinação experimental do nível de ruído de um sistema de freio implica em grandes custos e longos prazos no desenvolvimento dos materiais de fricção. [Masotti e Rauch, 2015]

O *squeal* pode ser estudado pela teoria de instabilidade dinâmica, cuja ferramenta de avaliação é a análise de autovalores complexos (*Complex Eigenvalue Analysis*), doravante

denominada CEA [Nack, 1999; Kinkaid et al., 2003; Ouyang et al., 2005; Oehlmeyer, 2008]. A CEA é uma análise teórica, que pode ser realizada através de duas metodologias: (i) analítica; ou (ii) numérica, que é a abordagem empregada no presente estudo.

Os modelos analíticos têm sido pouco utilizados, pois se baseiam na simplificação da rigidez e da massa de um sistema contínuo em um único parâmetro concentrado, dificultando a representação de complexidades geométricas [Ouyang et al., 2005]. Esse desuso se deve, também, aos avanços no Método dos Elementos Finitos (MEF), que permite distribuir as propriedades físicas dos materiais na complexa geometria do sistema de freio através da discretização do domínio, aumentando a aplicabilidade da técnica de CEA.

Os sistemas de freio a disco têm sido intensamente estudados por CEA, utilizando o MEF, podendo ser encontrados trabalhos incorporando cada vez mais componentes mecânicos, a fim de melhorar a exatidão da resposta de predição de *squeal* em freios a disco através de CEA. Entretanto, para os freios a tambor são encontrados poucos trabalhos sobre predição de *squeal*, oportunizando o desenvolvimento do presente estudo.

Os freios a tambor possuem peculiaridades que tornam as análises de predição de *squeal* mais complexas do que para freios a disco. De acordo com Loannidis et al., 2003, e Ahmed et al., 2014, as deformações das sapatas nos freios a tambor têm um grande impacto na pressão de contato entre lona e tambor, sendo um fator de grande influência na predição de *squeal*.

Apesar da importância do amortecimento nas análises de predição de *squeal* por CEA, na literatura pesquisada foram encontrados apenas dois trabalhos que consideram o efeito dessa propriedade (Fritz et al., 2007, e Esgandari et al., 2013), sendo que ambos tratam de freios a disco. Não foram encontrados trabalhos que consideram o amortecimento nas análises de autovalores complexos para freios a tambor, tornando pertinente a metodologia aqui apresentada.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desse trabalho consiste em utilizar a metodologia de predição de ruído do tipo *squeal* através de análise de autovalores complexos em um freio a tambor de veículo comercial, incluindo a propriedade de amortecimento do sistema.

1.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos abordados nessa dissertação são listados abaixo:

- ✓ Calibração do modelo matemático de um freio a tambor de veículo comercial;
- ✓ Aplicação de um modelo matemático de amortecimento (Rayleigh) na análise de autovalor complexo do freio a tambor;
- ✓ Aplicar a metodologia de predição de *squeal* por CEA para freios a tambor, considerando amortecimento;
- ✓ Realizar estudo de sensibilidade do modelo numérico com relação:
 - Ao módulo de elasticidade das lonas e do tambor (rigidez);
 - Aos principais parâmetros de entrada (coeficiente de atrito e força);
 - À geometria dos componentes (sapata e cubo);
- ✓ Validar o modelo numérico de predição de *squeal* em freios a tambor;

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Desde as civilizações mais antigas, a movimentação de pessoas e cargas tem sido um indicador de desenvolvimento tecnológico. No início, a preocupação principal era diminuir as forças de resistência ao movimento, pois dificultavam a movimentação de grandes massas, por exemplo. O controle de movimentos começou a se desdobrar, principalmente, a partir da invenção da roda, obtendo maior importância com o surgimento dos veículos automotores, que permitiram aumentar as velocidades e transportar maiores cargas.

De acordo com Gillespie, 1992, o primeiro veículo automotor surgiu por volta de 1769, construído pelo engenheiro militar francês Nicholas Joseph Cugnot. Esse veículo era movido a vapor, possuindo apenas três rodas e foi chamado de carreta de artilharia. No entanto, o primeiro automóvel foi apresentado ao público de forma inusitada, pois acabou colidindo contra uma parede e causando o primeiro acidente automobilístico da história. O engenheiro estava tão preocupado em fazer o veículo se movimentar, que esqueceu que precisaria pará-lo. Esse acontecimento evidenciou a importância dos sistemas de freio para o controle dos movimentos.

Os primeiros sistemas de freio eram compostos por uma alavanca que pressionava um bloco, geralmente de madeira, contra a roda do veículo. Esse sistema arcaico evoluiu para os freios de cinta, que se baseavam em atritar uma fita metálica coberta por couro a um tambor de freio, sendo acionada através de uma alavanca. Porém, os freios a cinta possuíam um desgaste excessivo, devido à exposição ao ambiente. O próximo passo no processo de desenvolvimento dos freios foi internalizar o material de atrito no tambor de freio. Assim, surgiram os freios a tambor com sapata interna, mas que ainda eram acionados por alavanca. Com os avanços automobilísticos seguintes, os sistemas de freio ganharam acionamento hidráulico, o que possibilitou aumentar a força de acionamento do freio, diminuindo o esforço por parte do motorista. [Limpert, 1999]

Segundo Limpert, 1999, o freio é um dos sistemas de segurança mais importantes para evitar acidentes veiculares. No entanto, hoje em dia, além das características de segurança exigidas, como desempenho de frenagem (capacidade de torque frenante), estabilidade de atrito ao longo do tempo e em diferentes temperaturas, e requisitos de durabilidade do material de atrito, os sistemas de freio também devem atender exigências de conforto. Os principais fatores de conforto relacionados aos sistemas de freio são os ruídos e as vibrações.

Os ruídos em sistemas de freio têm sido objeto de estudo de inúmeros pesquisadores, havendo uma grande variedade de definições de ruído. No entanto, apesar de numerosas, as definições concordam em dividir em duas classes principais de acordo com as frequências, sendo separados em: ruídos de baixa e de alta frequência. Aqui serão apresentados apenas os dois tipos de ruído mais estudados: o *creep groan* (baixa frequência) e o *squeal* (alta frequência), que é parte do tema do presente trabalho.

Esses ruídos nos sistemas de freio são, em geral, induzidos pelo atrito existente entre o rotor e o material atritante. O efeito de vibrações induzidas é altamente indesejável, uma vez que gera desconforto aos passageiros dos veículos. O atrito é alvo de diversas pesquisas em todas as áreas de conhecimento, uma vez que está presente no nosso cotidiano. No entanto, essa área de estudo, envolvendo atrito e suas vibrações induzidas, ainda é bastante empírica e não possui leis bem definidas.

Diante desse cenário, torna-se necessário fazer uma revisão bibliográfica sobre alguns tópicos abordados no decorrer desse trabalho. Aqui, nesse capítulo, serão brevemente revisados os conceitos de atrito, mencionando os materiais de atrito, de sistemas de freio (disco e tambor), e ruídos de freio, como *creep groan* e, principalmente, *squeal*. O conceito de análise modal experimental também é apresentado, pois são realizadas diversas medições dessa natureza durante esse desenvolvimento. Posteriormente, são apresentados os tópicos que darão embasamento teórico à metodologia apresentada no próximo capítulo, como vibrações livres amortecidas, amortecimento e o Método dos Elementos Finitos.

2.1 Atrito

O fenômeno de atrito é apreciado no dia-a-dia de qualquer pessoa, mesmo que não seja percebido conscientemente. Um automóvel só se movimenta devido ao atrito existente entre a roda e o solo, assim como é parado devido à conversão de energia proporcionada pelo atrito no sistema de freio.

De acordo com Dowson, 1979, possivelmente o acontecimento mais antigo e significativo de utilização benéfica do atrito foi a obtenção de fogo pelos homens primitivos durante o período paleolítico – Idade da Pedra Lascada – cerca de 2,5 milhões de anos A.C. Ainda segundo esses autores, no Egito foi muito explorada a redução do atrito, através da utilização de gorduras animais em eixos de carruagens.

O atrito é definido como a resistência ao movimento relativo entre duas superfícies em contato, Rabinowicz, 1965. De acordo com a extensa revisão bibliográfica realizada por Miguel, 2002, o fenômeno do atrito entre corpos é estudado a partir de experimentos físicos, os quais se baseiam preferencialmente na interação entre superfícies planas. A autora cita ainda que a teoria básica, e mundialmente mais utilizada do atrito, é baseada principalmente em três hipóteses fundamentais:

- ✓ A força de atrito é independente da área de contato aparente;
- ✓ A força de atrito é proporcional à força normal aplicada para manter as superfícies em contato;
- ✓ Para baixas velocidades relativas entre as superfícies em contato, a força de atrito é independente dessas velocidades.

De acordo com Halliday et al., 2012, pode ser escrita a equação básica da força de atrito como segue na equação 2.1:

$$F_a = \mu F_N \quad (2.1)$$

Onde, F_a é a força de atrito entre as superfícies, em [N], μ é o coeficiente de atrito, parâmetro adimensional, e F_N é a força normal aplicada para manter as superfícies em contato, em [N].

Segundo Serbino, 2005, o atrito pode ser entendido a partir de conceitos energéticos. O atrito é o responsável pela dissipação da energia cinética durante a frenagem. Essa dissipação acontece, principalmente, através da geração de calor no par de atrito, que estabelece contato durante o acionamento do sistema de freio. Outras formas menos expressivas para dissipação de energia, além da energia térmica, são: ótica, elétrica e acústica. Os ruídos de freio não possuem importância na dissipação de energia da frenagem, no entanto, são fenômenos vibratórios de natureza, geralmente, aleatória que ocorrem em determinados níveis de energia, tornando-se incômodos à audição humana.

2.1.1 Materiais de Atrito

O sistema de freio, além dos mecanismos de acionamento e regulagem, precisa de um componente essencial: o material de atrito, que é apontado por Limpert, 1999, como o principal componente no desempenho do freio. O material de fricção, como também pode ser

chamado, é responsável pelo contato com o rotor, transformando a energia cinética ou potencial do veículo em energia térmica, preferencialmente.

O projeto dos materiais de atrito precisa atender diversos requisitos, que muitas vezes chegam a ser antagônicos. Para ilustrar, esses materiais precisam atender requisitos de eficiência de frenagem, ou seja, ter alto coeficiente de atrito, mas é necessário que não sejam agressivos ao rotor e tenham durabilidade, entre outros [Matozo, 2006]. É razoável pensar que um material com alto atrito implicaria em grande desgaste e agressividade ao rotor, gerando a dúvida de como é possível conciliar esses objetivos opostos.

Os materiais de atrito pertencem à classe dos compósitos, pois são compostos por diversas matérias primas de diferentes naturezas para atender os distintos requisitos de projeto. Segundo Limpert, 1999, e Matozo, 2012, as matérias primas utilizadas nos materiais de atrito podem ser classificadas em seis diferentes classes, como segue.

- Aglomerantes: são responsáveis por manter os outros constituintes do bolo de atrito unidos. Para essa finalidade, são utilizadas, principalmente, resinas, dentre as quais se destacam as de base fenólica;
- Viscoelásticos: são os componentes que alteram a rigidez do compósito, sendo representados pelas borrachas. O controle da flexibilidade do material de atrito impacta na manutenção da pressão de contato entre o rotor e o estator.
- Lubrificantes: são modificadores de atrito, geralmente possuindo baixa dureza, responsáveis pela estabilidade do atrito.
- Abrasivos: são os modificadores de atrito com elevada dureza, responsáveis pelo aumento do coeficiente de atrito. Essas matérias primas devem ser utilizadas em pequenas quantidades na formulação, pois são especialmente impactantes na agressividade ao rotor e na durabilidade do material de fricção.
- Reforços: esses componentes são tipicamente fibras, atuando na resistência mecânica e na condutividade térmica do material de atrito.
- Cargas: são constituintes utilizados para controlar a densidade do material, sem interferir nas propriedades de interesse, como coeficiente de atrito.

Diante dessa grande quantidade de matérias primas, pode ser percebida a dificuldade de desenvolvimento de um material de fricção. Para atender os requisitos exigidos pelos clientes, é necessário ajustar exatos tipo e quantidade de cada matéria prima. Outro

complicador para esses produtos é a existência de diferentes mercados, que exigem requisitos distintos [Matozo, 2006].

2.2 Sistemas de Freio

Sistemas de freio são mecanismos utilizados para reduzir a velocidade, extinguir ou evitar o movimento de um corpo. Em outras palavras, a finalidade dos freios é transformar a energia cinética do veículo em movimento em energia térmica, ou manter a energia potencial do veículo estacionado, através da interação entre o material de atrito e o rotor desse sistema de freio [Limpert, 1999]. A dissipação da energia cinética do veículo se dá não apenas através da energia térmica, mas pode ser também através de energia ótica, elétrica e, eventualmente, através de energia acústica, provocando os fenômenos de ruído do sistema de freio.

Os freios de veículos automotores podem ser divididos em freios a disco e a tambor, sendo classificados de acordo com o tipo de veículo ao qual são destinados: linha pesada são os veículos de grande porte, como ônibus e caminhões, por exemplo; e linha leve que são os veículos de inércia menor, como os veículos de passeio e utilitários de pequeno porte.

Segundo Limpert, 1999, existem 3 tipos básicos de acionamento de sistemas de freio: mecânicos, hidráulicos e pneumáticos. Os acionamentos mecânicos foram utilizados nos primeiros sistemas de freio, evoluindo para pneumáticos ou hidráulicos e, atualmente, são utilizados apenas para os freios de estacionamento. Os hidráulicos são utilizados em quase todos os automóveis. Os pneumáticos são amplamente utilizados nos veículos pesados. Podem ser encontradas, também, combinações de acionamentos hidráulicos e pneumáticos. Em veículos mais modernos podem, ainda, ser encontrados freios com acionamento elétrico ou até freios regenerativos.

2.2.1 Sistemas de Freio a Disco

Os freios a disco são comuns nos automóveis, onde, geralmente, são utilizados apenas nos freios dianteiros. Apenas automóveis de luxo, ou de grande valor agregado, possuem freio a disco nas quatro rodas, pois esses sistemas costumam implicar em um custo mais elevado. Os freios a disco de automóveis, geralmente, são acionados hidráulicamente. Alguns veículos pesados possuem freios a disco, mas nesse caso são, normalmente, acionados pneumaticamente.

Os componentes principais de um freio a disco são: disco de freio, caliper e pastilhas. O caliper tem a finalidade de suportar as pastilhas e pressioná-las contra o disco de freio, estando fixo junto ao eixo do veículo. As pastilhas são responsáveis pela transformação da energia cinética em energia térmica, através do atrito entre as superfícies em contato com o disco de freio. O disco é o componente rotor do sistema de freio, sendo solidário à roda do veículo e permitindo o controle do movimento. A Figura 2.1 apresenta um exemplo de freio a disco.

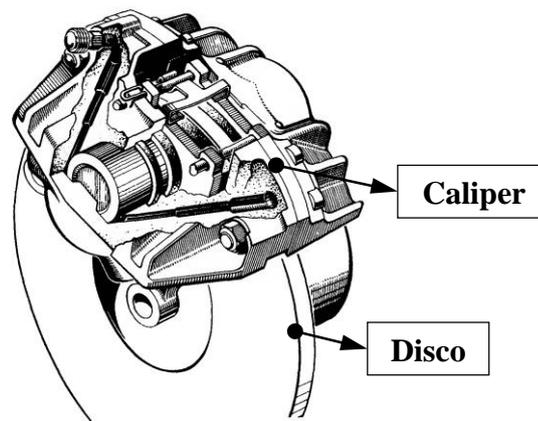


Figura 2.1 Sistema de freio a disco. Adaptado de Limpert, 1999.

2.2.2 Sistemas de Freio a Tambor

Os freios a tambor são predominantes em veículos pesados, sendo, também, comumente encontrados em automóveis, onde, geralmente, são utilizados apenas nos eixos traseiros [Baker, 1986]. Nos veículos leves, exercem papel secundário na frenagem, mas são responsáveis pelo freio de estacionamento. Nos veículos de maior porte, como caminhões, semirreboques e ônibus, geralmente, são aplicados freios a tambor em todos os eixos do veículo. Segundo Baker, 1986, os freios a tambor são bastante usados, pois possuem maior simplicidade nos mecanismos de acionamento e regulagem, acarretando em menores custos do veículo e de manutenção.

Existem diferentes tipos de freios a tambor, que são divididos entre tambor interno e externo. Porém, na área automobilística são usados apenas os freios de tambor externo, que, por sua vez, podem ser diferenciados em função do sistema de acionamento das sapatas, como: simplex, duplex e duo-servo. Segundo Baker, 1986, os freios de tambor externo são construídos com duas sapatas internas, que são expandidas, pressionando o material de atrito

contra a superfície do tambor. Esses freios são separados de acordo com o mecanismo de expansão das sapatas, dentre os quais se destacam os de came do tipo “S”. A Figura 2.2 apresenta um exemplo de freio a tambor.

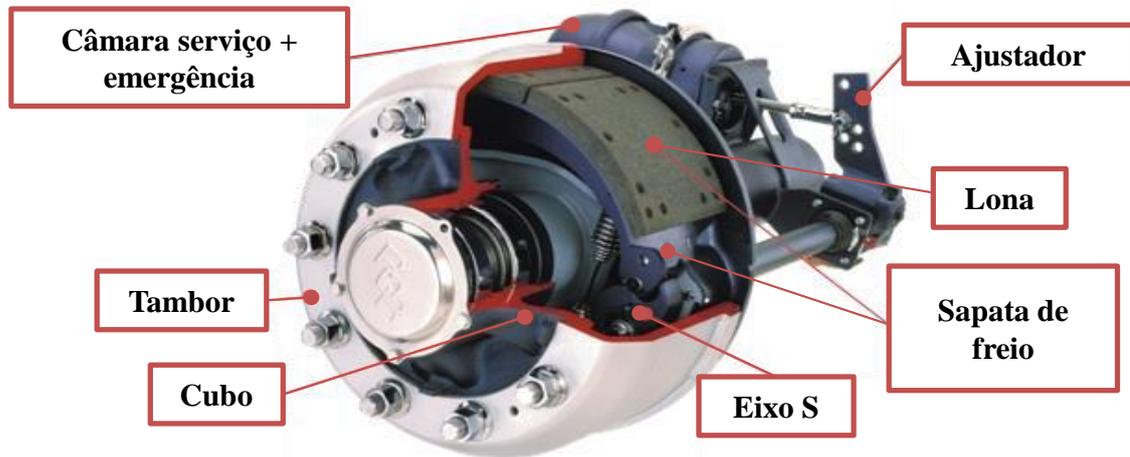


Figura 2.2 Sistema de freio a tambor de veículo da linha pesada em corte para visualizar os componentes principais. Adaptado de Magioni et al., 2015.

Como pode ser observado na Figura 2.2, os principais componentes de um freio a tambor são: as duas sapatas; os quatro blocos de lonas (dois por sapata); o cubo de roda; o tambor; câmara de serviço; ajustador; e o eixo “S”. Quando o freio é acionado, a câmara de serviço é pressurizada deslocando o ajustador, que aplica um torque no eixo “S”. Esse torque é transmitido até a região de contato da came (“S”), gerando uma força de acionamento nas sapatas do sistema. Ao movimentar as sapatas, o material é atritado (bloco/lona) contra o tambor de freio, que funciona como rotor. Com esse contato, é gerado um torque frenante, transformando a energia cinética do veículo em energia térmica.

2.3 Ruídos de Freio

De acordo com Dowling e Williams, 1989, o som é composto por ondas de pressão, transportando energia vibratória. Essa energia excita os tímpanos humanos, fazendo com que essas ondas sejam convertidas em sons. As frequências sonoras audíveis pelos seres humanos estão numa faixa entre 20 Hz e 20000 Hz, com maior sensibilidade entre 1 kHz e 5 kHz. É nessa faixa de maior sensibilidade que se encontra um dos principais tipos de ruídos de freio, o *squeal*, como será visto adiante.

Os ruídos nos sistemas de freio podem ser classificados por diferentes critérios, como, por exemplo, em função da frequência de vibração, ou do fenômeno de geração, entre outros. Com relação à diferenciação pela geração, podem ser citados: imperfeições geométricas e/ou deformações do rotor (sendo o *judder* um exemplo comum); ou pelo fenômeno de *stick-slip* (citando o *creep groan* entre outros). Os ruídos podem ainda ser separados em baixas ou altas frequências, caracterizando, por exemplo, *creep groan* e o *squeal*, respectivamente. [Canali, 2002]

Os principais ruídos de freio são o *creep groan* e o *squeal*, sendo bastante recorrentes e motivando constantes pesquisas e investimentos por parte dos fabricantes de veículos, sistemas de freios e materiais de fricção. O *creep groan* é induzido pelo fenômeno de *stick-slip*, caracterizado por ser um ruído de baixa frequência. O *squeal* é um ruído de alta frequência e sua geração está associada ao acoplamento modal dos componentes do sistema de freio.

Na indústria de freios, de forma geral, a responsabilidade sobre a geração de ruídos durante a frenagem é imposta aos fabricantes dos materiais de fricção. No entanto, o material de atrito não é o único responsável por alguns tipos de ruído, como no caso do *squeal*, que está relacionado às frequências naturais do sistema de freio. O ruído do tipo *squeal* é uma resposta vibratória do sistema de freio excitada pelas forças de atrito do par tribológico. Assim, o material de atrito induz as vibrações, porém essas vibrações serão instáveis, gerando ruídos, apenas se o freio for propenso à ocorrência do fenômeno conhecido como acoplamento modal.

2.3.1 Ruído do tipo *Creep Groan*

O ruído definido como *creep groan* é gerado pelo fenômeno de *stick-slip* (aderência-escorregamento) em ciclos periódicos [Neis et al., 2015]. Esse fenômeno é caracterizado por ciclos alternados de aderência e escorregamento entre as superfícies do rotor e do material de atrito. A Figura 2.3 Apresenta curvas representativas de *stick-slip* [Miguel, 2002; Lee et al., 2013].

O fenômeno de *stick-slip* pode ser associado com o que acontece com uma mola, que é tracionada em uma extremidade e possui uma massa na outra, de acordo com a representação da Figura 2.3 abaixo. Quando a força é gradualmente aumentada, a mola é estendida até um ponto limite onde a sua força reativa ($F = k \cdot x$) é superior à força necessária para mover a

massa. Nesse momento, a massa se movimenta, mas com isso a força reativa na mola diminui até que seja inferior à força de tração e a massa volta a ficar estática. Esse fenômeno é análogo ao *stick-slip*, onde há um escorregamento e um travamento periódico do disco de freio.

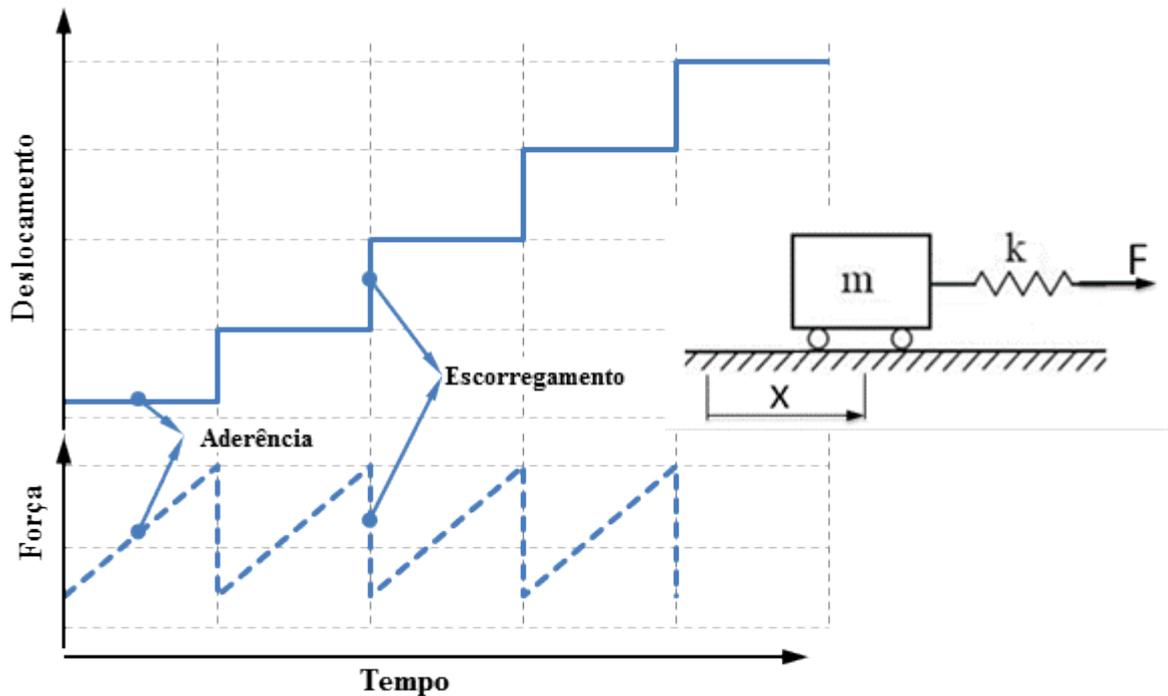


Figura 2.3 Curvas de deslocamento típicas do fenômeno de *stick-slip*.

Esse fenômeno é observado em velocidades baixas, não ocorrendo em altas velocidades, onde o que prevalece é o *squeal*. Alguns autores como Fuadi et al, 2009, afirmam que o ruído de *creep groan* é gerado na interface de atrito e se propaga através da estrutura do veículo. De acordo com Lee et al., 2013 e Neis et al. 2015, o fenômeno de *stick-slip* é causado por dois principais fatores:

- ✓ A diferença entre os coeficientes de atrito estático e dinâmico;
- ✓ A rigidez estrutural da suspensão do veículo.

Alguns autores, como Lee et al., 2013, afirmam que a combinação de uma diferença muito grande entre os atritos estático e dinâmico com uma baixa rigidez estrutural da suspensão gera uma maior propensão à ocorrência de vibrações auto excitadas. No entanto, no trabalho de Neis et al., 2016, são apresentados resultados que contrariam essa afirmação. Nos resultados desse estudo, são mostrados dois materiais com mesma diferença entre o

coeficiente de atrito estático e o dinâmico, mas um deles possui uma maior propensão ao *creep groan*, avaliados no mesmo sistema.

Esse tipo de ruído é comumente percebido em rampas de estacionamento, por exemplo, onde o veículo está parado ou quase parado (em velocidades muito baixas), e o freio está acionado com uma pressão baixa. Segundo Neis et al., 2016, a vibração é gerada no par em contato (rotor e material de atrito), mas se propaga pela suspensão, sendo percebida pelo motorista como uma combinação de ruído e vibração, causando desconforto e insegurança.

2.3.2 Ruído do tipo *squeal*

Segundo Lee et al., 2013, a diferença fundamental entre as vibrações de *creep groan* e *squeal* está associada ao mecanismo de excitação. O *creep groan* está diretamente associado ao deslizamento entre as superfícies, enquanto que o *squeal* está relacionado com a geometria do sistema e suas harmônicas. Matozo, 2006, descreve a percepção do *squeal* como sendo um assovio agudo e incômodo ao ouvido humano.

O ruído de freio definido como *squeal* é aquele que ocorre em altas frequências, geralmente, para velocidades altas ou grandes desacelerações. Segundo Kinkaid et al., 2003, esse é o ruído de freio mais economicamente importante, pois é o responsável pelos maiores custos dos fabricantes com garantia dos automóveis. Apesar de não afetar o desempenho da frenagem, o *squeal* é apontado como um defeito do sistema de freio, pois gera grande desconforto, tanto aos usuários do veículo, quanto às pessoas que estão expostas a ele [Matozo, 2006].

Um tipo de *squeal* bastante comum é conhecido como *bus noise*, pois é um ruído tipicamente recorrente em ônibus, principalmente nos utilizados para transporte coletivo urbano. Na maioria das vezes quando o freio do ônibus é acionado, reduzindo sua velocidade até parar para embarque e desembarque dos passageiros, ocorre o *bus noise*, um ruído do tipo *squeal* intenso e muito incômodo [Matozo, 2012]. Dentre os motivos para isso, pode ser citado o tipo de freio geralmente utilizado nesses veículos (freio a tambor), que possui uma maior propensão à ocorrência desses ruídos, quando comparado aos freios a disco.

Nas literaturas sobre ruídos de freio, podem ser encontradas diversas teorias e modelos matemáticos para explicar o fenômeno do *squeal* [Kinkaid et al., 2003, Oehlmeyer, 2008, Oberst, 2011 e Matozo, 2012]. Essas teorias se baseiam em diferentes fenômenos de excitação das vibrações, onde os modelos matemáticos começam com soluções da equação diferencial

do movimento a parâmetros concentrados e chegam a modelos atuais de elementos finitos com milhares de graus de liberdade. Dentre essas teorias, podem ser citadas 3 principais, segundo Matozo, 2006, e Matozo, 2012: *stick-slip*; *sprag-slip*; e acoplamento modal.

A teoria que relaciona o *squeal* com o *stick-slip* é semelhante à teoria de *creep groan*, diferenciando-se no tratamento do coeficiente de atrito, que é definido inversamente proporcional à velocidade relativa entre as superfícies em contato. Isso provoca instabilidade no sistema de freio, disparando o *squeal*. A teoria de *sprag-slip*, definida por Spurr, 1962, correlaciona o disparo da instabilidade com a variação da força normal entre as duas superfícies.

Na teoria de acoplamento modal, o ruído de *squeal* é associado com o sistema de freio, sendo iniciado pelo acoplamento das formas modais dos componentes desse sistema de freio. Esse fenômeno é avaliado através de análises de autovalores complexos (*Complex Eigenvalue Analysis* – CEA), constituindo uma das teorias mais aceitas e abordadas na literatura de predição de *squeal*. A CEA pode ser realizada através de metodologia analítica, baseada na solução da equação diferencial do movimento com parâmetros concentrados de um ou mais graus de liberdade, ou metodologia numérica, pelo método dos elementos finitos, que é a abordagem utilizada nesse trabalho.

Existem diversos trabalhos que utilizam metodologias analíticas, como o de Hoffmann et al., 2002, que apresenta um modelo de parâmetros concentrados com dois graus de liberdade para avaliar a instabilidade induzida pelo atrito em freios a disco. Spelsberg-Korspeter, 2012, também utiliza um modelo de parâmetros concentrados, mas acrescenta uma etapa de otimização ao seu trabalho, onde determina parâmetros que causam assimetria do disco de freio como alternativa para solucionar a instabilidade, afastando as frequências dos modos propensos ao acoplamento modal.

A teoria da análise de autovalores complexos para instabilidades induzidas pelo atrito através do método dos elementos finitos é explicada no trabalho conduzido por Bajer et al., 2004, onde os autores apresentam as equações do trabalho virtual, que são resolvidas pelo MEF, com a contribuição do atrito pela Lei de Coulomb. Essas equações são incorporadas na análise de autovalores complexos, gerando assimetria da matriz de rigidez e identificando as instabilidades devido ao acoplamento de formas modais. Em outras palavras, nesse trabalho são apresentadas as equações responsáveis pela identificação das instabilidades do sistema de

freio modelado por MEF. O equacionamento dessa teoria será apresentado adiante, no subcapítulo que aborda o Método dos Elementos Finitos.

Oberst, 2011, realizou uma extensa revisão bibliográfica sobre ruído do tipo *squeal* em freios a disco, onde são apresentados diversos modelos analíticos e numéricos sobre o tema. Em Oberst, 2011, e Oberst e Lai, 2015, é apresentada uma metodologia que descreve um modelo de freio a disco simplificado, no qual é realizada uma análise de autovalores complexos, através do método dos elementos finitos, acoplada a uma análise de radiação acústica, pelo Método dos Elementos de Contorno. Essa metodologia é uma tendência nos modelos numéricos de predição de *squeal*, uma vez que permite avaliar os efeitos vibro acústicos do sistema de freio.

Liu et al., 2007, Oehlmeyer, 2008 e Silva et al., 2013, estudaram sistemas compostos apenas por disco e pastilha, e conseguiram identificar numericamente frequências instáveis, confirmando medidas experimentais. Já Bajer et al., 2004, Kun et al., 2013, e Wontae et al., 2013, acrescentaram o caliper e seus componentes ao modelo de disco e pastilha, obtendo uma melhor representação da solução por elementos finitos nos modelos numéricos estudados. Kung et al., 2000a, Fritz et al., 2007, Park et al., 2012, Esgandari et al., 2013, e Ali e Ghazaly, 2015 incluíram ainda em seus modelos numéricos o sistema de fixação do freio no eixo. Nos sistemas de freio a disco, a adição desses componentes mostrou-se relevante devido à influência que exercem nos modos de vibração do sistema, pois possuem massa e rigidez significativas em relação ao disco.

Com relação aos freios a tambor, as literaturas sobre ruídos são mais escassas. Hohmann, 1999, apresenta um estudo dedicado a avaliar a distribuição da pressão de contato na interface entre tambor e lona, propondo novas geometrias do material de atrito para tornar o perfil dessa distribuição mais uniforme. Somnay e Shih, 2002, apresentam um estudo sobre CEA para freios a tambor utilizando o MEF com o programa de elementos finitos ANSYS *Multiphysics*, onde é utilizada uma comparação com análise modal experimental para validação do modelo numérico. Esse pesquisador mencionou a importância de considerar a propriedade de amortecimento na análise de autovalores complexos para os sistemas de freio a tambor, porém, não considerou nenhum efeito de amortecimento em seus modelos numéricos. Huang et al., 2006, também elaboraram um modelo de CEA por MEF de um freio a tambor, utilizando o programa ANSYS. No modelo proposto por estes autores, os efeitos de amortecimento foram desconsiderados. Porém, uma importante conclusão deste estudo foi

que o aumento do coeficiente de atrito (*coefficient of friction* - *cof*) aumenta a instabilidade e que apenas os modos semelhantes com possibilidade de interação podem acoplar e iniciar a instabilidade.

Na publicação de Fritz et al., 2007, foi estudado o *squeal* em freio a disco e sua relação com a propriedade de amortecimento de uma maneira completamente teórica, com pouca aplicação prática. Esse pesquisador apresenta o comportamento de uma curva da frequência em função do coeficiente de atrito em diferentes níveis de amortecimento para um par complexo conjugado instável. Na publicação de Esgandari et al., 2013, os autores fazem uma revisão sobre amortecimento, definindo o amortecimento de Rayleigh como mais conveniente para esse tipo de análise, utilizando essa representação nos seus modelos de predição de *squeal* para sistemas de freio a disco.

