

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
Tese de Doutorado

VÍNCULOS MAGNÉTICOS NA EQUAÇÃO DE
ESTADO E NA ESTRUTURA DE ESTRELAS DE
NÊUTRONS

Rosana de Oliveira Gomes

Tese de Doutorado realizada sob a orientação do Prof. Dr. César Augusto Zen Vasconcellos, co-orientação do Prof. Dr. Jorge Ernesto Horvath e colaboração da Profa. Dra. Verônica Dexheimer, apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Doutora em Ciências.

Porto Alegre

Maio - 2016

Agradecimentos

Há muito tempo atrás, uma menininha de 9 anos, descobriu no livro de ciências da 4^a série que o Sol iria acabar e decidiu que queria estudar as estrelas quando crescesse. Eis os responsáveis por deixar isso acontecer:

Primeiramente, essa tese não seria possível sem a paciência, apoio e ideias de meus orientadores, César A. Zen Vasconcellos e Jorge Ernesto Horvath. César, meu sincero agradecimento por todas as portas abertas, por todos os conselhos, por sempre primar pela qualidade da nossa pesquisa e pela confiança no meu trabalho ao longo desses quase sete anos de orientação. Igualmente importante para o desenvolvimento desse trabalho, agradeço ao professor Stefan Schramm, por me receber tão bem no Frankfurt Institute for Advanced Studies (FIAS), e pela eterna disponibilidade e paciência para discutir física ou achar erros nos meus códigos.

Para a minha *cientista favorita*, Verônica Dexheimer, tudo o que posso fazer é agradecer por ter expandido meus horizontes e mudado minha visão de mundo nesses quatro anos de orientação e amizade. Pela paciência para tirar minhas dúvidas; pelos conselhos nas horas de desespero; pelo exemplo de que eu sempre posso buscar ser melhor; pelos chocolates e horas a fio tentando encontrar o erro nos programas ou cálculos; pelos passeios, piadas e risadas; por me incentivar e acreditar em mim mesmo quando eu não acreditava e por me *emprestar* as gatas e a Emily para brincar; só posso dizer que tive muita sorte: obrigada por tudo!

Meus agradecimentos ao Instituto de Física da UFRGS por ter sido meu segundo lar ao longo dos últimos doze anos, e aos professores que fizeram parte da minha formação. Em especial, ao professor Kepler de Souza Oliveira Filho, por estar sempre disposto a discutir sobre física e enviar artigos, e aos professores do Grupo de Física de Hádrons e Partículas e Campos, Magno Machado, Maria Beatriz de Leone Gay, Dimiter Hadjimichef e Emerson Luna, por serem os *vizinhos mais próximos* no Instituto de Física e por me darem a oportunidade de aprender muito sobre a vida acadêmica.

A pós-graduação é um período longo e sempre terei comigo as lembranças das baunilhas, fofocas e desabafos com os colegas das M205 (*old school*) da UFRGS: Samuel Marini, Cristina Furlanetto, Eliade Lima, Dinalva Sales, Eduardo Basso, José Rafael Bordin, Chiara Nascimento, Rafael Barbosa. Da mesma forma, o período em que estive no FIAS foi muito importante para minha vida acadêmica e, em especial, agradeço aos colegas Bruno Franzon, Lucas Burigo, Ritam Mallick, Rana Nandi, Bruno Del Papa, Valeria Pagura e Max Murakami pelos almoços e chás, discussões científicas, conselhos e *quebrações de galho*.

Aqui vão meus agradecimentos para pessoas as quais faltam palavras para explicar:

Gabriel Zigue, Daniel Reichler, June Cartier (*im memoriam*), Jardel Cestari, Ramona Campozani, Deancarlo Degregori, Samoel Silva, Glaucio Souza, Gustavo Frainer, Carine Beatrice, André Dalpian, Ricardo Ferreira, Débora Gisch, Felipe Doria, por serem meu orgulho e estarem sempre do meu lado; por serem a família que eu escolhi e fazerem intrinsecamente parte de quem eu sou. Jardel, por ser meu grande amigo e herói quando eu achava que não podia ser, e por me acompanhar na descoberta de meus próprios superpoderes. Louise Bassini, por aguentar e acompanhar minhas crises, por sempre torcer por mim e me colocar para cima, e por ser essa pessoa incrível que eu tive uma grata surpresa de conhecer!

À todos aqueles da minha família que sempre torceram e acreditaram em mim, em particular aos meus pais, Marisa Cristino de Oliveira e Guaraci da Costa Gomes, e irmãs Adriana Gomes, Mariana Gomes e Poliana Gomes, pela paciência e compreensão ao longo desses anos. *Não são todas as pessoas que têm a sorte de ter pais que te estimulam a ser o que tu quiseres e te apoiam para que tu possas seguir teus sonhos, mesmo os mais malucos, como se tornar cientista. Pelo amor, preocupação, compreensão e por todos os sacrifícios feitos para que eu pudesse apenas me concentrar nos meus estudos durante todos esses anos: essa tese é para vocês! Eu amo vocês (e prometo que um dia deixo de ser bolsista)!*

À Luana Gonzatti e à equipe da CAF Fisioterapia, pelo grande aumento na minha qualidade de vida e por me ajudarem a cada dia me aproximar da pessoa que eu quero ser. Agradeço ao acaso, por tantas pessoas incríveis que encontrei pelo caminho e que são sempre uma grande fonte de inspiração para que eu busque ser sempre uma pessoa e cientista melhor. Por fim, agradeço ao povo e governo brasileiro, que tornam possível se alcançar uma educação de alta qualidade gratuitamente.

“Se enxerguei longe, foi porque me apoiei nos ombros de gigantes” (Sir Isaac Newton).

Obrigada por não desistir, menininha :)

Resumo

A observação de objetos compactos com campos magnéticos superficiais da ordem de $10^{14} - 10^{15} G$, denominados magnetares, tem chamado a atenção para os efeitos de campos magnéticos intensos na matéria nuclear e nas propriedades observacionais de estrelas compactas. No interior de magnetares, é esperado que os campos magnéticos sejam ainda mais intensos, podendo alcançar intensidades de até $10^{19} G$. Nesse trabalho, estudamos os efeitos de campos magnéticos intensos na equação de estado e estrutura de estrelas de nêutrons.

Descrevemos a matéria nuclear dentro das estrelas em um novo formalismo relativístico de campo médio, que introduz forças de muitos corpos através de uma dependência dos campos escalares nas constantes de acoplamento da interação nuclear. Assumindo que a matéria encontra-se à temperatura nula, eletricamente neutra e em equilíbrio beta, e populada pelo octeto bariônico, elétrons e múons, exploramos o espaço de parâmetros do modelo, de modo a descrever as propriedades da matéria nuclear na saturação, bem como estrelas de híperons massivas. Além disso, no contexto do assim chamado *hyperon puzzle*, investigamos o papel dos potenciais hiperônicos na relação massa-raio e na população dessas estrelas, através da solução das equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV).

A presença de campos magnéticos gera uma quantização de Landau nos níveis de energia das partículas carregadas e também uma anisotropia nas componentes do tensor energia momentum. Os efeitos do momento magnético anômalo das partículas nos níveis de energia de todas as partículas também são calculados, incluindo as não-carregadas, e mostramos que estes também aumentam a magnetização da matéria.

Finalmente, introduzimos os campos magnéticos na estrutura das estrelas através da solução auto-consistente das equações de Einstein-Maxwell. Essas soluções nos permitem descrever modelos estelares axissimétricos estacionários, nos quais assumimos um campo magnético poloidal. Assim, consideramos a matéria sob a ação de um campo magnético estático que depende da densidade, alcançando intensidades da ordem de $10^{18} G$ no centro das estrelas. Concluimos que campos magnéticos têm efeitos significativos na sua população, mas apenas os efeitos do campo magnético na estrutura das estrelas possuem grande influência nas propriedades globais, como a massa máxima e a deformação desses objetos.

Abstract

The observation of compact objects with surface magnetic fields as strong as $10^{14} - 10^{15} G$, denominated magnetars, has drawn attention to the study of the effects of strong magnetic fields on nuclear matter and compact stars observational properties. In the interior of magnetars, the magnetic fields are expected to be even stronger, and might reach values up to $10^{19} G$. In this work, we study the effects of strong magnetic fields on the equation of state and structure of neutron stars.

We describe nuclear matter inside stars in a new relativistic mean field formalism that takes many-body forces into account, by means of a field dependence of the nuclear interaction coupling constants. Assuming that matter is at zero temperature, charge neutral, beta-equilibrated and populated by the baryonic octet, electrons and muons, we explore the parameters space of the model in order to describe the nuclear matter properties at saturation, as well as massive hyperon stars. Also, in the context of the so called *hyperon puzzle*, we investigate the role of hyperon potentials in the mass-radius relation and population of hyperon stars, by solving the Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) equations.

The presence of the magnetic fields generates a Landau quantization on the energy levels of the charged particles and also an anisotropy in the components of the energy-momentum tensor. We also calculate the effects of the anomalous magnetic moment of the particles on the energy levels of all particles, including the uncharged ones, and show that it increases the magnetization of the matter.

Finally, we introduce the magnetic fields in the structure of stars by solving the Einstein-Maxwell equations self-consistently. These solutions lead to stationary and axisymmetric stellar models, in which a poloidal magnetic field is assumed. Hence, the matter is considered to be under a static density dependent magnetic field, reaching intensities of the order of $10^{18} G$ at the center of the stars. We conclude that magnetic fields affect significantly the particles population of the stars, but only the effects on the structure of stars have strong influence on the global properties, as maximum masses and deformation, of these objects.

Conteúdo

Introdução	1
1 Matéria Hadrônica	15
1.1 Histórico	16
1.2 Matéria Nuclear Hadrônica em Estrelas de Nêutrons	22
1.2.1 Matéria nuclear na saturação	23
1.2.2 Matéria hadrônica a densidades supra-nucleares	29
1.3 Modelos da Hadrodinâmica Quântica	31
1.4 Modelo Efetivo com Interação de Muitos Corpos	34
1.4.1 Formalismo	34
1.4.2 Teoria de campo médio	39
1.4.3 Densidades escalar e bariônica	40
1.4.4 Equação de estado	44
1.4.5 Constantes de acoplamento	48
1.4.6 Populações de partículas	50
1.4.7 Acoplamento de híperons	53
1.5 Resultados	57
1.5.1 Propriedades da matéria nuclear na saturação	57
1.5.2 Propriedades da matéria nuclear a altas densidades	61

2	Formalismo MBF com Campos Magnéticos	68
2.1	Histórico	69
2.2	Equação de Dirac em um Campo Magnético Externo	72
2.2.1	Níveis de Landau	74
2.3	Formalismo Estatístico	77
2.3.1	Equação de estado	80
2.4	Inclusão do Momento Magnético Anômalo	84
2.4.1	Partículas carregadas eletricamente	85
2.4.2	Partículas não-carregadas eletricamente	87
2.4.3	Magnetização	89
2.5	Inclusão de Campos Magnéticos na Equação de Estado da Matéria Nuclear	90
2.5.1	Densidades escalar e bariônica	92
2.5.2	Equação de estado	94
2.5.3	Campo magnético dependente de densidade	95
2.6	Resultados	97
2.6.1	Gás de férmions em um campo magnético constante	97
2.6.2	Campo magnético variável na EoS da matéria nuclear	100
3	Estrelas de Nêutrons	105
3.1	Evolução Estelar	106
3.1.1	Formação e composição de estrelas de nêutrons	108
3.2	Histórico sobre Estrelas de Nêutrons	112
3.3	Estrelas de nêutrons: aspectos gerais	115
3.4	Equilíbrio Hidrostático e Estabilidade	119
3.5	Resultados	122
3.5.1	A massa de estrelas de nêutrons	122
3.5.2	O raio da estrela canônica	125
3.5.3	A população de estrelas de nêutrons	127
4	Magnetares: Estrelas de Nêutrons com Campos Magnéticos Intensos	134
4.1	Histórico dos Magnetares	135
4.2	O Modelo de Magnetares	138
4.3	Estrutura de Estrelas Compactas Magnéticas	143
4.3.1	Formalismo	144
4.3.2	Tensor energia-momentum	145
4.3.3	Equações de Maxwell	147
4.3.4	Equações de Einstein-Maxwell	150

4.3.5	Equilíbrio magnetostático	150
4.3.6	Metodologia	152
4.4	Resultados	153
4.4.1	Efeitos globais	153
4.4.2	Efeitos internos	157
5	Conclusões e Perspectivas	163
5.0.3	Formalismo de muitos-corpos	164
5.0.4	Estrelas de nêutrons	165
5.0.5	Estrelas de nêutrons magnéticas	166

Apêndices	169
A Notações e Unidades	170
A.1 Constantes Físicas	170
A.2 Notações e Convenções	171
A.3 Unidades	172
B Inclusão do Momentum Magnético Anômalo para um Gás de Férmions	177
B.1 Partículas carregadas	178
B.2 Partículas não-carregadas	182
C Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff	187
D Lista de Publicações	192
Referências Bibliográficas	194

Lista de Figuras

1.1	Caminho óctuplo para o octeto e o decuplo bariônicos.	17
1.2	Caminho óctuplo para o primeiro noneto mesônico.	17
1.3	Propriedades da matéria nuclear simétrica na saturação, em função do parâmetro ζ . As figuras de cima, do meio e de baixo mostram, respectivamente, a massa efetiva do núcleon m_N^* , o módulo de compressibilidade K_0 , e as constantes de acoplamento dos mésons σ e ω	59
1.4	Possíveis valores de a_4^0 e L_0 para $(g_{\rho N}/m_\rho)^2$ (esquerda) e $(g_{\delta N}/m_\delta)^2$ (direita) para $\zeta = 0.040$. A intensidade dos acoplamentos é mostrada em uma sequência de cores e também indicada por diferentes tipos de linhas.	60
1.5	Mesmo que para a Figura 1.4, para $\zeta = 0.071$	60
1.6	Mesmo que para a Figura 1.4, para $\zeta = 0.129$	61
1.7	Propriedades da matéria nuclear assimétrica como uma função da densidade bariônica. O módulo de compressibilidade $K(\rho)$ (acima), energia de simetria $a_4(\rho)$ (meio), e o coeficiente de simetria $L(\rho)$ (abaixo), são mostrados para diferentes escolhas de ζ	63
1.8	Constantes de acoplamento efetivas dos mésons escalares em função da densidade bariônica. Os acoplamentos de σ (acima), δ (no meio), e σ^* (abaixo), são mostrados para prótons e nêutrons para diferentes valores de ζ . As diferentes versões do modelo estão indicadas em cores: $\sigma\omega\rho$ (magenta), $\sigma\omega\rho\delta$ (azul), e $\sigma\omega\rho\delta\phi\sigma^*$ (cinza).	65
1.9	Massa efetiva de prótons e nêutrons como função da densidade bariônica para $\zeta = 0.040$ e $\zeta = 0.129$. Cada cor corresponde a uma diferente versão do modelo.	66
1.10	Equação de estado do modelo MBF para diferentes escolhas do parâmetro ζ	66
1.11	Dependência da população com o parâmetro ζ . Os painéis à esquerda e à direita mostram as populações para $\zeta = 0.040$ e $\zeta = 0.129$, respectivamente. O eixo horizontal representa a densidade bariônica e o eixo vertical, a fração de cada partícula normalizada pela densidade bariônica.	67
2.1	Distribuição de Fermi-Dirac.	79

2.2	Campo magnético dependente de densidade	96
2.3	Anisotropia de pressão para um gás de férmions à temperatura nula	98
2.4	Equação de estado para um gás de férmions	99
2.5	População de partículas para um gás de fermi	100
2.6	Magnetização para um gás de férmions	101
2.7	Efeitos magnéticos na pressão perpendicular	102
2.8	Efeitos magnéticos na pressão paralela	103
2.9	População de em um campo magnético variável	103
2.10	Fração de híperons em um campo magnético variável	104
3.1	Esquema das possíveis evoluções finais de uma estrela (figura fora de escala). Figura adaptada da referência [1]	108
3.2	Esquema das possíveis estruturas internas para uma estrela de nêutrons. Adaptado da referência [2].	112
3.3	Distribuição de raios de estrelas de nêutrons de $1.4 M_{\odot}$ para diferentes tipos de sistemas [3]: <i>quiescent X-ray transients (QXT)</i> , <i>bursting neutrons stars (BNS)</i> e <i>rotation-powered radio millisecond pulsars (RP-MSP)</i>	116
3.4	Distribuição de massas de estrelas de nêutrons.	117
3.5	Regiões de estabilidade para estrelas compactas.	121
3.6	Relação massa-raio para estrelas de híperons e diferentes valores de parâmetro ζ . O eixo horizontal mostra o raio das estrelas e o eixo vertical, a massa das mesmas. Cada ponto no diagrama corresponde a uma estrela com uma diferente densidade central.	123
3.7	Relação massa-raio para estrelas de híperons para diferentes valores do aco- plamento g_{σ^*Y} , e com $\zeta = 0.040$	125
3.8	Espaço de parâmetros relacionando a massa máxima das estrelas, o parâmetro de interação de muitos corpos ζ e o acoplamento g_{σ^*Y} . Os eixos horizontal e vertical correspondem, à ζ e g_{σ^*Y} , respectivamente. A massa máxima é mostrada em uma escala de cores, com valores específicos delimitados.	126
3.9	Efeitos da contribuição de muitos corpos (ζ) no raio da estrela canônica ($1.4 M_{\odot}$). Os eixos horizontal e vertical representam o parâmetro ζ e o raio da estrela, respectivamente.	127
3.10	Dependência do raio da estrela canônica ($1.4 M_{\odot}$) com a intensidade do aco- plamento g_{σ^*Y} , para diferentes escolhas do parâmetro ζ	128
3.11	A população em função da densidade para o parâmetro $\zeta = 0.040$. O eixo horizontal corresponde à densidade bariônica e o eixo vertical à fração de cada partícula normalizada pela densidade bariônica.	129

3.12	Fração de estranheza f_s em função do raio, para as estrelas de massa máxima cujas parametrizações ζ encontram-se de acordo com os dados observacionais.	130
3.13	População em função da densidade, para $\zeta = 0.040$, para os acoplamentos $g_{\sigma^*Y} = 0$ (esquerda) e $g_{\sigma^*Y} = 5$ (direita). O eixos horizontal e vertical correspondem à densidade bariônica e à fração de cada partícula normalizada pela densidade bariônica, respectivamente.	130
4.1	Diagrama de variação do período \dot{P} (eixo vertical, em escala logarítmica) por período P de pulsares (eixo horizontal), para diversas classes de pulsares. As linhas crescentes e decrescentes diagonais, da esquerda para a direita, indicam a idade característica e o campo magnético superficial desses objetos, respectivamente.	139
4.2	Ilustração da emissão de raios-X pelas partículas carregadas que circulam nas linhas de campo magnéticas de um magnetar. A estrela à esquerda não apresenta uma crosta instável, tendo suas linhas de campo magnético uniformes (em azul). A estrela à direita é um magnetar, no qual a crosta sofre uma tensão devido ao campo magnético interno, o que causa uma torção nas suas linhas de campo magnético externas.	142
4.3	Ilustração da decomposição 3+1 para o espaço-tempo M . As hipersuperfícies espaciais Σ_t e Σ_{t+1} correspondem a dois instantes de tempo consecutivos, sendo o tempo crescente na direção \vec{n} .	145
4.4	Relação massa-raio para estrelas magnéticas. O eixo vertical indica a massa das estrelas e o eixo horizontal o raio. No caso do formalismo que inclui campos magnéticos na estrutura, é considerado o raio circular. O painel da esquerda corresponde ao diagrama para diferentes configurações iniciais de corrente. O painel da direita compara a relação massa-raio para estrelas magnéticas incluindo ou não campos magnéticos na estrutura das estrelas, para uma corrente $j_0 = 3.5 \times 10^{15} \text{ A/m}^2$.	155
4.5	Efeitos de muitos-corpos e campos magnéticos na massa gravitacional e energia de ligação gravitacional para estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$. Os eixos verticais nos painéis da esquerda e direita correspondem, respectivamente à massa gravitacional e à energia de ligação gravitacional ($E_b = M_g - M_b$), enquanto o eixo horizontal corresponde a diferentes configurações iniciais de corrente em ambas figuras.	155

4.6	Efeitos de campos magnéticos na deformação de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, com diferentes configurações de correntes. O eixo vertical corresponde à razão entre o raio polar e o raio equatorial das estrelas e o eixo horizontal corresponde a diferentes configurações iniciais de corrente.	156
4.7	Efeitos de campos magnéticos na deformação de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, com diferentes configurações de correntes. A deformação desses objetos é ilustrada com os eixos vertical e horizontal correspondendo ao raio polar e equatorial, respectivamente.	157
4.8	Dependência dos campos magnéticos superficial e central de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, e parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, com diferentes configurações de correntes. Os eixos vertical e horizontal indicam os campos magnéticos e diferentes valores de j_0 , respectivamente.	158
4.9	Dependência da densidade central de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, e parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, com diferentes configurações de correntes. Os eixos vertical e horizontal indicam densidades centrais e diferentes valores de j_0 , respectivamente.	158
4.10	Linhas de campo magnéticas para configuração de maior massa obtida nesse formalismo. O eixo vertical corresponde ao eixo polar (z), e o eixo horizontal ao eixo x , e as linhas correspondem aos contornos de mesmo valor de campo magnético (A^ϕ), medidas pelo observador euleriano \mathcal{O}_0 . A linha em negrito corresponde ao contorno da estrela (seção reta).	159
4.11	Perfil de densidades em função do raio da estrela de massa máxima. Os eixos horizontal e vertical correspondem, respectivamente, ao raio e densidade bariônica para as direções polar e equatorial da estrela.	160
4.12	População em função do raio para a estrela de massa máxima não-magnética, para a parametrização $\zeta = 0.040$. O eixo horizontal indica o raio da estrela e o eixo vertical, a fração de partículas normalizadas pela densidade bariônica.	161
4.13	População em função do raio para a estrela de massa máxima magnética, para a parametrização $\zeta = 0.040$. Os eixos são os mesmas da Figura 4.12, e os painéis à esquerda e à direita representam a distribuição de partículas nas direções equatorial e polar, respectivamente.	162

Lista de Tabelas

1.1	Propriedades dos Quarks: carga elétrica q_e e massa (em unidades naturais).	19
1.2	Possíveis parametrizações do modelo. E: versão escalar; V: versão vetorial; EVIE: escalar-vetorial-isoescalar; EVIV: escalar-vetorial-isovetorial.	36
1.3	Propriedades dos campos mesônicos considerados na formulação.	37
1.4	Propriedades dos bárions e léptons utilizados na formulação: massa (m), spin (J), isospin (I), projeção de isospin na direção z (I^3), carga elétrica (q_e), estranheza (s) e momento magnético anômalo (κ_b).	37
58		
3.1	Estimativas das características de cada reação de fusão no interior de estrelas.	109
3.2	Massa máxima para estrelas de núcleons e estrelas de híperons para diferentes versões do formalismo MBF (conteúdo de mésons, parâmetro ζ e L_0). Os valores dos potenciais ópticos dos híperons são fixos como $U_{\Lambda}^N = -28$ MeV, $U_{\Sigma}^N = +30$ MeV, $U_{\Xi}^N = -18$ MeV e a energia de simetria na saturação é $a_4^0 = 32$ MeV.	132
3.3	Efeitos de todas as propriedades e parâmetros que afetam o raio da estrela canônica no formalismo MBF. Os resultados são mostrados para estrelas de híperons, variando os valores de ζ , a_0^4 , L_0 e do acoplamento do méson σ^* . Na primeira linha, fixamos a energia de simetria $a_{sym}^0 = 32$ MeV e o acoplamento $g_{\sigma^*Y} = 0$, variando L_0 . Na segunda linha, fixamos o coeficiente de simetria $L_0 = 101$ MeV e o acoplamento $g_{\sigma^*Y} = 0$, variando a_4^0 . Na terceira linha, fixamos a energia de simetria $a_{sym}^0 = 32$ MeV e o coeficiente de simetria $L_0 = 97$ MeV, variando g_{σ^*Y} . Os resultados são mostrados para os valores de ζ em concordância com os dados observacionais.	133
4.1	Estimativas das características das propriedades de pulsares.	140
A.1	Comparação entre unidades do SI, SN, SR e CGS.	173
A.2	Ordem de grandeza de diferentes campos magnéticos.	176

Introdução

A física de altas energias ao longo dos anos permitiu um maior desenvolvimento da pesquisa da matéria sob condições cada vez mais extremas. O estudo de novos estados da matéria, gerados sob condições extremas de temperatura e/ou densidades, é considerado um dos grandes desafios da física atual e, nesse contexto, devemos enfatizar a interdisciplinaridade de tal estudo, que vincula a física de partículas à astrofísica e à física nuclear.

A matéria usualmente encontrada na natureza é composta por átomos cujos núcleos contêm prótons e nêutrons. Confinados no interior dessas partículas, encontram-se partículas fundamentais, denominadas *quarks* e *glúons*. Sabe-se, porém, que sob condições extremas de temperatura e/ou densidade, a matéria pode sofrer mudanças estruturais extremas, dando origem a novos estados da matéria.

A busca por novos estados da matéria sob condições extremas se dá em experimentos de colisões de íons pesados em aceleradores de partículas como o *Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC)*, desenvolvido no Laboratório Nacional de Brookhaven, nos Estados Unidos, e o *Large Hadron Collider (LHC)*, construído pelo Laboratório Europeu para a Física de Partículas (CERN), na Suíça. As atuais previsões do comportamento da matéria sob condições extremas são ilustradas no chamado *diagrama de fases da QCD*, no qual dois regimes de grande interesse científico se destacam: o regime de altas temperaturas e baixas densidades, e o de baixas temperaturas e altas densidades.

Aceleradores de partículas, a partir de colisões de íons pesados, investigam o regime de altas temperaturas e baixas densidades que corresponde às condições físicas do início do Universo. Para esse regime de temperaturas e densidades é previsto o surgimento de um novo estado da matéria denominado *plasma de quarks e glúons*, que corresponde a uma formação de quarks e glúons em estado de liberdade assintótica (não confinado no interior de hádrons), estado esse que teria existido nos primeiros instantes do universo.

Já no regime de baixas temperaturas e altas densidades, é previsto o surgimento de um estado da matéria denominado “matéria exótica”, composto por condensados de mésons e *híperons*, além da ocorrência de uma possível transição de fase para a matéria de quarks desconfinados. Esse regime de altas densidades não pode ser reproduzido em laboratórios

terrestres, porém, está presente no interior de estrelas de nêutrons, fazendo com que esses objetos sejam reconhecidos como laboratórios para o estudo da matéria hadrônica a baixas temperaturas no regime de densidades supra-nucleares.

Nas últimas décadas, a determinação da equação de estado da matéria hadrônica se tornou um dos principais objetivos de estudo no campo da astrofísica nuclear e da física de altas energias. Observações astrofísicas, juntamente com investigações por meio de aceleradores de partículas de altas energias, permitem fazer previsões do comportamento da matéria em condições extremas [4–6]. Da mesma forma, medições das propriedades macroscópicas de estrelas de nêutrons, como massa e raio, podem restringir expressivamente os parâmetros dos modelos que descrevem a equação de estado da matéria hadrônica a altas densidades e a composição prevista no interior desses objetos. Nesse sentido, as recentes evidências de estrelas de nêutrons com cerca de duas massas solares [7,8], indicam que características relevantes na determinação do grau de rigidez da equação de estado de uma estrela de nêutrons devem ser levadas em conta de maneira efetiva nas formulações teóricas.

Estrelas de nêutrons são corpos celestes extremamente compactos, com massas médias de $1.4 M_{\odot}$ e raio da ordem de 10 km, e correspondem a um dos possíveis estágios finais de evolução de estrelas de massas iniciais intermediárias, entre $8 - 25 M_{\odot}$. Estima-se que a temperatura e densidade no interior desses objetos possa alcançar, respectivamente, 10^6 K e 10^{15} g/cm³, o que implica que novos estados da matéria podem estar presentes em seu interior¹. Esses objetos são geralmente encontrados no universo na forma de pulsares, estrelas de nêutrons cuja característica fundamental é a emissão de pulsos de radiação eletromagnética periódicos. Pulsares emitem fluxos de energia na forma de pulsos eletromagnéticos que são espalhados no espaço durante a rotação estelar, similarmente aos feixes de luz de um farol. Estas pulsações têm origem devido à emissão de feixes de radiação eletromagnética, provenientes da combinação do campo magnético superficial dos pulsares ($B_S \sim 10^8 - 10^{12}$ G) e sua elevada velocidade angular.

Dados observacionais das últimas décadas indicam um número significativo de objetos compactos detectados com campos magnéticos superficiais ainda mais elevados do que aqueles de pulsares comuns, da ordem de $10^{14} - 10^{15}$ G, sendo considerados os objetos com os campos magnéticos mais intensos encontrados no universo [9,10]. A natureza desses objetos ainda não é completamente compreendida e, de acordo com as teorias atuais, são classificados como uma nova classe de estrelas de nêutrons, denominada *magnetares* [9,11–13]. Estimativas apontam que cerca de 10% da população de estrelas de nêutrons seja composta

¹Apesar das temperaturas em estrelas de nêutrons serem da ordem de 10^6 K, a energia de Fermi do sistema é muito maior que a energia térmica, fazendo com que o regime de temperatura nula seja uma boa aproximação.

por magnetares [14, 15].

A teoria de formação de estrelas de nêutrons prediz que estes objetos são formados a partir de uma explosão de supernova do tipo II, que ocorre quando a estrela progenitora passa a não ser mais capaz de produzir energia termonuclear suficiente para contrabalançar a gravidade, entrando em um colapso gravitacional. Ao longo da compressão ocorre o processo beta-inverso, no qual elétrons e prótons formam nêutrons e neutrinos, garantindo a neutralidade de carga elétrica da estrela compacta remanescente e seu equilíbrio hidrostático. O colapso aumenta a densidade no núcleo da estrela, e é freado devido à repulsão nuclear existente entre as partículas na sua região central a qual, ao final do processo, sobreviverá como remanescente estelar. Durante esse processo, o momentum angular e fluxo magnético estelar são conservados. Assim, o objeto compacto formado, denominado *protoestrela de nêutrons*, terá valores de temperatura (10^{11}K), de intensidade de campo magnético e de velocidade de rotação extremamente altos [9, 11]. Após cerca de um minuto, o remanescente estelar é resfriado através da emissão de fótons da sua superfície e de neutrinos de seu interior [16] e, conforme a estrela perde sua energia ao longo de milhões de anos através da emissão de radiação eletromagnética, sua taxa de rotação diminui até que estes objetos se tornem estrelas de nêutrons.

O estudo da estrutura interna e da composição de estrelas de nêutrons implica o conhecimento da interação das partículas presentes em seu interior que, como veremos a seguir, é proveniente da física nuclear. Podemos dizer que a história da física nuclear tem início no final do século XIX, com os estudos de Henri Becquerel, Marie Curie e Pierre Curie sobre a natureza de elementos fosforescentes, que nos permite compreender hoje em dia os fenômenos de radioatividade. Nessa época eram conhecidos três tipos de radiação, “catalogadas” de acordo com o seu livre caminho médio no interior da matéria: raios alfa, beta e gama.

Em 1911, a partir da observação dos resultados de espalhamentos de partícula-alfa em folhas de ouro, Rutherford elaborou um modelo teórico para a estrutura atômica, permitindo uma melhor compreensão da natureza do mundo microscópico. Nesse modelo, o átomo seria constituído de um núcleo central (de número de massa A), contendo Z cargas positivas, $A - Z$ partículas nêutras massivas com massas aproximadamente iguais às massas dos prótons e uma esfera de cargas elétricas negativas uniformemente distribuídas ao redor do núcleo. O modelo foi subseqüentemente aprimorado por Niels Bohr, em 1913, ao elaborar um modelo dinâmico para o átomo de hidrogênio, em que um elétron circulava em órbitas estáveis denominadas *estados estacionários*. Essa reinterpretação do núcleo atômico tornou possível o entendimento da natureza da radiação luminosa, ao explicar as energias emitidas pelo átomo de hidrogênio.

Mais tarde, foi descoberto por Rutherford que as partículas alfa são, na realidade, átomos do elemento hélio, desprovidos de elétrons e contendo em seu interior duas unidades de carga elétrica positiva, porém com suas massas aproximadamente iguais a quatro vezes a massa do próton. Essa descoberta revelava que, quando uma partícula alfa é emitida, o número atômico Z decresce por duas unidades. As partículas beta, por sua vez, são de origem nuclear e suas energias características são muito mais elevadas do que as energias correspondentes das emissões de elétrons pelos átomos e raios-X. No processo de emissão de uma partícula beta, Z cresce de uma unidade. Similarmente, se descobriu que as radiações gama são de mesma natureza que os raios-X.

No mesmo ano da descoberta do nêutron, por James Chadwick em 1931, o físico Lev D. Landau especulou a possível existência de estrelas muito mais densas do que as até então conhecidas *anãs brancas*², em um modelo denominado "esferas de nêutrons"³. Segundo essa proposta, durante o colapso estelar, a densidade estelar poderia atingir valores extremos a ponto de ocorrerem processos nucleares de absorção de elétrons por prótons (beta-inverso), produzindo nêutrons, criando um remanescente estelar denso composto basicamente por nêutrons, cuja massa seria da ordem das massas estelares típicas, mas cujo raio se estenderia a apenas cerca de dez quilômetros. As esferas de nêutrons ofereceriam resistência à pressão gravitacional, devido ao caráter repulsivo de curto alcance da força nuclear em seu interior e considerações de equilíbrio hidrostático levavam à conclusão que sua massa excederia o limite de massa de Chandrasekhar.

Em 1939, de maneira independente, R.C. Tolman [18], J.R. Oppenheimer e G.M. Volkoff [19], empregaram a teoria da Relatividade Geral de Einstein para determinar o equilíbrio hidrostático de objetos compactos e ultra-relativísticos, identificando a existência de um valor de massa máximo da estrela para o qual pressão repulsiva dos nêutrons degenerados poderia sustentar a estrutura contra o colapso. Este valor é conhecido como *limite de massa de Oppenheimer-Volkoff*.

Hideki Yukawa propôs, em 1935, uma teoria que explicava a natureza das forças nucleares fortes, através da troca de uma partícula denominada *méson* entre os componentes do núcleo atômico, em uma teoria análoga à eletrodinâmica quântica, no qual a interação entre partículas carregadas eletricamente se dá via troca de fótons. A teoria de Yukawa descrevia a força nuclear entre núcleons contendo um caráter atrativo para escalas de distância da ordem do tamanho do núcleo atômico, e um caráter repulsivo para escalas de distância

²Anãs brancas são estrelas compactas, propostas por Chandrasekhar, em 1931, como objetos densos capazes de conter o colapso gravitacional de estrelas de massas iniciais menores que $8 M_{\odot}$.

³É sabido que Landau antecipou o conceito de estrelas de nêutrons em uma discussão com Bohr e Rosenfeld, em 1930, sobre a possível existência de estrelas densas similares à núcleos atômicos gigantes [17].

da ordem do tamanho das partículas.

No contexto da física de núcleos atômicos, existem dois tipos de modelos que descrevem conjuntos de propriedades nucleares específicas para cada abordagem. Os *modelos coletivos* sugerem que as partículas interagem fortemente no interior do núcleo atômico, mas apresentam um livre caminho médio pequeno em comparação às dimensões nucleares, em uma situação análoga às moléculas de um líquido. Esses modelos descrevem as propriedades de núcleos atômicos conhecidas como “propriedades nucleares globais”. Em particular, o modelo de gota líquida, através de sua fórmula semi-empírica de massa, é capaz de descrever satisfatoriamente o comportamento médio das energias de ligação, coulombiana, de superfície e de assimetria das partículas nucleares [20]. Tais modelos não são, contudo, capazes de explicar a estrutura de camadas de núcleos atômicos.

No entanto, quando o foco é a estrutura interna dos núcleos atômicos, os *modelos de partícula independente* permitem descrever a movimentação de núcleons de forma *quasi*-independente, obedecendo o princípio de exclusão de Pauli em uma escala de livre caminho médio grande comparativamente às dimensões nucleares. Nessa categoria, o modelo de camadas descreve um gás de férmions submetido a um potencial central no qual cada núcleon se move em um potencial médio criado pelos demais núcleons. Apesar de o potencial nuclear não ser conhecido, modelos que consideram acoplamento spin-órbita no potencial são capazes de explicar a estrutura de camadas dos núcleos atômicos, prevendo satisfatoriamente os números mágicos nucleares⁴. Contudo, tais modelos apresentam resultados grosseiros a respeito dos momentos magnéticos nucleares e, devido aos formalismos destes modelos serem em geral não-relativísticos, uma descrição auto-consistente do acoplamento spin-órbita em geral não é possível [21].

Na década de 60, uma enorme quantidade de bárions e mésons já era conhecida e, em 1961, Murray Gell-Mann propõe um esquema de classificação e ordenamento dessas partículas, denominado *caminho óctuplo*. A proposta de Gell-Mann tinha como objetivo descrever a estrutura intrínseca das partículas suscetíveis à interação forte, que até então eram tidas como quantidades fundamentais. Segundo o modelo de quarks, existem partículas elementares denominadas *quarks*, associadas a um novo número quântico de *cor*, e as partículas compostas existentes podem ser constituídas por três quarks (bárions) ou por um par quark-antiquark (mésons). Os quarks foram identificados experimentalmente entre 1967 e 1973, no Acelerador Linear de Stanford, por Jerome I. Friedman, Henri W. Kendall e Richard E.

⁴No contexto de física nuclear, *números mágicos* correspondem ao número de núcleons (prótons ou nêutrons) organizados de modo a preencher os níveis de energia do núcleo atômico. Quando as camadas estão completas em um núcleo atômico, este apresentará uma maior estabilidade e, portanto, uma maior energia de ligação. Os primeiros números mágicos conhecidos são 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 [21].

Taylor [22], por meio do espalhamento profundamente inelástico de elétrons por prótons e nêutrons.

A interação forte a nível sub-nuclear é uma das quatro interações fundamentais encontradas na natureza, juntamente com as interações gravitacional, fraca e eletromagnética. Atualmente, a Cromodinâmica Quântica (do inglês, *Quantum Chromodynamics* - QCD) é considerada a teoria fundamental dessa interação, na qual hádrons (bárions e mésons) são compostos por quarks que interagem entre si via troca de glúons. Os glúons na interação forte desempenham um papel similar ao dos fótons na interação eletromagnética. Entretanto, diferentemente dos fótons que não possuem carga elétrica e portanto não interagem entre si, glúons carregam carga de cor, podendo interagir com seus similares. Esta predição da QCD, indica que a presença de termos de auto-interação entre os glúons produz interações atrativas muito intensas, fazendo com que as cargas de cor permaneçam confinadas no interior dos hádrons, fenômeno conhecido como confinamento dos quarks e glúons. A QCD também indica que os quarks são assintoticamente livres para grandes valores de momentum transferidos ou, equivalentemente, quando muito próximos uns dos outros.

Assim, no regime de altas energias, para o qual os quarks são praticamente livres, a estrutura desse formalismo é relativamente simples, uma vez que métodos perturbativos podem ser aplicados. Porém, a QCD se mostra muito complexa para explicar as propriedades nucleares em escalas de energias mais baixas, da ordem de MeV , relevantes para descrição da fase hadrônica em estrelas de nêutrons. A complexidade formal da QCD, devido à presença de termos de acoplamento não-lineares entre os campos dos quarks e dos glúons em altas ordens, praticamente inviabiliza tratamentos analíticos. Neste caso, é necessário lançar mão de abordagens não-perturbativas devido aos valores altamente expressivos que as constantes de acoplamento da teoria adquirem neste regime.

A alternativa para a descrição da interação forte através de métodos não-perturbativos vem da denominada QCD *na rede* (do inglês *lattice QCD*). Nessa abordagem, quarks são definidos como sítios em uma rede, enquanto os glúons são associados às conexões entre dois sítios. A característica importante dessa técnica é que as integrais de caminho passam a ter dimensão finita, uma vez que avaliadas em um espaço discreto e, no limite em que a distância entre os sítios diminui, recupera-se o caráter contínuo da teoria. Contudo, tal metodologia exige um tempo de processamento computacional muito grande, fazendo necessário o uso de diversas aproximações [23]. Na busca de modelos alternativos para a descrição da matéria nuclear e hadrônica destacam-se os modelos baseados em dois tipos de formulações: métodos *ab initio* e teorias relativísticas efetivas. Em ambas abordagens, bárions e mésons são tomados como os graus de liberdade fundamentais e os efeitos dos quarks e glúons são parametrizados dentro da proposta de cada modelo.

Os modelos *ab initio*, recebem esse nome por oferecerem uma formulação quântica baseada em primeiros princípios, em modelos baseados no modelo de partícula independente. Esse método tem a importante característica de tomar soluções exatas, no limite em que as funções de base, para a descrição das autofunções do sistema, cobrem todo o espaço. Uma importante abordagem dessa categoria é a de Brueckner-Hartree-Fock [24–26], que utiliza um método variacional na determinação da função de onda das partículas a partir da solução da equação de Schrodinger. Essa formulação se baseia em potenciais construídos a partir do espalhamento entre nucleons livres, não reproduzindo de forma sistemática a interação de muitos corpos, o que torna a teoria não adequada para descrever a matéria hadrônica para densidades acima da densidade de saturação nuclear⁵. Ainda na proposta de modelos *ab initio*, mencionamos o método de Monte Carlo quântico, que calcula explicitamente funções de onda com correlações de muitos corpos através de uma integração via método de Monte Carlo. Contudo, tal formulação, depende fortemente da forma como as contribuições de muitos corpos são introduzidas e, devido ao tempo de processamento, é capaz de reproduzir contribuições de apenas um número pequeno de partículas [29, 30].

O primeiro modelo baseado em uma formulação efetiva foi proposta por J.D. Walecka [31], em uma teoria relativística na qual se considera os nucleons como campos efetivos fundamentais interagindo entre si através da troca de mésons escalares e vetoriais, em uma aproximação de campo médio. As componentes atrativa (de longo alcance) e repulsiva (de curto alcance) da força nuclear são simuladas, respectivamente, por mésons escalares-isoescalares σ e vetoriais-isoescalares ω . Este modelo caracteriza uma teoria efetiva, uma vez que as contribuições de muitos corpos do meio nuclear e dos graus de liberdade mais elementares estão implícitas nas parametrizações das constantes de acoplamento. Além disso, o modelo é apropriado para a descrição da matéria hadrônica no interior de estrelas de nêutrons, uma vez que seu formalismo é covariante (causalidade é respeitada) e a aproximação de campo médio se torna tanto mais válida quanto maiores as densidades dos sistemas nucleares de muitos corpos e, portanto, adequada para o sistema de interesse.

O formalismo proposto por Walecka, conhecido na literatura como modelo da Hidrodinâmica Quântica (HDQ), foi capaz de reproduzir satisfatoriamente algumas propriedades de núcleos atômicos finitos, como a distribuição de carga elétrica nuclear e a interação spin-órbita envolvendo os bárions nucleares [32]. Contudo, devido à discrepância com os dados experimentais das estimativas do modelo para o módulo de compressibilidade da matéria nuclear e a massa efetiva do nucleon, novas versões desse modelo foram propostas, no que hoje são conhecidos como modelos HDQ. Dentre as propostas de modificação do modelo de

⁵Existem versões relativísticas desse modelos que são utilizadas para a descrição da matéria hadrônica no interior de estrelas de nêutrons [27, 28].

Walecka, destacam-se as propostas de:

- Boguta & Bodmer, com a introdução de termos não-lineares na teoria, que simulam auto-acoplamento do méson escalar-isoescalar σ [33] ;
- Zimanyi & Moskowski [34], com a substituição do acoplamento mínimo de Yukawa por um acoplamento do tipo derivativo;
- o modelo proposto por Taurines *et al.* [35] como uma generalização dos modelos da HDQ, apresentando contribuições não-lineares de interações e auto-interações de muitos corpos em uma nova proposta.

No contexto de modelamento da matéria hadrônica, devemos também mencionar os trabalhos de N.K. Glendenning, que aplicou os modelos HDQ para descrever novos estados da matéria no interior de estrelas de nêutrons. Conforme foi mostrado por Glendenning, estrelas de nêutrons podem ser interpretadas como porções macroscópicas de matéria hadrônica assimétrica e infinita (dado que esses objetos contém cerca de 10^{57} bárions [36]), em uma concepção idealizada de sistemas de muitos bárions interagentes. Devemos ressaltar que nos referimos ao longo dessa tese ao termo *matéria nuclear* para denominar a matéria nuclear simétrica, presente no interior de núcleos atômicos, e por *matéria hadrônica* à matéria assimétrica presente no interior de estrelas de nêutrons. Em princípio, a interação em ambos os contextos apresenta similaridades dinâmicas. Contudo, é preciso levar em consideração que no interior de estrelas de nêutrons novos graus de liberdade como léptons, híperons [37], condensados de mésons [38] e/ou matéria de quarks desconfiados [39–41] podem estar presentes.

O procedimento teórico para a determinação das propriedades macroscópicas de estrelas de nêutrons se dá através da obtenção da equação de estado (do inglês *equation of state*, EoS) da matéria contida em seu interior (sob as condições de equilíbrio químico e neutralidade de carga), e o posterior cálculo do equilíbrio dessa matéria no contexto gravitacional. A EoS da matéria presente no interior da estrela deve ser calculada considerando a Relatividade Restrita, enquanto a configuração de equilíbrio hidrostático é obtida a partir da solução das equações de Einstein da Relatividade Geral ⁶, em uma configuração simplificada na qual se supõe uma estrela esférica, estática e isotrópica.

A EoS da matéria hadrônica é um tipo de equação paramétrica que relaciona a densidade de energia da estrela com sua pressão interna, ambas em função da densidade bariônica.

⁶Os efeitos da curvatura do espaço-tempo podem ser desprezados no cálculo da equação de estado, pois a escala de interação nuclear é da ordem de 10^{-15} m, ao qual a relatividade restrita é suficiente para descrever a interação [36].

Se a equação de estado de uma estrela é rígida, isso significa que para uma determinada densidade de energia central, esta apresentará uma pressão maior. Uma equação de estado, dependendo de seu grau de compressibilidade, é dita mais ou menos rígida e/ou suave. Por exemplo, uma equação de estado A será mais rígida que uma equação de estado B se a pressão interna associada a A for maior do que a pressão interna correspondente a B. Evidentemente, quando consideramos duas estrelas de nêutrons descritas pelas equações de estado A e B, a EoS da estrela A corresponde a uma maior pressão interna em comparação à pressão interna das estrelas descritas por B. Dotada de uma maior pressão interna, as estrelas descritas por A podem suportar uma maior compressão gravitacional do que as estrelas descritas pela EoS B e, portanto, as primeiras devem ter uma massa maior do que as segundas, uma vez que a intensidade da força gravitacional está diretamente associada à massa estelar. Assim, se a matéria hadrônica no interior de uma estrela possui uma equação de estado rígida, esta será capaz de suportar uma maior compressão gravitacional e, portanto, descreverá uma estrela com uma massa maior. Portanto, ainda no jargão típico da área, dizemos que equações de estado rígidas e suaves descrevem, respectivamente, estrelas com maiores e menores massas gravitacionais.

Ademais, a partir da solução de equilíbrio hidrostático estelar se obtém uma relação entre a massa e o raio dessas estrelas e é possível estabelecer a existência de uma massa máxima e um número crítico de bárions⁷, associados à máxima gravidade que a repulsão nuclear e a pressão de degenerescência das partículas podem suportar contra o colapso gravitacional. Portanto, a massa máxima obtida para um modelo hadrônico caracteriza a predição teórica a ser confrontada com os dados observacionais e, nesse sentido, a observação de estrelas de nêutrons massivas, com cerca de $2 M_{\odot}$, impõe sérios limites para diversos modelos, uma vez que é necessário uma equação de estado extremamente rígida para a descrição desses objetos. Além disso, é sabido que a inclusão de novos graus de liberdade, como híperons e condensados de mésons geram uma suavização da EoS, o que pode indicar que a necessidade de uma equação de estado rígida, prevê o não surgimento de novos estados da matéria para altas densidades [43]. Em particular, o tópico da presença de híperons no interior de estrelas de nêutrons será discutido em detalhe ao longo desta Tese.

Outro tópico referente a estrelas compactas que vem ganhando grande atenção nas últimas décadas é a existência de objetos compactos com campos magnéticos extremos, denominados magnetares, que possuem os maiores campos magnéticos observados no universo atual. A compreensão da natureza da matéria no interior de estrelas de nêutrons sujeita a campos magnéticos muito maiores dos que os possíveis de serem gerados na Terra configura

⁷Para uma dedução dessas propriedades a partir de argumentos de equilíbrio entre as forças gravitacional e nuclear, ver o apêndice B da Tese [42].

um dos desafios atuais da física nuclear e de altas energias.

Os primeiros passos para o entendimento dos efeitos de campos magnéticos na matéria foram dados por Canuto, no final da década de 60, em seus estudos sobre um gás de Fermi imerso em campos magnéticos intensos a baixas densidades [44–47]. Esses trabalhos estimularam o estudo do comportamento da equação de estado da matéria hadrônica a densidades compatíveis àquelas encontradas no interior de estrelas de nêutrons. Na presença de campos magnéticos intensos é preciso levar em conta a quantização de Landau e as interações dos momentos magnéticos das partículas [48–50] em um formalismo relativístico. A inclusão de efeitos magnéticos nos formalismos relativísticos efetivos permitiu o estudo de seus efeitos na estabilidade de estrelas de nêutrons [51–53] e na equação de estado de diversas fases da matéria hadrônica a altas densidades [48, 49, 54–60].

Em particular, tais estudos mostram o surgimento de uma anisotropia nos componentes do tensor energia-momentum do sistema, associados à pressão da matéria e do campo magnético [52], indicando que estes geram uma deformação nas estrelas. Sendo assim, para que efeitos de campos magnéticos sejam incluídos em um formalismo que descreva o equilíbrio hidrostático na relatividade geral, é necessário levar em conta que as estrelas não mais apresentarão uma simetria esférica, o que requer a introdução de uma nova métrica para a descrição desses objetos [36, 61].

A inclusão de efeitos magnéticos na estrutura de estrelas de nêutrons implica resolver as equações de Einstein acopladas às equações de Maxwell, que regem a interação eletromagnética, em um formalismo extremamente complexo. Assim, de modo a contornar às dificuldades teóricas e computacionais inerentes a esse problema, abordagens simplificadas do problema foram propostas, como a solução de um sistema de equações Newtoniano que leva em conta efeitos magnéticos em sua formulação [62, 63], e a introdução de efeitos magnéticos através de perturbações na métrica para um objeto com simetria quasi-esférica [64–66]. Em 1993, Bonazzola *et al.* [67] desenvolvem um formalismo que leva em conta efeitos de campos magnéticos e rotação na estrutura de estrelas de nêutrons em um formalismo completamente relativístico. Esse formalismo foi aplicado para verificar ambos efeitos em estrela de nêutrons, inicialmente sem considerar os efeitos magnéticos na equações de estado [68, 69] e, somente nos últimos dois anos efeitos magnéticos foram incluídos simultaneamente na estrutura relativística e na equação de estado de estrelas de quarks [70] e estrelas híbridas⁸ [71].

⁸Estrelas de composição mista, com um núcleo interno de matéria de quarks livres e um núcleo externo composto por matéria hadrônica.

Proposta da Tese

O objetivo dessa Tese é descrever estrelas de nêutrons magnéticas em um formalismo que leve em consideração os efeitos magnéticos na equação de estado e na estrutura relativística desses objetos estelares. Na primeira parte deste trabalho de doutorado, desenvolvemos um modelo hadrônico que inclui efeitos de campos magnéticos e do momento magnético anômalo na equação de estado da matéria hadrônica, obtida a partir do modelo de Taurines, em um formalismo que permite considerar a contribuição genuína de muitos corpos na interação nuclear. Na segunda parte do doutorado, o modelo utilizado foi estendido de modo a incluir o méson δ , importante para o estudo de matéria assimétrica e os mésons *estranhos* σ^* e ϕ , que possuem ao menos um quark *s* em sua composição, e que são importantes para a descrição da interação entre híperons. Aplicamos esse novo formalismo para descrever estrelas de híperons, fazendo uma extensa análise das incertezas inerentes à inclusão desses novos graus de liberdade na matéria hadrônica. Por fim, aplicamos esse modelo hadrônico para a descrição de estrelas de nêutrons magnéticas em um formalismo relativístico, levando em conta efeitos magnéticos tanto na EoS da matéria no interior das estrelas quanto na determinação do equilíbrio magnetostático desses objetos. A parte do trabalho que inclui efeitos magnéticos na estrutura das estrelas foi desenvolvida em colaboração com o Grupo de Física de Hadrons do Frankfurt Institute for Advanced Studies (FIAS), durante o período de estágio de doutorado-sanduiche.

O modelo utilizado nesse trabalho para calcular a equação de estado da matéria hadrônica foi desenvolvido majoritariamente pelo Grupo de Física de Hádrons da UFRGS, e constitui uma teoria efetiva para a descrição da matéria de hádrons baseada em uma formulação Lagrangiana relativística de muitos corpos, na qual a interação entre os bárions é mediada pela troca de mésons escalares e vetoriais. Adotamos como tratamento formal uma generalização de modelos efetivos desenvolvidos por Taurines *et al.*, no qual é considerado um acoplamento que simula forças nucleares de muitos corpos e com a inclusão de efeitos magnéticos. De modo a exaurir o espaço de fase, essa nova formulação é proposta considerando todo o octeto bariônico (p , n , Λ , Σ^+ , Σ^0 , Σ^- , Ξ^0 , Ξ^-), bem como todas as categorias de mésons: escalares-isoescalares (σ , σ^*), vetoriais-isovetoriais (ω , ϕ), escalar-isovetorial (δ) e vetorial-isovetorial (ρ). A principal motivação para desenvolvermos esse modelo vem do fato de que consideramos um acoplamento parametrizável dependente dos campos mesônicos escalares, no qual é possível simular interações de muitos corpos como efeitos do meio. Tais efeitos de muitos corpos são calibrados por parâmetros do modelo, e afetam o comportamento das propriedades da matéria nuclear, bem como a equação de estado da matéria hadrônica a altas densidades.

O formalismo adotado nesta Tese para descrever a estrutura de estrelas magnéticas em um contexto de relatividade geral foi desenvolvido por Bonazzola *et al.* em um código livre, nomeado *LORENE*. Esse código resolve numericamente um sistema de equações acopladas, denominadas de *equações de Einstein-Maxwell* para uma métrica não-esférica. A partir das condições de contorno do sistema, determina-se quantidades globais das estrelas, como massa gravitacional, massa bariônica, raios polar e equatorial da estrela. A equação de estado da matéria hadrônica entra nesse formalismo através das contribuições para o tensor energia-momentum do sistema (presente nas equações de Einstein), sendo crucial na determinação das propriedades das estrelas. A principal motivação para empregarmos esse formalismo nessa tese é verificarmos como campos magnéticos e forças de muitos corpos atuam na estrutura interna de estrelas magnéticas, alterando a distribuição dos campos magnéticos, propriedades globais e sua composição.

A rica fenomenologia de estrelas de nêutrons permite que esses objetos sejam detectados e estudados em diversas regiões do espectro eletromagnético. Contudo, existem ainda muitas questões em aberto no que se refere a fenômenos observacionais não completamente compreendidos, bem como à descrição da matéria no interior desses objetos. Apesar dos esforços teóricos para uma melhor compreensão dos efeitos de campos magnéticos intensos em estrelas de nêutrons, ainda há uma série de questões em aberto referentes a esse tópico, que representam um desafio tanto teórico como observacional. Como exemplo, citamos o desconhecimento da origem dos campos magnéticos intensos presentes em magnetares, e o modelamento de sua magnetosfera, bem como processos evolutivos e hidrodinâmicos presentes no interior desses objetos. Algumas destas e outras questões teóricas e observacionais serão levantadas ao longo do texto, servindo como motivação para o desenvolvimento desse projeto bem como ilustração de sua relevância no estado atual da área de *estrelas compactas*.

Apresentamos a seguir a organização do conteúdo apresentado nesta Tese:

- **Capítulo 1 - Matéria Hadrônica:** inicialmente, é feita uma discussão a respeito do histórico do modelo da Cromodinâmica Quântica (QCD), onde discutimos a motivação para o uso de modelos relativísticos efetivos para a descrição de estrelas de nêutrons. Partimos então para uma revisão sobre os conceitos de matéria nuclear e hadrônica, apresentando as propriedades da matéria nuclear na densidade de saturação. Seguimos com uma discussão de modelos nucleares para matéria infinita e apresentamos um novo formalismo para descrever a matéria hadrônica, considerando efeitos de muitos corpos. Através do tensor energia momentum do sistema, obtemos a equação de estado do modelo e, ajustando os parâmetros do modelo às propriedades da matéria nuclear na saturação, obtemos suas constantes de acoplamento. Por fim, extrapolamos o modelo para altas densidades e discutimos a possibilidade de novos graus de liberdade de

estranheza não-nula (híperons) popularem a matéria hadrônica nesse regime de densidades. Para tanto, avaliamos diversas incertezas experimentais referentes à interação núcleon-híperon e híperon-híperon, assim como os efeitos de contribuições de muitos corpos presentes no modelo.

- **Capítulo 2 - Campos Magnéticos na Equação de Estado da Matéria Hadrônica:** começamos o capítulo com uma breve introdução histórica sobre o eletromagnetismo e seu desenvolvimento até o modelos atual da eletrodinâmica quântica. Nesse capítulo apresentamos o formalismo termodinâmico para a descrição de um gás de férmions relativísticos e interagentes na presença de campos magnéticos. Inicialmente, construímos a densidade lagrangiana para um gás de férmions, da qual obtemos equação de Dirac magnética como equação de movimento. A seguir, determinamos a solução do problema, que corresponderá à quantização de Landau. Sob um ponto de vista da Mecânica Estatística, determinamos a equação de estado do sistema, verificando o surgimento de uma anisotropia nas componentes do tensor energia-momentum (associadas à pressão) gerada devido à presença do campo magnético. Incluímos, então, os efeitos do momento magnético anômalo das partículas de um gás de férmion livres. Finalmente, incluímos simultaneamente os efeitos de campos magnéticos e momento magnético no formalismo para a interação nuclear desenvolvido no Capítulo 1, verificando os efeitos magnéticos em um gás de férmions interagentes multicomponente;
- **Capítulo 3 - Estrelas de Nêutrons:** começamos o capítulo com uma revisão do histórico do conceito de estrelas de nêutrons do ponto de vista histórico e observacional. Discutimos a física do colapso de supernova e responsável pela origem desses objetos. A seguir, fazemos uma revisão sobre as principais características observacionais e estimativas teóricas referentes a estrelas de nêutrons. Apresentamos o formalismo de Tolman-Oppenheimer-Volkoff que descreve o equilíbrio hidrostático e condições de estabilidade de estrelas compactas no âmbito da Relatividade Geral. Nos resultados desse capítulo, discutimos a possibilidade de híperons popularem estrelas de nêutrons e como sua presença afeta as propriedades globais dessas estrelas, como massa, raio e população;

- **Capítulo 4 - Magnetares: Estrelas de Nêutrons em Campos Magnéticos Intensos:** iniciamos esse capítulo discutindo o histórico da descoberta de magnetares, desde a sua detecção até o conceito e caracterização atual. Então, discutimos o modelo de magnetares que busca explicar a origem dos campos magnéticos intensos presentes nesses objetos. A seguir, apresentamos o formalismo que descreve a estrutura de estrelas compactas no âmbito da Relatividade Geral, definindo a métrica e o sistema de coordenadas empregado. A seguir, discutimos a distribuição do campo eletromagnético utilizado nesse formalismo, verificando os principais passos para a solução das equações de Einstein-Maxwell para uma simetria axissimétrica (não-esférica). A partir da solução desse sistema de equações, juntamente com a imposição de equilíbrio magnetostático e condições de contorno específicas para o problema, obtemos as propriedades observáveis globais de estrelas de nêutrons magnéticas. Finalmente, verificamos os efeitos das contribuições de muitos corpos e diferentes distribuições de corrente na massas, deformação e estrutura interna dessas estrelas.
- Na seção **Conclusões e Perspectivas**, revisamos todo o trabalho desenvolvido ao longo desta Tese, enfatizando todos os resultados originais obtidos nesse trabalho e seu impacto na área de Física Nuclear e Estrelas Compactas. Discutimos ainda novos projetos oriundos dos resultados desta Tese, que darão continuidade ao trabalho;
- No **Apêndice A** podem ser encontradas unidades, notações e convenções úteis para a leitura do texto. No **Apêndice B** apresentamos os principais cálculos para a obtenção da equação de estado de um gás de férmions na presença de campos magnéticos e momentum magnético anômalo. No **Apêndice C**, apresentamos a dedução das equações TOV, empregadas no Capítulo 3, para estrelas esféricas. Finalmente, no **Apêndice D**, encontra-se a lista de publicações e trabalhos apresentados em congressos internacionais referentes aos trabalhos desenvolvidos ao longo desta Tese.