Nesse cenário, é preciso abordar a utilidade dessa ferramenta numérica. Segundo Matozo, 2006, uma forma possível de evitar ou corrigir o problema de *squeal* em frenagens é através da modificação das frequências naturais dos componentes que formam o sistema de freio, evitando acoplamentos modais entre esses componentes e, com isso, evitar as possíveis ressonâncias. Assim, definir uma metodologia eficaz e confiável de predição de *squeal* é o primeiro passo para entender e solucionar os problemas relacionados.

2.4 Análise Modal Experimental

A análise modal experimental é um procedimento destinado à obtenção dos parâmetros modais (frequências, amortecimentos e formas modais) do componente ou estrutura de interesse, consistindo em um modelo de resposta [Rao, 2010]. Esse modelo é baseado em manipulação matemática, através de Funções Resposta em Frequência (FRF's), que serão descritas em seguida.

Segundo Masotti et al., 2009, e Schwarz e Richardson, 1999, a análise modal é um método robusto e eficaz de caracterizar a dinâmica vibracional de uma estrutura, bem como validar modelos numéricos. As frequências naturais são respostas combinadas dos efeitos das propriedades inerciais e elásticas da estrutura, caracterizando seu comportamento vibratório. O fenômeno de ressonância ocorre quando uma estrutura é excitada próximo ou em uma ou mais das suas frequências naturais.

A análise modal experimental se baseia no conceito da Série de Fourier, a qual define que qualquer forma de onda real e periódica pode ser decomposta em um somatório infinito

de ondas senoidais, com frequência e amplitude definidas. Segundo LMS, 2000, cada uma dessas ondas senoidais no domínio do tempo são representadas por uma linha espectral no domínio da frequência, resultando no espectro de frequências da onda real. A conversão da resposta no domínio do tempo para o domínio da frequência é realizado através da Transformada de Fourier, que é definida em seguida. A Figura 2.4 apresenta uma ilustração sobre as Séries de Fourier, como um somatório de ondas senoidais no domínio do tempo e a linha spectral de cada onda no domínio da frequência.

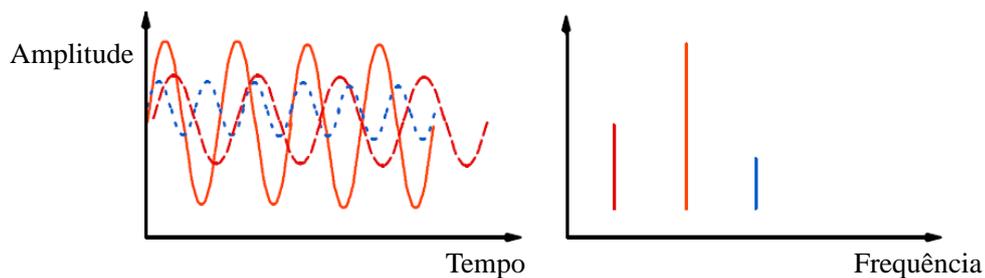


Figura 2.4 Representação das Séries de Fourier. Adaptado de LMS, 2000.

2.4.1 Transformada de Fourier

A partir da resposta no domínio do tempo, a conversão para o domínio da frequência é realizada através da Transformada de Fourier. A equação 2.2 apresenta a Transformada de Fourier. Esse tópico é baseado em LMS, 2000.

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (2.2)$$

Onde, $S_x(f)$ é a função transformada de Fourier, ou a função resposta no domínio da frequência, $x(t)$ é a resposta no domínio do tempo, f é a frequência e t é o tempo.

Essas funções ($S_x(f)$ e $x(t)$) são contínuas em todo o domínio $(-\infty, +\infty)$, porém os dados obtidos experimentalmente são discretos. Para utilizar a Transformada de Fourier digitalmente, é necessário realizar uma integração numérica entre limites fixos e finitos.

2.4.2 Transformada Discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform*)

O cálculo digital da Transformada de Fourier é chamado de Transformada Discreta de Fourier. Segundo LMS, 2000, a DFT calcula os valores em pontos discretos ($m\Delta f$),

realizando uma integração numérica entre limites fixos (Δt), como pode ser observado na representação da Figura 2.5.

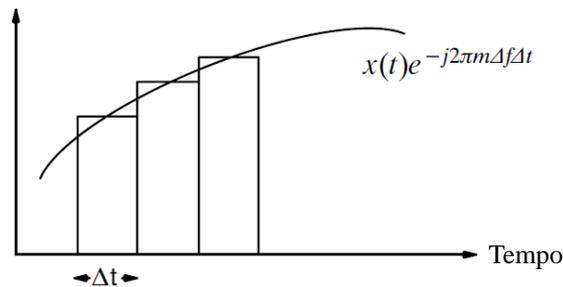


Figura 2.5 Representação da integração numérica da DFT. Adaptado de LMS, 2000.

Para realizar o cálculo da DFT, é utilizado o algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (Fast Fourier Transform – FFT). Esse algoritmo determina o espectro de frequências do sinal de tempo discreto. A Figura 2.6 mostra uma representação da amostragem de um sinal no domínio do tempo e a conversão para o domínio da frequência, através do FFT.

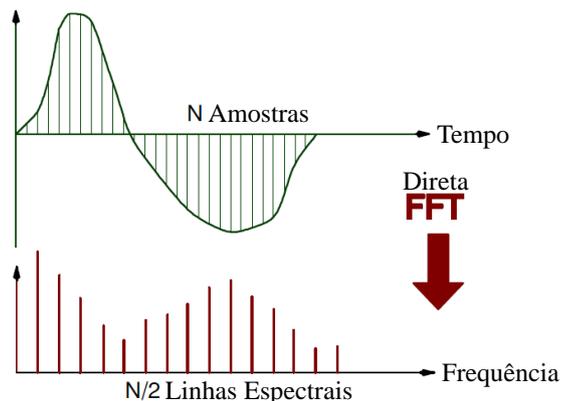


Figura 2.6 Representação da DFT pelo FFT. Adaptado de LMS, 2000.

2.4.3 Função Resposta em Frequência (*Frequency Response Function*)

A Função Resposta em Frequência (FRF) descreve a relação saída pela entrada entre dois pontos de uma estrutura, em função da frequência. Em outras palavras, uma FRF é uma resposta definida como a relação entre uma saída simples em um grau de liberdade (gdl) da estrutura e uma entrada simples em outro gdl. Em outras palavras, a FRF é a medida da resposta de uma estrutura em termos de deslocamento, velocidade ou aceleração em função de uma entrada de força unitária, por exemplo. A Figura 2.7 é a representação de uma FRF. Esse tópico é baseado em Schwarz e Richardson, 1999.

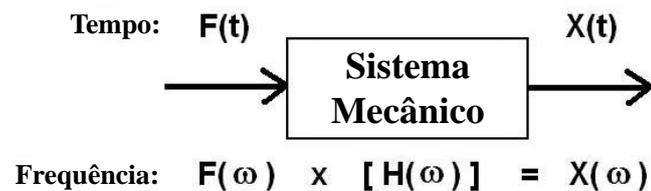


Figura 2.7 Representação de uma FRF de um sistema mecânico. Adaptado de Schwarz e Richardson, 1999.

Estruturas reais são contínuas, com isso, possuem infinitos graus de liberdade, conseqüentemente, infinitos modos de vibração. Do ponto de vista experimental, uma estrutura real pode ser discretizada espacialmente, com tantos gdl quanto sejam necessários para capturar com relativa exatidão os parâmetros modais na faixa de frequência desejada. Cada grau de liberdade discretizado na geometria da estrutura dará origem a uma FRF, pois será um ponto de medição e/ou excitação. Não há limite no número de gdl, mas, usualmente, o tempo e o custo restringem o limite máximo de gdl utilizados.

A Figura 2.8 apresenta uma discretização do domínio físico da estrutura em análise. Nessa imagem pode ser visualizado o conceito de função de transferência, uma vez que a estrutura é excitada no ponto 7 e as respostas são medidas em cada um dos pontos. Com isso, é obtida uma função de transferência e, conseqüentemente, uma FRF para cada ponto instrumentado.

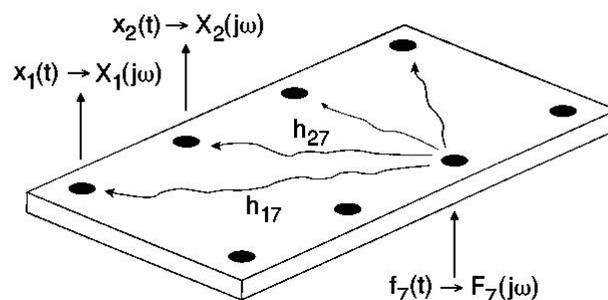


Figura 2.8 Representação de uma FRF de um sistema mecânico. Adaptado de Schwarz e Richardson, 1999.

A FRF de cada ponto da estrutura discretizada, é definida como a razão entre a resposta e a entrada entre dois pontos. Na Figura 2.8, pode ser visto que a excitação ($f_7(t)$) é aplicada no ponto 7, enquanto as medições são realizadas em todos os pontos do domínio discretizado. A FRF da estrutura é definida como o conjunto, ou o somatório, das FRF's de

cada ponto. Esse somatório pode ser representado pela Figura 2.9, que apresenta esquematicamente diferentes FRF's e o somatório dessas para formar a FRF da estrutura.

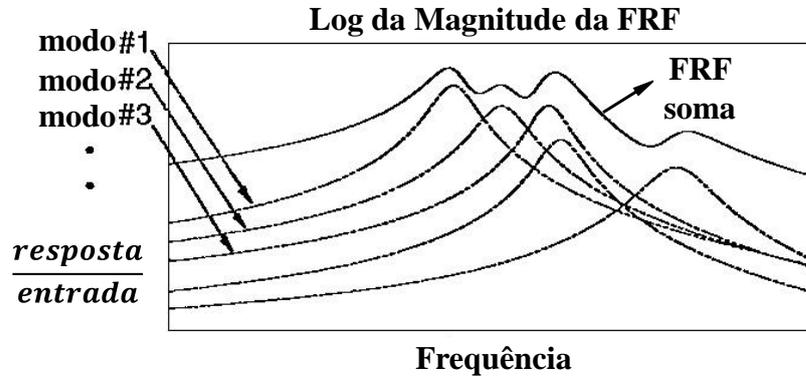


Figura 2.9 Representação do somatório das FRF's de uma estrutura. Adaptado de Schwarz e Richardson, 1999.

As FRF's podem ser nomeadas em função do tipo de resposta medida, onde a excitação pode ocorrer, prioritariamente, de duas formas: por atuadores eletromagnéticos (chamados de *shaker*); ou por martelo de impacto. As respostas medidas podem ser deslocamentos, velocidades ou acelerações, sendo nomeadas de acordo com a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 Nomenclatura das FRF's em função da relação saída/entrada.

| Nome da FRF | Saída | Entrada |
|--------------------------------|--------------|--------------|
| Observância | Deslocamento | Força |
| Mobilidade | Velocidade | Força |
| Inertância/ Receptância | Aceleração | Força |
| Rigidez Dinâmica | Força | Deslocamento |
| Impedância | Força | Velocidade |
| Massa Dinâmica | Força | Aceleração |

2.4.4 Procedimento de análise modal experimental por impacto

As análises modais experimentais descritas como procedimento nesse tópico são exclusivamente referentes aos ensaios realizados no desenvolvimento do presente trabalho. As análises modais experimentais são realizadas utilizando excitação por martelo de impacto e a

resposta é medida em termos de aceleração, sendo chamada de FRF de Inertância, de acordo com a Tabela 2.1. Segundo Schwarz e Richardson, 1999, o teste de impacto foi desenvolvido no final da década de 1970, sendo o mais popular método de análise modal utilizado atualmente. De acordo com esses autores, o teste de impacto é uma maneira rápida, conveniente e de baixo custo de encontrar os parâmetros modais de uma estrutura.

Segundo Rao, 2010, esse teste é realizado utilizando os seguintes componentes básicos: (i) martelo de impacto, para excitar a estrutura com uma entrada de força conhecida; (ii) acelerômetros, para medir a resposta de aceleração em cada ponto; (iii) analisador FFT, para computar as FRF's de cada ponto; (iv) programa de pós-processamento modal para calcular os parâmetros modais. A Figura 2.10 apresenta de forma esquemática o procedimento de análise modal por excitação com martelo de impacto e os respectivos componentes citados.

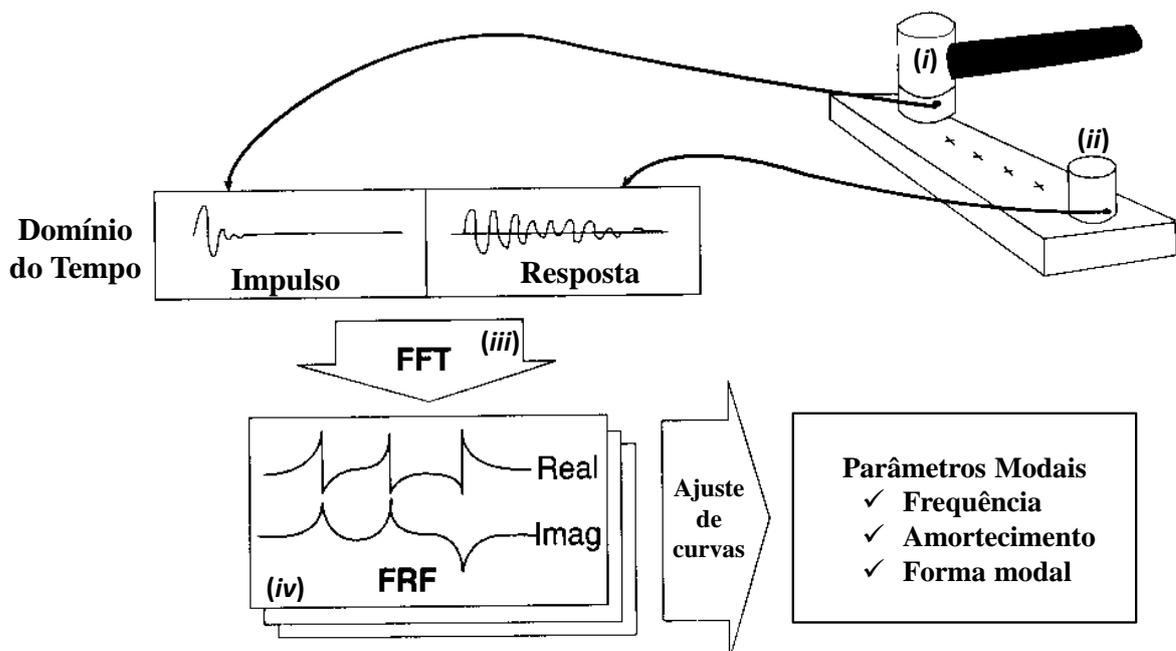


Figura 2.10 Esquema de uma análise modal experimental com martelo de impacto. Adaptado de Schwarz e Richardson, 1999.

O procedimento de análise modal experimental começa com a adequada discretização espacial da geometria da estrutura a ser caracterizada dinamicamente. Para isso, é importante observar a faixa de frequência que se deseja realizar a medição e ter uma ideia da forma modal, pois com isso a resposta terá melhor representatividade. O próximo passo é configurar o analisador FFT e criar um modelo computacional da geometria no ambiente gráfico do

programa, permitindo definir os pontos de medição e excitação na peça e na geometria computacional. Com esses passos, a medição está pronta para ser iniciada.

Os acelerômetros são fixados nos pontos discretizados da estrutura, sendo movimentados quando necessário para realizar a medição de todos os pontos definidos. A cada etapa de fixação dos acelerômetros, são realizados impactos do martelo contra a estrutura, no ponto definido para a excitação. De forma geral, a excitação ocorre sempre no mesmo ponto da estrutura. O analisador FFT computa uma FRF para cada ponto de medição, e esses resultados precisam ser exportados e importados no programa de pós-processamento modal.

No programa de pós-processamento modal, as FRF's de cada ponto são somadas na FRF da estrutura. Devem ser configuradas a análise e a forma de extração dos parâmetros modais, permitindo, através de algoritmos dedicados, obter os parâmetros modais de cada pico da FRF, que representa uma frequência natural da estrutura.

2.5 Vibrações Livres Amortecidas– Sistema de um Grau de Liberdade

Para apresentar o equacionamento matemático do problema de instabilidade dinâmica, é conveniente começar apresentando um problema mais simples, facilitando o entendimento dos fenômenos mais complexos. Assim, pode ser apresentado inicialmente o conceito das vibrações livres amortecidas para 1 grau de liberdade, de acordo com Rao, 2010. Segundo Thomson, 1978, a solução dessa equação simples permite compreender alguns aspectos importantes sobre o papel do amortecimento em um sistema mecânico. A Figura 2.11 mostra um diagrama esquemático de um sistema massa-mola-amortecedor de 1 grau de liberdade.

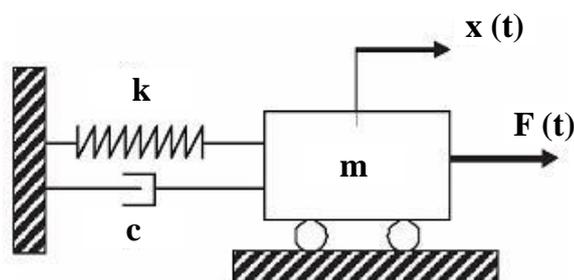


Figura 2.11 Sistema massa-mola-amortecedor de 1 gdl.

A partir do sistema da Figura 2.11, pode ser apresentada a equação do movimento, de acordo com a Segunda Lei de Newton [Rao, 2010].

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.3)$$

Onde, k é a rigidez da mola, c é o amortecimento viscoso, m é a massa, $x(t)$ é a resposta vibratória do sistema, $F(t)$ é a força externa aplicada ao sistema, t é o tempo, x , \dot{x} e \ddot{x} são o deslocamento, a velocidade e a aceleração, respectivamente.

Pode ser observado que a Equação do Movimento é essencialmente a Segunda Lei de Newton, onde o somatório das forças (inerciais, elásticas e dissipativas) atuantes em um corpo é igual a zero. Como o objetivo é calcular a resposta do sistema na condição de vibrações livres, ou seja, sem força externa aplicada ($F(t) = 0$), têm-se:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.4)$$

A equação 2.4 representa a equação diferencial do movimento para um sistema massa-mola-amortecedor na condição de vibrações livres. Ao dividir toda a equação 2.4 por m , fica:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \quad (2.5)$$

Definindo as frações da equação 2.5 da seguinte forma.

$$\frac{c}{m} = 2\zeta\omega_n \quad \frac{k}{m} = \omega_n^2 \quad (2.6)$$

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = 0 \quad (2.7)$$

Onde, ζ é a razão de amortecimento, definida pela razão entre o amortecimento e o amortecimento crítico do sistema, e ω_n é a frequência natural do sistema de 1 gdl analisado.

A partir da equação 2.7, pode ser proposta uma solução do tipo:

$$x(t) = Ae^{\lambda t} \quad (2.8)$$

Onde, A é uma constante de amplitude da resposta, e λ é o autovalor da solução.

A equação 2.8 deve ser derivada e substituída na equação 2.7, de forma a determinar o autovalor da solução.

$$\dot{x}(t) = A\lambda e^{\lambda t} \quad (2.9)$$

$$\ddot{x}(t) = A\lambda^2 e^{\lambda t} \quad (2.10)$$

$$A\lambda^2 e^{\lambda t} + 2\zeta w_n A\lambda e^{\lambda t} + w_n^2 A e^{\lambda t} = 0 \quad (2.11)$$

Manipulando a equação 2.11 para isolar a exponencial, têm-se:

$$A e^{\lambda t} (\lambda^2 + 2\zeta w_n \lambda + w_n^2) = 0 \quad (2.12)$$

Como a parte exponencial da equação 2.12 sempre será diferente de zero, a única solução possível para a equação 2.12 é se a parte entre parênteses for igualada a zero, como segue.

$$\lambda^2 + 2\zeta w_n \lambda + w_n^2 = 0 \quad (2.13)$$

A equação 2.13 é conhecida como equação característica da solução da equação do movimento para um grau de liberdade. As soluções de λ serão as raízes desse polinômio, da seguinte forma.

$$\lambda = \frac{-2\zeta w_n \pm \sqrt{(2\zeta w_n)^2 - 4w_n^2}}{2} = -\zeta w_n \pm w_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (2.14)$$

Assim, a solução da equação do movimento para esse sistema será:

$$x(t) = A e^{\lambda t} = A e^{(-\zeta w_n \pm w_n \sqrt{\zeta^2 - 1})t} \quad (2.15)$$

$$x(t) = A \left[e^{(-\zeta w_n + w_n \sqrt{\zeta^2 - 1})t} + e^{(-\zeta w_n - w_n \sqrt{\zeta^2 - 1})t} \right] \quad (2.16)$$

$$x(t) = A e^{-\zeta w_n t} e^{i w_n \sqrt{1 - \zeta^2} t} + A e^{-\zeta w_n t} e^{-i w_n \sqrt{1 - \zeta^2} t} \quad (2.17)$$

$$x(t) = A e^{-\zeta w_n t} \left(e^{i w_n \sqrt{1 - \zeta^2} t} + e^{-i w_n \sqrt{1 - \zeta^2} t} \right) \quad (2.18)$$

$$w_d = w_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.19)$$

Onde, w_d é a frequência natural amortecida do sistema.

Aplicando a relação da exponencial imaginária com a função trigonométrica do cosseno, têm-se:

$$\frac{e^{iwt} + e^{-iwt}}{2} = \cos wt \quad (2.20)$$

$$x(t) = A_1 e^{-\zeta w_n t} \cos w_d t \quad (2.21)$$

Considerando agora uma força harmônica atuando sobre o sistema, e, por simplicidade, desprezando o amortecimento, têm-se:

$$F(t) = F_0 \cos wt \quad (2.22)$$

Onde, F_0 é a amplitude da força aplicada.

Assim, a resposta do sistema possui uma parte proveniente da solução homogênea, que foi apresentada anteriormente pela equação 2.21, e uma parte proveniente particular, que terá a seguinte forma.

$$x_p(t) = X \cos wt \quad (2.23)$$

Onde, $x_p(t)$ é a solução particular da equação 2.3; X é a amplitude da resposta.

Para determinar a amplitude da resposta, X , a equação 2.27 deve ser derivada e substituída na equação 2.3, resultando na seguinte expressão para a amplitude.

$$X = \frac{F_0}{k - m\omega^2} = \frac{F_0/k}{1 - \frac{m\omega^2}{k}} = \frac{\delta_{est}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (2.24)$$

Onde, δ_{est} é a deflexão estática do sistema, ou seja, o deslocamento da estrutura para uma aplicação estática da força F_0 .

A partir da equação 2.24, pode ser percebido que quando a frequência de excitação (ω) e a frequência natural do sistema (ω_n) são iguais, existe uma singularidade matemática, já que o denominador da equação 2.24 é zero, definida como ressonância do sistema. Para avaliar essa função no limite é necessário aplicar a regra de L'Hospital, que resulta na seguinte expressão.

$$\lim_{w \rightarrow w_n} \frac{d}{dw} \left(\frac{\delta_{est} \cos wt}{1 - \left(\frac{w}{w_n}\right)^2} \right) = \frac{\delta_{est} t w_n \sin w_n t}{2} \quad (2.25)$$

$$x_p(t) = \frac{\delta_{est} t w_n \sin w_n t}{2}$$

A partir da equação 2.29 acima, pode ser percebido que a resposta do sistema vibratório, quando excitado próximo à sua frequência natural, será crescente ao longo do tempo, tendendo ao infinito, no caso sem amortecimento.

A equação 2.21 apresenta a resposta vibratória do sistema de 1 gdl livre e amortecido, enquanto a equação 2.29 apresenta a solução particular do sistema excitado harmonicamente com frequência igual à frequência natural. Nas análises dessas equações, encontradas em Rao, 2010, e Thomson, 1978, podem ser visualizados 4 tipos de comportamentos possíveis para a resposta geral $x(t)$, em função do valor de ζ , como pode ser visto na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 Tipos de resposta vibratória em função de ζ .

| ζ | Resposta |
|----------------------------------|-------------------------------|
| $\zeta < 1$ | Amortecimento subcrítico |
| $\zeta = 1$ | Criticamente Amortecido |
| $\zeta > 1$ | Amortecimento supercrítico |
| $\zeta < 0$ | Instabilidade Dinâmica |

A última linha da Tabela 2.2, que está destacada em negrito, apresenta um caso hipotético para o amortecimento ($\zeta < 0$). Esse comportamento representa, por exemplo, uma ressonância do sistema. Nesse caso, há amplificação da resposta, visto que a exponencial da equação 2.21 passaria a ter expoente positivo, aumentando com o tempo.

A Figura 2.12 apresenta a solução da equação 2.21 para cinco valores diferentes de ζ . A resposta não amortecida ($\zeta = 0$) é periódica e possui a mesma amplitude de vibração. Para o sistema subcrítico ($\zeta < 1$), a resposta da vibração diminui ao longo do tempo, sendo que quanto maior for o valor de ζ , mais rapidamente a amplitude reduz. Para o sistema crítico ($\zeta = 1$), a amplitude rapidamente se reduz para zero, sem chegar a ser oscilatória. O mesmo

comportamento é observado para a resposta com $\zeta > 1$. Para o sistema instável ($\zeta < 0$), a amplitude de oscilação cresce ao longo do tempo.

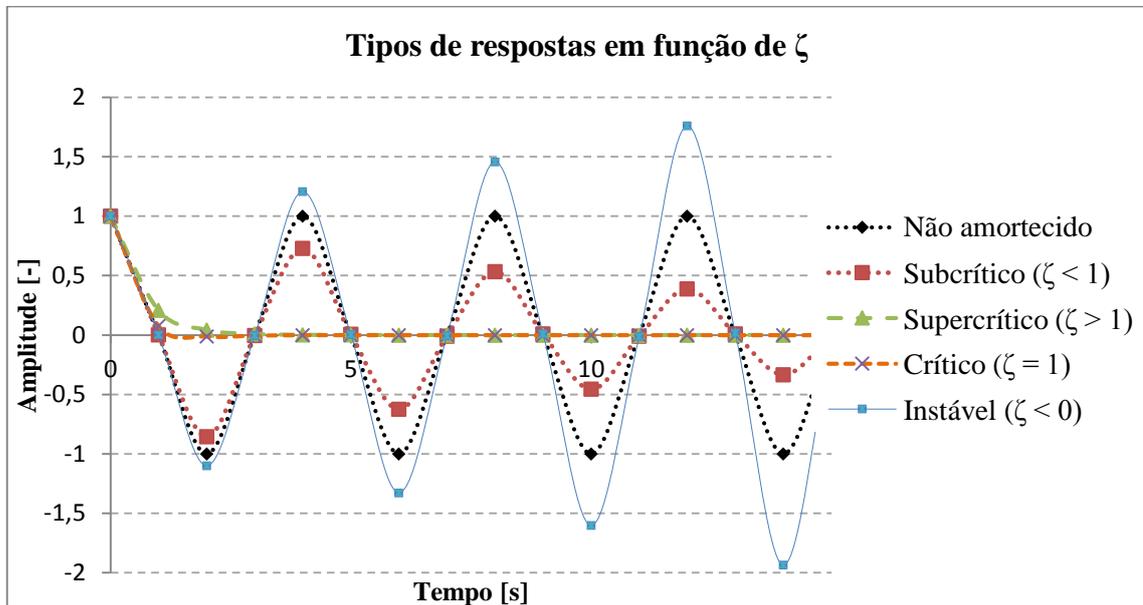


Figura 2.12 Respostas vibratórias para diferentes valores de ζ .

2.6 Amortecimento

Na maioria dos sistemas mecânicos, segundo Masotti, 2013, os mecanismos físicos de dissipação de energia não possuem compreensão matemática totalmente definida. Por ser uma combinação de diferentes fenômenos irreversíveis, o modelamento matemático puramente analítico da propriedade de amortecimento se torna impraticável, necessitando de avaliação experimental para definir parâmetros que permitam representar matematicamente essa característica.

Nesse ponto do estudo, são exploradas as formas disponíveis para representar a propriedade física de amortecimento no programa de elementos finitos utilizado - ANSYS. Posteriormente, essas formas são discutidas, com relação tanto ao tipo de análise numérica quanto à representatividade física no fenômeno de interesse. A Tabela 2.3 apresenta as formas disponíveis de representação do amortecimento no ANSYS para análises modais. [ANSYS, 2015].

Tabela 2.3 Formas de representação do Amortecimento no ANSYS.

| ID | Representação do Amortecimento |
|----|--|
| 1 | Amortecimento de Rayleigh |
| 2 | Coefficiente de Amortecimento Estrutural |
| 3 | Elemento de Amortecimento |

O amortecimento através de um elemento amortecedor (ID 3 na Tabela 2.3) é bastante usual em análises simplificadas de sistemas discretos a parâmetros concentrados. No entanto, para análises modais de autovalores complexos esse tipo de elemento não é aplicável, pois se deseja aplicar amortecimento sobre os modos de vibração e não como um único elemento dissipador de energia concentrado. Já o amortecimento estrutural (ID 2 na Tabela 2.3), também chamados de hysteréticos, são definidos como aqueles que ocorrem devido às deformações de um material, dissipando energia. Assim, esse tipo de amortecimento é difícil de ser mensurado e será totalmente dependente da condição de medição.

De acordo com Esgandari et al., 2013, a representação mais adequada às análises de autovalor complexo é através do Amortecimento de Rayleigh (ID 1 na Tabela 2.3), pois permite, através de coeficientes, definir um amortecimento proporcional em todos os modos de vibração do sistema. Esse tipo de amortecimento será descrito no subitem seguinte.

2.6.1 Amortecimento Proporcional de Rayleigh

Para resolver um sistema vibratório amortecido de vários graus de liberdade, assim como o sistema dado pela equação 2.26 abaixo, é necessário definir a matriz de amortecimento, a qual pode ser apresentada em função dos coeficientes de Rayleigh (α e β). Esses coeficientes são calculados a partir de dados experimentais de acordo com as equações apresentadas em seguida. A equação 2.26 representa a equação do movimento de um sistema vibratório livre amortecido.

$$\underline{\ddot{u}}\underline{M} + \underline{\dot{u}}\underline{C} + \underline{u}\underline{K} = \underline{0} \quad (2.26)$$

Onde, \underline{M} é a matriz de massa, \underline{C} é a matriz de amortecimento, \underline{K} é a matriz de rigidez, \underline{u} , $\underline{\dot{u}}$ e $\underline{\ddot{u}}$ são os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente.

De acordo com Mohammad et al., 1995, Man Liu e Gorman, 1995, e Esgandari et al., 2013, o Amortecimento de Rayleigh pode ser definido na sua forma geral.

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{M}} \sum_{k=0}^{p-1} \alpha_k \left(\underline{\underline{M}}^{-1} \underline{\underline{K}} \right)^k \quad (2.27)$$

Onde, α_k é o k-ésimo coeficiente de proporcionalidade, e p é o número de termos que serão considerados no somatório.

Assim, particularizando para o caso mais simples do amortecimento proporcional, onde são definidos apenas dois termos, ou seja, $p = 2$.

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{M}} \left[\alpha_0 \left(\underline{\underline{M}}^{-1} \underline{\underline{K}} \right)^0 + \alpha_1 \left(\underline{\underline{M}}^{-1} \underline{\underline{K}} \right)^1 \right] \quad (2.28)$$

$$\underline{\underline{C}} = \alpha_0 \underline{\underline{M}} + \alpha_1 \underline{\underline{K}} \quad (2.29)$$

Adotando $\alpha_0 = \alpha$ e $\alpha_1 = \beta$, a equação 2.29 pode ser reescrita.

$$\underline{\underline{C}} = \alpha \underline{\underline{M}} + \beta \underline{\underline{K}} \quad (2.30)$$

A equação 2.30 acima, expressa a matriz de amortecimento em função de dois coeficientes, que são chamados de coeficiente de Rayleigh. No entanto, ainda é necessário definir o cálculo desses coeficientes, o qual é realizado através de resultados experimentais da razão de amortecimento e frequência de vibração. Para isso, a razão de amortecimento (ζ_i) pode ser definida em sua forma mais geral.

$$2\zeta_i = \sum_{k=0}^{p-1} \alpha_k w_i^{2k-1} \quad (2.31)$$

Novamente considerando apenas dois termos ($p = 2$), e adotando a mesma notação de $\alpha_0 = \alpha$ e $\alpha_1 = \beta$.

$$2\zeta_i = \alpha w_i^{-1} + \beta w_i \quad (2.32)$$

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2w_i} + \frac{\beta w_i}{2} \quad (2.33)$$

Fazendo uma verificação dessas equações, para um sistema mais simples de um grau de liberdade a parâmetros concentrados, têm-se:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.34)$$

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2 \quad \therefore k = m \omega_n^2 \quad (2.36)$$

$$\frac{c}{m} = 2\eta \quad \therefore \zeta = \frac{\eta}{\omega_n} = \frac{c}{2m\omega_n} \quad \therefore c = 2m\omega_n\zeta \quad (2.37)$$

$$c = \alpha m + \beta k \quad (2.38)$$

$$2m\omega_n\zeta = \alpha m + \beta m\omega_n^2 \quad (2.39)$$

$$\zeta = \frac{\alpha}{2\omega_n} + \frac{\beta\omega_n}{2} \quad (2.40)$$

Com esta manipulação, pode ser observado que a equação 2.33 é válida, estando definidas as equações clássicas para o amortecimento de Rayleigh. No entanto, agora é necessário determinar os parâmetros de Rayleigh, α e β , os quais são calculados a partir de dados experimentais. Através de análises modais experimentais, são obtidos dois vetores, um com a frequência de vibração dos modos e outro com a respectiva razão de amortecimento. Com esses dois vetores, as seguintes equações são usadas para o cálculo de α e β .

$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (2.41)$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \omega \\ 2\omega & 2 \end{bmatrix}^{-1} \underline{\zeta} \quad (2.42)$$

2.7 Método dos Elementos Finitos - MEF

O MEF é uma ferramenta desenvolvida com o objetivo de aproximar as soluções das complexas equações diferenciais que descrevem os fenômenos físicos. A vantagem dessa técnica, frente às teorias puramente analíticas, consiste em tornar possível a aplicação e solução dessas equações diferenciais, considerando as diferentes complexidades, como geometrias reais e não linearidades (de materiais e de contato, por exemplo).

A base dessa metodologia está no método de discretizar espacialmente as geometrias em elementos mais simples, que podem ser mapeados e transcritos para um domínio regular, onde as equações podem ser mais facilmente integradas em elementos isoparamétricos de limites fixos. Segundo Antunes, 2014, a partição do domínio do corpo a ser analisado por MEF, em subdomínios mais simples, permite que as equações diferenciais sejam simplificadas por um sistema de equações lineares, mantendo a qualidade dos resultados.

A Figura 2.13 representa um corpo genérico tridimensional com o início de discretização por elementos finitos tridimensionais, onde podem ser vistas as condições de contorno no domínio de superfície e um tipo de carregamento de força concentrada. Essa Figura 2.13 é uma representação simplificada de como um corpo qualquer pode ser discretizado, aplicando as devidas condições de contorno e carregamentos.

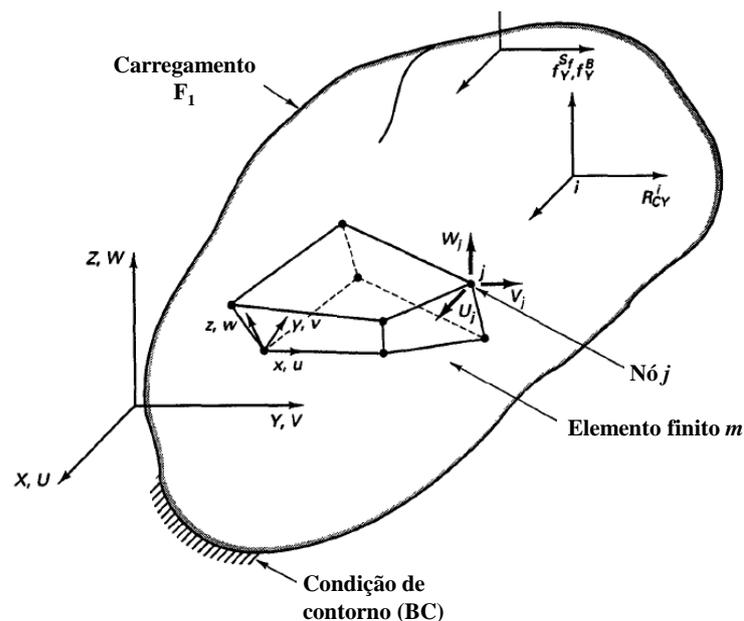


Figura 2.13 Corpo tridimensional geral, com um elemento 3D de 8 nós. Adaptado de Bathe, 1996.

Esse subcapítulo visa uma rápida revisão sobre tópicos importante do MEF, mas sem aprofundar excessivamente na teoria, pois existem diversas literaturas que abordam o tema com maior propriedade e detalhamento. As literaturas que embasam o que será apresentado adiante são: Hughes, 2000, Bathe, 1996, Alves Filho, 2008, ANSYS, 2015.

2.7.1 Tipos de Elementos

A discretização do domínio em análise é realizada através dos diferentes tipos de elementos, que podem ser: unidimensionais (elementos de barra); bidimensionais (elementos de vigas); e tridimensionais (elementos sólidos). Na mecânica dos corpos deformáveis, os elementos unidimensionais e bidimensionais são baseados em teorias estruturais específicas, enquanto os tridimensionais são usados para representar qualquer fenômeno físico baseado na Equação de Equilíbrio, por exemplo.

Os tipos de elementos podem ainda ser classificados quanto à ordem do polinômio de integração, sendo mais utilizados na prática os lineares e os quadráticos. Para os elementos mais comumente utilizados, a diferença em sua ordem é dada pela quantidade de nós utilizada para representar cada direção espacial. Aqui serão apresentados rapidamente apenas os elementos sólidos, pois são utilizados ao longo desse trabalho. Serão apresentados os polinômios de apenas um exemplo de elemento, servindo para apresentar o tipo de metodologia apresentada. A Figura 2.14 apresenta dois exemplos de elementos tetraédricos disponíveis no programa comercial de elementos finitos ANSYS, sendo que o elemento da Figura 2.14 (a) será detalhado adiante. No ANSYS, cada elemento possui uma nomenclatura, que pode ser vista na Figura 2.14, sendo o elemento bi linear denotado por *solid5* e o bi quadrático por *solid226*.

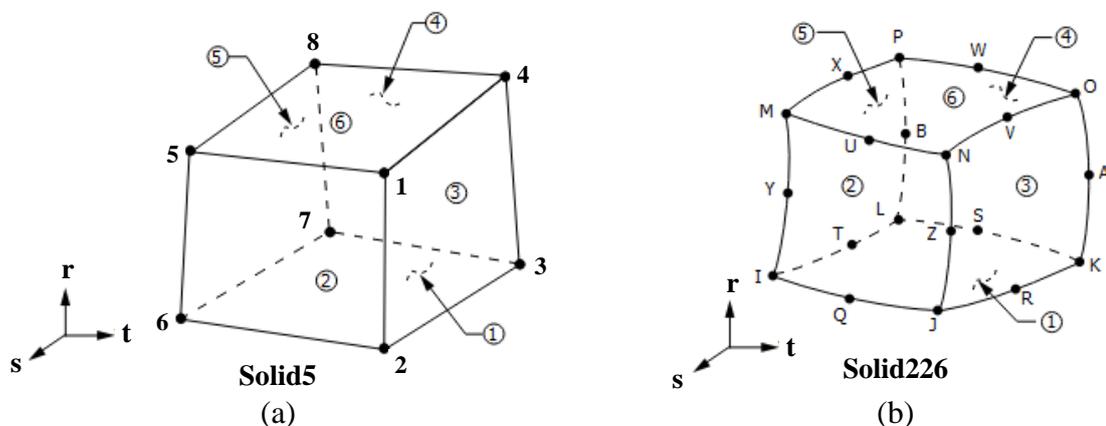


Figura 2.14 Elementos tetraédricos, onde: (a) é um elemento bi linear de 8 nós; e (b) é um elemento bi quadrático de 20 nós. Adaptado de ANSYS, 2015.

Resumidamente, um elemento é composto por n nós, sendo necessário determinar um polinômio de interpolação (N_i) para cada um dos n nós. Cada N_i precisa possuir valor unitário no respectivo nó e valor nulo nos demais nós do mesmo elemento. Na aplicação do método em mecânica estrutural, o polinômio dará origem ao valor do deslocamento nodal de cada nó. A equação 2.43 apresenta os 8 polinômios de interpolação do elemento finito tetraédrico bi linear, mostrado na Figura 2.14 (a) [ANSYS, 2015]. Se for calculado cada um dos polinômios nas coordenadas dos nós do elemento isoparamétrico (no intervalo $[-1, 1]$ em cada direção), o resultado será que cada polinômio tem valor 1 no próprio nó e 0 nos demais nós.

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{8}(1-s)(1-t)(1-r) & N_5 &= \frac{1}{8}(1-s)(1+t)(1-r) \\
 N_2 &= \frac{1}{8}(1-s)(1-t)(1+r) & N_6 &= \frac{1}{8}(1-s)(1+t)(1+r) \\
 N_3 &= \frac{1}{8}(1+s)(1-t)(1+r) & N_7 &= \frac{1}{8}(1+s)(1+t)(1+r) \\
 N_4 &= \frac{1}{8}(1+s)(1-t)(1-r) & N_8 &= \frac{1}{8}(1+s)(1+t)(1-r)
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

Onde cada N representa o polinômio de interpolação de Lagrange para um dos nós do elemento isoparamétrico; e (s, t, r) são as coordenadas desse elemento no domínio isoparamétrico.

Além dos elementos sólidos, é pertinente mencionar os elementos de contato, que são elementos de superfície utilizados para representar a interface entre dois corpos em contato. Um mesmo elemento de contato é dividido em duas partes: a superfície de contato (*contact*); e a superfície alvo (*target*), sendo que cada uma representa uma das superfícies em contato. A Figura 2.15 apresenta os elementos de contato disponíveis no ANSYS, onde podem ser vistas as duas superfícies (contato e alvo) definidas para um mesmo elemento.

Os elementos de contato possuem formulação para caracterizar diferentes interações entre superfícies, tais como: contato colado (*bonded*); contato sem separação entre as superfícies (*no separation*); contato sem atrito (*frictionless*); contato com atrito (*frictional*); e contato rugoso (*rough*). O modelo matemático utilizado nesse trabalho, para simular a interação entre o material de atrito e o rotor, será o de fricção, já que será modelado um sistema de freio, o qual consiste em atritar duas superfícies.

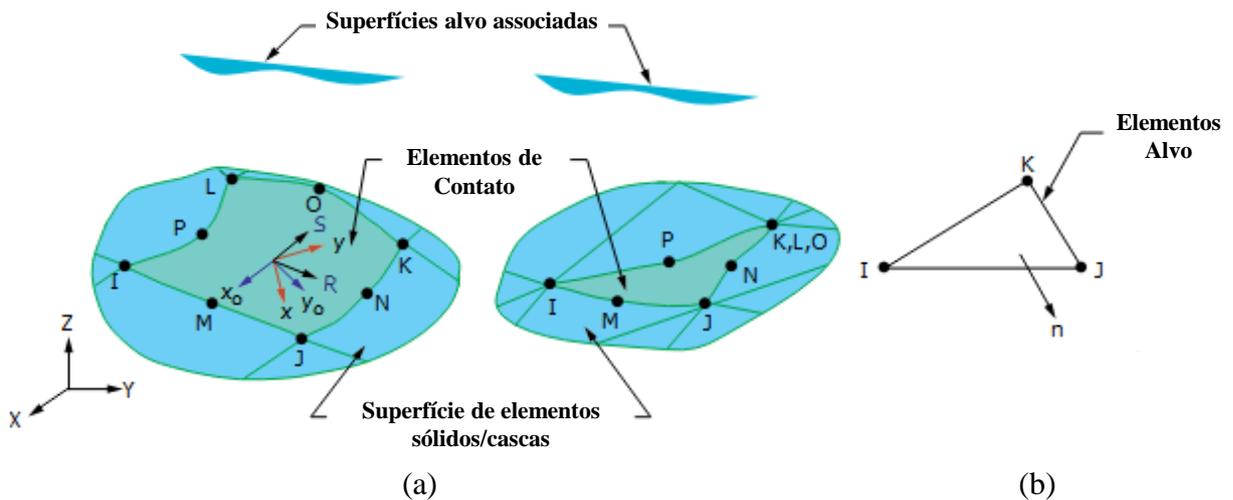


Figura 2.15 Elementos de contato, onde: (a) é o elemento de contato bi linear; e (b) é o elemento alvo. Adaptado de ANSYS, 2015.

2.7.2 Análise Estática Linear

A análise estática linear é uma das análises de elementos finitos mais simples, pois consiste basicamente em resolver o sistema de equações lineares dado pela 2.44. Para isso, é necessário apenas montar a matriz de rigidez global ($\underline{\underline{K}}_G$) e o vetor de forças globais (\underline{F}_G). Essa análise pode ser resolvida de forma direta, não necessitando nenhum tipo de iteração, pois é linear.

$$\underline{\underline{K}}_G \underline{u}_G = \underline{F}_G \quad (2.44)$$

Onde, $\underline{\underline{K}}_G$ é a matriz de rigidez global do sistema; \underline{u}_G é o vetor de deslocamento nodal global; e \underline{F}_G é o vetor de carregamento global.

Como mencionado, é necessário montar a matriz de rigidez e o vetor de forças globais, para isso, deve ser apresentada a equação diferencial do fenômeno de elasticidade linear, chamada de Equação de Equilíbrio. Segundo Hughes, 2000, a equação 2.45 apresenta a forma diferencial da Equação de Equilíbrio, que é conhecida como forma forte ou forma diferencial.

$$\begin{cases} \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{F} = \underline{0}; & \text{em } \Omega \\ \underline{u}_i = \underline{q}_i & \text{em } \Gamma_{qi} \\ \underline{\underline{\sigma}} \underline{n}_i = \underline{h}_i & \text{em } \Gamma_{hi} \end{cases} \quad (2.45)$$

Onde, $\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}}$ é o gradiente do tensor tensão de Cauchy; $\underline{\underline{F}}$ é o vetor de forças externas atuantes sobre o corpo; Ω é o domínio do corpo em análise; $\underline{u}_i = \underline{q}_i$ são as condições de contorno aplicadas; Γ_{qi} é o domínio de aplicação de condições de contorno; $\underline{\underline{\sigma}} \underline{n}_i = \underline{h}_i$ são carregamentos de superfície aplicados; e Γ_{hi} é o domínio de aplicação dos carregamentos de superfície.

A partir da equação 2.45, através de métodos, com o Método dos Resíduos Ponderados ou Método da Mínima Energia Potencial, por exemplo, pode ser obtida a equação integro-diferencial da elasticidade 2.46, conhecida como forma fraca da equação de equilíbrio.

$$\int_{\Omega} \underline{\underline{\hat{\varepsilon}}}^T (\underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}}) d\Omega = \int_{\Omega} \underline{\underline{F}} \underline{\underline{\hat{u}}} d\Omega \quad (2.46)$$

Onde, $\underline{\underline{\hat{\varepsilon}}}$ é o vetor de deformação virtual, associado ao deslocamento virtual ($\underline{\underline{\hat{u}}}$); $\underline{\underline{D}}$ é a matriz constitutiva de elasticidade linear; e $\underline{\underline{\varepsilon}}$ é o vetor de deformação nodal.

Assumindo a deformação vetorizada definida por Voigt, segundo Bathe, 1996, têm-se.

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{u}} \quad (2.47)$$

Onde, $\underline{\underline{\varepsilon}}$ é o vetor de deformações em cada direção e combinadas ($\varepsilon_{xx}, \gamma_{xy}, \dots$); $\frac{\partial}{\partial x}$ é a derivada parcial em relação à direção X, e análogo nas outras dimensões; u, v, w é o deslocamento nas direções X, Y e Z, respectivamente; e $\underline{\underline{B}}$ representa um operador diferencial, chamado matriz de derivação.

Assim, a equação de equilíbrio pode ser reescrita na equação 2.48.

$$\int_{\Omega} \underline{\underline{\hat{u}}}^T \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} \underline{\underline{u}} d\Omega = \int_{\Omega} \underline{\underline{\hat{u}}}^T \underline{\underline{F}} d\Omega \quad (2.48)$$

Agora, pode ser aplicada, na equação 2.48, uma aproximação de base truncada do MEF, com a seguinte forma.

$$\underline{u}^{he} = \sum_{i=1}^n u_i^e N_i^e = \underline{\underline{N}}^e \underline{u}^e \quad \hat{\underline{u}}^{he} = \sum_{j=1}^n \hat{u}_j^e N_j^e = \underline{\underline{N}}^e \hat{\underline{u}}^e \quad (2.49)$$

Onde, \underline{u}^{he} e $\hat{\underline{u}}^{he}$ são as bases truncadas do vetor de deslocamento nodal e do vetor de deslocamento virtual, respectivamente; u_i^e e \hat{u}_j^e são as coordenadas nodais do deslocamento e do deslocamento virtual, respectivamente, para cada nó do elemento; N_i^e é o polinômio de interpolação de cada nó; $\underline{\underline{N}}^e$ é a matriz de polinômios de interpolação do elemento; \underline{u}^e e $\hat{\underline{u}}^e$ são os vetores de coordenadas nodais do deslocamento nodal e do deslocamento virtual de cada elemento, respectivamente; e n é o número de nós do elemento isoparamétrico utilizado.

$$\underline{u}^e = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \\ w_n \end{Bmatrix} \quad \underline{\underline{N}}^e = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Por simplicidade, pode ser definida a matriz de derivação do elemento pela seguinte equação.

$$\underline{\underline{B}}^e = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{N}}^e = \begin{bmatrix} \partial N_k / \partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial N_k / \partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial N_k / \partial z \\ \partial N_k / \partial y & \partial N_k / \partial x & 0 \\ \partial N_k / \partial z & 0 & \partial N_k / \partial x \\ 0 & \partial N_k / \partial z & \partial N_k / \partial y \end{bmatrix} \dots k = 1:n \quad (2.51)$$

Onde, $\underline{\underline{B}}^e$ é matriz de derivação elementar; N_k é cada polinômio de interpolação de $k = 1$ até o número de nós do elemento (n).

Com isso, a equação 2.47 pode ser rescrita em função da equação 2.51.

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{B}} \underline{u} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{N}}^e \underline{u}^e = \underline{\underline{B}}^e \underline{u}^e \quad (2.52)$$

Substituindo a equação 2.52 na equação do equilíbrio 2.48, têm-se.

$$\hat{\underline{u}}^T \left(\sum_{e=1}^{N_{elem}} \int_{\Omega^e} \underline{\underline{B}}^{eT} \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}}^e d\Omega^e \underline{u}^e - \sum_{e=1}^{N_{elem}} \int_{\Omega^e} \underline{\underline{N}}^{eT} \underline{F} d\Omega^e \right) = 0 \quad (2.53)$$

Onde, N_{elem} é o número total de elementos; e Ω^e é o domínio de cada elemento no sistema cartesiano global.

O deslocamento virtual pode ser retirado da equação 2.53, pois está em evidência em todo o lado esquerdo da equação. Com isso, pode ser definida a matriz de rigidez e o vetor de força de cada elemento.

$$\underline{\underline{K}}^e = \int_{\Omega^e} \underline{\underline{B}}^{eT} \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}}^e d\Omega^e \quad (2.54)$$

$$\underline{F}^e = \int_{\Omega^e} \underline{\underline{N}}^{eT} \underline{F} d\Omega^e \quad (2.55)$$

Onde, $\underline{\underline{K}}^e$ é a matriz de rigidez de cada elemento; e \underline{F}^e é o vetor de força.

Agora, é necessário efetuar a integração da equação 2.55 e da equação 2.54. Porém, essa integração e as derivadas definidas pela equação 2.51 estão definidas no domínio do sistema cartesiano global (X, Y, Z), enquanto os polinômios de interpolação estão definidos no sistema cartesiano isoparamétrico (s, t, r) no intervalo regular [-1, 1]. Para isso, é necessário aplicar a técnica chamada de mapeamento entre os diferentes domínios, que consiste em calcular as derivadas parciais dos polinômios de interpolação no domínio global em função do domínio isoparamétrico. Com isso, é possível realizar a integração no domínio isoparamétrico, que é mais simples e permite a utilização da Quadratura de Gauss.

Os polinômios são definidos no sistema cartesiano isoparamétrico, mas dependem do sistema cartesiano global, portanto, para serem derivados com relação a (s, t, r), é necessário aplicar a regra da cadeia, resultando na equação 2.57.

$$\underline{u}^{he} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \underline{\underline{N}}^e \underline{u}^e = \begin{Bmatrix} \sum_{k=1}^n x_k N_k \\ \sum_{k=1}^n y_k N_k \\ \sum_{k=1}^n z_k N_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 N_1 + \dots + x_n N_n \\ y_1 N_1 + \dots + y_n N_n \\ z_1 N_1 + \dots + z_n N_n \end{Bmatrix} \quad (2.56)$$

Onde, x_k , y_k e z_k são as coordenadas de cada nó que formam cada elemento.

$$\begin{Bmatrix} \partial N_k / \partial s \\ \partial N_k / \partial t \\ \partial N_k / \partial r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial u / \partial s & \partial v / \partial s & \partial w / \partial s \\ \partial u / \partial t & \partial v / \partial t & \partial w / \partial t \\ \partial u / \partial r & \partial v / \partial r & \partial w / \partial r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial N_k / \partial x \\ \partial N_k / \partial y \\ \partial N_k / \partial z \end{Bmatrix} = \underline{\underline{J}} = \begin{Bmatrix} \partial N_k / \partial x \\ \partial N_k / \partial y \\ \partial N_k / \partial z \end{Bmatrix} \quad (2.57)$$

Onde, $\underline{\underline{J}}$ é a matriz Jacobiana do mapeamento entre os domínios.

Aplicando a solução por base truncada da equação 2.56 na matriz jacobiana da equação 2.57, fica.

$$\underline{\underline{J}} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n x_k \partial N_k / \partial s & \sum_{k=1}^n y_k \partial N_k / \partial s & \sum_{k=1}^n z_k \partial N_k / \partial s \\ \sum_{k=1}^n x_k \partial N_k / \partial t & \sum_{k=1}^n y_k \partial N_k / \partial t & \sum_{k=1}^n z_k \partial N_k / \partial t \\ \sum_{k=1}^n x_k \partial N_k / \partial r & \sum_{k=1}^n y_k \partial N_k / \partial r & \sum_{k=1}^n z_k \partial N_k / \partial r \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$\underline{\underline{J}} = \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial s & & \partial N_n / \partial s \\ \partial N_1 / \partial t & \dots & \partial N_n / \partial t \\ \partial N_1 / \partial r & & \partial N_n / \partial r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n \end{bmatrix}$$

Assim, a equação 2.57 pode ser manipulada para isolar o vetor de derivadas parciais em relação às variáveis do sistema cartesiano global, que são necessárias na montagem da matriz $\underline{\underline{B}}^e$ dada pela equação 2.51.

$$\begin{Bmatrix} \partial N_k / \partial x \\ \partial N_k / \partial y \\ \partial N_k / \partial z \end{Bmatrix} = \underline{\underline{J}}^{-1} \begin{Bmatrix} \partial N_k / \partial s \\ \partial N_k / \partial t \\ \partial N_k / \partial r \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

Onde, $\underline{\underline{J}}^{-1}$ é a inversa da matriz Jacobiana.

Assim, a equação 2.54 e a 2.55 podem ser reescritas, considerando o mapeamento pela matriz Jacobiana e seu determinante, como é detalhado por Hughes, 2000.

$$\underline{\underline{K}}^e = \int_{-1}^1 \underline{\underline{B}}^{eT} \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}}^e |\underline{\underline{J}}| d\xi^e = \quad (2.60)$$

$$\underline{\underline{F}}^e = \int_{-1}^1 \underline{\underline{N}}^{eT} \underline{\underline{F}} |\underline{\underline{J}}| d\xi^e \quad (2.61)$$

Onde, ξ^e é o domínio do elemento no sistema cartesiano isoparamétrico; $|\underline{\underline{J}}|$ é o determinante da matriz Jacobiana.

A integração da matriz de rigidez e do vetor de força de cada elemento pode agora ser realizada através de integração numérica (Quadratura de Gauss).

$$\underline{\underline{K}}^e = \sum_{p_x=1}^{n_{Gx}} \sum_{p_y=1}^{n_{Gy}} \sum_{p_z=1}^{n_{Gz}} \underline{\underline{B}}^{eT} \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}}^e |\underline{\underline{J}}| w_x w_y w_z \quad (2.62)$$

$$\underline{\underline{F}}^e = \sum_{p_x=1}^{n_{Gx}} \sum_{p_y=1}^{n_{Gy}} \sum_{p_z=1}^{n_{Gz}} \underline{\underline{N}}^{eT} \underline{\underline{F}} |\underline{\underline{J}}| w_x w_y w_z \quad (2.63)$$

Onde, p_x , p_y e p_z é cada ponto de Gauss em cada direção; n_{Gx} , n_{Gy} e n_{Gz} é o número de pontos de Gauss utilizado na integração numérica para cada direção; w_x , w_y e w_z é o peso associado a cada ponto de Gauss em cada direção.

Com as matrizes e vetores de cada elemento definidas, é necessário realizar a montagem da matriz e do vetor globais. Essa montagem deve obedecer à malha do componente em análise, respeitando os nós comuns entre diferentes elementos.

2.7.3 Análise Estática Não-Linear

Existem diferentes tipos de não linearidades, tais como: material; geométrica de contato; grandes deformações; entre outras. De forma simples e apenas para exemplificar, será abordada uma não linearidade genérica, para a qual o sistema de equações precisa ser resolvido iterativamente pelo Método de Newton Raphson. As referências principais para esse tópico são Bathe, 1996, Hughes, 2000, e ANSYS, 2015.

O sistema de equações globais é resolvido pelo Método de Newton Raphson, como segue. Na existência de uma não linearidade, troca-se a nomenclatura da matriz de rigidez para matriz de rigidez tangente.

$$\underline{K}_i^{Tan} \underline{\Delta u}_i = \underline{F}_G - \underline{F}_i^{NR} \quad (2.64)$$

Onde, \underline{K}_i^{Tan} é a matriz de rigidez tangente do sistema; $\underline{\Delta u}_i$ é o vetor de incremento do deslocamento nodal global; \underline{F}_i^{NR} é o vetor de forças internas residuais, em outras palavras, é o erro existente na atual iteração; e i é um índice que representa a iteração.

As iterações seguem a relação linear entre o deslocamento da iteração anterior somado ao incremento da atual, mostrado na equação 2.65, e assim sucessivamente. A Figura 2.16 mostra uma representação gráfica para as iterações realizadas.

$$\underline{u}_{i+1} = \underline{u}_i + \underline{\Delta u}_i \quad (2.65)$$

Onde, \underline{u}_{i+1} é o valor inicial do deslocamento na próxima iteração; e \underline{u}_i é o valor do deslocamento na atual iteração.

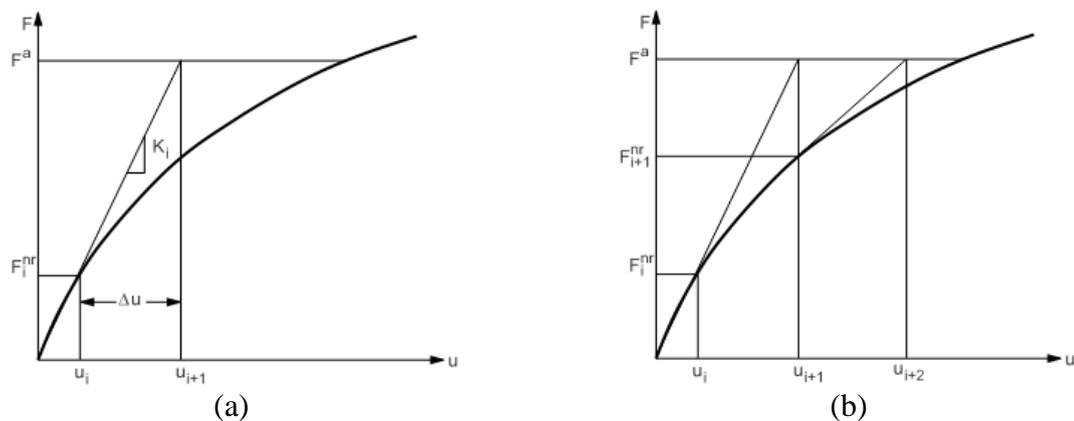


Figura 2.16 Representação das iterações, onde: (a) é a primeira iteração; e (b) é a segunda iteração. Adaptado de ANSYS, 2015.

Resumidamente, o método consiste em multiplicar a matriz de rigidez tangente (\underline{K}_i^{Tan}) por um determinado vetor de deslocamento inicial (\underline{u}_i – geralmente $\underline{0}$). Com isso, é encontrada uma força residual (\underline{F}_i^{NR}), que deve ser diminuída da força aplicada (\underline{F}_G) e então o sistema de equações é resolvido para encontrar o incremento de deslocamento ($\Delta \underline{u}_i$), de acordo com a equação 2.64. Calculado o incremento de deslocamento, a equação 2.65 é resolvida, e a próxima iteração é iniciada até que seja alcançada a convergência.

No desenvolvimento desse trabalho, serão consideradas não linearidades de grandes deformações e de contatos. Nesses casos, a solução é similar à solução apresentada anteriormente, mas cada uma possui suas peculiaridades. Na solução de contatos, as iterações representam tentativas de afastamento ou interferência entre as superfícies, que são ponderadas por uma rigidez de contato, até que o erro seja suficientemente pequeno.

2.7.4 Análise Modal

A análise modal numérica, assim como a análise modal experimental, consiste em encontrar as frequências naturais e os modos de vibração de uma estrutura. A diferença é que a numérica é calculada em função da geometria e das propriedades dos componentes. Esse procedimento matemático é equivalente ao apresentado na seção 2.5 sobre vibrações livres para sistemas de 1 grau de liberdade, porém aqui o sistema possui n graus de liberdade, pois é formado pela discretização da estrutura através do Método dos Elementos Finitos.

A equação 2.26 apresenta a equação do movimento na forma matricial, para um sistema de n graus de liberdade e vibrações livres. A matriz de amortecimento (\underline{C}) foi definida na seção 2.6, enquanto a matriz de rigidez (\underline{K}) foi definida anteriormente na seção 2.7.2, como \underline{K}_G . Com isso, ainda falta definir a matriz de massa (\underline{M}) e então abordar o problema de autovalores e autovetores, que constituem a análise modal. De acordo com Alves Filho, 2008, e Hughes, 2000, a força de inércia de um corpo pode ser considerada uma forma de volume, logo pode ser adicionado um termo na equação 2.45, onde será considerada apenas a equação diferencial, como segue.

$$\nabla \cdot \underline{\sigma} + \underline{F} = \rho \ddot{\underline{u}} \quad (2.66)$$

Onde, ρ é a densidade do material da estrutura.

Assim como foi realizado anteriormente, a equação 2.66 está na forma forte e precisa ser transformada para a forma fraca. Por simplicidade, será reescrita apenas a parcela relativa à massa, pois as demais já foram detalhadas e não mudam. A equação integro-diferencial para massa, a partir da equação 2.66 fica.

$$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{\ddot{u}}} = \int_{\Omega} \underline{\underline{\hat{u}}}^T \rho \underline{\underline{\ddot{u}}} d\Omega \underline{\underline{F}}^e \quad (2.67)$$

Aplicando a mesma aproximação por base truncada apresentada na equação 2.49.

$$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{\ddot{u}}} = \int_{\Omega^e} \rho \underline{\underline{N}}^e T \underline{\underline{N}}^e d\Omega^e \quad (2.68)$$

Aplicando a técnica de mapeamento e a Quadratura de Gauss, a matriz de massa pode ser definida pela equação 2.69.

$$\underline{\underline{M}} = \int_{-1}^1 \rho \underline{\underline{N}}^e T \underline{\underline{N}}^e |\underline{\underline{J}}| d\xi^e = \sum_{p_x=1}^{n_{Gx}} \sum_{p_y=1}^{n_{Gy}} \sum_{p_z=1}^{n_{Gz}} \rho \underline{\underline{N}}^e T \underline{\underline{N}}^e |\underline{\underline{J}}| w_x w_y w_z \quad (2.69)$$

Na análise modal, segundo Alves Filho, 2008, a matriz de amortecimento pode ser desconsiderada, restando apenas as matrizes de massa e rigidez, como segue.

$$\underline{\underline{K}} \underline{\underline{u}} + \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\ddot{u}}} = \underline{\underline{0}} \quad (2.70)$$

Adotando o seguinte tipo de solução, para esse sistema de equações diferenciais de segunda ordem homogêneas a coeficientes constantes, fica.

$$\underline{\underline{u}}(t) = e^{\lambda t} \underline{\underline{\Phi}} \quad (2.71)$$

Onde, $\underline{\underline{u}}(t)$ é a resposta vibratória da estrutura na forma vetorial, pois são considerados n gdl; $\underline{\underline{\Phi}}$ é o autovetor associado com o autovalor λ^2 ; e λ representa a frequência natural do sistema.

Derivando duas vezes essa resposta, têm-se.

$$\underline{\underline{\dot{u}}}(t) = \lambda e^{\lambda t} \underline{\underline{\Phi}} \quad \therefore \quad \underline{\underline{\ddot{u}}}(t) = \lambda^2 e^{\lambda t} \underline{\underline{\Phi}} \quad (2.72)$$

Substituindo a equação 2.72 na equação 2.70, fica.

$$e^{\lambda t} (\underline{\underline{K}} \underline{\underline{\Phi}} + \lambda^2 \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\Phi}}) = \underline{\underline{0}} \quad (2.73)$$

Como a exponencial $e^{\lambda t}$ nunca poderá ser zero, para que haja solução diferente da trivial, o termo entre parêntese deverá ser igual a zero.

$$(\underline{\underline{K}} + \lambda^2 \underline{\underline{M}}) \underline{\underline{\Phi}} = \underline{\underline{0}} \quad (2.74)$$

A equação 2.74 só possui solução diferente da trivial se o determinante da matriz de coeficientes for zero, definindo o chamado problema de autovalores e autovetores.

$$|\underline{\underline{K}} + \lambda^2 \underline{\underline{M}}| = 0 \quad (2.75)$$

A equação 2.75 representa o polinômio característico da análise modal, sendo equivalente à equação 2.13 do sistema massa-mola-amortecedor de 1 gdl. Podem, ainda, serem realizadas as manipulações: substituir $\lambda^2 = -\tau$, sendo que τ é chamado de autovalor; multiplicar toda a equação por $\underline{\underline{M}}^{-1}$. Isso resulta na seguinte equação.

$$|\underline{\underline{M}}^{-1} \underline{\underline{K}} - \tau \underline{\underline{M}}^{-1} \underline{\underline{M}}| = 0 \quad (2.76)$$

As seguintes relações podem ser aplicadas.

$$\underline{\underline{M}}^{-1} \underline{\underline{K}} = \underline{\underline{D}}^* \quad (2.77)$$

Onde, $\underline{\underline{D}}^*$ é a matriz dinâmica do sistema.

$$|\underline{\underline{D}}^* - \tau \underline{\underline{I}}| = 0 \quad (2.78)$$

Onde, $\underline{\underline{I}}$ é a matriz identidade de mesma ordem que $\underline{\underline{M}}$ e $\underline{\underline{K}}$.

Assim, a equação 2.78 precisa ser solucionada, resultando em n frequências naturais e n modos de vibração para o sistema. n é no máximo igual à ordem das matrizes, ou seja, igual ao número de graus de liberdade do sistema.

A análise modal consiste na busca dos autovalores e os respectivos autovetores de um sistema modelado matematicamente, seja por parâmetros concentrados ou por elementos finitos. Partindo da Equação do Movimento, o sistema é representado por um sistema de

equações lineares. Se não for adicionado o termo representativo do amortecimento nas equações, os autovalores encontrados terão apenas parte imaginária, que representa a frequência de vibração do respectivo modo, como no equacionamento apresentado.

No entanto, se for adicionado o termo de amortecimento ou se houver algum modo instável, em análises modais perturbadas, esse sistema de equações fornecerá autovalores complexos, com partes real e imaginária, onde a parte real representa o amortecimento do sistema. O equacionamento de sistemas amortecidos será apresentado juntamente com o tópico de análise modal perturbada.