Capítulo 1

Matéria Hadrônica

Hádrons são partículas compostas por quarks que se apresentam na natureza sob a forma de mésons (compostos por um par quark-antiquark) ou bárions (compostos por três quarks). A Cromodinâmica Quântica (ou QCD, do inglês *Quantum Chromodynamics*) é considerada atualmente como a teoria fundamental para descrever a interação forte, onde os quarks, que interagem através da troca de glúons, são os graus de liberdade fundamentais. Para baixas densidades e temperaturas, os quarks encontram-se confinados no interior dos hádrons, porém, no limite de altas densidades ou altas temperaturas, a interação torna-se mais fraca conforme a distância entre os quarks diminui [72], no que se denomina regime de *liberdade assintótica*.

A extrema complexidade da QCD torna essa uma teoria de difícil tratamento formal, de um ponto de vista matemático e computacional, quando consideramos o regime de densidades e temperaturas de interesse para o estudo de estrelas de nêutrons. Porém, nas escalas de energia nas quais estamos interessados, os graus de liberdade de bárions e mésons são suficientes para descrever a maioria dos fenômenos nucleares, contanto que não se considere uma transição de fase para matéria desconfinada. Baseado nesse fato, a partir dos anos 70, diversas teorias efetivas relativísticas de campo médio, denominadas *Modelos de Hadrodinâmica Quântica*, foram propostas para descrever a interação forte em escalas de energia nucleares. Tais teorias de campos supõem um formalismo relativístico no qual a interação entre os bárions se dá por meio da troca de mésons virtuais, que serão assim os campos de interação nuclear nesse regime.

Iniciamos o capítulo com um breve histórico da física de partículas, onde o conceito de matéria hadrônica e os principais pontos para o entendimento do modelo padrão são apresentados. A seguir, discutimos o comportamento da matéria hadrônica e de suas propriedades nas densidades de saturação e supra-nucleares. Após, apresentamos uma revisão das propostas dos modelos nucleares efetivos comumente utilizados na literatura. Finalmente,

apresentamos o novo formalismo relativístico de campo médio, desenvolvido parcialmente nessa tese, que leva em conta interações de muitos corpos no acoplamento entre bárions e mésons a partir da introdução de acoplamentos derivativos parametrizados.

1.1 Histórico

No início da década de 60, a interação forte era descrita na teoria de Yukawa por uma força de troca envolvendo os núcleons (prótons e nêutrons) interagindo através da troca de píons virtuais. Nesse período, muitas partículas já eram conhecidas, como os núcleons (prótons e nêutrons), os léptons (elétrons, múons e seus respectivos neutrinos) e os mésons (píons e káons). O comportamento da taxa de decaimento de algumas destas partículas, muito menor do que sua taxa de criação, motivou a denominação para algumas delas como *partículas estranhas*, de modo a evidenciar que as interações envolvidas nesses processos eram de naturezas distintas. Segundo a proposta de A. Pais, em 1952, essa discrepância nas taxas de decaimento se devia ao fato da criação de um novo tipo de *partículas estranhas* ocorrer por meio da interação forte, enquanto seu decaimento se dá por meio da interação fraca [73].

Em 1961, dezenas de partículas haviam sido descobertas e uma teoria mais fundamental que identificasse um padrão entre elas se fazia necessária. M. Gell-Mann [74] e Y. Ne'eman [75] identificaram então, de maneira independente, um padrão sintetizado no assim denominado *caminho óctuplo* que relaciona as cargas elétricas das partículas a um número quântico denominado estranheza, representado pela letra S , que caracterizaria uma propriedade que seria preservada (conservada) na produção destas partículas mas que sofreria modificações (não conservada) quando do decaimento destas mesmas partículas. O esquema de organização de partículas denominado método óctuplo explicaria também, segundo os mesmos autores, uma propriedade "estranha" apresentada por algumas destas partículas: sua produção em fluxos de raios cósmicos ou em reações em aceleradores ocorria de forma muito imediata, porém o seu decaimento ocorria de forma muito lenta. Além disso, esse esquema explicava uma das características mais curiosas destas partículas: elas nunca são produzidas isoladamente mas sim aos pares.

Os dados experimentais do tempo de vida destas partículas indicavam, por meio deste fato estranho, que tais partículas eram criadas em processos que envolvem a interação forte e decaíam por meio de processos envolvendo a interação fraca. Partículas de estranheza oposta são criadas aos pares através da interação forte, porém, a interação fraca não conserva essa quantidade. Convencionou-se atribuir um valor negativo ao número quântico *estranheza* dos primeiros bárions e mésons estranhos descobertos e, para os bárions estranhos mais pesados que decaem em outros bárions estranhos com $S = -1$, a estranheza será $S = -2$.

Assim, partículas que possuem um quark estranho têm estranheza $S = -1$, partículas com dois quarks estranhos possuem estranheza $S = -2$ e antipartículas apresentarão estranheza positiva, $S = +1$ para um anti-quark estranho e $S = +2$ para dois anti-quarks estranhos.

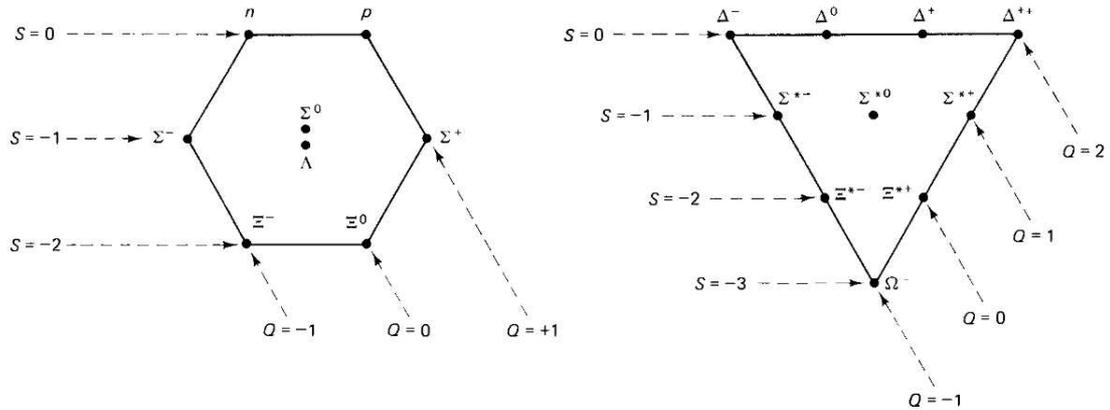


Figura 1.1: O caminho óctuplo bariônico, descrito pela estranheza das partículas na direção vertical e sua respectiva carga elétrica na direção diagonal. À esquerda, o caminho óctuplo para o octeto bariônico (núcleons e híperons), e à direita, para o decuplo bariônico (híperons e ressonâncias).

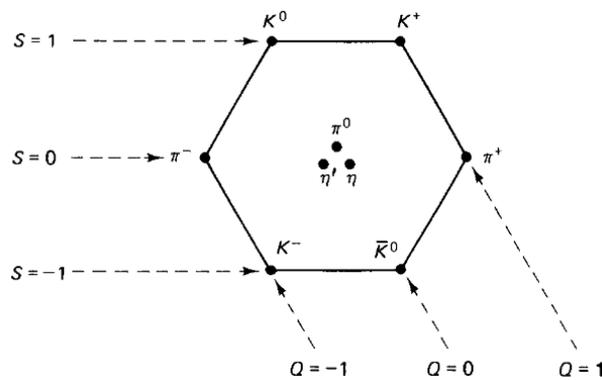


Figura 1.2: O caminho óctuplo para o primeiro noneto mesônico (píons e káons), descrito pela estranheza das partículas na direção vertical e sua respectiva carga elétrica na direção diagonal.

Mésons incluem, entre outros, o pión, cuja existência foi postulada por Hideki Yukawa em 1935 para explicar a natureza da força forte, e as partículas K (kaons), descobertos em radiações cósmicas nos anos 40. Píons e kaons tem massas que correspondem respectivamente a um sétimo e à metade das massas dos prótons. O esquema de classificação dos bárions incluem o próton, o nêutron e bárions mais massivos: o Lambda, o Sigma e o Xi, conhecidos como híperons e descobertos nos anos 40 e 50. O esquema de classificação que relaciona

estas partículas foi baseado em simetrias do tipo $SU(N)$ envolvendo suas características fundamentais e a interação forte.

As Figuras 1.1 e 1.2 [20] representam o caminho óctuplo para os bárions e os mésons mais leves. O mesmo padrão é encontrado para partículas mais pesadas, indicando que existe uma estrutura interna mais fundamental a partir da qual elas se organizam. O modelo do caminho óctuplo previu a existência de um bárion de estranheza $S = -3$ e carga $Q = -1$, detectado em 1964 e chamado de ressonância Ω^- [76], validando o modelo.

Em 1964, M. Gell-Mann [77] e G. Zweig [78] propuseram, de maneira independente, em modelo para explicar o padrão presente no caminho óctuplo. Segundo o modelo, bárions e mésons são duas formas diferentes de *hádrons* que, por sua vez, são compostos por partículas elementares denominadas *quarks*. Nesse modelo, bárions são constituídos por três quarks (qqq) e mésons por um par quark-antiquark ($q\bar{q}$). Essas partículas possuem valores fracionários de carga elétrica, spin e número bariônico, conforme mostrado na Tabela 1.1, e apresentam ainda uma nova propriedade, denominada *sabor* (inicialmente foram propostos os sabores *up* (u), *down* (d) e *estranho* (s)). Com esse modelo, foi possível prever a existência do méson η' , composto por um par $s\bar{s}$, que também foi detectado em 1964 no acelerador Bevatron, no Laboratório Nacional Lawrence Berkeley (EUA).

A abordagem proposta nesse modelo também prevê a existência de bárions compostos por três quarks de mesmo sabor e estado de spin, o que viola o princípio de exclusão de Pauli. De modo a contornar esse problema, foi proposta a existência de outro número quântico, denominado *cor*. Esse número quântico atribui uma nova forma de interação aos quarks, que não é sentida pelos hádrons. É definido que quarks possuem carga de cor vermelha, verde ou azul (ou *red*, *green*, *blue* - r , g , b -, em inglês respectivamente), e o conjunto de três quarks deve formar um bárion de carga cor branca (neutra). De mesmo modo, mésons apresentam uma combinação de um quark de uma dada cor e de um antiquark com a anti-cor correspondente, resultado em uma partícula neutra quanto à carga de cor.

Em 1970, Glashow, Iliopoulos e Maiani propuseram a existência de um novo sabor de quarks, denominado *charme*, de modo a melhor descrever os processos de decaimento por meio da interação fraca e identificar uma simetria entre o número de léptons e quarks [79]. Dois anos depois, em 1973, a existência de mais dois sabores de quarks é proposta por Kobayashi & Maskawa, de modo a explicar a violação da simetria CP [80]¹. Em 1975, H. Harari [81] nomeou os dois novos sabores como *bottom* e *top*. As propriedades fundamentais conhecidas dos quarks são encontradas na Tabela 1.1.

A detecção experimental dos quarks *up* e *down* se deu em 1969, através de expe-

¹A simetria CP refere-se a simetria frente a conjugação de carga e paridade.

Tabela 1.1: Propriedades dos Quarks: carga elétrica q_e e massa (em unidades naturais).

Quark	q_e	m (MeV)
u	$+2/3$	1.7–3.3
d	$-1/3$	4.1–5.8
s	$-1/3$	~ 101
c	$+2/3$	$\sim 1\,270$
b	$-1/3$	$\sim 4\,190$
t	$+2/3$	$\sim 172\,000$

rimentos de espalhamento profundamente inelástico, no acelerador SLAC (*Stanford Linear Accelerator Center*), nos quais léptons colidem com núcleons a altas energias revelando que os núcleons, de fato, possuem uma estrutura interna. Devido à dificuldade inicial de identificar tais constituintes dos núcleons como partículas elementares, estes foram chamados inicialmente de *partons*. Estes resultados experimentais foram analisados utilizando o modelo de *partons*, desenvolvido por Feynman & Bjorken, no qual um próton é decomposto em *partons* que se propagam livremente, de modo que a interação entre um elétron e o próton em um processo profundamente inelástico pode ser vista como uma soma incoerente de termos que descrevem a interação do elétron com os *partons* individuais [82, 83]. Estas análises indicam que, nestes processos, os elétrons incidentes são espalhados por constituintes elementares do núcleon, os quarks *up* e *down*, partículas eletricamente carregadas com spin semi-inteiro.

Com a detecção dos quarks *up* e *down*, foi possível também validar a existência do quark *estranho* dado que esta se encontrava de acordo com a teoria de Gell-Mann [84, 85]. A descoberta do quark *charme* se deu em 1974, independentemente pelos grupos de Burton Richter (SLAC) [86] e Samuel Ting (*Brookhaven National Laboratory* - BNL) [87], com a detecção do méson J/ψ , composto por um sabor de quark desconhecido até então. Alguns anos depois, em 1977, a descoberta do quark *bottom* se deu através da detecção do méson Υ pelo grupo de Leon Lederman no Fermilab. A descoberta desse novo méson sugeriu que um novo sabor de quarks também deveria ser encontrado, de modo a completar a terceira geração de quarks. Somente em 1995 os grupos CDF (*Collider Detector at Fermilab*) [88] e D ϕ (*DZero Experiment*) [89] do Fermilab anunciaram a descoberta do quark *top*, uma vez que este possuía uma massa muito maior do que havia sido prevista.

Contudo, apesar do modelo de quarks explicar devidamente a estrutura dos hádrons, nenhum quark isolado foi observado ao longo de anos de experimentos que buscavam detectá-

los. A interpretação desse fato foi de que, sob determinadas condições de densidade e/ou temperatura presentes nos núcleos atômicos, a interação forte entre os quarks faz com estes mantenham-se confinados em hádrons.

Segundo o modelo padrão atual, hádrons são classificados em dois grupos de partículas: bárions (férmions com spin semi-inteiro) e mésons (bósons com spin inteiro). De acordo com os experimentos de espalhamento mencionados acima, bárions e mésons constituem-se em estados ligados respectivamente de três quarks e de pares quark-antiquark. Os quarks se apresentam na natureza sob seis *sabores*: u (*up*), d (*down*), s (*estranho*), c (*charme*), b (*bottom*) e t (*top*). Além disso, vimos que a presença de um novo grau de liberdade, denominado *cor*, possibilita a estrita obediência ao Princípio de Pauli. Neste contexto, quarks apresentam graus de liberdade espaciais, de spin, de *sabor* e de *cor*. Os números quânticos de *cor* dos quarks podem apresentar três estados distintos: vermelho, azul e verde. Os antiquarks por sua vez carregam *anticores*: *antivermelho*, *antiazul* e *antiverde*. O número quântico de *cor* foi introduzido, como vimos, por modelos teóricos. Mais tarde, experiências de *hadronização* de pares de $q\bar{q}$ revelaram que esta hipótese estava, do ponto de vista fenomenológico, correta.

Os diferentes dados experimentais obtidos a respeito da existência dos quarks e da natureza da interação forte levaram ao desenvolvimento de uma teoria de campos de calibre (*gauge*) da interação forte denominada de Cromodinâmica Quântica (QCD), criada à semelhança da Eletrodinâmica Quântica (QED), com a interação forte mediada por partículas de troca não massivas, de spin inteiro e de paridade negativa, os *glúons* ².

A QCD é uma teoria relativística de campos de calibre não-abeliana ³ e tornou-se, a partir de 1973, a principal candidata para uma teoria fundamental da interação forte. Neste ano, David Gross, Frank Wilczek [92] e David Politzer [93] descobriram que teorias de calibre não-abelianas são *assintoticamente livres*, i.e. que as constantes de acoplamento nestas teorias decrescem no limite de curto alcance da interação. No contexto da QCD, isso implica que os glúons, assim como os quarks, carregam carga de cor. Assim, diferentemente dos portadores da interação eletromagnética, — os fótons, que não são portadores de carga

²Por meio de processos de espalhamento e^+e^- foi possível estabelecer a existência dos glúons e determinar-se o valor da constante de acoplamento forte. A primeira indicação da existência dos glúons foi fornecida pelo processo de espalhamento profundamente inelástico de léptons em prótons. Metade do momentum linear do próton era aparentemente carregada por partículas eletricamente neutras não envolvidas diretamente em processos de interação eletromagnética, associadas aos glúons [90,91].

³Uma teoria de calibre é uma teoria cuja densidade lagrangiana é invariante frente determinadas transformações, denominadas *transformações de calibre*. O conjunto de transformações de calibre formam grupos de simetria, associados a geradores. No caso de teorias quânticas, os geradores serão associados a campos e, no caso de os geradores do grupo de simetria serem não-comutativos, a teoria é dita *não-abeliana*.

elétrica —, os glúons, que são os mediadores na interação entre partículas que carregam carga de cor (os quarks e os próprios glúons), carregam simultaneamente cor e anticor.

Assim, quanto menor a distância de separação entre os quarks, menor é a probabilidade de emissão de glúons secundários e menor o número de glúons trocados entre os quarks. Supondo-se que a intensidade da interação seja proporcional ao número de glúons trocados, a interação forte cresce com a distância de separação entre os quarks (confinamento) e decresce com a aproximação (liberdade assintótica) ⁴. Essa propriedade prediz que, sob condições extremas de densidade e/ou temperatura, os quarks podem ser considerados como partículas livres.

Já na região de longo alcance, a interação forte ao nível dos quarks apresenta a propriedade de *confinamento da cor*. Segundo esta propriedade, a interação entre os quarks nesse regime é tão intensa, que, se quarks livres fossem ser expelidos de um hádron, passaria a ser mais energeticamente favorável a criação de pares $q\bar{q}$, e conseqüentemente novos hádrons seriam criados. Experimentalmente, em colisões a altas energias, esse processo é observado na forma de jatos de mésons e bárions. Esse fenômeno, que ainda possui diversas questões teóricas em aberto, é conhecido como *hadronização* [94] e indica que quarks não podem ser diretamente observados, existindo somente confinados no interior dos hádrons.

Assim, do mesmo modo que os quarks podem emitir glúons virtuais, os glúons, por terem carga de cor, podem emitir glúons virtuais secundários. Na interação entre dois quarks, quanto maior a sua distância de separação, maior é a probabilidade de emissão de glúons secundários e portanto maior será o número de glúons, primários e secundários, trocados entre os quarks. Disso, concluímos que a interação forte se comporta de maneira diversa dependendo das distâncias que separam os quarks interagentes: pouco intensa para pequenas distâncias de separação e extremamente intensa para grandes distâncias de separação. A região intermediária corresponde a uma região de distâncias *crítica* e é da mesma ordem de grandeza das dimensões dos hádrons. Isto é confirmado quando consideramos o valor do parâmetro de escala da QCD, $\Lambda = 200 \text{ MeV}$. Em unidades naturais, $\Lambda \sim 1\text{fm}^{-1}$ e o valor típico do raio de um hádron é $R = 1\text{fm}$. Na física de hádrons a baixas energias, a energia do centro de massa será $Q \simeq 1/R$ e, para $R \simeq 1\text{fm}$, Q é da mesma ordem de grandeza de Λ indicando que a física dos quarks, enquanto constituintes dos hádrons, deve ser permeada

⁴Apesar dessa propriedade não ter sido deduzida da QCD, até o presente momento, ela tem sido experimentalmente comprovada [90].

por efeitos não perturbativos ⁵.

A extrema complexidade formal da QCD é oriunda de termos de auto-interação não-lineares de glúons, o que torna essa teoria de difícil tratamento matemático no regime de densidades e temperaturas de interesse para o estudo de estrelas de nêutrons ⁶. Porém, nas escalas de energia de interesse desta tese, os graus de liberdade de bárions e mésons são suficientes para descrever a maioria dos fenômenos nucleares que concorrem para a descrição destes fascinantes objetos astrofísicos. Baseado nesse fato, a partir dos anos 70, diversas teorias efetivas relativísticas de campo médio, denominadas genericamente *Modelos de Hadrodinâmica Quântica*, foram propostas para descrever a interação forte em escalas de energias nucleares. Estas teorias de campos são descritas em um formalismo quântico relativístico no qual a interação entre os bárions que compõem o sistema de muitos corpos ocorre por meio da troca de mésons, que representam os campos da interação forte.

A seguir, apresentamos uma breve discussão acerca do comportamento da matéria hadrônica e de suas propriedades para densidades de saturação e supra-nucleares. Revisamos as propostas dos modelos efetivos comumente utilizados na literatura e apresentamos um formalismo relativístico de campo médio, desenvolvido nessa tese, que leva em conta interações de muitos corpos no acoplamento entre bárions e mésons.

1.2 Matéria Nuclear Hadrônica em Estrelas de Nêutrons

O estudo das propriedades da matéria presente no interior de estrelas de nêutrons é realizado, nesta tese, como citado anteriormente, por meio de modelos da Hadrodinâmica Quântica (HDQ). Veremos no Capítulo 3 que a matéria nuclear que compõe estes objetos é extremamente densa, podendo alcançar densidades de até uma ordem de magnitude maior do que a densidade nuclear. Assim, para se descrever a matéria hadrônica em estrelas de nêutrons, torna-se necessário extrapolar os modelos comumente utilizados para descrever a matéria no interior de núcleos atômicos, devido às altas densidades consideradas. Veremos no Capítulo 3 que descrever tais estrelas significa, portanto, descrever a matéria nuclear em

⁵A constante de acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ da QCD é, para $Q^2 \gg \Lambda^2$, dada por

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)},$$

onde N_f representa o número de sabores considerados. Se $R \sim 0.5\text{fm}$, $Q \sim 0,4\text{GeV}$ e $N_f = 3$, então $\alpha_s \sim 1$ o que demonstra os *riscos* de cálculos perturbativos de propriedades hadrônicas nesta região.

⁶Devido à emissão de glúons secundários, teorias de perturbação somente podem ser aplicadas a fenômenos para os quais os quarks interajam fracamente a curta distâncias (limite de troca de um glúon).

um estado quântico de muitos corpos em altas densidades.

1.2.1 Matéria nuclear na saturação

Matéria nuclear é um sistema idealizado de núcleons interagentes, prótons e nêutrons, que existe em distintas fases quânticas, e que representa uma substância hipotética com um número infinito de núcleons interagindo por meio da força nuclear forte na ausência da força de Coulomb, uma vez que sua contribuição é desprezível frente à contribuição nuclear para essa escala de energias [95]. No modelo da matéria nuclear, o volume e o número de partículas são infinitos, implicando a inexistência de efeitos de superfície e equação de estado, i.e., somente posições relativas entre as partículas que compõem o sistema são relevantes.

Um dos grandes desafios envolvidos no processo de desenvolvimento de um modelo que descreva a matéria nuclear a altas densidades é que este não apenas descreva o comportamento da matéria no regime de altas densidades, mas também seja capaz de reproduzir os valores das propriedades nucleares medidas em laboratório a densidades próximas a da densidade nuclear de saturação. A validação de um modelo da estrutura nuclear e, simultaneamente, de estrelas de nêutrons ocorre ao fixarmos suas constantes de acoplamento de modo que os valores das propriedades da matéria nuclear simétrica e assimétrica sejam ajustados aos valores observados, tanto no que refere às propriedades nucleares na densidade de saturação nuclear, quanto às propriedades globais de estrelas de nêutrons.

Estrelas de nêutrons contém aproximadamente 10^{57} bárions. Assim, no limite de altas densidades, a HDQ busca descrever a matéria hadrônica com um grande número de hádrons por meio de um modelo para a matéria nuclear, muitas vezes denominada *matéria nuclear infinita*. Além disso, é possível supor que a matéria presente no interior de núcleos atômicos é simétrica, ou seja, que o número de prótons e nêutrons que compõem o sistema é aproximadamente o mesmo frente à quantidade total de partículas no núcleo [36].

São muitas as propriedades da matéria nuclear que terão relevância para a construção de modelos nucleares para matéria infinita. Dentre elas, a energia de ligação por núcleon nos permitirá determinar a densidade de saturação e a densidade de energia na saturação, propriedades importantes na obtenção das constantes de acoplamento dos modelos. O módulo de compressibilidade e a massa efetiva do núcleon na saturação também são úteis para delimitar os possíveis valores das constantes de acoplamento, sendo ainda importantes na descrição do comportamento da equação de estado para altas densidades. Além disso, a energia de simetria e o coeficiente de simetria na saturação, propriedades que determinam a razão entre prótons e nêutrons na matéria nuclear, possibilitam realizar uma extrapolação adequada para modelos que descrevam propriedades de sistemas hadrônicos de muitos corpos assimétricos, como são as estrelas de nêutrons. Contudo, algumas dessas quantidades não

são medidas diretamente e seus valores, principalmente o do módulo de compressibilidade e coeficiente de simetria, são estimados em intervalos de incerteza experimental ainda muito expressivos. A seguir, discutimos cada uma dessas quantidades em maior detalhe.

Densidade de saturação ρ_0 :

A força nuclear forte, quando comparada à força eletromagnética ou gravitacional, é a interação dominante entre os núcleons, apresentando diferentes características dependendo do regime de distância entre os prótons e os nêutrons. A força nuclear forte apresenta um caráter atrativo para distâncias de até aproximadamente 2 fm, fazendo com que, nessa escala de distâncias, a atração entre prótons seja maior do que sua repulsão coulombiana, o que mantém tais partículas confinadas ao núcleo atômico. Além disso, de modo a manter a estabilidade dos núcleos atômicos, a força nuclear possui um caráter repulsivo para distâncias curtas (≤ 0.4 fm), o que caracteriza o *caroço rígido* do potencial nuclear [36, 96].

Uma das características mais peculiares da matéria nuclear, oriunda do alcance finito e da natureza da interação entre os núcleons, é a de que existe uma propriedade nuclear, fortemente dependente de densidade, que demarca a linha de instabilidade da matéria nuclear, a assim denominada *saturação nuclear*. A partir de uma determinada densidade, um núcleon identifica uma densidade central ρ_0 que independe do número de partículas presentes no sistema, sendo esta a denominada *densidade de saturação*. A densidade de saturação demarca assim o ponto no qual a pressão do sistema é nula e a energia de ligação é mínima e apresenta o seguinte intervalo de valores experimentais $\rho_0 = 0.15 - 0.16 \text{ fm}^{-3}$ [32, 36, 61].

Energia de ligação E_L :

A *energia de ligação* foi denominada historicamente como um *defeito de massa*, significando que a massa total de um sistema era diferente da soma das massas dos componentes do sistema. Isso significa que existe uma energia residual em sistemas nucleares cuja intensidade faz com que os núcleons sejam eventualmente mais ligados e, portanto, faz com que esses sistemas sejam mais estáveis. Para sistemas estáveis, a energia de ligação é negativa, alcançando seu mínimo na saturação, o que indica que o sistema se encontra na mais estável configuração.

A determinação empírica da energia de ligação de núcleos atômicos é feita por meio de medidas das massas espectroscópicas dos mesmos, ou através de reações nucleares nas quais a energia de ligação da maior parte dos núcleos envolvidos nestes processos é conhecida [96]. O modelo desenvolvido por Weizsacker em 1935 [96], conhecido como fórmula semi-empírica de massa, parametriza a massa nuclear como uma função do número de massa A (número total de núcleons no sistema) e do número atômico Z (número total de prótons no sistema)

de modo a descrever a energia de ligação segundo a expressão:

$$E_L(A, Z) = -a_1 A + a_2 A^{2/3} + a_3 Z^2 A^{-1/3} + a_4 (A - 2Z)^2 A^{-1}, \quad (1.1)$$

onde os parâmetros a_1 , a_2 , a_3 e a_4 são associados, respectivamente, ao volume, à superfície nuclear, à interação coulombiana e ao grau de assimetria entre o número de prótons e nêutrons do sistema. A fórmula semi-empírica de massa recebe esse nome pois os valores de seus coeficientes são obtidos por meio do ajuste de valores experimentais de massas e de outras propriedades de núcleos atômicos, ajuste este que se vale de procedimentos empíricos para sua realização.

Os termos da expressão acima devem-se à relação de proporcionalidade entre o volume nuclear $\sim R^3$ (onde aproximamos o núcleo atômico por uma esfera) e o número de massa A , resultando em $R \sim A^{1/3}$ [96]. Assim, as proporções de A e Z para a energia de ligação são obtidas considerando que:

- O volume total V é dado pela contribuição do volume de cada núcleon individual v ;
- Os núcleons presentes na superfície terão menos vizinhos que os mais internos, contribuindo assim para uma diminuição da energia do sistema que é proporcional à área da superfície do núcleo, ou seja, R^2 ;
- Os prótons presentes no núcleo atômico sofrem repulsão coulombiana, cuja contribuição na fórmula semi-empírica é proporcional a $Z(Z - 1)/R$, termo este responsável pela diminuição da energia de ligação;
- Uma assimetria entre prótons e nêutrons é gerada de modo a contrabalançar a repulsão coulombiana ⁷, cujo componente da fórmula semi-empírica é inversamente proporcional ao número atômico A .

Nosso interesse neste ponto da análise teórica é o de realizarmos uma extrapolação da fórmula semi-empírica de massa para descrevermos propriedades da matéria nuclear infinita simétrica. Portanto, devemos considerar na expressão (1.1) $N = Z$, $A \rightarrow \infty$ e nenhuma interação eletromagnética. Assim, tomando o limite de número de partículas infinito em (1.1), a energia de ligação por núcleon será dada por:

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \left[\frac{E_L(A, Z)}{A} \right]_{Z=A/2} \equiv \frac{E_L}{A} = -a_1, \quad (1.2)$$

onde o único coeficiente restante corresponde ao termo de volume.

⁷Quanto maior a simetria de isospin, mais ligado será o núcleo, ou seja, núcleos simétricos são *energeticamente favorecidos*.

Sabendo o valor da densidade de saturação e da energia de ligação por núcleon, podemos determinar a densidade de energia na saturação, para a matéria nuclear simétrica por meio de:

$$\frac{E_L}{A} \sim \left(\frac{\epsilon}{\rho} \right)_0 - m, \quad (1.3)$$

onde m corresponde à massa do núcleon na saturação e $\epsilon = \epsilon(p)$ representa a equação de estado da matéria nuclear. Os valores experimentais da energia de ligação presentes na literatura recaem no intervalo: $E_L/A = -(15.75 - 16.3)$ MeV [32, 36, 61].

Módulo de compressibilidade K :

O módulo de compressibilidade K corresponde à “resposta dinâmica” que um sistema apresenta ao ser deslocado de seu estado inicial de equilíbrio ou ao sofrer uma compressão externa, indicando assim o aumento de pressão requerido para causar uma diminuição em seu volume original por unidade de volume total. Portanto, quanto maior o valor de K , maior será a energia necessária para deslocar o sistema da configuração de equilíbrio e mais facilmente para o sistema retornar à sua configuração original. O *módulo de compressibilidade* é relacionado à curvatura da equação de estado, $\epsilon = \epsilon(p)$, na densidade de saturação:

$$K = \left[k^2 \frac{d^2}{dk^2} \left(\frac{\epsilon}{\rho} \right) \right]_{k=k_F}, \quad (1.4)$$

onde k corresponde ao momentum linear e k_F ao momentum de Fermi do sistema, ou seja, o momentum linear máximo que uma partícula do sistema pode adquirir (para um sistema à temperatura nula).

Utilizando-se o modelo da gota líquida, pode-se escrever, de maneira similar à fórmula semi-empírica de massa, uma formulação, também de caráter semi-empírico, para a compressibilidade de sistemas nucleares finitos na forma:

$$K = K_v + K_s A^{-2/3} + K_c Z(Z-1) A^{-4/3} + K_a (Z-N)^2, \quad (1.5)$$

onde o significado dos termos é similar ao caso da fórmula semi-empírica de massa, levando-se em conta, nesta expressão, que o termo de superfície, $K_s A^{-2/3}$, caracteriza a *resistência* do sistema nuclear finito à tensão superficial. No limite em que $A \rightarrow \infty$, a formula semi-empírica de compressibilidade possibilita, — similarmente ao que ocorre com a fórmula semi-empírica de massa —, a descrição de propriedades globais estáticas da matéria nuclear. No caso em que consideramos, em uma primeira aproximação, a descrição de propriedades de um núcleo finito com densidade constante (*absolutamente incompressível*), a *resistência* deste núcleo à compressão externa seria *infinita*. O mesmo aconteceria no caso de adotarmos, como uma primeira aproximação na descrição de propriedades globais de estrelas de nêutrons, um

sistema com densidade bariônica ou densidade de energia constante. Evidentemente, casos realísticos correspondem a sistemas nucleares com graus finitos de compressibilidade.

Estimativas do intervalo de valores possíveis para o módulo de compressibilidade são provenientes de análises de ressonâncias gigantes monopolares, modos de oscilação radiais do núcleo, e implicam valores entre (200 – 300) MeV (ver a referência [97]). A literatura ainda aponta para valores mais específicos como $K_0 = 234$ MeV [36,98] e $K_0 = 265$ MeV [61] para o módulo de compressibilidade da matéria nuclear na densidade de saturação⁸.

Massa efetiva do núcleon m_n^* :

A interação entre bárions via troca de mésons escalares, responsável pelas componentes atrativas da força nuclear, dá origem a um deslocamento no valor da massa bariônica das partículas, que denominamos *massa efetiva*. Em particular, quando tratamos da matéria nuclear na saturação, devemos levar em conta a massa efetiva do núcleon. A massa efetiva depende da densidade ou, como veremos a seguir, do momentum de Fermi do sistema: $m^* = m^*(k_F)$.

Assim como o módulo de compressibilidade, a massa efetiva do núcleon possui uma incerteza considerável em seu valor na densidade de saturação. Um intervalo de valores é obtido através do espalhamento de nêutrons em núcleos de chumbo, apontando um intervalo de valores dado por $m^* = (0.66 - 0.78) m_N$ [100,101], onde m_N representa a massa do núcleon livre, i.e., sem a presença de interações.

Energia de simetria a_4 :

Núcleos estáveis, com poucos prótons, têm um número equivalente de nêutrons e prótons. Conforme o número de prótons aumenta para núcleos mais pesados, a repulsão eletromagnética entre prótons torna mais favorável o aumento do número de nêutrons nos núcleos atômicos, de modo a estabilizar o sistema do ponto de vista coulombiano. A *energia de simetria* determina o quanto a assimetria entre prótons e nêutrons afeta as propriedades de estabilidade de núcleos massivos.

Como veremos na próxima seção, o meio presente no interior de estrelas de nêutrons é extremamente assimétrico, de modo que devemos fazer uma extrapolação para a matéria nuclear infinita assimétrica para descrever estes objetos estelares compactos. Para calcularmos as propriedades de estrelas de nêutrons, devemos levar em conta a energia

⁸Mais informações sobre a compressibilidade em densidades superiores a de saturação podem ser encontradas na referência [99], onde é feito um estudo sobre a compressibilidade da matéria nuclear no âmbito de estrelas de nêutrons.

de simetria, representada pelo coeficiente a_4 na equação (1.1). Definindo a quantidade $t \equiv (N - Z)/A = (\rho_n - \rho_p)/\rho_b$, onde ρ_n , ρ_p e ρ_b representam, respectivamente, as densidades de nêutrons e prótons e a densidade bariônica, podemos reescrever a expressão para $E_L(A, Z)/A$ no limite para a matéria nuclear infinita como:

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \left[\frac{E_L(A, Z)}{A} \right] \equiv \frac{E_L}{A} = -a_1 + a_4 t^2. \quad (1.6)$$

Assim podemos determinar a energia de simetria a_4 tomando a derivada segunda de E_L/A , na forma:

$$a_4 = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 (\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right]_{t=0}, \quad (1.7)$$

onde fazemos $t = 0$ ao final dos cálculos, de modo a ser feita a conexão desta expressão com a descrição correspondente para a matéria nuclear simétrica. Atualmente, o valor para a energia de simetria é estimado em $a_4 = (25 - 35)$ MeV [102–104].

Coefficiente de simetria L :

Uma propriedade da matéria nuclear que tem recebido muita atenção atualmente é o que, nesse trabalho, denominamos como *coeficiente de simetria L* . Essa quantidade é diretamente relacionada à pressão da matéria bariônica composta puramente por nêutrons na densidade de saturação [105], e caracteriza o valor da energia de simetria na densidade de saturação, conforme:

$$L = 3\rho_0 \left[\frac{\partial a_4}{\partial \rho} \right]_{\rho_0}. \quad (1.8)$$

Uma quantidade que pode indicar os valores experimentais do coeficiente de simetria da matéria nuclear é a assim denominada *espessura de pele de nêutrons de núcleos pesados* (do inglês *neutron-skin thickness of heavy nuclei*). Essa quantidade é definida pela diferença na distribuição radial de prótons e nêutrons em núcleos atômicos pesados [106,107]. Núcleos pesados apresentam, conforme mencionamos anteriormente, uma assimetria entre o número de prótons e nêutrons. De modo que a energia de simetria e a tensão superficial sejam minimizadas, a distribuição de partículas na região central desses núcleos é aproximadamente simétrica, e o excesso de nêutrons se encontra na região que caracteriza a *pele de nêutrons* (*neutron skin*) nuclear. A espessura dessa região está relacionada a um processo competitivo dinâmico envolvendo o aumento da energia de simetria e da tensão superficial, originados pelo excesso de nêutrons seja na região central, seja na superfície do núcleo atômico. Assim, quanto maior o valor do coeficiente de simetria L , mais espessa será a região que caracteriza a *pele de nêutrons*⁹ [108].

⁹Uma possível conexão entre a extensão da região que caracteriza a *pele de nêutrons* e propriedades

Os recentes avanços nas medidas do coeficiente de simetria nuclear fazem com que essa quantidade seja muito utilizada atualmente na determinação de propriedades da equação de estado da matéria nuclear. A sobreposição de diversos resultados experimentais aponta para valores dessa quantidade menores que 60 MeV [103, 109, 110]. Contudo, existem diversos outros resultados experimentais [102, 111–114] que sugerem valores significativamente maiores para o coeficiente de simetria ($L_0 \gtrsim 90$ MeV). Devido à essa grande incerteza na determinação dos valores do coeficiente de simetria, nesse trabalho faremos uma análise que engloba um grande intervalo de possíveis valores para $L_0 = (60 - 115)$ MeV.

O módulo de compressibilidade e a massa efetiva do núcleon são propriedades da matéria nuclear fortemente relacionadas ao comportamento da equação de estado a altas densidades. Essas propriedades determinam se a equação de estado será mais rígida ou mais suave no limite de altas densidades, características que afetarão diretamente a massa máxima de estrelas de nêutrons descritas por modelos da hadrodinâmica quântica. Já a densidade de saturação, bem como a energia na saturação e o coeficiente de simetria na saturação são relacionados ao comportamento da equação de estado a baixas densidades, e terão forte influência na determinação do raio de estrelas de nêutrons [103].

1.2.2 Matéria hadrônica a densidades supra-nucleares

Dado que a matéria nuclear é composta por férmions, conforme ocorre o aumento da densidade bariônica, é necessário que bárions mais pesados sejam formados de modo a minimizar a energia de Fermi do sistema e, nesse caso, passa a ser mais adequado chamá-la de *matéria hadrônica*.

Núcleos atômicos possuem características estruturais típicas dos líquidos para densidades extremamente altas quando comparadas às densidades que encontramos na matéria em condições normais. Para termos uma ideia, na seção anterior vimos que densidades nucleares são da ordem de $\sim 0.16 \text{ fm}^{-3}$, correspondendo a $\sim 10^{14} \text{ g/cm}^3$ (100 trilhões de vezes maior que a densidade da água — $\rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3$). Quando a matéria nuclear sofre um aumento de temperatura ou densidade, essa passa por uma transição de fase líquido-gás [115, 116] e, portanto, ao tratarmos matéria hadrônica à densidades supra-nucleares, devemos levar em conta que tal matéria deve ser tratada como um líquido de férmions. Conforme já mencionado, férmions são partículas de spin semi-inteiro, que obedecem a estatística de Fermi-Dirac.

de estrelas de nêutrons pode ser estabelecida a partir da interpretação da pressão gerada pelo excesso de nêutrons nas camadas mais externas de núcleos pesados como análoga à pressão de degenerescência que evita o colapso gravitacional dessas estrelas. Assim, modelos que predizem *peles de nêutrons* espessas geralmente geram estrelas de nêutrons com raios mais expressivos [108].

Para um sistema composto por tais partículas, os níveis de energia tomam valores discretos e, quando sua energia de Fermi é muito maior do que a energia térmica do sistema ($E_F \gg kT$), diz-se que a matéria é *degenerada* [117].

No contexto de matéria hadrônica a altas densidades e baixas temperaturas (presente no interior de estrelas de nêutrons), o comportamento degenerado da matéria será um reflexo da compressão que esta sofrerá. Conforme a densidade aumenta, a matéria passa a sofrer uma compressão cada vez maior até uma escala de distâncias no qual o princípio de exclusão de Pauli precisa ser considerado. Além disso, segundo o princípio da incerteza de Heisenberg ($\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$), como as partículas encontram-se confinadas em um espaço muito pequeno e bem definido, seu momentum é extremamente incerto e alto. Assim, apesar de o gás encontrar-se a baixas temperaturas, as partículas se movem de maneira extremamente rápida, gerando uma pressão que depende apenas da densidade, denominada *pressão de degenerescência* [117].

Em alguns sistemas estelares, a pressão de degenerescência pode ser tão intensa a ponto de contrabalançar o colapso gravitacional e permitir uma configuração de equilíbrio hidrostático. Este é o caso da pressão de degenerescência de elétrons em anãs brancas e da degenerescência de nêutrons em estrelas de nêutrons, conforme veremos no Capítulo 3.

A matéria presente em estrelas de nêutrons apresenta uma grande assimetria entre prótons e nêutrons, denominada *assimetria de isospin*. Tal assimetria é controlada por mésons isovetoriais, ρ e δ , que são muito relevantes para a construção de modelos efetivos, uma vez que levam em consideração o isospin das partículas nos cálculos. A assimetria de isospin a altas densidades pode ser estimada a partir do momentum mínimo das partículas, obtido pelo princípio da incerteza, e da relação entre distância e densidade em um espaço linear, $\Delta x \sim \rho^{-1/3}$. Assim, supondo que a matéria hadrônica é isotrópica e independente de efeitos térmicos ($k_b T \ll E_F$), obtém-se a seguinte expressão para o momentum de Fermi (p_F) [118]:

$$p_F = (3\pi^2 \hbar^3 \rho)^{1/3}.$$

As condições de equilíbrio químico e neutralidade de carga ($\rho_p = \rho_e$) geram uma relação entre as energias de Fermi (E_F) das partículas, aproximando a matéria nuclear como composta apenas por nêutrons, prótons e elétrons, que é dada por [118]:

$$E_{F,n} = E_{F,p} + E_{F,e} = 2E_{F,p}. \quad (1.9)$$

Tendo em vista que a matéria degenerada apresenta uma dependência de energia direta com a densidade, conforme mencionado acima, estimamos a relação entre as densidades das componentes desse sistema como:

$$\rho_n^{1/3} = 2\rho_p^{1/3} \quad \rightarrow \quad \rho_n = 8\rho_p, \quad (1.10)$$

o que evidencia, como mencionamos anteriormente, o caráter altamente assimétrico da matéria nuclear para altas densidades, uma vez que para cada próton no sistema haverá sete nêutrons a mais.

Por fim, devemos ainda mencionar que conforme mais altas densidades são consideradas, o sistema passa a dispor da energia necessária para criar novos graus de liberdade hadrônicos como, por exemplo, híperons e condensados de mésons [36]. No caso de densidades muito maiores do que a densidade de saturação nuclear, esse regime de densidades configura um cenário de altas energias no qual são previstos diversos fenômenos ligados à QCD, como a transição de fase de desconfinamento de quarks no interior de hádrons, o surgimento de matéria supercondutora e a restauração da simetria quiral [61]. Contudo, como a equação de estado da matéria nuclear a altas densidades não é conhecida, a ocorrência de tais fenômenos é apenas especulada no interior de estrelas de nêutrons. No Capítulo 3, ao estudarmos o colapso de uma supernova, voltaremos a discutir os processos que levam a matéria nuclear até seu estado de matéria hadrônica.

1.3 Modelos da Hadrodinâmica Quântica

A busca por uma teoria para descrever o potencial nuclear tem sido um dos grandes objetivos da física nuclear. Os avanços na aquisição de dados experimentais envolvendo sistemas nucleares tem sido, por sua vez, de grande importância para uma melhora expressiva nos últimos anos no desenvolvimento de teorias que descrevam a interação nuclear a baixas, médias e altas energias. O trabalho pioneiro para a descrição da matéria nuclear, no contexto da Hadrodinâmica Quântica (HDQ), foi o modelo proposto por J. D. Walecka [32]. Nessa seção, apresentaremos uma breve introdução aos modelos da HDQ, discutindo os primeiros trabalhos e os desenvolvimentos teóricos que levaram aos modelos utilizados comumente na literatura atual¹⁰. Após essa introdução, apresentamos um formalismo relativístico de campo médio, desenvolvido nessa tese para descrever a interação nuclear considerando efeitos de muitos corpos.

Em escalas de energia nos quais apenas os graus de liberdade dos bárions são relevantes, o resíduo da força nuclear forte entre os quarks descreve uma força efetiva entre hádrons, que denominamos *força nuclear* e descrevemos, usualmente, por meio de modelos efetivos. Os primeiros modelos nucleares foram publicados nos anos 50, inicialmente com o trabalho de Johnson & Teller [120], que introduziram um campo clássico para a descrição do potencial nuclear, no qual a mediação da força nuclear era feita através de trocas de mésons

¹⁰Para detalhes sobre os principais modelos mencionados nessa seção, ver Apêndice B em [119].

π , conforme proposto por Yukawa em 1936. A seguir, Duerr [121], reformulou esse modelo em um formalismo relativístico que foi capaz de explicar o acoplamento spin-órbita nuclear. Esses dois trabalhos, em particular, deram origem a uma classe de modelos denominados *teorias de campo médio relativísticas*, que apresentam um acoplamento mínimo de Yukawa em um contexto da teoria de campos. Em tais formalismos, a interação nuclear é dada pela troca de mésons escalares-isoscalares (σ) e vetoriais-isoscalares (ω), que representam os regimes de atração e repulsão nuclear, respectivamente.

A primeira teoria de campos relativísticos efetiva descrita no âmbito da hadrodinâmica quântica foi proposta em 1974 por Walecka et al. [32], denominada QHD-I, introduzindo uma interação nuclear que se dá via troca de mésons escalares e vetoriais, tomados como campos efetivos. Nessa abordagem, os graus de liberdade de quarks são levados em conta implicitamente através da parametrização das constantes de acoplamento da teoria. O modelo é linearizado através da aproximação de campo médio e os campos escalar-isoscalar σ e vetorial-isoscalar ω simulam o caráter atrativo de longo alcance e repulsivo de curto alcance da força nuclear, respectivamente. Apesar de alguns resultados do modelo se encontrarem em boa concordância com as propriedades da matéria nuclear, as previsões para o módulo de compressibilidade e para a massa efetiva do núcleon encontram-se totalmente fora do intervalo de valores experimentais.

De modo a superar essas limitações, diversas extensões ao modelo de Walecka foram propostas, mantendo, porém, aspectos estruturais básicos do formalismo original da QHD-I. Dentre as novas propostas, devemos mencionar o modelo não-linear de Boguta & Bodmer [33], que introduz termos adicionais no setor escalar de interação, levando em conta termos de terceira e quarta ordem no auto-acoplamento do méson escalar-isoscalar σ na densidade Lagrangiana da teoria. Esses novos termos possuem novos parâmetros associados a eles e simulam correções na interação entre bárions (dependentes dos campos escalares), que são introduzidas como efeitos residuais associados ao meio nuclear de muitos corpos. Outros autores propuseram alterações semelhantes às extensões do modelo de Walecka não-linear para o méson ω [122, 123] e também com termos cruzados [124, 125].

Outra forma de alteração das teorias de campo médio relativísticas foi a proposta de Zimanyi & Moszkowski [34] de modificar o acoplamento méson-bárion. Nesses modelos, o acoplamento mínimo de Yukawa $g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi$ é substituído por um acoplamento derivativo $(g_\sigma \sigma / M) \bar{\psi} \gamma_\mu \partial^\mu \psi$, em uma nova classe de modelos denominada *modelos de acoplamento escalar derivativo* [34, 126, 127]. Como veremos na próxima seção, uma importante característica dos modelos de acoplamentos derivativos é que estes tornam os acoplamentos dos mésons escalares dependentes dos próprios campos escalares e, portanto, indiretamente dependentes da densidade da matéria hadrônica. Além disso, a forma estrutural desses acoplamentos per-

mite que a densidade Lagrangiana de interação do sistema possa ser expandida em uma série infinita de termos não-lineares, indiretamente dependentes da densidade da matéria nuclear, que podem ser interpretados como contribuições de muitos corpos da interação nuclear. Os modelos de acoplamento escalar derivativo foram aplicados para uma grande gama de estudos como, por exemplo, na descrição de propriedades da matéria nuclear [126, 128–130], de núcleos finitos [131, 132], da matéria híper-nuclear [133, 134], de estrelas de nêutrons [135], de modelos de acoplamento entre quarks e mésons (*quark-meson coupling*) [136] e de formalismos relativísticos envolvendo sistemas nucleares que vão além da aproximação de campo médio [137].

Taurines et al. [35], em uma proposta de unificar os modelos de Walecka e ZM em uma nova classe de teorias efetivas de campo médio, desenvolveram um modelo de acoplamento derivativo paramétrico. Assim como no caso dos modelos derivativos, as constantes de acoplamento deste modelo são dependentes dos campos mesônicos, — e indiretamente da densidade da matéria hadrônica —, contemplando nestes termos contribuições de muitos corpos nucleares, ou seja, correlações de densidade envolvendo muitos corpos. Nesse modelo, o acoplamento entre mésons e bárions também é dependente dos campos escalares, mas parametrizado de modo a reproduzir os acoplamentos dos tipos mínimo, derivativo e uma nova forma de acoplamento que depende de parametrizações escolhidas. O modelo de Taurines foi aplicado no estudo de um largo espectro de problemas, em particular em estudos envolvendo módulo de compressibilidade da matéria nuclear [138], a condensação de káons [139], transições de fase hádron-quark [140–142], a energia de simetria nuclear [143], efeitos de campos magnéticos em estrelas de nêutrons [60, 144] e matéria hiperônica em altas densidades [145, 146].

Por fim, devemos ainda mencionar uma outra alternativa aos acoplamentos mínimo e derivativo, proposta por Typel & Wolter [147], em um modelo com acoplamento méson-bárion dependente de densidade. Nesse formalismo, é necessária a introdução de correções muito peculiares aos potenciais nucleares, de modo a se evitar o surgimento de fontes não físicas de partículas, além da consideração de um grande número de parâmetros para descrever a dependência dos acoplamentos com a densidade.

Os modelos da hadrodinâmica quântica sofreram alterações ao longo dos anos, de modo a incluir o octeto bariônico fundamental e os graus de liberdade leptônicos, bem como o méson isovetorial leve, a fim de considerar a assimetria de isospin a altas densidades. No que segue, apresentamos um novo formalismo que confere uma extensão ao modelo de Taurines et al. [35], onde explicitaremos as principais características físicas e matemáticas do modelo.

1.4 Modelo Efetivo com Interação de Muitos Corpos

No que segue, apresentaremos uma proposta para uma versão estendida do modelo de Taurines et al. [35], na qual todo o conjunto de campos mesônicos relevantes para a escala de energias de interesse é introduzido: escalar-isoescalar (σ, σ^*) , vetorial-isoescalar (ω, ϕ) , vetorial-isovetorial (ϱ) , e escalar-isovetorial (δ) , pela primeira vez. Os mésons ϱ e δ são muito importantes para a descrição de estrelas de nêutrons, que são objetos altamente assimétricos [148–150]. Além disso, os mésons com estranheza não-nula ϕ e σ^* são importantes para a interação entre híperons, tendo um forte impacto na determinação das propriedades globais de estrelas de nêutrons. A introdução de um maior número de mésons na interação torna possível uma análise mais ampla do espaço de parâmetros do modelo¹¹. No que segue, apresentamos esse novo formalismo que, devido à sua característica de apresentar contribuições de muitos corpos, passa a ser abreviado a partir daqui pelo acrônimo MBF (do inglês *many-body forces formalism*).

1.4.1 Formalismo

A versão estendida do modelo de acoplamento derivativo paramétrico de Taurines inclui o octeto bariônico completo $(n, p, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-)$ acoplado aos campos mesônicos escalares-isoescalares (σ, σ^*) , vetoriais-isoescalares (ω, ϕ) , vetorial-isovetorial (ϱ) e escalar-isovetorial (δ) . Adicionalmente, incluímos os léptons mais leves (e^-, μ^-) , de modo a manter a neutralidade de carga e equilíbrio químico, que são condições presentes no interior de estrelas de nêutrons. As propriedades de todas as partículas utilizadas nesse trabalho encontram-se nas Tabelas 1.3 e 1.4.

A densidade Lagrangiana cinética e de interação do modelo é definida como:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_b \bar{\psi}_b \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{\omega b \xi}^* \omega^\mu - g_{\phi b \kappa}^* \phi^\mu - \frac{1}{2} g_{\varrho b \eta}^* \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \right) - \left(m_b - g_{\sigma b \zeta}^* \sigma - g_{\sigma^* b \zeta}^* \sigma^* - \frac{1}{2} g_{\delta b \zeta}^* \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta} \right) \right] \psi_b \\
& + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma^* - m_{\sigma^*}^2 \sigma^{*2}) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \delta_3 \partial^\mu \delta_3 - m_\delta^2 \delta_3^2) \\
& + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \omega_{\mu\nu} \omega^{\mu\nu} + m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \phi_{\mu\nu} \phi^{\mu\nu} + m_\phi^2 \phi_\mu \phi^\mu \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \varrho_{\mu\nu}^3 \varrho_3^{\mu\nu} + m_\varrho^2 \varrho_\mu^3 \cdot \varrho_3^\mu \right) \\
& + \sum_l \bar{\psi}_l \gamma_\mu (i\partial^\mu - m_l) \psi_l,
\end{aligned} \tag{1.11}$$

¹¹Uma abordagem semelhante foi proposta por Razeira *et al* [151], porém, considerando apenas a parametrização equivalente ao modelo ZM.

onde

$$\omega^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \quad \boldsymbol{\varrho}^{\mu\nu} = \partial^\mu \boldsymbol{\varrho}^\nu - \partial^\nu \boldsymbol{\varrho}^\mu, \quad \phi^{\mu\nu} = \partial^\mu \phi^\nu - \partial^\nu \phi^\mu, \quad (1.12)$$

e os operadores $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ representam as matrizes de Pauli de isospin [36]. A densidade Lagrangiana acima descreve bárions e léptons, denotados pelos campos de Dirac¹² ψ_b e ψ_l na presença de campos mesônicos escalares e vetoriais. Os campos σ , σ^* (escalares) e ω , ϕ (vetoriais) representam, respectivamente, as componentes atrativa e repulsiva da força nuclear forte. Esses campos acoplam-se, respectivamente, à densidade escalar $\bar{\psi}_b \psi_b$, com constantes de acoplamento $g_{\sigma b}$ e $g_{\sigma^* b}$, e à densidade de corrente bariônica $\bar{\psi}_b \boldsymbol{\gamma}_\mu \psi_b$, com constantes de acoplamento $g_{\omega b}$ e $g_{\phi b}$. Os campos isovetoriais $\boldsymbol{\varrho}^\mu$ e $\boldsymbol{\delta}$ introduzem a assimetria de isospin no sistema, acoplando-se à corrente de isospin $\frac{1}{2} \bar{\psi}_b \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\gamma}_\mu \psi_b$, com constante de acoplamento $g_{\boldsymbol{\varrho} b}$ e à densidade escalar-isovetorial $\bar{\psi}_b \boldsymbol{\tau} \psi_b$, com constante de acoplamento $g_{\boldsymbol{\delta} b}$, respectivamente.

A introdução de acoplamentos variáveis segue as seguintes definições:

$$\begin{aligned} g_{\sigma b \zeta}^* &\equiv m_{\zeta b}^* g_{\sigma b}, & g_{\boldsymbol{\delta} b \zeta}^* &\equiv m_{\zeta b}^* g_{\boldsymbol{\delta} b}, & g_{\sigma^* b \zeta}^* &\equiv m_{\zeta b}^* g_{\sigma^* b}, \\ g_{\omega b \xi}^* &\equiv m_{\xi b}^* g_{\omega b}, & g_{\boldsymbol{\varrho} b \kappa}^* &\equiv m_{\kappa b}^* g_{\boldsymbol{\varrho} b}, & g_{\boldsymbol{\phi} b \eta}^* &\equiv m_{\eta b}^* g_{\boldsymbol{\phi} b}, \end{aligned} \quad (1.13)$$

onde a quantidade $m_{\lambda b}^*$, para $\lambda = \xi, \kappa, \eta, \zeta$, é definida como:

$$m_{\lambda b}^* \equiv \left(1 + \frac{g_{\sigma b} \sigma + g_{\sigma^* b} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\boldsymbol{\delta} b} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{\lambda m_b} \right)^{-\lambda}. \quad (1.14)$$

Assim, a massa efetiva dos bárions $m_{b_i}^*$ na equação (1.11) é definida como:

$$m_{b_i}^* \equiv m_{b_i} - m_{\zeta b_i}^* \left(g_{\sigma b} \sigma + g_{\sigma^* b} \sigma^* + g_{\boldsymbol{\delta} b} I_{3b} \delta_3 \right). \quad (1.15)$$

Das expressões acima podemos verificar que as constantes de acoplamento do modelo serão dependentes dos campos escalares e, uma vez que estes variam em densidade segundo suas equações de movimento, teremos uma dependência indireta de densidade. Além disso, ao escolhermos valores suficientemente pequenos para os parâmetros associados a cada acoplamento, é possível expandir o termo $m_{\lambda b}^*$ em série, de modo que [152]:

$$\begin{aligned} m_{\lambda b}^* &= 1 - \left(\frac{g_{\sigma b} \sigma + g_{\sigma^* b} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\boldsymbol{\delta} b} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{m_b} \right) + \frac{(\lambda + 1)}{2! \lambda} \left(\frac{g_{\sigma b} \sigma + g_{\sigma^* b} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\boldsymbol{\delta} b} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{m_b} \right)^2 \\ &\quad - \frac{(\lambda^2 + 3\lambda + 2)}{3! \lambda^2} \left(\frac{g_{\sigma b} \sigma + g_{\sigma^* b} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\boldsymbol{\delta} b} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{m_b} \right)^3 \\ &\quad + \frac{(\lambda^3 + 6\lambda^2 + 11\lambda + 6)}{4! \lambda^3} \left(\frac{g_{\sigma b} \sigma + g_{\sigma^* b} \sigma^* + \frac{1}{2} g_{\boldsymbol{\delta} b} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta}}{m_b} \right)^4 - \dots, \end{aligned} \quad (1.16)$$

¹²O lépton tau é desconsiderado pois a sua massa de repouso $m_\tau = 1777 \text{ MeV}$ encontra-se em um intervalo de energias muito maior que o de nosso interesse.

Tabela 1.2: Possíveis parametrizações do modelo. E: versão escalar; V: versão vetorial; EVIE: escalar-vetorial-isoescalar; EVIV: escalar-vetorial-isovetorial.

Modelo	ζ	ξ	κ	η
E	$\neq 0$	0	0	0
V	$\neq 0$	$\neq 0$	0	0
EVIE	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	0
EVIV	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$

onde os termos de ordens maiores do que zero têm a interpretação de contribuições de muitos corpos. Essa interpretação pode também ser utilizada na descrição da densidade Lagrangiana de interação na massa efetiva, onde a contribuição da interação de muitos corpos é introduzida pelos mésons escalares

O modelo que apresentamos nessa seção tem uma filosofia similar à sua versão original, proposta por Taurines *et al.* [35]. A partir da análise da expressão (1.16), fica claro que a introdução de novos mésons escalares tem efeito direto na interpretação das contribuições de muitos corpos, uma vez que cada termo dessa expressão apresentará termos cruzados entre os campos escalares. Podemos ainda verificar que as constantes de acoplamento $g_i^* = m_{\lambda b}^* g_i$ (para $i = \sigma, \omega, \rho, \delta, \phi, \sigma^*$) também irão apresentar termos cruzados de interação para ordens maiores que zero – além dos termos cruzados que aparecem naturalmente na expansão (1.16).

Além disso, é possível provar que, considerando apenas o méson escalar σ (Modelo de Taurines), essa formulação reproduz as densidades Lagrangianas dos modelos de Walecka ($\lambda = 0$) e dos modelos derivativos ($\lambda = 1$). A dependência da interação de muitos corpos é introduzida nos acoplamentos méson-bárion de acordo com a equação (1.13), associando-a a parâmetros do acoplamento (ζ, ξ, κ e η) que irão definir o caráter da contribuição de muitos corpos para cada campo mesônico. Sendo assim, o formalismo MBF, que considera novos campos mesônicos, amplia o espaço de parâmetros a ser analisado. A análise das parametrizações dos acoplamentos permite descrever diferentes versões do modelo, conforme é proposto na Tabela 1.2. O aumento do intervalo de parametrizações em modelos da hadrodinâmica quântica tem efeito direto nas constantes de acoplamento tanto para a densidade de saturação quanto a altas densidades, o que evidencia o potencial da abordagem proposta para prever as propriedades da matéria nuclear bem como descrever fenômenos preditos para a matéria hadrônica a altas densidades.