2.7.5 Análise de Autovalores Complexos – Análise Modal Perturbada

A predição do ruído de freio do tipo squeal pode ser realizada com o Método dos Elementos Finitos, através de técnica de análise de autovalores complexos, como já foi mencionado anteriormente. Nesse trabalho, será utilizado o programa ANSYS, sendo, nesse ponto, apresentada a teoria matemática aplicada nas análises de CEA.

A CEA é uma análise modal perturbada onde a matriz de rigidez do sistema é corrigida pelos resultados de análises estruturais anteriores. Esse procedimento matemático gera assimetria na matriz de rigidez, o que provoca perturbações na parte real do autovalor complexo, sendo esse procedimento denominado análise de predição de squeal, caracterizando a instabilidade dinâmica induzida pelo atrito.

No ANSYS, estão disponíveis três metodologias para predição de squeal através de CEA. Essas metodologias são diferenciadas de acordo com a Figura 2.17 abaixo, onde pode ser percebido o aumento da complexidade e o aumento do tempo de processamento da análise.

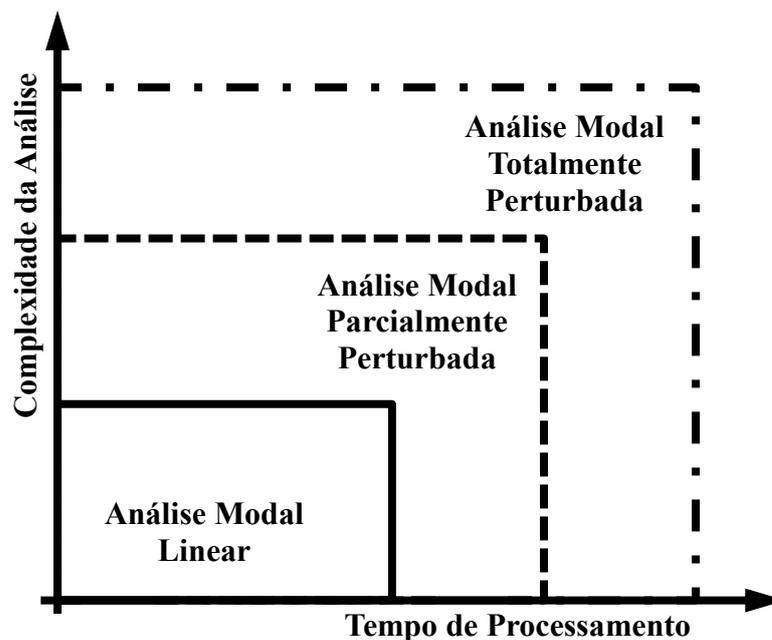


Figura 2.17 Esquema das formas da metodologia de previsão de squeal no ANSYS.

Na Análise Modal Linear, é realizada uma análise dos autovalores complexos baseada no status inicial dos contatos, ou seja, não é realizada uma análise estrutural para avaliação das deformações e contatos. Esse procedimento é indicado para sistemas onde as deformações durante a aplicação não sejam significativas.

A Análise Modal Parcialmente Perturbada é dividida em duas etapas, sendo a primeira uma análise estrutural estática para avaliação das deformações e dos contatos. A segunda etapa desse procedimento é a CEA, na qual é aplicada uma condição de rotação no equacionamento referente ao rotor (tambor/ disco de freio), gerando a força de atrito entre as superfícies. Essa etapa é linear, pois a força de atrito é calculada com base nos resultados da análise estrutural, e não afeta o cálculo das pressões de contato.

A Análise de Autovalores Complexos Totalmente Perturbada é dividida em 3 etapas, sendo que a primeira é composta pela análise estrutural estática de avaliação das deformações e contatos. A segunda é definida como uma extensão da análise estrutural estática, na qual é aplicada a condição de rotação ao tambor. Essa etapa é não linear, pois a força de atrito é calculada e altera a pressão de contato em função dessa rotação. A terceira etapa é composta pela análise de autovalores complexos.

Todas essas análises são baseadas na técnica de análise modal complexa, onde a parte real do autovalor complexo está condicionada à adição de amortecimento ou existência de

modos instáveis. Esse tipo de análise utiliza resultados estruturais de avaliação do contato entre o rotor e o material de atrito para gerar uma perturbação na matriz de rigidez global do sistema, o que a torna assimétrica. Essa matriz de rigidez assimétrica é gerada pelo acoplamento de fricção entre o par em contato, podendo implicar em auto frequências complexas.

De acordo com o tratamento clássico encontrado na literatura (por exemplo, em Bajer et al., 2004, Esgandari et al., 2013, Silva et al., 2013), se a parte real desse autovalor complexo for positiva, então o sistema será instável nesse respectivo modo, e as vibrações serão exponencialmente crescentes com o tempo. Em resumo, pode ser dito que o squeal é iniciado pela instabilidade dinâmica induzida pelas forças de atrito, que conduzem a vibrações auto excitadas.

A partir dessas definições é pertinente apresentar o equacionamento matemático desse fenômeno físico. O modelo de cálculo apresentado será direcionado para as análises de predição de squeal através de análise modal totalmente perturbada. Para as etapas de análise estrutural, considerando elasticidade linear, o Método dos Elementos Finitos já foi apresentado na seção 2.7.2.

Para a análise modal perturbada, a matriz de rigidez global ($\underline{\underline{K}}$) precisa ser corrigida pelos resultados estruturais das análises estáticas anteriores, recebendo a nomenclatura de matriz de rigidez tangente global ($\underline{\underline{K}}_i^T$). Essa correção pode ser vista na expansão da matriz de rigidez tangente global, na equação 2.79 abaixo. [ANSYS, 2015]

$$\underline{\underline{K}}_i^T = \underline{\underline{K}}_i^M + \underline{\underline{S}}_i^N + \underline{\underline{K}}_i^{LD} + \underline{\underline{K}}_i^C + \underline{\underline{K}}_i^{SP} \quad (2.79)$$

Onde, $\underline{\underline{K}}_i^M$ é a matriz de rigidez a partir da geometria e das propriedades dos materiais, apresentada como $\underline{\underline{K}}_G$ na seção 2.7.2; $\underline{\underline{S}}_i^N$ é a matriz de rigidez das tensões; $\underline{\underline{K}}_i^{LD}$ é a matriz de rigidez dos carregamentos externos, como vento e pressão externa; $\underline{\underline{K}}_i^C$ é a matriz de rigidez devido aos contatos, também chamada de matriz de rigidez tangente consistente; $\underline{\underline{K}}_i^{SP}$ é a matriz de rigidez devido ao efeito de suavização pela rotação.

Nos modelos de CEA, apenas as matrizes $\underline{\underline{K}}_i^M$ e $\underline{\underline{S}}_i^N$ são relevantes para corrigir a matriz tangente global. Como a avaliação dos contatos já é incorporada pela matriz de rigidez de tensões, a matriz de rigidez tangente consistente pode ser desconsiderada. Com isso, têm-se o equacionamento referente às duas primeiras etapas da análise modal perturbada. A

terceira etapa, análise de autovalores complexos, da análise modal perturbada é definida de acordo com a equação do movimento amortecida como segue.

$$\underline{\underline{K}}_i^T \underline{\underline{\phi}}_j + \lambda_j \underline{\underline{C}} \underline{\underline{\phi}}_j = -\lambda_j^2 \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\phi}}_j \quad (2.80)$$

Onde, $\underline{\underline{\phi}}_j$ é o autovetor j ; λ_j^2 é o autovalor complexo, sendo que λ_j representa a frequência de vibração do sistema; e j significa cada um dos n modos de vibração do sistema. Na equação 2.80, foi utilizado o indexador j , para representar os diferentes modos de vibração, diferentemente do que havia sido apresentado na seção 2.7.4, onde esse indexador não foi apresentado para simplificar a manipulação das equações.

A solução da equação do movimento para análise modal, dada pela equação 2.80, é um problema de autovalor complexo. Para resolver essa equação do movimento amortecida, é necessário realizar a seguinte manipulação das equações, de forma a compensar a adição da matriz de amortecimento.

$$\underline{\underline{\tilde{K}}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{K}}_i^T & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{I}} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\tilde{M}}} = \begin{bmatrix} -\underline{\underline{C}} & -\underline{\underline{M}} \\ \underline{\underline{I}} & \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{\tilde{\phi}}}_j = \begin{Bmatrix} \underline{\underline{\phi}}_j \\ \underline{\underline{0}} \end{Bmatrix} \quad (2.81)$$

$$\underline{\underline{\tilde{K}}} \underline{\underline{\tilde{\phi}}}_j = \tau_j \underline{\underline{\tilde{M}}} \underline{\underline{\tilde{\phi}}}_j$$

Onde, $\underline{\underline{I}}$ é a matriz identidade de mesma ordem que $\underline{\underline{K}}_i^T$, $\underline{\underline{M}}$ e $\underline{\underline{C}}$; $\underline{\underline{0}}$ é um vetor de zeros de mesma ordem que o vetor $\underline{\underline{\phi}}_j$; $\underline{\underline{\tilde{K}}}$ e $\underline{\underline{\tilde{M}}}$ são as matrizes da equação do movimento modificada para o problema de autovalor complexo.

A equação 2.82 define o novo problema de autovalor complexo, cujas matrizes são assimétricas.

$$\underline{\underline{\tilde{K}}} \underline{\underline{\tilde{\phi}}}_j = \tau_j \underline{\underline{\tilde{M}}} \underline{\underline{\tilde{\phi}}}_j \quad (2.82)$$

A solução dessa equação resulta nos autovalores complexos com os respectivos autovetores, dados pela seguinte equação.

$$\begin{aligned} \tau_j &= \sigma_j + \tilde{j} w_j \\ \underline{\underline{u}}_j &= \underline{\underline{\phi}}_j e^{\tau_j t} \end{aligned} \quad (2.83)$$

Onde, τ_j é o autovalor complexo; σ_j é a parte real do autovalor complexo, que representa o amortecimento do sistema; w_j é a parte imaginária, que representa a frequência de vibração; \tilde{j} é o indicador de número complexo, $\tilde{j} = \sqrt{-1}$; \underline{u}_j é o deslocamento nodal do sistema, associado ao autovetor $\underline{\phi}_j$ e ao autovalor τ_j ; t é o tempo.

As equações aqui apresentadas são um resumo do método matemático utilizado para as análises de previsão de squeal pela análise de autovalores complexos. O objetivo é permitir um entendimento do fenômeno físico avaliado, através do equacionamento representativo, não sendo detalhada toda a matemática do método, mas apenas aquelas equações mais importantes.

3 METODOLOGIA

Nesse capítulo, é apresentada a metodologia de predição de *squeal* proposta nesse estudo, ilustrada pela Figura 3.1. A análise de autovalores complexos (fase 3) é calibrada (fase 1) através da comparação entre análise modal numérica e análise modal experimental de cada componente do sistema de freio modelado, para ajustar as propriedades dos materiais. Para completar a configuração da CEA, é, ainda, necessário determinar os coeficientes de amortecimento (fase 2), os quais são calculados a partir de resultados experimentais do sistema de freio completo e montado.

As fases (1), (2) e (3) definem a metodologia de predição de *squeal* para freios a tambor. As etapas (4), (5) e (6) são complementares, onde: (4) é uma análise de sensibilidade com relação aos diferentes parâmetros do modelo numérico, permitindo avaliar a influência desses parâmetros. Na etapa (5), ocorre a realização de ensaios veiculares, que têm o objetivo de validar (6) a metodologia proposta, através da comparação das frequências ruidosas medidas em dois veículos, com os modos instáveis calculados pela metodologia proposta.

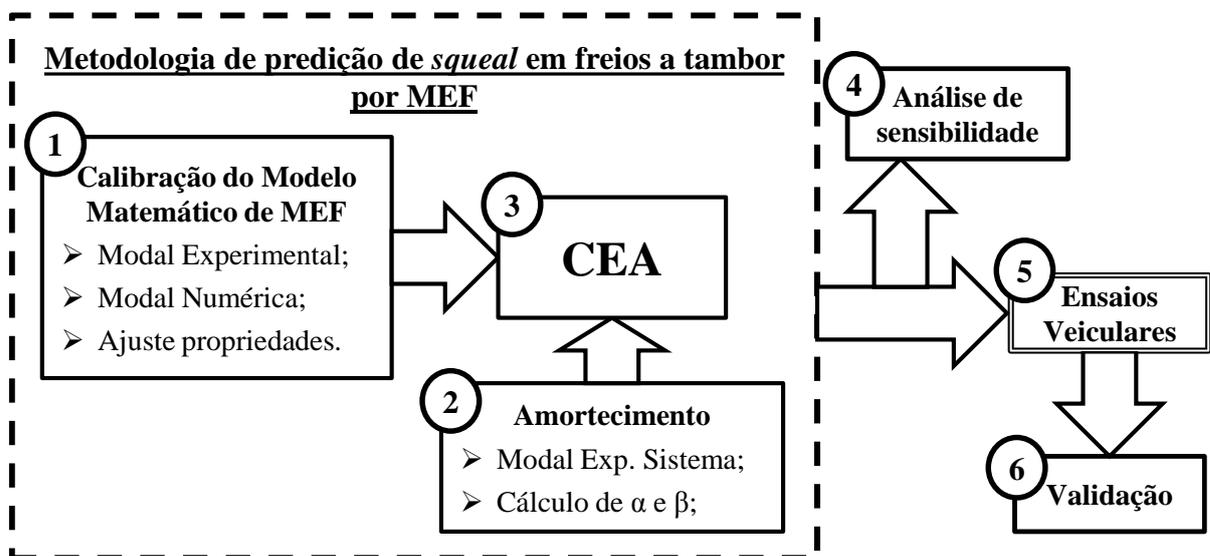


Figura 3.1 Fluxograma da análise de instabilidade dinâmica por CEA.

Foram realizadas outras duas etapas, que não estão listadas nesse capítulo, pois são importantes para a confiabilidade do método numérico, mas não são essenciais para o entendimento do trabalho. Essas etapas são apresentadas nos apêndices, onde no APÊNDICE A é apresentada uma análise de influência das simplificações geométricas; e no APÊNDICE

B é apresentada a análise de convergência de malha para cada componente do sistema de freio.

A Figura 3.2 apresenta um desenho da geometria do sistema de freio a tambor de veículo comercial analisado, identificando algumas dimensões principais desse sistema de freio e os diferentes componentes modelados pelo MEF: tambor, cubo de roda, sapatas e lonas. Para os modelos numéricos de instabilidade dinâmica aqui apresentados, são utilizados apenas esses componentes, pois são os componentes principais do freio, representando o fenômeno de interesse, o qual é originado no par de atrito

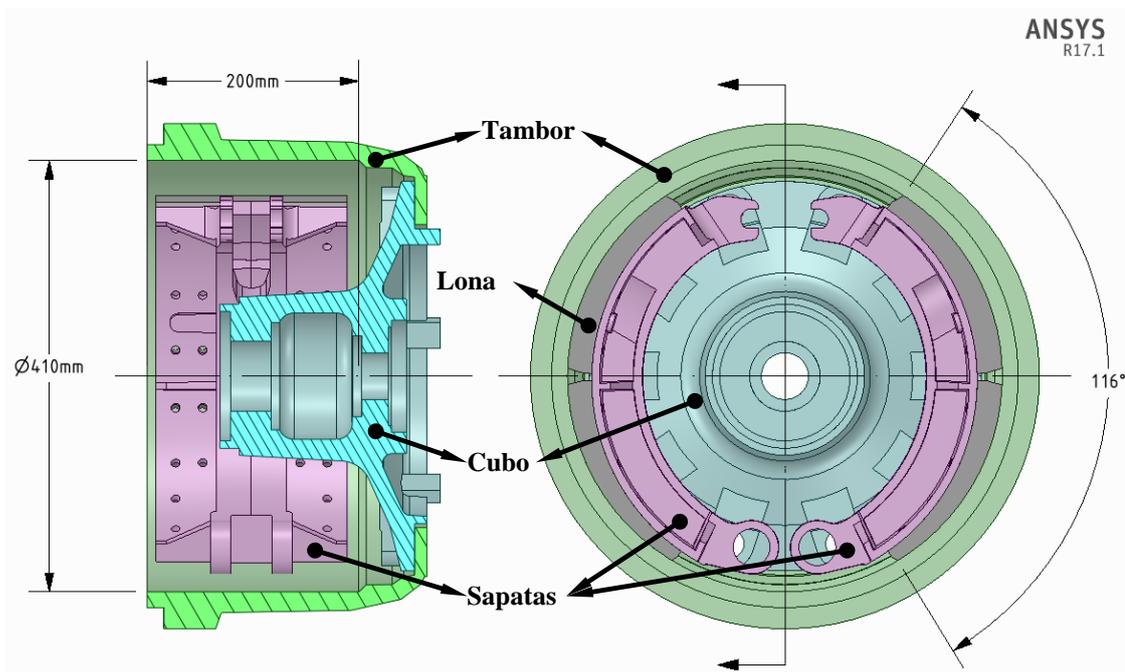


Figura 3.2 Desenho com as dimensões principais do sistema de freio analisado.

3.1 Calibração do modelo matemático

A calibração do modelo matemático é realizada através da comparação entre resultados de análises modais experimentais com resultados de análises modais numéricas (frequência de vibração e forma modal), para cada componente de interesse. De acordo com Schwarz e Richardson, 1999, análise modal experimental por teste de impacto é uma maneira rápida e econômica de obter os parâmetros modais de uma estrutura. Com os parâmetros modais é possível ajustar as propriedades mecânicas (Módulo de Young e Coeficiente de Poisson) dos materiais de cada peça. Conforme indicado por Masotti et al., 2009, esse tipo de técnica é recomendável, pois as propriedades mecânicas utilizadas nos modelos numéricos são grandezas com alta incerteza associada.

O procedimento de ajuste das propriedades é baseado na elaboração de modelos de análise modal por elementos finitos, para obter os parâmetros modais numéricos (frequências naturais e formas modais) de cada um dos componentes do sistema de freio. Foi realizada a medição da massa de cada componente, sendo que a densidade foi determinada pela razão entre essa massa medida e o volume das peças modeladas em ANSYS. Inicialmente, foram utilizadas propriedades de materiais (Módulo de Young e Poisson) tabeladas na literatura. A partir dos resultados numéricos, foram realizadas análises modais experimentais de cada um dos componentes modelados por MEF, obtendo os parâmetros modais experimentais.

Com esses resultados, as formas modais foram comparadas e os modos de vibração equivalentes (experimental x numérico) foram determinados. Assim, foi calculada a diferença relativa entre as frequências experimentais e numéricas de cada modo, permitindo corrigir o módulo de elasticidade utilizado no modelo de ANSYS e processar novamente a análise. Esse procedimento iterativo foi repetido, até que a diferença fosse considerada aceitável, para cada componente de interesse. Uma técnica semelhante é utilizada por Kun et al., 2013, para calibrar seu modelo de elementos finitos de um freio a disco.

Os componentes utilizados na análise modal experimental foram: tambor, sapatas, lonas e cubo. Cada componente foi medido na condição livre, exceto o cubo, que foi posicionado no eixo do veículo. Na Figura 3.3 podem ser vistas as malhas modais geradas no programa PULSE (Brüel & Kjaer) e os respectivos componentes de freio submetidos à análise modal experimental.

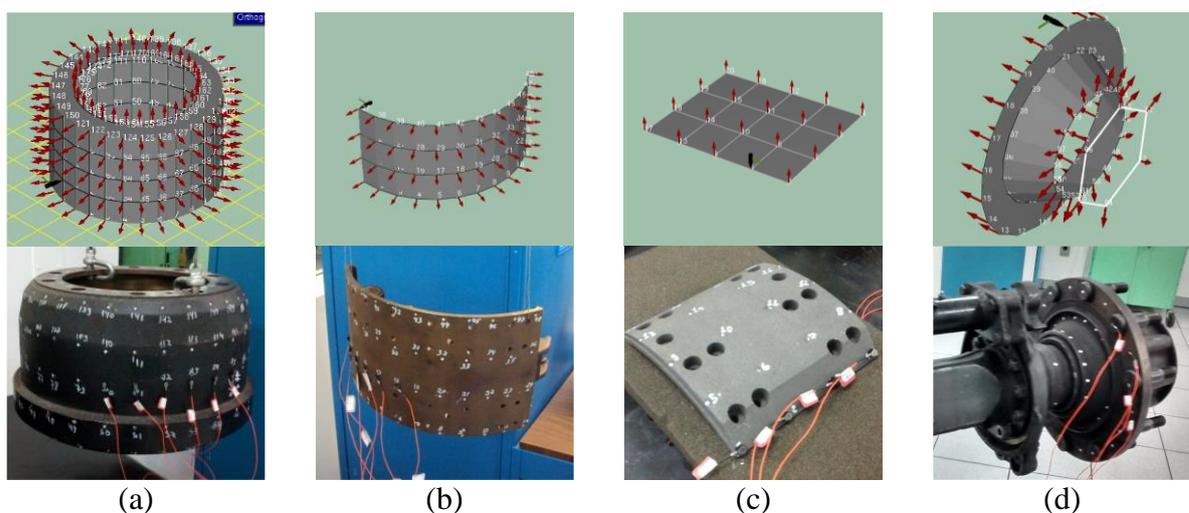


Figura 3.3 Malhas modais e foto do experimento de teste de impacto realizado em cada um dos componentes, onde: (a) tambor; (b) sapata; (c) lona; (d) cubo.

A Tabela 3.1 apresenta os dados da malha experimental apresentada na Figura 3.3 acima. Nessa tabela, é apresentado o número de linhas e o número de pontos por linha utilizados na discretização de cada componente do freio. O cubo tem uma peculiaridade, pois foi medido na condição de montagem no eixo, sendo que possui 3 linhas de 20 pontos cada no seu corpo e 1 linha de 6 pontos no eixo, na região próxima à fixação.

Tabela 3.1 Dados da malha experimental utilizada nessa etapa do estudo.

| | Tambor | Sapatas | Lonas | Cubo |
|-----------------------------------|---------------|----------------|--------------|-------------|
| Número de linhas | 5 | 4 | 4 | 3 1 |
| Número de pontos por linha | 30 | 12 | 5 | 20 6 |
| Total de pontos | 180 | 48 | 20 | 66 |

As análises modais numéricas foram realizadas através de modelos de elementos finitos, sem nenhum tipo de vinculação mecânica, nem carregamentos, pois são vibrações livres de cada componente. Na Figura 3.4, são apresentadas as geometrias modeladas para cada um dos componentes em estudo. Na Tabela 3.2 são apresentados os dados da malha de elementos finitos, onde foram utilizados elementos de ordem quadrática (definido no ANSYS como Solid186). Os materiais utilizados nas análises numéricas juntamente com suas respectivas propriedades são apresentados na Tabela 3.3.

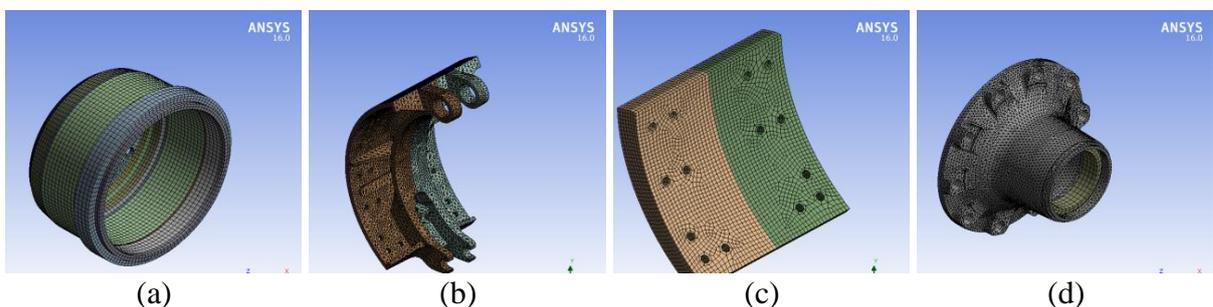


Figura 3.4 Componentes do sistema de freio modelados por MEF, onde: (a) tambor; (b) sapatas; (c) lonas; (d) cubo.

Tabela 3.2 Dados da malha de elementos finitos utilizada nessa etapa do estudo.

| | Tambor | Sapatas | Lonas | Cubo |
|----------------------------|---------------|----------------|--------------|-------------|
| Número de elementos | 19.395 | 58.003 | 15.708 | 117.034 |
| Número de nós | 80.417 | 103.207 | 72.474 | 187.847 |

Tabela 3.3 Propriedades dos materiais utilizadas nas análises numéricas do presente estudo, antes do procedimento de ajuste.

| | Tambor | Sapatas | Lonas | Cubo |
|-------------------------------------|------------------------|-----------------------|---------------------|------------------------|
| Material | Ferro Fundido Cinzento | Ferro Fundido Nodular | Material de Fricção | Ferro Fundido Cinzento |
| Módulo de Young [GPa] | 125 | 170 | 11 | 125 |
| Coefficiente de Poisson [-] | 0,28 | 0,28 | 0,20 | 0,28 |
| Densidade [kg/m³] | 7200 | 7200 | 2000 | 7200 |

As propriedades apresentadas na Tabela 3.3 são parâmetros de entrada dos modelos numéricos, no entanto, de acordo com o procedimento de ajuste, elas são corrigidas para diminuir a diferença entre as frequências experimentais e numéricas, tornando-se parâmetros de saída dessa fase do trabalho, sendo utilizadas como entradas nas análises de CEA.

3.2 Obtenção do Amortecimento de Rayleigh

De acordo com o equacionamento apresentado na seção 2.6, foi utilizado o amortecimento proporcional de Rayleigh no modelo matemático das análises de autovalores complexos. Esse tipo de amortecimento pode ser utilizado de duas maneiras diferentes: (a) material, onde é definido um α e um β como uma propriedade de cada material; (b) global, onde é definido apenas um α e um β para todo o modelo.

Esgandari et al., 2013, utilizaram em seu trabalho o amortecimento de Rayleigh como uma propriedade material determinada experimentalmente para cada componente individualmente. No entanto, no presente trabalho, será utilizado o amortecimento de

Rayleigh global para a montagem do sistema, pois, como será apresentado adiante, o acionamento do freio aumenta o nível de amortecimento do sistema mecânico. O APÊNDICE C apresenta uma análise de influência da pressão de acionamento no amortecimento do sistema.

As medições aqui descritas são realizadas visando obter as respostas dinâmicas do sistema de freio para diferentes pressões de acionamento, de forma a permitir o cálculo dos coeficientes de amortecimento de Rayleigh para cada uma dessas pressões. Os fatores α e β para o modelo de CEA foram obtidos através de análise modal experimental do sistema de freio montado em um suporte semelhante ao eixo do veículo. Duas diferentes condições de acionamento das sapatas foram empregadas no sistema de freio montado. A primeira medição foi realizada com o sistema não acionado (0 bar), enquanto a segunda foi com o sistema acionado com pressão de 2 bar, que representa uma condição usual de aplicação desse tipo de sistema de freio. A Figura 3.5 apresenta a configuração experimental das análises modais do sistema de freio completo.

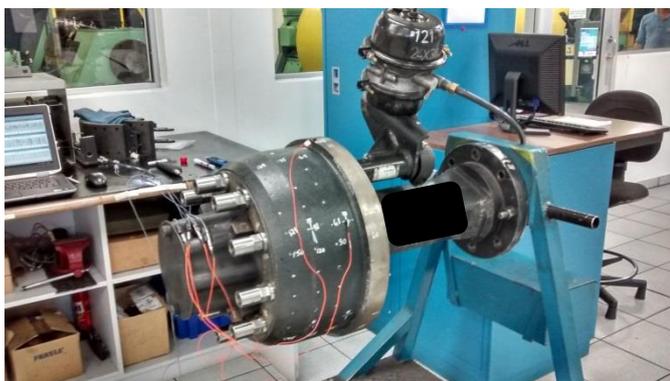


Figura 3.5 Configuração experimental do freio utilizado nas análises modais do sistema montado.

A determinação dos coeficientes de amortecimento (α e β) foi realizada após as análises modais experimentais do sistema, utilizando os parâmetros modais extraídos (frequências naturais e razões de amortecimento). O cálculo dos coeficientes foi realizado segundo a equação 2.38, de acordo com o apresentado na seção 2.6.1. Como foram realizadas duas análises modais experimentais do sistema, com pressões de acionamento diferentes, foram determinados dois pares de coeficientes de amortecimento, um para cada pressão.

3.3 Análise de Autovalores Complexos - CEA

Nessa etapa será descrita a técnica de análise modal totalmente perturbada utilizada nesse estudo. A Figura 3.6 apresenta a montagem dos componentes do sistema de freio. Essas análises utilizam as propriedades dos materiais ajustadas de acordo com o procedimento da seção 3.1 e os coeficientes de Rayleigh descritos na seção 3.2.

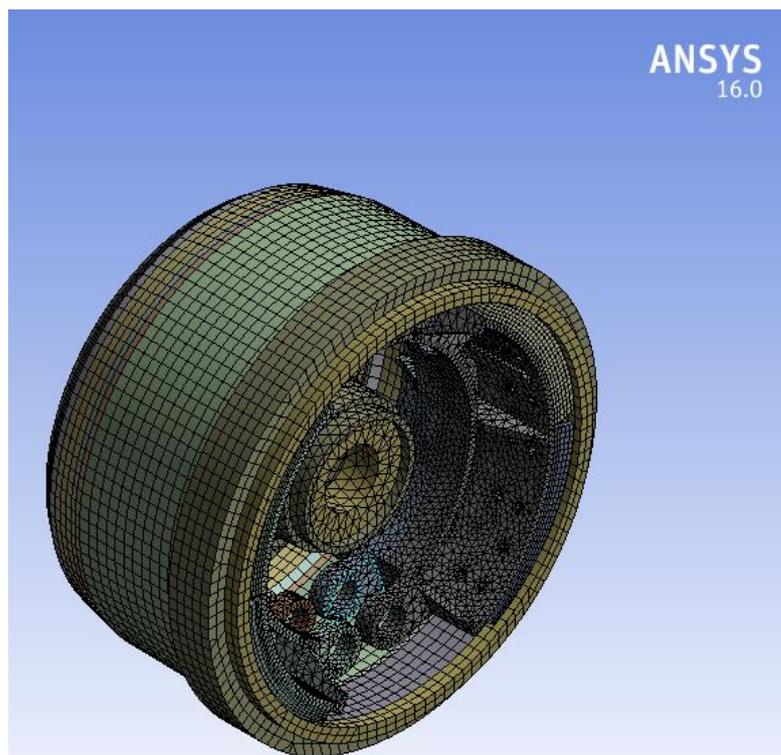


Figura 3.6 Montagem do sistema de freio modelado por MEF.

A malha foi elaborada com base na análise de sensibilidade, apresentada no APÊNDICE B. Foi gerada uma malha de elementos finitos utilizando os elementos de ordem quadrática (solid186), totalizando 122.557 elementos com 313.464 nós. Devido à não-linearidade existente no par de contato entre lona e tambor, a malha dessa região foi controlada para ser regular (estruturada) com elementos hexaédricos, garantindo a uniformidade na avaliação desses contatos.

Foi realizada uma análise modal totalmente perturbada do sistema de freio a tambor. Essa análise é dividida em três etapas sequenciais. Na primeira, são aplicadas as condições de contorno e a força de acionamento das sapatas, sendo calculadas as deformações e avaliado o contato iterativamente. Na segunda etapa, é aplicada uma condição de rotação aos elementos

do tambor de freio, contribuindo apenas para o cálculo estrutural dos contatos entre o material de atrito e o tambor. Com essas duas etapas resolvidas, é realizada a extração dos autovalores e autovetores, chamada de análise modal. A Tabela 3.4 apresenta um resumo de cada uma dessas análises.

Tabela 3.4 Descrição das análises de CEA.

| 1ª etapa: análise estrutural estática | 2ª etapa: análise estrutural estática | 3ª etapa: análise modal |
|---------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|
| Força + CC's | Rotação | Extração autovalores e autovetores |

As condições de contorno das análises de CEA são válidas apenas para as duas primeiras etapas. O tambor é considerado colado ao cubo, simplificando a fixação. Já o cubo é fixado através de um elemento de superfície, chamado de suporte cilíndrico (*Cylindrical Support*), definido na face interna. São definidos graus de liberdade radiais, axiais e tangenciais ao eixo de rotação, sendo que, nessa análise, são restringidos os deslocamentos radiais e axiais, mas os tangenciais são deixados livres, para que o conjunto tambor e cubo possa girar, mas não se desloque no espaço. Nas sapatas são usados os mesmos elementos de superfície (suporte cilíndrico) do cubo, definidos nas faces dos furos da ancoragem. Os graus de liberdade são configurados igualmente aos do cubo. A Figura 3.7 apresenta as condições de contorno aplicadas aos modelos.

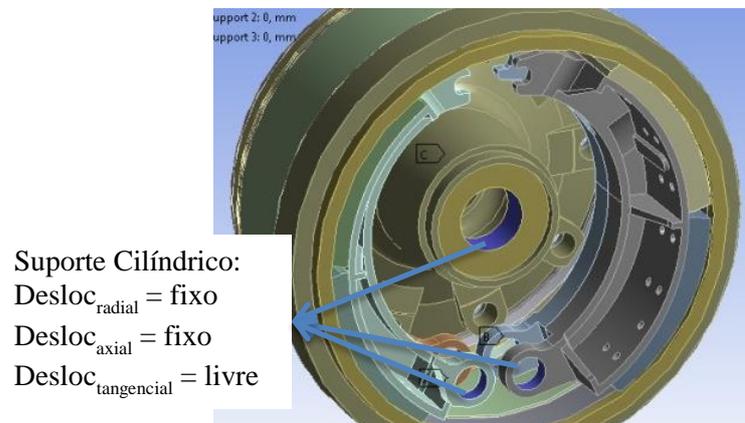


Figura 3.7 Condições de contorno aplicadas ao freio para a análise estrutural estática.

Na interface de atrito entre o tambor e os materiais de fricção, são utilizados elementos de contato de fricção (*Frictional Contact*). Esse tipo de elemento é não linear, pois depende da interação entre as superfícies em contato, sendo alterado a cada iteração da solução. A Figura 3.8 apresenta as faces onde esses contatos são aplicados, onde (a) é a chamada pista de rolamento do tambor e (b) e (c) são as superfícies das lonas de cada sapata que possuem contato com o tambor. Esse tipo de elemento possui uma face “alvo” e uma face “contato”, devendo a primeira ser definida no componente com maior rigidez, nesse caso o tambor de freio, e a segunda naquela componente com menor rigidez, o material de fricção.

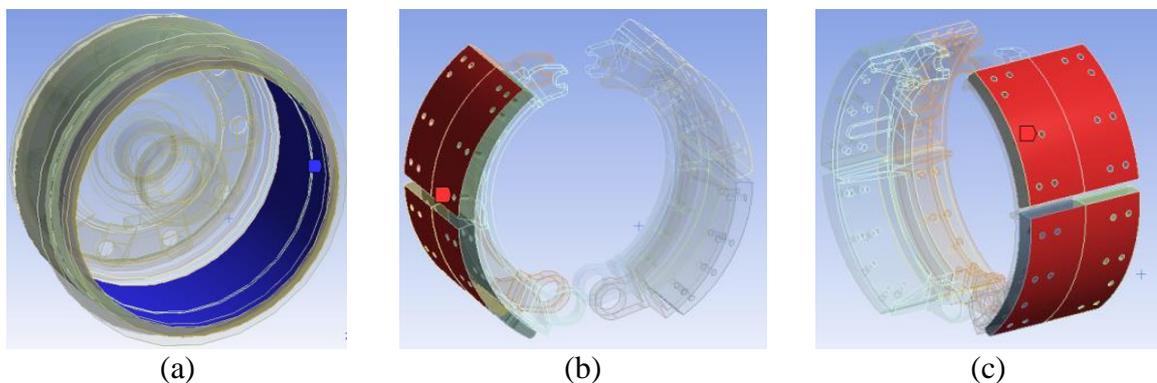


Figura 3.8 Faces de aplicação dos elementos de contato, onde: (a) tambor de freio; (b) blocos de lona de uma sapata; (c) blocos de lona da outra sapata.

Na primeira etapa da análise de CEA, é realizado apenas o acionamento das sapatas, ou seja, são aplicadas as forças representativas do acionamento das sapatas. Como essa análise é quase estática, as forças são aplicadas linearmente. A aplicação das forças, uma em cada sapata, é linearmente crescente na primeira etapa, mantendo-se constante na segunda e não sendo utilizada na terceira etapa. A Figura 3.9 apresenta a posição de aplicação das forças. Na segunda etapa, é aplicada uma rotação sobre o tambor.



Figura 3.9 Força de acionamento aplicada ao modelo de CEA.

A Figura 3.10 apresenta os diagramas representativos da aplicação dos carregamentos. Pode ser notado que na terceira etapa não existem forças nem rotação, pois é a etapa onde ocorre a extração dos autovalores complexos e dos autovetores.

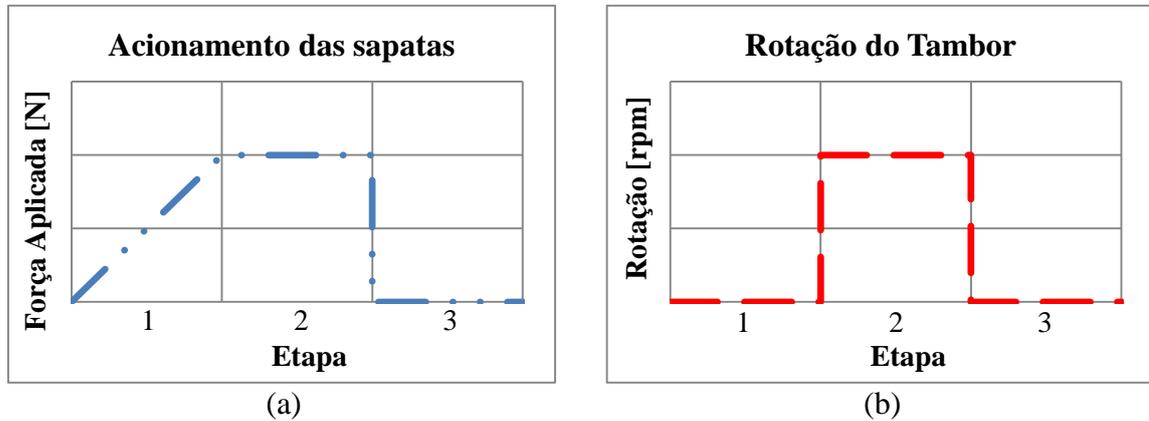


Figura 3.10 Diagrama de aplicação dos carregamentos, onde: (a) acionamento das sapatas; (b) rotação do tambor.

Na etapa de análise modal, foram considerados três amortecimentos, de acordo com a Tabela 3.5, representando os casos: (a) sem amortecimento (α e β iguais a zero); (b) coeficientes representativos do sistema de freio montado sem pressão de acionamento (0 bar); (c) α e β representam o sistema acionado com pressão de 2 bar. As etapas de análise estática são independentes dos coeficientes de Rayleigh, sendo iguais para os três modelos. Apenas a etapa de análise modal perturbada é alterada em função do amortecimento.

Tabela 3.5 Descrição dos modelos de CEA elaborados.

| Caso | Descrição |
|------|--------------------|
| (a) | Não amortecido |
| (b) | Amortecido – 0 bar |
| (c) | Amortecido – 2 bar |

3.4 Curva Parte Real x Imaginária

Para analisar a influência do amortecimento nas análises de autovalores complexos, as equações são manipuladas para deixar a parte real do autovalor complexo em função apenas dos coeficientes de Rayleigh e da frequência de vibração, como será mostrado no

desenvolvimento a seguir. Esse t3pico 3e referenciado em ANSYS, 2015, pois esse manual do programa apresenta o equacionamento resolvido.

No ANSYS, o c3lculo da raz3o de amortecimento 3e um p3s-processamento da an3lise modal amortecida, sendo realizado a partir do autovalor complexo de acordo com a equa3o 3.1 abaixo, que utiliza o autovalor complexo dado pela equa3o 2.83.

$$\zeta_i = \frac{-\sigma_i}{|\lambda_i|} = \frac{-\sigma_i}{\sqrt{\sigma_i^2 + w_i^2}} \quad (3.1)$$

Manipulando a equa3o 3.1, a parte real do autovalor complexo (σ_i) pode ser isolada.

$$\frac{-\sigma_i}{\zeta_i} = \sqrt{\sigma_i^2 + w_i^2} \quad \therefore \quad \left(\frac{-\sigma_i}{\zeta_i}\right)^2 = \left(\sqrt{\sigma_i^2 + w_i^2}\right)^2 \quad (3.2)$$

$$\sigma_i = \frac{\zeta_i w_i}{\sqrt{1 - \zeta_i^2}} \quad (3.3)$$

Para verificar a influ3ncia dos coeficientes de Rayleigh na parte real do autovalor, pode ser substituída a equa3o 2.41, que relaciona a raz3o de amortecimento com esses coeficientes, na equa3o 3.3.

$$\sigma_i = \frac{1}{2} \frac{\alpha + \beta w_i^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{2w_i} + \frac{\beta w_i}{2}\right)^2}} \quad [rad/s] \quad (3.4)$$

Para padronizar esses resultados com os extraídos do ANSYS, devemos alterar as unidades atrav3s da seguinte equa3o.

$$\sigma_i = \frac{1}{4\pi} \frac{\alpha + \beta w_i^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{2w_i} + \frac{\beta w_i}{2}\right)^2}} \quad [Hz] \quad (3.5)$$

A equa3o 3.5 acima representa o comportamento da parte real do autovalor complexo em fun3o apenas dos coeficientes de Rayleigh e da frequ3ncia de vibra3o de cada modo. Os coeficientes de Rayleigh s3o par3metros obtidos experimentalmente e a frequ3ncia 3e a resposta da an3lise modal num3rica do sistema. Isso significa que a parte real, que representa

o amortecimento, será determinada pela curva da equação 3.5, exceto nos modos influenciados pela presença do atrito, como será visto na seção 4.4. A equação 3.5 será utilizada como forma de avaliar a influência do amortecimento nos modelos de CEA, pois os modelos numéricos respondem de acordo com essa equação, exceto nos modos instáveis, como será visto adiante.

É definida a utilização do amortecimento global para os modelos de instabilidade dinâmica, pois dessa forma haverá uma curva de estabilidade (equação 3.5), a partir da qual pode ser avaliada a propensão à instabilidade dinâmica. Ao contrário de Esgandari et al., 2013, o amortecimento material não será utilizado, pois não proporciona uma curva da parte real, impossibilitando a avaliação de perturbações na tendência. A utilização de coeficientes de amortecimento por material, não permite um tratamento matemático analítico, ao contrário do global, já que o amortecimento material final calculado no MEF depende da rigidez, da massa e dos fatores α e β de cada material.

3.5 Análise de Sensibilidade

Essa etapa tem como objetivo avaliar a influência de alguns parâmetros de entrada do modelo de CEA. Para isso, os parâmetros de interesse (módulo de elasticidade do tambor e das lonas, coeficiente de atrito e força de entrada) são variados, realizando o processamento das análises de CEA para cada um dos valores desejados. O modelo de instabilidade dinâmica, detalhado na seção 3.3, é utilizado como base para essa análise de sensibilidade.

A Figura 3.11 apresenta um fluxograma dessa etapa do trabalho. Podem ser visualizadas as diferentes etapas da análise de CEA, que foram detalhadas anteriormente. Os parâmetros da análise de sensibilidade, que estão listados na figura, são entradas da etapa de análise estática não linear. Com isso, para cada parâmetro é processada uma análise de CEA (análises estática e modal perturbada), sendo extraídos os autovalores complexos. A partir da curva da Parte Real x Imaginária, são identificados os modos instáveis ou propensos, que serão pós-processados para avaliar a sensibilidade com cada parâmetro.

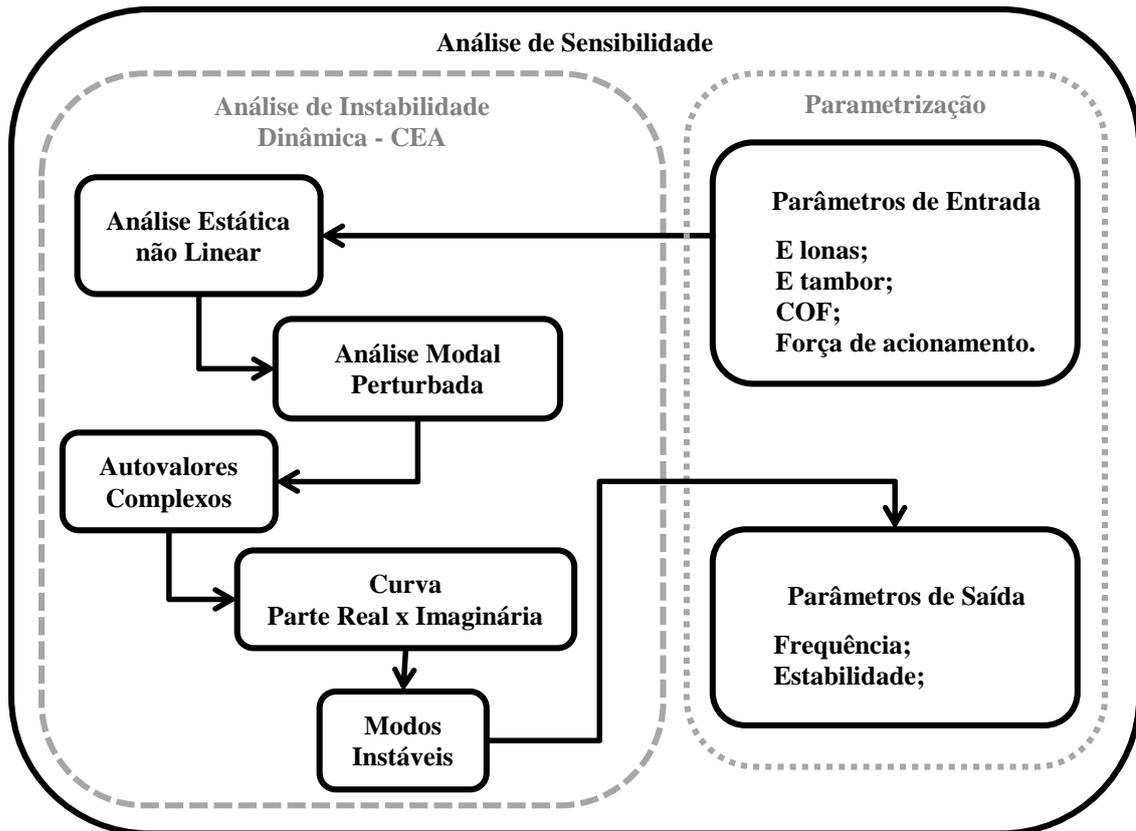


Figura 3.11 Fluxograma da análise de sensibilidade aos principais parâmetros.

3.6 Validação da metodologia de predição de *squeal*

A validação da metodologia de predição de ruído de freio do tipo *squeal* por CEA é realizada através da comparação entre os resultados encontrados nos modelos numéricos com os resultados de ruído encontrados em veículos instrumentados. Foram realizados testes de ruído de freio em dois ônibus urbanos diferentes, sendo ambos com peso bruto total (PBT: veículo + carga representando os passageiros) de 17 ton (17.000 kg) em rota urbana, simulando condições usuais de aplicação dos freios desse tipo de transporte coletivo.

Um dos ônibus (A) possui freio igual ao apresentado até o momento, enquanto o freio do outro ônibus (B) possui algumas diferenças geométricas nas sapatas e no cubo de roda. Os dois freios foram modelados por MEF, aplicando a metodologia de predição de *squeal* resumida pela Figura 3.1.

Os veículos foram instrumentados com um microfone (Microfone ½" B&K 4155) em uma posição próxima ao ouvido do motorista, permitindo captar a onda sonora durante a

ocorrência dos ruídos de freio. Foram obtidos os espectros de frequência e as frequências ruidosas são comparadas com os modos identificados no modelo numérico.

Os componentes diferentes dos sistemas de freio do veículo A e do veículo B são apresentados na Figura 3.12 abaixo. Os dois freios utilizam o mesmo tambor, porém possuem diferenças no cubo de roda e nas sapatas. As diferenças entre os cubos é muito pequena, no entanto, as sapatas possuem geometrias com diferenças mais significativas do que os cubos.

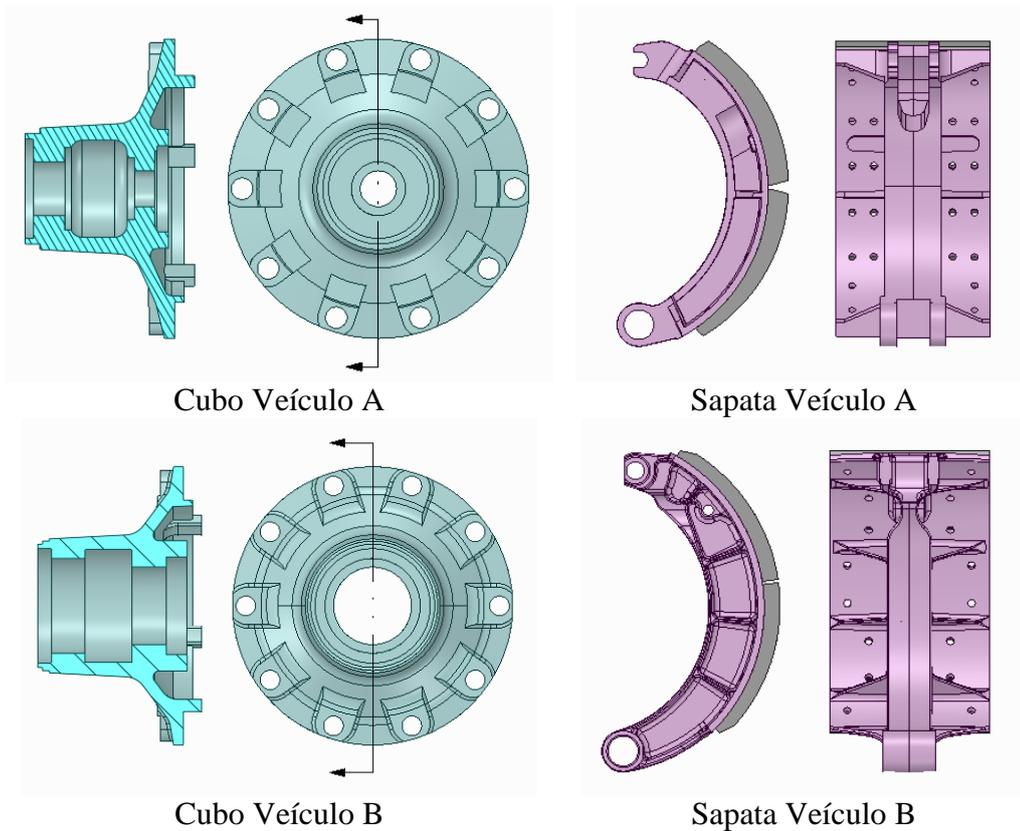


Figura 3.12 Componentes diferentes no sistema de freio de cada veículo.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Calibração do modelo matemático

Os parâmetros modais de interesse nas análises modais experimentais e numéricas para cada componente analisado são apresentados na Tabela 4.1 abaixo. Essa tabela traz as informações de frequência natural numérica e experimental, erro relativo e as formas modais numéricas e experimentais para cada componente do freio. Na Tabela 4.1, são apresentados os modos de vibração com melhor representação espacial, tanto para a forma experimental, como para a numérica. Esses são os principais modos comparados, mas não os únicos. Os resultados numéricos são relativos aos modelos de MEF com as propriedades ajustadas, conforme procedimento descrito na seção 3.1.

Tabela 4.1 Comparação entre os resultados das análises modais experimentais (Pulse) e numéricas (ANSYS).

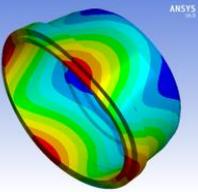
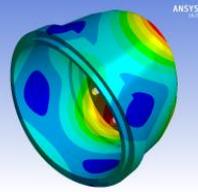
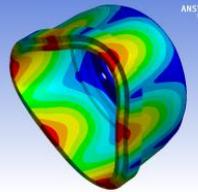
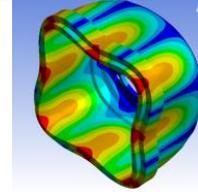
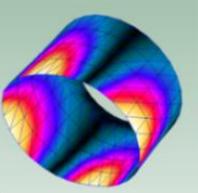
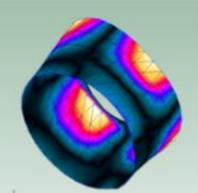
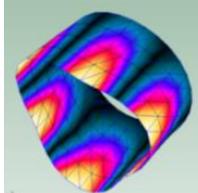
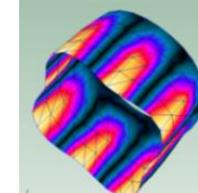
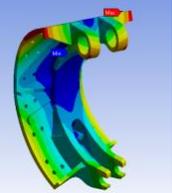
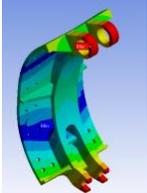
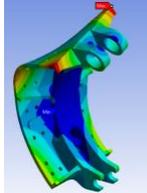
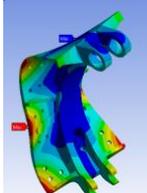
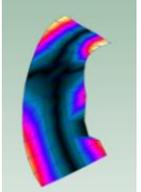
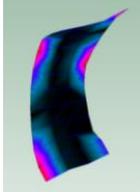
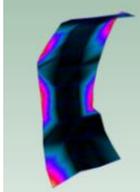
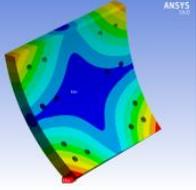
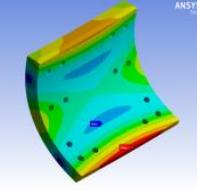
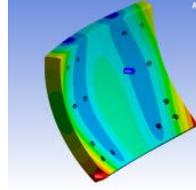
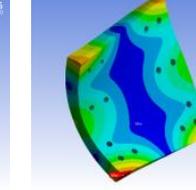
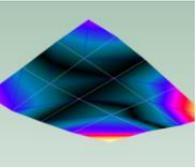
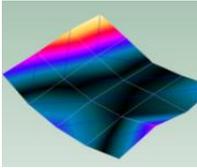
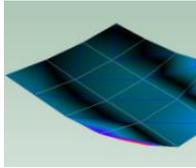
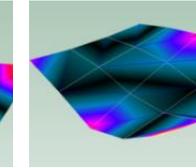
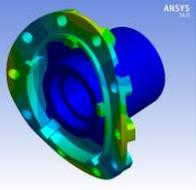
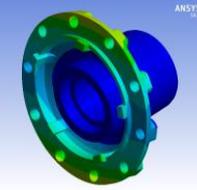
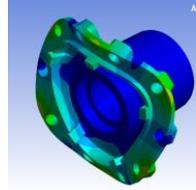
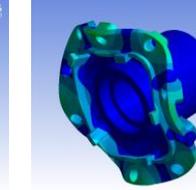
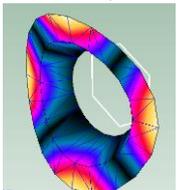
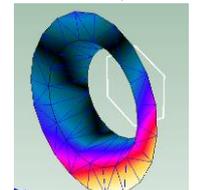
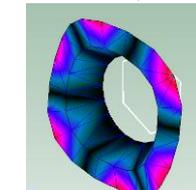
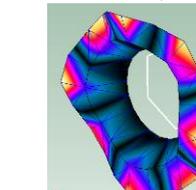
| | | | | | |
|--------|----------|--|---|---|---|
| Tambor | Num [Hz] |  366,2 |  752,2 |  980,0 |  1760,3 |
| | Exp [Hz] |  364,4 |  778,3 |  969,2 |  1744,3 |
| | Erro [%] | -0,50 | 3,35 | -1,12 | -0,92 |
| | | | | | |
| Sapata | Num [Hz] |  642,4 |  1157,5 |  1449,4 |  2071,7 |
| | Exp [Hz] |  667,3 |  1099,5 |  1436,9 |  2020,6 |
| | Erro [%] | 3,74 | -5,27 | -0,87 | -2,53 |
| | | | | | |

Tabela 4.1 Comparação entre os resultados das análises modais experimentais (Pulse) e numéricas (ANSYS).

| | | | | | |
|------|----------|---|---|--|---|
| Lona | Num [Hz] |  |  |  |  |
| | Exp [Hz] |  |  |  |  |
| | Erro [%] | 956,2 947,4 -0,93 | 1374,0 1397,4 1,68 | 1855,5 1918,3 3,27 | 2165,3 2106,6 -2,79 |
| Cubo | Num [Hz] |  |  |  |  |
| | Exp [Hz] |  |  |  |  |
| | Erro [%] | 1081,9 1084,0 0,19 | 1138,5 1326,0 14,14 | 1639,6 1679,0 2,35 | 2390,2 2313,0 -3,34 |

De acordo com Kun et al., 2013, e Masotti, 2013, em virtude da complexidade das medições experimentais e das dificuldades de representação de modelos numéricos é aceitável que existam diferenças da ordem de até 5% entre valores experimentais e numéricos para grande parte das aplicações de engenharia. Pode ser percebido, a partir da Tabela 4.1, que, com exceção do segundo modo do cubo, os erros ficaram abaixo do valor de aceitação mencionada pelos autores. O procedimento de calibração do modelo numérico utilizado é uma etapa importante para obter resultados confiáveis nos modelos de predição de *squeal*, tornando-se uma metodologia robusta.

No caso dos resultados do cubo, o erro chega a 14% para o segundo modo apresentado, mesmo assim, o modelo será aceito como válido, pois não foi modelado o eixo do veículo, resultando em dificuldades de representação desse componente. Mesmo diante

dessa dificuldade de representação do cubo, a calibração do modelo matemático por MEF se mostrou coerente.

O procedimento de ajuste, cujos parâmetros modais foram apresentados na Tabela 4.1 acima, resultou nas propriedades dos materiais ajustadas, que são apresentadas na Tabela 4.2 abaixo.

Tabela 4.2 Propriedades dos materiais utilizadas nas análises numéricas do presente estudo, após o procedimento de ajuste.

| | Tambor | Sapatas | Lonas | Cubo |
|-------------------------------------|------------------------|-----------------------|---------------------|------------------------|
| Material | Ferro Fundido Cinzento | Ferro Fundido Nodular | Material de Fricção | Ferro Fundido Cinzento |
| Módulo de Young [GPa] | 137,25 | 202,00 | 11,00 | 150,00 |
| Coefficiente de Poisson [-] | 0,28 | 0,28 | 0,20 | 0,28 |
| Densidade [kg/m³] | 7200 | 7050 | 2000 | 7753 |

4.2 Obtenção do Amortecimento de Rayleigh

Aqui são apresentados os resultados das análises modais experimentais do sistema de freio montado e os coeficientes de Rayleigh calculados a partir desses resultados. A Figura 4.1 apresenta as Funções Resposta em Frequência (FRF's) para as duas pressões de acionamento das sapatas. É a partir dessas curvas que os parâmetros modais do sistema são obtidos. A Tabela 4.3 apresenta os valores da razão de amortecimento e as frequências de vibração amortecida dos primeiros 13 modos de vibração, extraídas para cada pressão de acionamento.

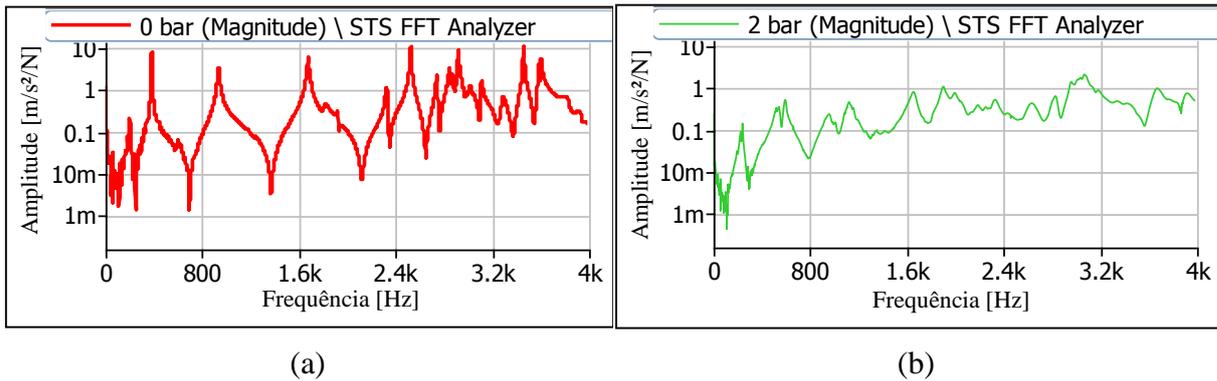


Figura 4.1 FRF's das análises modais experimentais para as duas pressões: (a) 0 bar; (b) 2 bar.

Tabela 4.3 Frequência de vibração amortecida (w_d) e razão de amortecimento (ζ).

| Pressão | 0 bar | | 2 bar | |
|---------|------------|-------------|------------|-------------|
| | w_d (Hz) | ζ [%] | w_d (Hz) | ζ [%] |
| 1 | 198 | 3,388 | 224 | 2,045 |
| 2 | 382 | 0,478 | 520 | 1,920 |
| 3 | 934 | 0,664 | 594 | 1,794 |
| 4 | 1676 | 0,390 | 958 | 2,928 |
| 5 | 1820 | 1,838 | 1122 | 2,003 |
| 6 | 2322 | 0,994 | 1654 | 1,495 |
| 7 | 2524 | 0,150 | 1900 | 1,189 |
| 8 | 2738 | 0,161 | 2330 | 1,303 |
| 9 | 2846 | 0,210 | 2634 | 1,614 |
| 10 | 2866 | 0,270 | 2828 | 0,827 |
| 11 | 2918 | 0,125 | 3068 | 1,556 |
| 12 | 3020 | 0,550 | 3672 | 1,051 |
| 13 | 3114 | 0,219 | 3920 | 1,063 |

Os valores da frequência de vibração amortecida e da razão de amortecimento são aplicados na equação 2.42 para a obtenção dos coeficientes de Rayleigh. Esses coeficientes são calculados para as duas condições de acionamento. Na Figura 4.2 são apresentadas as curvas da razão de amortecimento em função da frequência amortecida. Essas curvas são criadas a partir dos coeficientes de Rayleigh de acordo com a equação 2.42. Juntamente com essas curvas, são mostrados os pontos das medições experimentais, que foram utilizados para calcular os coeficientes α e β .

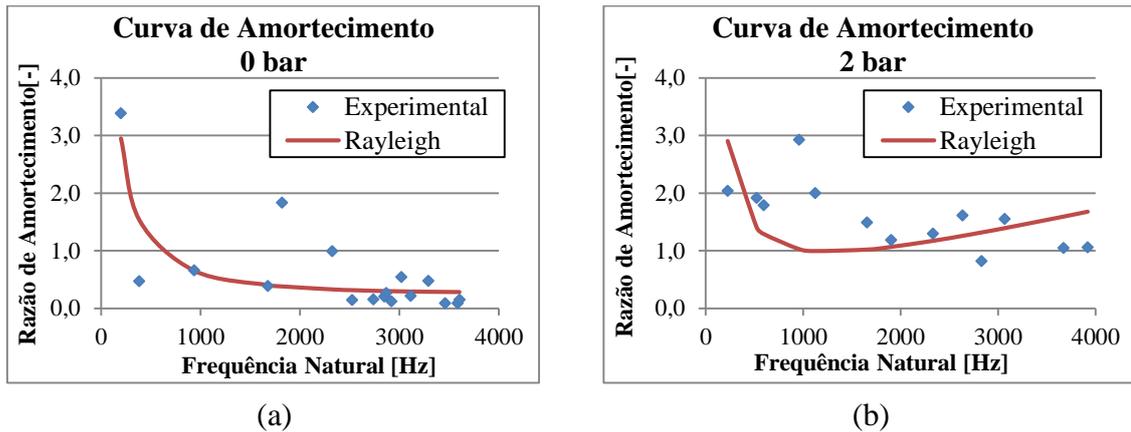


Figura 4.2 Curvas de Rayleigh para as duas pressões: (a) 0 bar; (b) 2 bar.

As curvas da Figura 4.2 definem o comportamento da curva da razão de amortecimento em função da frequência de vibração para cada condição de acionamento, representadas pelos respectivos coeficientes α e β . A Tabela 4.4 apresenta os coeficientes de Rayleigh calculados para as condições de acionamento de 0 bar e 2 bar.

Tabela 4.4 Coeficientes de Rayleigh determinados a partir da equação 2.42.

| Pressão | α | β |
|---------|----------|----------|
| 0 bar | 41,2 | 1,8 E-07 |
| 2 bar | 100,0 | 8,2 E-07 |

De acordo com a Tabela 4.4 acima, pode ser verificado que a pressão de acionamento influencia o amortecimento do sistema de freio. Nas duas condições analisadas, um aumento na pressão ocasionou aumento de α e β . Porém, ao aplicar outras pressões, foi verificado que a pressão de acionamento não altera o nível de amortecimento, havendo diferença apenas entre o sistema sem acionamento e com acionamento. Essa investigação da influência da pressão é apresentada no APÊNDICE C.

4.3 Análise de Autovalores Complexos

Nas análises de CEA realizadas, a análise modal do ANSYS foi configurada para extrair os modos na faixa de frequências entre 10 e 6400 Hz, sendo limitada a um máximo de 50 modos. A Figura 4.3 apresenta a curva de densidade modal para os modelos construídos, onde pode ser percebido que não existe diferença entre a frequência dos modos de vibração nos modelos com e sem amortecimento, o que é coerente, uma vez que o amortecimento não

possui grande influência na frequência de vibração. A maior influência do amortecimento se dá na amplitude das vibrações do sistema vibratório.

A Figura 4.4 apresenta as curvas referentes à parte real do autovalor complexo em função da frequência de cada modo de vibração, para cada modelo de CEA analisado. A partir dessas curvas, pode ser verificada a existência de alguns modos instáveis, que são aqueles modos que apresentam a parte real do autovalor complexo positivo.

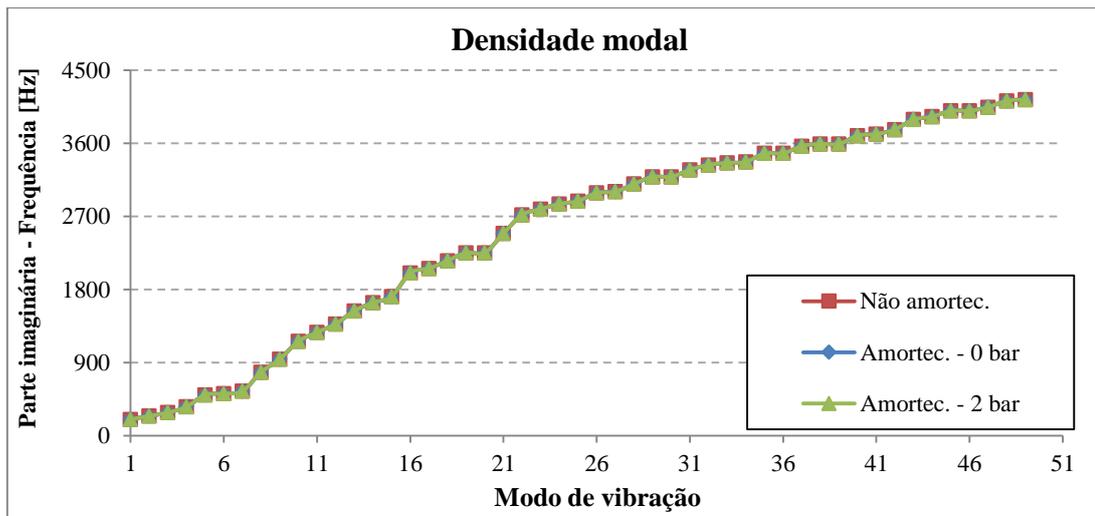


Figura 4.3 Densidade modal dos três modelos de CEA simulados em ANSYS.