Para um primeiro contato com a potencialidade do modelo, nesta tese de doutorado desenvolvemos a **versão escalar** do modelo, conforme identificado na Tabela 1.2. Na versão

Tabela 1.3: Propriedades dos campos mesônicos considerados na formulação.

Méson	Partícula	Natureza	Constante de acoplamento	Massa (MeV)
σ	σ	escalar-isoescalar	g_{σ_b}	550
δ	a_0	escalar-isovetorial	g_{δ_b}	980
ω_μ	ω	vetorial-isoescalar	g_{ω_b}	782
ρ_μ	ρ	vetorial-isovetorial	g_{ρ_b}	770
σ^*	f_0	escalar-isoescalar	$g_{\sigma_b^*}$	975
ϕ_μ	ϕ	vetorial-isoescalar	g_{ϕ_b}	1020

Tabela 1.4: Propriedades dos bárions e léptons utilizados na formulação: massa (m), spin (J), isospin (I), projeção de isospin na direção z (I^3), carga elétrica (q_e), estranheza (s) e momento magnético anômalo (κ_b).

Partícula	Natureza	Massa (MeV)	J	I	I^3	q_e	s	κ_b
p	bárion	939.6	1/2	1/2	1/2	+1	0	1.79
n	bárion	938.3	1/2	1/2	-1/2	0	0	-1.91
Λ	bárion	1116	1/2	0	0	0	-1	-0.61
Σ^+	bárion	1189	1/2	1	+1	+1	-1	1.67
Σ^0	bárion	1193	1/2	1	0	0	-1	1.61
Σ^-	bárion	1197	1/2	1	-1	-1	-1	-0.38
Ξ^0	bárion	1315	1/2	1/2	+1/2	0	-2	-1.25
Ξ^-	bárion	1321	1/2	1/2	-1/2	-1	-2	0.06
e^-	lépton	0.511	1/2	0	0	-1	0	0.00116
μ^-	lépton	105.7	1/2	0	0	-1	0	0

escalar do modelo, as parametrizações dos acoplamentos méson-bárion são dadas por:

$$\begin{aligned}
g_{\sigma_b}^* &\equiv m_{\zeta_b}^* g_{\sigma b}, & g_{\delta_b}^* &\equiv m_{\zeta_b}^* g_{\delta b}, & g_{\sigma_b^*}^* &\equiv m_{\zeta_b}^* g_{\sigma b}, \\
g_{\omega_b}^* &\equiv g_{\omega b}, & g_{\rho_b}^* &\equiv g_{\rho b}, & g_{\phi_b}^* &\equiv g_{\phi b},
\end{aligned}
\tag{1.17}$$

e o parâmetro $m_{\lambda_b}^*$, bem como a massa efetiva, mantém suas formas (1.14) e (1.15), respectivamente, com a constante $\lambda = \zeta$, para ζ real e positivo. A partir de agora, por estarmos trabalhando com a versão escalar do modelo, iremos desenvolver o formalismo com apenas um parâmetro.

Obtemos as equações de movimento para os campos mesônicos e fermiônicos a partir das equações de Euler-Lagrange:

- **Campo σ**

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\sigma^2) \sigma = \sum_b \bar{\psi}_b \left[g_{\sigma b} (m_{\zeta b_i}^*) - \frac{g_{\sigma b}}{m_{b_i}} (m_{\zeta b_i}^*)^{\frac{\zeta+1}{\zeta}} \left(g_{\sigma b} \sigma + \frac{1}{2} g_{\delta b} \boldsymbol{\delta} \cdot \boldsymbol{\tau} + g_{\sigma^* b} \sigma^* \right) \right] \psi_b, \quad (1.18)$$

onde as equações de campo são do tipo de Klein-Gordon com uma fonte escalar relacionada ao acoplamento derivativo;

- **Campo ω**

$$-\partial^\nu \omega_{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega_\mu = \sum_b g_{\omega b} \bar{\psi}_b \gamma_\mu \psi_b, \quad (1.19)$$

onde a equação de movimento é do tipo Proca, cuja fonte será dada pela quadri-corrente bariônica $j^\mu = \bar{\psi}_b \gamma_\mu \psi_b$;

- **Campo ϱ**

$$-\partial^\nu \varrho_{\nu\mu} + m_\varrho^2 \varrho_\mu = \frac{1}{2} \sum_b g_{\varrho b} \bar{\psi}_b \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \psi_b, \quad (1.20)$$

onde novamente temos uma equação análoga à de Proca, com uma fonte dada pela densidade de quadri-corrente de isospin bariônica $\bar{\psi}_b \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \psi_b$;

- **Campo δ**

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_\delta^2) \boldsymbol{\delta} = \sum_b \bar{\psi}_b \left[g_{\delta b} (m_{\zeta b_i}^*) - \frac{g_{\delta b}}{m_{b_i}} (m_{\zeta b_i}^*)^{\frac{\zeta+1}{\zeta}} \left(g_{\sigma b} \sigma + \frac{1}{2} g_{\delta b} \boldsymbol{\delta} \cdot \boldsymbol{\tau} + g_{\sigma^* b} \sigma^* \right) \right] \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \psi_b, \quad (1.21)$$

onde a equação é análoga à equação para o campo σ e, portanto, novamente uma equação do tipo Klein-Gordon cuja fonte é dada em termos do acoplamento derivativo;

- **Campo σ^***

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m_{\sigma^*}^2) \sigma^* = \sum_b \bar{\psi}_b \left[g_{\sigma^* b} (m_{\zeta b_i}^*) - \frac{g_{\sigma^* b}}{m_{b_i}} (m_{\zeta b_i}^*)^{\frac{\zeta+1}{\zeta}} \left(g_{\sigma b} \sigma + \frac{1}{2} g_{\delta b} \boldsymbol{\delta} \cdot \boldsymbol{\tau} + g_{\sigma^* b} \sigma^* \right) \right] \psi_b, \quad (1.22)$$

onde as equações de campo são análogas à do campo σ ;

- **Campo ϕ**

$$-\partial^\nu \phi_{\nu\mu} + m_\phi^2 \phi_\mu = \sum_b g_{\phi b} \bar{\psi}_b \gamma_\mu \psi_b, \quad (1.23)$$

onde a equação de movimento é análoga à do campo ω ;

- **Campo** ψ_b

$$\sum_b \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g_{\omega b} \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\varrho b} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu - g_{\phi b} \phi^\mu \right) - \left(m_b - g_{\sigma b}^* \sigma - \frac{1}{2} g_{\delta b}^* \boldsymbol{\delta} \cdot \boldsymbol{\tau} - g_{\sigma^* b}^* \sigma^* \right) \right] \psi_b = 0, \quad (1.24)$$

que representa a equação de Dirac modificada, e onde se verifica que os acoplamentos com os mésons σ e δ dão origem a uma massa bariônica efetiva conforme:

$$m_b^* = m_b - m_{\lambda b}^* \left(g_{\sigma b} \sigma + \frac{1}{2} g_{\delta b} \boldsymbol{\delta} \cdot \boldsymbol{\tau} + g_{\sigma^* b} \sigma^* \right), \quad (1.25)$$

e o termo cinético é deslocado pelos mésons vetoriais;

- **Campo** ψ_l

$$\sum_l \gamma_\mu (i\partial^\mu - m_l) \psi_l = 0, \quad (1.26)$$

que representa a equação de Dirac livre, para léptons de massa m_l , dado que suas contribuições não se acoplam aos mésons presentes no modelo.

1.4.2 Teoria de campo médio

As equações de movimento obtidas para os campos mesônicos apresentam um comportamento não-linear proveniente dos termos cinéticos, dificultando a sua solução exata. Sendo assim, é necessário que lancemos mão de um método aproximado para a solução do problema.

A aproximação de campo médio (TCM) é uma ferramenta comumente empregada na teoria de muitos corpos, uma vez que mantém as características originais do modelo, fazendo com que os graus de liberdade e a covariância continuem sendo preservados. Na aproximação de campo médio, os campos mesônicos são tratados como médias dos campos clássicos e, além disso, a simetria translacional para o sistema infinito faz com que todas as variações espaciais e temporais destes campos sejam eliminadas.

Assim, podemos reescrever os campos na teoria de campo médio conforme:

$$\begin{aligned} \sigma &\rightarrow \langle \sigma \rangle = \sigma_0, & \sigma^* &\rightarrow \langle \sigma^* \rangle = \sigma_0^*, & \omega^\mu &\rightarrow \langle \omega^\mu \rangle = \epsilon_0^\mu \omega_0, \\ \phi^\mu &\rightarrow \langle \phi^\mu \rangle = \epsilon_0^\mu \phi_0, & \boldsymbol{\varrho}^\mu &\rightarrow \langle \boldsymbol{\varrho}^\mu \rangle = \epsilon_0^\mu \boldsymbol{\varrho}_{03}, & \boldsymbol{\delta}_3 &\rightarrow \langle \boldsymbol{\delta}_3 \rangle = \delta_0^3, \end{aligned} \quad (1.27)$$

onde ϵ_v^μ é a delta de Kronecker, e σ_0 , ω_0 , $\boldsymbol{\varrho}_{03}$, δ_{03} , ϕ_0 , e σ_0^* denotam os valores esperados dos campos mesônicos clássicos.

É importante ressaltar que escolhemos o eixo z como o eixo de quantização no espaço de isospin [36], de modo que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu &\rightarrow \frac{1}{2} \langle \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\varrho}^\mu \rangle = \frac{1}{2} \tau^i \epsilon_i^\mu \boldsymbol{\varrho}_{03} = I^3 \epsilon_0^\mu \boldsymbol{\varrho}_{03}, \\ \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta} &\rightarrow \frac{1}{2} \langle \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\delta} \rangle = \frac{1}{2} \tau^i \epsilon_{i3} \delta_{03} = I^3 \delta_0^3, \end{aligned} \quad (1.28)$$

onde I^3 corresponde ao isospin bariônico, cujo valor encontra-se na Tabela 1.4.

Aplicando a aproximação de campo médio para o conjunto de equações de movimento obtidas na seção anterior, temos:

$$\begin{aligned}
\sigma_0 &= \frac{1}{m_\sigma^2} \sum_{b_i} \left[g_{\sigma b} (m_{\zeta b_i}^*) - \frac{g_{\sigma b}}{m_{b_i}} (m_{\zeta b_i}^*)^{\frac{\zeta+1}{\zeta}} (g_{\sigma b} \sigma_0 + g_{\delta b} \delta_0^3 I^{3b} + g_{\sigma^* b} \sigma_0^*) \right] \rho_{sb_i}, \\
\delta_0^3 &= \frac{1}{m_\delta^2} \sum_{b_i} \left[g_{\delta b} (m_{\zeta b_i}^*) - \frac{g_{\delta b}}{m_{b_i}} (m_{\zeta b_i}^*)^{\frac{\zeta+1}{\zeta}} (g_{\sigma b} \sigma_0 + g_{\delta b} \delta_0^3 I^{3b} + g_{\sigma^* b} \sigma_0^*) \right] I^{3b} \rho_{sb_i}, \\
\sigma_0^* &= \frac{1}{m_{\sigma^*}^2} \sum_{b_i} \left[g_{\sigma^* b} (m_{\zeta b_i}^*) - \frac{g_{\sigma^* b}}{m_{b_i}} (m_{\zeta b_i}^*)^{\frac{\zeta+1}{\zeta}} (g_{\sigma b} \sigma_0 + g_{\delta b} \delta_0^3 I^{3b} + g_{\sigma^* b} \sigma_0^*) \right] \rho_{sb_i}, \\
\omega_0 &= \frac{1}{m_\omega^2} \sum_{b_i} g_{\omega b} \rho_{b_i}, \quad \varrho_0^3 = \frac{1}{m_\varrho^2} \sum_{b_i} g_{\varrho b} I^{3b} \rho_{b_i}, \quad \phi_0 = \frac{1}{m_\phi^2} \sum_{b_i} g_{\phi b} \rho_{b_i}.
\end{aligned} \tag{1.29}$$

Acima, definimos as densidades escalar e bariônica, respectivamente, como $\rho_{sb} = \langle \bar{\psi}_b \psi_b \rangle$ e $\rho_b = \langle \psi_b^\dagger \psi_b \rangle$, que serão apresentadas na próxima seção.

A influência da teoria de campo médio nas equações para os campos bariônicos ψ_b será indireta, através da presença dos campos mesônicos. Os campos mesônicos variam com a densidade bariônica e efetuando o valor médio da equação (1.24), temos:

$$\sum_b \left[i \gamma_\mu \partial^\mu - g_{\omega b} \gamma_0 \omega_0 - \frac{1}{2} g_{\varrho b} \gamma_0 \tau^3 \varrho_{03} - g_{\phi b} \gamma_0 \phi_0 - m_b^* \right] \psi_b = 0, \tag{1.30}$$

onde a massa efetiva do bárion será função dos campos médios σ_0 , δ_0^3 e σ_0^* .

Por fim, ressaltamos que a teoria de campos médios não modifica a equação de movimento dos campos ψ_l , que descreve os léptons, devido à ausência de acoplamento dos mésons e dos próprios bárions com estas partículas. Veremos na próxima seção como deve ser a solução para os campos dos bárions e, assim, determinaremos as densidades escalar e bariônica das quais os campos dos mésons são dependentes.

1.4.3 Densidades escalar e bariônica

Acabamos de verificar que a aproximação de campo médio faz com as equações dos campos mesônicos tenham como fontes quantidades denominadas de densidade bariônica e densidade escalar, que são definidas em termos de soluções da equação de Dirac modificada. Portanto, a fim de determinarmos essas quantidades, devemos obter as soluções para a equação dos campos dos bárions, ψ_b .

Vimos que a equação de Dirac (1.30) mantém a sua forma na aproximação de campo médio, ou seja, a equação de Dirac em presença dos mésons escalares e vetoriais é similar à equação de Dirac livre. A diferença entre estas formulações é devida aos deslocamentos

de massa e energia, no espaço de momentum, que a presença destes mésons gera em comparação ao caso sem interação. E uma vez que na aproximação de campo médio os mésons escalares e vetoriais são campos clássicos e, portanto, funções constantes do espaço-tempo, as correspondentes soluções da equação de Dirac serão idênticas, na forma, às soluções correspondentes para o caso de uma partícula livre. Uma vez que a equação de Dirac livre é linear, podemos escrever uma solução estacionária do tipo:

$$\psi = \psi(s, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \epsilon(k)t)}, \quad (1.31)$$

onde s denota a dependência de spin.

A equação análoga à de Dirac, contendo os campos mesônicos, será dada por [32]:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{k} + \beta m^*) \psi = [\epsilon(k) - g_\omega \omega_0 - g_\rho I^3 \rho_{03} - g_\phi \phi_0] \psi, \quad (1.32)$$

onde a massa efetiva e o deslocamento no termo de energia são provenientes da presença dos mésons escalares e vetoriais, respectivamente¹³. A energia $\epsilon(k)$ pode tomar valores positivos ou negativos, de modo a representar, respectivamente, estados de partículas ou de anti-partículas:

$$\epsilon(k) \equiv \epsilon^\pm(k) = g_\omega \omega_0 + g_\rho I^3 \rho_{03} + g_\phi \phi_0 \pm \sqrt{k^2 + (m^*)^2} = g_\omega \omega_0 + g_\rho I^3 \rho_{03} + g_\phi \phi_0 \pm E^*(k), \quad (1.33)$$

onde E^* representa a energia de Fermi modificada devido à presença dos campos escalares, $E^* = \sqrt{k^2 + (m^*)^2}$.

Devemos lembrar que estamos tratando de um sistema quântico onde os campos são quantizados a partir do formalismo da *segunda quantização* [153]. Sendo assim, a quantidade $\psi(s, \mathbf{k})$ corresponde a um espinor que pode ser determinado através das equações (1.32) e (1.33), e que será escrito em termos de dois espinores $u(s, \mathbf{k})$ e $v(s, \mathbf{k})$. Esses espinores, que correspondem à solução da equação (1.32) para energias positivas e negativas, são ortonormais, de modo que:

$$v^\dagger(s, \mathbf{k}) u(s, \mathbf{k}) = u^\dagger(s, \mathbf{k}) v(s, \mathbf{k}) = 0,$$

$$u(s', \mathbf{k}) u^\dagger(s, \mathbf{k}) = v(s', \mathbf{k}) v^\dagger(s, \mathbf{k}) = \epsilon_{s's}.$$

Os espinores correspondem à projeção de *spin up* ou de *spin down* no eixo de quantização. Neste trabalho usamos as soluções correspondentes à projeção de spin up, calculadas

¹³Consulte o Apêndice A para verificar a forma das matrizes de Dirac α e β .

em detalhe na referência [119], que são dados por:

$$u = \sqrt{\frac{E^* + m^*}{2E^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{k}{E^* + m^*} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v = \sqrt{\frac{E^* + m^*}{2E^*}} \begin{bmatrix} -\frac{k}{E^* + m^*} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.34)$$

$$u^\dagger = \sqrt{\frac{E^* + m^*}{2E^*}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{k}{E^* + m^*} & 0 \end{bmatrix}, \quad v^\dagger = \sqrt{\frac{E^* + m^*}{2E^*}} \begin{bmatrix} -\frac{k}{E^* + m^*} & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Finalmente, podemos escrever a solução geral para ψ como:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{s\mathbf{k}} \left[b_{s\mathbf{k}} u(s, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \epsilon^+ t)} + d_{s\mathbf{k}}^\dagger v(s, \mathbf{k}) e^{i(-\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \epsilon^- t)} \right], \quad (1.35)$$

$$\psi^\dagger(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{s\mathbf{k}} \left[b_{s\mathbf{k}}^\dagger u^\dagger(s, \mathbf{k}) e^{i(-\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + \epsilon^+ t)} + d_{s\mathbf{k}} v^\dagger(s, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} + \epsilon^- t)} \right].$$

A solução estacionária acima, corresponde a um volume V que engloba partículas e anti-partículas descritas pelos espinores $u(s, \mathbf{k})$ e $v(s, \mathbf{k})$, associados a soluções de energias positivas ϵ^+ e negativas ϵ^- , respectivamente.

As somas sobre s e \mathbf{k} indicam somas sobre projeções de spin e momentum linear, e os operadores $b_{s\mathbf{k}}$ e $b_{s\mathbf{k}}^\dagger$ representam os operadores de aniquilação e de criação de bárions respectivamente. A mesma analogia é válida para anti-bárions, com relação aos operadores $d_{s\mathbf{k}}$ e $d_{s\mathbf{k}}^\dagger$ ¹⁴.

A partir das expressões para ψ e ψ^\dagger e das relações de anti-comutação dos operadores $b_{s\mathbf{k}}$ e $d_{s\mathbf{k}}$, finalmente podemos calcular as densidades escalar e bariônica definidas na seção 1.4.2. Essas densidades foram definidas em função das soluções de Dirac na aproximação de campo médio como:

$$\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle = \langle \psi^\dagger \gamma^0 \psi \rangle, \quad \rho_b = \langle \psi_b^\dagger \psi_b \rangle, \quad (1.36)$$

de modo que devemos calcular valores esperados aplicando os operadores no estado fundamental. Vemos que o resultado para as expressões acima dependerá do cálculo dos termos $u^\dagger \gamma^0 u$, que podem ser calculados através do espinor (1.35) e da matriz γ^0 , cuja diagonal será $\gamma^0 = \text{diag} \left(1, 1, -1, -1 \right)$. Efetuando o cálculo no contínuo¹⁵, teremos as expressões:

$$\rho_s = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_{F_b}} d^3k \frac{m_b^*}{\sqrt{k^2 + (m_b^*)^2}}, \quad \rho_b = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_{F_b}} d^3k, \quad (1.37)$$

¹⁴Os operadores de criação e aniquilação seguem as relações de anti-comutação: $\{b_{s\mathbf{k}}, b_{s'\mathbf{k}'}^\dagger\} = \epsilon_{kk'} \epsilon_{ss'}$, $\{d_{\lambda\mathbf{k}}, d_{\lambda'\mathbf{k}'}^\dagger\} = \epsilon_{kk'} \epsilon_{\lambda\lambda'}$, de modo que a função de onda fermiônica satisfaça o princípio de exclusão de Pauli.

¹⁵Para um cálculo completo das densidades escalar e bariônica, consulte a referência [119].

onde introduzimos o fator γ para caracterizar o grau de degenerescência do sistema. O valor de γ dependerá do tipo de matéria que estamos tratando: para a matéria de nêutrons, $\gamma = 2$ pois a projeção de spin no eixo de quantização pode tomar 2 valores: $\pm 1/2$; e para o caso da matéria nuclear, $\gamma = 4$ pois teremos degenerescência de spin e isospin, dado que o núcleon possui isospin $I = 1/2$, sendo que os prótons têm $I^3 = +1/2$ e os nêutrons $I^3 = -1/2$.

Generalizando esse cálculo para a matéria bariônica, populada por bárions mais pesados do que os núcleons, o termo de degenerescência de spin e isospin pode ser substituído por $\gamma \rightarrow \sum_b (2J_b + 1)$. A soma sobre todos os bárions quebra a degenerescência de isospin e $2J_b + 1$ assume o papel da degenerescência de spin, de modo a termos as densidades escalar e bariônica totais:

$$\begin{aligned} \rho_{sT} &= \sum_b \frac{2J_b + 1}{4\pi^2} \left[m_b^* k_{F_b} \sqrt{k_{F_b}^2 + (m_b^*)^2} - (m_b^*)^3 \ln \left(\frac{k_{F_b} + \sqrt{k_{F_b}^2 + (m_b^*)^2}}{m_b^*} \right) \right], \\ \rho_{bT} &= \sum_b (2J_b + 1) \frac{k_{F_b}^3}{6\pi^2}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Essas serão as expressões para as densidades utilizadas em nosso modelo. Contudo, para determinarmos as constantes de acoplamento, devemos calcular as propriedades da matéria nuclear na saturação, onde utilizamos a expressão que contém somente núcleons e, $\gamma = 4$.

Massa efetiva bariônica

A massa efetiva bariônica é fundamental na determinação de propriedades de sistemas nucleares por meio de modelos da hadrodinâmica quântica. Nas seções anteriores, definimos a massa efetiva bariônica conforme (1.25), escrita em termos dos campos σ_0 , δ_3 e σ_0^* .

Partindo da definição (1.25), já utilizando a definição $m_{\lambda b}^*$ em (1.14) na aproximação de campo médio, temos:

$$m_b^* = m_b - \frac{(g_{\sigma b} \sigma_0 + I_{3b} g_{\delta b} \delta_3 + g_{\sigma^* b} \sigma_0^*)}{\left(1 + \frac{g_{\sigma n} \sigma_0 + I_{3b} g_{\delta b} \delta_3 + g_{\sigma^* b} \sigma_0^*}{\zeta m_b}\right)^\zeta}. \quad (1.39)$$

Os campos escalares presentes na equação acima, por sua vez, também dependem da massa efetiva bariônica através da densidade escalar que é fonte de suas equações de campo (1.29). Sendo assim, para que possamos determinar o valor da massa efetiva, será necessário efetuar um cálculo auto-consistente.

Por fim, a expressão para a massa efetiva bariônica no modelo enfatiza a dependência do parâmetro ζ , o que significa que cada escolha de parâmetros nos confere um novo modelo. Voltaremos a esse ponto na seção 1.5, onde vamos analisar o espaço de parâmetros do modelo para os quais as propriedades da matéria nuclear na saturação são previstas satisfatoriamente.

1.4.4 Equação de estado

Conforme já mencionado, a equação de estado da matéria nuclear e hadrônica é um ponto chave na pesquisa atual na área de física nuclear e de partículas. Na escala de energias de interesse para o estudo de estrelas de nêutrons, a interação nuclear entre bárions atua como um resíduo da interação forte a nível mais elementar. Nesse caso, é a equação de estado da matéria hadrônica que nos permite prever o seu comportamento para altas energias, temperaturas e/ou densidades.

Sob esse ponto de vista, é fundamental que todo modelo que pretenda descrever a matéria hadrônica tenha sua equação de estado calculada de modo a serem feitas previsões teóricas. O primeiro teste pelo qual a equação de estado do modelo deve passar é ser capaz de reproduzir valores experimentais para as propriedades da matéria nuclear à densidade de saturação. Se o modelo é capaz de reproduzir valores dentro da incerteza de medida dessas propriedades, é possível fazer uma extrapolação para a matéria hadrônica a altas densidades, estabelecendo previsões para outras quantidades observáveis como, por exemplo, o raio e a massa de estrelas compactas.

As previsões para as propriedades da matéria nuclear na saturação serão feitas nesse capítulo na seção 1.4.5, por meio da obtenção de soluções consistentes da equação de estado do modelo. No Capítulo 3, voltaremos ao tópico de estrelas compactas, onde faremos previsões de propriedades de estrelas de nêutrons.

Tensor energia-momentum

Determinamos a equação de estado do modelo tratando nosso sistema fermiônico como estático e no estado fundamental, que correspondem às suposições feitas para a aplicação da teoria de campo médio. Nesse caso, podemos aproximar o tensor energia-momentum como o de um fluido ideal e, a partir dele, determinar a densidade de energia e pressão de suas componentes espaciais e temporal.

A densidade Lagrangiana de um sistema físico relativístico é uma quantidade invariante de Lorentz, o que significa que esta deve possuir a mesma forma matemática em qualquer referencial inercial. Além disso, sua invariância frente a transformações de simetria implica a existência de quantidades conservadas, resultado que é conhecido como *Teorema de Noether*.

Na teoria quântica de campos, as simetrias internas dos campos acarretam a conservação das cargas do campo. Para cada carga, sua densidade é dada pela componente zero de uma corrente de Noether j^μ [153]. A invariância da densidade Lagrangiana frente à translações nas coordenadas espaço temporais x^μ , gera uma quantidade conservada co-

nhecida como *tensor energia-momentum* $T_{\mu\nu}$. Essa simetria será responsável pelas leis de conservação de energia e momentum, e é explicitada pelo valor nulo da quadri-divergência $\partial^\mu T_{\mu\nu} = 0$. A expressão para o tensor energia-momentum em termos da densidade Lagrangiana é dada por [153]:

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi)} \frac{\partial \psi}{\partial x_\nu} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \bar{\psi})} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x_\nu} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\sigma)} \frac{\partial A_\sigma}{\partial x_\nu} + \eta^{\mu\nu} \mathcal{L}, \quad (1.40)$$

onde $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ é a métrica de Minkowski para um espaço plano.

Tendo em vista que nossa teoria é desenvolvida na aproximação de campo médio, o tensor energia-momentum deve ser calculado utilizando a densidade Lagrangiana (1.11) (para a versão escalar do modelo). Dentro dessa aproximação:

$$\begin{aligned} (T_{\mu\nu})_{TCM} = & \left(\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{*2} - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0 - \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03} - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 \right) g_{\mu\nu} \\ & + \sum_b (\bar{\psi}_b \gamma_\mu i) \partial_\nu \psi_b + \sum_l (\bar{\psi}_l \gamma_\mu i) \partial_\nu \psi_l. \end{aligned} \quad (1.41)$$

Devido à aproximação de campo médio, o tensor energia-momentum acima pode ser tomado como o de um fluido ideal, ou seja, um fluido uniforme, isotrópico e em repouso que obedece:

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\varepsilon + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}, \quad (1.42)$$

onde a quadri-velocidade é dada por $u^\mu = (1, \mathbf{0})$, dado que este se encontra em repouso, e que deve satisfazer $u_\mu u^\mu = 1$, que é uma quantidade invariante. Os termos ε e p são respectivamente, a densidade de energia e a pressão.

Partindo da equação (1.42) é evidente que o tensor energia-momentum de um fluido ideal é um tensor simétrico que possui termos não-nulos apenas na sua diagonal. A densidade de energia é obtida tomando seu termo temporal e a pressão será dada pelas suas componentes espaciais. Assim, a equação de estado do modelo será dada por:

$$\varepsilon = \langle T_{00} \rangle, \quad p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle. \quad (1.43)$$

Densidade de energia

O cálculo da densidade de energia é feito através da componente temporal do tensor energia-momentum (1.41), de modo que:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \left[\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{*2} - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 \right] g_{00} \\ & + i \sum_b \langle \bar{\psi}_b \gamma_0 \partial_0 \psi_b \rangle + i \sum_l \langle \bar{\psi}_l \gamma_0 \partial_0 \psi_l \rangle, \end{aligned} \quad (1.44)$$

onde a componente temporal da métrica é $g_{00} = 1$ e as contribuições dos bárions e léptons $\langle \bar{\psi}_b \gamma_0 \partial_0 \psi_b \rangle$ e $\langle \bar{\psi}_l \gamma_0 \partial_0 \psi_l \rangle$, são calculadas a partir de (1.35).

Após o cálculo das médias quânticas, recaímos na seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{*2} - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 \\ & + \sum_b \rho_b (g_{\omega b} \omega_0 + g_{\rho b} I^3 \rho_{03} + g_{\phi b} \phi_0) \\ & + \sum_b \frac{2J_b + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_b}} dk k^2 \sqrt{k^2 + (m_b^*)^2} + \sum_l \frac{2J_l + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_l}} dk k^2 \sqrt{k^2 + m_l^2}, \end{aligned} \quad (1.45)$$

onde identificamos a contribuição dos mésons para a densidade de energia do sistema nos primeiros termos.

Substituindo os valores das integrais e utilizando as equações dos campos vetoriais, obtemos a seguinte expressão para a densidade de energia do modelo¹⁶:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{*2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 \\ & + \sum_b \frac{2J_b + 1}{2\pi^2} \left[\left(\frac{k_{F_b}^2}{4} + \frac{(m_b^*)^2}{8} \right) k_{F_b} \sqrt{k_{F_b}^2 + (m_b^*)^2} - \frac{(m_b^*)^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_b} + \sqrt{k_{F_b}^2 + (m_b^*)^2}}{m_b^*} \right) \right] \\ & + \sum_l \frac{2J_l + 1}{2\pi^2} \left[\left(\frac{k_{F_l}^2}{4} + \frac{m_l^2}{8} \right) k_{F_l} \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2} - \frac{m_l^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_l} + \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2}}{m_l} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.46)$$

A contribuição dos campos mesônicos para a densidade de energia encontra-se nos seis primeiros termos da expressão, cujas equações de movimento são dadas por (1.29), onde estão contidas as constantes de acoplamento. O parâmetro ζ do modelo é incluído no cálculo dos campos escalares. Apesar da contribuição dos bárions e léptons serem apresentadas sob a forma de um gás de Fermi, o cálculo de médias implicará resultados diferentes para os dois tipos de partículas dado que as equações para os bárions incluem fontes oriundas dos termos de interação e de massa efetiva. Para que a densidade de energia seja totalmente determinada, é preciso que a massa efetiva dos núcleons na saturação e as constantes de acoplamento do modelo sejam conhecidas.

Pressão

Assim como a densidade de energia, a pressão também será calculada segundo o tensor energia-momentum na aproximação de campo médio, onde utilizamos as componentes

¹⁶Ver referência [119] para o cálculo completo da equação de estado, sem a inclusão dos mésons δ , ϕ e σ^* .

esaciais T_{ii} . A partir das matrizes de Dirac $\gamma_\mu = (\gamma_0, -\boldsymbol{\gamma})$, obtemos:

$$p = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{*2} - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 - \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 \right] g_{ii} - \frac{i}{3} \sum_B \langle \bar{\psi}_B \gamma_i \partial_i \psi_B \rangle - \frac{i}{3} \sum_l \langle \bar{\psi}_l \gamma_i \partial_i \psi_l \rangle, \quad (1.47)$$

onde somamos sobre as componentes espaciais da métrica ($g_{ii} = -3$), restando apenas determinar os valores esperados para os bárions e léptons, a partir dos espinores (1.35).

Após efetuado o cálculo das médias das contribuições bariônica e leptônica, recaímos na expressão:

$$p = -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{*2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 + \frac{1}{3} \sum_b \frac{2J_b + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_b}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + (m_b^*)^2}} + \frac{1}{3} \sum_l \frac{2J_l + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_l}} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m_l^2}}. \quad (1.48)$$

A expressão acima, assim como a densidade de energia, é escrita em termos dos campos mesônicos na teoria de campo médio (1.29). A contribuição atrativa dos mésons escalares se contrapõe à pressão interna do sistema, e os mésons vetoriais ω_0 , ϱ_{03} e ϕ_0 aumentam a pressão do sistema, devido ao seu caráter repulsivo. Os bárions e léptons apresentam uma contribuição dada pela pressão de um gás de Fermi, conforme ilustrado nos dois últimos termos.

A resolução das integrais nos leva à forma final para a pressão¹⁷ :

$$p = -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 - \frac{1}{2} m_\delta^2 \delta_3^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^{*2} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\varrho^2 \varrho_{03}^2 + \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi_0^2 + \sum_b \frac{2J_b + 1}{2\pi^2} \left[\left(\frac{k_{F_b}^2}{12} - \frac{(m_b^*)^2}{8} \right) k_{F_b} \sqrt{k_{F_b}^2 + (m_b^*)^2} + \frac{(m_b^*)^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_b} + \sqrt{k_{F_b}^2 + (m_b^*)^2}}{m_b^*} \right) \right] + \sum_l \frac{2J_l + 1}{2\pi^2} \left[\left(\frac{k_{F_l}^2}{12} - \frac{m_l^2}{8} \right) k_{F_l} \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2} + \frac{m_l^4}{8} \ln \left(\frac{k_{F_l} + \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2}}{m_l} \right) \right]. \quad (1.49)$$

Para que a equação de estado seja totalmente determinada, precisamos conhecer as constantes de acoplamento $g_{\sigma n}$, $g_{\omega n}$ e $g_{\varrho N}$ e a massa efetiva dos bárions, vinculadas ao parâmetro ζ do modelo. Uma vez conhecidos os acoplamentos dos mésons com os núcleons, é preciso ainda escolher o modelo para acoplamentos de híperons que será empregado. Esses serão os próximos tópicos abordados nas seções seguintes.

¹⁷Ver referência [119] para o cálculo completo da equação de estado, sem a inclusão dos mésons δ , ϕ e σ^* .

1.4.5 Constantes de acoplamento

Para que a formulação do modelo esteja completa, é necessário que determinemos as constantes de acoplamento $g_{\sigma n}$, $g_{\omega n}$, $g_{\rho n}$, $g_{\delta n}$. As constantes de acoplamento dos mésons estranhos ϕ e σ^* não são obtidas com relação ao acoplamento com os núcleons, uma vez que esses mésons não estarão presentes na matéria à densidade de saturação. Na seção 1.4.7, definiremos os acoplamentos dos híperons com todos os mésons. Assim, os acoplamentos dos mésons σ , ω , ρ , δ são determinados através da análise dos valores do parâmetro ζ que são capazes de descrever as propriedades da matéria nuclear na saturação dentro da incerteza experimental.

A matéria nuclear possui uma densidade de saturação na qual as propriedades da matéria nuclear simétrica são relativamente bem conhecidas [61]. Calculamos os valores das constantes de acoplamento do modelo na densidade de saturação, de modo a normalizar a equação de estado para reproduzir as propriedades da matéria nuclear e, a seguir, poderemos extrapolar seu comportamento para a matéria nuclear infinita assimétrica.

Devemos enfatizar que a matéria nuclear simétrica na densidade de saturação não é populada por léptons e que, devido à simetria entre prótons e nêutrons, os campos mesônicos ρ_{03} e δ_3 terão valor médio nulo. A presença desses campos somente será considerada quando formos determinar as constantes de acoplamento $g_{\rho n}$ e $g_{\delta n}$ para a matéria nuclear assimétrica.

A partir de dados experimentais conhecemos os valores aproximados das propriedades da matéria nuclear na saturação. Utilizaremos as seguintes propriedades nucleares na saturação para normalizar a equação de estado (para matéria simétrica): densidade de saturação ρ_0 , densidade de energia ε_0 , massa efetiva do núcleon $(m_n^*)_0$ e módulo de compressibilidade¹⁸ K_0 . Ao considerarmos a assimetria entre núcleons, a energia de simetria a_4 , obtida a partir da fórmula semi-empírica de massa, e o coeficiente de simetria L também devem ser incluídos nos cálculos. Por fim, devemos lembrar que devido ao caráter de saturação da matéria nuclear, a inclusão de novos núcleons não afetará a densidade central, fazendo com que a pressão na saturação seja nula, conforme o *Teorema de Hugenholtz-van Hove* [154].

Sendo assim, podemos aplicar as expressões já obtidas para a densidade de energia, pressão, massa efetiva bariônica, coeficiente de simetria e coeficiente L , dadas por (1.46), (1.49), (1.25), (1.7) e (1.8), respectivamente, no limite de saturação, escrevendo as equações em termos das constantes de acoplamento, em lugar dos campos mesônicos.

As constantes $(g_{\sigma n}/m_\sigma)^2$ e $(g_{\omega n}/m_\omega)^2$ serão dadas pela equação de estado do modelo

¹⁸Não é necessário que utilizemos o valor do módulo de compressibilidade nessa determinação, embora seja sempre importante fazer a sua previsão e verificar se esta se encontra de acordo com valores experimentais.

na saturação. Porém, como estas expressões dependem da massa efetiva bariônica e, consequentemente, de σ_0 , teremos um conjunto de três equações cujas incógnitas serão $(g_{\sigma n}/m_\sigma)^2$, $(g_{\omega n}/m_\omega)^2$ e σ_0 . Já os acoplamentos $(g_{\rho n}/m_\rho)^2$ e $(g_{\delta n}/m_\delta)^2$ serão dados pelo cálculo da energia de simetria e do coeficiente de simetria L , conforme (1.7) e (1.8). Contudo, no caso da matéria assimétrica, devemos ressaltar que a densidade de energia que consideramos nas expressões devem levar em conta os termos com os campos ρ_{03} e δ_3 . Veremos a seguir que esse fato implicará em um novo sistema de equações a ser resolvido.

No caso da matéria simétrica na saturação, definimos que $k_{F_N} = (k_{F_N})_0$ e $m_N^* = (m_N^*)_0$. Obtemos então as expressões para $(g_{\sigma n}/m_\sigma)^2$ e $(g_{\omega n}/m_\omega)^2$ utilizando o teorema de *Hugenholtz-van Hove* e as equações da pressão e da densidade de energia na saturação¹⁹:

$$\left(\frac{m_\sigma}{g_{\sigma n}}\right)^2 = \left[\frac{(m_{\zeta B'}^*)_0}{m_n - m_n^*}\right]^2 \left\{ \varepsilon_0 - \frac{1}{\pi^2} \left[\left(\frac{k_{F_n}^3}{3} + \frac{(m_n^*)^2 k_{F_n}}{2} \right) \times \sqrt{(m_n^*)^2 + k_{F_n}^2} - \frac{1}{2} (m_n^*)^4 \ln \left(\frac{k_{F_n} + \sqrt{(m_n^*)^2 + k_{F_n}^2}}{m_n^*} \right) \right] \right\}, \quad (1.50)$$

e

$$\left(\frac{g_{\omega n}}{m_\omega}\right)^2 = \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\varepsilon_0}{\rho_0} - \sqrt{k_{F_n}^2 + (m_n^*)^2} \right]. \quad (1.51)$$

Essas expressões ainda dependerão da massa efetiva bariônica na saturação $(m_n^*)_0$, que pode ser escrita através das equações para os campos σ_0 (matéria simétrica) e da densidade escalar, conforme:

$$\begin{aligned} (m_n^*)_0 &= m_n - (m_{\zeta n}^*)_0 \left(\frac{g_{\sigma n}}{m_\sigma}\right)^2 \sum_{n'} \frac{(m_{\zeta n'}^*)_0}{\pi^2} \left[m_{n'}^* k_{F_{n'}} \sqrt{k_{F_{n'}}^2 + (m_{n'}^*)^2} \right. \\ &\quad \left. - (m_{n'}^*)^3 \ln \left(\frac{k_{F_{n'}} + \sqrt{k_{F_{n'}}^2 + (m_{n'}^*)^2}}{m_{n'}^*} \right) \right] \left\{ 1 + \frac{g_{\sigma n}}{m_\sigma^2} \sum_{n'} \frac{(m_{n'}^*)_0^{\frac{\zeta+1}{\zeta}}}{\pi^2} \left(\frac{g_{\sigma n'}}{m_{n'}}\right) \right. \\ &\quad \left. \times \left[m_{n'}^* k_{F_{n'}} \sqrt{k_{F_{n'}}^2 + (m_{n'}^*)^2} - (m_{n'}^*)^3 \ln \left(\frac{k_{F_{n'}} + \sqrt{k_{F_{n'}}^2 + (m_{n'}^*)^2}}{m_{n'}^*} \right) \right]^{-1} \right\}. \end{aligned} \quad (1.53)$$

Assim, obtemos três equações para determinar as três incógnitas $(g_{\sigma n}/m_\sigma)^2$, $(g_{\omega n}/m_\omega)^2$, e σ_0 . Esse sistema precisa ser resolvido auto-consistentemente para um valor fixo do parâmetro ζ , que permitirá obtermos os valores dos acoplamentos para os mésons σ e ω , bem como a massa efetiva do núcleon e o módulo de compressibilidade.

¹⁹Note que para a matéria nuclear simétrica na saturação $\gamma = 4$.

Uma vez determinadas essas quantidades, resta-nos ainda determinar os acoplamentos $(g_{\varrho n}/m_{\varrho})^2$ e $(g_{\delta n}/m_{\delta})^2$. Para tanto, usaremos as equações da energia de simetria a_4 e do coeficiente de simetria L , que dependem da razão ε/ρ , de acordo com:

$$a_4 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2(\varepsilon/\rho)}{\partial t^2} \right)_{t=0}, \quad L = 3\rho_0 \left(\frac{\partial a_4}{\partial \rho} \right)_{\rho_0}. \quad (1.54)$$

Assim, utilizamos a densidade de energia para a matéria assimétrica na saturação:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2} m_{\sigma}^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_{\delta}^2 \delta_3^2 + \frac{1}{2} m_{\omega}^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_{\varrho}^2 \varrho_{03}^2 \\ & + \sum_n \frac{2J_n + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_n}} dk k^2 \sqrt{k^2 + (m_n^*)^2}, \end{aligned} \quad (1.55)$$

onde a soma acima se restringe às contribuições dos prótons e dos nêutrons.

Da expressão acima, verificamos que ε para a matéria assimétrica dependerá de todos os campos mesônicos presentes na saturação. Os campos σ_0 e ω_0 são calculados a partir de suas equações de movimento, uma vez que suas constantes de acoplamento já estão determinadas. Podemos ainda escrever os campos ϱ_{03} e δ_3 em termos de suas constantes de acoplamento $(g_{\varrho n}/m_{\varrho})^2$ e $(g_{\delta n}/m_{\delta})^2$, de modo a obtermos um sistema de equações a ser resolvido a partir dos valores de a_4 e L_0 , expressos em função de ε/ρ . Note que as massas efetivas e os campos σ_0 e δ_3 devem ser recalculados, segundo as equações (1.29), levando suas inter-dependências em consideração. Assim, optamos por resolver tal sistema de equações numericamente pois, caso contrário, deveríamos nos valer de soluções aproximadas [149].

Na seção 1.5, apresentamos uma análise do espaço de parâmetros do modelo com relação às incertezas dos valores das propriedades da matéria nuclear na saturação, bem como das constantes de acoplamento do modelo para diferentes valores das massas efetivas no intervalo experimental. Para cada escolha de ζ , teremos uma nova solução, fazendo com que as constantes de acoplamento e a massa efetiva bariônica sejam funções do parâmetro do modelo escolhido.

1.4.6 Populações de partículas

Ao considerarmos densidades cada vez maiores, de acordo com previsões da QCD, a massa efetiva bariônica decresce e novos graus de liberdade bariônicos podem ser incluídos no sistema. Isso se deve ao fato de que, conforme a densidade de energia do sistema aumenta, os novos processos químicos permitem a geração de partículas mais pesadas.

Uma vez que a escala de tempo da interação fraca é pequena mesmo quando comparada à escala de tempo para o colapso de uma supernova [36], é possível que a carga líquida de estranheza resultante na matéria de estrela de nêutrons seja não nula. Sendo assim, de um

ponto de vista teórico, bárions mais pesados de estranheza não-nula, denominados *híperons*, devem estar presentes na matéria hadrônica a altas densidades [155].

Assim, quando a energia de Fermi dos núcleons ultrapassar a massa desses bárions mais pesados, a existência dessas partículas é favorecida a fim de minimizar a energia do sistema. A formação de híperons é associada aos potenciais químicos dessas partículas que irão determinar o *limiar de criação de partículas* do modelo. Ao conhecermos a condição de limiar, podemos analisar como as propriedades das partículas influenciam no seu surgimento e também determinar sua população relativa para diferentes densidades bariônicas.

Condições de equilíbrio

Sistemas nos quais ocorrem reações químicas são governados por leis de equilíbrio dadas pela termodinâmica. O equilíbrio químico se dá quando ocorre a estabilização das frações dos constituintes da reação, descrito por seus potenciais químicos μ_i . O potencial químico está relacionado ao aumento de energia do sistema quando uma nova partícula é adicionada a ele, sendo definido matematicamente como $\mu = (d\varepsilon/d\rho)_{P,T}$ [36].

Em uma situação de equilíbrio químico, o número de cada tipo de partícula não é conservado, pois estas são criadas e aniquiladas conforme as reações consideradas. As equações de equilíbrio químico podem ser escritas em função de um número pequeno de potenciais químicos, relacionados ao número de quantidades conservadas no sistema.

O decaimento beta e o decaimento beta inverso, que estabelecem como prótons e nêutrons transmutam-se uns nos outros, constituem reações químicas de grande importância para a determinação de propriedades da matéria nuclear e de estrelas de nêutrons. Nesse cenário, os neutrinos escapam da estrela cerca de um minuto após a explosão da supernova e, portanto, tomamos seu potencial químico como nulo em nosso formalismo. Sendo assim, descrevemos os decaimentos conforme:



e sua expressão para o equilíbrio beta será:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e. \quad (1.57)$$

Outra reação de interesse para nosso estudo será a do decaimento do múon em um elétron, dada por:



e sua expressão para o equilíbrio será:

$$\mu_e = \mu_\mu. \quad (1.59)$$

Após estabelecer as relações entre os potenciais químicos das partículas do nosso sistema, devemos determinar uma expressão para essas quantidades a partir da equação de estado do modelo. Podemos encontrar uma expressão para os potenciais químicos dos bárions e léptons através da primeira lei da termodinâmica no regime de temperatura nula:

$$\varepsilon = -p + \mu\rho, \quad (1.60)$$

que nos permite escrever o potencial químico como:

$$\mu = \frac{\varepsilon + p}{\rho}. \quad (1.61)$$

Como a expressão acima é válida tanto para léptons quanto para bárions, seus potenciais químicos serão, respectivamente:

$$\mu_l = \sqrt{k_{F_l}^2 + m_l^2}, \quad (1.62)$$

$$\mu_b = \sqrt{k_{F_b}^2 + (m_b^*)^2} + (g_{\omega b})_0 \omega_0 + (g_{\varrho b})_0 \varrho_{03} I^{3b} + (g_{\phi b})_0 \phi_0, \quad (1.63)$$

onde a forma como se dão os acoplamentos méson-bárion estará implícita nos termos de massa efetiva e dos campos mesônicos.

O equilíbrio químico se apresenta como uma forma de garantir que, partindo das reações pertinentes para o nosso problema, o sistema alcançará um estado de estabilidade termodinâmica no qual os níveis de energia são preenchidos de modo a minimizar a energia. Para assegurarmos a estabilidade do nosso sistema, devemos ainda adicionar duas leis de conservação referentes à carga elétrica e ao número bariônico, que são expressas no equilíbrio químico por meio da expressão:

$$\mu_i = q_{b_i} \mu_n - q_{e_i} \mu_e, \quad (1.64)$$

onde q_{b_i} e q_{e_i} são as cargas bariônica e elétrica da partícula em questão. Verificamos que temos a condição de equilíbrio dada em termos do potencial químico do nêutron e do elétron.

Queremos determinar os potenciais químicos das partículas para diferentes densidades bariônicas. E, como vimos que todas as expressões acima são escritas em termos de μ_n e μ_e , podemos resolver as equações (1.62) e (1.63) para nêutrons e elétrons e assim determinar os potenciais químicos de todas as outras partículas. Identificamos oito incógnitas nas expressões dos potenciais químicos: k_{F_n} , k_{F_e} , σ_0 , δ_3 e σ_0^* (que estão contidos na massa efetiva), ω_0 , ϱ_{03} e ϕ_0 . As equações para os campos mesônicos, juntamente com as duas leis de conservação serão as oito equações necessárias para determinarmos o sistema.

Como desejamos estudar a matéria em estrelas de nêutrons, devemos considerar a neutralidade de carga elétrica para o sistema. Para que a neutralidade e a conservação de

carga elétrica sejam estabelecidas para altas densidades, onde existe a presença de híperons, teremos que considerar as seguintes equações:

$$\begin{aligned}\rho_p + \rho_{\Sigma^+} &= \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Xi^-} + \rho_e + \rho_\mu, \\ \rho_{bT} &= \rho_p + \rho_n + \rho_\Lambda + \rho_{\Sigma^+} + \rho_{\Sigma^0} + \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Xi^-} + \rho_{\Xi^0},\end{aligned}\tag{1.65}$$

onde ρ_{bT} constitui a densidade bariônica total do sistema.

O limiar de criação de partículas deve seguir as leis de conservação e ainda levar em conta a interação entre as partículas, não devendo necessariamente obedecer à hierarquia de massas. A expressão para o potencial químico bariônico (1.63) possui uma dependência nos campos mesônicos, onde a presença dos campos δ_{03} (na massa efetiva bariônica) e ϱ_{03} evidencia a dependência do isospin bariônico. Os acoplamentos entre mésons e híperons também têm grande relevância no surgimento de partículas no sistema pois estes definirão a intensidade do caráter atrativo e repulsivo entre essas partículas.

A população de partículas do sistema afeta diretamente a equação de estado nuclear. Conforme já mencionado, a equação de estado da matéria hadrônica a altas densidades fornece informação a respeito das propriedades observáveis de estrelas de nêutrons. Isso significa que os fenômenos microscópicos têm impacto nas propriedades macroscópicas desses objetos. Assim, de modo a especificarmos o conteúdo de estranheza do sistema, definimos a fração de estranheza f_s como:

$$f_s = \sum_i \frac{\rho_i Q_{s_i}}{\rho_b} = \frac{\rho_\Lambda + \rho_\Sigma + 2\rho_\Xi}{\rho_b},\tag{1.66}$$

que simplesmente corresponde ao número de quarks estranhos por bárion presentes na população de partículas (onde Q_{s_i} é a carga de estranheza).

Vimos que, considerando o sistema fermiônico para densidades cada vez maiores, podemos determinar a população de partículas através de um conjunto de oito equações, dadas pelas expressões para os campos mesônicos e as conservações de carga elétrica e número bariônico, para uma dada densidade bariônica. Dessas equações, determinamos o potencial químico das partículas e, conseqüentemente, um limiar de densidades para o qual estas devem surgir. Resta-nos ainda descrever como se dá o acoplamento entre mésons e híperons para que possamos obtermos os resultados do modelo para altas densidades.

1.4.7 Acoplamento de híperons

Partículas denominadas híperons são bárions pesados que possuem ao menos um quark estranho em sua composição. Devido às suas altas massas, híperons não estão presentes em núcleos atômicos, o que torna impossível determinarmos diretamente os acoplamentos

entre os méson e os híperons por meio do conhecimentos das propriedades da matéria nuclear na densidade de saturação, como é feito para os núcleons. Por essa razão, diversos modelos baseados em argumentos de simetria foram propostos no passado com o objetivo de descrever as interações núcleon-híperon e híperon-híperon [156–158]. Contudo, na última década, vários esforços experimentais foram empregados para que esse setor da interação forte fosse compreendido em mais detalhe, geralmente através da análise de hipernúcleos. Hipernúcleos são núcleos atômicos que apresentam ao menos uma espécie de híperon em sua composição. Em geral, esses núcleos são produzidos em laboratório através da captura de um híperon Λ em uma colisão entre káons e núcleos [159–164].

Em particular, a existência de estados ligados Λ -hipernúcleos indicam um potencial atrativo $U_{\Lambda}^N = -28 \text{ MeV}$ entre estes híperons na densidade de saturação [165]. Em relação à interação Σ -núcleon, a ausência de estados ligados nas buscas experimentais para Σ -átomos [166, 167] indicam um potencial repulsivo. Além disso, investigações de produção quasi-livre de híperons Ξ indicam um potencial atrativo $U_{\Xi}^N = -18 \text{ MeV}$, porém, com incertezas muito maiores que para o potencial de Λ [168–170]²⁰. Contudo, até o momento pouco é conhecido a respeito da interação híperon-híperon, existindo apenas poucos resultados experimentais com informações a respeito da interação $\Lambda - \Lambda$ [172–174].

Neste trabalho, definimos as constantes de acoplamento hiperônicas $g_{\omega Y}$, $g_{\rho Y}$, $g_{\delta Y}$, e $g_{\phi Y}$ através da simetria spin-sabor $SU(6)$ [175, 176] para os mésons vetoriais e escalares, conforme:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}g_{\omega N} &= \frac{1}{2}g_{\omega\Lambda} = \frac{1}{2}g_{\omega\Sigma} = g_{\omega\Xi}, \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3}g_{\omega N} &= 2g_{\phi\Lambda} = 2g_{\phi\Sigma} = g_{\phi\Xi}, \\ g_{\rho N} &= \frac{1}{2}g_{\rho\Sigma} = g_{\rho\Xi}, \quad g_{\rho\Lambda} = 0, \\ g_{\delta N} &= \frac{1}{2}g_{\delta\Sigma} = g_{\delta\Xi}, \quad g_{\delta\Lambda} = 0, \end{aligned} \tag{1.67}$$

onde $N = n, p$.

O acoplamento hiperônico com os mésons vetoriais é proporcional à estranheza de cada partícula. Assim, a regra para os mésons isovetoriais é dada pela proporção de isospin entre núcleons e híperons. Por exemplo, como o Λ é um singlete, seu isospin é nulo e, portanto, não irá se acoplar aos mésons ρ e δ .

Para obtermos o acoplamento de híperons com o méson escalar σ , ajustamos os acoplamentos ao potencial de interação entre núcleons e híperons para a matéria nuclear

²⁰Ver referência [171] para uma revisão sobre os potenciais ópticos dos híperons.

[157, 177]:

$$U_Y^N = g_{\omega Y} \omega_0(\rho_0) - g_{\sigma Y} \sigma_0(\rho_0), \quad (1.68)$$

para $Y = \Lambda, \Sigma, \Xi$.

Conforme já mencionado, os potenciais U_Λ^N e U_Ξ^N possuem valores previstos experimentalmente. Contudo, com relação ao potencial U_Σ^N , é sabido apenas que este deve ser repulsivo ou muito fracamente atrativo. Diversos trabalhos na literatura investigaram tanto o caso de um potencial U_Σ^N atrativo quanto repulsivo ²¹ [170, 178–183] para descrever a matéria hadrônica a altas densidades. Em particular, extensivas análises do impacto das incertezas dos valores dos potenciais ópticos de híperons na matéria hadrônica e nas propriedades globais de estrelas de nêutrons podem ser encontradas nas referências [184, 185] para diferentes modelos nucleares. Seguindo esses trabalhos, definimos os potenciais dos híperons nesse trabalho como:

$$U_\Lambda^N = -28 \text{ MeV}, \quad U_\Sigma^N = +30 \text{ MeV}, \quad U_\Xi^N = -18 \text{ MeV}, \quad (1.69)$$

que serão considerados fixos ao longo desta tese. Na publicação referente ao formalismo MBF, uma análise do impacto de diferentes valores dessas quantidades nas propriedades de estrelas de nêutrons é abordada [145].

Por fim, resta-nos ainda definir o acoplamento dos híperons com o méson σ^* . Conforme já mencionado, não existe praticamente nenhuma informação referente à interação híperon-híperon e, portanto, dos potenciais U_Y^X . Sendo assim, definimos que os acoplamentos de híperons com esse méson como sendo iguais $g_{\sigma^* \Lambda} = g_{\sigma^* \Sigma} = g_{\sigma^* \Xi}$ e variamos seus valores livremente de modo a descrever satisfatoriamente as propriedades de estrelas de nêutrons. Voltaremos a esse tópico no Capítulo 3, onde mostraremos o impacto da introdução desse méson no modelo.

De um modo geral, a inclusão de híperons tende a suavizar a equação de estado, pois permite que a energia de Fermi do sistema seja diminuída a partir do surgimento de novos graus de liberdade. Conseqüentemente, são poucos os modelos que conseguem descrever uma equação de estado para a matéria hiperônica rígida o suficiente para gerar estrelas de nêutrons com massas compatíveis com os resultados observacionais. A existência de híperons no interior de objetos compactos tem sido alvo de um grande debate na área de astrofísica nuclear [29, 145, 186–195] no que frequentemente é denominado na literatura como *hyperon puzzle*.

²¹Na publicação [145] mostramos que para os potenciais fixos $U_\Lambda^N = -28 \text{ MeV}$, $U_\Xi^N = -18 \text{ MeV}$, os híperons desaparecem da escala de densidades de interesse para um potencial repulsivo de $U_\Lambda^N = +26 \text{ MeV}$, no formalismo MBF.

É importante salientar que ao considerarmos os graus de liberdade de híperons no modelo, introduzimos incertezas relacionadas à falta de dados experimentais referentes às interações híperon-núcleon e híperon-híperon, bem como as referentes aos modelos usados para descrever essas interações. Atualmente a maior expectativa de gerar informações quanto à interação entre híperons vem do acelerador FAIR (*Facility for Antiproton and Ion Research in Europe*) [196], situado na Alemanha. As instalações desse acelerador tem a previsão de começar a operar em 2018 e tem por objetivo investigar, dentre outros tópicos, a produção de estados ligados multi-hipernucleares. Devemos ainda mencionar que correlações híperon-híperon em colisões de íons pesados [197], bem como avanços nos cálculos de QCD na rede também são formas de se obter informações quanto aos potenciais dos híperons [198].

1.5 Resultados

Nessa seção, apresentamos os resultados para o formalismo MBF. Inicialmente apresentamos as previsões do modelo para as propriedades da matéria nuclear na saturação, onde fazemos uma análise do espaço de parâmetros para a versão escalar do modelo para a matéria simétrica e assimétrica. A seguir, mostramos os resultados do modelo para a equação de estado e população para altas densidades, analisando ainda o comportamento das propriedades nucleares para esse regime de densidades. Ressaltamos que todos os resultados apresentados nessa seção são originais e foram publicados na referência [145].

1.5.1 Propriedades da matéria nuclear na saturação

Nessa seção analisamos os resultados do modelo para a matéria nuclear na saturação. Inicialmente analisamos a dependência dos valores dos acoplamentos dos mésons σ e ω na saturação, massa efetiva do núcleon e compressibilidade para diferentes escolhas de parâmetros. A seguir, analisamos o espaço de parâmetros do modelo para a descrição da matéria assimétrica, através da energia de simetria e do coeficiente de simetria.

Matéria simétrica

Vimos no início desse capítulo que as incertezas nos valores medidos das propriedades da matéria nuclear na saturação são utilizados para restringir os valores dos parâmetros introduzidos pelos modelos nucleares. No que segue, verificamos a dependência das propriedades da matéria nuclear na saturação com o parâmetro ζ do formalismo MBF, fixando a densidade de saturação nuclear $\rho_0 = 0.15 \text{ fm}^{-3}$ e de energia de ligação $E_L = -15.75 \text{ MeV}$.

Seguindo a metodologia apresentada na seção 1.4.5, calculamos os valores de $(g_{\sigma N}/m_\sigma)^2$, $(g_{\omega N}/m_\omega)^2$, m_N^* , e K_0 para diferentes parametrizações do modelo, sendo a compilação desses resultados apresentada na Tabela 1.5. A Figura 1.3 mostra esses resultados graficamente, onde é possível verificar que essas quantidades rapidamente convergem em função de ζ , fazendo com que apenas um intervalo pequeno de valores para a massa efetiva do núcleon m_N^* e para o módulo de compressibilidade K_0 sejam possíveis. Desses resultados, temos que valores pequenos do parâmetro ζ , que correspondem a uma pequena massa efetiva e um grande módulo de compressibilidade, geram acoplamentos mais fortes para ambos mésons σ e ω . Sendo assim, apenas avaliando as parametrizações do modelo na saturação não é possível prever o comportamento da matéria para altas densidades, uma vez que haverá uma competição entre as intensidades dos acoplamentos vetoriais (repulsivos) e escalares (atrativos).

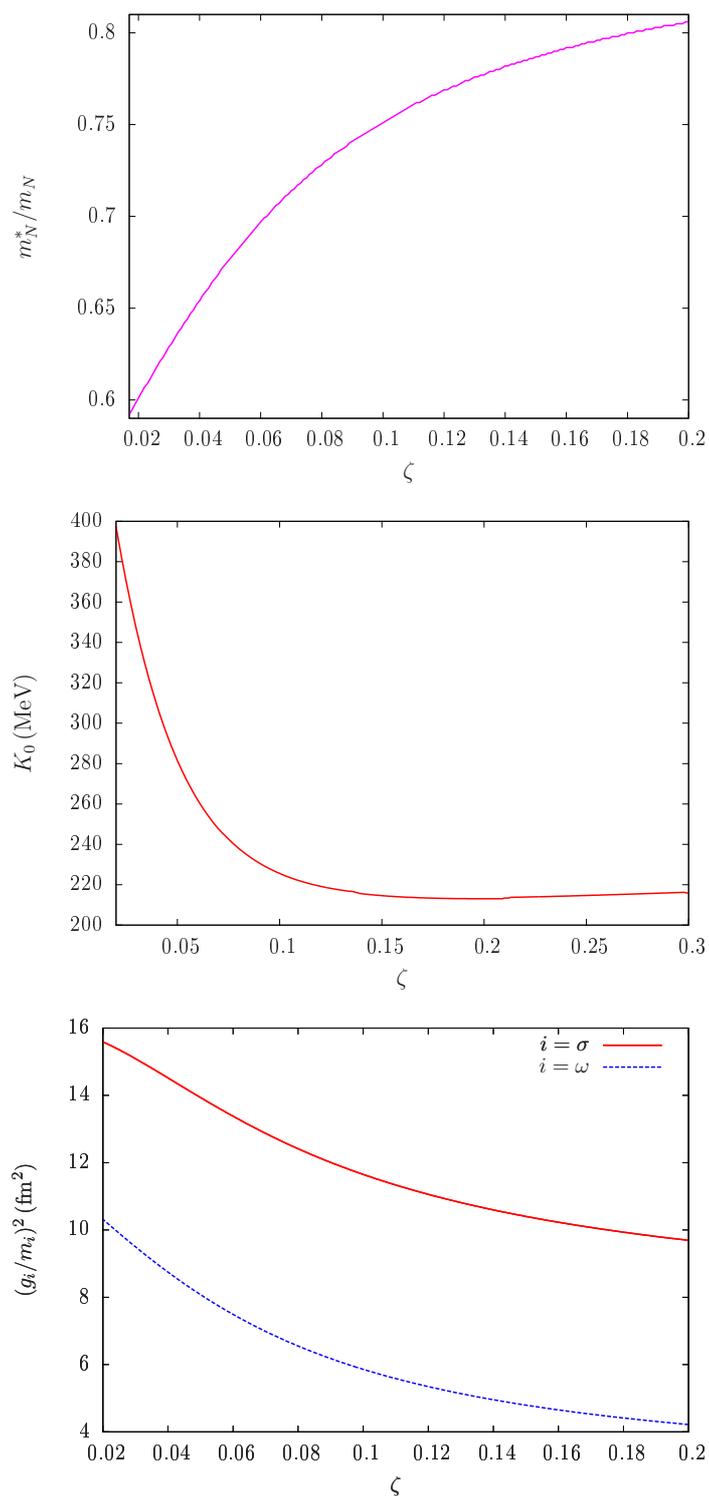


Figura 1.3: Propriedades da matéria nuclear simétrica na saturação, em função do parâmetro ζ . As figuras de cima, do meio e de baixo mostram, respectivamente, a massa efetiva do núcleon m_N^* , o módulo de compressibilidade K_0 , e as constantes de acoplamento dos mésons σ e ω .

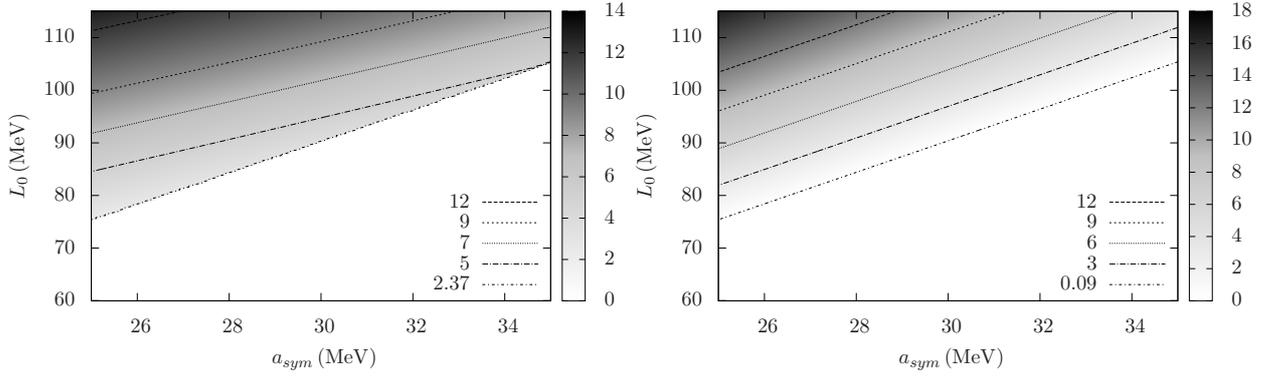


Figura 1.4: Possíveis valores de a_4^0 e L_0 para $(g_{\rho N}/m_\rho)^2$ (esquerda) e $(g_{\delta N}/m_\delta)^2$ (direita) para $\zeta = 0.040$. A intensidade dos acoplamentos é mostrada em uma sequência de cores e também indicada por diferentes tipos de linhas.

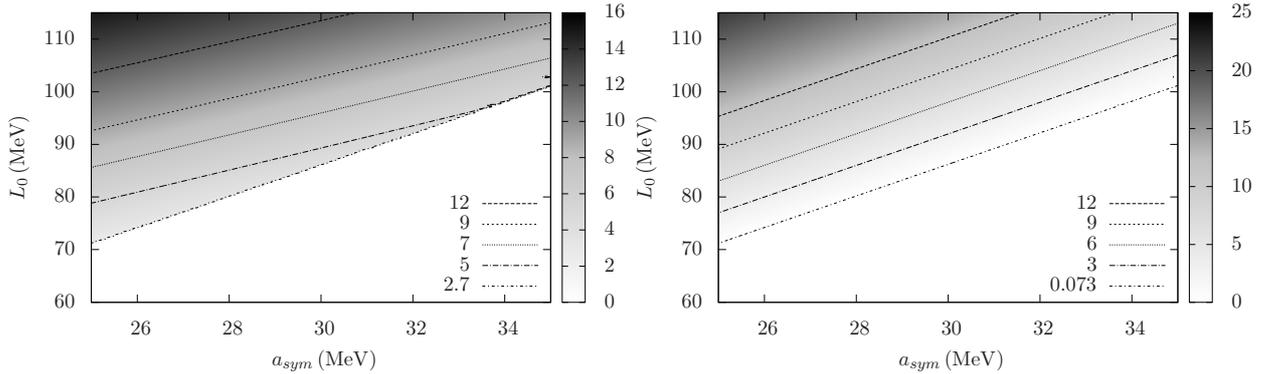


Figura 1.5: Mesmo que para a Figura 1.4, para $\zeta = 0.071$.

escala de cores, como uma função de a_4^0 e L_0 . As regiões em branco correspondem aos casos em que não existe uma solução numérica para o sistema de equações. De modo a garantir que os valores das constantes de acoplamento estão associados aos mesmos valores de a_4^0 e L_0 , os valores de $(g_{\rho N}/m_\rho)^2$ e $(g_{\delta N}/m_\delta)^2$ devem ser selecionados simultaneamente em ambos painéis.

Pela comparação entre as diferentes escolhas do parâmetro ζ , vemos uma mudança substancial nos possíveis valores das propriedades nucleares em estudo. Por exemplo, comparando os acoplamentos $g_{\delta N}$ nas Figuras 1.4 e 1.6, verifica-se que a solução para $(g_{\delta N}/m_\delta)^2 = 12\text{fm}^2$ encontra-se no intervalo $a_4^0 \simeq 25 - 27\text{ MeV}$ e $L_0 \simeq 111 - 115\text{ MeV}$, para $\zeta = 0.040$, enquanto para $\zeta = 0.129$ os intervalos aumentam para $a_4^0 \simeq 25 - 31.5\text{ MeV}$

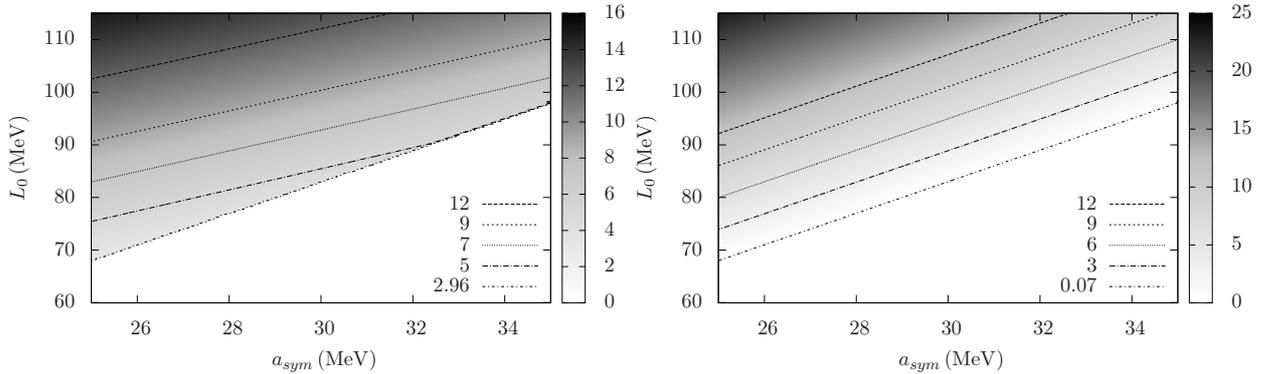


Figura 1.6: Mesmo que para a Figura 1.4, para $\zeta = 0.129$.

e $L_0 \simeq 102 - 115$ MeV.

Da análise desses diagramas é possível concluir que os menores valores do coeficiente de simetria para esse formalismo são aqueles que correspondem a maiores valores de ζ . O menor valor possível para L_0 encontra-se na Figura 1.6, quando $a_4^0 = 25$ MeV, que corresponde a um valor de $L_0 = 68$ MeV, associado com $(g_{\rho N}/m_\rho)^2 = 2.96$ fm² (esquerda) e $(g_{\delta N}/m_\delta)^2 = 0.07$ fm² (direita).

Por fim, ainda devemos mencionar que são os valores grandes do parâmetro ζ que geram as maiores constantes de acoplamento $(g_{\rho N}/m_\rho)^2$ e $(g_{\delta N}/m_\delta)^2$. Em particular, esse resultado é importante devido aos recentes trabalhos que apontam para valores baixos de L_0 , o que significa que a contribuição do méson δ não deve ser tão expressiva.

1.5.2 Propriedades da matéria nuclear a altas densidades

Nessa seção analisamos os resultados do modelo para a matéria nuclear a altas densidades. Inicialmente analisamos a dependência das propriedades da matéria nuclear estudadas na saturação em função da densidade e do parâmetro ζ . A seguir, apresentamos a equação de estado e a população do modelo, discutindo o impacto das forças de muitos corpos a altas densidades.

Iniciamos o cálculo das propriedades da matéria nuclear com a compressibilidade, calculada a partir da expressão geral:

$$K(\rho) = 9 \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_{t=0}. \quad (1.70)$$

O comportamento de $K(\rho)$ para diferentes escolhas de parâmetros é mostrado na Figura 1.7, para valores fixos da energia de simetria $a_{sym}^0 = 32$ MeV e do coeficiente de simetria

$L_0 = 97 \text{ MeV}$ na saturação ²³. Os resultados mostrados no painel mais acima na Figura 1.7, mostram que valores baixos de ζ geram maiores valores do módulo de compressibilidade a altas densidades. O impacto do surgimento dos novos graus de liberdade hiperônicos pode ser identificado para densidades por volta de 0.5 fm^{-3} e 0.7 fm^{-3} , que correspondem às densidades limiares de surgimento das partículas Λ e Ξ . Conforme as densidades aumentam e os graus de liberdade são populados, o módulo de compressibilidade decresce devido à suavização da equação de estado, quando híperons aparecem. A densidade continua a crescer e o momentum de Fermi das novas partículas aumenta, tornando a equação de estado rígida novamente, até que uma nova partícula apareça.

Estendendo as expressões em (1.54) para altas densidades, podemos calcular a energia de simetria e o coeficiente de simetria, cujos resultados encontram-se na Figura 1.7 e correspondem a diferentes parametrizações, tendo fixos $a_{sym}^0 = 32 \text{ MeV}$ e $L_0 = 97 \text{ MeV}$ na saturação. Devido ao fato de fixarmos as propriedades da matéria nuclear na saturação, verificamos que a energia de simetria e o coeficiente de simetria não são afetados pelo parâmetro ζ para baixas densidades, passando a apresentar diferenças em ζ apenas por volta de $3\rho_0$, que corresponde ao regime de densidades para o qual os híperons aparecem na matéria. Os picos que surgem para essas quantidades devem-se novamente ao surgimento dos híperons. Conforme já discutido, maiores valores de ζ geram acoplamentos mais fortes com relação ao méson ρ , que contribui apenas para a matéria assimétrica, e que apresentam uma maior importância no regime de altas densidades. Sendo assim, como a energia de simetria e o coeficiente de simetria medem a variação entre a equação de estado da matéria simétrica e assimétrica, temos que maiores valores de ζ geram maiores valores dessas quantidades em função da densidade.

No formalismo adotado, as constantes de acoplamento entre bárions e mésons escalares dependem das contribuições não-lineares dos próprios mésons. Essa característica do modelo deve-se ao fato de as contribuições de muitos corpos do modelo afetarem as constantes de acoplamento ($g_{\sigma b}^*$, $g_{\delta b}^*$, e $g_{\sigma^* b}^*$), gerando uma dependência indireta em densidade. Por afetarem as constantes de acoplamento escalares, as contribuições de muitos corpos apresentam impacto na massa efetiva dos bárions. Essas dependências são quantificadas nas Figuras 1.8 e 1.9, onde mostramos as curvas dessas quantidades em função da densidade bariônica e para diferentes valores de ζ e diferentes escolhas de mésons escalares.

²³Apesar de termos enfatizado que o menor valor do coeficiente de simetria para o formalismo MBF ser de $L_0 = 68 \text{ MeV}$ para uma energia de simetria na saturação de $a_4^0 = 25 \text{ MeV}$ e $\zeta = 0.129$, utilizaremos ao longo desta Tese (exceto quando mencionado) o valor $L_0 = 97 \text{ MeV}$. Este corresponde ao menor valor do coeficiente de simetria para $a_{sym}^0 = 32 \text{ MeV}$ e $\zeta = 0.040$ que, conforme veremos no Capítulo 3, será a parametrização que gera estrelas mais massivas, justificando o interesse pelos seus resultados.

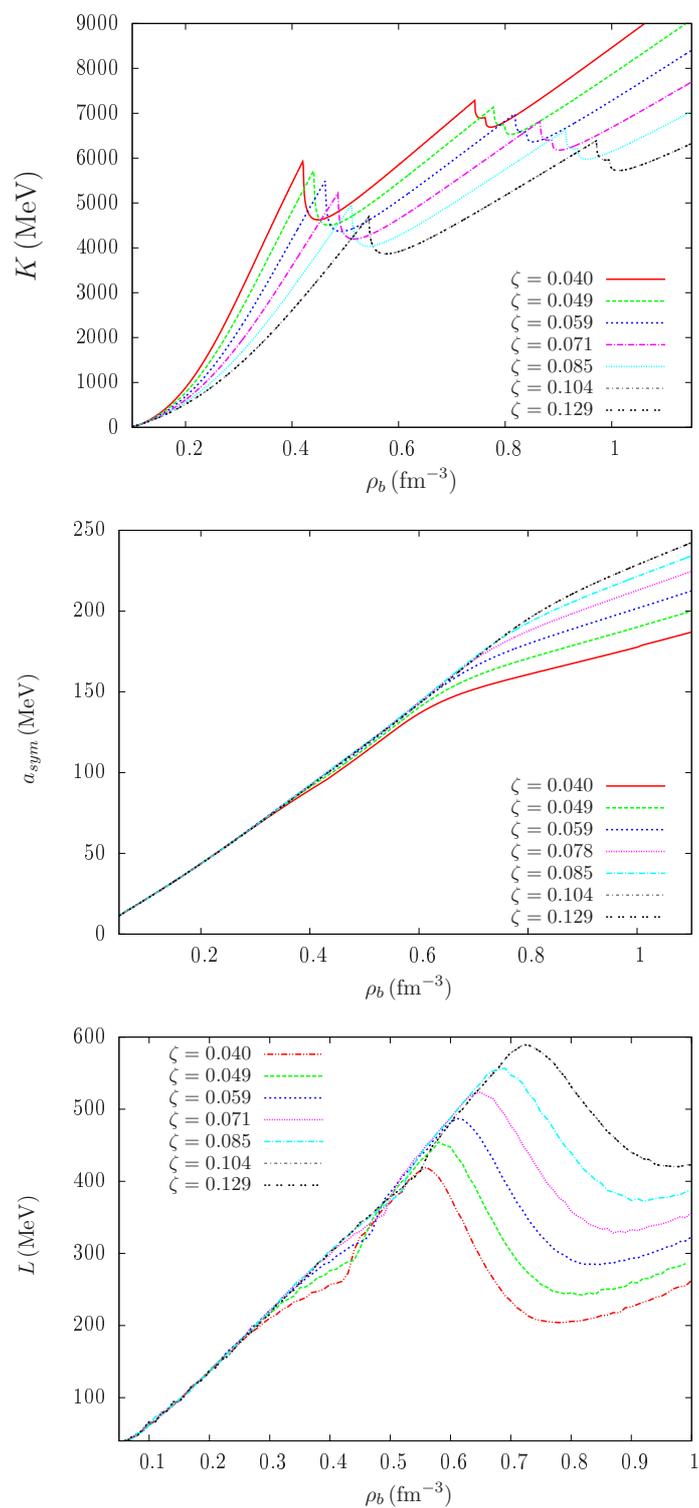


Figura 1.7: Propriedades da matéria nuclear assimétrica como uma função da densidade bariônica. O módulo de compressibilidade $K(\rho)$ (acima), energia de simetria $a_4(\rho)$ (meio), e o coeficiente de simetria $L(\rho)$ (abaixo), são mostrados para diferentes escolhas de ζ .

No painel mais acima na Figura 1.8, mostramos que a introdução do méson δ quebra a degenerescência de isospin nos acoplamentos. Essa diferença é mais pronunciada para maiores valores de ζ , o que corresponde a contribuições de muitos corpos mais intensas. O méson delta tem por efeito aumentar (diminuir) o acoplamento das partículas de isospin positivo (negativo), significando que partículas de isospin positivo apresentam maior atração. Por outro lado, a partir da equação (1.29), é possível identificar que o isospin das partículas afeta todos os acoplamentos escalares de uma maneira não-trivial, devido às contribuições de muitos corpos. Assim, a competição entre a quantidade de partículas com isospin positivo e negativo terá um importante papel no caráter geral atrativo ou repulsivo da matéria hadrônica.

Vemos ainda que a introdução do méson σ^* também terá impacto nos acoplamentos dos mésons escalares. Os painéis de cima e do meio da Figura 1.8 mostram que esse méson faz com que as constantes de acoplamento tenham uma diminuição ainda mais rápida, devido à extra contribuição para as forças de muitos corpos. Além disso, no painel mais abaixo na Figura 1.8, é possível ver que a quebra de degenerescência das constantes de acoplamento dos prótons e nêutrons é mais pronunciada, devido ao mesmo argumento anterior.

A massa efetiva das partículas como uma função da densidade é mostrada na Figura 1.9, e apresenta um comportamento análogo com a introdução dos mésons δ e σ^* . O méson δ , novamente, separa as massas de prótons e nêutrons do que antes era considerada a massa do núcleons e o méson σ^* torna mais intensa a diminuição desses valores com a densidade. Ambos efeitos são extremamente importantes para as condições de equilíbrio químico e, conseqüentemente, da população e do comportamento da matéria.

Supondo que a matéria encontra-se em equilíbrio β e é eletricamente neutra, determinamos a equação de estado do modelo MBF, que é apresentada na Figura 1.10. Como estamos tratando da versão escalar do formalismo, os efeitos de forças de muitos corpos irão atuar somente nos acoplamentos escalares. A diminuição na intensidade dos acoplamentos escalares (atrativos), unido ao fato dos acoplamentos vetoriais crescerem inversamente com os valores do parâmetro ζ , faz com que a matéria seja mais repulsiva para menores valores desse parâmetro.

Os resultados na Figura 1.11 mostram que, com o aumento do valor de ζ , o limiar de aparecimento de híperons, ou seja, a densidade para a qual tais partículas aparecem, é deslocado para mais altas densidades. Para as escolhas $\zeta = 0.040$ (esquerda) e $\zeta = 0.129$ (direta), vemos que os limiares para os híperons Λ^0 , Ξ^- e Ξ^0 são deslocados de 0.30 fm^{-3} para 0.36 fm^{-3} , 0.38 fm^{-3} para 0.45 fm^{-3} e 0.90 fm^{-3} para 1.1 fm^{-3} , respectivamente. Apesar da dependência do equilíbrio beta com o parâmetro ζ , verificamos que as contribuições de muitos corpos afetam fracamente o limiar dos léptons μ^- .

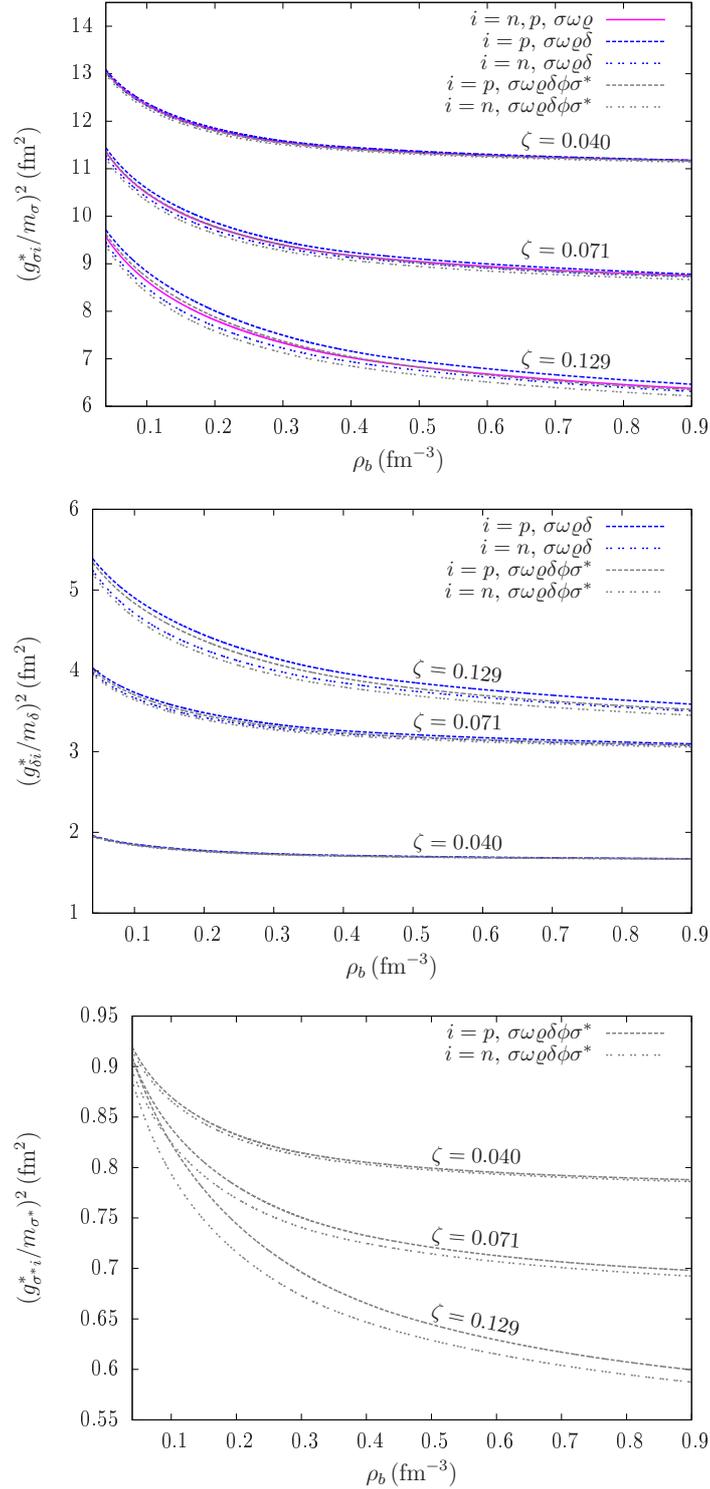


Figura 1.8: Constantes de acoplamento efetivas dos mésons escalares em função da densidade bariônica. Os acoplamentos de σ (acima), δ (no meio), e σ^* (abaixo), são mostrados para prótons e nêutrons para diferentes valores de ζ . As diferentes versões do modelo estão indicadas em cores: $\sigma\omega\rho$ (magenta), $\sigma\omega\rho\delta$ (azul), e $\sigma\omega\rho\delta\phi\sigma^*$ (cinza).

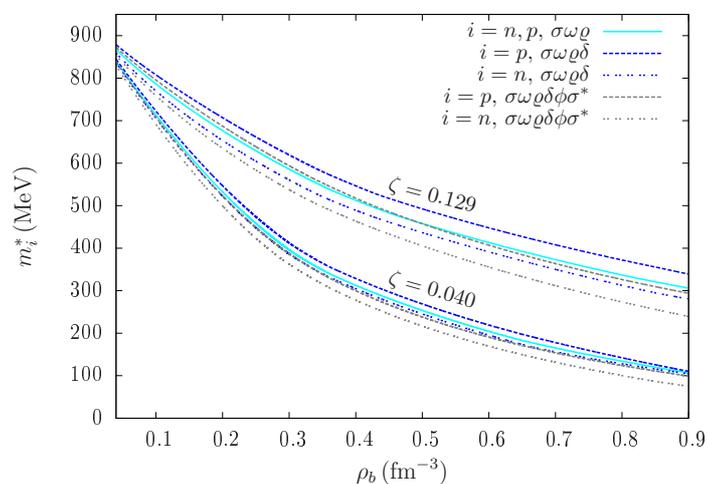


Figura 1.9: Massa efetiva de prótons e nêutrons como função da densidade bariônica para $\zeta = 0.040$ e $\zeta = 0.129$. Cada cor corresponde a uma diferente versão do modelo.

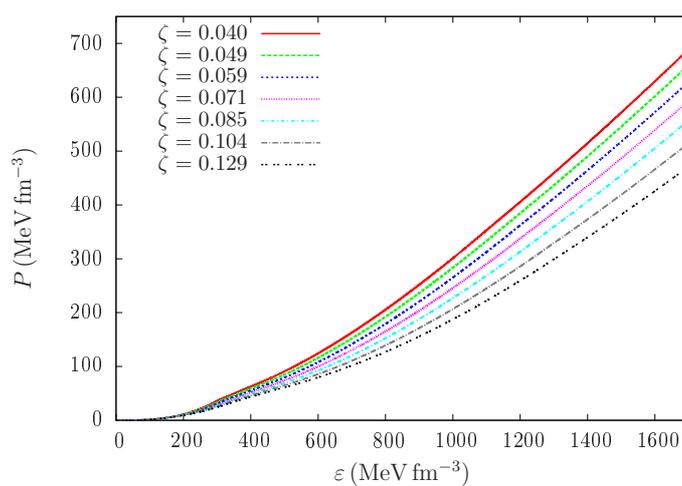


Figura 1.10: Equação de estado do modelo MBF para diferentes escolhas do parâmetro ζ .

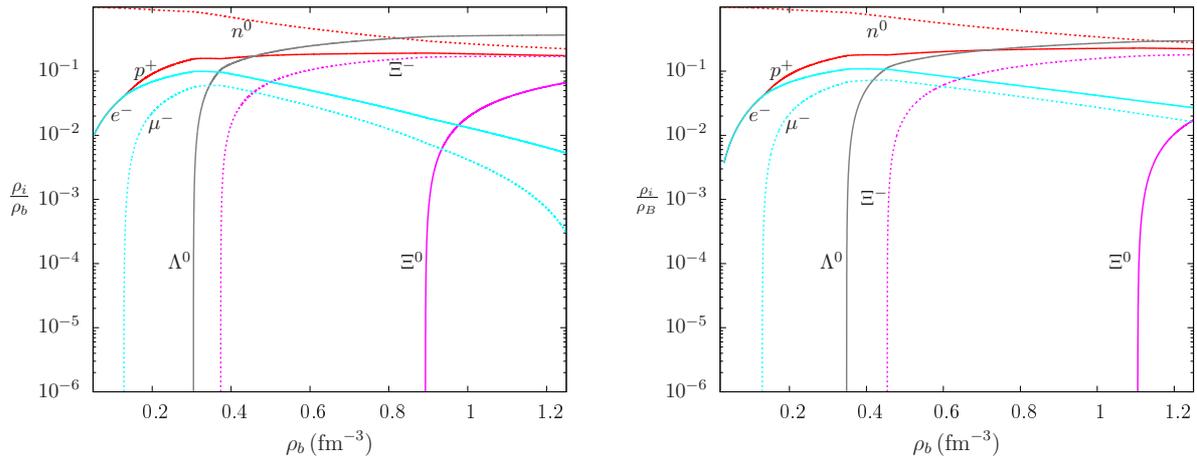


Figura 1.11: Dependência da população com o parâmetro ζ . Os painéis à esquerda e à direita mostram as populações para $\zeta = 0.040$ e $\zeta = 0.129$, respectivamente. O eixo horizontal representa a densidade bariônica e o eixo vertical, a fração de cada partícula normalizada pela densidade bariônica.

Por fim, devemos mencionar que o comportamento da matéria nuclear a altas densidades é fortemente dependente de modelos, bem como a presença de híperons introduz novas incertezas aos resultados. No próximo capítulo veremos que a inclusão de campos magnéticos na matéria hadrônica introduz novos efeitos a serem investigados e, assim como no caso não-magnético, também será dependente das parametrizações escolhidas para o modelo nuclear, da escolha de acoplamentos de híperons e da simetria do campo magnético no interior das estrelas.

Capítulo 2

Formalismo MBF com Campos Magnéticos

Conforme mencionado no capítulo anterior, a matéria nuclear em altas densidades é descrita como um gás interagente de férmions cuja interação se dá via troca de mésons, de modo a descrever seu caráter repulsivo a curtas distâncias e atrativo a longas distâncias. Para desenvolver um formalismo para descrever a matéria nuclear em estrelas de nêutrons magnéticas, devemos inicialmente estudar o comportamento de um gás de férmions sob a ação de campos magnéticos e, a seguir, introduzir interações entre as partículas. Assim, o objetivo desse capítulo é estudar os efeitos magnéticos na equação de estado da matéria nuclear, no contexto do formalismo de forças de muitos corpos apresentado no Capítulo 1.

Inicialmente discutimos o histórico do eletromagnetismo, desde o conhecimento da antiguidade até o período atual, com os modelos nucleares na presença de campos magnéticos externos. A seguir, descrevemos o comportamento de férmions relativísticos em um campo magnético externo, apresentando a solução da equação de Dirac na presença de um campo constante. Uma vez obtida a solução de autovetores e autovalores de energia, partimos para uma descrição estatística do sistema, à temperatura nula, calculando a densidade bariônica, a equação de estado e a magnetização do sistema. Incluímos o momento magnético anômalo das partículas no formalismo, cujo efeito é verificado tanto para partículas carregadas quanto para partículas de carga nula. Finalmente, agregamos a esses resultados a interação nuclear do formalismo MBF, e discutimos o surgimento de uma anisotropia na pressão, oriunda do tensor energia-momentum do sistema, bem como os efeitos de campos magnéticos na população do modelo para altas densidades.

2.1 Histórico

Fenômenos elétricos e magnéticos já eram conhecidos desde a antiguidade. Na Grécia antiga era conhecido o fato de o âmbar, quando atritado com fibras de lã, ser capaz de atrair partículas. O mineral *magnetita*, que possui propriedades magnéticas, também era utilizado nesse período em rituais místicos.

Estudos científicos a respeito da eletricidade só surgiram no início do século XVII, quando Gilbert demonstra que outros materiais possuem propriedades análogas às do âmbar, cunhando a força observada de *força elétrica* [199]. Já no século seguinte, em 1733, Du Fay demonstra que a eletricidade possui um caráter atrativo e repulsivo, o que foi identificado como cargas elétricas positivas e negativas, por Benjamin Franklin em 1755. É nesse período que se identifica a diferença entre isolantes e condutores, e que foi demonstrado pela primeira vez que o relâmpago é um fenômeno elétrico.

No final do século XVIII, Coulomb publica, em 1783, um estudo que descreve a interação eletrostática entre partículas eletricamente carregadas, no que hoje conhecemos como *lei de Coulomb*¹, e que foi essencial para o desenvolvimento do estudo da eletricidade. Nessa mesma época, Cavendish dá início a pesquisas a respeito da condução de energia estática em materiais. Essas pesquisas não foram publicadas e, somente em 1827, Ohm retoma o estudo desse tópico, apresentando a *lei de Ohm*, que relaciona as grandezas da eletricidade, tensão, corrente e resistência ².

No início do século XIX, Volta desenvolve a primeira pilha que produz corrente elétrica contínua, denominada *pilha voltaica*, precursora das baterias modernas. Em 1820, Oersted observa pela primeira vez que os fenômenos elétricos e magnéticos são relacionados, verificando que uma corrente elétrica causa uma perturbação em uma bússola próxima. Esse fenômeno foi explicado por Ampère, que demonstra a relação entre uma distribuição de correntes estacionárias e o campo magnético gerado, na conhecida *lei de Ampère*. Os fenômenos eletromagnéticos envolvendo campos eletromagnéticos não-estáticos foram descobertos por Faraday, em 1831, através de experimentos que mostravam que um campo magnético variável é capaz de gerar uma corrente, em um fenômeno denominado *indução magnética*, ou *lei de Faraday*. Essa descoberta deu origem ao desenvolvimento do dínamo, do motor elétrico e do transformador [199].

¹Esta lei estabelece que o módulo da força entre duas cargas elétricas puntiformes é diretamente proporcional ao produto dos módulos de suas cargas elétricas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas e ao longo da linha que une as cargas.

²A lei de Ohm afirma que, para um condutor mantido à temperatura constante, a razão entre a tensão V entre dois pontos e a corrente elétrica I é constante. Essa constante é denominada de resistência elétrica R , e a lei é expressa por: $V = RI$.

Então, em 1856, Maxwell desenvolve um formalismo matemático que unifica as descobertas de Oersted, Ampère e Faraday, em um sistema de equações diferenciais parciais (*equações de Maxwell*) que, juntamente com a lei da força de Lorentz³, compõem a base do eletromagnetismo e da óptica clássicos. Esse formalismo ainda previa que a luz se comportava como uma onda eletromagnética, o que foi comprovado experimentalmente por Hertz, em 1889, confirmando a teoria de Maxwell. Voltaremos ao tópico das equações de Maxwell no Capítulo 4, quando discutiremos a solução das equações de Einstein na presença de um campo eletromagnético.

As equações de Maxwell permitiram um grande avanço no entendimento do eletromagnetismo, sendo de grande importância para o desenvolvimento tecnológico no final do século XIX. Desse período, citamos os esforços de Gramme que, em 1873, demonstrou que a eletricidade podia ser transmitida a grandes distâncias através de cabos condutores aéreos. Juntamente a essa descoberta, em 1879, o americano Thomas Edison inventa a lâmpada incandescente o que, dois anos depois, dá origem à primeira central de energia elétrica com sistema de distribuição, em Nova Iorque. Ao final do século, na década de 1890, o descobrimento do elétron por Thompson marca o surgimento da eletrônica, e também a implementação dos sistemas de distribuição elétrica, por Tesla, depois de vencer uma longa disputa científica com Edison, a respeito das perdas de energia por transformadores em alta tensão.

No início do século XX, os avanços tecnológicos seguiam em ritmo acelerado, devido às descobertas do século anterior. Esses avanços também se apresentaram no campo da física teórica, com o surgimento da Mecânica Quântica e da Relatividade Geral. Na década de 20, a primeira tentativa de descrever a interação entre radiação e matéria em uma formulação quântica é feita por Paul Dirac, através da quantização do campo eletromagnético como um conjunto de osciladores harmônicos [200]. Embora essa teoria tenha sido aperfeiçoada por uma série de cientistas, até a formulação de Fermi [201] da eletrodinâmica quântica, estudos do final da década de 30 mostraram que a teoria somente era válida em primeira ordem de teoria de perturbação, o que levou os físicos da época a acreditar que existia uma incompatibilidade entre a teoria da relatividade especial e a teoria quântica [202–204].

Na década de 40, com os avanços de técnicas experimentais, se verificou mais uma série de discrepâncias entre as previsões teóricas da eletrodinâmica quântica de Dirac e os resultados experimentais referentes aos níveis de energia do átomo de hidrogênio (efeito *Lamb-shift*)⁴, além dos resultados para o momento magnético do elétron. Os primeiros

³A força de Lorentz corresponde à superposição da força elétrica com a força magnética atuando sobre uma partícula carregada eletricamente se movendo no espaço.

⁴O efeito conhecido como *Lamb-shift*, verificado experimentalmente por Lamb e Retherford, em 1947,

cálculos teóricos capazes de reproduzir satisfatoriamente os efeitos de *Lamb-shift* no espectro do átomo de hidrogênio foram feitos por Hans Bethe, em um formalismo não-relativístico que introduziu o conceito de *renormalização* na teoria [206]. A técnica de renormalização consiste em associar infinitos à massa e à carga, fixando seus valores como finitos a partir de dados experimentais, fazendo com que os infinitos sejam absorvidos pelas constantes da teoria e dando um resultado finito para essas quantidades [153]. A técnica de renormalização permitiu um novo tratamento às divergências presentes na teoria de Dirac, oriundas de ordens mais altas de teorias de perturbação. O desenvolvimento dessa teoria se deu fundamentalmente graças a Tomonaga [207], Schwinger [208, 209] e Feynman [210, 211], sendo unificado no formalismo desenvolvido por Dyson [212, 213], que representa um formalismo quântico covariante e invariante de gauge para o eletromagnetismo que, atualmente corresponde à teoria da eletrodinâmica quântica.

O formalismo para o estudo de matéria nuclear na presença de campos magnéticos intensos deve conter uma análise do ponto de vista da Mecânica Estatística, uma vez que tratamos de um sistema a altas densidades. A expansão da eletrodinâmica quântica para um *ensemble* de férmions foi desenvolvida no final da década de 60 por Canuto *et al*, inicialmente para um gás de elétrons, incluindo tanto a contribuição eletromagnética quanto o momento magnético anômalo das partículas na densidade lagrangiana do problema [44]. No ano seguinte, Canuto ampliou esse estudo de modo a incluir uma análise das propriedades magnéticas e termodinâmicas do sistema [45–47]. Devido às observações de estrelas compactas com campos magnéticos muito intensos na década de 90, conhecidas hoje como *magnetares*⁵, surgiu o interesse pelo estudo da matéria hadrônica na presença de campos magnéticos intensos. Assim, os cálculos para um gás de férmions foram expandidos de modo a incorporar a interação nuclear entre os bárions (férmions). Os primeiros trabalhos nessa linha foram desenvolvidos por Broderick, Prakash & Lattimer [49, 54], introduzindo a interação eletromagnética entre partículas em modelos conhecidos da QHD.

Outro passo muito importante na análise do ponto de vista astrofísico, foi a identificação de uma anisotropia nas componentes do tensor energia-momentum, associadas às componentes de pressão do sistema [52], indicando que essas anisotropias poderiam levar à deformação de estrelas extremamente magnéticas. A introdução dos campos magnéticos na equação de estado da matéria hadrônica tem sido aplicado à diversos estudos, como na equação de estado da matéria hadrônica com híperons [57, 60, 214, 215], da matéria

corresponde a uma diferença entre dois níveis do espectro de energias do átomo de hidrogênio, devido à interação entre as flutuações de energia do vácuo e os elétrons nesses diferentes níveis de energia [205]. Esse efeito não era previsto pela equação de eletrodinâmica de Dirac.

⁵O tópico de magnetares será amplamente discutido no início do Capítulo 4.

de quarks [52, 216–219], supercondutividade em matéria de quarks [56, 220], transições de fase [55, 221] e condensação de mésons [222] em estrelas compactas. Contudo, todos esses trabalhos assumem que a anisotropia na pressão é pequena o suficiente, de modo a ser razoável uma aproximação para a descrição de estrelas compactas esféricas, apesar de a equação de estado ser anisotrópica. Nesse capítulo nos deteremos na determinação da equação de estado para a matéria hadrônica magnética e, no Capítulo 4, apresentaremos um formalismo que incorpora efeitos magnéticos na determinação da estrutura de estrelas compactas, permitindo que estas sejam descritas por uma simetria não-esférica.

2.2 Equação de Dirac em um Campo Magnético Externo

A equação de Dirac corresponde à equação de movimento relativística de partículas de spin 1/2. Nesta seção, buscamos a solução dessa equação com a inclusão do termo eletromagnético. Para tanto, partimos da densidade lagrangiana da eletrodinâmica quântica (do inglês, *quantum electrodynamics - QED*), incluindo a contribuição puramente magnética⁶:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \bar{\psi}(i\cancel{\partial} + q\cancel{A} - m)\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \\ F^{\mu\nu} &= \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu,\end{aligned}\tag{2.1}$$

onde ψ é o campo fermiônico, q e m são a carga e a massa da partícula, respectivamente, e adotamos a notação $\cancel{\partial} = \gamma^\mu a_\mu$. Considerando um campo magnético na direção z , definimos o potencial vetor através do *calibre de Landau*: $A^\mu = B(0, -y, 0, 0)$. A equação de movimento para ψ é determinada utilizando as equações de Euler-Lagrange [153]:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}} - \partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})}\right) = 0,\tag{2.2}$$

que resulta na equação de Dirac modificada:

$$\begin{aligned}(i\cancel{\partial} + q\cancel{A} - m)\psi &= 0, \\ (i\gamma^0\partial_t - i\gamma^k\nabla_k - q\gamma^k A_k - m)\psi &= 0,\end{aligned}\tag{2.3}$$

onde fixamos $A^0 = 0$ na última linha (*calibre de Landau*).

A solução estacionária para tal sistema terá a forma:

$$\psi = e^{-iEt} \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix},\tag{2.4}$$

⁶Lembrando que estamos usando o sistema de unidades no qual $\hbar = c = 1$.

o que nos permite reescrever a equação de Dirac como um sistema de equações:

$$\begin{aligned}(E - m)\phi &= \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A})\chi, \\ (E + m)\chi &= \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A})\phi,\end{aligned}\tag{2.5}$$

onde σ_i são as matrizes de Pauli, que surgem a partir da expressão para as matrizes⁷ γ .

A partir da solução para χ , podemos reescrever a primeira equação em termos de ϕ :

$$(E^2 - m^2)\phi = [\boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A})]^2\phi.\tag{2.6}$$

Após algum desenvolvimento, podemos reescrever o lado direito da equação (2.6) conforme:

$$\begin{aligned}[\boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A})][\boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A})] &= \\ I[-\nabla^2 + iq(\nabla \cdot \mathbf{A} + 2\mathbf{A} \cdot \nabla)] - q\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} + q^2\mathbf{A}^2.\end{aligned}\tag{2.7}$$

A definição do calibre nos permite reescrever os termos da expressão acima conforme:

$$\begin{aligned}[\boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A})][\boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A})] &= \\ I[-\nabla^2 - i(2qBy)\partial_x + q^2B^2y^2] - qB\sigma_3.\end{aligned}\tag{2.8}$$

Por fim, definimos as soluções de spin:

$$\phi_+ = \begin{pmatrix} \Phi_+ \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \phi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_- \end{pmatrix},\tag{2.9}$$

onde ϕ_+ e ϕ_- correspondem, respectivamente, às soluções da componente z de spin positivo e negativo.

Aplicando as soluções acima, (2.9), na equação (2.6), com o lado direito escrito conforme (2.8), e ainda considerando que σ_z corresponde a uma projeção de spin $s = \pm 1$, temos a seguinte equação para o campo ϕ :

$$(E^2 - m^2)\Phi_{\pm} = -\nabla^2\Phi_{\pm} - i(2qBy)\frac{\partial\Phi_{\pm}}{\partial x} + s^2q^2B^2y^2\Phi_{\pm} \mp qB\Phi_{\pm},\tag{2.10}$$

Como as coordenadas x e z não são explícitas nos cálculos, podemos escrever a função de onda:

$$\Phi_{\pm} = \psi_{\pm}(y)e^{ik_x x} e^{ik_z z},\tag{2.11}$$

que gera a seguinte equação para ψ_{\pm} :

$$(E^2 - m^2 - k_z^2 + sqB)\psi_{\pm} = -\partial_y^2\psi_{\pm}(y) + (k_x + qBy)^2\psi_{\pm}.\tag{2.12}$$

⁷Ver as expressões para as matrizes γ no Apêndice A.

2.2.1 Níveis de Landau

Queremos determinar a solução de energia e as auto-funções da equação (2.12). Para tanto, fazemos uma mudança de variáveis através da introdução de:

$$\xi \equiv \sqrt{|q|B} \left(y + \frac{k_x}{qB} \right), \quad (2.13)$$

que permite reescrever a equação diferencial como:

$$\left[\partial_\xi^2 - \xi^2 + \frac{(E^2 - m^2 - k_z^2 + sqB)}{|q|B} \right] \psi_\pm = 0. \quad (2.14)$$

A equação acima corresponde à equação do oscilador harmônico [205] e, para que esta convirja para uma solução, é necessário impor que:

$$\frac{E^2 - m^2 - k_z^2 + sqB}{|q|B} = 2l + 1, \quad (2.15)$$

para $l \geq 0$, correspondendo ao número quântico orbital. Assim, as soluções de energia são dadas por:

$$E_{ls} = \pm \sqrt{m^2 + k_z^2 + (2l + 1)(|q|B) - sqB}, \quad (2.16)$$

que correspondem a quatro soluções, positivas (partículas) e negativas (anti-partículas), para as duas projeções de spin $s = \pm 1$.

Note que a expressão acima depende dos valores de l e s . Na ausência de campos magnéticos, os níveis de energia de férmions são duplamente degenerados devido às duas projeções de spin. Analisemos, agora, os níveis de energia para o caso magnético em função de l e s :

- $l = 0, s = +1$: $E_{ls} = \sqrt{m^2 + k_z^2},$
- $l = 0, s = -1$: $E_{ls} = \sqrt{m^2 + k_z^2 + 2|q|B},$
- $l = 1, s = +1$: $E_{ls} = \sqrt{m^2 + k_z^2 + 2|q|B},$
- $l = 1, s = -1$: $E_{ls} = \sqrt{m^2 + k_z^2 + 4|q|B},$
- $l = 2, s = +1$: $E_{ls} = \sqrt{m^2 + k_z^2 + 4|q|B},$
- $l = 2, s = -1$: $E_{ls} = \sqrt{m^2 + k_z^2 + 6|q|B},$
- $l = 3, s = +1$: $E_{ls} = \sqrt{m^2 + k_z^2 + 6|q|B}, etc...$

Os cálculos dos níveis de energia acima mostram que todos os níveis de energia serão duplamente degenerados, exceto o estado fundamental, para $l = 0$, $s = +1$. Essa conclusão nos permite reescrever a expressão para os níveis de energia como:

$$E_{l,s} = \sqrt{m^2 + k_z^2 + 2|q|B\nu}, \quad (2.17)$$

onde definimos

$$\nu \equiv l + \frac{1}{2} - \frac{s}{2} \frac{q}{|q|}, \quad (2.18)$$

para $\nu \geq 0$.

A quantidade definida acima pode ser interpretada como um novo número quântico (inteiro), associado à quantização dos níveis de energia do gás de férmions na presença de um campo magnético. A quantização dos níveis de energia de sistemas quânticos devido a efeitos magnéticos foi originalmente proposta por Landau, para um caso não-relativístico, através da equação de Schrodinger [223]. Sendo assim, tais níveis de energia são usualmente denominados na literatura como *níveis de Landau* e serão caracterizados nesse trabalho pelo valor do número quântico ν .

Por fim, ressaltamos que os níveis de energia desse sistema devem obedecer a estatística de Fermi-Dirac que, para o regime de temperatura nula, terá a energia de Fermi como valor máximo. O fato de as partículas do sistema possuírem um valor máximo de energia, implica que a quantidade ν deve ter um valor máximo. Podemos estabelecer o limite máximo dos níveis de Landau impondo que o momentum de Fermi $k_z^2 \geq 0$, o que implica que [50]:

$$\begin{aligned} 2|q|B\nu = E_F^2 - m^2 - k_z^2 &\quad \rightarrow \quad 2|q|B\nu < E_F^2 - m^2 \\ \nu_{max} < \left\lfloor \frac{E_F^2 - m^2}{2|q|B} \right\rfloor, \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde $\lfloor x \rfloor$ é o maior número inteiro menor que x .

Voltemos agora a nossa atenção para a solução das autofunções. Para o caso do oscilador harmônico, as soluções de (2.14) são dadas em termos dos *polinômios de Hermite* H_l [205], conforme:

$$\varphi_l(\xi) = N_l e^{-\xi^2/2} H_l(\xi), \quad (2.20)$$

onde a constante $N_l = (qB)^{1/4} (\sqrt{\pi} 2^l l!)^{-1/2}$ assegura a normalização $\int_y \varphi_l^2(y) = 1$. Assim, a função de onda (2.11) tem a forma:

$$\Phi_l = A e^{ik_x x} e^{ik_z z} \varphi_l(y), \quad (2.21)$$

onde A corresponde à constante de normalização total a ser fixada.

Resta-nos agora retornar à equação (2.5) e determinar os espinores χ_{\pm} através da função de onda completa ϕ_{\pm} (2.9). Podemos reescrever essa equação em termos da nova variável ξ como:

$$\begin{aligned} (E + m)\chi_{\pm} &= \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\nabla - q\mathbf{A})\phi_{\pm} \\ &= \begin{pmatrix} k_z & k_x - \sqrt{qB}\frac{\partial}{\partial\xi} \\ k_x + \sqrt{qB}\frac{\partial}{\partial\xi} & -k_z \end{pmatrix} \phi_{\pm} + \left(\sqrt{qB}\xi - k_x\right) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \phi_{\pm} \\ &= \begin{pmatrix} k_z & \sqrt{qB}\left(\xi - \frac{\partial}{\partial\xi}\right) \\ \sqrt{qB}\left(\xi + \frac{\partial}{\partial\xi}\right) & -k_z \end{pmatrix} \phi_{\pm} = \begin{pmatrix} k_z & \sqrt{2qB}\mathcal{A}^+ \\ \sqrt{2qB}\mathcal{A}^- & -k_z \end{pmatrix} \phi_{\pm}, \end{aligned}$$

onde introduzimos os operadores escada [205]:

$$\mathcal{A}^+ \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi - \frac{d}{d\xi} \right) \quad \mathcal{A}^- \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\xi + \frac{d}{d\xi} \right), \quad (2.22)$$

que satisfazem:

$$\mathcal{A}^+ \varphi_l = \sqrt{l+1} \varphi_{l+1} \quad \mathcal{A}^- \varphi_l = \sqrt{l} \varphi_{l-1}. \quad (2.23)$$

Assim, definindo $\epsilon = \sqrt{2|q|B}$, temos a seguinte solução do sistema para χ_{\pm} :

$$\chi_+ = \frac{1}{E+m} \begin{pmatrix} k_z \Phi_l \\ \epsilon \sqrt{l} \Phi_{l-1} \end{pmatrix}, \quad \chi_- = \frac{1}{E+m} \begin{pmatrix} \epsilon \sqrt{l+1} \Phi_{l+1} \\ -k_z \Phi_l \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Tendo ϕ_{\pm} e χ_{\pm} determinados, podemos escrever os quatro espinores, referentes às soluções de energia positivas e negativas (2.16). Abaixo, designamos por $u_l^{(1)}$ e $u_l^{(2)}$ as soluções de energias positivas referentes às projeções positivas e negativas de spin, respectivamente, e $v_l^{(1)}$ e $v_l^{(2)}$ como as soluções de energias negativas, também referentes às projeções positivas e negativas de spin:

$$u_l^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{E_1^l + m}} \begin{pmatrix} (E_1^l + m)\varphi_l \\ 0 \\ k_z \varphi_l \\ \epsilon \sqrt{l} \varphi_{l-1} \end{pmatrix}, \quad u_l^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{E_2^l + m}} \begin{pmatrix} 0 \\ (E_2^l + m)\varphi_l \\ \epsilon \sqrt{l+1} \varphi_{l+1} \\ -k_z \varphi_l \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

$$v_l^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{E_1^l + m}} \begin{pmatrix} k_z \varphi_l \\ \epsilon \sqrt{l} \varphi_{l-1} \\ (E_1^l + m)\varphi_l \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_l^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{E_2^l + m}} \begin{pmatrix} \epsilon \sqrt{l+1} \varphi_{l+1} \\ -k_z \varphi_l \\ 0 \\ (E_2^l + m)\varphi_l \end{pmatrix}. \quad (2.26)$$

Os espinores acima são ortonormais, de modo que:

$$\begin{aligned}
\int_y u_l^{(r)\dagger}(y, k_z) u_m^{(s)}(y, k_z) &= 2E_s^l \delta^{rs} \delta_{lm}, \\
\int_y v_l^{(r)\dagger}(y, k_z) v_m^{(s)}(y, k_z) &= 2E_s^l \delta^{rs} \delta_{lm}, \\
\int_y u_l^{(r)\dagger}(y, -k_z) v_m^{(s)}(y, k_z) &= 0, \\
\int_y v_l^{(r)\dagger}(y, -k_z) u_m^{(s)}(y, k_z) &= 0.
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Assim, para uma região finita do espaço de volume $V = L^3$, temos as expressões para a solução estacionária do sistema (2.4):

$$\begin{aligned}
\psi(x) &= \sum_{s=1,2} \sum_{l,\mathbf{k}} \frac{1}{L} \frac{1}{\sqrt{2E_k}} \left[b_s(\mathbf{k}) u_l^{(s)}(\mathbf{k}) e^{-i\kappa_\mu x^\mu} + d_s^\dagger(\mathbf{k}) v_l^{(s)}(\mathbf{k}) e^{i\kappa_\mu x^\mu} \right], \\
\psi^\dagger(x) &= \sum_{s=1,2} \sum_{l,\mathbf{k}} \frac{1}{L} \frac{1}{\sqrt{2E_k}} \left[b_s^\dagger(\mathbf{k}) \bar{u}_l^{(s)}(\mathbf{k}) e^{i\kappa_\mu x^\mu} + d_s(\mathbf{k}) \bar{v}_l^{(s)}(\mathbf{k}) e^{-i\kappa_\mu x^\mu} \right],
\end{aligned} \tag{2.28}$$

onde $l = 0, 1, 2, \dots$, $\kappa = (E_k, k_x, 0, k_z)$ e os operadores de criação e aniquilação de bárions (b_s^\dagger e b_s , respectivamente) e anti-bárions (d_s^\dagger e d_s , respectivamente) serão responsáveis pela quantização do campo ψ , obedecendo as regras de comutação $\{b_s(\mathbf{k}), b_{s'}^\dagger(\mathbf{k}')\} = \delta_{ss'} \delta_{kk'}$, $\{d_s(\mathbf{k}), d_{s'}^\dagger(\mathbf{k}')\} = \delta_{ss'} \delta_{kk'}$. As soluções ψ e ψ^\dagger serão muito importantes para o desenvolvimento de nosso formalismo, pois serão necessárias para cálculos das densidades e equação de estado de nosso sistema. Na próxima seção introduzimos o formalismo estatístico que será utilizado nesse trabalho, apresentando as quantidades termodinâmicas relevantes e, a seguir, utilizaremos as soluções calculadas acima para determinarmos suas expressões matemáticas.

2.3 Formalismo Estatístico

No contexto da mecânica estatística, o *ensemble Grand Canônico* trata de um sistemas em equilíbrio térmico e químico, no qual a energia e o número de partículas podem variar, porém, seu volume e forma se mantêm inalterados. O potencial termodinâmico associado ao *ensemble Grand Canônico* é o denominado *grand potencial* [224]:

$$\Omega = k_B T \ln Z_{GC}, \tag{2.29}$$

escrito em termos da constante de Boltzmann k_B e da função de partição Z_{GC} , definida como:

$$Z_{GC} = \sum_N e^{\beta\mu N} \left(\sum_j e^{-\beta E_j(N)} \right), \tag{2.30}$$

para $\beta = 1/k_B T$, número de partículas N , potencial químico μ e energias dos microestados $E_j(N)$.

Neste formalismo, como tratamos de um sistema com um grande número de partículas, calculamos os valores das quantidades termodinâmicas através de suas médias. Para calcular essas médias, definimos a *matriz densidade* ρ :

$$\hat{\rho} = e^{-\beta\hat{H} + \alpha\hat{N}}, \quad (2.31)$$

escrita em termos de β , $\alpha = \beta\mu$, do número de partículas \hat{N} e do operador Hamiltoniano \hat{H} . Assim, a média estatística de um operador A qualquer é dada por:

$$\langle A \rangle = \frac{\text{Tr}[\hat{\rho}A]}{\text{Tr}[\hat{\rho}]}. \quad (2.32)$$

O cálculo de médias é importante para determinar o valor esperado do número de ocupação dos níveis de energia do sistema. Para um sistema que obedece a estatística de Fermi-Dirac, essa média é calculada a partir do valor esperado dos operadores de criação e aniquilação. Utilizando manipulações algébricas e relações de comutação, é possível mostrar que o número de ocupação para estados com números quânticos s é dado por:

$$\langle b_s^\dagger(\mathbf{k})b_s(\mathbf{k}) \rangle = \frac{1}{e^{\beta(E_k - \mu)} + 1} \equiv f_+(E_k, T, \mu), \quad (2.33)$$

onde definimos a *função distribuição* $f_+(E_k, T, \mu)$ para as partículas do sistema fermiônico. Veremos a seguir que as quantidades termodinâmicas de interesse para o nosso sistema serão determinadas em termos dessa função. Para um sistema à temperatura nula, a função distribuição corresponde a uma função de Heaviside e, para o caso com temperaturas positivas, a uma função contínua, conforme mostra a Figura 2.1.

A primeira lei da termodinâmica descreve a conservação de energia de um sistema termodinâmico. Essa lei nos permite identificar a relação entre as quantidades termodinâmicas de interesse e o grand potencial, na presença de um campo magnético externo, como [226]:

$$dU = TdS + \mu dN + \left(\frac{\partial\Omega}{\partial B}\right) dB + \left(\frac{\partial\Omega}{\partial V}\right) dV, \quad (2.34)$$

onde as quantidades extensivas U , S e N correspondem à energia interna, entropia e número de partículas, e as quantidades intensivas T e μ , correspondem à temperatura e ao potencial químico. Já as quantidades envolvendo o grand potencial devem ser identificadas com mais cuidado, uma vez que a presença de campos magnéticos no sistema introduzirá uma anisotropia na pressão.

Identificamos a quantidade $\partial\Omega/\partial B$ com a densidade de magnetização \mathcal{M} do sistema e $\partial\Omega/\partial V$ como a *pressão termodinâmica*. Na presença de um campo magnético, a magnetização do sistema gera duas contribuições que podem ser interpretadas como pressões

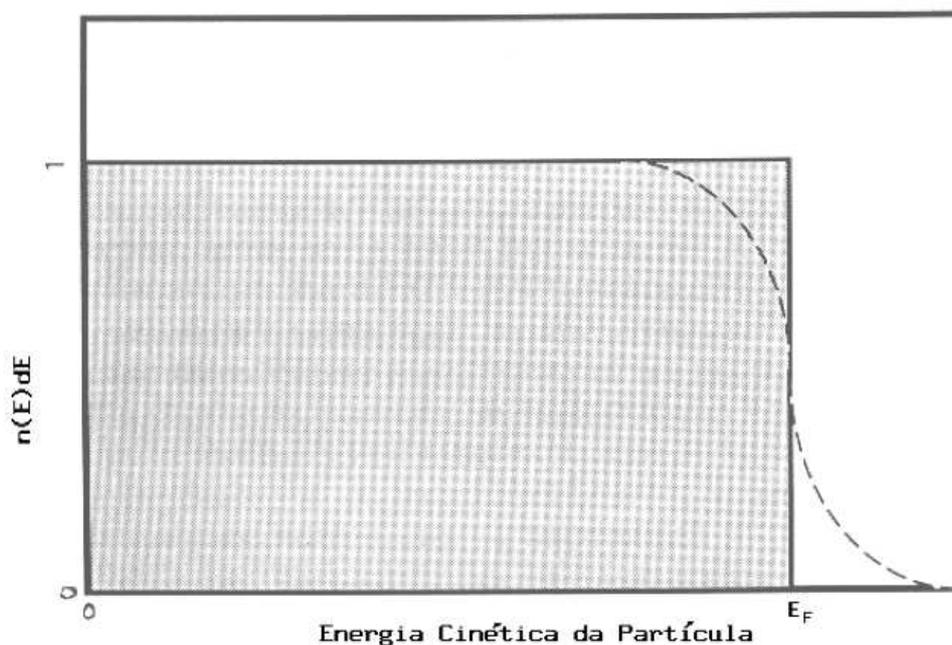


Figura 2.1: Distribuição de Fermi-Dirac [225]. O eixo vertical corresponde à ocupação média do nível de energia E e o eixo horizontal, corresponde à energia, indicando a energia máxima do sistema à temperatura nula, denominada energia de Fermi E_F . A linha tracejada corresponde ao caso com $T > 0$ e a linha contínua ao caso com temperatura nula.

separadamente (anisotropia). A mudança da energia interna é interpretada como o trabalho realizado pela pressão termodinâmica na direção paralela ao campo, enquanto a contribuição de pressão perpendicular é responsável por um trabalho associado à magnetização do sistema [52]:

$$P_{\parallel} = -\Omega, \quad P_{\perp} = -\Omega - BM. \quad (2.35)$$

As considerações de anisotropia nos permitem escrever a primeira lei da termodinâmica, sem perda de generalidade, como:

$$\varepsilon = Ts + \mu\rho + MB + \Omega. \quad (2.36)$$

Voltaremos à questão de anisotropia de pressões na próxima seção, onde calcularemos explicitamente as componentes de pressão do tensor energia-momentum. A relação entre as pressões e a magnetização será abordada ao final do capítulo, onde os resultados para essa quantidade também são apresentados.