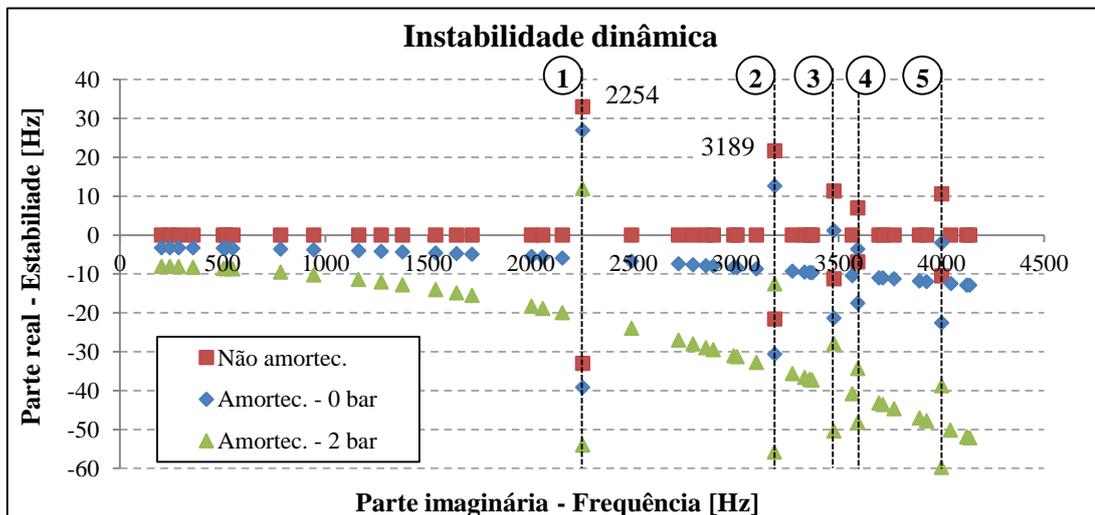


Figura 4.4 Parte real em função da parte imaginária do autovalor complexo, para os três modelos simulados em ANSYS.

Observando a Figura 4.4, pode ser percebido que a parte real, das curvas dos modelos amortecidos, apresenta uma tendência de decaimento da estabilidade com o aumento da

frequência. Pode ser observado que independente do valor da parte real do autovalor ser positivo ou negativo, poderá haver propensão para determinados modos serem instáveis, já que ocorre uma perturbação na possível tendência desses valores. No modelo com amortecimento do sistema acionado com 2 bar, existe apenas um modo com parte real positiva, na frequência de 2250 Hz. Nesse modelo, na frequência de 3189 Hz a parte real do autovalor não é positiva, mas os valores estão perturbados em torno da curva de tendência da parte real.

A análise do gráfico da Figura 4.4 permite verificar o efeito do amortecimento na estabilidade do sistema. Para o modelo não amortecido, existem 5 modos instáveis (1, 2, 3, 4 e 5), ou seja, a parte real do autovalor complexo é positiva. Quando é adicionado o amortecimento referente ao sistema não acionado (0 bar), o sistema passa a ter os 3 primeiros modos instáveis (parte real positiva – 1, 2 e 3) e os outros dois últimos (4 e 5) deixam de ser instáveis, mas continuam perturbados com relação à tendência da curva, sugerindo uma propensão à instabilidade. No modelo com amortecimento do sistema acionado com 2 bar, existe apenas o 1º modo instável (1), sendo que os outros 4 modos estão estáveis, mas são propensos à instabilidade.

Tais resultados sugerem que a propensão à instabilidade de um modo seja definida pela perturbação, ou afastamento, da parte real com relação à tendência dos demais modos. A explicação está no fato de que a instabilidade ocorre quando o amortecimento é positivo, pois a resposta vibratória é uma exponencial que se torna crescente com o tempo, assim, quanto maior for a perturbação em torno da curva de amortecimento, mais fácil será para a parte real alcançar valores positivos.

Esse assunto será abordado novamente na próxima seção, onde a curva da parte real do autovalor complexo obtida pelo modelo numérico em ANSYS é confrontada com a curva da equação 3.5.

4.4 Curva Parte Real x Imaginária

Para analisar o comportamento da curva da parte real em função do amortecimento nas análises de CEA, os resultados da parte real do autovalor complexo obtidos em ANSYS são confrontados com a curva definida pela equação 3.4. Os coeficientes de amortecimento utilizados para essa comparação, tanto no modelo de ANSYS, como na equação 3.4, são aqueles representativos do sistema montado sem pressão de acionamento (0 bar). A Figura 4.5

mostra uma comparação entre a curva de estabilidade obtida pelo modelo numérico (linha tracejada) e aquela calculada a partir da equação analítica (linha contínua).

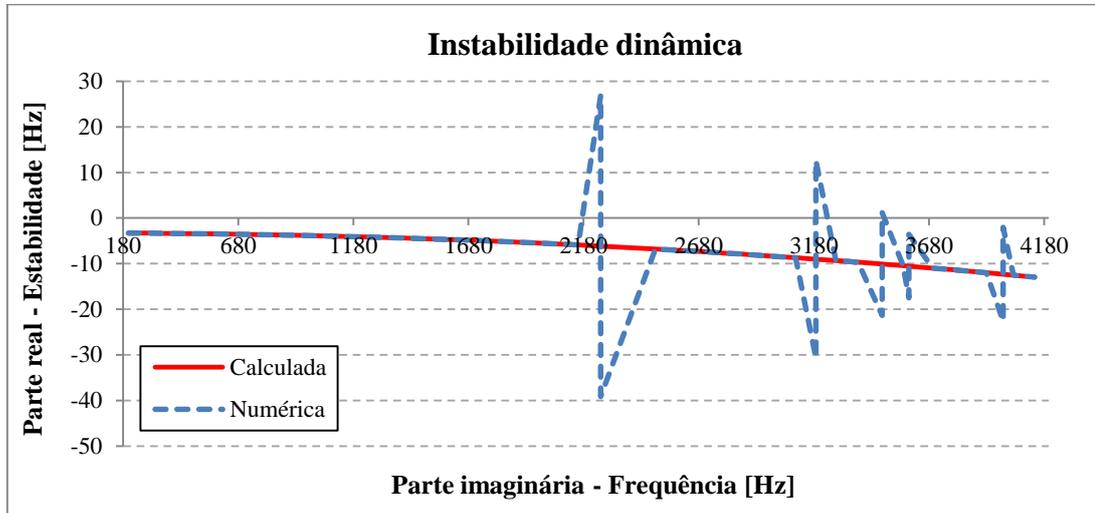


Figura 4.5 Parte real numérica (ANSYS) e calculada (equação 3.4) em função da parte imaginária do autovalor complexo, para o amortecimento do sistema acionado com 0 bar.

A determinação dos modos propensos à instabilidade independe do amortecimento. Este determina se o sinal da parte real do modo propenso é positivo, ou seja, se realmente a possibilidade de que a estrutura vibre de forma descontrolada na frequência desse modo. Como os coeficientes de amortecimento são parâmetros de entrada do modelo numérico de CEA, a curva de estabilidade pode ser definida de acordo com a equação 3.5, pois a parte real do autovalor complexo representa o amortecimento do sistema. Logo, a parte real é igual tanto para o cálculo numérico por elementos finitos como para o cálculo analítico, dependendo apenas dos coeficientes de amortecimento impostos, exceto nos modos induzidos pelo atrito.

Com essa abordagem, o amortecimento perde influência na determinação dos modos propensos à instabilidade, pois a perturbação na curva da parte real do autovalor complexo acontece independente do nível de amortecimento. Em outras palavras, o amortecimento é essencial para definir se um modo de vibração será instável ou não (parte real positiva ou negativa, respectivamente). No entanto, a parte real ser positiva é uma condição necessária, mas não suficiente para determinar se um modo tem propensão à instabilidade. De forma geral, aumentar o amortecimento pode evitar o início da instabilidade de um determinado

modo, mas esse modo continuará propenso, pois estará negativo, mas continuará perturbado com relação à curva de tendência da parte real.

Podem agora ser feitas duas definições importantes: *modo instável* é aquele cuja parte real é positiva e, geralmente, ocorrem repetidamente ruídos de squeal na frequência desse modo; *modo propenso à instabilidade* é aquele cuja parte real é negativa, mas perturbada com relação à curva da parte real. Essa propensão implica que se alguma condição, tal como coeficiente de atrito, variar durante ou entre frenagens, o ruído de squeal desse modo poderá ocorrer, mas com baixo número de ocorrências.

Os trabalhos encontrados na literatura dificilmente abordam o tema do amortecimento, e quando abordam, como Esgandari et al., 2013, seus resultados apresentam apenas os modos com parte real positiva, sem mencionar o comportamento dos demais modos. Isso quer dizer que, nesses trabalhos, não são avaliados modos propensos, apenas modos realmente instáveis, o que pode subestimar o potencial ruidoso do freio. Aceitar como instáveis apenas os modos cuja parte real é efetivamente positiva pode subestimar a resposta desses modelos, pois é percebido que existe uma tendência no comportamento dessa resposta, que é função das entradas e amortecimento impostas no modelo.

O nível de amortecimento, dado pelos coeficientes α e β , não é o ponto importante desse tipo de análise de autovalores complexos. Se os coeficientes de amortecimento têm significado físico, a curva de tendência é perturbada nos modos com propensão à instabilidade dinâmica. Os modos propensos podem ser determinados a partir dessa perturbação, indiferentemente do nível de amortecimento aplicado ao modelo numérico. Com isso, podem ser identificados os modos onde ocorre acoplamento modal, mesmo que o amortecimento não permita que sejam instáveis (não possuam parte real positiva).

O amortecimento, como mencionado anteriormente, será essencial para estabelecer se um modo propenso pode ser efetivamente instável. Com isso, pode ser afirmado que, para evitar ruído de squeal em determinada frequência, uma maneira possível seria a adição de amortecimento ao sistema de freio. Essa técnica é muito utilizada para freios a disco, onde são adicionadas finas placas de material visco-elástico (antirruído), com a intenção de aumentar o amortecimento do sistema e evitar ruídos.

4.5 Análise de Sensibilidade

Aqui, as respostas de CEA (frequência de vibração, estabilidade e razão de amortecimento), que são obtidas a partir da variação de alguns parâmetros de entrada do modelo numérico, são pós-processadas e apresentadas em seguida. Nessa etapa, são gerados gráficos da parte real e da imaginária do autovalor complexo em função de cada parâmetro analisado, permitindo verificar suas influências.

4.5.1 Coeficiente de Atrito

É avaliada a influência do coeficiente de atrito (COF) na análise de autovalores complexos do sistema de freio analisado. A Tabela 4.5 apresenta os valores de COF que são utilizados na análise de sensibilidade.

Tabela 4.5 Valores do COF analisados.

| Caso | COF [-] | | Caso | COF [-] |
|-------------|----------------------|--|-------------|----------------------|
| 1 | 0,05 | | 8 | 0,34 |
| 2 | 0,10 | | 9 | 0,36 |
| 3 | 0,15 | | 10 | 0,37 |
| 4 | 0,20 | | 11 | 0,38 |
| 5 | 0,25 | | 12 | 0,40 |
| 6 | 0,27 | | 13 | 0,42 |
| 7 | 0,30 | | 14 | 0,50 |

O coeficiente de atrito não apresenta influência significativa na frequência de vibração do modelo de freio analisado, como pode ser observado na Figura 4.7 abaixo. No entanto, a parte real do autovalor complexo dos modos propensos ou instáveis é bastante dependente desse parâmetro, como será apresentado em seguida.

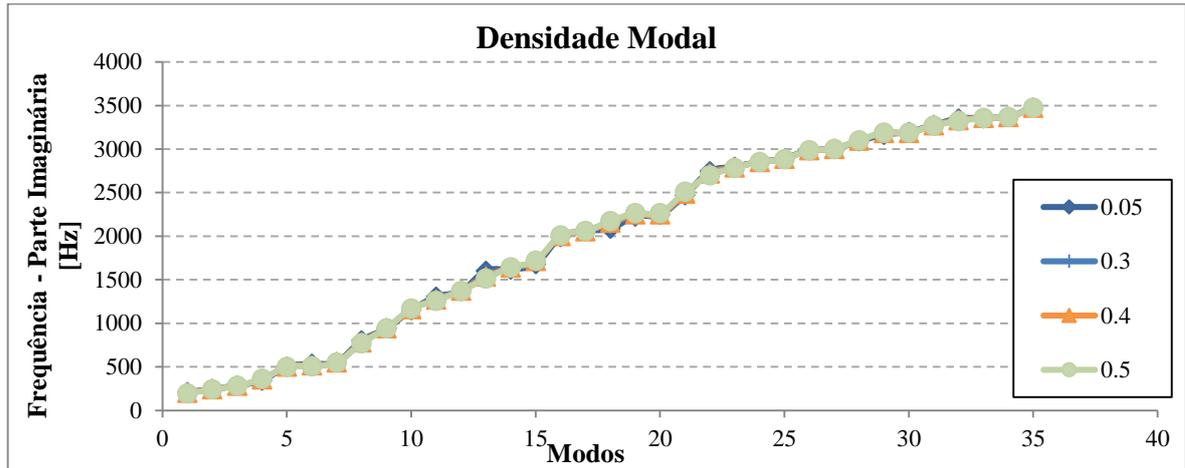


Figura 4.6 Curvas de densidade modal do sistema de freio em função do coeficiente de atrito.

Para analisar a influência do COF sobre os modos instáveis, foram selecionados os dois primeiros modos instáveis (1 e 2 na Figura 4.4), que são os modos globais 19-20 e 29-30, respectivamente, do modelo de CEA. O modo instável sempre se apresenta na forma de um par complexo conjugado, havendo um modo com estabilidade maior em módulo do que o outro, afastados simetricamente em relação à curva de estabilidade. A Figura 4.7 apresenta as curvas de sensibilidade da frequência e da estabilidade dos dois primeiros modos instáveis. Essas curvas são apresentadas para os modos 19 e 20 (frequência em torno de 2250 Hz) e para os modos 29 e 30 (frequência em torno de 3200 Hz).

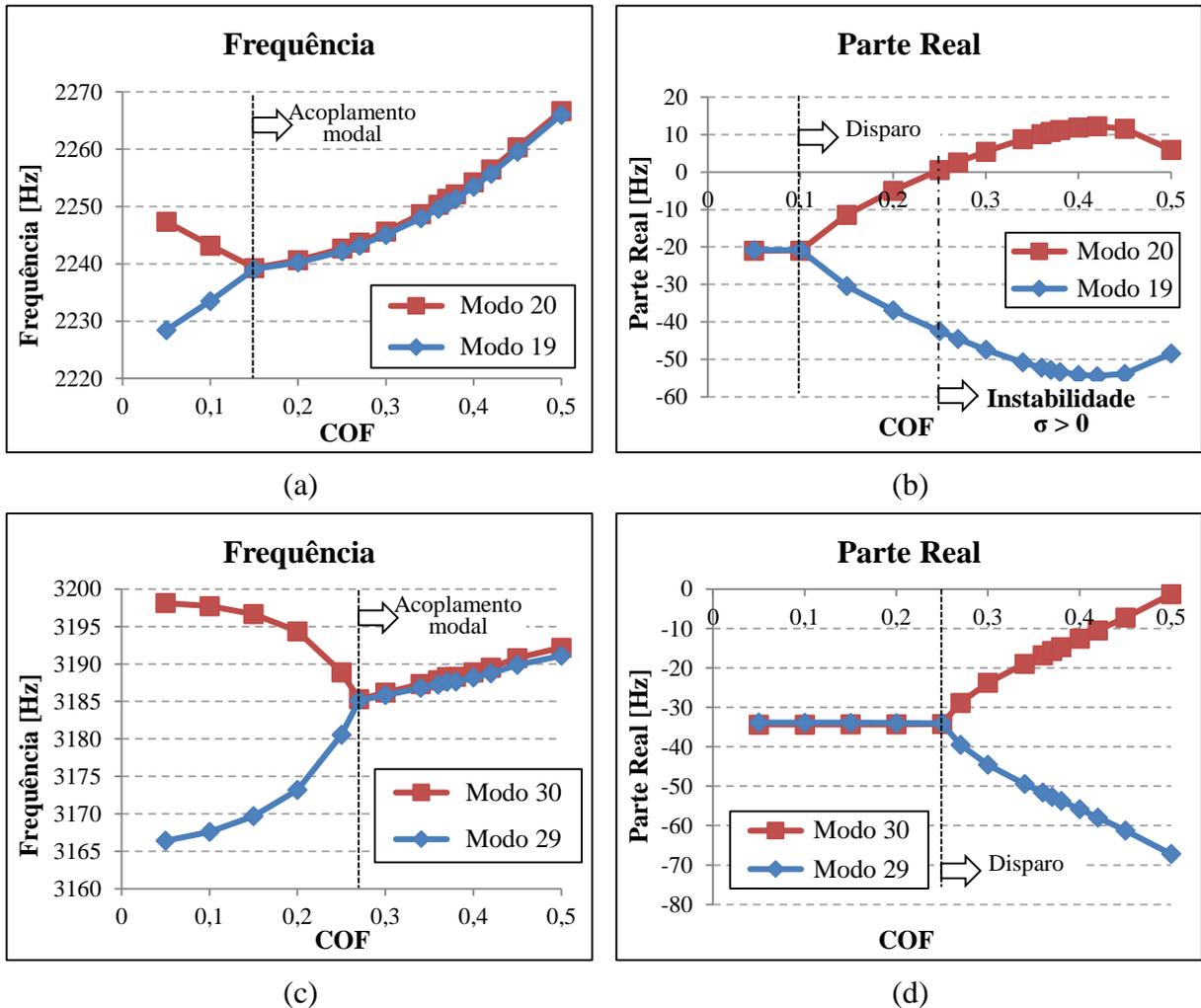


Figura 4.7 Curvas de frequência (a) e (c) e parte real (b) e (d) para o modo instável 1 (2250 Hz) e modo instável 2 (3200 Hz), respectivamente, em função do coeficiente de atrito.

O conceito de instabilidade dinâmica se refere ao acoplamento de modos de vibração, que pode ser induzido pela presença de atrito entre os componentes, como no caso dos freios. Assim, quando dois modos acoplam, eles formam um par complexo conjugado, ou seja, mesmas frequências de vibração (parte imaginária do autovalor complexo) e estabilidade (parte real) simétrica em torno da curva de estabilidade.

Na investigação da influência dos parâmetros, é percebido que, antes de acontecer o acoplamento dos modos propensos a serem induzidos, as frequências ainda não acoplaram. Logo, ainda existem dois autovalores distintos. Após ocorrer o fenômeno de acoplamento modal, surge um par complexo conjugado, definindo que quando for mencionado “par complexo conjugado” será para indicar os modos que tem propensão a acoplar, mesmo que isso ainda não tenha acontecido.

Avaliando os gráficos da Figura 4.7 (b) e (d), pode ser percebido o efeito do COF sobre a parte real. Para valores mais baixos de coeficiente de atrito, a parte real de cada par complexo conjugado é constante e de igual valor. Porém, quando o COF começa a aumentar, a partir de um determinado valor crítico, começa a ocorrer uma separação entre as curvas da parte real de cada par complexo conjugado. Em outras palavras, as curvas que, para baixos COF's são sobrepostas (mesma magnitude da parte real), começam a se afastar uma da outra, indicando o disparo da propensão à instabilidade dinâmica nesse modo.

Cada um dos dois modos instáveis possui um valor distinto de COF crítico, sendo que o primeiro modo dispara a propensão à instabilidade em 0,1 e o segundo em 0,25. Assim, pode ser concluído que a instabilidade depende do atrito, mas ao mesmo tempo depende também do modo no qual a instabilidade ocorre, sendo que um modo pode tornar-se instável com COF menor do que outro.

Os modos instáveis são afetados pelo COF com sensibilidades diferentes. Na Figura 4.7 (b), pode ser percebido que, após ocorrer o disparo da instabilidade, a parte real possui magnitude de inclinação que diminui com o aumento do COF, causando uma assíntota para o valor da parte real no COF de 0,4, a partir do qual ocorre diminuição dessa parte real. Na Figura 4.7 (d), esse comportamento não é visualizado no intervalo de COF avaliado. Nesse modo, a inclinação é quase uma reta em função do aumento do COF.

Com relação às curvas de frequência, pode ser percebido o comportamento inverso ao que acontece com a parte real. Para os valores mais baixos de COF, há pares de modos com frequências distintas, que não formam ainda um par complexo conjugado. No entanto, quando o COF aumenta, a frequência de cada modo começa a se aproximar, até que para um determinado valor de COF crítico ocorre o acoplamento modal. A partir desse ponto, essas frequências não se separam, seguindo o mesmo comportamento. Assim, pode ser concluído que existem frequências que são induzidas a acoplarem, devido ao efeito do atrito, e que, a partir de determinado nível de atrito crítico, ocorrerá o disparo da propensão à instabilidade. A diferença nas frequências não chega a atingir valores significativos, uma vez que para os dois modos analisados a diferença entre cada par de modos que acoplam é da ordem de 1%.

Outra observação pode ser feita com relação ao ponto em que ocorre a separação da estabilidade e o acoplamento das frequências: pode ser percebido nos gráficos da Figura 4.7 que a estabilidade começa a se separar em valores de COF menores do que as frequências

acoplam. Em outras palavras, a estabilidade fornece um valor de COF crítico que dispara a propensão um pouco antes do acoplamento modal ocorrer.

4.5.2 Módulo de Elasticidade do Material de Atrito – Lona

Aqui é avaliada a influência do módulo de elasticidade (E) do material de atrito na análise de autovalores complexos do sistema de freio avaliado. A Tabela 4.6 apresenta os valores de módulo de elasticidade das lonas, que são utilizados na análise de sensibilidade.

Tabela 4.6 Valores do módulo de elasticidade das lonas.

| Caso | E [GPa] |
|-------------|--------------------|
| 1 | 2,00 |
| 2 | 6,00 |
| 3 | 11,00 |
| 4 | 12,63 |
| 5 | 13,68 |
| 6 | 15,23 |
| 7 | 16,00 |

Os valores do Módulo de Elasticidade na Tabela 4.6 são extrapolados a partir do valor real ajustado (11 MPa) para verificar o comportamento em condições extremas, tanto superiores (16 MPa), quanto inferiores (2 MPa). Como o material de atrito é compósito, é possível que hajam propostas de materiais com essas propriedades extremas e, portanto, é necessário conhecer a influência. Para visualizar o efeito da modificação do módulo de elasticidade do material de atrito, são analisadas as curvas de frequência e parte real de cada modo instável. Assim, são apresentadas as curvas da Figura 4.8, que trazem o comportamento da parte real e da parte imaginária do autovalor complexo em função do módulo de elasticidade.

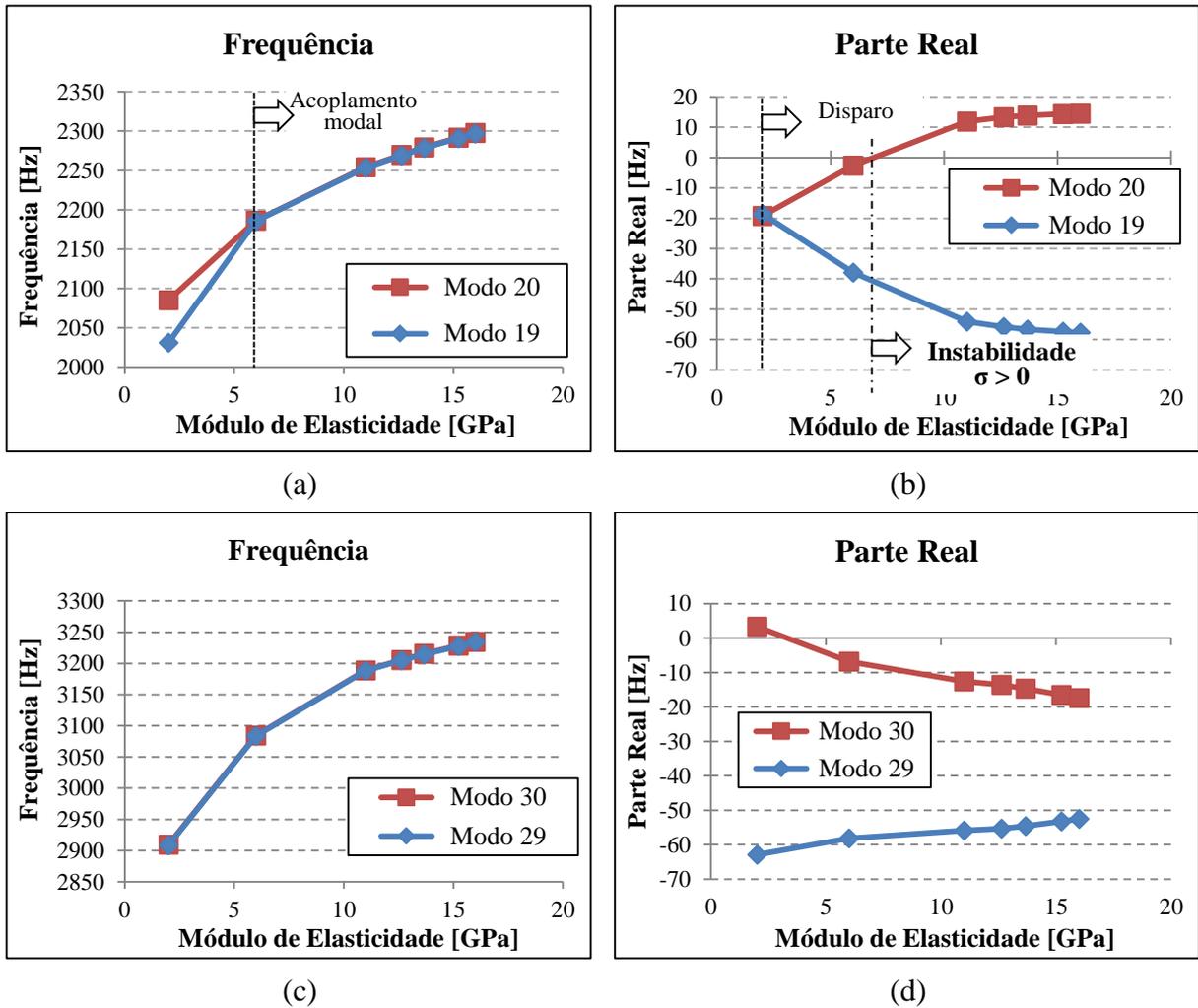


Figura 4.8 Curvas de frequência (a) e (c) e parte real (b) e (d) para o modo instável 1 (2250 Hz) e modo instável 2 (3200 Hz), respectivamente, em função do módulo de elasticidade das lonas.

A partir da Figura 4.8 (b), pode ser verificada a influência da propriedade elástica das lonas na parte real e na imaginária do autovalor complexo do primeiro modo instável (2250 Hz). Pode ser percebido que na faixa de variação entre 11 GPa e 16 GPa não existe uma influência significativa na instabilidade do sistema. No entanto, quando a rigidez é extrapolada para valores 60% menores do que o valor real ajustado (11 MPa), começa a ser perceptível a existência de uma tendência de estabilização desse modo. Esse comportamento também é observado com relação à frequência, Figura 4.8 (a), onde o módulo de elasticidade de 2 MPa estabiliza os modos 19 e 20, desacoplando as frequências. Para o segundo modo instável (3200 Hz), Figura 4.8 (c) e (d), pode ser observado o comportamento contrário, pois com o aumento do módulo elástico das lonas há uma leve tendência de estabilização,

aumentando a instabilidade com a diminuição dessa propriedade. Esses modos (3200 Hz) estão acoplados para toda a faixa de E avaliada.

Para o caso estudado, a alteração do módulo de elasticidade da lona não pode ser considerada uma forma de mitigar a instabilidade dinâmica, pois é benéfico em um par complexo conjugado, mas prejudica outro e ainda pode gerar novos pares instáveis. As mudanças mais críticas no comportamento da estabilidade do sistema em função do E são verificadas para os valores extremos, ou seja, são necessárias alterações drásticas no E das lonas para influenciar a estabilidade dos modos.

4.5.3 Módulo de Elasticidade do Tambor

Aqui é avaliada a influência da rigidez do tambor de freio, através do módulo de elasticidade do material, na análise de autovalores complexos do sistema de freio avaliado. A Tabela 4.7 apresenta os valores de módulo de elasticidade do tambor, que são utilizados na análise de sensibilidade.

Tabela 4.7 Valores do módulo de elasticidade do tambor.

| Caso | E [GPa] | | Caso | E [GPa] |
|-------------|--------------------|--|-------------|--------------------|
| 1 | 90,00 | | 7 | 137,25 |
| 2 | 100,00 | | 8 | 160,00 |
| 3 | 120,00 | | 9 | 190,00 |
| 4 | 130,00 | | 10 | 200,00 |
| 5 | 133,00 | | 11 | 210,00 |
| 6 | 134,00 | | | |

Essas variações representam a possibilidade de construir o tambor de freio em materiais diferentes do ferro fundido cinzento ($E = 137,25$ MPa) usado atualmente, como, por exemplo, aço ($E = 210$ GPa) ou liga de alumínio ($E = 90$ GPa). Como o tambor é o componente com maior massa, as frequências do sistema de freio são dominadas por esse componente. O efeito da rigidez do tambor sobre as frequências do sistema pode ser avaliado na Figura 4.9, que apresenta a densidade modal do sistema para os diferentes módulos de elasticidade, de acordo com a Tabela 4.7.

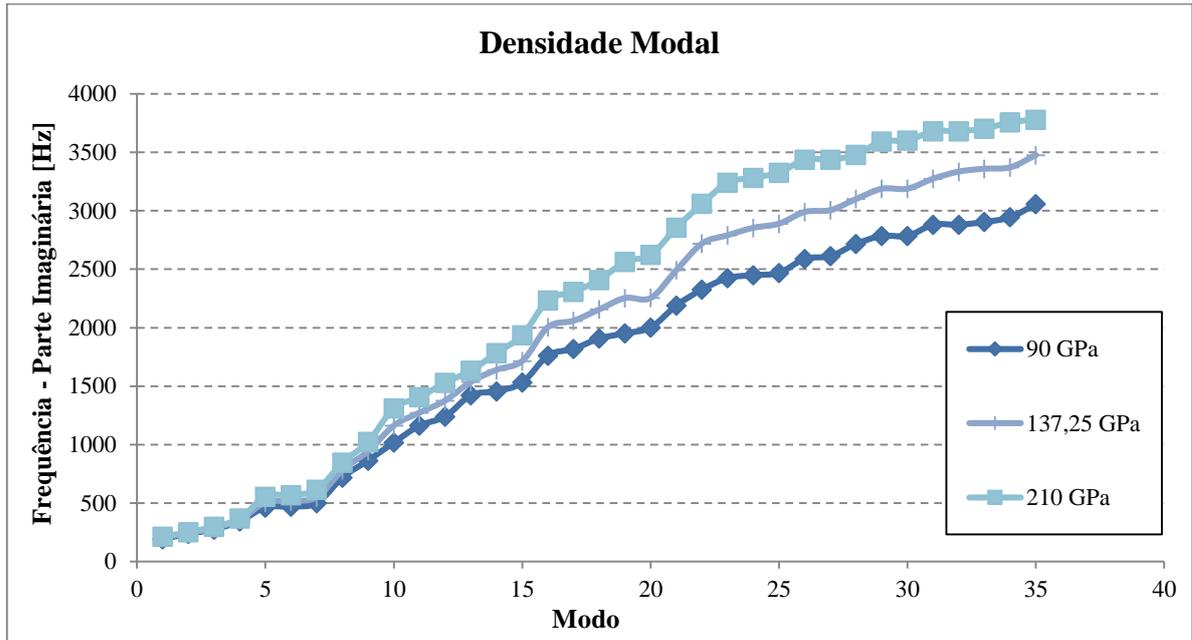


Figura 4.9 Curvas de densidade modal do sistema de freio em função do módulo de elasticidade do tambor.

Avaliando os resultados apresentados nas curvas da Figura 4.9, pode ser percebido que o aumento da rigidez do tambor aumenta as frequências de vibração do sistema, mas não altera a quantidade de modos. Pela Figura 4.9, é perceptível esse comportamento, principalmente nas frequências mais altas, como nos modos superiores ao modo 15.

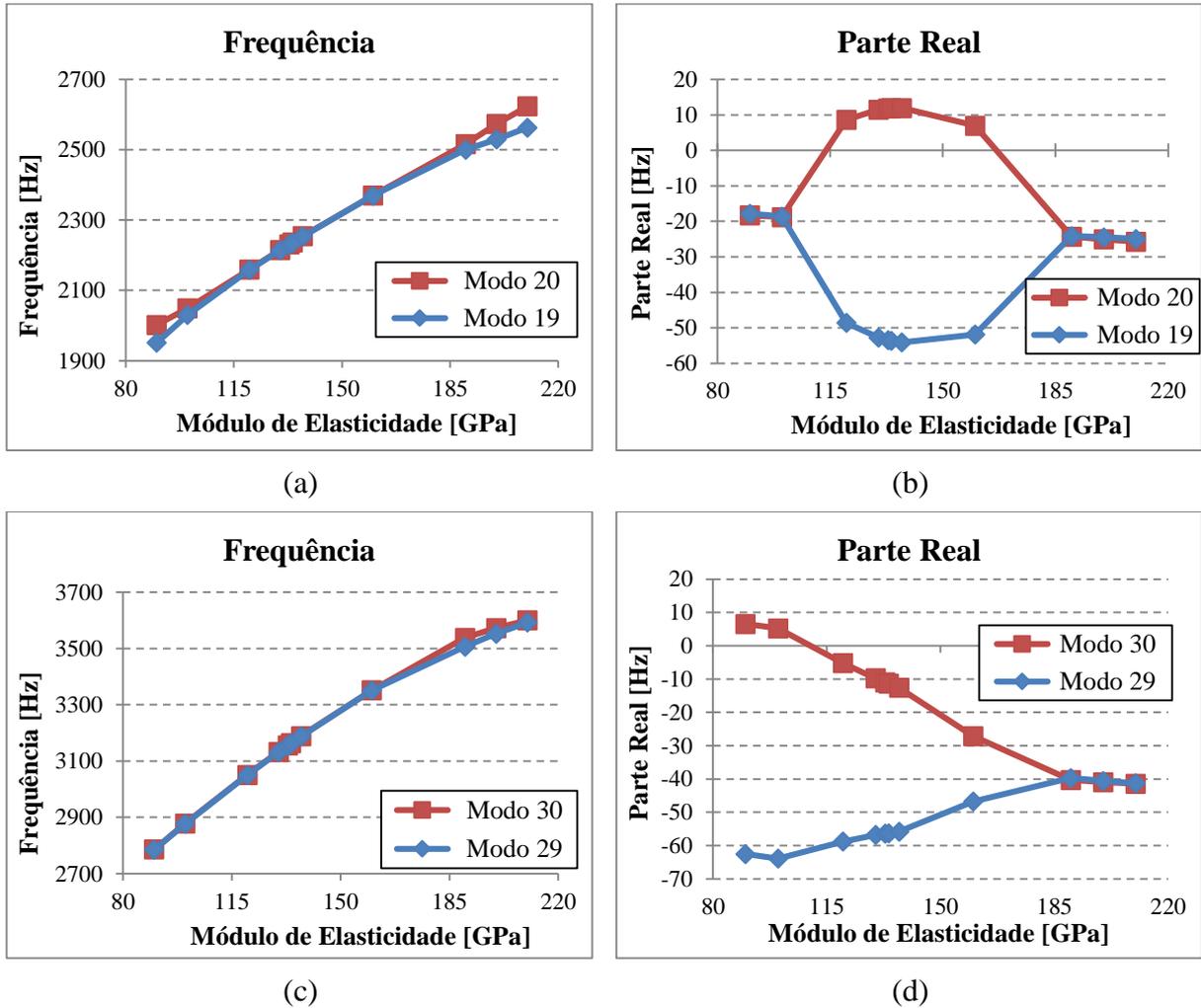


Figura 4.10 Curvas de frequência (a) e (c) e parte real (b) e (d) para o modo instável 1 (2250 Hz) e modo instável 2 (3200 Hz), respectivamente, em função do módulo de elasticidade do tambor.