Densidade bariônica

Na presença de um campo magnético externo uniforme, na direção z , o momentum transversal de partículas carregadas (com carga elétrica q) é restrito aos níveis de Landau $k_{\perp}^2 = 2\nu|q|B$ [223], de modo que no limite termodinâmico temos:

$$\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \rightarrow \frac{|q|B}{(2\pi)^2} \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} dk_z. \quad (2.37)$$

O número de partículas do sistema é definido como:

$$N = \frac{|q|B}{2\pi} \sum_{s=1,2} \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} b_s^{\dagger}(\mathbf{k}) b_s(\mathbf{k}), \quad (2.38)$$

de modo que podemos identificar a densidade de número n_b :

$$n_b = \langle N \rangle = \frac{|q|B}{2\pi} \sum_{s=\pm 1} \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} f_{+}(E_k, T, \mu). \quad (2.39)$$

Para o caso de temperatura nula, no qual a função distribuição será uma *função de Heaviside*, a densidade bariônica passa a ser simplesmente:

$$\rho_b = \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} k_{F,z}, \quad (2.40)$$

dado que esta nada mais é que a densidade de partículas, quando tratamos apenas de bárions.

2.3.1 Equação de estado

Nessa seção, vamos determinar a equação de estado para um gás de férmions na presença de um campo magnético externo. Obtemos a densidade de energia a partir dos níveis de energia do sistema e a pressão a partir de seu tensor energia-momentum.

Conforme vimos no Capítulo 1, podemos utilizar a densidade lagrangiana (2.1) do nosso sistema para obtermos seu tensor energia momentum, que nesse caso é dado por:

$$T^{\mu\nu} = i\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial^{\nu}\psi - F^{\mu\alpha}F_{\alpha}^{\nu} + g^{\mu\nu}\frac{1}{4}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}, \quad (2.41)$$

onde os dois últimos termos, no calibre de Landau, são:

$$\begin{aligned} F^{\mu\alpha}F_{\alpha}^{\nu} &= (B\delta_x^{\mu}\delta_y^{\alpha} - B\delta_y^{\mu}\delta_x^{\alpha})(B\delta_y^{\nu}\delta_x^{\alpha} - B\delta_x^{\nu}\delta_y^{\alpha}) = -B^2(\delta_x^{\mu}\delta_x^{\nu} + \delta_y^{\mu}\delta_y^{\nu}) \\ F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta} &= (B\delta_y^{\alpha}\delta_x^{\beta} - B\delta_x^{\beta}\delta_y^{\alpha})(B\delta_x^{\alpha}\delta_y^{\beta} - B\delta_y^{\beta}\delta_x^{\alpha}) = 2B^2. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Dos cálculos acima, temos que a contribuição puramente magnética do tensor energia-momentum será $diag(B^2/2, B^2/2, B^2/2, -B^2/2)$. Assim, para determinarmos a equação de estado do sistema, devemos nos concentrar na contribuição da matéria:

$$T_{fermi}^{\mu\nu} = i\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial^{\nu}\psi. \quad (2.43)$$

O tensor energia-momentum é um tensor simétrico que possui termos não-nulos apenas na sua diagonal. A densidade de energia é obtida tomando seu termo temporal e as componentes de pressão pelas contribuições espaciais, conforme:

$$\varepsilon = T^{00}, \quad P_{\parallel} = T^{zz}, \quad P_{\perp} = \frac{1}{2}(T^{xx} + T^{yy}). \quad (2.44)$$

Nas próximas seções vamos calcular suas componentes de modo a obter a equação de estado para um gás de férmions em um campo magnético externo.

Densidade de energia

Existe mais de uma forma de se calcular a expressão para a densidade de energia do sistema como, por exemplo, a partir da componente temporal do tensor energia-momentum ou das relações da mecânica estatística. Por questões de simplicidade, optamos por calcular a densidade de energia de um gás de férmions livres usando a prescrição estatística, tendo em vista que os níveis de energia desse sistema já foram obtidos. Dados os níveis de energia de um sistema estatístico e sua função distribuição, podemos calcular a contribuição da matéria para a média da densidade de energia como:

$$\varepsilon_{fermi} = \langle H \rangle = \frac{|q|B}{2\pi} \sum_{s=\pm 1} \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} E_k f_+(E_k, T, \mu). \quad (2.45)$$

onde na expressão acima estamos considerando a integral no volume para partículas eletricamente carregadas (2.37).

Os níveis de energia para esse sistema são dados pela expressão contendo os níveis de Landau (2.17) e, como estamos tratando de um sistema a temperatura nula, $f_+(E_k, T = 0, \mu)$ será uma função de Heaviside, logo:

$$\varepsilon_{fermi} = \frac{|q|B}{2\pi} \sum_{s=\pm 1} \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \sqrt{m^2 + k_z^2 + 2|q|B\nu}. \quad (2.46)$$

onde optamos por escrever a equação de estado em termos do número quântico ν . Ressaltamos, porém, que tal mudança não afeta os cálculos, pois a expressão acima não apresenta a função de onda em termos de l , associada aos níveis de energia (2.16).

Calculando a integral [152], temos a seguinte expressão total para a densidade de energia, com contribuições de matéria e puramente magnética:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} \int_0^{k_{z,F}} dk_z \sqrt{\bar{m}^2 + k_z^2} + \frac{B^2}{2} \\ &= \frac{|q|B}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\mu k_{z,F}(\nu) + \bar{m}^2(\nu) \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) \right] + \frac{B^2}{2}, \end{aligned} \quad (2.47)$$

onde definimos $\bar{m} \equiv \sqrt{m^2 + 2|q|B\nu}$ e introduzimos o potencial químico para as partículas carregadas $\mu = \sqrt{k_{z,F}^2 + \bar{m}^2}$, que corresponde à energia de Fermi.

Pressão

Vimos que as contribuições nas direções x e y devem ser as mesmas e, portanto, designamos tais quantidades como uma contribuição perpendicular de pressão P_{\perp} . Analogamente, a contribuição da pressão na direção z será paralela ao campo magnético e, portanto, denominada P_{\parallel} .

Conforme já mencionado, quando tratamos de sistemas de muitas partículas, calculamos apenas os valores médios de suas propriedades macroscópicas. Assim, calculamos a pressão através da média das contribuições espaciais de (2.43). Por questões de simplicidade, apresentaremos apenas o cálculo da componente na direção y :

$$T^{yy} = i\bar{\psi}\gamma^y\partial^y\psi + \frac{1}{2}B^2. \quad (2.48)$$

Substituindo os espinores (2.28):

$$\begin{aligned} \bar{T}^{yy} &= \frac{1}{V} \int d^3x \langle T^{yy} \rangle = \frac{i}{V} \sum_{rs} \sum_{ml} \int d^3x \sum_{k'} \frac{1}{L\sqrt{2E'_k}} \sum_k \frac{1}{L\sqrt{2E_k}} \\ &\times \left\langle \left(b_r^\dagger(\mathbf{k}') u_m^{\dagger(r)}(\mathbf{k}') e^{ik'_\mu x^\mu} \right) \gamma^0 \gamma^y \left(b_s(\mathbf{k}) (\partial^y u_l^{(s)}(\mathbf{k})) e^{-ik_\mu x^\mu} \right) \right\rangle + \frac{B^2}{2}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

onde \bar{T}^{yy} corresponde a uma média espacial para a componente y do tensor energia-momentum. Resolvemos a integração sobre o volume utilizando a identidade ⁸:

$$\int dz dx e^{i\kappa \cdot \mathbf{x}} = L^2 \delta_{k_x k'_x} \delta_{k_z k'_z}, \quad (2.50)$$

e atentando para o fato de que os espinores $u_m^{(r)}$ e $u_l^{(s)}$ dependem da coordenada y :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dy u^{\dagger(r)}(\mathbf{k}) \gamma^0 \gamma^y (\partial^y u^{(s)}(\mathbf{k})) &= i\delta^{rs} \sqrt{2|q|Bl} \int_{-\infty}^{\infty} dy [\psi_{l-1}(y) \partial_y \psi_l(y) - \psi_l(y) \partial_y \psi_{l-1}(y)] \\ &= i2|q|Bl \delta^{rs}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Assim, a expressão final para \bar{T}^{yy} será:

$$\bar{T}^{yy} = \frac{|q|B}{2\pi} \sum_s \sum_l 2|q|Bl \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \frac{1}{E_k} f_+(E_k, T, \mu) + \frac{B^2}{2}. \quad (2.52)$$

Assim, a contribuição perpendicular de pressão total, à temperatura nula, será:

$$\begin{aligned} P_{\perp} &= \frac{|q|B}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} 2\nu |q|B \int_0^{k_{z,F}} dk_z \frac{1}{\sqrt{\bar{m}^2 + k_z^2}} + \frac{B^2}{2} \\ &= \frac{|q|^2 B^2}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} \nu \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) + \frac{B^2}{2}, \end{aligned} \quad (2.53)$$

⁸Lembrando que $\kappa = k - k'$.

onde o primeiro e último termos correspondem às contribuições de matéria e puramente magnéticas, respectivamente.

A contribuição longitudinal de pressão é calculada analogamente:

$$T^{zz} = i\bar{\psi}\gamma^z\partial^z\psi - \frac{1}{2}B^2. \quad (2.54)$$

Substituindo os espinores (2.28):

$$\begin{aligned} \bar{T}^{zz} &= \frac{1}{V} \int d^3x \langle T^{zz} \rangle = \frac{i}{V} \sum_{rs} \sum_{ml} \int d^3x \sum_{k'} \frac{1}{L\sqrt{2E'_k}} \sum_k \frac{1}{L\sqrt{2E_k}} \\ &\times \left\langle \left(b_r^\dagger(\mathbf{k}') u_m^{\dagger(r)}(\mathbf{k}') e^{ik'_\mu x^\mu} \right) \gamma^0 \gamma^z \left(b_s(\mathbf{k}) (u_l^{(s)}(\mathbf{k})) \partial^z e^{-ik_\mu x^\mu} \right) \right\rangle - \frac{B^2}{2}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Novamente, usando a normalização (2.50) e calculando a integral em y :

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy u^{\dagger(r)}(\mathbf{k}) \gamma^0 \gamma^z u^{(s)}(\mathbf{k}) = \delta^{rs} \int_{-\infty}^{\infty} dy [-k_z \varphi_n^2(y) - k_z \varphi_n^2(y)] = -2k_z \delta^{rs}. \quad (2.56)$$

Finalmente, a contribuição \bar{T}^{zz} tem a forma:

$$\bar{T}^{zz} = \frac{|q|B}{2\pi} \sum_s \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \frac{k_z^2}{E_k} f_+(E_k, T, \mu) - \frac{B^2}{2}, \quad (2.57)$$

o que permite escrever a pressão paralela ao campo magnético como:

$$\begin{aligned} P_{\parallel} &= \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} \int_0^{k_{z,F}} dk_z \frac{k_z^2}{\sqrt{\bar{m}^2 + k_z^2}} - \frac{B^2}{2} \\ &= \frac{|q|B}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\mu k_{z,F}(\nu) + \bar{m}^2(\nu) \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) \right] - \frac{B^2}{2}. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Voltaremos a falar sobre a relação entre as pressões paralelas e perpendiculares no final do capítulo, quando discutiremos a magnetização do sistema.

2.4 Inclusão do Momento Magnético Anômalo

O *momentum de dipolo magnético* de um objeto é a quantidade que determina a força que tal objeto exercerá sobre correntes elétricas e quanto torque um campo magnético exercerá sobre ele. O momento magnético de um objeto é proporcional ao seu campo magnético.

De acordo com a eletrodinâmica quântica, o nêutron, por se tratar de uma partícula sem carga elétrica, deveria apresentar um momento magnético nulo. Contudo, resultados experimentais provam que tal partícula possui um momento magnético intrínseco não-nulo que, devido à incompreensão de seu surgimento na época, passou a ser chamado de “*momento magnético anômalo*” [96].

Além do momento magnético de partículas não-carregadas, o valor observado do momento magnético intrínseco de partículas como o elétron também apresenta discrepâncias quanto ao seu valor previsto pela equação de Dirac. Essa diferença, também considerada “anômala”, tem como explicação correções quânticas provenientes do cálculo de diagramas de Feynman de ordens maiores no âmbito da QED [96].

Já o momento magnético anômalo de bárions deve-se ao fato de estes serem compostos por partículas fundamentais carregadas, denominadas *quarks*. A redistribuição das cargas dos quarks no interior de bárions gera seu momento magnético e as previsões teóricas de seu momento magnético anômalo devem ser feitas no âmbito da QCD.

O momento magnético anômalo das partículas é incluído na densidade lagrangiana do sistema como um acoplamento através do tensor eletromagnético, conforme:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\cancel{\partial} + q\cancel{A} - m + \frac{1}{2}\kappa\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu})\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \quad (2.59)$$

mantendo a escolha da direção z do campo magnético e o calibre de Landau $A^\mu = (0, -By, 0, 0)$, e introduzindo o momento magnético anômalo através do acoplamento entre os bárions e o tensor eletromagnético, com $\sigma^{\mu\nu} = i[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ e κ como a intensidade do acoplamento.

Seguindo a mesma metodologia aplicada ao caso sem momento magnético-anômalo, resolvemos as equações de Euler-Lagrange (2.2) que resultam em:

$$(i\cancel{\partial} - q\cancel{A} - m + \frac{1}{2}\kappa\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu})\psi = 0, \quad (2.60)$$

$$i\partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu + \bar{\psi}(q\cancel{A} + m - \frac{1}{2}\kappa\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}) = 0. \quad (2.61)$$

As equações acima são análogas às equações obtidas na presença de campos magnéticos (2.3), com a adição do termo proveniente da presença do momento magnético anômalo. Esse último termo pode ser reescrito como:

$$\frac{1}{2}\kappa\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu} = i\kappa B\gamma^x\gamma^y = \kappa B \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \equiv \kappa B\mathcal{S}_3, \quad (2.62)$$

de modo que a equação de movimento para ψ (2.60) toma a forma:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\pi} + \gamma^0 m - \kappa B \gamma^0 \mathcal{S}_3) \Psi = E \Psi, \quad (2.63)$$

onde $\boldsymbol{\alpha} \equiv \gamma^0 \boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\pi} \equiv -i \nabla - q \mathbf{A}$.

A solução estática para a equação acima, de forma $\psi = e^{-iEt} \Psi(\mathbf{x})$ está apresentada no Apêndice B. Contudo, devemos aqui ressaltar que o sistema possui soluções diferentes para partículas carregadas ou não-carregadas eletricamente pois, mesmo na ausência de cargas, os efeitos da inclusão de momento magnético anômalo devem ser levados em consideração. Sendo assim, apresentamos a seguir os resultados correspondentes para a densidade bariônica e equação de estado, separando os casos para partículas carregadas e partículas não-carregadas. Os cálculos para esses resultados são apresentados no Apêndice B.

2.4.1 Partículas carregadas eletricamente

Nessa seção, apresentamos os resultados para a densidade bariônica, densidade de energia, pressão paralela e pressão perpendicular para partículas carregadas. O desenvolvimento dos cálculos encontra-se no Apêndice B.

Densidade bariônica

Conforme visto para o caso sem momento magnético anômalo, a densidade bariônica envolvendo partículas com carga elétrica é dada pelo valor médio $\langle b_s^\dagger(\mathbf{k}) b_s(\mathbf{k}) \rangle$ que, no limite de temperatura nula, recai na equação (2.40):

$$\rho_b = \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} k_{F,z},$$

onde lembramos que $k_{F,z}$ corresponde ao momento de Fermi das partículas na direção z .

Densidade de energia

Conforme é possível verificar na equação (B.3), a inclusão de momento magnético não irá alterar a contribuição temporal do tensor energia-momentum em sua forma. Assim, podemos escrever a contribuição de matéria na densidade de energia conforme (2.45). Essa expressão, contudo, deve ser calculada a partir dos níveis de energia para o caso com momento magnético anômalo (ver B.9), que leva à seguinte expressão para a densidade de energia total:

$$\varepsilon = \frac{|q|B}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\mu k_{z,F}(\nu) + \bar{m}^2(\nu) \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) \right] + \frac{B^2}{2}, \quad (2.64)$$

que apresenta a mesma expressão que para o caso sem a inclusão do momento magnético anômalo. Note, contudo, que a quantidade \bar{m} presente na expressão acima é alterada devido à inclusão desse efeito:

$$\bar{m} \equiv \sqrt{m^2 + 2|q|B\nu} - s\kappa B, \quad (2.65)$$

afetando o valor do potencial químico diretamente, pois $\mu = \sqrt{k_{z,F}^2 + \bar{m}^2}$.

Pressão paralela ao campo magnético

A equação (B.3) também nos permite verificar que a inclusão de momento magnético não irá alterar a contribuição do tensor energia-momentum na direção z . Assim, a pressão paralela ao campo magnético é calculada da mesma maneira como calculada para o caso na ausência de momentum magnético anômalo, porém avaliado sobre diferentes espinores (ver B.11).

Assim, novamente teremos a mesma expressão para o caso sem momento magnético anômalo (2.57):

$$\begin{aligned} P_{\parallel} &= \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{l}^{\nu \leq \nu_{max}} \int_0^{k_{z,F}} dk_z \frac{k_z^2}{\sqrt{\bar{m}^2 + k_z^2}} - \frac{B^2}{2} \\ &= \frac{|q|B}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\nu}^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\mu k_{z,F}(\nu) + \bar{m}^2(\nu) \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) \right] - \frac{B^2}{2}, \end{aligned}$$

onde o efeito será introduzido por meio da quantidade:

$$\bar{m} \equiv \sqrt{m^2 + 2|q|B\nu} - s\kappa B, \quad (2.66)$$

que também se apresenta no potencial químico $\mu = \sqrt{k_{z,F}^2 + \bar{m}^2}$.

Pressão perpendicular ao campo magnético

A contribuição de (B.3) para o tensor energia-momentum altera apenas a contribuição nas direções perpendiculares ao campo magnético. Os resultados T^{yy} nos permitem escrever a expressão para a pressão perpendicular total para as partículas carregadas como:

$$P_{\perp} = \frac{|q|B^2}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\nu}^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\frac{\nu|q|\bar{m}}{\sqrt{\bar{m}^2 + 2\nu|q|B}} - s\kappa\bar{m}(\nu) \right] \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) + \frac{B^2}{2}, \quad (2.67)$$

onde \bar{m} (eq. 2.66) e o potencial químico $\mu = \sqrt{k_{z,F}^2 + \bar{m}^2}$ são alterados pela presença do momento magnético anômalo.

2.4.2 Partículas não-carregadas eletricamente

Nesta seção, apresentamos os resultados para a densidade bariônica, densidade de energia, pressão paralela ao campo magnético e pressão perpendicular ao campo magnético para o caso de partículas sem carga elétrica. Novamente, o desenvolvimento dos cálculos para esse caso encontra-se no Apêndice B.

Densidade bariônica

Aplicando a transformação de coordenadas adequada para se estudar o caso de partículas não-carregadas (ver B.2), podemos reescrever a densidade bariônica (2.39) como:

$$\rho_b = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \left[\frac{k_F}{3} (2k_F^2 - 3s\kappa B\hat{m}) - s\kappa B\mu^2 \left(\arctan\left(\frac{\hat{m}}{k_F}\right) + \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (2.68)$$

onde os efeitos do momento magnético anômalo são introduzidos por:

$$\hat{m} = m - s\kappa B, \quad (2.69)$$

e o momentum de Fermi é calculado a partir do potencial químico $k_F = \sqrt{\mu^2 - \hat{m}^2}$.

Densidade de energia

Novamente, seguindo o procedimento de troca de variáveis, obtemos a seguinte expressão para o cálculo da densidade de energia:

$$\begin{aligned} \varepsilon = \frac{1}{48\pi^2} \sum_{s=\pm 1} & \left[k_F\mu (6\mu^2 - 3\hat{m}^2 - 4s\kappa B\hat{m}) \right. \\ & \left. - 8s\kappa B\mu^3 \left(\arctan\left(\frac{\hat{m}}{k_F}\right) - \frac{\pi}{2} \right) - \hat{m}^3 (3\hat{m} + 4s\kappa B) \ln\left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}}\right) \right] + \frac{B^2}{2}, \end{aligned} \quad (2.70)$$

onde k_F corresponde ao momentum de Fermi das partículas e \hat{m} é dado pela Eq. 2.69. Enfatizamos que as contribuições de matéria e puramente magnéticas correspondem, respectivamente, ao primeiro e último termos na expressão acima para a densidade de energia total do sistema.

Pressão paralela ao campo magnético

A inclusão do momento magnético anômalo não afeta a forma da componente z do tensor energia-momentum, sendo seus efeitos introduzidos implicitamente através das quantidades \hat{m} e μ presentes na expressão. A pressão paralela total, para o caso de partículas não-carregadas, é dada por:

$$P_{\parallel} = \frac{1}{48\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \left[k_F \mu (2\mu^2 - 5\hat{m}^2 - 8s\kappa B \hat{m}) - 4s\kappa B \mu^3 \left(\arctan \left(\frac{\hat{m}}{k_F} \right) - \frac{\pi}{2} \right) + \hat{m}^3 (3\hat{m} + 4s\kappa B) \ln \left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}} \right) \right] - \frac{B^2}{2}, \quad (2.71)$$

onde, novamente, a contribuição das partículas corresponde ao primeiro termo e a contribuição puramente magnética é introduzida pelo termo $-B^2/2$.

Pressão perpendicular ao campo magnético

Somente as componentes de pressão perpendicular ao campo magnético têm sua forma alterada devido a inclusão do momento magnético anômalo. A expressão para a contribuição perpendicular de pressão total para partículas não-carregadas é dada por:

$$P_{\perp} = \frac{1}{48\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \left\{ k_F \mu [2\mu^2 - 5\hat{m}^2 - 12s\kappa B \hat{m} - 12(s\kappa B)^2] - 8s\kappa B \mu^3 + 3\hat{m}^2 (\hat{m} + 2s\kappa B)^2 \ln \left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}} \right) \right\} + \frac{B^2}{2}, \quad (2.72)$$

onde \hat{m} é dado pela expressão 2.69. Novamente ressaltamos que o primeiro termo da expressão corresponde à contribuição das partículas e o segundo àquela puramente magnética.

Apresentamos nesta seção as expressões para a equação de estado de um gás de partículas carregadas e não-carregadas na presença de um campo magnético e considerando o momento magnético anômalo das partículas. Quando consideramos um gás com apenas um tipo de partícula, tomaremos como equação de estado as expressões obtidas nas seções anteriores. Porém, veremos na próxima seção o caso de um gás de férmions populado por partículas carregadas e não-carregadas eletricamente, onde será necessário tomar cuidado ao somar as contribuições de cada partícula na equação de estado.

2.4.3 Magnetização

A magnetização de um material é caracterizada como a resposta que este apresenta na presença de um campo magnético externo, analogamente à polarização da matéria na presença de um campo elétrico. Essa quantidade física é um campo vetorial que expressa a densidade de momentum de dipolo induzido ou permanente no material.

A origem da magnetização em materiais macroscópicos é interpretada como proveniente dos momenta de dipolo existentes na matéria microscópica oriundos de correntes elétricas geradas pelo movimento de partículas carregadas ou a seu spin intrínseco. Já para um gás de férmions, incluindo efeitos de momentum magnético anômalo, conforme veremos na seção de resultados deste capítulo, a presença de um campo magnético externo faz com que uma polarização de spin específica passe a ser favorecida, de modo a diminuir a energia do sistema. Para esse caso, a magnetização do sistema será gerada pela quantização das órbitas das partículas, bem como pelo desbalanceamento de spin da população de partículas.

Conforme já mencionado anteriormente neste capítulo, podemos escrever a magnetização a partir da componente paralela de pressão (*pressão termodinâmica*):

$$\mathcal{M} = \frac{\partial \Omega}{\partial B} = -\frac{\partial P_{\parallel}}{\partial B}. \quad (2.73)$$

Assim, é possível calcular a expressão para a magnetização a partir da derivada da componente paralela de pressão. Conforme já visto, a introdução do momento magnético anômalo gera dois conjuntos de soluções diferentes para os casos de partículas carregadas e não-carregadas eletricamente. Dadas as expressões da pressão paralela ao campo para as partículas carregadas (2.66) e não-carregadas eletricamente (2.71), as derivadas com relação ao campo magnético nos levam às magnetizações, respectivamente [49, 50]:

$$\mathcal{M}_{\text{carregadas}} = \frac{P_{\parallel}}{B} - \frac{|q|B^2}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\nu}^{\nu \leq \nu_{\max}} \left[\frac{\nu|q|\bar{m}}{\sqrt{\bar{m}^2 + 2\nu|q|B}} - s\kappa\bar{m}(\nu) \right] \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right), \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{não-carregadas}} = \frac{\kappa}{12\pi^2} \sum_{s=\pm 1} s \left[k_F \mu (\hat{m} + 3s\kappa B) \right. \\ \left. - \mu^3 \left(\arctan \left(\frac{\hat{m}}{k_F} \right) - \frac{\pi}{2} \right) - \hat{m}^2 (2\hat{m} + 3s\kappa B) \ln \left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.75)$$

onde é possível verificar que as expressões acima recaem nas expressões para a magnetização no caso sem momento magnético anômalo, tomando $\kappa \rightarrow 0$ (ver [50]). Para esse caso, a magnetização das partículas não-carregadas será nula.

2.5 Inclusão de Campos Magnéticos na Equação de Estado da Matéria Nuclear

Nesta seção, incluiremos os efeitos de campos magnéticos e momento magnético anômalo das partículas no modelo nuclear, cujo formalismo foi apresentado no Capítulo 1. O caso de um gás de férmions na presença de um campo magnético externo foi abordado nas seções anteriores e, pretendemos agora estender essa análise para um sistema multicomponente de férmions em interação.

Quando tratamos de campos magnéticos intensos, as escalas de energia implicam que a contribuição de momento magnético anômalo tem papel importante na descrição da matéria. Essa estimativa pode ser feita a partir da energia que mede a mudança na condição do equilíbrio e na energia de Fermi dos bárions $|\kappa_n + \kappa_p|B \simeq 1.67 \times 10^{-5} (B/4.414 \times 10^{13}) \text{ MeV}$ [49], onde $\kappa_p = \mu_N(g_p/2 - 1)$ e $\kappa_n = \mu_N g_p/2$ são os momentos magnéticos anômalos dos prótons e nêutrons, escritos em termos do magneton de Bohr μ_N e dos fatores de Landé $g_p = 5.58$ e $g_n = -3.82$. Como a energia de Fermi dos bárions é da ordem MeV , concluímos que para um campo magnético da ordem de 10^{17} G os efeitos do momento magnético anômalo são importantes para o formalismo utilizado para descrever o interior de magnetares.

A inclusão de campos magnéticos no modelo é feita através do termo de interação dos bárions carregados eletricamente com o campo, e do acoplamento com o tensor eletromagnético, modulado pelo momento magnético anômalo:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_b \bar{\psi}_b \left[\gamma_\mu \left(i\partial^\mu + q_{eb}A^\mu + \frac{1}{2}\kappa_b\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - g_{\omega b}\omega^\mu - g_{\phi b}\phi^\mu - \frac{1}{2}g_{\rho b}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\rho}^\mu \right) \right] \\
& \times \left[- \left(m_b - g_{\sigma b}^*\sigma - \frac{1}{2}g_{\delta b}^*\boldsymbol{\delta}\cdot\boldsymbol{\tau} - g_{\sigma^* b}^*\sigma^* \right) \right] \psi_b \\
& + \left(\frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2 \right) + \left(\frac{1}{2}\partial_\mu\sigma^*\partial^\mu\sigma^* - m_{\sigma^*}^2\sigma^{*2} \right) + \left(\frac{1}{2}\partial_\mu\boldsymbol{\delta}\cdot\partial^\mu\boldsymbol{\delta} - m_\delta^2\boldsymbol{\delta}^2 \right) \\
& + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}_{\mu\nu}\cdot\boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + m_\rho^2\boldsymbol{\rho}_\mu\cdot\boldsymbol{\rho}^\mu \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\phi_{\mu\nu}\phi^{\mu\nu} + m_\phi^2\phi_\mu\phi^\mu \right) \\
& + \sum_l \bar{\psi}_l \gamma_\mu (i\partial^\mu + q_{el}A^\mu - m_l) \psi_l - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu},
\end{aligned} \tag{2.76}$$

onde consideramos a versão escalar do formalismo MBF. Acima, ψ é o campo fermiônico que representa bárions e léptons, q_e , m e κ são a carga elétrica, a massa e o momento magnético anômalo das partículas, respectivamente, encontrados da Tabela 1.4. Os tensores $F^{\mu\nu}$ e $\sigma^{\mu\nu}$, correspondem aos tensores eletromagnético e de spin, respectivamente. Os campos mesônicos, igualmente como no capítulo anterior, são responsáveis pelo caráter de interação entre as partículas.

Como já discutido, a presença de um campo magnético externo dá origem à quantização dos níveis de energia para o caso das partículas carregadas. Os efeitos de momento magnético anômalo também são verificados para as partículas neutras, e mostramos que estes afetam diretamente a sua projeção de spin. Para verificarmos os efeitos magnéticos e de momento magnético anômalo na equação de estado do modelo, devemos nos concentrar em como a alteração da densidade lagrangiana (2.76) modifica os resultados obtidos para o formalismo apresentado na Seção 1.4. Seguindo o procedimento análogo ao do Capítulo 1 para a obtenção da equação de estado, podemos verificar que apenas as equações de movimento dos férmions são alteradas:

$$\sum_b \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - q_{eb}\gamma_\mu A^\mu - g_{\omega b}\gamma_0\omega_0 - \frac{1}{2}g_{\rho b}\gamma_0\tau^3\rho_{03} - g_{\phi b}\gamma_0\phi_0 - m_b^* + \frac{1}{2}\kappa_b\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \right] \psi_b = 0, \quad (2.77)$$

$$\sum_l \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - q_{el}\gamma_\mu A^\mu - m_l \right] \psi_l = 0.$$

A teoria de campo médio gera uma equação de movimento para os férmions que pode ser descrita por uma equação de Dirac modificada, análoga à (1.30). Nessa equação, a interação é introduzida por uma massa efetiva dependente dos campos escalares e por um deslocamento no termo cinético devido à presença dos campos vetoriais. A solução dessa equação de movimento mantém a forma da solução de Dirac livre:

$$\psi = \psi(s, \mathbf{k}) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - \epsilon(k)t)}.$$

Para essa solução, apenas o termo de energia é deslocado, analogamente à equação (1.33):

$$\epsilon(k) \equiv \epsilon^\pm(k) = g_\omega\omega_0 + g_\rho I^3 \rho_{03} + g_\phi\phi_0 \pm E^*(k),$$

onde E^* representa a solução de energia que leva em conta efeitos de interação por meio da massa efetiva das partículas.

Assim, podemos escrever a solução acima utilizando os espinores que são solução para o caso magnético sem perda de generalidade. Contudo, como estamos considerando momento magnético anômalo das partículas, devemos ressaltar que as soluções de espinores e energia serão diferentes para partícula carregadas e não-carregadas eletricamente.

A expressão geral calculada para os níveis de energia é dada por:

$$E_s = \pm \sqrt{k_z^2 + (\lambda - s\kappa B)^2}, \quad (2.78)$$

onde k_z é a componente do momentum de Fermi das partículas na direção do campo B . A quantidade λ na expressão acima toma formas diferentes dependendo da carga da partícula:

$$\lambda = \begin{cases} \sqrt{m^2 + k_\nu^2}, & q_e \neq 0, \\ \sqrt{m^2 + k_\perp^2}, & q_e = 0, \end{cases} \quad (2.79)$$

para $k_\nu = \sqrt{2|q_e|B\nu}$ e $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ (ver Apêndice B).

Devido à interação dos bárions, as massas presentes nas expressões acima devem ser utilizadas levando-se em conta as massas efetivas dos bárions, de modo que:

$$m = \begin{cases} m_b^*, & \text{para bárions,} \\ m_l, & \text{para léptons.} \end{cases} \quad (2.80)$$

Os espinores que descrevem as partículas também assumem valores diferentes para partículas carregadas e não-carregadas eletricamente, conforme (Apêndice B):

$$u_l^{(s)} = \frac{1}{\sqrt{2\lambda\alpha_s\beta_s}} \begin{pmatrix} s\alpha_s\beta_s\varphi_\nu(y) \\ -k_z k_\nu \varphi_{\nu-1}(y) \\ s\beta_s k_z \varphi_\nu(y) \\ \alpha_s k_\nu \varphi_{\nu-1}(y) \end{pmatrix}, \quad (q_e \neq 0), \quad u^{(s)} = \frac{1}{\sqrt{2\lambda\alpha_s\beta_s}} \begin{pmatrix} s\alpha_s\beta_s \\ -k_z k_+ \\ s\beta_s k_z \\ \alpha_s k_+ \end{pmatrix}, \quad (q_e = 0), \quad (2.81)$$

onde $\alpha_s \equiv E_s - \kappa B + s\lambda$, $\beta_s \equiv \lambda + sm$, $k_+ \equiv k_x + ik_y$ e as funções φ_ν são polinômios de Hermite, para $\nu = l + \frac{1}{2} - \frac{s}{2} \frac{q_e}{|q_e|}$.

2.5.1 Densidades escalar e bariônica

Usando as definições apresentadas na seção 1.4.3, utilizamos os espinores magnéticos para determinar as densidades bariônica e escalar do sistema, $\rho_b = \langle \psi_b^\dagger \psi_b \rangle$ e $\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle = \langle \psi^\dagger \gamma^0 \psi \rangle$, respectivamente. As expressões acima deixam claro que a única influência dos campos mesônicos na determinação das densidades está incluída implicitamente na massa efetiva dos bárions.

A densidade bariônica mantém a forma calculada na seção anterior para partículas carregadas e não-carregadas:

$$\rho_b = \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{l}^{\nu \leq \nu_{max}} k_{F,z} \quad (q_e \neq 0), \quad (2.82)$$

$$\rho_b = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \left[\frac{k_F}{3} (2k_F^2 - 3s\kappa B \hat{m}) - s\kappa B \mu^2 \left(\arctan \left(\frac{\hat{m}}{k_F} \right) + \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad (q_e = 0),$$

onde $\hat{m} = m - s\kappa B$ e $k_F = \sqrt{\mu^2 - \hat{m}^2}$ é o momentum de Fermi para as partículas não-carregadas. Novamente, enfatizamos que ao tratarmos de bárions, a massa a ser levada em consideração nas quantidades calculadas será a sua respectiva massa efetiva. A densidade bariônica total é calculada a partir da soma sobre a densidade bariônica de cada partícula, atentando para o seu valor de carga elétrica.

Para o caso de partículas eletricamente carregadas, a densidade escalar pode ser diretamente calculada a partir dos espinores (2.28):

$$\rho_s = \frac{1}{V} \int d^3x \langle \bar{\psi} \psi \rangle. \quad (2.83)$$

Utilizando a solução (2.81):

$$\int dy u_s^\dagger(\mathbf{k}) \gamma^0 u_{s'}(\mathbf{k}) = \frac{(\alpha_s^2 - k_z^2)(\beta_s^2 - k_\perp^2)}{2\lambda\alpha_s\beta_s} \delta_{ss'} = 2m \left(1 - \frac{s\kappa B}{\lambda}\right) \delta_{ss'}, \quad (2.84)$$

temos o resultado para a densidade escalar de partículas carregadas ($q_e \neq 0$):

$$\begin{aligned} \rho_s &= \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{l,s} \left(1 - \frac{s\kappa B}{\lambda}\right) \int dk_z \frac{m}{\sqrt{k_z^2 + \bar{m}^2}} \\ &= \frac{m|q|B}{2\pi^2} \sum_{l,s} \left(1 - \frac{s\kappa B}{\lambda}\right) \ln \left(\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + \bar{m}^2}}{\bar{m}} \right). \end{aligned} \quad (2.85)$$

Já para o caso de partículas de carga elétrica nula,

$$u_s^\dagger(\mathbf{k}) \gamma^0 u_{s'}(\mathbf{k}) = \frac{(\alpha_s^2 - k_z^2)(\beta_s^2 - k_\perp^2)}{2\lambda\alpha_s\beta_s} \delta_{ss'} = 2m \left(1 - \frac{s\kappa B}{\lambda}\right) \delta_{ss'}, \quad (2.86)$$

temos:

$$\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle = \sum_s \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \left(1 - \frac{s\kappa B}{\lambda}\right) \frac{m}{\sqrt{k_z^2 + \bar{m}^2}}. \quad (2.87)$$

Em coordenadas cilíndricas, introduzindo a variável $x = \sqrt{k_\perp^2 + \bar{m}^2} - s\kappa B$, temos $x dx = \left(1 - \frac{s\kappa B}{\lambda}\right) k_\perp dk_\perp$. Assim, podemos reescrever a expressão final para a densidade escalar das partículas não-carregadas ($q_e = 0$):

$$\begin{aligned} \rho_s &= \frac{m}{4\pi^2} \sum_s \int_{\bar{m}}^{\sqrt{k_F^2 + \bar{m}^2}} x dx \int_0^{\sqrt{k_F^2 + \bar{m}^2 - x^2}} \frac{dk_z}{\sqrt{k_z^2 + x^2}} \\ &= \frac{m}{4\pi^2} \sum_s \left[k_F \sqrt{k_F^2 + \bar{m}^2} - \bar{m}^2 \ln \left(\frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + \bar{m}^2}}{\bar{m}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.88)$$

Apesar de manterem sua forma, as equações de movimento dos campos mesônicos (1.29) são alteradas indiretamente pela presença dos campos magnéticos e momento magnético anômalo. As densidades bariônicas e escalares presentes nessas equações devem ser substituídas pelas expressões encontradas acima, onde devemos ter atenção ao tomar a soma sobre partículas, observando as expressões corretas para os casos de partículas carregadas e não-carregadas eletricamente.

2.5.2 Equação de estado

Na Seção 1.4.4, vimos que na aproximação de campo médio, o tensor energia-momentum (1.41) apresenta a contribuição dos mésons separada de uma contribuição análoga a de um sistema sem interação, da mesma forma que na equação de Dirac modificada. Essas mesmas contribuições são identificadas nas expressões finais para a equação de estado do modelo, através de uma contribuição mesônica e uma contribuição análoga à de um gás de férmions livres.

Assim, para o caso da presença de um campo magnético externo, podemos considerar que a contribuição cinética da equação de estado será a solução magnética para um gás de férmions livres, discutida em detalhe anteriormente. Sendo assim, podemos escrever uma equação de estado geral:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 + \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 + \frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_0^2 + \sum_{b,l} \varepsilon^{mag} + \frac{B^2}{2}, \\ P_{\parallel} &= -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 - \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 - \frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_0^2 + \sum_{b,l} P_{\parallel}^{mag} - \frac{B^2}{2}, \\ P_{\perp} &= -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma_0^2 - \frac{1}{2}m_\delta^2\delta_3^2 - \frac{1}{2}m_{\sigma^*}^2\sigma_0^{*2} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{2}m_\phi^2\phi_0^2 + \sum_{b,l} P_{\perp}^{mag} + \frac{B^2}{2},\end{aligned}$$

onde os seis primeiros termos das expressões correspondem às contribuições dos campos mesônicos, os termos ε^{mag} , P_{\parallel}^{mag} e P_{\perp}^{mag} são as contribuições cinéticas (contribuições magnéticas da matéria) e os últimos termos correspondem à contribuição puramente magnética.

Ao considerarmos as contribuições cinéticas, que incluem os efeitos de campos magnéticos da matéria, devemos levar em conta a carga elétrica das partículas. Além disso, a soma sobre bárions e léptons na equação de estado implica que devemos fazer uma distinção entre a massa leptônica e a massa efetiva bariônica ao lidarmos com as expressões para partículas carregadas e não-carregadas eletricamente.

Partículas eletricamente carregadas

As contribuições de matéria para a equação de estado, no caso de partículas carregadas, foram calculadas na Seção 2.4.1. Assim, temos:

$$\begin{aligned}\varepsilon^{mag} &= \frac{|q|B}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{l}^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\mu k_{z,F}(\nu) + \bar{m}^2(\nu) \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) \right], \\ P_{\parallel}^{mag} &= \frac{|q|B}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\nu}^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\mu k_{z,F}(\nu) + \bar{m}^2(\nu) \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) \right],\end{aligned}\quad (2.89)$$

$$P_{\perp}^{mag} = \frac{|q|B^2}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\nu}^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\frac{\nu|q|\bar{m}}{\sqrt{\bar{m}^2 + 2\nu|q|B}} - s\kappa\bar{m}(\nu) \right] \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right), \quad (2.90)$$

para $\bar{m} \equiv \sqrt{m^2 + 2|q|B\nu} - s\kappa B$ e potencial químico $\mu = \sqrt{k_{z,F}^2 + \bar{m}^2}$.

Partículas eletricamente não-carregadas

Para as partículas não-carregadas, as contribuições de matéria para a equação de estado foram calculadas na Seção 2.4.2. Assim, para $\hat{m} \equiv m - s\kappa B$ e potencial químico $\mu = \sqrt{k_{z,F}^2 + \hat{m}^2}$, temos:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{mag} = \frac{1}{48\pi^2} \sum_{s=\pm 1} & \left[k_F \mu (6\mu^2 - 3\hat{m}^2 - 4s\kappa B \hat{m}) \right. \\ & \left. - 8s\kappa B \mu^3 \left(\arctan \left(\frac{\hat{m}}{k_F} \right) - \frac{\pi}{2} \right) - \hat{m}^3 (3\hat{m} + 4s\kappa B) \ln \left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.91)$$

$$\begin{aligned} P_{\parallel}^{mag} = \frac{1}{48\pi^2} \sum_{s=\pm 1} & \left[k_F \mu (2\mu^2 - 5\hat{m}^2 - 8s\kappa B \hat{m}) \right. \\ & \left. - 4s\kappa B \mu^3 \left(\arctan \left(\frac{\hat{m}}{k_F} \right) - \frac{\pi}{2} \right) + \hat{m}^3 (3\hat{m} + 4s\kappa B) \ln \left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.92)$$

$$\begin{aligned} P_{\perp}^{mag} = \frac{1}{48\pi^2} \sum_{s=\pm 1} & \left\{ k_F \mu [2\mu^2 - 5\hat{m}^2 - 12s\kappa B \hat{m} - 12(s\kappa B)^2] \right. \\ & \left. - 8s\kappa B \mu^3 + 3\hat{m}^2 (\hat{m} + 2s\kappa B)^2 \ln \left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.93)$$

Por fim, devemos mencionar que a magnetização do sistema mantém a mesma forma apresentada na seção 2.4.3. Seu valor total é calculado a partir da soma sobre as partículas, levando em conta sua carga elétrica, e se sua massa deve ser efetiva ou não.

2.5.3 Campo magnético dependente de densidade

Introduzimos os efeitos de campos magnéticos na equação de estado do modelo, a fim de descrevermos a matéria nuclear no interior de estrelas de nêutrons magnéticas. O maior campo magnético superficial observado nesses objetos até o momento é de $10^{15} G$, embora estime-se que no interior desses objetos sua intensidade seja ainda maior [227].

Assim, buscamos descrever uma distribuição de campo análoga a um dipolo magnético, no qual a intensidade do campo magnético aumenta conforme nos aproximamos

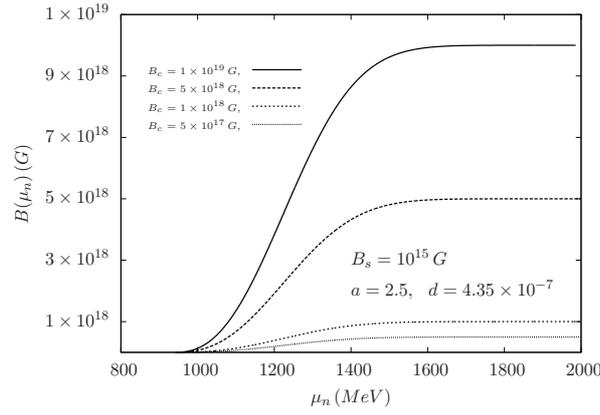


Figura 2.2: Dependência do campo magnético com o potencial químico, para a parametrização: $a = 2.5$, $b = 4.35 \times 10^{-7}$, e campo magnético superficial $B_s = 10^{15} G$.

do centro. Para tanto, supomos um campo magnético que depende do potencial químico (e, conseqüentemente, da densidade), conforme proposto por Bandyopadhyay *et al.* [228, 229]:

$$B(\mu) = B_s + B_c [1 - \exp(-b(\mu_n - 938)^a)], \quad (2.94)$$

onde B_s e B_c representam os campos magnéticos na superfície e no limite máximo de μ_n e os parâmetros a e b determinam a rapidez com que o campo cresce no limite de altas densidades, ou na direção do centro da estrela, quando aplicado a esse caso. A Figura 2.2 mostra o comportamento do campo magnético em função do potencial químico, para o maior valor de campo magnético superficial já observado em um magnetar [58].

Devemos aqui lembrar que o formalismo desenvolvido neste capítulo é feito para um campo magnético constante e uniforme. Contudo, devido à escala microscópica de interação, o campo magnético é aproximado como localmente constante mesmo para o caso de campos magnéticos intensos [49], fazendo com que o formalismo se mantenha válido. Além disso, utilizamos aqui esse perfil de campo magnético apenas como uma forma de analisar fenomenologicamente os efeitos magnéticos no comportamento da matéria nuclear a altas densidades. No Capítulo 4 descreveremos estrelas de nêutrons magnéticas em um formalismo completo que engloba efeitos magnéticos também nas suas estruturas. Para esse caso, utilizaremos um perfil poloidal para os campos magnéticos (também dependentes de densidade) em um cálculo auto-consistente e, então, recalcularemos tais propriedades para esse novo caso.

2.6 Resultados

Nesta seção, apresentamos os resultados para os efeitos de campos magnéticos e momento magnético anômalo para um gás de férmions, onde poderemos identificar os efeitos separadamente para cada tipo de partículas (carregadas e não-carregadas eletricamente). De modo a enfatizar esses efeitos, usaremos um campo magnético constante para a análise do gás de férmions. A seguir, os resultados para o modelo MBF são apresentados, onde teremos um gás de férmions composto por partículas com e sem carga elétrica, sob a ação de um campo magnético dependente de densidade, de modo a analisarmos a fenomenologia de campos magnéticos nesses sistemas. Ressaltamos que os resultados referentes ao gás de férmions em campos magnéticos intensos foram publicados originalmente na referência [50] e foram reproduzidos nessa seção pela autora. Já os resultados para os efeitos de campos magnéticos na equação de estado do formalismo MBF são originais e foram publicados nas referências [60, 144, 230].

2.6.1 Gás de férmions em um campo magnético constante

Apresentamos neste capítulo o formalismo para um gás de férmions relativísticos na presença de campos magnéticos externos, com a motivação de aplicarmos os resultados ao contexto de estrelas de nêutrons. Recentemente, esse tópico foi revisitado em grande detalhe na referência [50], na qual os resultados obtidos nesta seção foram baseados. Mostramos que um gás de férmions na presença de um campo magnético sofre uma anisotropia de pressão, que é verificada através do cálculo direto das contribuições espaciais do tensor energia-momentum.

A presença de um campo magnético transforma a trajetória das partículas em um movimento orbital quantizado no qual os níveis de energia dependem da orientação de spin e carga elétrica das partículas. Para campos magnéticos suficientemente altos, o efeito de anisotropia na pressão é verificado, conforme mostrado na Figura 2.3.

A figura à esquerda em 2.3 mostra a anisotropia de pressão para um gás de prótons (partículas carregadas eletricamente) à temperatura nula, em função da densidade. Podemos verificar que a inclusão de momento magnético anômalo torna a anisotropia de pressão mais pronunciada para as partículas carregadas. Os saltos nas curvas para a pressão se devem ao preenchimento do nível máximo de Landau.

Já no caso de nêutrons (partículas não-carregadas eletricamente), ilustrado à direita da Figura 2.3, é mostrado que na ausência de momento magnético anômalo, a anisotropia de pressão desaparece. Esse resultado é evidente, pois como as partículas têm carga elétrica nula, os efeitos de campos magnéticos são oriundos exclusivamente do momento magnético

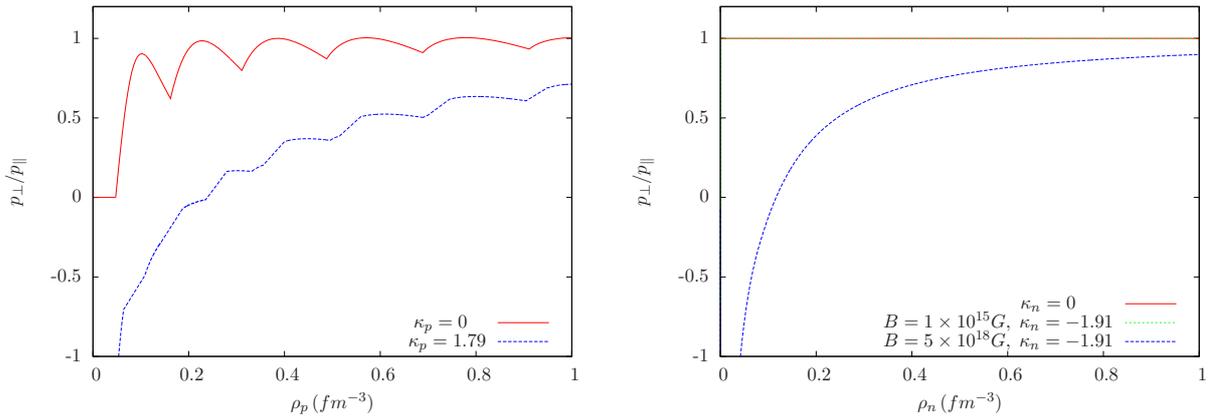


Figura 2.3: Razão entre as pressões perpendicular e paralela para um gás de férmions em função da densidade de partículas com e sem contribuição de momento magnético anômalo. A figura à esquerda ilustra o caso de partículas carregadas (prótons) para um campo magnético constante de intensidade 5×10^{18} G. A figura à direita mostra o caso de partículas não-carregadas (nêutrons) para diferentes valores de campo magnético (constante), indicados na figura.

anômalo e, em sua ausência, o resultado recai no caso não-magnético isotrópico. A figura ainda mostra que para o caso de campos magnéticos menos intensos ($B = 5 \times 10^{15}$ G), mesmo os efeitos de momento magnético anômalo podem ser desprezados, recai no caso não-magnético isotrópico.

A Figura 2.4 ilustra os efeitos da quantização de Landau para campos magnéticos intensos na equação de estado de gases de prótons e nêutrons. Em particular, a figura à direita, para um gás de nêutrons, ilustra a comparação entre o caso não-magnético, no qual a equação de estado é isotrópica, e o caso com momento magnético anômalo. Para ambos casos, verifica-se que a anisotropia de pressão torna a contribuição da pressão paralela ao campo magnético mais rígida em relação à contribuição da pressão perpendicular ao campo magnético.

Vimos anteriormente que os níveis de energia dependem do spin e da carga elétrica das partículas. Essa dependência faz com que uma determinada projeção de spin seja favorecida, de modo a minimizar a energia do sistema. Verificamos esse efeito para o caso de prótons e nêutrons, na Figura 2.5, onde mostramos as populações de partículas para cada projeção de spin. Para compreender melhor essas figuras, é preciso analisar os casos de partículas eletricamente carregadas e não-carregadas separadamente.

Ao longo do capítulo, vimos que a expressão geral para os níveis de energia é dada por $E_s = \sqrt{k_z^2 + (\lambda - s\kappa B)^2}$, onde λ é uma quantidade dependente das componentes perpendiculares de momentum. Para o caso de partículas carregadas, λ será dependente dos

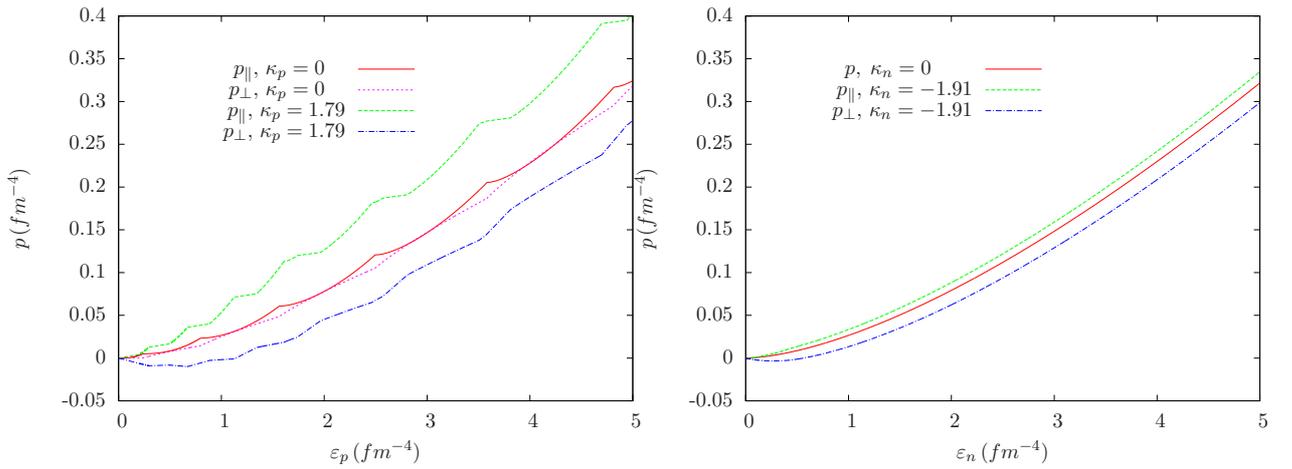


Figura 2.4: Equação de estado para um gás de férmions, para um campo magnético externo constante de $B = 5 \times 10^{18} \text{ G}$ com e sem momento magnético anômalo. O eixo vertical apresenta as componentes de pressão e o eixo horizontal a densidade de energia. As figuras à esquerda e à direita mostram os casos de partículas carregadas (prótons) e não-carregadas (nêutrons), respectivamente.

níveis de Landau. Porém, quando buscamos minimizar a energia do sistema, devemos nos ater ao termo $s\kappa B$, que evidencia que a dependência de orientação de spin e de momento magnético anômalo são importantes.

A figura à esquerda em 2.5, para um gás de prótons, mostra que a projeção de partículas de spin positivo é favorecida, uma vez que κ_p é positivo e uma maior quantidade de partículas de spin negativo aumentaria a energia do sistema. Um resultado análogo é verificado na figura à esquerda, para um gás de nêutrons onde, usando a mesma lógica, verificamos que como κ_n é negativo, a projeção de spin negativo é favorecida.

O desbalanceamento entre a população de partículas com spins diferentes gera uma polarização no gás, responsável pelo surgimento da anisotropia de pressão e magnetização do sistema. A magnetização para um gás de prótons é mostrada à esquerda da Figura 2.6 e à direita para um gás de nêutrons. Para o caso de partículas eletricamente carregadas, mostramos que a magnetização cresce lentamente em função da densidade na ausência de momento magnético anômalo, devido a um menor desbalanceamento de projeções de spin, oriundo apenas da quantização de Landau. O comportamento oscilatório deve-se ao preenchimento dos níveis de energia quantizados, similar ao efeito Haas-van Alphen.

A inclusão do momento magnético anômalo faz com que a magnetização cresça com a densidade. A interpretação desse fenômeno pode ser feita a partir do fato de que conforme a densidade aumenta, uma maior quantidade de partículas de momento magnético alinhado ao campo está disponível, além de um maior desbalanceamento de projeções de spin, o que

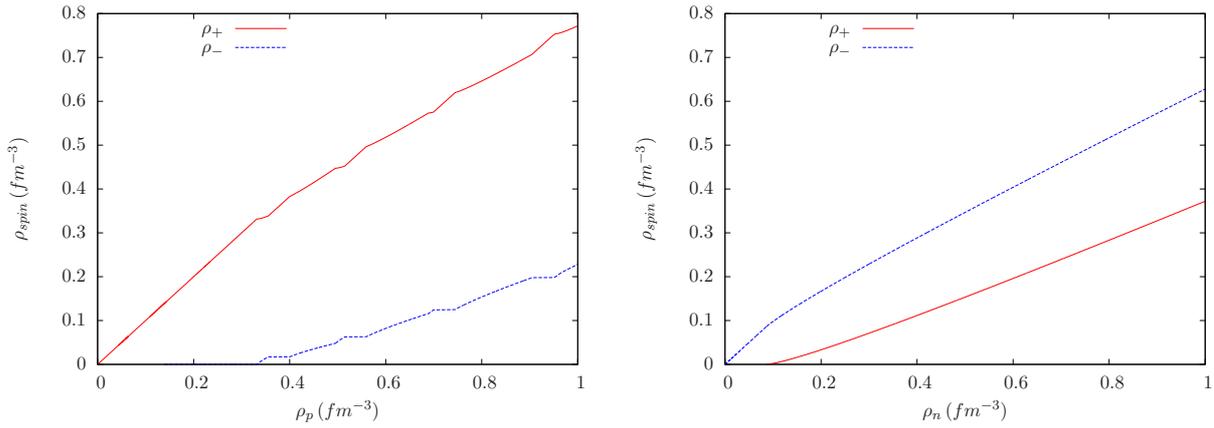


Figura 2.5: População de partículas por projeção de spin para um gás de férmions. O eixo vertical mostra a densidade de partículas para uma determinada projeção de spin, e o eixo horizontal a densidade de partículas. Os resultados incluem o momento magnético anômalo e são apresentados à esquerda para um gás de prótons e à direita para um gás de nêutrons.

umenta a anisotropia de pressão.

Podemos identificar para o caso dos prótons (esquerda) na Figura 2.6 dois pequenos picos em cada pico nas curvas da magnetização que incluem o momento magnético anômalo. Conforme já mencionado, essas descontinuidades devem-se ao preenchimento do nível máximo de Landau e, para o caso de consideramos o momento magnético anômalo, cada uma das projeções de spin terá um limite distinto [50]. O caso de partículas eletricamente não-carregadas, ilustrado à direita na Figura 2.6, também apresenta um crescimento da magnetização em função da densidade, pois os efeitos magnéticos são oriundos apenas do momento magnético anômalo. Para esse caso, oscilações não são identificadas pois não ocorre quantização de Landau para partículas não-carregadas.

2.6.2 Campo magnético variável na EoS da matéria nuclear

A análise dos resultados apresentada para um gás de férmions foi feita para gases compostos por apenas um tipo de partícula fermiônica. A seguir, apresentamos a análise para um sistema multicomponente interagente sob os efeitos de campos magnéticos e momento magnético anômalo. Por fim, ressaltamos que os cálculos obtidos nesse capítulo podem ser generalizados de modo a se verificar os efeitos de temperatura, que são de grande importância para o estudo dos estágios iniciais de estrelas de nêutrons.

As Figuras 2.7 e 2.8 mostram a dependência da equação de estado do modelo MBF com o campo magnético e o momento magnético anômalo das partículas, para campos magnéticos centrais de $B_c = 5 \times 10^{18}$ G. Tanto para a pressão perpendicular ao campo

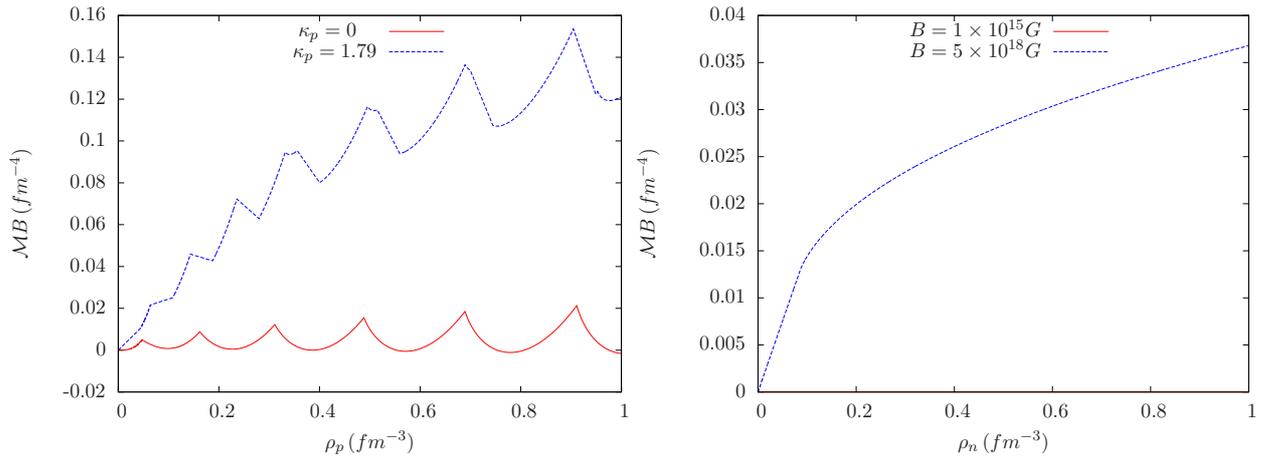


Figura 2.6: Magnetização para um gás de férmions à temperatura nula, na presença de um campo magnético externo constante, com e sem momento magnético anômalo. O eixo vertical mostra o produto da magnetização pelo campo magnético e o eixo horizontal, a densidade de partículas. A figura à esquerda ilustra o caso de prótons, para um campo magnético constante de intensidade $5 \times 10^{18} \text{ G}$. A figura à direita mostra o caso de nêutrons para diferentes valores de campo magnético (constante), indicados na figura. Para campos magnéticos menos intensos, a magnetização é essencialmente nula.

(Figura 2.7) quanto para a pressão paralela ao campo (Figura 2.8), identificamos que os efeitos de campos magnéticos não afetam a equação de estado para baixas densidades. As contribuições magnéticas tornam-se significativas apenas no limite em que as contribuições puramente magnéticas presentes na equação de estado total passam a ser dominantes frente às contribuições de matéria. Isso pode ser facilmente observado pela diminuição do valor da pressão paralela total frente à sua contribuição de matéria, uma vez que o termo puramente magnético para essa componente é dado por $-B^2/2$. Verificamos ainda que a inclusão do momento magnético anômalo também apresenta uma fraca influência no enrijecimento da equação de estado que só é verificado para altas densidades, conforme já havia sido apontado na referência [231].

A população de partículas do modelo é mostrada nas Figuras 2.9, para o caso não-magnético (esquerda) e para o caso com um campo magnético central de $B_c = 5 \times 10^{18} \text{ G}$ (direita). A introdução de campos magnéticos no modelo modifica a quantidade de partículas carregadas eletricamente, bem como faz com que a população de híperons seja sutilmente deslocada para altas densidades. Verificamos saliências para as curvas de população para o caso magnético, provenientes do preenchimento dos níveis de Landau. Conforme é possível verificar nas figuras, essas saliências apenas aparecem para as curvas de partículas carregadas, uma vez que o momento magnético anômalo das partículas não é levado em conta nessa

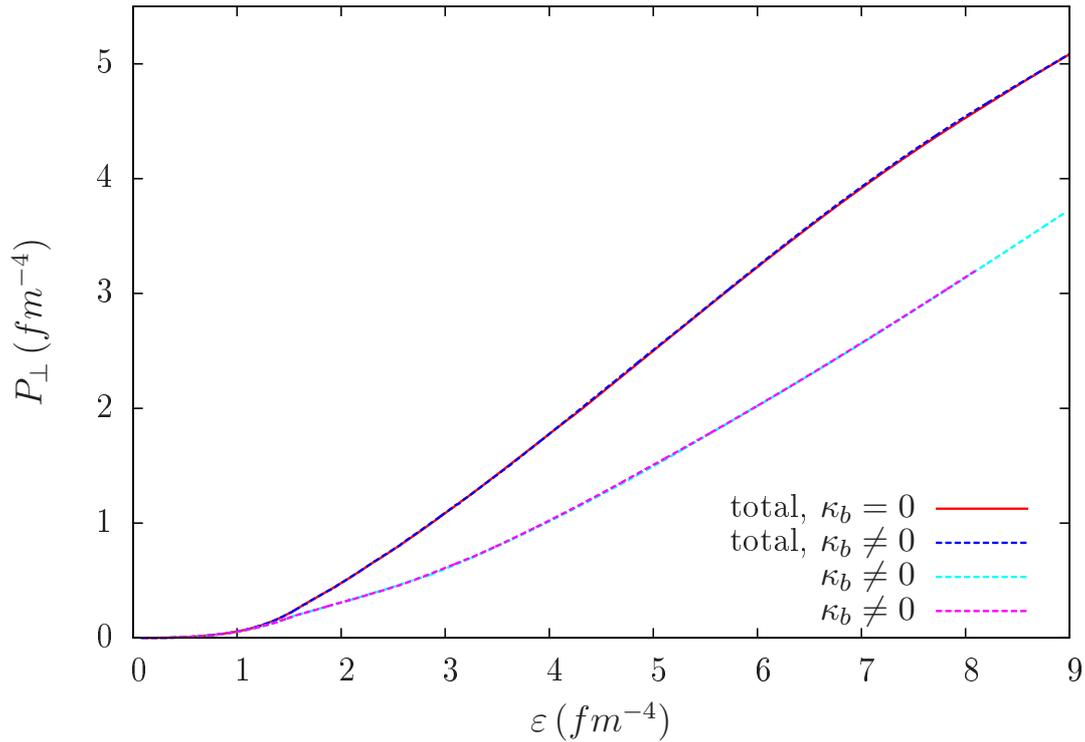


Figura 2.7: Efeitos magnéticos na equação de estado do modelo MBF para $\zeta = 0.040$, e campo magnético central de intensidade $B_c = 5 \times 10^{18}$ G. A pressão perpendicular (eixo vertical) em função da densidade de energia (eixo horizontal) é apresentada para o caso da equação de estado total e apenas para as contribuições de matéria, bem como os efeitos de campo magnético e momento magnético anômalo, conforme indicado.

análise, dada a sua pequena influência na equação de estado.

Por fim, na Figura 2.10 mostramos a dependência da fração de estranheza, apresentada no Capítulo 1, em função do campo magnético (e densidade) e do momento magnético anômalo. As linhas pontilhadas indicam a presença de campos magnéticos com e sem a inclusão do momento magnético anômalo, onde podemos identificar uma supressão da fração de híperons no sistema com o valor do campo magnético. Conforme o campo magnético aumenta com a densidade, a energia de Fermi das partículas é afetada, fazendo com que mais energia seja necessária para criar um novo grau de liberdade com estranheza não nula no sistema. Esse limiar também é afetado pelo momento magnético anômalo das partículas, incluindo as eletricamente não-carregadas, conforme calculado para as suas energias de Fermi anteriormente nesse capítulo. Assim, apesar de seu efeito pequeno, verificamos que o momento magnético anômalo também atua como um supressor da população de híperons na matéria nuclear a altas densidades.

Finalmente, devemos mencionar que o comportamento da matéria nuclear a altas den-

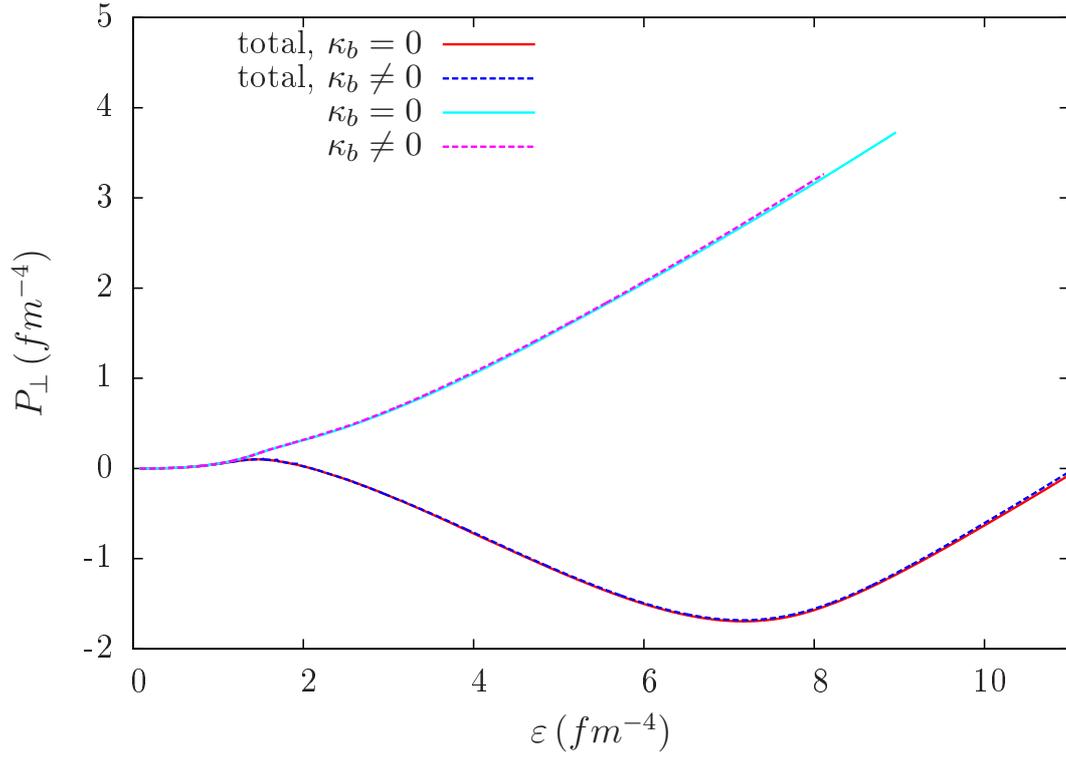


Figura 2.8: Mesmo que a Figura 2.7, mas para a pressão paralela no eixo vertical.

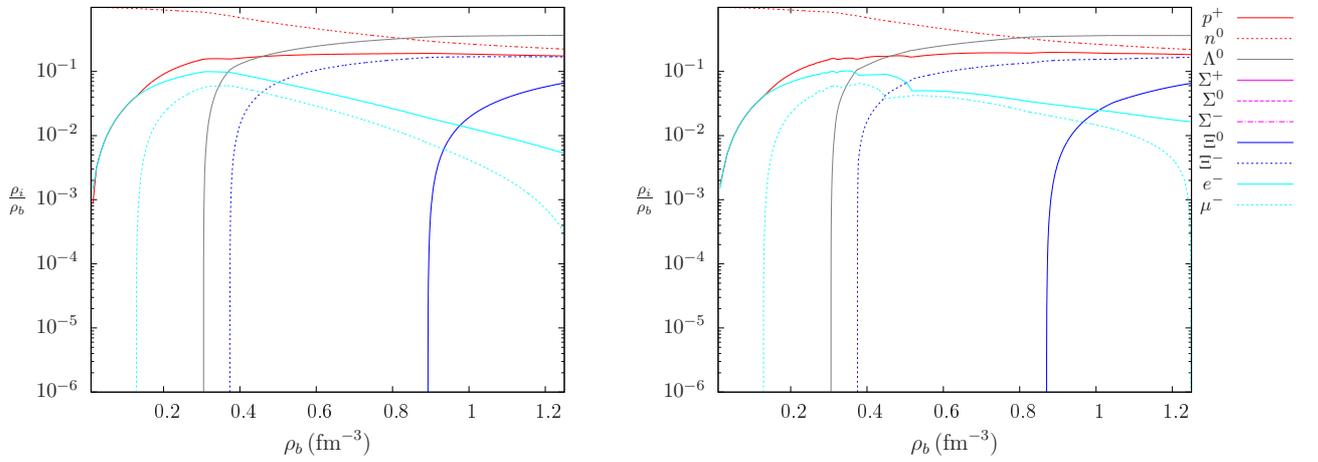


Figura 2.9: Fração de partículas normalizadas pela densidade bariônica, para a parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF. O painel à esquerda mostra o caso não magnético e à direita, o caso de um campo magnético variável para um campo magnético central de $B_c = 5 \times 10^{18}$ G.

sidades é fortemente dependente de modelos. A inclusão de campos magnéticos na matéria hadrônica introduz novos efeitos a serem investigados e, assim como no caso não-magnético, também será dependente das parametrizações escolhidas para o modelo nuclear, da escolha

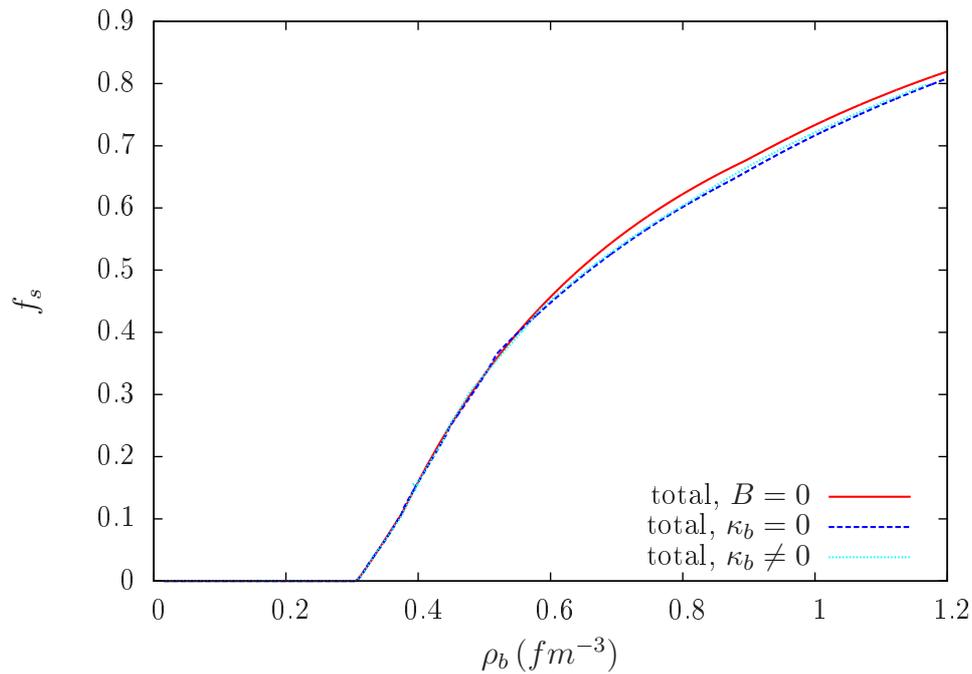


Figura 2.10: Fração de híperons em função da densidade, para os casos não-magnético, e magnético com $B_c = 5 \times 10^{18}$ G e considerando efeitos do momento magnético anômalo das partículas.

de acoplamentos de híperons e da forma escolhida para o campo variar no interior das estrelas. Nos próximos capítulos, iremos apresentar a teoria que descreve estrelas de nêutrons magnéticas e não-magnéticas no contexto da Relatividade Geral, mostrando como a equação de estado da matéria nuclear é introduzida nesse formalismo e seus efeitos nas propriedades globais dessas estrelas.

Capítulo 3

Estrelas de Nêutrons

Estrelas de nêutrons são objetos compactos que, juntamente com anãs brancas e buracos negros, constituem os possíveis estágios evolutivos finais das estrelas. Devido às suas características de extrema densidade e gravidade, estudar esses objetos corresponde a testar os limites da física. O tópico de estrelas compactas possui um caráter interdisciplinar muito vasto pois, como veremos, engloba conhecimentos das diversas áreas de física, como física nuclear e de partículas, relatividade geral, termodinâmica, mecânica estatística, mecânica quântica, eletromagnetismo, etc.

O desconhecimento da equação de estado da matéria nuclear a altas densidades faz com que o conteúdo de matéria no interior desses objetos seja um tópico em aberto na área de astrofísica nuclear. Estrelas de nêutrons possuem um regime de densidades propício para o surgimento de partículas exóticas, as quais não estão presentes na matéria usual (na Terra), bem como outras fases da matéria hadrônica. Além disso, conforme iremos apresentar adiante, algumas estrelas de nêutrons apresentam taxas de rotação imensas e os campos magnéticos mais intensos do universo¹, o que faz com que esses objetos possam ser pensados como laboratórios para o estudo da matéria nuclear e da relatividade geral.

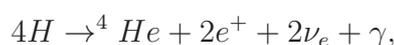
Este capítulo tem por objetivo apresentar uma visão geral sobre estrelas de nêutrons. Iniciamos com uma breve revisão de evolução estelar, apresentando todo o processo que dá origem às estrelas de nêutrons. A seguir, apresentamos um histórico do desenvolvimento do que era o conceito de estrelas de nêutrons no início do século XX, até a observação de pulsares nos dias atuais, bem como as características gerais desses objetos, baseadas em estimativas teóricas e dados observacionais. Por fim, discutimos a teoria de estrelas de nêutrons e as condições de equilíbrio hidrostático e estabilidade que são necessárias para construirmos um modelo teórico para esses objetos.

¹Aqui não estamos considerando os campos magnéticos presentes na formação do universo.

3.1 Evolução Estelar

Existem diversos tipos de estrelas no universo, apresentando um grande intervalo de massas, raios, temperaturas (cores) e luminosidades. São as massas iniciais das estrelas que determinam o seu tempo de evolução, bem como seu estágio final. Contudo, independente de suas propriedades, todas as estrelas passam o mais longo estágio das suas vidas convertendo hidrogênio em hélio em seus núcleos, na fase chamada *sequência principal*. A conversão de hidrogênio em hélio se dá via fusão nuclear, processo o qual gera energia suficiente para contrabalançar a gravidade da estrela e estabelecer o *equilíbrio hidrostático*.

A fusão de hidrogênio em hélio ocorre quando a temperatura do núcleo da estrela atinge aproximadamente 10 *milhões* de K. Os principais processos de queima de hidrogênio se dão através dos ciclos próton-próton e CNO, sendo seu resultado total:



no qual quatro núcleos de hidrogênio se transmutam em um núcleo de hélio, gerando dois pósitrons, dois neutrinos do elétron e radiação [117, 225].

Esse processo, para uma estrela de massa similar à do sol, dura cerca de *dez bilhões* de anos e, conforme o hidrogênio que serve de combustível nuclear é esgotado, a estrela não é mais capaz de prevenir seu colapso gravitacional, passando a se contrair. Essa contração tem o efeito de aumentar a temperatura do núcleo da estrela e, quando este alcança a temperatura de cerca de 100 *milhões* de K, a queima de hélio no núcleo passa a ser possível. A principal reação nuclear envolvida na queima de hélio é o ciclo *triplo α* , no qual três núcleos de hélio (partículas α) são fundidas em um núcleo de carbono. O aumento na pressão tem, ainda, o efeito de aumentar dramaticamente o raio da estrela, no que caracteriza o início de um novo estágio da vida das estrelas como uma *gigante vermelha*, ou *supergigante vermelha*, dependendo da massa da estrela progenitora. Nessa fase, as estrelas são caracterizadas por suas altas luminosidades e baixas temperaturas superficiais (cor vermelha).

Para estrelas massivas, quando o hélio é exaurido no núcleo da estrela, este se contrai, aumentando a temperatura central e iniciando a queima de carbono, em novos processos de fusão. Esses processos continuam a ocorrer, fazendo com que o colapso seja prevenido pela energia liberada na queima de elementos cada vez mais pesados.

Como consequência, as estrelas acabam tendo uma estrutura interna de camadas, com núcleos atômicos mais pesados conforme se aproxima do núcleo. A queima de elementos acaba quando núcleos atômicos de ferro e níquel são formados no núcleo das estrelas, continuando a queima dos elementos mais leves em suas camadas externas. Como o ferro é o núcleo atômico mais estável, o seu processo de fusão em elementos mais pesados não é capaz

de gerar energia para suportar o colapso² que, em última análise, irá dar origem à explosão de uma supernova. Na Tabela 3.1, estimativas para o tempo, temperatura e densidades para a queima dos elementos no núcleo das estrelas são apresentadas.

Quando cessa o combustível nuclear, a estrela evoluirá para seu estágio final, que corresponde a um objeto compacto. Conforme ilustrado na Figura 3.1, existem três possibilidades de evolução final para uma estrela e o principal fator determinante é a massa inicial [225]:

1. **Estrelas de baixa massa inicial** (entre aproximadamente $0.08 - 10 M_{\odot}$): essas estrelas queimam elementos até o carbono no seu interior. Quando a energia liberada na fusão não é o suficiente para prevenir o colapso, o núcleo da estrela é contraído até que os elétrons livres no núcleo tornam-se degenerados, prevenindo o colapso através de sua pressão de degenerescência. A pressão gerada devido a contração do núcleo ejeta suavemente seu envelope de hidrogênio em um evento conhecido como *nebulosa planetária*, e deixando como remanescente um objeto que será uma *anã branca*. Essa etapa evolutiva corresponde ao estágio final de cerca de 98% das estrelas;
2. **Estrelas de massa inicial intermediária** (entre aproximadamente $10 - 25 M_{\odot}$): essas estrelas queimam elementos até o ferro em seu interior. Quando o colapso inicia, o núcleo da estrela se contrai até altíssimas densidades, quando prótons e nêutrons não se encontram mais confinados no interior de núcleos atômicos. Veremos a seguir, que é a pressão de degenerescência dos nêutrons juntamente com a repulsão nuclear que irá prevenir o colapso e, a onda de choque gerada nesse processo desencadeará o evento de explosão da supernova, deixando como remanescente uma *estrela de nêutrons*;
3. **Estrelas de alta massa inicial** (entre aproximadamente $25 - 100 M_{\odot}$): essas estrelas também queimam elementos até o ferro em seu interior. Se o núcleo de ferro for muito massivo a ponto de a pressão gravitacional exceder a pressão de degenerescência dos nêutrons e a repulsão nuclear, a estrela não é capaz de prevenir o colapso gravitacional, explodindo em um evento de supernova. O objeto compacto remanescente será um *buraco negro*.

²A fusão de elementos mais pesados que ${}^{56}\text{Fe}$ é um processo endotérmico e, conseqüentemente, extrai energia do sistema.



Figura 3.1: Esquema das possíveis evoluções finais de uma estrela (figura fora de escala). Figura adaptada da referência [1]

3.1.1 Formação e composição de estrelas de nêutrons

Nesta seção, veremos como estrelas de nêutrons são formadas a partir de explosões de supernovas, bem como a composição destes objetos compactos. Quando a energia termonuclear gerada no núcleo da estrela progenitora não é mais capaz de conter o colapso gravitacional, este tem início fazendo com que as suas camadas mais externas, com o equivalente a $10 M_{\odot}$, desabem sobre o seu núcleo. O núcleo de ^{56}Fe sofre uma imensa compressão e, após uma série de processos, esse evento terá transformado um objeto com cerca de 200 milhões de km de raio³ em uma estrela de nêutrons de cerca de 10 km de raio.

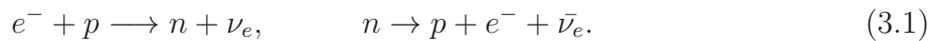
No início do colapso, a gravidade irá comprimir o núcleo até o ponto em que os elétrons livres se tornam degenerados. Isso significa que os elétrons se tornam tão comprimidos no núcleo da estrela que não será mais sua energia térmica que irá contrabalançar a gravidade, mas sua energia de Fermi, oriunda do princípio da exclusão de Pauli. Contudo, quando

³Estrelas no estágio de super gigantes vermelhas têm massas de $8 - 12 M_{\odot}$ e raios de $30 - 500 \times R_{\odot}$. O raio do Sol é de 700 mil km.

Tabela 3.1: Estimativas das características de cada reação de fusão no interior de estrelas.

Reação	Densidade (g/cm ³)	Temperatura (K)	Tempo
$H \rightarrow He$	10	10^7	7×10^6 anos
$He \rightarrow C$	2×10^3	10^8	7×10^5 anos
$C \rightarrow O$	10^6	1×10^9	600 anos
$O \rightarrow Si$	10^7	2×10^9	6 meses
$Si \rightarrow Fe$	10^8	2.5×10^9	1 dia
colapso da estrela	10^{15}	1×10^{11}	1 – 4 segundos

o núcleo da estrela excede o limite de massa de Chandrasekhar⁴, se inicia uma nova fase do colapso; a temperatura e a densidade no núcleo da estrela aumentam dramaticamente, produzindo raios gama altamente energéticos (fótons) que originam processos de fotodesintegração de núcleos de ferro e outros elementos em núcleos de hélio, prótons e nêutrons. O excesso de nêutrons nos núcleos é gerado devido ao fato de que, para altas densidades, as partículas presentes são degeneradas. Nessas densidades, os elétrons degenerados induzem o decaimento β inverso, colidindo com um próton e formando um nêutron e um neutrino do elétron, conforme:



Como os elétrons gerados na segunda reação devem possuir energia menor que a dos elétrons originais, um processo subsequente de decaimento β não poderá ocorrer, pois todos os níveis de energia estarão ocupados. Dessa forma, prótons serão convertidos em nêutrons em núcleos que possuem uma repulsão coulombiana menor, tornando a formação de núcleos mais pesados possível [117]. Além do aumento da fração de nêutrons no núcleo da estrela, uma enorme quantidade de neutrinos é liberada e, por estas serem partículas pouco interagentes, irão carregar uma grande parte da energia produzida no núcleo para as camadas mais externas da estrela, fazendo com que este esfrie.

Ao longo desse processo, a densidade do núcleo da estrela aumenta até atingir a densidade de 4×10^{14} g/cm³, na qual ocorre o fenômeno de *neutron drip* [232]. A partir desta densidade, os nêutrons escapam dos núcleos atômicos, deixando de estar confinados em uma estrutura nuclear, passando a estar em equilíbrio com os elétrons no interior da

⁴O limite de massa de Chandrasekhar corresponde à maior massa que um gás de elétrons degenerados relativísticos pode suportar, sendo calculado como $1.44 M_{\odot}$. Nem mesmo a pressão de degenerescência dos elétrons é capaz de prevenir o colapso gravitacional

estrela. Para densidades ainda maiores, a estrela será composta por um gás de prótons, elétrons e nêutrons, em um objeto de cerca de $1.4 M_{\odot}$ e raio de cerca de 10 km (Figura 3.2). Finalmente, quando a densidade é da ordem de $\rho \sim 10^{15} \text{ g/cm}^3$, é mais energeticamente favorável para o sistema que surjam partículas exóticas no sistema ou mesmo novas fases da matéria. Nessas densidades o caráter repulsivo da interação nuclear é dominante e irá desacelerar o colapso, até o ponto em que o equilíbrio hidrostático é reestabelecido no núcleo da estrela, que terá como remanescente uma *proto-estrela de nêutrons*.

Voltemos agora nossa atenção para o que acontece nas camadas externas da estrela quando o colapso é interrompido. No momento em que o equilíbrio hidrostático é reestabelecido no núcleo da estrela, a matéria que chega sobre o núcleo tomba contra ele, gerando uma onda de choque que se propaga do centro para as camadas externas. O exato processo que dá origem à explosão da supernova é um tópico em aberto na astrofísica, contudo, acredita-se que a onda de choque de matéria juntamente com a propagação dos neutrinos oriundos do centro da estrela, conduzem colisões que geram uma quantidade imensa de energia ($K \sim 10^{51} \text{ erg}$, $E_{\nu} \sim 10^{53} \text{ erg}$), dando origem à explosão⁵. Durante a explosão, numerosas reações de fusão e de fissão parcial dão origem a todos os isótopos mais pesados que o ferro encontrados no universo (como o chumbo, o ouro, a platina, o urânio, etc.). A massa total da estrela tem um papel crítico na natureza dos elementos formados, devido à quantidade de nêutrons, produzidos pelas desintegrações secundárias, necessária para que essas fusões ocorram.

Durante o colapso, a matéria é tão densa, que apenas os neutrinos são capazes de escapar, devido à sua baixa taxa de interação. O remanescente será um objeto cuja temperatura é da ordem de 10 bilhões de graus K que irá liberar um nova fração de neutrinos em um intervalo de 10 segundos, de modo a estabelecer sua estabilidade. O remanescente passa a ser chamado de *estrela de nêutrons*, apresentando uma temperatura da ordem de 1 milhão de graus K, que é uma temperatura muito baixa em comparação à escala de energia das partículas presentes em seu interior. Assim, estrelas de nêutrons são objetos que mantêm seu equilíbrio hidrostático essencialmente através da pressão de degenerescência e da repulsão nuclear entre os nêutrons.

Devido ao desconhecimento da equação de estado da matéria nuclear, a composição das estrelas de nêutrons, principalmente na região de mais altas densidades, ainda é um tópico em aberto. Segundo os modelos correntes, a crosta de estrelas de nêutrons é associada a densidades de $10^4 - 4 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3$ [233] e uma região de $1 - 2 \text{ km}$. Nessa região encontram-se

⁵Supernovas emitem uma quantidade de luz equivalente a de uma galáxia inteira durante sua explosão ($L \sim 10^{42} \text{ erg/s}$). Isso significa que a explosão de uma única estrela tem a luminosidade da cerca de um *bilhão* de estrelas.

um gás de elétrons livres e núcleos atômicos. Para baixas densidades, os núcleons se arranjam em núcleos de ^{56}Fe , que encontram-se em uma rede cristalina (para mais informações sobre a crosta, ver [234, 235]). Para uma densidade de $\sim 10^6\text{g/cm}^3$ os núcleos de ^{62}Ni passam a ser os mais estáveis e, conforme a densidade do sistema aumenta, uma rede coulombiana complexa é formada, gerando núcleos com um excesso de nêutrons cada vez maior. Esses núcleos, que seriam instáveis a densidades terrestres, são estáveis devido às altas pressões presentes no interior de estrelas de nêutrons.

Como existem diversas possíveis composições que esses objetos podem ter, existe uma nomenclatura na área para especificar o modelo de estrela que está sendo levado em conta. A Figura 3.2 (referência [2]) mostra que as camadas mais externas desses objetos são populadas por núcleos pesados e matéria superfluida, enquanto as diferentes possíveis composições internas são denotadas pela nomenclatura:

- **Estrelas de núcleons:** compostas exclusivamente por núcleons (prótons e nêutrons), elétrons e múons [59, 145, 236];
- **Estrelas de nêutrons com píons:** compostas por núcleons (prótons e nêutrons), elétrons e múons e um núcleo composto por um condensado de píons [237, 238];
- **Estrelas de nêutrons com káons:** estrelas compostas por núcleons, elétrons e múons e um núcleo composto por um condensado de káons [239–247];
- **Estrelas de híperons:** compostas por prótons, nêutrons, híperons, elétrons e múons [16, 60, 145, 190, 193, 194, 230, 248];
- **Estrelas híbridas:** compostas por núcleons, híperons, elétrons e múons e um núcleo composto por matéria de quarks (quarks u , d e s desconfiados) [119, 142, 249–255];
- **Estrelas estranhas:** estrelas compostas exclusivamente por matéria de quarks estranha, no qual a matéria de quarks corresponde ao estado mais estável da matéria. Geralmente esse estudo envolve assumir que a matéria é supercondutora de cor [39, 220, 256–264].

Das possíveis composições das estrelas, vemos que diferentes fases da QCD podem ser constituintes de estrelas de nêutrons. Isso significa que esses objetos apresentam condições, impossíveis de ser reproduzidas em laboratórios terrestres, para o surgimento de novos estados da matéria em seu interior. Esse aspecto evidencia mais uma vez a interdisciplinaridade da área e a importância do estudo da composição desses objetos. Na próxima seção, abordaremos o histórico teórico e observacional dos objetos que hoje são classificados como estrelas de nêutrons.

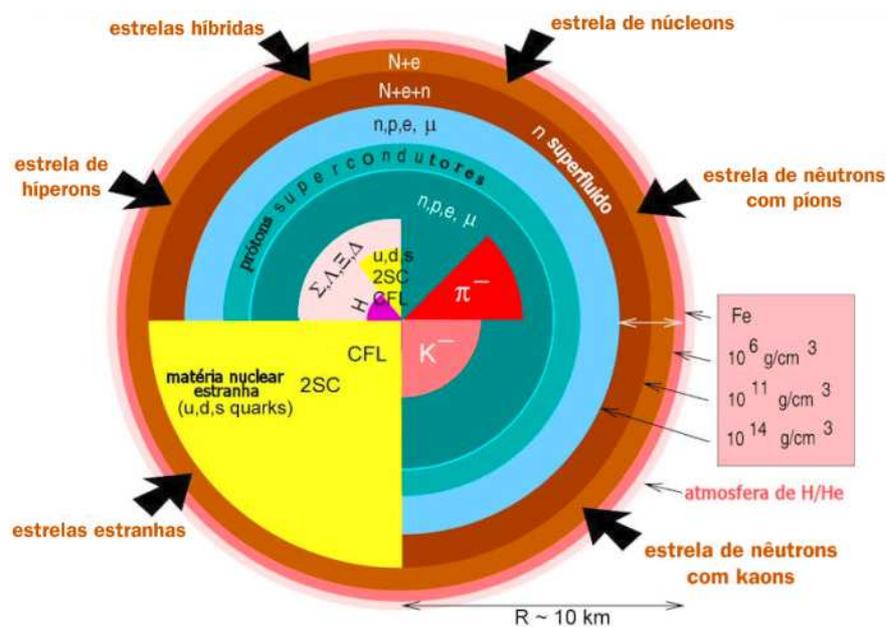


Figura 3.2: Esquema das possíveis estruturas internas para uma estrela de nêutrons. Adaptado da referência [2].

3.2 Histórico sobre Estrelas de Nêutrons

Estrelas de nêutrons são objetos extremamente compactos que contém cerca de $1.4 M_{\odot}$ em um raio de aproximadamente 10 km. Sendo assim, é necessário um formalismo quântico-relativístico, que foram teorias desenvolvidas apenas no início do século XX, para descrever o comportamento da matéria no interior desses objetos e suas propriedades globais. Na primeira década do séc. XX, Planck propõe a hipótese da quantização da energia e, nessa mesma década, Einstein inicia o desenvolvimento da teoria da relatividade, que culmina na *Teoria da Relatividade Geral*, publicada em 1915. Nessa mesma década, a descoberta do núcleo atômico por Rutherford, em 1911, faz com que o conceito de modelo atômico comece a sofrer mudanças, sendo o modelo de Bohr proposto em 1913.

Na década seguinte, novos avanços são feitos no desenvolvimento da teoria quântica, como o surgimento dos conceito da *dualidade onda-partícula* de de Broglie (1923), do *princípio da exclusão de Pauli* (1925) e o desenvolvimento da *estatística de Fermi-Dirac* (1926). É nessa década que surgem as teorias de Eddington para a descrição de estrelas, e o conceito de objetos no qual a *pressão de degenerescência* é capaz de conter o colapso gravitacional [265], no que daria origem à ideia do *limite de massa de Chandrasekhar* [?]. Pode-se

dizer que o histórico das estrelas de nêutrons começou no início da década de 30, com a descoberta do nêutron, em 1932, por James Chadwick [266] e com a concepção, desenvolvida por Lev Landau [267] mesmo antes da descoberta do nêutron, de um objeto celeste extremamente compacto, composto de partículas neutras, no qual os núcleos atômicos estariam tão próximos que praticamente formariam um núcleo atômico gigante. Diz-se que Landau antecipou tal idéia pois, apesar de seu artigo ter sido publicado em 1932, sua idéia de tais objetos já havia sido desenvolvida um ano antes da descoberta do nêutron.

Dois anos após a descoberta do nêutron, em 1934, Walter Baade e Fritz Zwicky propõem que explosões de supernovas são a transição de uma estrela comum para um objeto extremamente compacto composto por nêutrons [268]. Ainda em 1934, Baade e Zwicky publicaram mais hipóteses acerca dessas estrelas de nêutrons, apontando que estas deveriam ser objetos com densidades extremamente altas, podendo em alguns casos exceder a densidade da matéria nuclear e que seu raio deveria ser muito pequeno, sendo objetos de difícil detecção.

Já ao final da década de 30, em 1939, Richard Chase Tolman [18] e Julius Robert Oppenheimer & George Michael Volkoff [19], derivam independentemente as equações de equilíbrio hidrostático para uma estrela esfericamente simétrica no âmbito da relatividade geral. Conforme já discutido, os efeitos da relatividade geral para a determinação das propriedades globais de estrelas de nêutrons são extremamente importantes devido à altíssima gravidade presente nesses objetos.

As equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) determinam a massa máxima que uma estrela estável e estática pode ter dada uma equação de estado que descreva a matéria em seu interior. A partir de uma equação de estado extremamente simplificada, foi obtido o *limite de massa de Oppenheimer-Volkoff*, $M_{máx} \sim 0.71 M_{\odot}$, pelos mesmos, que era menor que o limite de massa obtido por Chandrasekhar. Apesar de uma estimativa incorreta para a massa máxima de estrelas de nêutrons, esse resultado evidenciou a necessidade de uma equação de estado adequada para modelar esses objetos.

Nas décadas seguintes, houve um decréscimo na produção científica referente a estrelas de nêutrons devido à segunda guerra mundial. Somente na década de 60, novos estudos teóricos voltaram a buscar por uma equação de estado na matéria nuclear a altas densidades, capaz de descrever estrelas de nêutrons. Como a física nuclear já estava mais desenvolvida, finalmente surgem modelos que incluem efeitos de interação nuclear entre núcleons e a consideração de outras partículas como léptons e híperons [269, 270] na equação de estado dessas estrelas. Ainda, em 1969, surgem as primeiras hipóteses de novos estados da matéria a altas densidades, como os trabalhos de Ivanenko e Kurdgelaidze [271, 272], que propõem a existência de caroços de quarks no interior desses objetos. Além de esforços na busca da

equação de estado da matéria nuclear, desenvolvimentos teóricos referentes à supercondutividade da matéria nuclear e a processos de resfriamento de estrelas de nêutrons através da emissão de neutrinos também foram feitos nesse período [273].

Ainda na década de 60, começam os esforços observacionais na busca de estrelas de nêutrons como fontes de raios-X. Em 1962, Giacconi descobre a primeira fonte de raios-X não solar [274], no que se seguiu a descoberta de várias outras fontes. Em 1964, Chiu & Salpeter obtém a emissão superficial de raio-X [275], estimando uma temperatura superficial de 1 *milhão* de K para uma estrela de nêutrons. O tamanho da fonte de raios-X na Nebulosa do Caranguejo é medido, apresentando um raio muito maior do que as previsões para estrelas de nêutrons.

Kardashev [276] e Pacini [277] chegaram a propor, separadamente, que as estrelas de nêutrons fossem o resultado do colapso de uma estrela magnetizada em rotação, cuja aparência deveria ser de uma nebulosa, fazendo com que a fonte na Nebulosa do Caranguejo fosse interpretada como uma estrela de nêutrons. Apesar dessas propostas de interpretação das nebulosas, as observações de fontes de raios-X não foram o suficiente para se estabelecer uma ideia clara sobre a natureza do objeto central.

O primeiro pulsar é descoberto em 1967 pela equipe de A. Hewish. Em 1965, essa equipe começou a construção do radiotelescópio de resposta rápida, em Cambridge, que tinha como objetivo separar oscilações do ruído nos sinais de rádio. Dois anos depois, sua aluna de pós-graduação, Jocelyn Bell, detectou uma fonte de rádio cujo sinal era variável e periódico. O período dessa fonte era extremamente preciso, apresentando um pulso a cada 1.337 s e, após muitas especulações acerca da natureza da fonte, foi sugerido que a fonte de rádio era uma anã branca ou estrela de nêutrons oscilante [278].

A natureza da fonte dos pulsares como estrelas de nêutrons ou anãs brancas permaneceu uma incógnita até a detecção do período do pulsar na Nebulosa do Caranguejo, tendo $P = 33$ ms, que não poderia ser sustentado por uma anã branca. Assim, em 1969, Gold [279] propõe que pulsares são estrelas de nêutrons altamente magnetizadas e em rotação, com ambos eixos desalinhados de modo a produzir o efeito de pulso. Essa proposta também confirmou as previsões de Baade e Zwicky de que estrelas de nêutrons são o remanescente compacto de supernovas. Essa interpretação foi corroborada por diferentes autores [280–282] e permanece como a mais aceita na atualidade.

Nas últimas décadas, o estudo de pulsares em sistemas binários tem trazido novas informações a respeito da dinâmica e evolução desses sistemas. Mencionamos ainda a detecção de pulsares com rotação extremamente alta, de períodos de milissegundos (de 1 – 10 ms), e *magnetares*, que são estrelas de nêutrons com os campos magnéticos mais intensos já medidos no universo ($B = 10^{14} - 10^{15}$ G), que serão discutidos no Capítulo 4 dessa Tese. Na última

década, o novo método de medidas de massa, denominado *Shapiro Delay*, permitiu determinar as massas dos pulsares PSR J1614–2230, como $1.97 \pm 0.04 M_{\odot}$ [7], e PSR J0348+0432, como $2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$ [8], o que impõe sérias restrições quanto à rigidez da equação de estado da matéria nuclear, como veremos nos resultados deste capítulo. Por fim, atualmente a pesquisa observacional de estrelas de nêutrons permanece ativa, com dados provenientes de telescópios como o *Green Bank Telescope* e o *Arecibo Radio Telescope*, existindo cerca de 1800 objetos catalogados [283].

3.3 Estrelas de nêutrons: aspectos gerais

Estrelas de nêutrons são o estágio final da evolução de estrelas de massas iniciais intermediárias, originadas a partir de uma explosão de supernova do Tipo II. Devido à conservação de momentum angular e de fluxo magnético durante o colapso da supernova, estes objetos são formados com campos magnéticos e taxas de rotação muito maiores que de suas estrelas progenitoras [117, 225]. Frequentemente esses objetos são observados na forma de pulsares, cujos pulsos observados na Terra são advindos da diferença de inclinação entre o eixo de rotação e o eixo do campo magnético dos pulsares. A emissão de radiação eletromagnética dos pulsares ocorre na direção de seus polos magnéticos e, se esse jato é projetado sobre a Terra durante a rotação do pulsar, este é percebido como um sinal periódico.

Uma típica estrela de nêutrons possui uma massa de aproximadamente $1.4 M_{\odot}$ e um raio de cerca de 10 km, o que faz com que sua densidade média seja $\sim 7 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$, cerca de três vezes maior que a densidade nuclear ρ_0 . Porém, como já discutido na seção anterior, estima-se que a densidade dentro de uma estrela de nêutrons pode chegar a até $10 \times \rho_0$.

Quando do seu surgimento, durante a fase de proto-estrela de nêutrons, esses objetos possuem temperaturas efetivas superficiais da ordem de 10^{11} K , resfriando através da emissão de neutrinos e anti-neutrinos em cerca de 1 minuto, até suas temperaturas típicas de *500 mil – 150 milhões* de graus *kelvin*. Quando isoladas, suas luminosidades são mais baixas que a do Sol, entre $L \sim 10^{31} - 10^{32} \text{ erg.s}^{-1}$. Suas temperaturas são extremamente altas mesmo em comparação com as estrelas mais quentes e sua magnitude no visível muito mais fraca que uma anã branca. Em geral, o espectro de emissão desses objetos possui não apenas a contribuição térmica, mas também de ondas de rádio e raios-X [284]. Após cerca de *1 milhão* de *anos*, o resfriamento dessas estrelas se dá predominantemente via emissão de fótons da sua superfície, até o ponto em que não podem mais ser observados.

O tamanho angular de estrelas de nêutrons e, portanto, sua medida de raio, é obtido através do fluxo de energia observado desses objetos e de modelos atmosféricos que

determinam sua temperatura a partir de seu espectro. A determinação do raio a partir da temperatura efetiva possui uma incerteza muito grande associada às diversas contribuições não-térmicas do espectro, além de também depender de sua medida de massa e de sua distância [285–288]. A medida de raio mais precisa atualmente é da estrela de nêutrons RXJ1856-3754, sem emissão de rádio, que possui um espectro medido puramente de corpo negro [289]. Na Figura 3.3, são mostrados os raios de estrelas de nêutrons em diferentes tipos de sistemas, com suas respectivas incertezas.

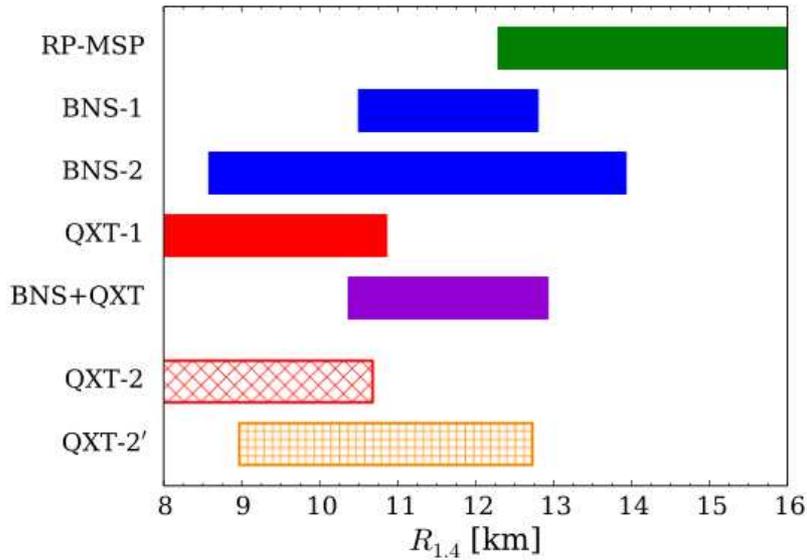


Figura 3.3: Distribuição de raios de estrelas de nêutrons de $1.4 M_{\odot}$ para diferentes tipos de sistemas [3]: *quiescent X-ray transients* (*QXT*), *bursting neutrons stars* (*BNS*) e *rotation-powered radio millisecond pulsars* (*RP-MSP*).

A distribuição de massa desses objetos e, conseqüentemente, sua massa máxima, é um tópico extremamente importante na física de estrelas compactas e que nos últimos anos vem desenvolvendo grandes avanços. Existem diversas fontes de incertezas observacionais nas medidas de massa de estrelas de nêutrons. As massas de pulsares medidas atualmente são advindas de sistemas binários e uma importante fonte de incerteza é a medida da inclinação da órbita desses objetos, que é necessária para o cálculo da massa. Até o momento, a compilação dos resultados para a maioria dos pulsares que possuem medidas de massa mostra um intervalo de massas⁶ entre $1 - 3 M_{\odot}$, conforme é mostrado na Figura 3.4 [291].

Conforme já mencionado na seção anterior, na última década as medidas de massa de

⁶Estima-se que o limite de massa máxima que uma estrela de nêutrons pode ter é cerca de $3.2 M_{\odot}$, pois a partir desse limite a força repulsiva entre nêutrons não será capaz de suportar a força da gravidade, e a estrela implode em um buraco negro [290]

dois pulsares mostraram que a massa máxima desses objetos era maior do que a prevista pela maioria dos modelos nucleares atuais, trazendo sérias implicações para o grau de rigidez da equação de estado da matéria nuclear. Através do método denominado *Shapiro delay*, no qual o sinal de rádio do pulsar (que possui imensa precisão) sofre um atraso devido à passagem da estrela companheira, foi possível se obter medidas de massa de alta precisão para os pulsares PSR J1614-2230 e PSR J0348+0432, que apresentam massas de $1.97 \pm 0.04 M_{\odot}$ [7] e $2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$ [8], respectivamente.

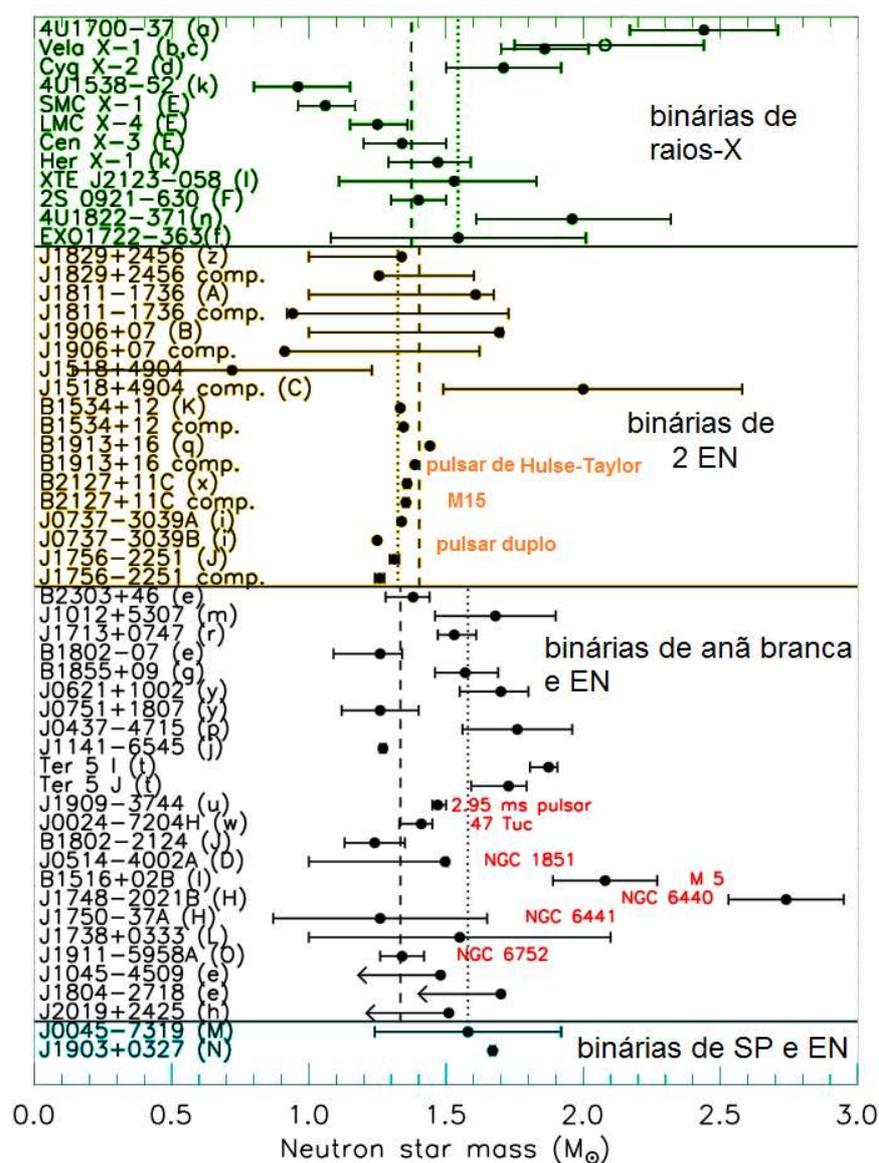


Figura 3.4: Distribuição de massas de estrelas de nêutrons.

Estudos recentes sobre a distribuição de massa de estrelas de nêutrons mostram que é possível que essa distribuição seja bimodal, ou seja, que apresente dois picos de massa [292–295]. Os picos para a distribuição de massa apresentam-se em torno de $1.4 M_{\odot}$ e

$1.7 M_{\odot}$, sendo sua origem possivelmente oriunda de diferentes intervalos de massa das estrelas progenitoras, bem como do tamanho do núcleo de ferro da estrela no momento do colapso.

Pulsares são criados em rotação extremamente rápida e, devido à sua alta taxa de rotação, estes tendem a perder energia através de radiação, emitida pelos pólos, aumentando seu período [61]. Medidas do período de pulsares indicam que existem duas classes para esses objetos: os pulsares de rotação rápida (pulsares de milissegundos) e de rotação lenta. Os períodos típicos de pulsares são de $0.25 - 2$ s, o que mostra que os pulsares de milissegundos são menos comuns [296]. Os pulsares de menor e de maior períodos medidos até o momento são o pulsar PSR J1748-2446ad, com período de 1.39 ms (que corresponde a 716 revoluções por segundo) [297] e o pulsar PSR 1845-19, de período 4.308 s, respectivamente.

A medida da frequência de rotação de pulsares e de sua variação ao longo do tempo permite estimar o campo magnético desses objetos [117]. A intensidade dos campos magnéticos superficiais em pulsares é extremamente alta, apresentando um intervalo de $10^{11} - 10^{13}$ G [61]⁷. Nas últimas décadas, medidas de objetos que apresentam intensas explosões magnéticas apontam que alguns desses objetos podem apresentar campos magnéticos ainda mais intensos, da ordem de $\sim 10^{15}$ G na superfície [11], que correspondem aos denominados *magnetares*. Abordaremos o tópico de magnetares, sua origem, propriedades e formalismo teórico para o seu modelamento, no próximo capítulo, no qual veremos os efeitos de campos magnéticos na estrutura de estrelas de nêutrons.

Por fim, mencionamos que nas últimas décadas, a descoberta de pulsares em sistemas binários vem permitindo novas previsões e testes para a relatividade geral. Por exemplo, sistemas binários são ao mesmo tempo fontes e detectores de ondas gravitacionais, uma vez que a passagem de uma onda gravitacional entre a linha de visada da Terra e o pulsar influencia na medida dos pulsos [284]. Além disso, o estudo da dinâmica de sistemas binários de estrelas de nêutrons ou pulsares, sistemas com estrelas em acreção ou rotação rápida também atuam como testes para a relatividade geral.

⁷O campo magnético da Terra é de intensidade $0.25 - 0.65$ G, dependendo se este é medido nos pólos ou no equador, e o campo magnético de uma ressonância magnética atinge 3×10^4 G.

3.4 Equilíbrio Hidrostático e Estabilidade

No interior de estrelas de nêutrons devem ser estabelecidas relações de neutralidade de carga, equilíbrio químico e também equilíbrio hidrostático. As duas primeiras relações de equilíbrio são impostas a partir da equação de estado dos modelos empregados, conforme vimos no Capítulo 1.

Resta-nos, portanto, estabelecer a relação de equilíbrio entre gravidade e pressão no interior da estrela. Estrelas de nêutrons são corpos cujo campo gravitacional é intenso, fazendo com que o espaço-tempo seja distorcido em seu interior e ao seu redor. Sendo assim, a relação de equilíbrio deve ser estabelecida no âmbito da relatividade geral.

A equação de equilíbrio hidrostático na relatividade geral é deduzida a partir das equações de campo de Einstein, que são equações que relacionam a geometria do espaço-tempo ao tensor energia-momentum da matéria:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (3.2)$$

onde $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein, $R_{\mu\nu}$ é o tensor de Ricci, R é a curvatura escalar e $g_{\mu\nu}$ é a métrica do sistema.

Contudo, para qualquer estrela de nêutrons, a mudança da curvatura ao longo da escala de distância da interação entre as partículas é desprezível [36]. Assim, podemos descrever a matéria em seu interior através do tensor energia-momentum de um fluido ideal, já que qualquer ponto da estrela de nêutrons pode ser descrito por um espaço-tempo localmente plano.

Para uma distribuição de matéria relativística, composta por um fluido ideal esfericamente simétrico e estático, as equações que regem o equilíbrio hidrostático serão⁸:

$$\frac{dp(r)}{dr} = -\frac{\varepsilon(r)M(r)}{r^2} \left[1 + \frac{p(r)}{\varepsilon(r)} \right] \left[1 + \frac{4\pi r^3 p(r)}{M(r)} \right] \left[1 - \frac{2M(r)}{r} \right]^{-1}, \quad (3.3)$$

$$M(r) = \int_0^r 4\pi (r')^2 \varepsilon(r') dr', \quad (3.4)$$

onde $p(r)$, $\varepsilon(r)$ e $M(r)$ correspondem à pressão, densidade de energia e massa em uma camada da estrela, respectivamente. Os principais passos para a dedução dessas equações são apresentados no Apêndice C.

As equações acima foram deduzidas independentemente por Tolman [18] e por Oppenheimer e Volkoff [19], em 1939, e são comumente referidas simplesmente por TOV. Os termos sem colchetes representam o balanço entre a força de pressão e a força gravitacional na estrela. Os termos entre colchetes representam correções relativísticas da expressão

⁸No sistema relativístico de unidades: $G = c = 1$ (ver Apêndice A).

para o equilíbrio hidrostático newtoniano. Identificamos a presença da pressão nos termos de correção, mostrando que para o caso relativístico a pressão contribui para a atração gravitacional e, conseqüentemente, para a deformação do espaço tempo.

A segunda equação determina a *massa gravitacional* da estrela contida em um raio r e a densidade de energia ε . A massa total é calculada tomando $r = R$ e $M(R) = M$ na expressão, correspondendo à massa que um observador distante mede por efeitos gravitacionais.

Para resolver a equação de equilíbrio hidrostático, devemos definir a equação de estado que será usada para descrever a matéria no interior da estrela. Quanto mais rígida for a equação de estado, maior será a pressão gravitacional suportada pela estrela e, portanto, maior será a massa máxima da estrela reproduzida pelo modelo.

Uma vez incluída a equação de estado nas equações TOV, é preciso definir as condições iniciais para efetuar o cálculo numérico. A partir de uma densidade de energia central $\varepsilon(r = 0) = \varepsilon_c$, e para uma massa central nula $M(r = 0) = 0$, obtemos o gradiente de pressão e, conseqüentemente o próximo valor de $\varepsilon(r)$. Esse procedimento deve ser repetido até que a pressão seja nula, para um raio que corresponderá ao raio da estrela, $p(r = R) = 0$.

Resolvendo a TOV para diferentes valores de densidade de energia central ε_c , obtemos uma família de estrelas para a dada equação de estado, que é ilustrada por uma linha no diagrama de massa em função do raio. Através da análise dessa linha (para um determinado modelo) é possível estabelecer a massa e o raio máximos permitidos para essa equação de estado.

Contudo, apenas estabelecer o equilíbrio hidrostático para a estrela não assegura sua estabilidade. Resta-nos, agora, determinar uma condição para que a estabilidade seja mantida. Para tanto, podemos analisar os casos em que as estrelas são retiradas do equilíbrio e verificarmos se este pode ser restaurado:

- Se uma estrela de massa M e densidade central ε_c é comprimida, sua densidade central aumenta para um valor ε'_c . Para que o equilíbrio seja restaurado, sem que a massa da estrela mude, a pressão na nova configuração deve ser mais intensa que a gravidade, fazendo com que a estrela se expanda e retorne a seu estado inicial. Isso só ocorrerá se a massa M' que a estrela teria na nova configuração se estivesse em equilíbrio for maior que a massa inicial M .
- Se uma estrela de massa M e densidade central ε_c sofre uma expansão, diminui sua densidade central para um valor ε'_c . Neste caso, a gravidade da estrela deve vencer a pressão, fazendo com que a estrela contraia e o equilíbrio seja restaurado. Para que a contração ocorra, é preciso que a massa M' que a estrela teria na nova configuração se

estivesse em equilíbrio seja menor que a massa inicial M .

Desses dois casos, podemos concluir que, para que o equilíbrio seja restaurado, é necessário que:

$$\frac{dM(\varepsilon_c)}{d\varepsilon_c} > 0. \quad (3.5)$$

Além da condição acima, para assegurar a estabilidade da solução, é preciso verificar se o *princípio de Le Chatelier* [36] é respeitado: $dp/dE \geq 0$. Essa condição de equilíbrio assegura a estabilidade da estrela e, em caso contrário, os objetos citados nos exemplos acima colapsam em um buraco negro ou se dissolvem no espaço.

A Figura 3.5 [273] mostra as regiões de estabilidade para estrelas compactas. Dessa figura podemos verificar que, para um mesmo modelo, pode haver mais de uma solução de mesma massa. Porém, conforme vimos acima, apenas as soluções na região onde $dM/d\varepsilon_c > 0$ serão estáveis. Para esses casos, a instabilidade estará presente a partir do ponto em que a massa passa a diminuir conforme o raio diminui, pois a densidade central será maior quando o raio é menor.

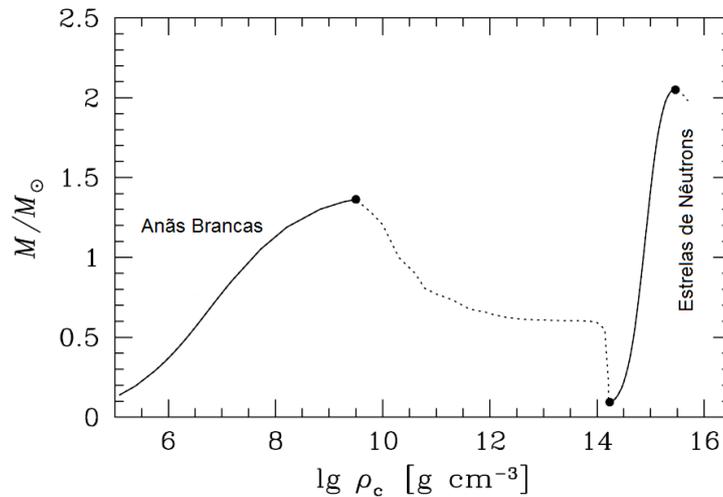


Figura 3.5: Regiões de estabilidade para estrelas compactas.

Nos capítulos anteriores, desenvolvemos um formalismo para a equação de estado da matéria hadrônica, que encontra-se presente no interior de estrelas de nêutrons. A seguir, aplicamos as equações de equilíbrio hidrostático (TOV) para o modelo desenvolvido no Capítulo 1, na ausência de campos magnéticos, de modo a obtermos as propriedades globais de estrelas de núcleons e estrelas de híperons estáticas.

3.5 Resultados

Nessa seção apresentamos os resultados do formalismo MBF para a descrição das propriedades globais de estrelas de nêutrons estáticas e de simetria esférica. Iniciamos com uma análise sobre os efeitos do parâmetro ζ do modelo na relação massa-raio desses objetos, enfatizando seu efeito nas massas máximas de estrelas de núcleons e híperons permitidas para esse modelo. Estudamos ainda o impacto da inclusão do méson estranho σ^* no formalismo para estrelas de híperons, infatizando seus efeitos na massa e raio desses objetos. A seguir, computamos os efeitos dos parâmetros ζ e g_{σ^*b} no raio da estrela canônica de $1.4 M_{\odot}$. Por fim, discutimos os efeitos dos mesmos na distribuição de partículas presente no interior de estrelas de nêutrons, analisando a dependência da fração de estranheza com os resultados do modelo. Todos os resultados apresentados nessa seção são originais e foram publicados na referência [145].