Na Figura 4.10 (a) e (b), pode ser verificada a influência da rigidez do tambor de freio na parte real e na frequência do autovalor complexo do primeiro modo instável. Pode ser percebido que na faixa de variação do módulo elástico entre 130 GPa e 140 GPa, não existe uma influência significativa na instabilidade do sistema. No entanto, quando a rigidez é extrapolada para valores menores ou maiores do que o real ajustado, começa a ser perceptível a existência de uma tendência de estabilização. Ou seja, através da mudança de rigidez do tambor, tanto aumentando quanto diminuindo, é possível estabilizar o modo instável 1. Para isso, no entanto, é necessário uma alteração da ordem de 30% a partir do valor real ajustado para a rigidez do material. Esse nível de alteração é viável apenas por troca de material, caracterizando uma alteração de rigidez proporcional em todo o volume do componente. No

entanto, propostas de modificações localizadas da rigidez do componente através de alterações geométricas podem ser mais efetivas para estabilizar modos instáveis.

Para o segundo modo instável, Figura 4.10 (c) e (d), o mesmo comportamento pode ser percebido, no entanto a estabilização só é possível para os valores mais altos do módulo de elasticidade do tambor de freio. Assim, um aumento de rigidez do tambor de freio poderia solucionar os dois modos instáveis. No entanto, esse aumento é da ordem de 40% do valor do ferro fundido cinzento utilizado, o que dificultaria a troca do material do tambor de freio ou implicaria em grandes alterações geométricas.

4.5.4 Força de Acionamento

Aqui é avaliada a influência da força de acionamento do sistema de freio na análise de autovalores complexos. A Tabela 4.8 apresenta os valores de força que são utilizados na análise de sensibilidade. Essa força é aplicada em cada sapata, de acordo com a Figura 3.9.

Tabela 4.8 Valores da força de acionamento.

| Caso | Força [kN] |
|-------------|-----------------------|
| 1 | 10,0 |
| 2 | 20,0 |
| 3 | 40,0 |
| 4 | 60,0 |

As curvas da Figura 4.11 abaixo trazem o comportamento da parte real e da frequência do autovalor complexo em função da força de acionamento. Os resultados apresentados são baseados no coeficiente de atrito de 0,36, já que, para esse valor, o sistema apresenta instabilidade nos dois primeiros modos.

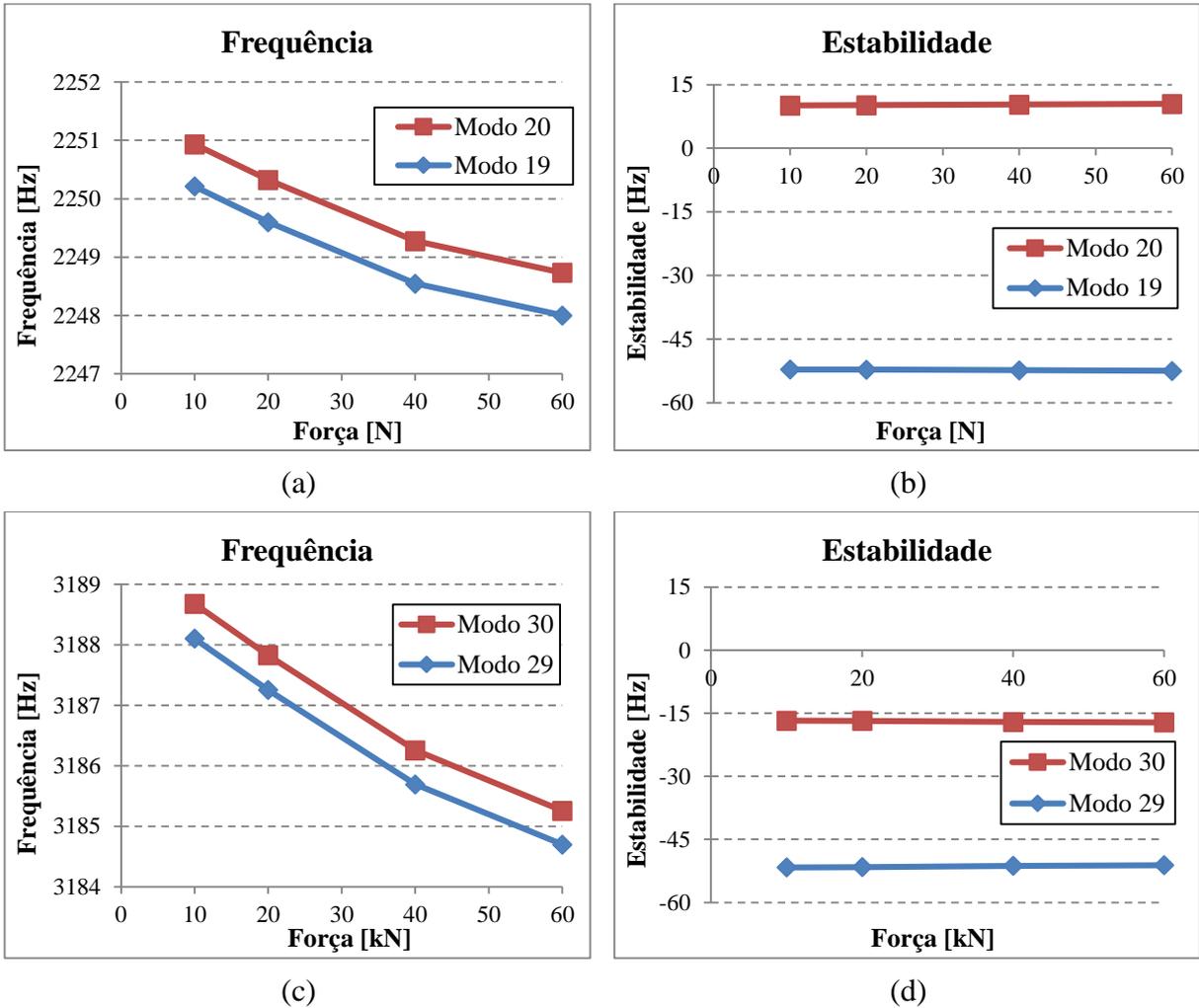


Figura 4.11 Curvas de frequência (a) e (c) e estabilidade (b) e (d) para o modo instável 1 (2250 Hz) e modo instável 2 (3200 Hz), respectivamente, em função da força de acionamento.

Como pode ser percebido na Figura 4.11, a força não apresenta influência significativa na instabilidade dinâmica, pois dobrando e triplicando a força inicial de 20 kN, implica em diferenças da ordem de 3 Hz nas frequências dos modos instáveis. Pode ser percebido ainda, que não existe inclusive a tendência de abertura da curva da parte real ou acoplamento de frequências. A parte real do autovalor complexo permanece constante em função da força, sendo que para a força mais baixa (20 kN) já havia instabilidade e essa não se alterou mesmo aumentando bastante a força.

4.6 Validação da metodologia de predição de *squeal*

A validação da metodologia consistiu em coletar dados de ruídos dos veículos instrumentados, a partir dos quais foi aplicada a Transformada de Fourier para o domínio da frequência. Com isso, é obtido o espectro de frequências ruidosas de cada veículo, o que pode ser comparado com as respostas dos modelos de CEA. As frequências obtidas no veículo são confrontadas com as frequências dos modos instáveis. Primeiramente, serão apresentados os resultados das análises numéricas de CEA para o freio do veículo B, pois o freio do veículo A foi discutido e apresentado diversas vezes até aqui.

A metodologia de predição de *squeal*, através da análise de autovalores complexos, foi aplicada para um sistema de freio a tambor semelhante (freio do veículo B). Esse sistema possui tambor de freio e lonas idênticos ao anterior, mas as sapatas e o cubo de roda são diferentes. A Figura 4.12 e a Figura 4.13 apresentam os resultados de densidade modal e parte real em função da frequência, respectivamente. Os resultados do freio do veículo A, foram mantidos juntamente com os do B para permitir uma verificação da influência dessas alterações geométricas.

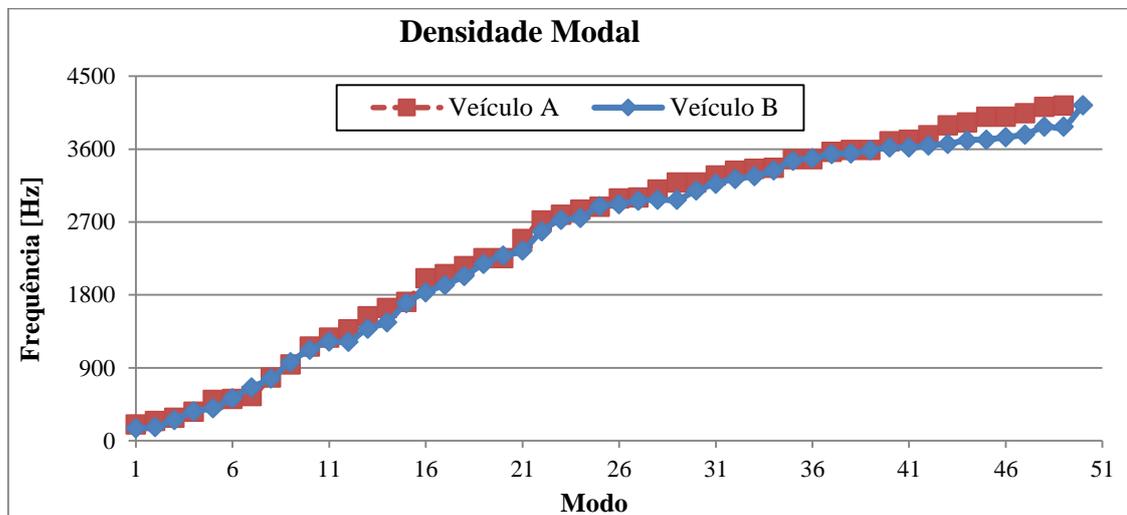


Figura 4.12 Densidade modal para o freio do veículo B simulado em ANSYS.

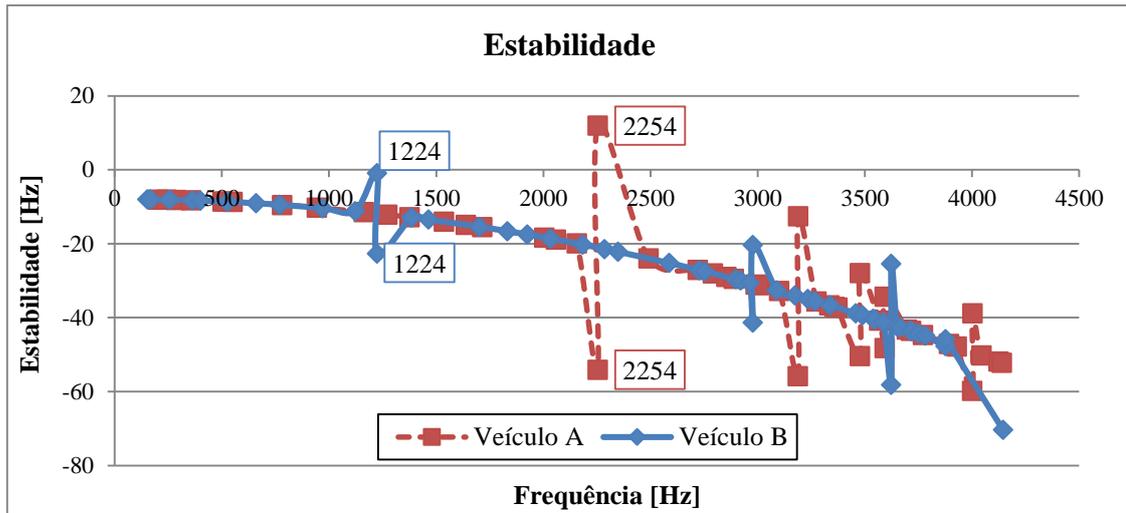


Figura 4.13 Parte real em função da frequência para o freio do veículo B simulado em ANSYS.

De acordo com os resultados das figuras acima, pode ser verificada a influência da alteração da geometria desses componentes de freio. O primeiro modo instável do freio B é encontrado na frequência de 1224 Hz, visualizado no par complexo conjugado perturbado em relação às curvas de estabilidade (Figura 4.13), diferentemente da frequência de 2254 Hz do freio A. A sapata e o cubo desse freio têm grande influência na instabilidade dinâmica do sistema, podendo alterar significativamente os modos instáveis. É válido ressaltar que a parte real do autovalor complexo, exceto nos modos instáveis, é igual para ambos os freios, pois são modelos baseados nos mesmos coeficientes de Rayleigh.

O veículo A apresentou ruído de freio tipo *squeal* sintonizado em uma faixa entre 2400 Hz e 2700 Hz, nas diferentes repetições da rota, com picos bem destacados, atingindo uma magnitude média de aproximadamente 75 dBA, dentro do veículo em uma posição próxima ao ouvido do motorista e com as janelas abertas. As condições de ocorrência desse ruído foram bastante específicas, sempre em baixas velocidades, baixas pressões de frenagem e em declives. O ruído evidenciado é considerado como de amplitude moderada. A Figura 4.14 apresenta resultados de ruído de *squeal* para o veículo A.

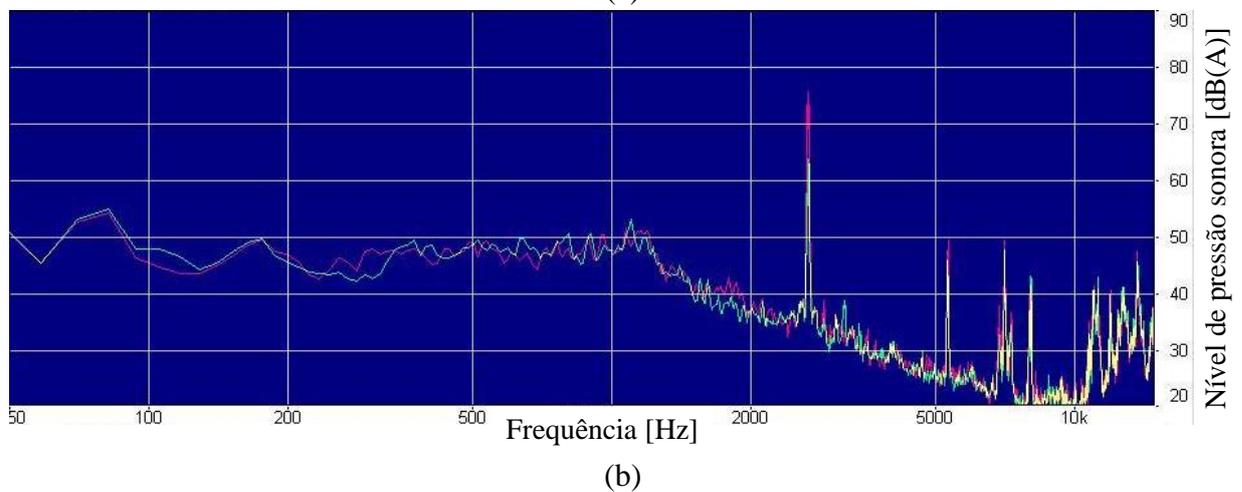
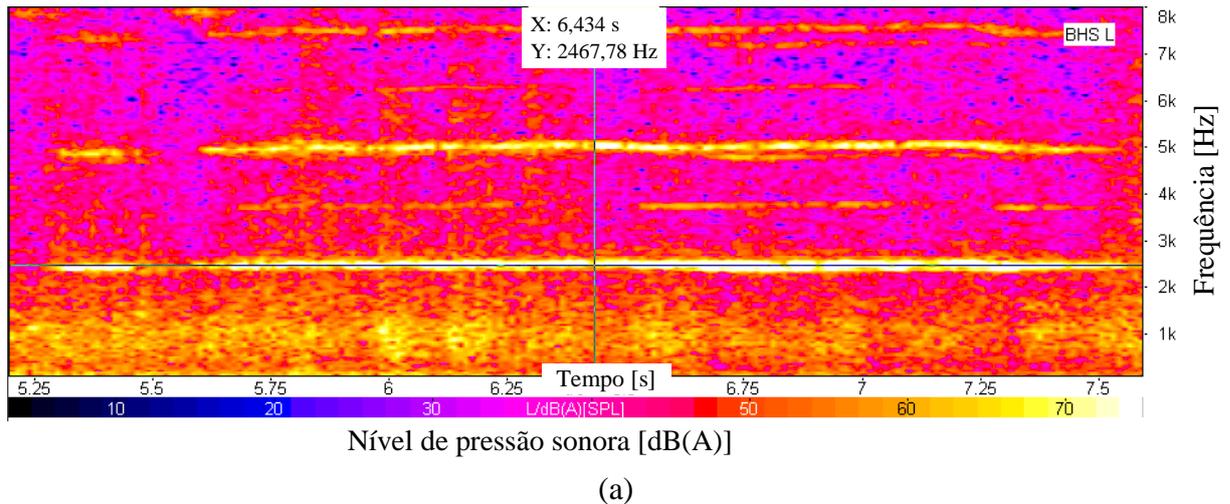


Figura 4.14 Resultados de frenagem com *squeal* para o veículo A, onde: (a) mapa de cores para frequência e intensidade ao longo do tempo, com pico de intensidade em 2470 Hz e suas harmônicas; e (b) espectro de frequência do *squeal* em 2700 Hz, no tempo de 6,4 s.

O veículo B (com sapata e cubo diferentes do veículo A) apresentou ruído de freio tipo *squeal* sintonizado em torno de 1200 Hz, nas diferentes repetições da rota, com picos bem destacados, atingindo uma magnitude média de aproximadamente 83 dBA. O ruído foi gravado no interior do ônibus com as janelas abertas. O ruído evidenciado é considerado como de amplitude moderada para alta. A Figura 4.15 apresenta resultados de ruído de *squeal* para o veículo A.

A Tabela 4.9 abaixo apresenta um resumo comparativo entre as frequências numéricas e experimentais de cada freio analisado.

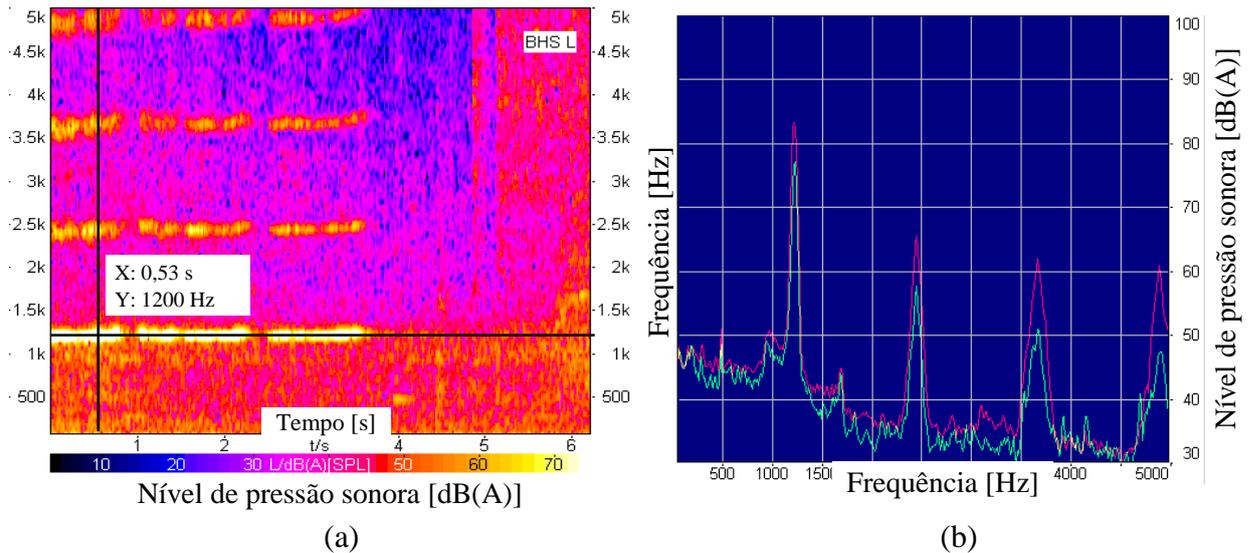


Figura 4.15 Resultados de frenagem com *squeal* em 1200 Hz para o veículo B, onde: (a) mapa de cores para frequência e intensidade ao longo do tempo; e (b) espectro de frequência no tempo 0,5 s.

Tabela 4.9 Comparação entre as frequências numéricas e experimentais.

| <i>Veículo</i> | w Numérico [Hz] | w Experimental [Hz] | Erro [%] |
|----------------|-----------------|---------------------|----------|
| A | 2254 | 2400 | -6,5% |
| | | 2700 | -19,8% |
| B | 1224 | 1200 | 2,0% |

O freio do veículo A é o mesmo apresentado nas seções 4.1 até 4.5, cuja frequência do primeiro modo de vibração instável, calculada pela metodologia de CEA, se encontra em torno de 2250 Hz. Com isso, pode ser percebido que a diferença entre os resultados numéricos e experimentais varia entre 6,5% e 19%, aproximadamente. Esse resultado mostra que a metodologia de predição de *squeal* é robusta e eficiente, sendo essa análise de CEA adequada para a representação e investigação do fenômeno envolvido no ruído de *squeal*.

Os resultados numéricos do freio do veículo B foram apresentados no início dessa seção, sendo que a frequência do primeiro modo de vibração instável, calculada pela metodologia de CEA, se encontra em torno de 1224 Hz. Com isso, pode ser percebido que a diferença entre os resultados numéricos e experimentais diverge em torno de 2%, aproximadamente. Esse é um excelente resultado, que está de acordo e até melhor que o resultado do veículo A, confirmando que a metodologia de predição de *squeal* por CEA é robusta e eficiente.

5 CONCLUSÕES

A calibração do modelo matemático é essencial para a confiabilidade dos resultados encontrados. A técnica de calibração apresentada, através da comparação entre resultados experimentais e numéricos para realizar o ajuste das propriedades mecânicas, é satisfatória para os modelos propostos, uma vez que os erros entre resultados numéricos e experimentais são, de forma geral, menores do que 5 %.

O modelo matemático de amortecimento aplicado ao modelo de CEA, denominado amortecimento de Rayleigh global, se mostrou robusto e eficiente para as análises desenvolvidas. A determinação experimental dos parâmetros modais, necessários para o cálculo dos coeficientes, é simples e relativamente rápida. A propriedade de amortecimento não possui sensibilidade à pressão de acionamento do sistema de freio, apresentando diferença apenas entre o sistema acionado e não acionado.

Na abordagem encontrada na literatura, apenas são considerados instáveis os modos cuja parte real é positiva. No entanto, pelos resultados encontrados nesse trabalho, o amortecimento define o comportamento da parte real do autovalor complexo. Assim, é sugerido utilizar a curva “Parte real x imaginária” para definir a propensão à instabilidade dinâmica de cada modo. A utilização da perturbação que ocorre na curva de estabilidade se mostrou eficaz para evitar subestimar os modos instáveis do sistema.

Esse tratamento, baseado na perturbação da curva “Parte real x imaginária”, controla a influência do amortecimento na análise de instabilidade dinâmica por CEA, pois o comportamento (curva) é imposto através dos coeficientes de Rayleigh. Isso proporciona uma vantagem, já que a determinação do parâmetro de amortecimento do sistema é bastante complexa e possui várias incertezas. Com isso, o nível de amortecimento torna-se menos importante, frente à tendência observada na resposta dos modelos.

Existe um limite para o coeficiente de atrito (COF crítico) a partir do qual há disparo da tendência à instabilidade dinâmica do sistema. Esse COF crítico depende do modo de vibração, ou seja, ele pode possuir valores diferentes para diferentes modos. No sistema estudado e para as condições adotadas, esse limite varia para os dois primeiros modos instáveis: no 1º modo está em torno de 0,1, enquanto para o 2º está em torno de 0,25.

A instabilidade dinâmica sofre pouca influência do módulo de elasticidade do material de atrito na faixa usual. Quando a propriedade é extrapolada para valores muito menores dos

usuais, pode ser percebida uma significativa piora na instabilidade dinâmica do sistema. Para o caso estudado, a alteração da propriedade do material de atrito mostrou-se uma solução para a instabilidade, pois o aumento do módulo de elasticidade das lonas estabilizou o segundo modo instável, porém aumenta a instabilidade do primeiro modo. Diminuir o Módulo de Elasticidade pode provocar troca no modo instável de menor frequência e aumenta a instabilidade do segundo modo instável. Como a frequência ruidosa obtida no veículo é referente ao primeiro modo de vibração encontrado no modelo, o aumento do E das lonas não é aconselhável, pois aumenta a instabilidade desse modo.

Pequenas variações (~5%) no módulo de elasticidade do tambor de freio não possuem, para o sistema estudado, influência significativa no comportamento de instabilidade do sistema, existindo um valor máximo e um mínimo de módulo crítico entre os quais o sistema é instável. Podem ser realizadas alterações de rigidez do tambor de freio com o objetivo de estabilizar o sistema. A troca de material para fornecer essa alteração de rigidez pode ser viável, no entanto alterações geométricas no componente devem ter uma resposta mais sensível.

O modelo de CEA não apresentou sensibilidade à variação da força de acionamento das sapatas. Pelos resultados encontrados, a pressão de acionamento, que dá origem à força de acionamento, não influencia no amortecimento do sistema determinado experimentalmente, e no modelo por CEA não influencia na instabilidade dos modos de vibração.

A validação do modelo de instabilidade dinâmica por CEA mostrou resultados satisfatórios, evidenciando que essa é uma metodologia eficiente e robusta para auxiliar no desenvolvimento de projetos de sistemas de freio a tambor. A geometria da sapata de freio possui significativa influência na resposta instável do sistema, mas o modelo de CEA é robusto suficiente para reproduzir esse tipo de modificação.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Com o desenvolvimento desse trabalho, podem ser sugeridas algumas linhas de pesquisa para aprimorar a ferramenta aqui apresentada. Abaixo, são listados alguns pontos interessantes de continuação dessa metodologia estendendo sua aplicabilidade.

- Considerar os efeitos da temperatura nas análises de predição de *squeal*;

- Utilizar os conceitos de Fator de Participação Modal (*Modal Participation Factor* - MPF) para identificar os modos de maior contribuição na instabilidade do sistema, assim como apresentado por Kung et al., 2000b;
- Implementar técnicas de otimização para evitar o acoplamento de modos de vibração, diminuindo a propensão à instabilidade dinâmica;
- Elaborar um modelo de vibro-acústica, acoplando o modelo de vibração aqui apresentado com modelos acústicos. Esse tipo de técnica foi utilizada por Oberst, 2011, e Oberst e Lai, 2015, para avaliar a potência de radiação acústica, permitindo quantificar a propensão a geração de ruído de freio dos modos instáveis.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adhikari, S.; Phani, A.S.; **Rayleigh's Classical Damping revisited**, Disponível em: <http://engweb.swan.ac.uk/~adhikaris/fulltext/conference/ftc27.pdf>

Ahmed, I.; Fatouh, Y.; Aly, W.; **A parametric FE modeling of brake for non-linear analysis**, International Journal of Energy and Environment (IJEE), Vol. 5, Issue 1, pg. 97-110, 2014.

Ali, B.; Ghazaly, N.M.; **Effects of material properties on generation of brake squeal noise using finite element analysis**, Latin American Journal of Solids and Structures, Vol. 12, No 8, 2015.

Alves Filho, A.; **Elementos Finitos – A base da tecnologia CAE – Análise dinâmica**, 2ª edição, Ed. Érica, São Paulo, 2008.

ANSYS Mechanical APDL Structural Analysis Guide, ANSYS Help Documentations, version 16.0, 2015.

Antunes, D.S.; **Otimização de treliças planas baseada em confiabilidade**, Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

Bajer, A.; Belsky, V.; Kung, S.W.; **The influence of friction-induced damping and nonlinear effects on brake squeal analysis**, SAE Technical Paper 2004-01-2794, 2004. doi: 10.4271/2004-01-2794.

Baker, A.K.; **Vehicle braking**, Ed. Pentech Press, London, 1986.

Bathe, K.J.; **Finite Element procedures**, Ed. Prentice Hall, New Jersey, 1996.

Canali, R.J.; **Determinação de propriedades físicas de diferentes materiais para discos e pastilhas de freio e relação destas propriedades com ruído**, Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Engenharia, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002.

Crolla, D.A.; Lang, A.M.; **Brake noise and vibration – The state of the art**, Vehicle Tribology Leeds-Lyon Tribology Series, vol. 18, pg. 165-174, 1991.

Dowling, A.P.; Williams, J.E.F.; **Sound and sources of sound**, Ed. Ellis Horwood, Chichester, 1989 (1983).

Dowson, D.; **History of Tribology**, Ed. Longman Group Limited, England, 1979.

Eriksson, M.; **Friction and contact phenomena of disc brakes related to squeal**, Tese de PhD, Acta Universitatis Upsaliensis, Uppsala, Sweden, 2000.

Esgandari, M.; Taulbut, R.; Olatunbosun, O.; **Effect of damping in complex eigenvalue analysis of brake noise to control over-prediction of instabilities: An experimental study**, SAE Technical Paper 2013-01-2034, 2013. doi: 10.4271/2013-01-2034.

Fritz, G.; Sinou, J.J.; Duffal, J.M.; Jézéquel, L.; **Effects of damping on brake squeal coalescence patterns – Application on a finite element model**, Mechanics Research Communications, vol. 34, pg. 181-190, 2007.

Fuadi, Z.; Adachi, K.; Ikeda, H.; Naito, H.; Kato, K.; **Effect of Contact Stiffness on Creep-Groan Occurrence on a Simple Caliper-Slider Experimental Model**, Tribol Lett 33, pg. 169-178, 2009.

Gillespie, T.D.; **Fundamentals of Vehicle Dynamics**, Society of Automotive Engineers, 495 pg., 1992.

Halliday, D.; Resnick, R.; **Fundamentos de Física: mecânica**, vol. 1, 9ª edição, Grupo Gen – LTC, Rio de Janeiro, Brasil, 2012.

Hoffmann, N.; Fischer, M.; Allgaier, R.; Gaul, L.; **A minimal model for studying properties of the mode-coupling type instability in friction induced oscillations**, Mechanics Research Communications, vol. 29, pg. 197-205, 2002.

Hohmann, C.; Schiffner, K.; Oerter, K.; Reese, H.; **Contact analysis for drum brakes and disk brakes using ADINA**, Computers and Structures, vol. 72, pg. 185-198, 1999.

Huang, J.; Krousgrill, C.M.; Bajaj, A.K.; **Modeling of automotive drum brakes for squeal and parameter sensitivity analysis**, Journal of Sound and Vibration, vol. 289, pg. 245-263, 2006.

Hughes, T.J.R.; **The Finite Element Method – Linear static and dynamic Finite Element Analysis**, Ed. Dover Publications Inc., New York, 2000 (1987).

Kinkaid, N.M.; O'Reilly, O.M.; Papadopoulos, P.; **Automotive disc brake squeal**, Journal of Sound and Vibration, vol. 267, pg. 105-166, 2003.

Kun, D.; Lijun, Z.; Dejian, M.; Zhuoping, Y.; **Reliability and precision of complex eigenvalue method for disc brake squeal prediction**, Eurobrake 2013, paper number: EB2013-MS-011.

Kung, S.W.; Dunlap, K.B.; Ballinger, R.S.; **Complex eigenvalue analysis for reducing low frequency brake squeal**, SAE Technical Paper 2000-01-0444, 2000a. doi: 10.4271/2000-01-0444.

Kung, S.W.; Saligrama, V.C.; Riehle, M.A.; **Modal participation analysis for identifying brake squeal mechanism**, SAE Technical Paper 2000-01-2764, 2000b. doi: 10.4271/2000-01-2764.

Lee, S.M.; Shin, M.W.; Lee, W.K.; Jang, H.; **The correlation between contact stiffness and stick–slip of brake friction**, *Wear*, vol. 302 (1-2), pg. 1414-1420, 2013. doi:10.1016/j.wear.2012.12.017

Limpert, R.; **Brake design and safety**, Society of Automotive Engineers International, United States of America, 1999.

Liu, P.; Zheng, H.; Cai, C.; Wang, Y.Y.; Lu, C.; Ang, K.H.; Liu, G.R.; **Analysis of disc brake squeal using the complex eigenvalue method**, *Applied Acoustics*, vol. 68, pg. 603-615, 2007.

LMS, **Theory and background**, 2000. Disponível em:
<http://read.pudn.com/downloads71/ebook/257215/Complete%20theory.pdf>

Loannidis, P.; Brooks, P.C.; Barton, D.C.; **Drum brake contact analysis and its influence on squeal noise prediction**, SAE Technical Paper 2003-01-3348, 2003. doi: 10.4271/2003-01-3348

Magioni, L.; Casagrande, D.E.; Dos Santos, R.L.; Chiu, J.O.; Roman, A.; Beraldo, C.E.M.; **Influence of brake drum stiffness on the functionality of automatic slack adjuster**, SAE Technical paper 2015-36-0012 (ISSN 0148-7191), 12th SAE Brazil International Brake Colloquium & Engineering Display, Brazil, 2015.

Man Liu; Gorman, D.G.; **Formulation of Rayleigh Damping and its extensions**, *Computers & Structures*, vol. 57, N° 2, Great Britain, 1995.

Masotti, D.; **Comparação de métodos de determinação do amortecimento estrutural através de técnicas de ajuste de curvas de funções resposta em frequência**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Florianópolis, Brasil, 2013.

Masotti, D.; Rauch, B.; **Methodology to predict brake noise events in a specific route using a dynamometer test**, SAE Technical paper 2015-36-0008 (ISSN 0148-7191), 12th SAE Brazil International Brake Colloquium & Engineering Display, Brazil, 2015.

Masotti, D.; Silva, O.M.; Matozo, L.T.; Boniatti, D.; **Experimental validation of finite elements models of brake drums for squeal analysis**, 9th SAE Brazil International Brake Colloquium e Engineering Display, Caxias do Sul, 2009.

Matozo, L.T.; **Análise de materiais de fundo de alto amortecimento e de seus efeitos em pastilhas de freio**, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2006.

Matozo, L.T.; **Estudo da relação entre propriedades de compósitos de fricção aplicados a sistemas de freio a disco e a propensão à ocorrência de squeal noise**, Tese de doutorado em Engenharia Mecânica, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica,

Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2012.

Miguel, L.F.F.; **Estudo Teórico e Experimental de Amortecedores de Vibração por Atrito**, Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2002.

Mohammad, D.R.A.; Khan, N.U.; Ramamurti, V.; **On the role of Rayleigh Damping**, Journal of Sound and Vibration, vol. 185, pg. 207-218, 1995.

Nack, W.V.; **Brake squeal analysis by finite elements**, SAE Technical Paper 1999-01-1736, 1999. doi: 10.4271/1999-01-1736.

Neis, P.D.; Ferreira, N.F.; Matozo, L.T.; Masotti, D.; Poletto, J.C.; **Definition of a suitable parameter for characterizing creep groan propensity in brake pads**, SAE Technical paper 2015-36-0004 (ISSN 0148-7191), presented in 12th SAE Brazil International Brake Colloquium & Engineering Display, Brazil, 2015.

Neis, P.D.; Ferreira, N.F.; Poletto, J.C.; Matozo, L.T.; Masotti, D.; **Quantification of brake creep groan in vehicle tests and its relation with stick-slip obtained in laboratory tests**, Journal of Sound and Vibration, vol. 267, pg. 63-76, 2016.

Oberst, S.M.; **Analysis of brake squeal noise**, PhD Thesis, University of New South Wales, School of Engineering and Information Technology, 2011.

Oberst, S.; Lai, J.C.S.; **Squeal noise in simple numerical brake models**, Journal of Sound and Vibration, vol. 352, pg. 129-141, 2015.

Oehlmeyer, A.K.; **Instabilidade de freios a disco por análise de autovalor complexo**, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, Brazil, 2008.

Ouyang, H.; Nack, W.V.; Yuan, Y.; Chen, F.; **Numerical analysis of automotive disc brake squeal: a review**, International Journal of Vehicle Noise and Vibration, vol. 1, pg. 207-231, 2005.

Park, S.C.; Wontae, J.; Park, K.H.; **Improvement of brake squeal using shape optimization based on frequency separation**, Eurobrake 2012, paper number: EB2012-MS-027.

Rabinowicz, E.; **Friction and wear of materials**, John Wiley and Sons Inc., New York, 1965.

Rao, S.S.; **Mechanical vibrations**, 5th edition, Ed. Prentice Hall, New Jersey, 2010.

Ruzzi, M.H.; **Medições das propriedades dinâmicas de materiais de pastilhas de freios automotivos**, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brazil, 2004.

Schwarz, B.J.; Richardson, M.H.; **Experimental modal analysis**, CSI Reliability Week, Orlando, FL, 1999.

Serbino, E.M.; **Um estudo dos mecanismos de desgaste em disco de freio automotivo ventilado de ferro fundido cinzento perlítico com grafita lamelar**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brazil, 2005.

Silva, J.G.P.; Fulco, E.R.; Varante, P.E.D.; Nascimento, V.; Diesel, F.N.; Boniatti, D.L.; **Numerical and experimental evaluation of brake squeal**, SAE Technical Paper 2013-36-0030, 2013. doi: 10.4271/2013-36-0030.

Somnay, R.; Shih, S.; **Predicting drum brake noise using finite element methods**, SAE Technical Paper 2002-01-3139, 2002. doi: 10.4271/2002-01-3139.

Spelsberg-Korspeter, G.; **Eigenvalue Optimization against brake squeal: Symmetry, Mathematical Background and Experiments**, Journal of Sound and Vibration, vol. 331, pg. 4259-4268, 2012.

Spurr, R.T.; **A theory of brake squeal**, Proceeding of the Automotive Division, Institution of Mechanical Engineers, vol. 1, pg. 33-40, 1962.

Thomson, W.T.; **Teoria da vibração com aplicações**, Ed. Interciência, Rio de Janeiro, 1978.

Wontae, J.; Hojoon, C.; Jeong-tae, K.; **New CAE procedure for reducing brake squeal noise based on mass-stiffness effect**, Eurobrake 2013, paper number: EB2013-MS-006.

APÊNDICE A – Análise de influência das simplificações geométricas

O modelo numérico de CEA é não linear e possui um alto custo computacional, conforme apresentado nos capítulos 3 e 4, assim é importante realizar simplificações geométricas que ajudem a melhorar a qualidade da malha e evitar refinamentos desnecessários por descontinuidades geométricas, concordâncias e furos, por exemplo. Nessa etapa do estudo foi utilizada uma análise modal para comparar a influência de simplificações geométricas na resposta dos modos de vibração natural de cada componente do sistema de freio. As propriedades dos materiais utilizadas são as mesmas apresentadas na Tabela 3.3.

Foram elaborados diferentes modelos de análise modal por elementos finitos, onde cada componente foi simulado em três propostas geométricas: Original, de acordo com o desenho original do componente; Simplificado 1, com um nível baixo de simplificações; Simplificado 2, com um nível maior de simplificações. A Tabela A.1 apresenta a geometria, a malha e o número de nós de cada proposta de simplificação de cada componente. A massa total de cada peça modelada, mostrada na Figura A.1, pode ser utilizada como um indicador do nível de simplificações. A variação a partir do modelo original indica se houve acréscimo ou redução do volume do componente e quantifica essa variação pela massa de cada modelo.

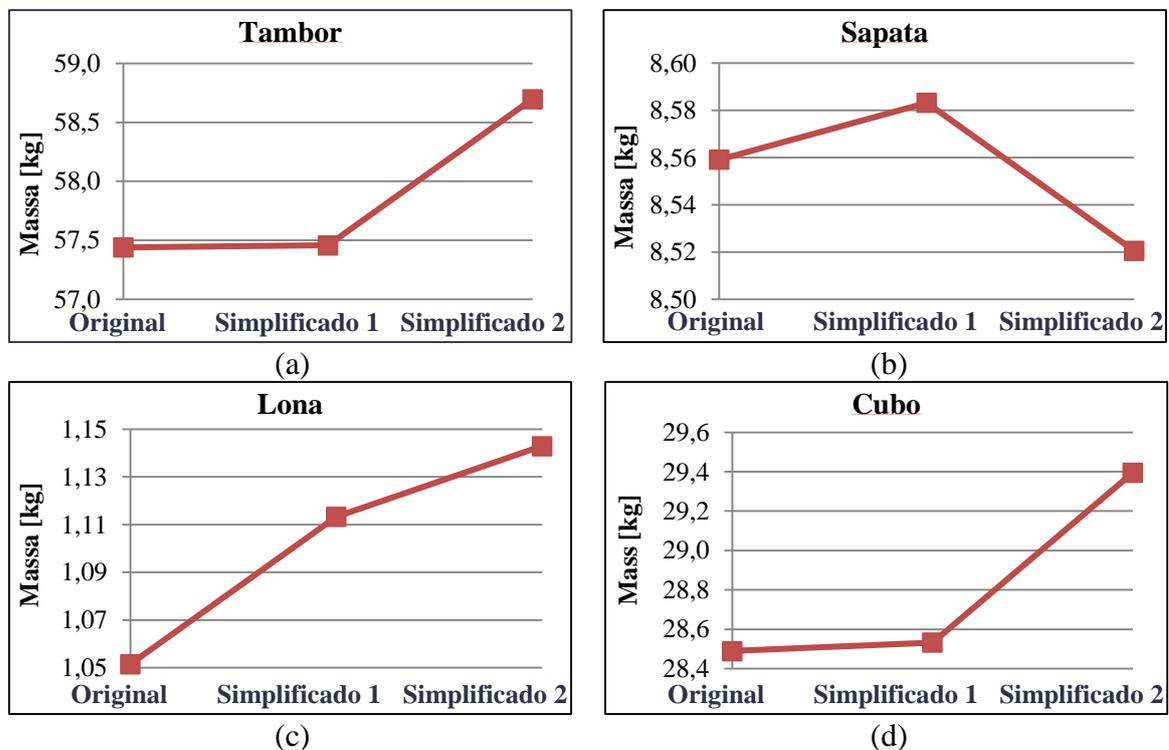
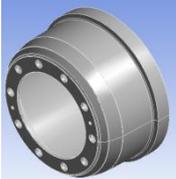
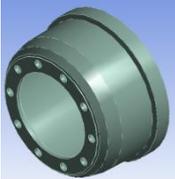
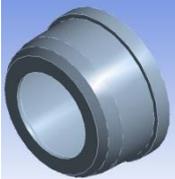
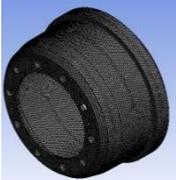
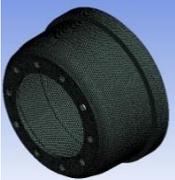
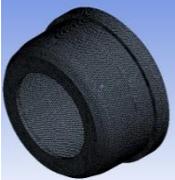
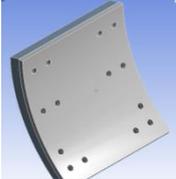
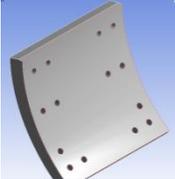
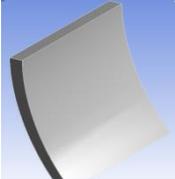
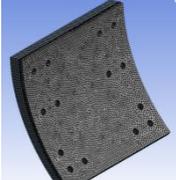
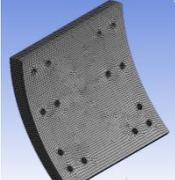
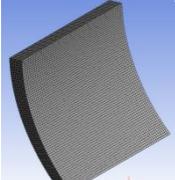


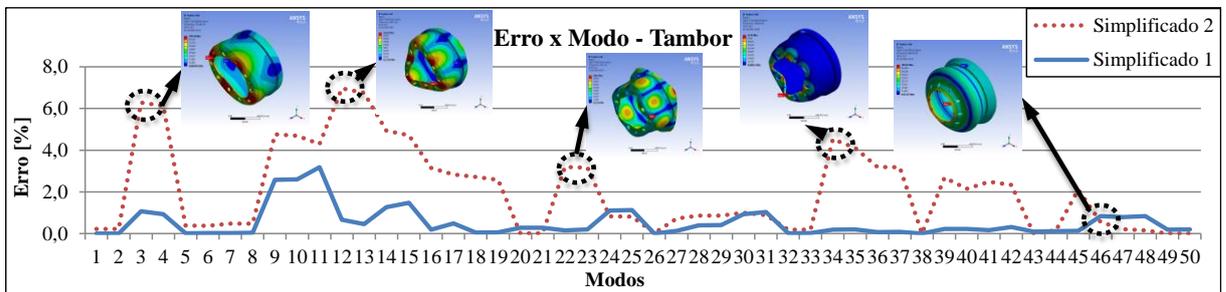
Figura A.1 Massa total de cada componente para cada modelo, onde: (a) tambor; (b) sapata; (c) lona; e (d) cubo.

Nessa etapa do estudo, as geometrias são modificadas de acordo com as simplificações de cada proposta de modelo. No entanto, a malha é mantida similar em todos os modelos de cada componente, pois o tamanho médio dos elementos é mantido constante. Isso é importante para garantir que o único efeito avaliado seja o nível de simplificações geométricas, sem influência da malha. Para isso, a malha gerada é relativamente bem refinada em todos os modelos. A Figura A.2 apresenta os gráficos do erro comparativo entre cada modelo de cada componente.

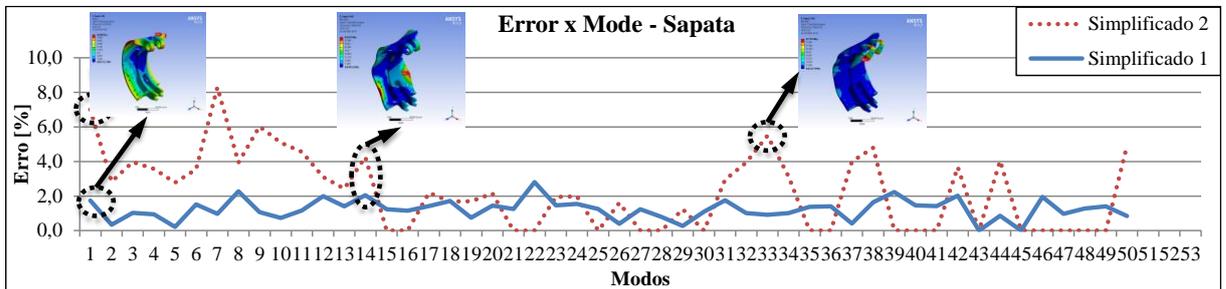
Tabela A.1 Geometria e malha dos componentes para cada modelo simplificado.

| Componente | | Original | Simplificado 1 | Simplificado 2 |
|-------------------|-----------------|---|--|---|
| Tambor | Geometria |  |  |  |
| | Malha |  |  |  |
| | Nº nós | 522.952 | 504.023 | 510.701 |
| Componente | Original | Simplificado 1 | Simplificado 2 | Componente |
| Sapata | Geometria |  |  |  |
| | Malha |  |  |  |
| | Nº nós | 272.936 | 265.051 | 263.215 |
| Lona | Geometria |  |  |  |
| | Malha |  |  |  |

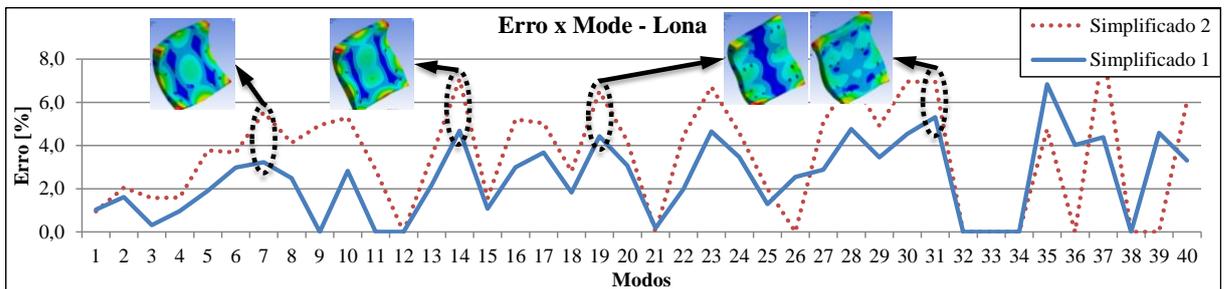
| N° nós | | 210.750 | 160.777 | 139.767 |
|--------|-----------|---|--|---|
| Cubo | Geometria |  |  |  |
| | Malha |  |  |  |
| N° nós | | 413.861 | 427.966 | 429.346 |



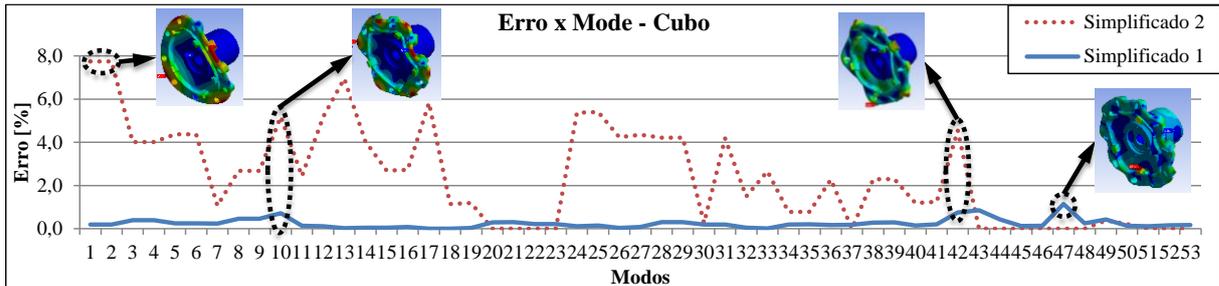
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura A.2 Curva de erro relativo de cada componente para cada proposta, onde: (a) tambor; (b) sapata; (c) lona; e (d) cubo.

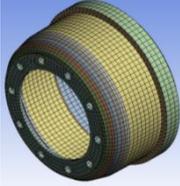
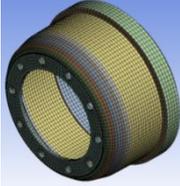
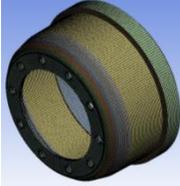
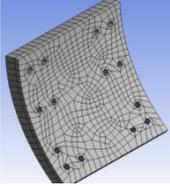
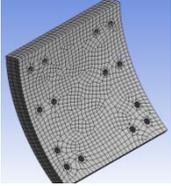
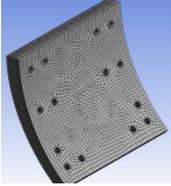
Baseado nos resultados apresentados, a geometria denominada de “*Simplificado 1*” de cada componente foi utilizada para a análise de CEA. A proposta “*Simplificado 1*” de cada componente apresenta um erro aceitável, abaixo de 5% segundo Masotti, 2013, enquanto a “*Simplificado 2*” está exageradamente simplificada, prejudicando os resultados, pois atinge valores de erro de quase 8% em alguns modos.

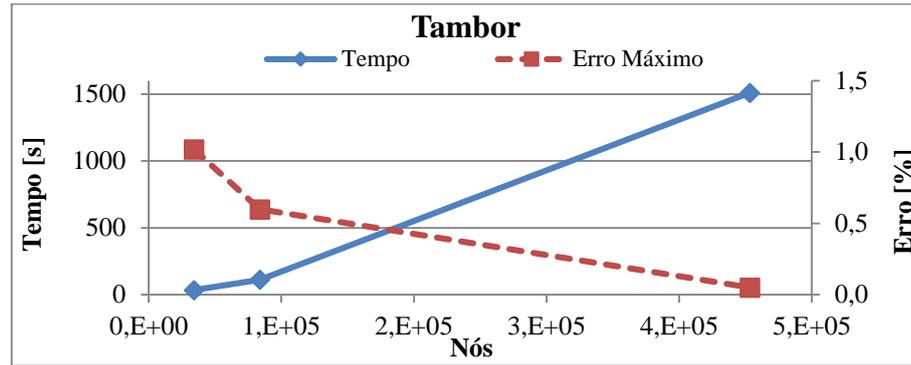
APÊNDICE B – Análise de convergência de malha

A análise de convergência de malha é uma etapa importante para qualquer modelo de elementos finitos, pois permite avaliar a coerência dos resultados, prevendo a propagação de erros por inconsistência da malha. Outra função do estudo de convergência de malha é permitir definir parâmetros de geração de malha, como por exemplo tamanho médio de elemento, que não agregue grandes erros à análise e tenha um custo computacional aceitável.

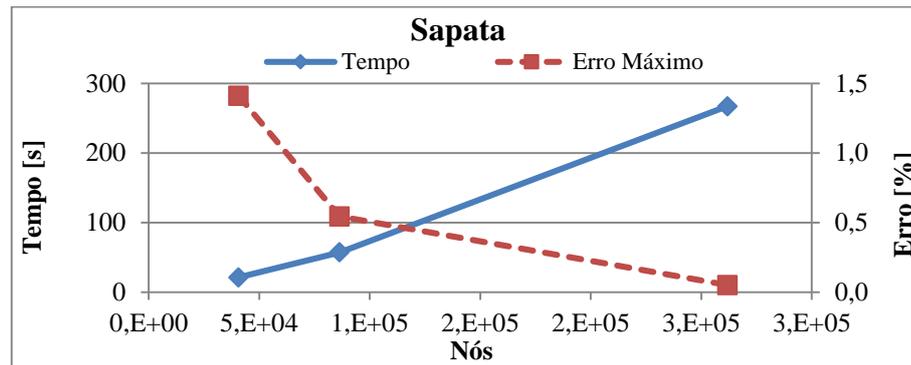
Nesse estudo foi utilizada uma análise modal para comparar a influência das diferentes malhas na resposta dos modos de vibração livre de cada componente do sistema de freio. A Tabela B.1 apresenta os dados das malhas de cada componente, enquanto a Figura B.1 traz os resultados de tempo de processamento e erro relativo em função do número de nós da malha. O tamanho de malha utilizado nas análises desse trabalho foi determinado em função desses resultados, sendo aquele representado pela “Malha 2” de cada componente.

Tabela B.1 Geometria e malha dos componentes para cada modelo simplificado.

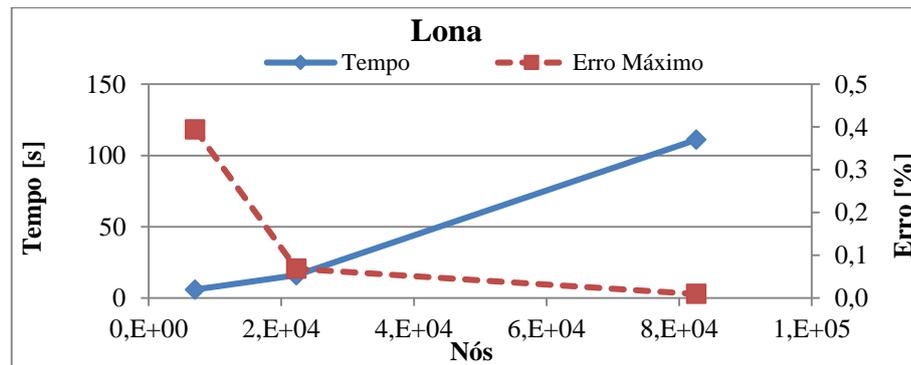
| Componente | | Malha 1 | Malha 2 | Malha 3 |
|------------|--------|---|--|---|
| Tambor | Malha |  |  |  |
| | Nº nós | 34.024 | 83.805 | 453.292 |
| Sapata | Malha |  |  |  |
| | Nº nós | 40.611 | 86.337 | 261.776 |
| Lona | Malha |  |  |  |
| | Nº nós | 6.989 | 22.270 | 82.560 |
| Cubo | Malha |  |  |  |
| | Nº nós | 117.548 | 255.555 | 422.482 |



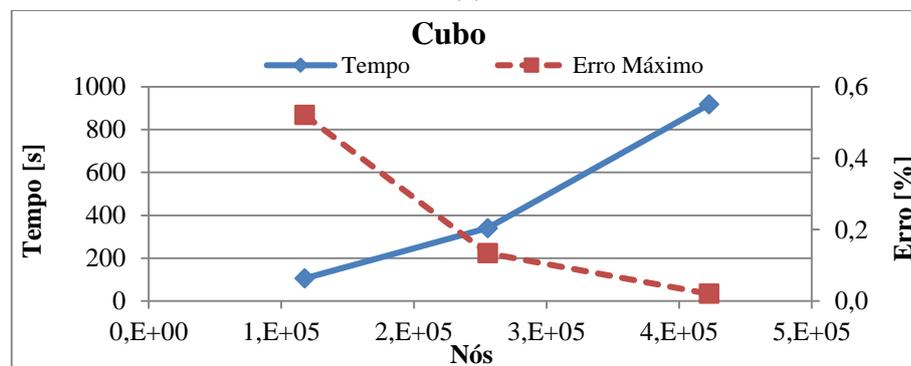
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura B.1 Curva do tempo computacional e do erro relativo em função do número de nós de cada componente para diferentes malhas, onde: (a) tambor; (b) sapata; (c) lona; e (d) cubo.

APÊNDICE C – Análise de influência da pressão de acionamento no amortecimento

A partir dos resultados apresentados na seção 4.2, surgiu uma importante questão: qual a influência da pressão de acionamento no amortecimento do sistema de freio? Para responder essa dúvida, foi realizado outro experimento de análise modal do sistema montado, onde a resposta dinâmica do sistema foi medida para diferentes pressões de acionamento. Foi utilizado o mesmo sistema de freio descrito na seção 3.2, e a medição foi realizada com apenas um acelerômetro em posição fixa para todas as medições, permitindo obter uma única FRF para cada pressão. As medições seguiram a ordem apresentada pela Figura C.1.

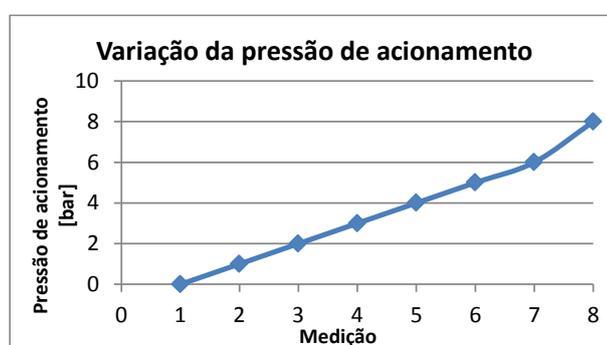


Figura C.1 Gráfico da pressão de acionamento em cada medição.

Com essas medições, foi obtida uma FRF para cada pressão. A Figura C.2 apresenta algumas da FRF's obtidas. A partir dessas curvas, foram extraídos os parâmetros modais e calculados os respectivos coeficientes de Rayleigh, que caracterizam o nível de amortecimento do sistema. A Tabela C.1 apresenta os parâmetros modais (frequência natural e razão de amortecimento), enquanto a Tabela C.2 apresenta os coeficientes de Rayleigh (α e β), que são calculados pela metodologia apresentada na seção 3.2.

A partir da Figura C.2, pode ser percebido que a amplitude de vibração das frequências ressonantes diminui com o aumento da pressão, comparativamente ao sistema não acionado (0 bar). Pode ser visualizado, ainda, um aumento das frequências naturais, principalmente no primeiro modo de vibração. Esse efeito pode ser qualitativamente explicado pela análise da equação 2.6, que relaciona, para um sistema de 1 grau de liberdade, a frequência natural de vibração proporcionalmente à rigidez e inversamente proporcional à massa. Assim, fazendo a interpretação de que o aumento da pressão de acionamento gera um

aumento na rigidez de contato, há um aumento da frequência, fazendo os picos ressonantes se deslocarem para a direita.

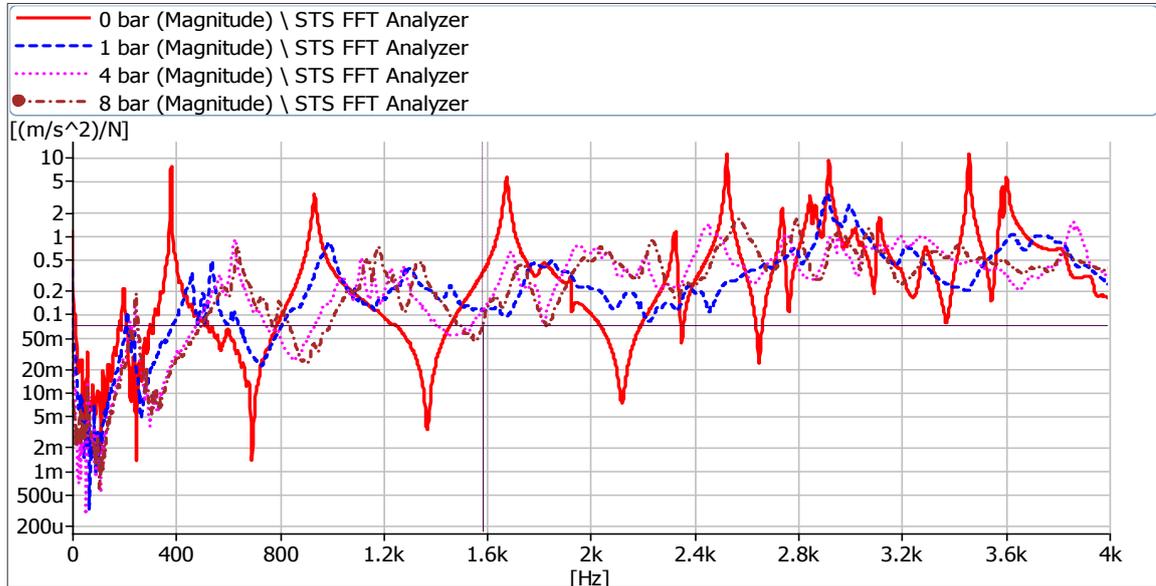


Figura C.2 FRF's do sistema para algumas pressões de acionamento.

Tabela C.1 Frequência de vibração e Razão de Amortecimento para cada pressão.

| <i>Pressão</i> | <i>1 bar</i> | | <i>3 bar</i> | | <i>4 bar</i> | |
|----------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| | w [Hz] | ζ [%] | w [Hz] | ζ [%] | w [Hz] | ζ [%] |
| 1 | 212 | 2,326 | 224 | 1,469 | 224 | 1,637 |
| 2 | 460 | 1,488 | 562 | 2,328 | 570 | 2,169 |
| 3 | 538 | 1,063 | 616 | 1,378 | 628 | 1,066 |
| 4 | 984 | 2,134 | 1026 | 1,833 | 1042 | 2,243 |
| 5 | 1300 | 1,875 | 1108 | 0,947 | 1116 | 0,790 |
| 6 | 1458 | 1,616 | 1204 | 2,144 | 1164 | 0,587 |
| 7 | 1850 | 1,701 | 1680 | 0,993 | 1228 | 0,975 |
| 8 | 2140 | 1,785 | 1940 | 1,812 | 1276 | 1,078 |
| 9 | 2378 | 1,730 | 2406 | 1,316 | 1692 | 1,108 |
| 10 | 2788 | 1,190 | 2672 | 1,874 | 2208 | 0,971 |
| 11 | 2910 | 0,464 | 2884 | 1,104 | 2458 | 1,413 |
| 12 | 2996 | 0,630 | 2962 | 0,534 | 2756 | 0,707 |
| 13 | 3218 | 1,208 | 3120 | 0,703 | 2920 | 0,642 |

Tabela C.1 Frequência de vibração e Razão de Amortecimento para cada pressão.

| <i>Pressão</i> | <i>5 bar</i> | | <i>6 bar</i> | | <i>8 bar</i> | |
|----------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| | w [Hz] | ζ [%] | w [Hz] | ζ [%] | w [Hz] | ζ [%] |
| 1 | 224 | 1,391 | 224 | 1,273 | 224 | 1,117 |
| 2 | 244 | 1,391 | 244 | 1,273 | 246 | 1,117 |
| 3 | 574 | 2,510 | 576 | 3,003 | 582 | 1,187 |
| 4 | 634 | 1,101 | 636 | 1,203 | 638 | 1,256 |
| 5 | 1054 | 2,606 | 796 | 2,019 | 732 | 2,670 |
| 6 | 1124 | 0,714 | 1128 | 0,706 | 802 | 1,535 |
| 7 | 1168 | 0,648 | 1170 | 0,801 | 1132 | 1,278 |
| 8 | 1234 | 0,933 | 1238 | 0,892 | 1182 | 1,073 |
| 9 | 1296 | 1,050 | 1310 | 1,091 | 1238 | 1,329 |
| 10 | 1708 | 1,151 | 1708 | 1,415 | 1332 | 1,585 |
| 11 | 1960 | 1,151 | 1970 | 1,317 | 1634 | 1,550 |
| 12 | 2028 | 1,151 | 2094 | 1,268 | 1738 | 1,515 |
| 13 | 2078 | 1,151 | 2228 | 1,219 | 2036 | 1,720 |

Tabela C.2 Coeficientes de amortecimento de Rayleigh.

| <i>Pressão</i> <i>[bar]</i> | <i>Parâmetro</i> | |
|--------------------------------|------------------|-------------|
| | α | β |
| 0 | 73,18903 | 1,08591E-07 |
| 1 | 69,41880 | 1,17264E-06 |
| 2 | 79,31048 | 1,23269E-06 |
| 3 | 67,62109 | 1,21127E-06 |
| 4 | 65,58292 | 9,69185E-07 |
| 5 | 69,16421 | 1,02038E-06 |
| 6 | 71,33784 | 1,04178E-06 |
| 8 | 65,37698 | 1,17031E-06 |

A partir dos valores de α e β apresentados na Tabela C.2, pode ser elaborado um gráfico para simplificar a visualização e entendimento do nível de amortecimento para cada pressão de acionamento. É utilizada uma faixa de frequência de 200 Hz a 4000 Hz, calculando

a taxa média nesse intervalo para cada pressão. Esse gráfico é apresentado na Figura C.3 abaixo.

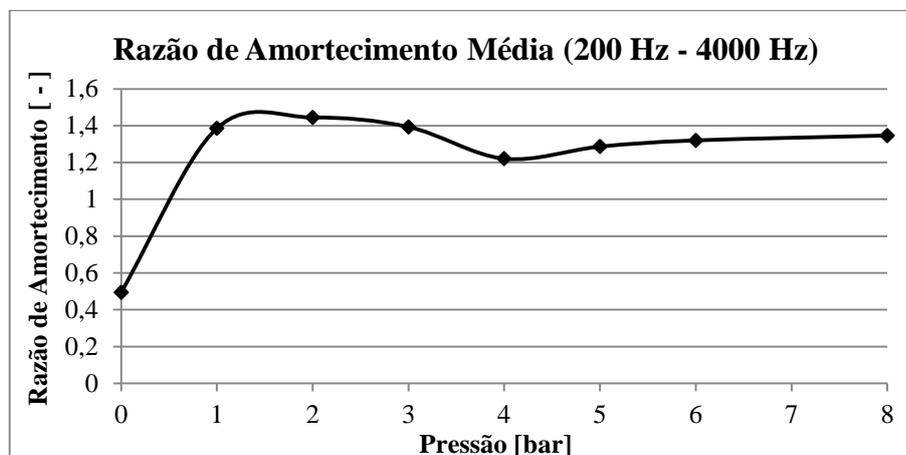


Figura C.3 Gráfico da razão de amortecimento média em função da pressão de acionamento do sistema de freio.

A partir desses resultados, pode ser verificado que apesar de variar a pressão de acionamento do sistema de freio, o amortecimento não possui variação significativa. Na verdade, há diferença significativa apenas entre o amortecimento do sistema livre e do sistema acionado, indicando que essa grandeza física não possui sensibilidade à variação da pressão.