3.5.1 A massa de estrelas de nêutrons

Vimos no Capítulo 1 que a rigidez da equação de estado depende do parâmetro ζ no formalismo MBF. Em particular, vimos que os menores valores de ζ geram equações de estado mais rígidas e, conseqüentemente, permite que estrelas mais massivas possam ser descritas para essas parametrizações do modelo. Isso acontece porque quanto menor o parâmetro ζ , menor será o efeito de blindagem oriundo das forças de muitos corpos nos acoplamentos, fazendo com que as partículas interajam com maior atração e repulsão entre elas. Como para altas densidades a repulsão entre as partículas é dominante, estas parametrizações descrevem uma equação de estado mais rígida, fazendo com que a matéria possa suportar uma massa maior em equilíbrio hidrostático.

Na Tabela 3.2 são apresentados os resultados para a massa máxima das estrelas para diferentes versões do modelo. As duas primeiras colunas representam diferentes versões do formalismo MBF, com relação aos mésons considerados e ao valor do parâmetro ζ , respectivamente. As colunas três e quatro mostram os resultados de massa máxima para estrelas de núcleons (compostas por n, p, e, μ) e de híperons (compostas por $n, p, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-, e, \mu$). Por fim, os valores utilizados para o coeficiente de simetria L_0 na saturação, são mostrados na quinta coluna⁹.

Dos resultados apresentados na tabela, temos que todas as parametrizações do modelo ($\zeta = 0.040 - 0.129$) utilizadas para descrever estrelas de núcleons encontram-se dentro do

⁹Lembrando que a versão do modelo " $\sigma\omega\rho$ " possui uma relação unívoca entre a_4 e L_0 na saturação, enquanto que para as versões do modelo que incluem o méson δ , os valores de ambas quantidades devem ser estimados para cada parametrização.

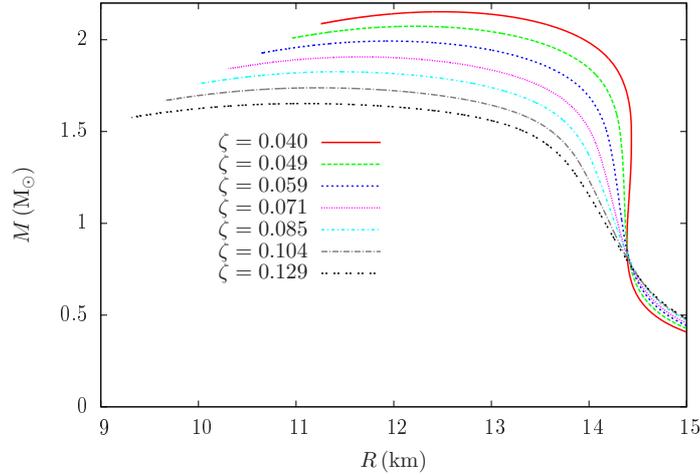


Figura 3.6: Relação massa-raio para estrelas de híperons e diferentes valores de parâmetro ζ . O eixo horizontal mostra o raio das estrelas e o eixo vertical, a massa das mesmas. Cada ponto no diagrama corresponde a uma estrela com uma diferente densidade central.

intervalo de incertezas observacional, pois as massas máximas produzidas são maiores que $1.97 M_{\odot}$, que corresponde ao limite mínimo de massa para o pulsar de Antoniadis *et al.* [8]. Em particular, a estrela de núcleons mais massiva descrita no formalismo MBF corresponde à parametrização $\zeta = 0.040$, com uma massa de $2.57 M_{\odot}$.

A partir de agora, assumimos que híperons estão presentes no interior de estrelas de nêutrons, e fixamos os potenciais ópticos dos híperons como $U_{\Lambda}^N = -28 \text{ MeV}$, $U_{\Sigma}^N = +30 \text{ MeV}$, $U_{\Xi}^N = -18 \text{ MeV}$, e a energia e coeficiente de simetria na saturação: $a_{sym}^0 = 32 \text{ MeV}$ and $L_0 = 97 \text{ MeV}$, respectivamente. Além disso, para densidades subnucleares, utilizamos a equação de estado tabelada desenvolvida por Bethe-Baym-Pethick-Sutherland-Siemens, denominada equação de estado *BPS* [233, 298, 299], que dá o limite mínimo de massa das estrelas $0.1 M_{\odot}$.

Se verifica que para o caso de estrelas de híperons, um intervalo menor de valores do parâmetro ζ permite a concordância simultânea dos valores das propriedades da matéria nuclear (Capítulo 1) e dos dados observacionais de massa máxima das estrelas (Tabela 3.2). Especificamente, temos que o intervalo de valores $\zeta = 0.040 - 0.059$ apresenta-se de acordo com os dados de massa máxima, implicando que os valores da massa efetiva do núcleon e do módulo de compressibilidade, na saturação, se encontrem nos intervalos $0.66 - 0.70 m_N$ e $253 - 297 \text{ MeV}$, respectivamente.

Vimos no Capítulo 1 que para cada parametrização ζ do modelo existe um novo conjunto de possíveis valores para as propriedades da matéria assimétrica na saturação.

Sendo assim, como a parametrização $\zeta = 0.059$ caracteriza o limite inferior de massas em acordo com os dados observacionais, temos que o valor mínimo do coeficiente de simetria associado à essa parametrização corresponde a $L_0 = 94 \text{ MeV}$ (para $a_4^0 = 32 \text{ MeV}$ fixo)¹⁰. A relação massa-raio (TOV) para as estrelas de híperons é mostrada na Figura 3.6, na qual identificamos que a estrela mais massiva, descrita por $\zeta = 0.040$, possui massa de $2.15 M_\odot$.

A inclusão do méson δ no formalismo introduz uma nova contribuição na quebra da degenerescência do isospin das partículas, por exemplo, gerando uma repulsão entre prótons e nêutrons [300]. Conforme podemos ver na Tabela 3.2, a inclusão do méson δ altera fracamente a massa máxima predita pelo modelo, aumentando a massa de estrelas de núcleons e diminuindo as massas de estrelas de híperons (com uma contribuição de $0.01 M_\odot$ ou menor). No caso das estrelas de núcleos, o acréscimo de massa se deve ao fato de que a repulsão entre prótons e nêutrons acaba por aumentar a energia de Fermi dos nêutrons, tornando a equação de estado mais rígida (maior massa). Já no caso de estrelas de híperons, a introdução do méson tem por efeito diminuir o limiar de densidades no qual os híperons surgem no interior das estrelas, o que torna a equação de estado mais suave (menor massa). Contudo, ressaltamos que a fraca contribuição do méson δ nos resultados de massa máxima está diretamente relacionada aos pequenos valores de seu acoplamento $g_{\delta N}$, necessários para reproduzir os valores do coeficiente de simetria L_0 , na saturação (ver referências [148–150] para efeitos do méson δ em outros modelos nucleares).

Finalmente, de modo a introduzir o méson σ^* no formalismo, variamos seu acoplamento de modo que $g_{\sigma^* \Lambda} = g_{\sigma^* \Sigma} = g_{\sigma^* \Xi}$, no intervalo $g_{\sigma^* Y} = 0 - 5.0$. Como σ^* é um méson escalar, este introduz uma nova contribuição atrativa na equação de estado do modelo, tendo como efeito a diminuição da massa máxima das estrelas. Por essa razão, resolvemos as equações TOV com a inclusão de σ^* somente para o caso da equação de estado das estrelas mais massivas (parametrização $\zeta = 0.040$), conforme é mostrado na Figura 3.7. Os resultados mostram que a inclusão do méson σ^* tem impacto na relação massa-raio do modelo, uma vez que sua contribuição atrativa tende a diminuir a massa e o raio das estrelas. A análise dos efeitos desse méson no raio das estrelas será tratada na próxima seção.

Em particular, os resultados mostram que, para $\zeta = 0.040$, o intervalo de valores $g_{\sigma^* Y} = 0 - 5.5$ produz uma diminuição do valor da massa máxima de $2.15 M_\odot$ para $2.12 M_\odot$. Além disso, como os acoplamentos do méson σ^* sofrem efeitos de muitos corpos, modulados por ζ , apresentamos na Figura 3.8 uma análise do espaço de parâmetros em função da massa máxima prevista para cada conjunto de parâmetros, fixando o limite inferior como $1.97 M_\odot$, que corresponde à incerteza observacional. Os resultados desse diagrama evidenciam os

¹⁰Podemos assumir esse valor mínimo para L_0 , pois variações na energia de simetria e no coeficiente de simetria contribuem muito fracamente para a massa máxima das estrelas no formalismo MBF [145, 146].

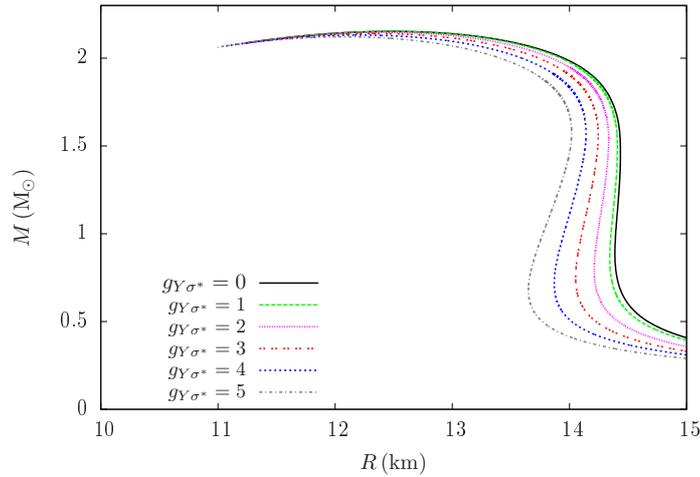


Figura 3.7: Relação massa-raio para estrelas de híperons para diferentes valores do acoplamento g_{σ^*Y} , e com $\zeta = 0.040$.

efeitos já discutidos de ambos parâmetros na massa máxima das estrelas: menores valores de acoplamento g_{σ^*Y} e contribuição de muitos corpos ζ geram, respectivamente, menos atração e mais repulsão, aumentando o valor das massas máximas previstas pelo modelo. Feita essa análise, devemos ressaltar que o valor do acoplamentos g_{σ^*Y} não pode ser aumentado indiscriminadamente pois, além de seu valor ser limitado pelas previsões observacionais, este também apresenta impacto na massa efetiva dos híperons. O limite de validade do formalismo MBF corresponde à densidade para a qual as massas efetivas dos híperons se tornam nulas e, a partir desse ponto, é necessário um formalismo que vá além da aproximação de campo médio [35, 179] ¹¹.

3.5.2 O raio da estrela canônica

Nesta seção discutiremos os efeitos dos parâmetros do formalismo MBF no raio de estrelas de nêutrons. Em particular, conforme discutido anteriormente nesse capítulo, uma grande quantidade de estrelas de nêutrons possui massas com valores ao redor de $1.4 M_{\odot}$ (*estrela canônica*) e, por essa razão, faremos a análise do raio das estrelas com esse específico valor de massa.

Vimos ao longo desse trabalho que o parâmetro ζ indica a intensidade da contribuição de muitos corpos na interação nuclear, sendo determinante na obtenção da equação de estado do modelo. Além disso, a Figura 3.6 mostra que esse parâmetro tem impacto tanto na massa

¹¹Para uma análise dos efeitos do méson σ^* nos potenciais híperon-híperon, no formalismo MBF, ver referência [145].

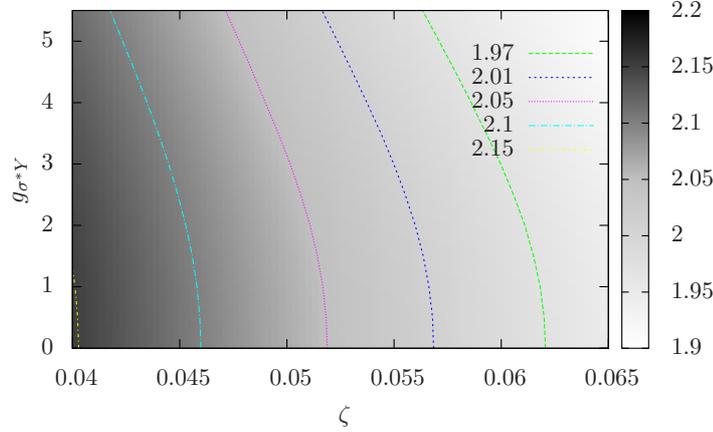


Figura 3.8: Espaço de parâmetros relacionando a massa máxima das estrelas, o parâmetro de interação de muitos corpos ζ e o acoplamento g_{σ^*Y} . Os eixos horizontal e vertical correspondem, à ζ e g_{σ^*Y} , respectivamente. A massa máxima é mostrada em uma escala de cores, com valores específicos delimitados.

quanto no raio de estrelas de nêutrons. A Figura ?? mostra o efeito de ζ no raio da estrela canônica, novamente para valores fixos dos potenciais ópticos dos híperons $U_{\Lambda}^N = -28$ MeV, $U_{\Sigma}^N = +30$ MeV, $U_{\Xi}^N = -18$ MeV e a energia de simetria na saturação é $a_4^0 = 32$ MeV. Note que, no formalismo MBF, uma mudança no raio advinda de uma variação de ζ é diretamente relacionada às propriedades da matéria nuclear na saturação. Sendo assim, verificamos que o intervalo de valores de ζ que reproduz as propriedades da matéria nuclear na saturação, para $\zeta = 0.04 - 0.129$, gera uma variação de aproximadamente 0.8 km no raio das estrelas. Contudo, quando o limite observacional de $1.97 M_{\odot}$ é imposto, para $\zeta = (0.04 - 0.059)$, a variação no raio diminui para 0.2 km.

Por fim, mencionamos que a referência [301] mostra que o valor do coeficiente de simetria L_0 tem impacto direto no raio de estrelas de nêutrons. Em particular, mostramos no Capítulo 1 os efeitos de ζ no comportamento da matéria simétrica (massa efetiva e módulo de compressibilidade) e assimétrica (energia de simetria e coeficiente de simetria) para altas densidades. Sendo assim, no contexto do formalismo apresentado nessa Tese, as contribuições de muitos corpos, associadas à variação de a_4^0 , L_0 e g_{σ^*b} , que genuinamente alteram o raio das estrelas através de seus efeitos nas propriedades da matéria nuclear a altas densidades. Como os valores de energia e coeficiente de simetria na saturação também afetam o raio das estrelas, mostramos na Tabela 3.3 as variações no raio em função de seus valores, para as

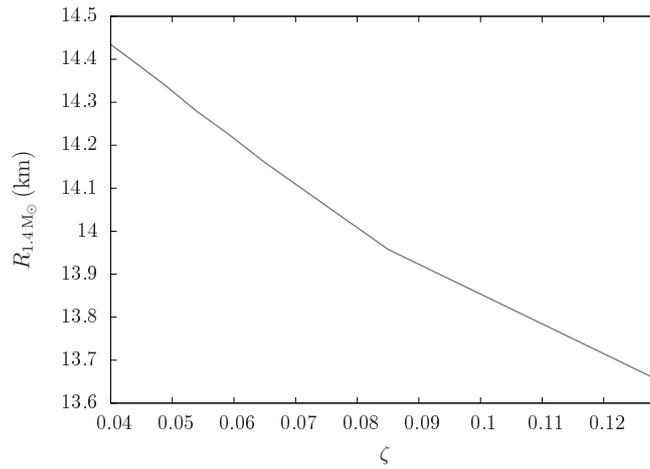


Figura 3.9: Efeitos da contribuição de muitos corpos (ζ) no raio da estrela canônica ($1.4 M_{\odot}$). Os eixos horizontal e vertical representam o parâmetro ζ e o raio da estrela, respectivamente.

parametrizações em concordância com os resultados observacionais ($\zeta = 0.040, 0.049, 0.059$).

Conforme vimos na seção anterior, a introdução do méson σ^* no formalismo também afeta o raio das estrelas. A Figura 3.10 mostra a variação do raio da estrela canônica em função do acoplamento g_{σ^*Y} . Novamente, a variação no valor do acoplamento é feita para as parametrizações ζ que, na ausência do méson σ^* , são delimitadas por $1.97 M_{\odot}$. Em particular, a variação do raio da parametrização $\zeta = 0.040$, para a família de estrelas cuja massa máxima se encontra no limite inferior de massa ($1.97 M_{\odot}$), a estrela canônica ($1.4 M_{\odot}$) de menor raio terá 13.725 km (para $\zeta = 0.059$, $a_{sym} = 32$ MeV, $L_0 = 94$ MeV, e $g_{\sigma^*Y} = 4.0$). Relaxando os valores das propriedades da matéria assimétrica na saturação, temos que o raio da estrela canônica diminui para 13.54 km, para a parametrização $\zeta = 0.059$, $a_{sym} = 29$ MeV, $L_0 = 85$ MeV, e $g_{\sigma^*Y} = 5.2$.

3.5.3 A população de estrelas de nêutrons

Nessa seção, vamos discutir os efeitos dos parâmetros do modelo na composição de estrelas de nêutrons. No Capítulo 1, mostramos que as contribuições de muitos corpos presentes nos acoplamentos escalares do formalismo MBF afetam o equilíbrio químico das partículas na matéria composta por híperons a altas densidades, e vimos que o parâmetro ζ tem como efeito transladar o limiar de surgimento de híperons para mais altas densidades. Além disso, devido à escolha de um potencial repulsivo entre núcleons e partículas Σ , estas acabam por não popular a matéria no interior das estrelas. De modo a tornar o texto relativo à análise do conteúdo de estranheza nas estrelas mais didático, mostramos novamente a comparação entre as populações na Figura 3.11, para $\zeta = 0.040$.

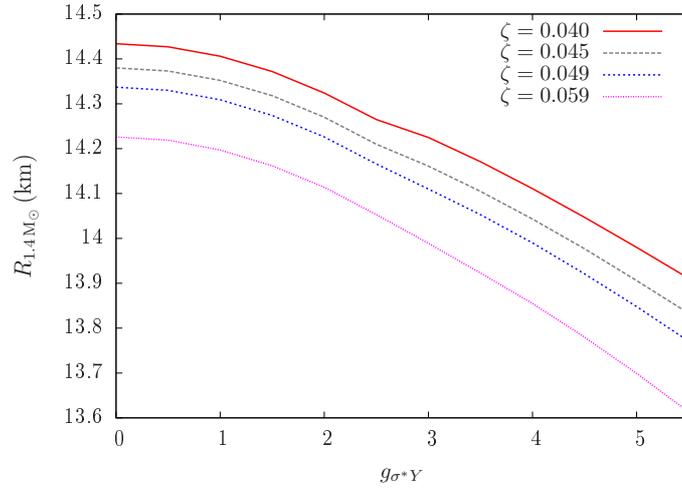


Figura 3.10: Dependência do raio da estrela canônica ($1.4 M_{\odot}$) com a intensidade do acoplamento g_{σ^*Y} , para diferentes escolhas do parâmetro ζ .

De modo a analisarmos o impacto das contribuições de muitos corpos no conteúdo de estranheza das estrelas, mostramos na Figura 3.12 a fração de estranheza f_s como função do raio das estrelas de massa máxima (maior densidade central), para as parametrizações do modelo que descrevem estrelas de ao menos $1.99 M_{\odot}$. Conforme mostrado para a população do modelo, valores pequenos do parâmetro ζ permitem que híperons surjam para menores densidades (maiores raios) no interior das estrelas. Podemos ainda identificar que o aumento da fração de híperons no interior das estrelas ocorre de forma mais lenta para valores pequenos de ζ , o que gera uma menor fração de estranheza central para essas parametrizações. Em particular, restringindo a análise apenas para as parametrizações em concordância com os dados observacionais ($\zeta = 0.040 - 0.059$), se verifica que a estranheza central não varia, tendo um valor de $f_{s,c} = 0.65$.

Por fim, analisamos os efeitos da inclusão do méson σ^* na população das estrelas. A Figura 3.13 mostra a população de partículas, para a parametrização $\zeta = 0.040$, para $g_{\sigma^*Y=0}$ (esquerda) e $g_{\sigma^*Y} = 5.0$ (direita). Desses resultados, verificamos que o acoplamento g_{σ^*Y} apenas afeta a população para altas densidades, não afetando o limiar de surgimento dos híperons Λ . A variação de $g_{\sigma^*Y} = 0 - 5.0$ diminui a densidade para o surgimento das partículas Ξ^0 (de 0.9 fm^{-3} para 0.82 fm^{-3}), e ainda traz o surgimento dos híperons Σ^+ para a densidade 1.15 fm^{-3} , que se encontra dentro do intervalo de densidades estudado neste trabalho ($0 - 10\rho_0$). Contudo, para $g_{\sigma^*Y} = 5.0$, a densidade para a qual as partículas Σ surgem é maior que a densidade central da estrela de maior massa dessa parametrização e, portanto, essas partículas não populam estrelas de híperons.

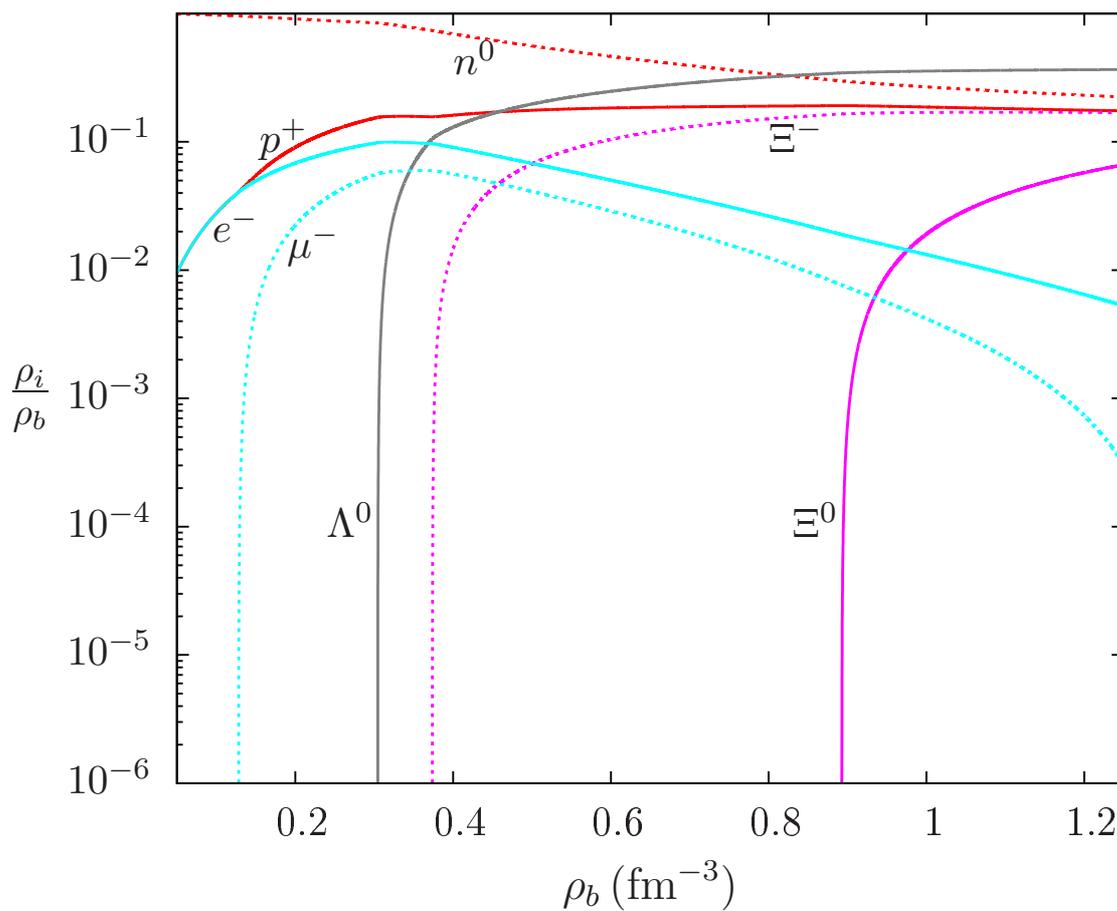


Figura 3.11: A população em função da densidade para o parâmetro $\zeta = 0.040$. O eixo horizontal corresponde à densidade bariônica e o eixo vertical à fração de cada partícula normalizada pela densidade bariônica.

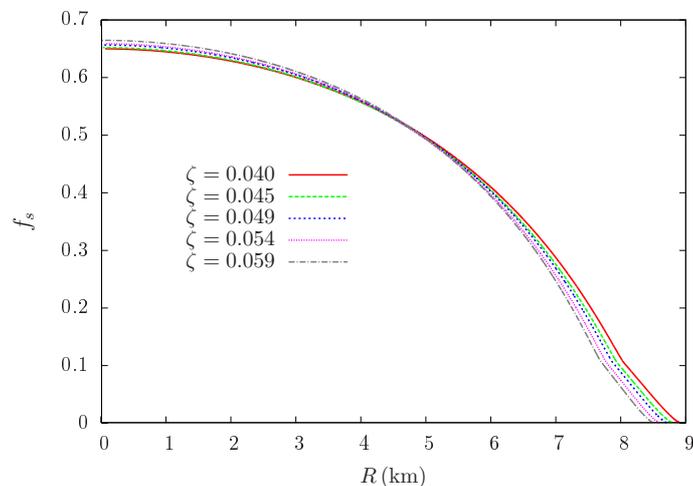


Figura 3.12: Fração de estranheza f_s em função do raio, para as estrelas de massa máxima cujas parametrizações ζ encontram-se de acordo com os dados observacionais.

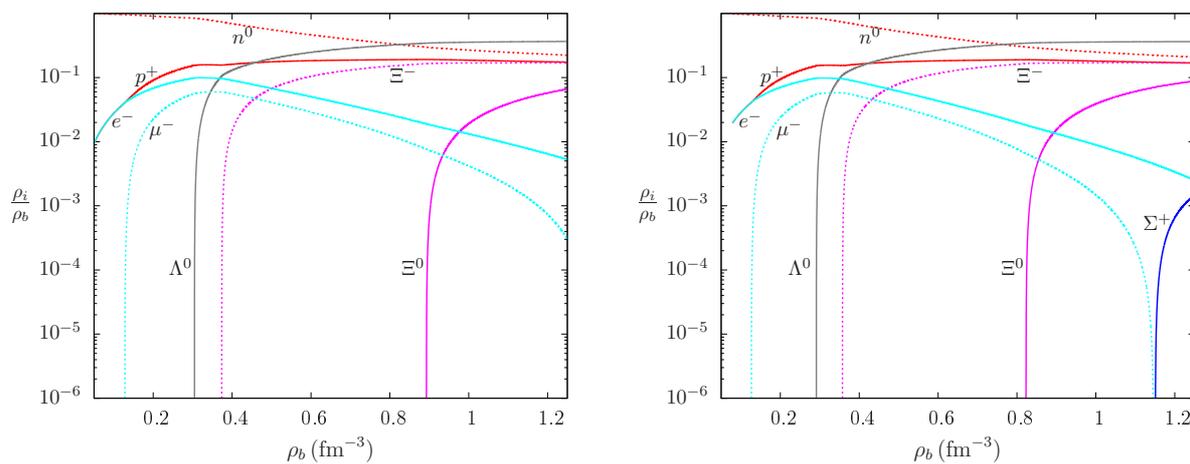


Figura 3.13: População em função da densidade, para $\zeta = 0.040$, para os acoplamentos $g_{\sigma^*Y} = 0$ (esquerda) e $g_{\sigma^*Y} = 5$ (direita). O eixos horizontal e vertical correspondem à densidade bariônica e à fração de cada partícula normalizada pela densidade bariônica, respectivamente.

Finalmente, devemos ressaltar que todas as análises feitas nesta seção foram realizadas para valores fixos dos potenciais ópticos hiperônicos. Conforme discutido no Capítulo 1, os dados experimentais que determinam a interação núcleon-híperon ainda possuem uma grande incerteza experimental, enquanto a interação híperon-híperon ainda é um tópico em aberto. Sendo assim, apenas medidas mais precisas desses acoplamentos podem determinar de forma mais definitiva o conteúdo de híperons no interior de estrelas de nêutrons.

Nos capítulos anteriores desenvolvemos um formalismo para descrever a matéria hadrônica presente no interior de estrelas de nêutrons (Capítulo 1) e os efeitos de campos magnéticos na sua equação de estado (Capítulo 2). Vimos que a introdução de efeitos magnéticos gera uma anisotropia nas componentes do tensor energia-momentum que, consequentemente, quebra a simetria esférica desses objetos. Assim, veremos no próximo capítulo, que para que o caso de estrelas de nêutrons magnéticas seja estudado de uma forma auto-consistente, é necessário buscar uma nova métrica não-esférica, bem como introduzir termos referentes a campos eletromagnéticos nas equações de Einstein, responsáveis pela descrição de estrelas relativísticas.

Tabela 3.2: Massa máxima para estrelas de núcleons e estrelas de híperons para diferentes versões do formalismo MBF (conteúdo de mésons, parâmetro ζ e L_0). Os valores dos potenciais ópticos dos híperons são fixos como $U_{\Lambda}^N = -28$ MeV, $U_{\Sigma}^N = +30$ MeV, $U_{\Xi}^N = -18$ MeV e a energia de simetria na saturação é $a_4^0 = 32$ MeV.

Modelo	ζ	$M_{max}^{nucleon} (M_{\odot})$	$M_{max}^{hiperon} (M_{\odot})$	L_0 (MeV)
$\sigma\omega\rho$	0.040	2.57	1.90	96.16
	0.049	2.49	1.83	94.68
	0.059	2.41	1.76	93.22
	0.071	2.32	1.69	92.05
	0.085	2.24	1.62	90.92
	0.104	2.15	1.55	89.82
	0.129	2.06	1.49	88.86
$\sigma\omega\rho\delta$	0.040	2.57	1.90	97.0
	0.049	2.50	1.83	97.0
	0.059	2.42	1.76	97.0
	0.071	2.33	1.68	97.0
	0.085	2.25	1.61	97.0
	0.104	2.16	1.55	97.0
	0.129	2.07	1.49	97.0
$\sigma\omega\rho\delta\phi$	0.040	2.57	2.15	97.0
	0.049	2.50	2.07	97.0
	0.059	2.42	1.99	97.0
	0.071	2.33	1.91	97.0
	0.085	2.25	1.83	97.0
	0.104	2.16	1.74	97.0
	0.129	2.07	1.65	97.0

Tabela 3.3: Efeitos de todas as propriedades e parâmetros que afetam o raio da estrela canônica no formalismo MBF. Os resultados são mostrados para estrelas de híperons, variando os valores de ζ , a_0^4 , L_0 e do acoplamento do méson σ^* . Na primeira linha, fixamos a energia de simetria $a_{sym}^0 = 32$ MeV e o acoplamento $g_{\sigma^*Y} = 0$, variando L_0 . Na segunda linha, fixamos o coeficiente de simetria $L_0 = 101$ MeV e o acoplamento $g_{\sigma^*Y} = 0$, variando a_0^4 . Na terceira linha, fixamos a energia de simetria $a_{sym}^0 = 32$ MeV e o coeficiente de simetria $L_0 = 97$ MeV, variando g_{σ^*Y} . Os resultados são mostrados para os valores de ζ em concordância com os dados observacionais.

$\Delta R_{1.4M_\odot}$	$\zeta = 0.040$	$\zeta = 0.049$	$\zeta = 0.059$
$[R_{1.4M_\odot}(L_0 = 110 \text{ MeV}) - R_{1.4M_\odot}(L_0 = 97 \text{ MeV})]$	0.33km	0.35km	0.37km
$[R_{1.4M_\odot}(a_{sym}^0 = 30 \text{ MeV}) - R_{1.4M_\odot}(a_{sym}^0 = 33 \text{ MeV})]$	0.12km	0.13km	0.15km
$[R_{1.4M_\odot}(g_{\sigma^*Y} = 0) - R_{1.4M_\odot}(g_{\sigma^*Y} = 5.5)]$	0.52km	0.57km	0.62km

Capítulo 4

Magnetares: Estrelas de Nêutrons com Campos Magnéticos Intensos

Estrelas de nêutrons são objetos extremamente compactos que denominam o estágio evolutivo final de estrelas de massas intermediárias. Dentre estes objetos, existe uma subcategoria denominada *magnetares*, que corresponde a estrelas de nêutrons que apresentam campos magnéticos superficiais extremos, da ordem de até 10^{15} G na superfície. É estimado que os campos magnéticos no interior desses objetos possam alcançar intensidades ainda maiores, sendo atualmente os objetos com maiores campos magnéticos encontrados no universo. Compreender o comportamento da matéria no interior desses objetos, em um ambiente de altíssimas densidades e campos magnéticos, corresponde a um dos grandes desafios da física nuclear e de partículas atual.

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma visão geral sobre o modelo de magnetares e abordar os principais pontos para a descrição de estrelas compactas magnéticas sob o ponto de vista da Relatividade Geral. Inicialmente, apresentamos o histórico da descoberta de magnetares, a partir das explosões magnéticas detectadas a partir da década de 1980. A seguir, discutimos os aspectos gerais de magnetares e o modelo atual que explica a formação de seus campos magnéticos intensos e sua evolução. Por fim, apresentamos o formalismo que resolve o sistema de equações acopladas Einstein-Maxwell, abordando os principais passos para a obtenção das propriedades globais de estrelas compactas magnéticas. O resultados para esse trabalho são apresentados na última seção, no qual empregamos a equação de estado desenvolvida nos primeiros capítulos dessa Tese. O formalismo empregado nesse capítulo foi desenvolvido em colaboração com o grupo de Física de Hádrons do Frankfurt Institute for Advanced Studies (FIAS), na Alemanha, durante o período de estágio-sanduiche da autora.

4.1 Histórico dos Magnetares

No final da década de 70, o fenômeno de explosões de raios-gama (GRBs - do inglês, *gamma-ray bursts*) já era conhecido, devido à detecção desse tipo de explosão pelas sondas espaciais lançadas pelo departamento de defesa americano. As explosões de raios-gama foram descobertas em 1973 através de sinais únicos provenientes de todas as direções no céu, e consistem em fótons altamente energéticos, cujas energias se encontram na escala de raios-gama. Em Janeiro de 1979, um objeto com um sinal na forma de explosão de raios-gama periódico foi detectado pela primeira vez. Esse sinal, além de se diferenciar por sua periodicidade em comparação aos GRBs até então conhecidos, também possuía uma escala de energia (por fóton) menor, passando a ser chamado de *soft gamma repeater* (SGR) devido a essas características.

Alguns meses depois, no que ficou conhecido como “*O evento de 5 de Março de 1979*”, um novo objeto sofreu uma imensa explosão de raios-gama, que caracterizou a maior explosão desse tipo já detectada até aquela data. Essa explosão foi de tal intensidade que em uma fração de milissegundos saturou os detectores de raios-gama das sondas soviéticas Venera 11 e Venera 12, que foram as primeiras a identificar a explosão. Após alguns segundos, os raios-gama atingiram também a sonda americana Helios 2, na órbita do Sol e a sonda Pioneer Venus Orbiter, na órbita de Vênus. A seguir, a onda de raios-gama atingiu a Terra e os satélites Vela e Prognoz 7, seguindo ao longo do sistema solar e alcançando ainda a sonda International Sun-Earth Explorer (ISEE), que se encontrava em órbita ao redor do ponto lagrangiano do sistema Terra-Sol. A onda de choque de raios-gama saturou todos os detectores atingidos e apenas muitos anos depois foi possível fazer uma simulação para se estimar a intensidade da explosão [302].

A partir da análise dos primeiros milissegundos da explosão detectados, foi possível constatar que esta era caracterizada por um pulso de altas energias (*hard γ -rays*) de duração de 0.2 s, com intensidade de cerca de 100 vezes maior que os até então detectados. Esse pulso foi seguido de emissões de raios-gama de menor energia (*soft γ -rays*) com duração de 3 min que decaíram com o tempo. O decaimento da emissão apresentava uma variação senoidal de intensidade, com dois picos em um ciclo cujo período era de 8 segundos. Quatorze horas depois, a mesma fonte apresentou uma nova explosão, mais fraca, com duração de apenas 1.5 s. No mês seguinte, em Abril de 1979, duas novas explosões ocorreram, com duração de 0.2 s.

A fonte dessa grande explosão foi identificada como pertencente ao remanescente de supernova SNR N49, que se localiza na galáxia Nuvem de Magalhães, a 180.000 anos-luz de distância da Terra. O pico de luminosidade da explosão foi dez vezes mais brilhante que uma explosão de supernova. Em particular, mencionamos ainda que ao longo dos quatro anos seguintes à sua detecção, outras 16 explosões ocorreram, cessando em Maio de 1983. A observação desse objeto ao longo dos anos permitiu a formulação da teoria mais aceita para a descrição de magnetares, conforme veremos na próxima seção.

Apenas nove dias após o evento de grande explosão de raios-gama, em Março de 1979, uma terceira fonte de SGRs se tornou ativa na Via-Láctea, apresentando três explosões em um período de três dias. Devido à falta de precisão dos detectores de raios-gama, durante cerca de uma década não houve uma distinção clara entre fontes usuais de raios-gama e fontes periódicas. Assim, apenas no final da década de 80, com os avanços desses detectores, foi possível se identificar os SGRs como uma nova classe de estrelas.

Em Agosto de 1998, uma imensa explosão de raios-gama, proveniente do objeto SGR 1900+14, estabeleceu um novo recorde quanto à intensidade do fluxo de radiação. Assim como a explosão de 1979, a explosão atingiu diversas sondas espaciais ao longo do sistema solar e, devido à melhor tecnologia dos detectores na época, foi possível fazer medidas da fonte ao longo de toda a explosão por três detectores diferentes. Os dados referentes à grande explosão de 1998 mostraram que, assim como o evento de 1979, a explosão teve início com um pico extremamente luminoso de raios-gama, decaindo de forma oscilante ao longo do tempo, com um ciclo de 5.16 s. A explosão de 1998 foi a maior explosão de raios-gama detectada até hoje ¹ e, de modo a ser distinguidas das explosões de raios-gama mais comuns no universo, essas foram nomeadas *giant flares*, juntamente com a explosão de 1979.

Com os avanços na detecção de raios-X e raios-gama, outros objetos que apresentavam emissão de raios-X até então peculiares foram detectados. Os pulsares anômalos de raios-X (AXPs, do inglês *anomalous X-ray pulsars*) foram classificados como uma nova classe de objetos devido a sua rotação baixa ($P = 6 - 12$ s) e campos magnéticos intensos ($\sim 10^{13} - 10^{15}$ G). O primeiro AXP foi detectado por Fahlman & Gregory, em 1981, sendo identificado como uma fonte de pulsações de raios-X (objeto 1E 2259+586) peculiar: apesar da sua emissão de raios-X ser estável, o mecanismo responsável por sua radiação era desconhecido, uma vez que sua baixa rotação não poderia ser sua fonte de energia, como é no caso dos rádio-pulsares. Assim, esses pulsares de raio-X ficaram conhecidos como *anômalos*.

¹Apesar da explosão de 1998 ter apresentado um pico de luminosidade menor que a do evento de 1979, seu brilho aparente foi detectado como muito maior, uma vez que a fonte se encontrava muito mais próxima da Terra. Em particular, a explosão foi intensa o suficiente para ionizar a atmosfera da Terra, afetando inclusive comunicações de rádio [10].

O monitoramento de SGRs e AXPs ao longo dos anos tornou possível o desenvolvimento de uma caracterização desses objetos. Ambos tipos de objeto possuem uma rotação baixa ($P = 5 - 12$ s) e campos magnéticos superficiais intensos ($\sim 10^{13}-10^{15}$ G) [14]. As explosões de SGRs apresentam uma duração típica de menos de 0.1 segundos e períodos de repetição que variam de segundos até anos. A escala de energia das explosões também se diferenciava de explosões de raios- γ comuns, gerando picos de luminosidade em raios- γ de menor energia (10^{41} erg/s) e fótons de energia 20 keV [303]. Durante seu período inativo, esses objetos apresentam uma persistente emissão de raios-X (10^{35} erg/s para fótons de 0.5 – 10 keV). SGRs ainda produzem explosões mais incomuns, denominadas *giant flares*, como a observada no evento de 1998 [10]. Essas explosões são incomuns, ocorrendo uma vez a cada 50 – 100 anos, e extremamente intensas, apresentando luminosidades de 10^{44} erg/s e fótons de energia de 50 – 500 keV [303]. Assim como SGRs, AXPs apresentam uma emissão persistente em raios-X, porém mais fraca, na escala de *hard-X-rays*, com luminosidades em raios-X de ($10^{35} - 10^{36}$ erg/s e fótons de 0.4 – 0.6 keV) [304]. Além dessa emissão, AXPs apresentam um fenômeno denominado *glitch*, no qual ocorre um aumento repentino em sua taxa de rotação, seguido por uma relaxação que retorna a rotação à sua taxa original [305]. AXPs se diferem de SGRs pela sua inatividade, não tendo sido observadas explosões recorrentes ou *giant flares*. Conforme foi explicado na teoria de Thompson & Duncan [9, 12], que será discutida na próxima seção, o mecanismo responsável pela emissão de raios-X desses objetos é proveniente do decaimento de seus campos magnéticos extremamente intensos.

Atualmente (2016), existem 22 magnetares conhecidos e mais 7 candidatos, que precisam de mais medidas de suas propriedades para serem confirmados como magnetares [15]. Dentre esses objetos, mencionamos a seguir os de importância histórica e/ou características peculiares:

- *SGR 1806-20*: primeiro magnetar detectado, em Janeiro de 1979 [14, 306];
- *SGR 0525-66*: segundo magnetar detectado, sendo o objeto que deu origem ao evento de *giant flare* observado em 1979 [307, 308];
- *SGR 1900+14*: terceiro magnetar detectado, por meio de explosões de raios-gama periódicas detectadas em 1979 e 1993. Objeto que deu origem ao evento de *giant flare* observado em 1998 [309];
- *SWIFT J195509+261406*: primeiro magnetar a apresentar emissão na banda óptica, além de raios-gama e raios-X [310];
- *CXO J164710.2-455216*: objeto cuja estimativa de massa da estrela progenitora excede $40 M_{\odot}$, desafiando a teoria de evolução estelar [311];

- *SWIFT J1822.3*: magnetar que apresenta um campo magnético superficial *baixo* (2.7×10^{13} G), comparado aos valores de campos magnéticos medidos desses objetos [312];
- *SGR J1745-2900* o primeiro magnetar detectado orbitando um buraco negro, em Sagittarius A, esse objeto foi detectado em 2013 e pode trazer informações muito importantes para o tópico de gravitação quântica [313, 314].

Por fim, devemos ressaltar que magnetares são os objetos que apresentam as explosões periódicas mais luminosas no universo, excedendo todos os outros tipos de fonte por um fator de luminosidade de cerca de 10 mil vezes [10]. Apesar do pequeno número de magnetares detectados atualmente, estima-se que existam da ordem de *milhares* na Via-Láctea; porém, como a emissão de radiação detectável desses objetos dura apenas um curto espaço de tempo, da ordem de 10 mil anos, apenas os magnetares mais jovens são detectados [302]. No que segue, veremos como as observações de SGRs e AXPs deram origem ao modelo de magnetar atual.

4.2 O Modelo de Magnetares

A maioria dos pulsares emite na faixa de frequências do rádio e apresentam um período de rotação muito estável, conforme já mencionado. Porém, dado que esses objetos perdem energia rotacional por radiação ou pela emissão de partículas eletricamente carregadas, uma gradual diminuição da energia rotacional ocorre, aumentando, conseqüentemente, o seu período de rotação.

Dentre as características observadas em SGRs e AXPs, os valores de campos magnéticos estimados para esses objetos são as que mais chamam a atenção, devido às implicações da natureza extrema desses objetos. Os campos magnéticos de pulsares são medidos por meio de seu período P e do decaimento de seu período \dot{P} [117]:

$$B_s = 10^{13} \sqrt{\frac{P}{1 \text{ s}} \frac{\dot{P}}{10^{-13} \text{ s s}^{-1}}} G, \quad (4.1)$$

assim como a idade característica do pulsar τ_c :

$$\tau_c = \frac{P}{2\dot{P}}. \quad (4.2)$$

O diagrama de variação de período \dot{P} versus período P de pulsares é mostrado na Figura 4.1, o que nos permite distinguir três tipos de pulsares: os *típicos*, os *pulsares de milissegundo*, e os *magnetares*. O diagrama apresenta as idades (linhas decrescentes diagonais, da esquerda para a direita) e valores de campos magnéticos (linhas crescentes

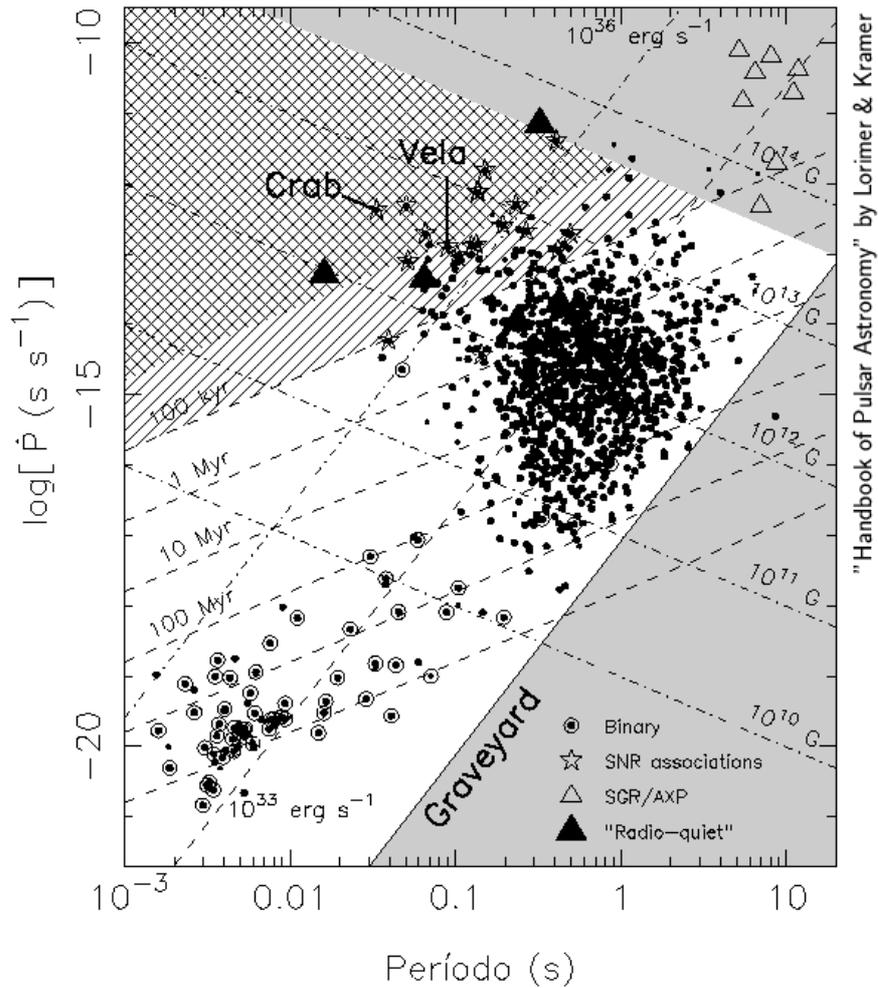


Figura 4.1: Diagrama de variação do período \dot{P} (eixo vertical, em escala logarítmica) por período P de pulsares (eixo horizontal), para diversas classes de pulsares. As linhas crescentes e decrescentes diagonais, da esquerda para a direita, indicam a idade característica e o campo magnético superficial desses objetos, respectivamente.

diagonais, da esquerda para a direita), além dos valores de período e variação do período de diversas classes de pulsares, sendo essas características resumidas na Tabela 4.1.

Vimos no capítulo anterior, que a conservação de fluxo magnético durante o colapso da supernova tem como efeito direto uma amplificação dos campos magnéticos e da rotação do núcleo da estrela colapsante. Contudo, esse argumento não é o suficiente para explicar os campos magnéticos intensos em magnetares pois, para uma estrela de $1.4 M_{\odot}$, o seu raio teria de ser menor que o raio de Schwarzschild para que se formasse um campo de 10^{15} G [315]. Somente em 1992 Robert Duncan & Christopher Thompson propoem um mecanismo alternativo, denominado mecanismo dínamo magneto-hidrodinâmico (do inglês *magnetohydrodynamic dynamo mechanism (MDM)*), baseado na amplificação do campo magnético por meio da rotação rápida do plasma presente na proto-estrela de nêutrons [11, 12].

Tabela 4.1: Estimativas das características das propriedades de pulsares.

Categoria	$P(s)$	$\dot{P}(s/s)$	$\tau_c(\text{anos})$	$B_s(G)$
pulsar de milissegundo	≤ 0.02	$\leq 10^{-19}$	$10^9 - 10^{10}$	$10^8 - 10^9$
pulsar típico	~ 1	$\sim 10^{-15}$	$10^6 - 10^7$	$10^{12} - 10^{13}$
magnetar	~ 10	$10^{-15} - 10^{-10}$	$\sim 10^4$	$10^{14} - 10^{15}$

Logo da descoberta de SGRs, algumas das principais perguntas a serem feitas diziam respeito ao tipo de fonte ao qual as explosões de raios-gama eram provenientes e qual mecanismo estaria por trás das imensas explosões detectadas. A partir dos dados medidos da grande explosão de 1979, foi possível se estimar que a fonte era jovem e proveniente de um remanescente de supernova ². Essas informações, juntamente com a modulação de 8 s observada durante a explosão, indicavam que a fonte de raios-X deveria ser uma estrela de nêutrons em baixa rotação [11].

Assim, na tentativa de explicar as emissões de raios-gama e raios-X de SGRs, Duncan & Thompson investigaram o mecanismo dínamo, que combina convecção e rotação, durante a formação desses objetos, assumindo que estes são estrelas de nêutrons [11, 12]. A teoria prevê que a condução de eletricidade é favorecida em uma proto-estrela de nêutrons quente e extremamente densa. Esses objetos são populados por partículas eletricamente carregadas, fazendo com que as linhas de campo magnético sejam afetadas pelos movimentos convectivos e, quando na presença de rotação rápida, a combinação de ambos efeitos (dínamo) amplifica o campo magnético original drasticamente.

De acordo com essa teoria, o mecanismo de amplificação do campo magnético se dá em um período da ordem de 10 s, no qual a estrela passa do estágio de proto-estrela de nêutrons para estrela de nêutrons, cessando o mecanismo dínamo ao final desse processo. Apesar do curto espaço de tempo, estima-se que o mecanismo dínamo seja capaz de gerar campos magnéticos de $10^{14} - 10^{15}$ G, sendo os rádio-pulsares objetos no qual o mecanismo dínamo foi incompleto, gerando campos magnéticos de *apenas* $10^{12} - 10^{13}$ G. Conforme ilustrado na Figura 4.1, apesar de magnetares serem originados com alta taxa de rotação, a sua energia rotacional é emitida muito mais rapidamente devido aos diversos fenômenos magnéticos responsáveis pela sua emissão de radiação, conforme veremos a seguir.

²É possível estimar a idade de um remanescente de supernova por meio das medidas de seu tamanho e taxa de expansão.

A interpretação de SGRs como estrelas de nêutrons extremamente magnéticas torna possível a previsão dos fenômenos observacionais altamente energéticos detectados em magnetares. Para compreender esses fenômenos, é preciso levar em conta que as condições de temperaturas e densidades nas camadas mais externas de estrelas de nêutrons fazem com que a matéria nessa região da estrela seja sólida, embora seu núcleo seja composto por um líquido. Além disso, a crosta sólida da estrela não será estável uma vez que a movimentação dos intensos campos magnéticos nas camadas mais internas da estrela gera uma tensão na interface entre a crosta e o núcleo. Essas características da crosta de magnetares tem como consequência os seguintes fenômenos [9, 11–13]:

- **Emissão persistente de raios-X:** a dissipação da energia magnética proveniente do interior dos magnetares faz com que a estrela seja quente e apresente emissão de raios-X altamente energéticos. Além disso, como a crosta sofre uma tensão devido ao campo magnético interno, as linhas de campo magnético externas sofrem uma torção. De acordo com a lei de Ampère, a torção nas linhas de campo magnético gera uma circulação não-nula e, portanto, uma corrente ao longo dessas linhas de campo. As partículas carregadas que circulam ao longo das linhas de campo magnético no exterior da estrela colidem entre si e também se chocam com a superfície da estrela ao alcançarem os pontos de origem das linhas de campo. Ambos fenômenos geram novas emissões de raios-X, e são ilustrados na Figura 4.2 [302].
- **Explosões de raios-gama:** o campo magnético interno de magnetares pode causar uma tensão muito grande na interface entre o núcleo e a crosta da estrela, quebrando sua crosta sólida e criando os denominados *starquakes* [13]. As rachaduras na superfície dos magnetares emitem uma imensa quantidade de energia magnética na forma de raios-X de altas energias (*soft gamma-rays*). As explosões de *soft gamma-rays* cessam com o rearranjo do campo magnético em um estado de menor energia.
- **Giant Flares:** em casos mais raros, o campo magnético desses objetos se torna instável em larga escala, sofrendo um processo de rearranjo para um estado de menor energia, similar ao caso que origina explosões de raios-gama. Nesse caso, ocorre uma reconexão das linhas de campo na superfície das estrelas, levando a uma imensa liberação de energia puramente magnética, nos eventos chamados *giant flares*. Essas explosões são incomuns, ocorrendo uma vez a cada 50 – 100 anos.

O modelo proposto por Duncan & Thompson foi capaz de reproduzir ambos fenômenos observados em 1979 e 1998, assim como as explosões de raios-gama provenientes de outras fontes de SGRs, sendo atualmente amplamente aceito para a descrição dos

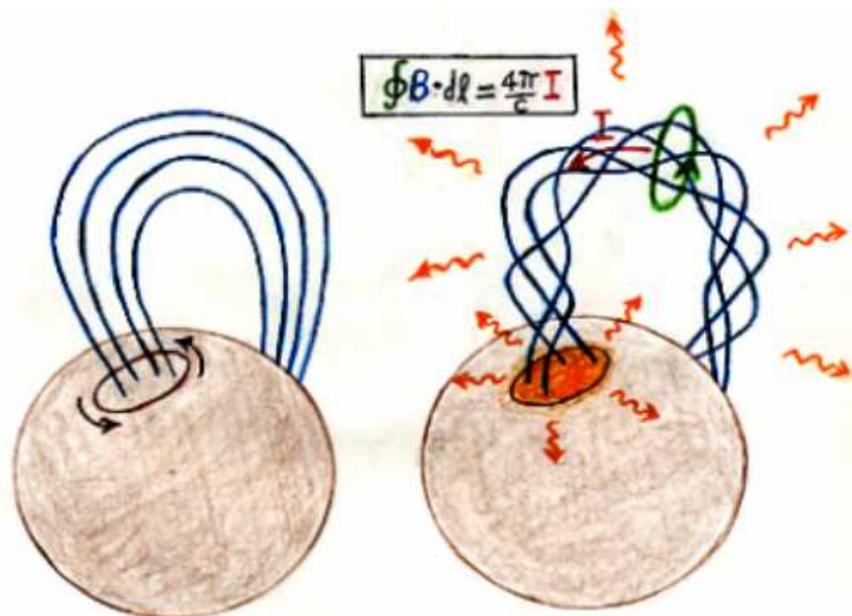


Figura 4.2: Ilustração da emissão de raios-X pelas partículas carregadas que circulam nas linhas de campo magnéticas de um magnetar. A estrela à esquerda não apresenta uma crosta instável, tendo suas linhas de campo magnético uniformes (em azul). A estrela à direita é um magnetar, no qual a crosta sofre uma tensão devido ao campo magnético interno, o que causa uma torção nas suas linhas de campo magnético externas.

fenômenos observacionais relacionados a magnetares [9,13,316]. Além disso, em 1998 Chryssa Kouveliotou confirmou observacionalmente que a variação do período do objeto SGR 1806-20 estava de acordo com as previsões da teoria de magnetares [14] e, desde então, diversas outras medidas confirmam que estes objetos, juntamente com AXPs, apresentam campos magnéticos superficiais extremamente intensos, da ordem de $10^{14} - 10^{15}$ G [15].

A atual interpretação de SGRs e AXPs é que estes pertencem a uma nova classe de objetos, denominada *magnetares*, que produz emissões de raios-X e raios- γ devido ao decaimento de seus campos magnéticos intensos [9,13]. Essa teoria é sustentada pela semelhança entre os fenômenos observados de AXPs e SGRs, e explica estes fenômenos como sendo períodos evolutivos diferentes de magnetares [284]. Segundo essa teoria, SGRs evoluem para AXPs quando sua taxa de rotação diminui e seus campos magnéticos se tornam mais fracos. Estima-se que o tempo de vida de magnetares como SGRs é de cerca de 10 mil anos, período no qual sua atividade magnética na crosta diminui gradativamente até se tornar um AXP. Devido ao decaimento rápido da taxa de rotação de AXPs, se estima que a taxa de rotação caia rapidamente até que estes objetos deixam de ser detectáveis.

Assim, magnetares são objetos que possuem campos magnéticos e densidades extremamente altos, sendo um ambiente no qual novos fenômenos físicos podem ser explorados, como a polarização do vácuo, a deformação de átomos em formas cilíndricas³, e os fenômenos de lentes magnéticas [317]. A teoria de magnetares desenvolvida por Duncan & Thompson descreve os fenômenos referentes à magnetosfera desses objetos e estima a existência de campos magnéticos superficiais de até 10^{16} G. De acordo com o teorema do virial, que relaciona as energias cinética e potencial totais na configuração de equilíbrio da estrela, estima-se que campos magnéticos no interior desses objetos apresentem valores ainda maiores, podendo alcançar $10^{18}G - 10^{20}$ G [69, 227, 318]. Assim, de modo a se determinar as propriedades globais de estrelas de nêutrons magnéticas, é necessário o desenvolvimento de um formalismo que leve em conta efeitos magnéticos na sua estrutura, conforme veremos na seção a seguir.

4.3 Estrutura de Estrelas Compactas Magnéticas

Diversas abordagens para a inclusão de efeitos magnéticos na estrutura de estrelas de nêutrons foram propostas ao longo dos anos, como por exemplo, a solução de um sistema de equações Newtoniano que não leva em conta efeitos relativísticos [62, 63], a introdução de efeitos magnéticos a partir de perturbações na métrica para estrelas com simetria quasi-esférica [64–66] ou somente na equação de estado da matéria no interior desses objetos [55, 56, 60, 214, 217, 220, 227]. Até o momento, o formalismo proposto por Bonazzola *et al.* [67] é o que contempla o problema de uma forma mais completa: por meio da solução das equações de Einstein acopladas às equações de Maxwell (equações Einstein-Maxwell), se calcula as propriedades de estrelas de nêutrons em rotação rápida e na presença de um campo magnético de geometria poloidal⁴. Nesse formalismo, analogamente à solução das equações TOV, a EoS entra como um dado de entrada, tendo impacto nas propriedades das estrelas.

O formalismo desenvolvido por Bonazzola *et al.* está disponível em um código livre, denominado *LORENE*, e foi aplicado para descrever estrela magnéticas originalmente sem efeitos de campos magnéticos na equação de estado [68, 69]. Os efeitos magnéticos na estrutura relativística e na equação de estado foram incluídos simultaneamente para descrever estrelas de quarks por Chatterjee *et al.* [70] e estrelas híbridas Franzon *et al.* [71], sendo os últimos os colaboradores para o desenvolvimento desta parte final da tese. Nessa seção, va-

³Na presença de campos magnéticos mais intensos de que 10^{14} G, átomos se tornam tão estreitos que seu tamanho é da ordem do comprimento de onda de de Broglie para um elétron

⁴A forma ainda mais completa de abordar o problema é considerar um campo magnético com componentes poloidais e toroidais.

mos apresentar os principais passos para a solução do sistema de equações Einstein-Maxwell, indicando a literatura na qual mais detalhes sobre o formalismo podem ser encontrados.

4.3.1 Formalismo

A solução das equações de Einstein sob diversas condições configura um ramo de pesquisa em física denominado Relatividade Numérica (do inglês *Numerical Relativity*), uma vez que tais estudos requerem soluções numéricas geradas por códigos computacionais frequentemente muito elaborados. Em particular, a técnica da decomposição das equações de Einstein no chamado *formalismo 3+1* [319–321] facilita as soluções desses sistemas de equações de um ponto de vista computacional e é utilizado para uma série de problemas no âmbito da Relatividade Geral, como estrelas de nêutrons em rotação rápida [320], emissão de ondas gravitacionais [322] e sistemas compactos binários [323].

O formalismo 3+1 consiste basicamente na separação do espaço-tempo em camadas que correspondem à hipersuperfícies do tipo espaço, conforme mostrado na Figura 4.3 [320]. Nesse contexto, o vetor n é proporcional à variação do tempo, conforme:

$$\vec{n} = -N \vec{\nabla} t, \quad (4.3)$$

onde a função $N(r, \theta)$ é denominada *função lapso*, uma vez que esta dá a proporção em que o tempo passa de uma camada para outra.

Outra quantidade importante nesse formalismo é a *função deslocamento* \vec{N}^ϕ , que mede o deslocamento em uma hipersuperfície espacial ao longo do tempo. Esta quantidade será a projeção de um evento espacial que sofre deslocamento temporal em uma hipersuperfície, conforme:

$$\vec{N}^\phi = N^{\phi, i} \vec{\partial}_i, \quad (4.4)$$

sendo, portanto, perpendicular a n . E, por fim, definimos ainda a *métrica induzida* γ , que nada mais é que a métrica restrita a uma hipersuperfície [320]:

$$\gamma_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} + n_\alpha n_\beta, \quad (4.5)$$

onde $g_{\alpha\beta}$ é a métrica da Relatividade Geral.

Definidas essas quantidades, podemos definir a métrica do nosso sistema como [67]:

$$ds^2 = -N^2 dt^2 + B^2 r^2 \sin^2 \theta (d\phi - N^\phi dt)^2 - A^2 (dr^2 + r^2 d\theta^2), \quad (4.6)$$

onde $N^\phi(r, \theta)$ é o vetor deslocamento, $N(r, \theta)$ é a função lapso e as quantidades A e B são potenciais da métrica que dependem de r e θ . O fato de os quatro potenciais da métrica

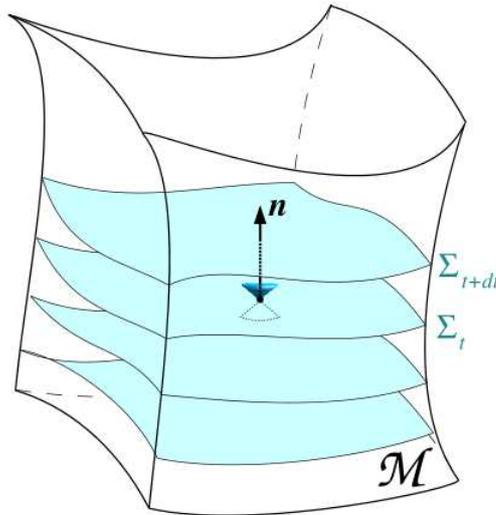


Figura 4.3: Ilustração da decomposição 3+1 para o espaço-tempo M . As hipersuperfícies espaciais Σ_t e Σ_{t+dt} correspondem a dois instantes de tempo consecutivos, sendo o tempo crescente na direção \vec{n} .

dependem das coordenadas r e θ permite uma simetria não-esférica para as estrelas, e a sua determinação se dará a partir da solução das equações de Einstein⁵.

Na próxima seção, vamos especificar as componentes do tensor energia-momentum total do sistema e, para tanto, devemos definir os referenciais ao qual vamos nos referir. No caso de escoamentos de fluidos, podemos identificar dois referenciais: euleriano e lagrangiano. O referencial euleriano se refere a um observador \mathcal{O}_0 que se encontra em repouso em relação ao movimento do fluido. No caso de uma estrela em rotação, esse observador será classificado como o observador de momentum-angular nulo. Já o observador lagrangiano \mathcal{O}_1 , se encontra em um referencial que segue o escoamento do fluido [67], apresentando uma velocidade em relação ao observador \mathcal{O}_0 .

4.3.2 Tensor energia-momentum

Analogamente à dedução feita no Capítulo 2, podemos escrever o tensor energia-momentum do sistema de modo a evidenciar as contribuições isotrópicas de um fluido perfeito

⁵Essa metodologia é análoga à da determinação do equilíbrio hidrostático para uma estrela esférica - ver Apêndice C.

e anisotrópicas dos termos de magnetização e puramente magnéticas [71]:

$$\begin{aligned}
T^{\mu\nu} &= (\varepsilon + P)u^\mu u^\nu + P g^{\mu\nu} \\
&+ \frac{\mathcal{M}}{B_{mag}} (b^\mu b^\nu - (b \cdot b)(u^\mu u^\nu + g^{\mu\nu})) \\
&+ \frac{1}{\mu_0} \left(-b^\mu b^\nu + (b \cdot b)u^\mu u^\nu + \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(b \cdot b) \right), \tag{4.7}
\end{aligned}$$

onde \mathcal{M} e B_{mag} são os módulos dos quadri-vetores de magnetização e campo magnético⁶, u^μ é a quadri-velocidade do fluido, $u^\mu = \text{diag}(1, 0, 0, 0)$; b^μ é o campo magnético visto pelo observador em repouso \mathcal{O}_0 , $b^\mu = \text{diag}(0, 0, 0, B_{mag})$; e a densidade de energia e pressão (termodinâmica) do fluido são dados por ε e P , respectivamente.

Assim, as duas primeiras linhas em (4.7) correspondem à contribuição de matéria para um fluido ideal (primeira linha) e magnetização (segunda linha), e a última linha a contribuição puramente magnética⁷. Optamos por escrever as equações em termos da permeabilidade magnética do vácuo μ_0 de modo a tornar a leitura das unidades eletromagnéticas mais simples (ver Apêndice A).

As componentes de matéria do tensor energia-momentum serão, portanto:

$$T_{m0}^0 = \varepsilon, \quad T_{m1}^1 = P - \mathcal{M}B_{mag}, \quad T_{m2}^2 = P - \mathcal{M}B_{mag}, \quad T_{m3}^3 = P, \tag{4.8}$$

onde identificamos as componentes T_{m1}^1 e T_{m2}^2 como as contribuições de pressão perpendiculares ao campo B_{mag} , e a componente T_{m3}^3 como a pressão paralela. Da mesma forma, as componentes puramente magnéticas do tensor energia-momentum (4.7) são:

$$T_{B0}^0 = \frac{B_{mag}^2}{2\mu_0}, \quad T_{B1}^1 = \frac{B_{mag}^2}{2\mu_0}, \quad T_{B2}^2 = \frac{B_{mag}^2}{2\mu_0}, \quad T_{B3}^3 = -\frac{B_{mag}^2}{2\mu_0}. \tag{4.9}$$

No formalismo 3+1, a partir das componentes do tensor energia-momentum medidas pelo observador euleriano \mathcal{O}_0 , obtemos:

$$E = T_{\mu\nu}n^\mu n^\nu, \quad J^\alpha = -T_{\mu\nu}u^\nu \gamma_\alpha^\mu, \quad S_{\alpha\beta} = T_{\mu\nu}\gamma_\alpha^\mu \gamma_\beta^\nu, \tag{4.10}$$

onde E representa a densidade de energia do sistema, J^α é o fluxo da densidade de momentum e $S_{\alpha\beta}$ são as componentes de tensão de cisalhamento e pressão (diagonal). Para o caso de um fluido perfeito (FP) [69], temos:

$$E^{(FP)} = \Gamma^2(\varepsilon + P) - P, \tag{4.11}$$

⁶No Capítulo 2 o campo magnético é denotado por B , porém nesse formalismo utiliza-se o potencial da métrica $B(r, \theta)$ e, portanto, diferenciamos a nomenclatura adotando B_{mag} para o campo magnético.

⁷A descrição do tensor energia-momentum utilizada neste Capítulo recai precisamente na deduzida no Capítulo 2, conforme é mostrado no Apêndice A da referência [70].

$$J_\phi^{(FP)} = \Gamma^2(\varepsilon + P)U, \quad (4.12)$$

$$S_r^{(FP)r} = S_\theta^{(FP)\theta} = P, \quad S_\phi^{(FP)\phi} = P + (E^{(FP)} + P)U^2, \quad (4.13)$$

onde o fator de Lorentz é dado por $\Gamma = (1 - U^2)^{-\frac{1}{2}}$, sendo U a velocidade do fluido definida:

$$U = \frac{Br \sin \theta}{N}(\Omega - N^\phi), \quad (4.14)$$

em termos da função lapso N^ϕ e da velocidade angular Ω , medidas por um observador no infinito. Para definirmos esse mesmo conjunto de variáveis oriundas do campos magnético, é necessário definir sua geometria, como veremos a seguir.

4.3.3 Equações de Maxwell

Para introduzirmos campos magnéticos nesse formalismo, é preciso se levar em conta que estamos supondo uma configuração axisimétrica e na ausência de correntes meridionais. Além disso, como não estamos considerando os efeitos hidrodinâmicos no interior desses corpos, o campo eletromagnético presente nos mesmos é gerado através de uma corrente livre que, como veremos a seguir, será um dos dados de entrada do código.

A forma da corrente elétrica mais compatível com o sistema que queremos descrever é dada por [67]:

$$j^\mu = (j^t, 0, 0, j^\phi). \quad (4.15)$$

Da mesma forma o tensor electromagnético $F_{\alpha\beta}$ deve ser oriundo de um potencial electromagnético A_α de forma [67]:

$$dA_\alpha = A_t dt + A_\phi d\phi, \quad (4.16)$$

o que dá origem às seguintes formas dos potenciais escalares elétrico Φ e magnético Ψ

$$\Phi = -\frac{1}{N}(A_t + N^\phi A_\phi), \quad (4.17)$$

$$\Psi = (Br \sin \theta)^{-1} A_\phi, \quad (4.18)$$

em termos dos potenciais da métrica $N(r, \theta)$, $B(r, \theta)$ e $N^\phi(r, \theta)$.

Essa escolha de correntes e potencial electromagnético leva a uma distribuição *poloidal* dos campos elétrico e magnético, conforme [324]:

$$E_\alpha = F_{\alpha\beta} n^\beta = \left(0, \frac{1}{N} \left[\frac{\partial A_t}{\partial r} + N^\phi \frac{\partial A_\phi}{\partial r} \right], \frac{1}{N} \left[\frac{\partial A_t}{\partial \theta} + N^\phi \frac{\partial A_\phi}{\partial \theta} \right], 0 \right),$$

$$B_\alpha = -\frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\sigma} F^{\gamma\sigma} n^\beta = \left(0, \frac{1}{Br^2 \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \theta}, -\frac{1}{B \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial r}, 0 \right).$$

medidos por um observador euleriano \mathcal{O}_0 , com velocidade n^μ .

Supondo que a matéria tem condutividade infinita, a lei de Ohm irá implicar que o campo elétrico deve ser nulo para o observador no referencial lagrangiano \mathcal{O}_1 ⁸. Se as componentes do campo elétrico em 4.19 são nulas, ($E'_\alpha = u^\beta F_{\alpha\beta} = 0$), isso implica que:

$$\frac{\partial A_t}{\partial x^i} = -\Omega \frac{\partial A_\phi}{\partial x^i}, \quad (4.19)$$

onde Ω é a velocidade angular do fluido e, para o caso de rotação rígida⁹, $\Omega = \text{constante}$, temos:

$$A_t = -\Omega A_\phi. \quad (4.20)$$

Uma vez definidas as componentes dos campos elétrico e magnético, podemos agora determinar a contribuição eletromagnética (puramente eletromagnética e de magnetização) para a densidade de energia [70, 71]

$$E^{(EM)} = \frac{1}{2\mu_0} \left[\left(1 + 2 \frac{\mathcal{M}}{B_{mag}} \right) E^i E_i + B^i B_i \right], \quad (4.21)$$

fluxo da densidade de momentum

$$J_\phi^{(EM)} = \frac{1}{\mu_0} \left[A^2 (B^r E^\theta - E^r B^\theta) + \frac{\mathcal{M}}{B_{mag}} B^i B_i U \right]. \quad (4.22)$$

e as componentes do tensão:

$$S_r^{(EM)r} = \frac{1}{2\mu_0} (E^\theta E_\theta - E^r E_r + B^\theta B_\theta - B^r B_r) + \frac{2\mathcal{M}}{B_{mag}} \frac{B^\theta B_\theta}{\Gamma^2},$$

$$S_\theta^{(EM)\theta} = \frac{1}{2\mu_0} (E^r E_r - E^\theta E_\theta + B^r B_r - B^\theta B_\theta) + \frac{2\mathcal{M}}{B_{mag}} \frac{B^r B_r}{\Gamma^2},$$

$$S_\phi^{(EM)\phi} = \frac{1}{2\mu_0} \left[E^i E_i + B^i B_i + \frac{2\mathcal{M}}{B_{mag}} (1 + \Gamma^2 U^2) \frac{B^i B_i}{\Gamma^2} \right]. \quad (4.23)$$

O tensor eletromagnético é definido em termos do potencial eletromagnético de acordo com:

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha, \quad (4.24)$$

⁸A lei de Ohm postula que a diferença de potencial, originada por um campo elétrico, é proporcional à corrente por meio de uma constante denominada *resistência*. Se o material tem condutividade infinita, sua resistência será nula e, conseqüentemente, também será o seu campo elétrico.

⁹Essa análise pode também ser feita para um potencial eletromagnético dependente de Ω , $A_\phi = A_\phi(\Omega)$, em um caso de rotação diferencial. Contudo, a condição de infinita condutividade imposta para A_ϕ faz com que o caso de rotação diferencial implique que $A_\phi(\Omega)$ não satisfaz as equações de Maxwell-Ampère. Assim, para uma distribuição eletromagnética poloidal, apenas o caso de rotação rígida pode ser estudado [67].

fazendo com que as equações de Maxwell homogêneas (sem fontes) sejam automaticamente satisfeitas pelo tensor eletromagnético. As equações de Maxwell não-homogêneas correspondem a lei de Gauss para o magnetismo e a lei de Faraday, e podem ser escritas na sua forma covariante como [325]:

$$\nabla_\gamma F_{\alpha\beta} + \nabla_\alpha F_{\beta\gamma} + \nabla_\beta F_{\gamma\alpha} = 0, \quad (4.25)$$

onde ∇_μ é a derivada covariante (ver C.6). Assim, resta-nos determinar a solução das equações de Maxwell não-homogêneas, que descrevem as leis de Gauss e Ampère, e que apresentam a seguinte forma covariante:

$$\nabla_\beta F^{\alpha\beta} = \mu_0 j^\alpha. \quad (4.26)$$

Separando os termos de fonte em uma contribuição de corrente que dá origem ao campo magnético, e uma contribuição de magnetização, reescrevemos essas equações na forma [70]:

$$\nabla_\mu F^{\sigma\mu} = \frac{B_{mag}}{B_{mag} - \mathcal{M}\mu_0} (\mu_0 j_0^\sigma + F^{\sigma\mu} \nabla_\mu x). \quad (4.27)$$

As equações de Maxwell-Gauss e Maxwell-Ampère, obtidas da equação 4.27, irão determinar as componentes não-nulas do potencial eletromagnético A^μ . Assim a equação de Maxwell-Gauss é dada por [70]:

$$\begin{aligned} \Delta_3 A_t &= \frac{B_{mag}}{\mathcal{M}\mu_0 - B_{mag}} \left[\mu_0 A^2 \left(g_{tt} j_0^t + g_{t\phi} j_0^\phi \right) + \partial A_t \partial x \right] - \frac{B^2}{N^2} N^\phi r^2 \sin^2 \theta \partial A_t \partial N^\phi \\ &\quad - \left(1 + \frac{B^2}{N^2} r^2 \sin^2 \theta (N^\phi)^2 \right) \partial A_\phi \partial N^\phi - (\partial A_t + 2N^\phi \partial A_\phi) \partial (\beta - \nu) \\ &\quad - 2 \frac{N^\phi}{r} \left(\frac{\partial A_\phi}{\partial r} + \frac{1}{r \tan \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \quad (4.28)$$

e a equação de Maxwell-Ampère:

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_3 \left(\frac{A_\phi}{r \sin \theta} \right) &= \frac{B_{mag}}{\mathcal{M}\mu_0 - B_{mag}} \left[\mu_0 A^2 B^2 \left(j_0^\phi - N^\phi j_0^t \right) r \sin \theta + \frac{1}{r \sin \theta} \partial A_\phi \partial x \right], \\ &\quad + \frac{B^2}{N^2} r \sin \theta \partial N^\phi (\partial A_t + N^\phi \partial A_\phi) + \frac{1}{r \sin \theta} \partial A_\phi \partial (\beta - \nu), \end{aligned} \quad (4.29)$$

onde utilizamos as seguintes notações [67]:

$$\begin{aligned} \nu &= \ln N, \quad \alpha = \ln A, \quad \beta = \ln B, \\ \Delta_2 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \\ \Delta_3 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \tan \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}, \\ \tilde{\Delta}_3 &= \Delta_3 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta}, \\ \partial a \partial b &= \frac{\partial a}{\partial r} \frac{\partial b}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial a}{\partial \theta} \frac{\partial b}{\partial \theta}, \end{aligned} \quad (4.30)$$

que serão utilizadas na próxima seção para descrever as equações de Einstein-Maxwell.

4.3.4 Equações de Einstein-Maxwell

As equações de Einstein relacionam a geometria do espaço-tempo à deformação que o mesmo sofre na presença de matéria e energia, no que é interpretado como interação gravitacional (ver Apêndice C). Esse conjunto de dez equações, denominado *equações de campo de Einstein* tem sua componente geométrica reescrita no formalismo 3+1, conforme mostrado na referência [320], para uma geometria axisimétrica dada pela métrica (4.6). Assim, para o tensor energia-momentum utilizado nesse sistema, com a específica configuração eletromagnética poloidal, as equações de campo recaem em [70]:

$$\begin{aligned}
\Delta_3 \nu &= 4\pi GA^2 (E + S_i^i) + \frac{B^2 r^2 \sin^2 \theta}{2N^2} (\partial N^\phi)^2 - \partial \nu \partial (\nu + \beta), \\
\tilde{\Delta}_3 (N^\phi r \sin \theta) &= 16\pi G \frac{NA^2}{B} \frac{J_\phi}{r \sin \theta} - r \sin \theta \partial N^\phi \partial (3\beta - \nu), \\
\Delta_2 [(NB - 1) r \sin \theta] &= 8\pi G NA^2 Br \sin \theta (S_r^r + S_\theta^\theta) \\
\Delta_2 (\nu + \alpha) &= 8\pi GA^2 S_\phi^\phi + \frac{3B^2 r^2 \sin^2 \theta}{4N^2} (\partial N^\phi)^2 - (\partial \nu)^2,
\end{aligned} \tag{4.31}$$

onde identificamos as notações (4.30) definidas na seção anterior. As quantidades energia, densidade de fluxo e tensão, associadas ao tensor energia-momentum, são dadas por suas contribuições totais, de modo que: $E = E^{(FP)} + E^{(EM)}$, $J_\phi = J_\phi^{(FP)} + J_\phi^{(EM)}$, e $S_i^i = S_i^{i(FP)} + S_i^{i(EM)}$, para $i = r, \theta, \phi$.

Esse sistema de equações, incluindo contribuições eletromagnéticas através do tensor energia-momentum nas equações de Einstein, juntamente com as equações de Maxwell-Gauss e Maxwell-Ampère caracteriza o denominado *sistema de equações Einstein-Maxwell*. Identificamos nas equações de campo seis incógnitas, sendo as quatro primeiras os potenciais da métrica $N(r, \theta)$, $N^\phi(r, \theta)$, $A(r, \theta)$ e $B(r, \theta)$, além das componentes do potencial eletromagnético A_t e A_ϕ , presentes em E , J^ϕ e S_i^i . As equações de campo de Einstein fornecem quatro equações para a solução do sistema, sendo as outras duas provenientes das equações de Maxwell-Gauss e Maxwell-Ampère. Contudo, devemos ainda levar em consideração a condição de condutividade infinita (4.19) e, conforme veremos na próxima seção, impor uma relação de equilíbrio magnetostático ao sistema.

4.3.5 Equilíbrio magnetostático

A condição de equilíbrio magnetostático para esse sistema de estudo é obtida a partir da conservação de energia e momentum, conforme visto na Seção 1.4.4:

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0. \tag{4.32}$$

Do mesmo modo como separamos as contribuições do tensor energia-momentum como sendo a de um fluido perfeito, a contribuição eletromagnética e a da magnetização na Seção 4.3.2,

podemos reescrever a quadri-divergência de $T^{\mu\nu}$ [70]:

$$\nabla_\alpha T^{\alpha\beta} = \nabla_\alpha T_{(FP)}^{\alpha\beta} - F^{\beta\nu} j_\nu^0 - \frac{\mathcal{M}}{2B_{mag}} F_{\sigma\tau} \nabla^\beta F^\sigma. \quad (4.33)$$

Acima, $T_{(FP)}^{\alpha\beta}$ corresponde ao tensor energia-momentum de um fluido perfeito, o segundo termo corresponde à força de Lorentz originada pelas correntes livres j_ν^0 , e o último termo caracteriza a contribuição da magnetização do sistema.

Aplicando o tensor energia-momentum obtido nas seções anteriores, para o caso de rotação rígida [68], reescrevemos a conservação de momentum e energia como [68, 70]:

$$(\varepsilon + P) \left(\frac{1}{\varepsilon + P} \frac{\partial P}{\partial x^i} + \frac{\partial \nu}{\partial x^i} - \frac{\partial \ln \Gamma}{\partial x^i} \right) - F^{i\sigma} j_0^\sigma - \frac{\mathcal{M}}{2B_{mag}} F_{\mu\nu} \nabla_i F^{\mu\nu} = 0. \quad (4.34)$$

De modo a se resolver a integral para a construção do fluido perfeito, a entalpia por bárion é introduzida:

$$h(\rho_b, b) = \frac{\varepsilon + P}{\rho_b}, \quad (4.35)$$

onde ρ_b corresponde à densidade bariônica. Outra importante quantidade a ser introduzida é a *função corrente* f , que relaciona as componentes da corrente elétrica j^α com a componente A_ϕ do potencial eletromagnético através de [67]:

$$j^\phi - \Omega j^t = (\varepsilon + P) f(A_\phi). \quad (4.36)$$

Assim, a integração da equação de movimento (conservação de energia e momentum), leva à condição de equilíbrio hidrostático:

$$h(r, \theta) + \nu(r, \theta) - \ln \Gamma(r, \theta) + M(r, \theta) = \text{constante}, \quad (4.37)$$

onde $M(r, \theta)$ é o termo eletromagnético induzido pela força de Lorentz [68], dado por:

$$M(A_\phi(r, \theta)) = - \int_{A_\phi(r, \theta)}^0 f(x) dx. \quad (4.38)$$

Conforme já mencionado, na ausência do modelamento da hidrodinâmica no interior desses objetos, assumimos que será uma corrente constante $f = f_0$ que dará origem ao campo magnético nesse formalismo, sendo este um dado de entrada do modelo. Assim, diferentes valores de f_0 geram diferentes perfis de campos magnéticos, conforme veremos nos resultados deste capítulo. Por fim, devemos ressaltar que, conforme mostrado por Chatterjee *et al.*, a contribuição de matéria é anulada na equação de movimento, não tendo influência direta no equilíbrio magnetostático [70]. A contribuição de magnetização é, contudo, relevante em todos os outros passos do formalismo, estando presente explicitamente nas equações de Einstein-Maxwell [71].

4.3.6 Metodologia

Tendo todas as equações pertinentes ao formalismo definidas, partimos agora para uma breve descrição da solução do sistema. O sistema de equações Einstein-Maxwell, dado pelas equações (4.28), (4.29) e (4.31), forma um sistema de equações diferenciais parciais elípticas e, de modo a obter sua solução, é necessário descrever condições de contorno. Para tanto, esse formalismo utiliza a condição de que no limite em que o raio tende para infinito espera-se que a métrica recaia em uma métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$, para um espaço plano [320], de modo que:

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi). \quad (4.39)$$

Assim, comparando as métricas (4.6) e (4.39), temos que para $r \rightarrow \infty$ [67, 68]:

$$N(r, \theta) \rightarrow 1, \quad N^\phi(r, \theta) \rightarrow 1, \quad A(r, \theta) \rightarrow 1, \quad B(r, \theta) \rightarrow 1. \quad (4.40)$$

O sistema de equações Einstein-Maxwell é resolvido através do código *LORENE*, que utiliza métodos espectrais¹⁰ para resolver o sistema de equações (4.28), (4.29) e (4.31), tendo a velocidade angular Ω , a *função corrente* f_0 e a entalpia central h_c como dados de entrada.

Os potenciais da métrica $N(r, \theta)$, $N^\phi(r, \theta)$, $A(r, \theta)$ e $B(r, \theta)$, e as componentes do potencial eletromagnético A_t e A_ϕ , são determinados para todo o espaço, obedecendo ainda a condição de equilíbrio magnetostático (4.37). Assim, é possível calcular as quantidades globais das estrelas, como a massa gravitacional total M_g [71]:

$$M_g = \int A^2 B r^2 [N(E + S) + 2N^\phi B(E + p)Ur \sin\theta] \sin\theta dr d\theta d\phi, \quad (4.41)$$

e o número bariônico total da estrela \mathcal{A} :

$$\mathcal{A} = \int \frac{A^4}{B} \Gamma n r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi, \quad (4.42)$$

que permite determinar a energia de ligação gravitacional da estrela por meio de:

$$E_b = M_g - m_b \mathcal{A}, \quad (4.43)$$

onde m_b corresponde à massa bariônica no infinito [67]. Podemos ainda definir o *raio circular* R_{circ} , que corresponde ao raio equatorial da estrela medido pelo observador euleriano \mathcal{O}_0 :

$$R_{circ} = B(r_{eq}, \frac{\pi}{2}) r_{eq}, \quad (4.44)$$

¹⁰Para uma discussão detalhada do processo numérico de solução das equações Einstein-Maxwell, bem como diversos testes numéricos do modelo, ver referências [67, 68].

onde r_{eq} é a coordenada de raio na direção do equador ($\theta = \pi/2$).

Por fim, chamamos atenção para o fato de que, no limite em que a contribuição de pressão magnética se iguala à pressão do fluido, a componente de tensão S_r^r se torna nula. Além disso, quando a contribuição puramente magnética excede a contribuição do fluido ao longo de todo o eixo de simetria da estrela, nenhuma configuração estacionária é encontrada, impondo um limite de campo magnético máximo para o código da ordem de $\sim 10^{18}$ G [67].

4.4 Resultados

Nesta seção discutiremos os resultados da inclusão de efeitos magnéticos na estrutura de estrelas de nêutrons magnéticas, no formalismo apresentado neste capítulo e calculado pelo código aberto LORENE. De modo a considerarmos os efeitos puramente magnéticos, não levamos em conta efeitos de rotação da estrela e, portanto, supomos $\Omega = 0$.

O limite do código LORENE para campos magnéticos de $\sim 10^{18}$ G [67,68] implica que efeitos de campos magnéticos na equação de estado não irão afetar as propriedades globais desses objetos diretamente, para uma configuração de campos magnéticos poloidal [70]. Isso se dá pelo fato que efeitos magnéticos relevantes na equação de estado se apresentam para campos magnéticos da ordem ou maiores que o limite do formalismo utilizado no código LORENE [71] e foi testado para equação de estado MBF para a matéria composta por núcleons e léptons. Assim, os resultados apresentados a seguir foram calculados sem a inclusão de campos magnéticos na equação de estado, embora os resultados sejam essencialmente os mesmos.

Por fim, mais uma vez ressaltamos que os resultados apresentados a seguir foram desenvolvidos e analisados em colaboração ao grupo de Física de Hádrons do Frankfurt Institute for Advanced Studies. Essa pesquisa se encontra atualmente no estágio de análise de dados e, devido a originalidade dos resultados apresentados aqui, um novo artigo será elaborado ao final dessa análise.

4.4.1 Efeitos globais

Resolvendo o sistema de equações Einstein-Maxwell para uma configuração de equilíbrio magnetostático para diferentes valores de entalpia central (associada à EoS do modelo MBF), obtemos um diagrama massa-raio circular, similar aos diagramas massa-raio para as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV). O painel à esquerda da Figura 4.4 mostra o diagrama massa-raio circular para diferentes distribuições de campos magnéticos que podem ser interpretadas como diferentes estágios de evolução de estrelas magnéticas, sendo valores de campos magnéticos mais altos associados a estrelas mais jovens [71].

Verificamos que efeitos magnéticos na estrutura produzem um aumento pequeno na massa máxima dessas estrelas, variando de $2.15 M_{\odot}$, para a configuração não-magnética, para $2.22 M_{\odot}$, para a configuração de $j_0 = 3.5 \times 10^{15} \text{ A/m}^2$, que corresponde a um campo magnético central de $B_c = 1.1 \times 10^{18} \text{ G}$. O efeito magnético de aumento da massa de estrelas magnéticas é associado ao efeito da força de Lorentz atuar contrariamente à gravidade, fazendo com que as estrelas possam suportar massas maiores. Já os efeitos no raio equatorial (associados ao raio circular) são mais pronunciados, indicando uma maior deformação na estrela devido à configuração poloidal que favorece o surgimento de estrelas mais oblatas [71].

No painel à direita da Figura 4.4, apresentamos um diagrama massa-raio que permite estimar o erro para as massas e raios de estrelas magnéticas quando efeitos de campos magnéticos são introduzidos somente na equação de estado (contribuição total: de matéria e puramente magnética) e aplicados para resolver as equações TOV. Para tanto, comparamos os diagramas massa-raio circular da configuração $j_0 = 3.5 \times 10^{15} \text{ A/m}^2$ calculada pelo código LORENE, com a relação massa-raio para uma mesma distribuição de campos magnéticos (na direção equatorial), no qual os efeitos magnéticos são introduzidos apenas no cálculo da equação de estado, e a pressão utilizada para obter esse diagrama é a pressão perpendicular ao campo magnético.

Dessa comparação, concluímos que desconsiderar os efeitos de campos magnéticos na estrutura de estrelas de nêutrons magnéticas leva a uma superestimativa da massa máxima e uma subestimativa dos raios desses objetos. Em particular, para a parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, a solução da TOV com campos magnéticos somente na equação de estado prevê uma massa máxima de $2.5 M_{\odot}$ e um raio para a estrela de $1.4 M_{\odot}$ de $R_{1.4 M_{\odot}} = 12.1 \text{ km}$, enquanto a solução obtida pelo código LORENE prediz uma massa máxima de $2.22 M_{\odot}$ e um raio $R_{1.4 M_{\odot}} = 15.2 \text{ km}$, evidenciando a necessidade de se levar em conta efeitos magnéticos na estrutura de estrelas de nêutrons.

Verificamos também os efeitos das forças de muitos-corpos e de diferentes configurações de campo magnético na massa gravitacional e energia de ligação gravitacional de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_{\odot}$. Conforme já discutido no Capítulo 3, valores pequenos do parâmetro de muitos corpos ζ geram efeito de *blindagem* dos acoplamentos escalares (na versão escalar do modelo), tornando as contribuições repulsivas da interação nuclear ainda mais dominantes no regime de altas energias. A Figura 4.5 mostra que esses efeitos somados às forças de Lorentz têm como resultado um aumento na massa gravitacional desses objetos (esquerda) e, para o caso de uma massa bariônica fixa, a diminuição da ligação gravitacional desses objetos, ou seja os valores da energia de ligação gravitacional E_b se aproximam de zero (direita).

Apesar de campos magnéticos intensos produzirem um aumento de cerca de 3% na

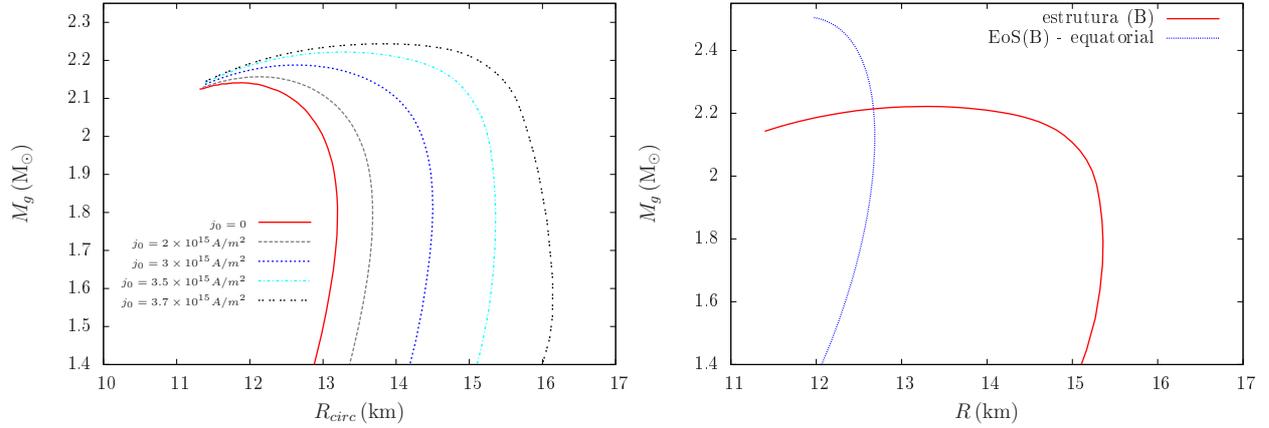


Figura 4.4: Relação massa-raio para estrelas magnéticas. O eixo vertical indica a massa das estrelas e o eixo horizontal o raio. No caso do formalismo que inclui campos magnéticos na estrutura, é considerado o raio circular. O painel da esquerda corresponde ao diagrama para diferentes configurações iniciais de corrente. O painel da direita compara a relação massa-raio para estrelas magnéticas incluindo ou não campos magnéticos na estrutura das estrelas, para uma corrente $j_0 = 3.5 \times 10^{15} \text{ A/m}^2$.

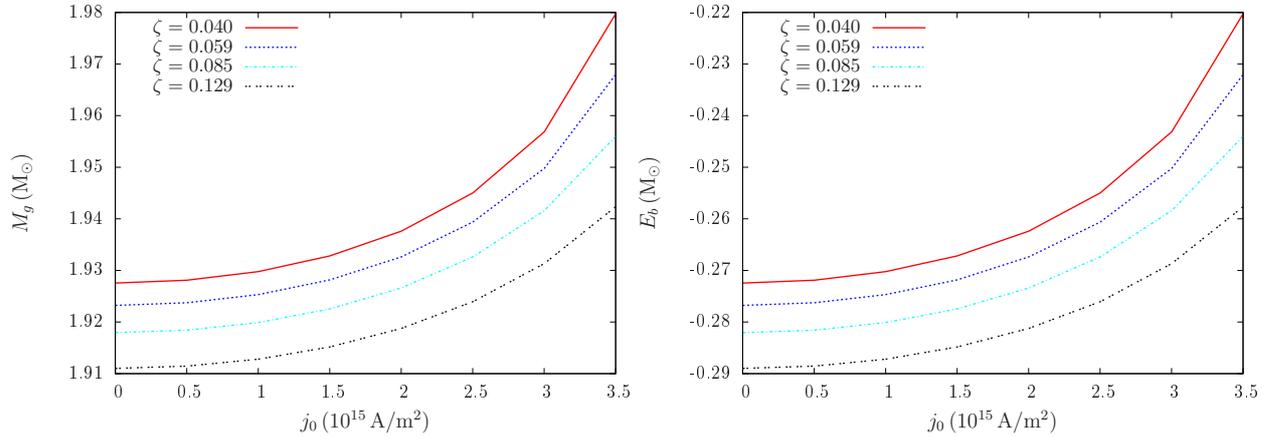


Figura 4.5: Efeitos de multípolos e campos magnéticos na massa gravitacional e energia de ligação gravitacional para estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$. Os eixos verticais nos painéis da esquerda e direita correspondem, respectivamente à massa gravitacional e à energia de ligação gravitacional ($E_b = M_g - M_b$), enquanto o eixo horizontal corresponde a diferentes configurações iniciais de corrente em ambas figuras.

massa máxima das estrelas, seus efeitos na deformação das estrelas são muito mais significativos, conforme é ilustrado na Figura 4.6, para a razão entre o raio polar e o raio equatorial para diferentes distribuições de campos magnéticos, e para uma estrela de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, na parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF. Conforme mencionado acima, a configuração poloidal do campo eletromagnético favorece o crescimento do raio equatorial e a diminuição do raio polar, de modo a tornar a estrela mais oblata, sendo seu efeito mais intenso para maiores campos magnéticos. Em particular, a configuração de maior campo magnético $j_0 = 3.5 \times 10^{15} \text{ A/m}^2$ que, para essas estrelas gera um campo magnético central $B_c = 8 \times 10^{17} \text{ G}$, faz com que o raio equatorial seja $r_{eq} \simeq 1.7 r_p$. Esses efeitos são ilustrados na Figura 4.7, no qual mostramos os raios equatorial e polar das estrelas para as mesmas configurações de campos magnéticos na Figura 4.6.

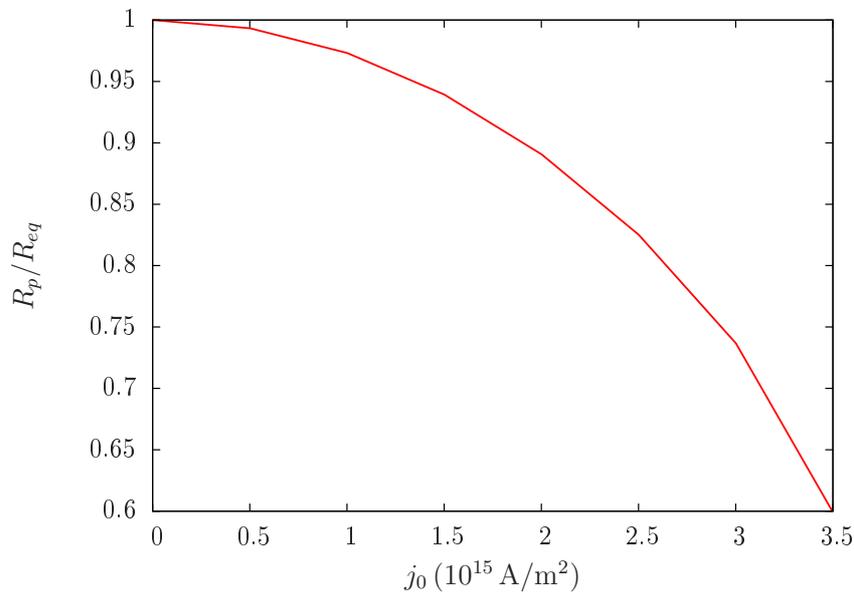


Figura 4.6: Efeitos de campos magnéticos na deformação de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, com diferentes configurações de correntes. O eixo vertical corresponde à razão entre o raio polar e o raio equatorial das estrelas e o eixo horizontal corresponde a diferentes configurações iniciais de corrente.

Mostramos na Figura 4.8 os efeitos quantitativos de diferentes configurações nos campos magnéticos superficial e central de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, para a parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF. A partir desses resultados, verificamos que a diferença entre os valores de campos magnéticos central e superficial aumenta com a corrente, alcançando $\sim 4.3 \times 10^{17} \text{ G}$ para as configurações de maiores correntes. Essa diferença de distribuição de campos magnéticos ao longo da estrela indica que seu perfil de densidades também deve ser afetado por diferentes configurações de campos magnéticos.

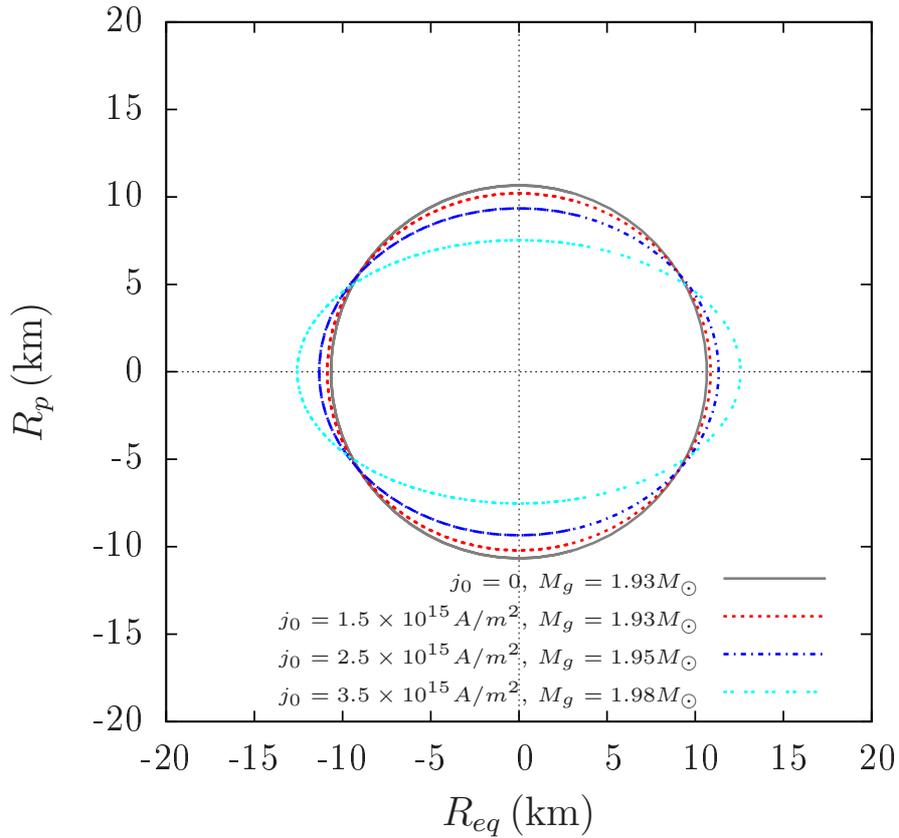


Figura 4.7: Efeitos de campos magnéticos na deformação de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, com diferentes configurações de correntes. A deformação desses objetos é ilustrada com os eixos vertical e horizontal correspondendo ao raio polar e equatorial, respectivamente.

Assim, a Figura 4.9 mostra os valores das densidades centrais do mesmo conjunto de estrelas analisadas na Figura 4.8, na qual identificamos que maiores valores de campos magnéticos têm como efeito o decréscimo da densidade central das estrelas. Veremos na próxima seção que esse resultado tem impacto dramático na população de estrelas magnéticas.

4.4.2 Efeitos internos

Nessa seção, analisaremos os efeitos de campos magnéticos intensos no interior de estrelas de nêutrons magnéticas. Para tanto, optamos por analisar os perfis de densidade, linhas de campo magnéticas e população da estrela de massa gravitacional máxima da parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, para uma configuração de correntes $j_0 = 3.5 \times 10^{15} \text{ A/m}^2$. Essa configuração descreve uma estrela de massa gravitacional máxima de $M_g = 2.22 M_\odot$, e massa bariônica de $M_b = 2.56 M_\odot$, cujos campos magnéticos superficial e central são de $B_s = 3.8 \times 10^{17} \text{ G}$ e $B_c = 1.1 \times 10^{18} \text{ G}$, respectivamente.

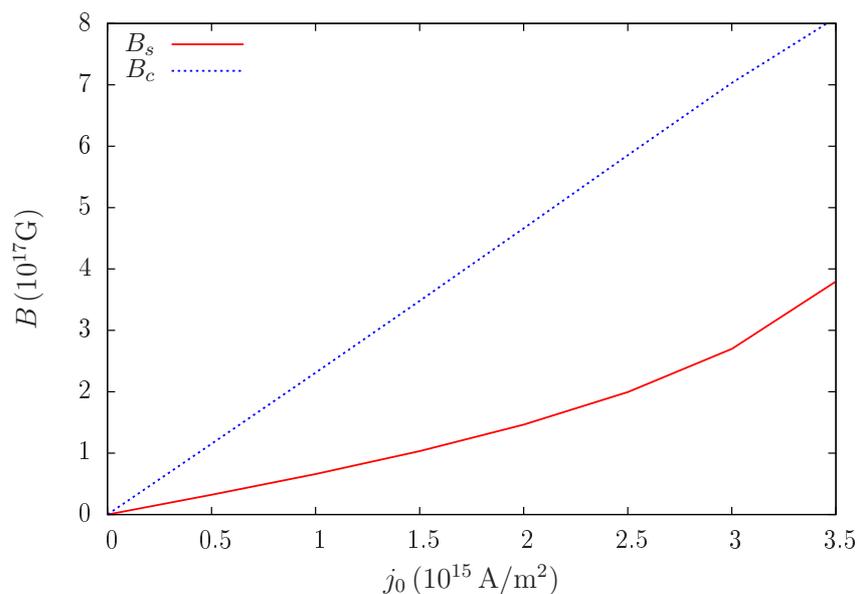


Figura 4.8: Dependência dos campos magnéticos superficial e central de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, e parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, com diferentes configurações de correntes. Os eixos vertical e horizontal indicam os campos magnéticos e diferentes valores de j_0 , respectivamente.

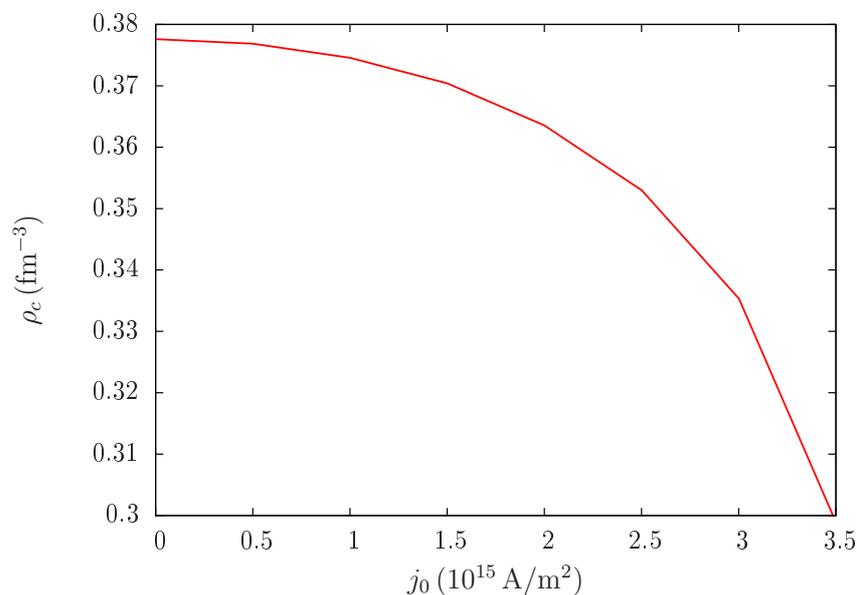


Figura 4.9: Dependência da densidade central de estrelas de massa bariônica fixa $M_b = 2.2 M_\odot$, e parametrização $\zeta = 0.040$ do formalismo MBF, com diferentes configurações de correntes. Os eixos vertical e horizontal indicam densidades centrais e diferentes valores de j_0 , respectivamente.

Na Figura 4.10 estão ilustradas as linhas de campo magnético para a estrela de massa máxima dessa configuração, mostrando o contorno da estrela em negrito, explicitando a deformação na direção equatorial gerada por essa configuração de campo magnético. A distribuição de linhas de campo magnético no interior desse objeto deixa claro o aumento de sua intensidade no interior da estrela.

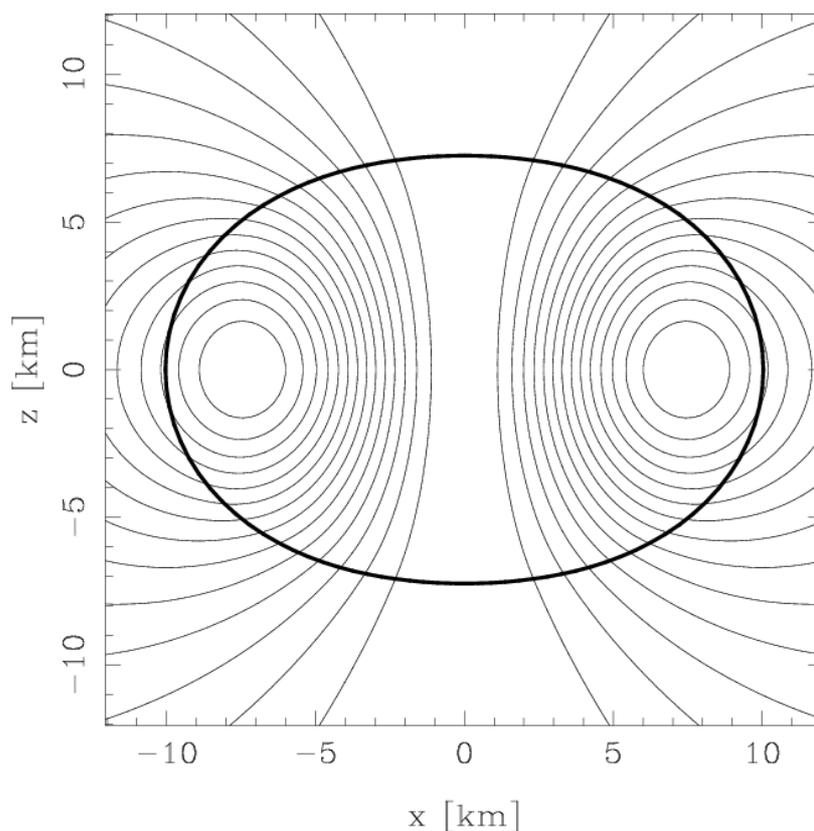


Figura 4.10: Linhas de campo magnéticas para configuração de maior massa obtida nesse formalismo. O eixo vertical corresponde ao eixo polar (z), e o eixo horizontal ao eixo x , e as linhas correspondem aos contornos de mesmo valor de campo magnético (A^ϕ), medidas pelo observador euleriano \mathcal{O}_0 . A linha em negrito corresponde ao contorno da estrela (seção reta).

A distribuição de densidades no interior da estrela é mostrada na Figura 4.11 para a direção polar e equatorial da estrela. O perfil de densidades da estrela deixa clara a anisotropia na distribuição de matéria no interior desse objetos, indicando que a região equatorial é sempre mais densa que a região polar ao longo de toda a estrela.

Por fim, comparamos a população em função do raio para a estrela de massa máxima não-magnética da parametrização $\zeta = 0.040$ com a estrela de massa máxima magnética, na configuração de maior campo magnético. A Figura 4.12 mostra a distribuição de partículas

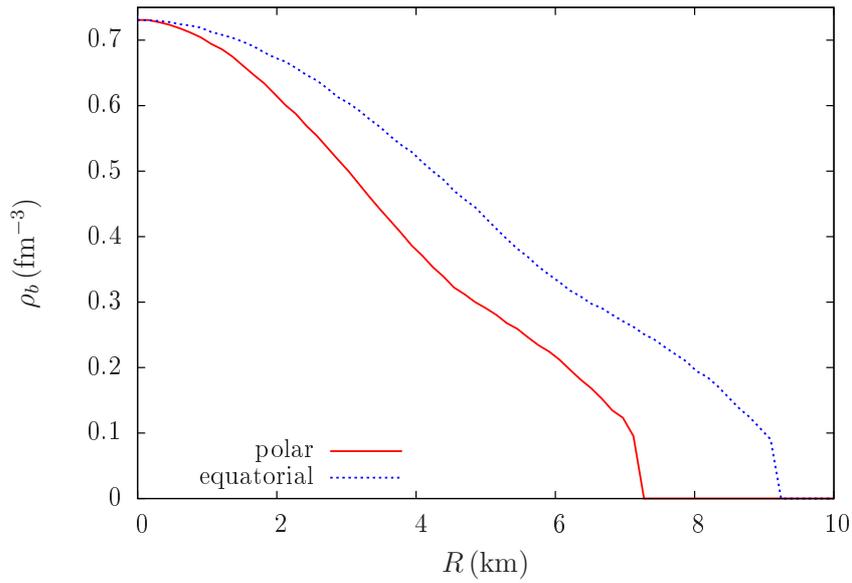


Figura 4.11: Perfil de densidades em função do raio da estrela de massa máxima. Os eixos horizontal e vertical correspondem, respectivamente, ao raio e densidade bariônica para as direções polar e equatorial da estrela.

ao longo do raio da estrela de massa gravitacional $M_g = 2.15 M_\odot$ e densidade central $\rho_c = 0.86 \text{ fm}^{-3}$. A fração de estranheza, ou seja, a quantidade de híperons presentes no interior dessa estrela, foi discutida no Capítulo 3 e, a partir do gráfico de população em função do raio, identificamos que para regiões mais internas, os híperons Λ e Ξ^- são dominantes na população, juntamente com os nêutrons.

As Figuras 4.13 mostram a distribuição de partículas para a estrela de massa máxima magnética para a parametrização $\zeta = 0.040$, cuja densidade central é $\rho_c = 0.7 \text{ fm}^{-3}$. A comparação das populações nas Figuras 4.12 e 4.13 indicam uma supressão total da população de híperons para o caso magnético. Esse resultado se deve, primeiramente ao decréscimo da densidade central da configuração magnética, o que faz com que a energia presente no sistema não seja o suficiente para gerar um novo grau de liberdade hiperônico. Contudo, apenas esse efeito não é o suficiente para justificar a supressão completa de híperons, uma vez que para densidades de 0.7 fm^{-3} essas partículas populam as estrelas não-magnéticas.

Assim, devemos também levar em conta o efeito do deslocamento do limiar de surgimento de híperons na presença de campos magnéticos intensos, discutido no Capítulo 2. Na presença de campos magnéticos intensos, as partículas sofrem efeitos da quantização de Landau, o que afeta a sua energia de Fermi e, portanto, a energia necessária para o seu surgimento. Devemos aqui ressaltar que as propriedades globais de estrelas de nêutrons terem sido obtidas sem levarmos os efeitos de campos magnéticos em conta na equação de estado,

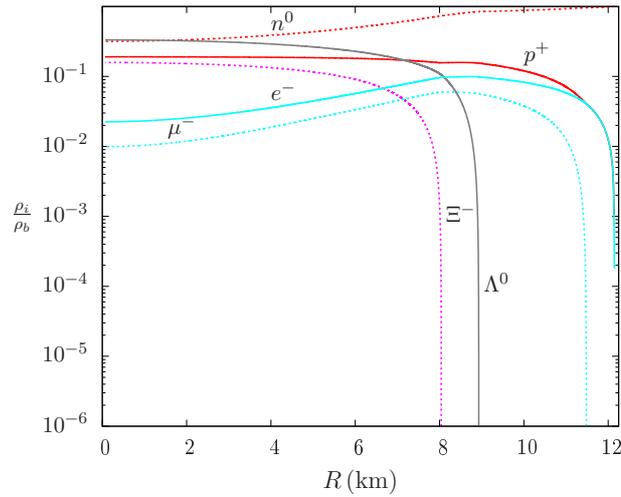


Figura 4.12: População em função do raio para a estrela de massa máxima não-magnética, para a parametrização $\zeta = 0.040$. O eixo horizontal indica o raio da estrela e o eixo vertical, a fração de partículas normalizadas pela densidade bariônica.

sob o argumento de que os resultados recairiam na mesma solução. Esse procedimento, contudo, não pode ser realizado para a análise da população devido aos argumentos referentes ao limiar de surgimento de partículas, mencionados acima. Para tanto, uma vez obtida as propriedades globais das estrelas e a distribuição de campos magnéticos em função da densidade, a equação de estado e população foi recalculada para a estrela de massa máxima magnética. Assim, os resultados referentes à população no interior de estrelas magnéticas leva em conta campos magnéticos tanto na equação de estado quanto na estrutura desses objetos.

Finalmente, é ainda necessário ressaltar mais uma vez que todos os resultados obtidos nesse trabalho para estrelas magnéticas foram feitos sob a consideração de um campo magnético com uma distribuição poloidal. Contudo, previsões de teoria de perturbação e simulações de evolução não-linear de estrelas de nêutrons indicam que considerar apenas uma distribuição poloidal gera instabilidades no sistema [326], implicando que componentes toroidais serão necessárias para manter a estabilidade das estrelas ao longo de sua evolução. Existem trabalhos que consideram distribuições de campo magnético puramente toroidais em estrelas de nêutrons [62, 327–329], porém, a descrição mais geral para os campos magnéticos desses objetos é através da combinação de ambas configurações, que é um projeto futuro para esse trabalho.

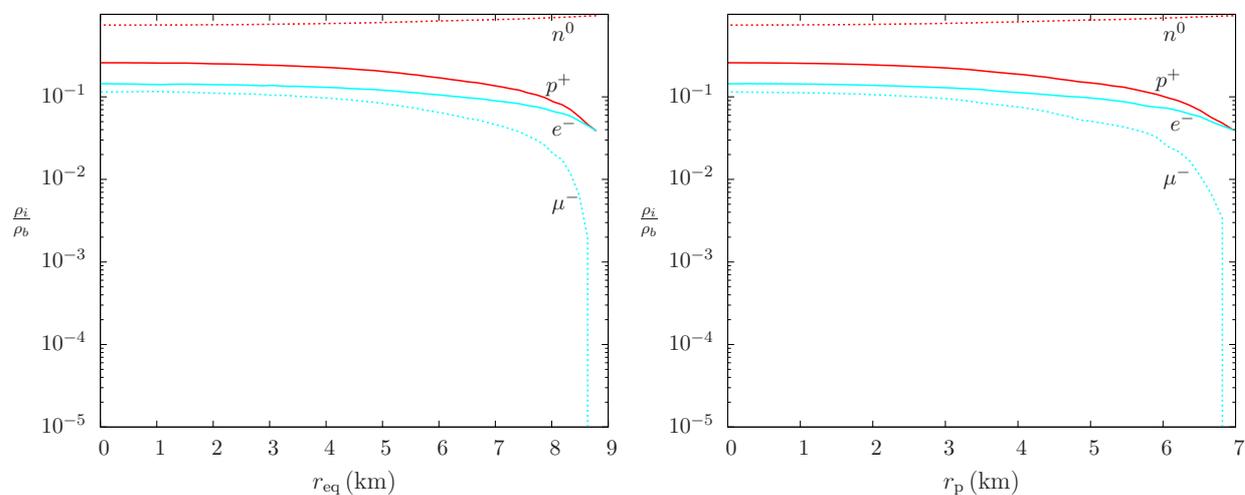


Figura 4.13: População em função do raio para a estrela de massa máxima magnética, para a parametrização $\zeta = 0.040$. Os eixos são os mesmos da Figura 4.12, e os painéis à esquerda e à direita representam a distribuição de partículas nas direções equatorial e polar, respectivamente.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas

Vimos, ao longo desta Tese, que o tópico de estrelas compactas apresenta uma série de questões em aberto. Do ponto de vista teórico, a QCD prevê o surgimento de novos estados da matéria no limite de altas densidades e baixas temperaturas, explicitando a importância da determinação da equação de estado da matéria hadrônica na composição de estrelas de nêutrons. Já do ponto de vista observacional, questões referentes ao limite de massa máximo de estrelas de nêutrons, à determinação do raio desses objetos e aos fenômenos extremos observados em magnetares também reforçam as motivações para o estudo desses objetos.

O tópico de campos magnéticos intensos em estrelas de nêutrons e objetos compactos ganhou bastante atenção nas últimas décadas devido às observações de objetos compactos com campos magnéticos extremamente altos, denominados magnetares. Devido às condições presentes nesses objetos, associados a estrelas de nêutrons fortemente magnetizadas, seu estudo permite compreender o comportamento da matéria sob condições extremas de densidades e campos magnéticos, que não podem ser reproduzidas em laboratórios terrestres. Ainda são várias as questões em aberto referentes ao surgimento dos campos magnéticos tão intensos presentes nesses objetos, e ao modelamento de fenômenos observacionais com *giant flares* ou *star quakes* que ocorrem em sua magnetosfera. Assim, o entendimento de efeitos magnéticos na equação de estado e na estrutura de estrelas de nêutrons configura um primeiro passo para uma melhor compreensão desses objetos.

O objetivo dessa Tese de Doutorado foi desenvolver um formalismo que leve em consideração efeitos magnéticos tanto na equação de estado da matéria hadrônica quanto na estrutura relativística de estrelas de nêutrons em um formalismo auto-consistente. Nos primeiros dois anos de doutorado, desenvolvemos ainda um novo formalismo relativístico efetivo, em uma generalização ao modelo de Taurines, que descreve a interação nuclear entre bárions de modo a se considerar uma contribuição genuína de muitos corpos, dando um caráter original à pesquisa. A seguir, aplicamos esse modelos para o estudo de estrelas de

nêutrons não-magnéticas e magnéticas, fazendo uma extensa análise da dependência de suas propriedades globais e composição com os parâmetros do modelo.

Dentre os resultados que serão discutidos em maior detalhe na próxima seção, explicitamos sucintamente abaixo os de caráter estritamente original:

- A inclusão do méson δ no modelo, ampliando o espaço de parâmetros relativo à análise das propriedades da matéria nuclear assimétrica na saturação;
- A inclusão dos mésons com estranheza escondida ϕ e σ^* , permite uma descrição mais detalhada da interação híperon-híperon, ampliando o espaço de parâmetros para o estudo da matéria na presença de híperons e melhorando o acordo entre descrição teórica de estrelas de híperons e os dados observacionais mais recentes ($M > 2M_{\odot}$);
- Análise dos efeitos das contribuições de muitos-corpos nas propriedades globais de estrelas de nêutrons e determinação das parametrizações de acordo com dados experimentais e observacionais;
- introdução de campos magnéticos e momento magnético anômalo na equação de estado do formalismo MBF, e análise de seus efeitos na população da matéria hiperônica;
- Aplicação de diferentes parametrizações do formalismo MBF para descrever estrelas de nêutrons magnéticas em um formalismo relativístico que considera efeitos magnéticos na estrutura desses objetos.
- Identificação de uma completa supressão da população de híperons para estrelas altamente magnéticas.

Conclusões

5.0.3 Formalismo de muitos-corpos

O modelo para a matéria nuclear desenvolvido no presente trabalho é uma versão preliminar de uma proposta mais geral para a descrição da matéria nuclear à altas densidades, baseado no trabalho original de Taurines *et al.* [35]. A proposta desse modelo hadrônico é simular a força de muitos corpos na interação nuclear através de um acoplamento méson-bárion. Essa nova formulação é proposta considerando todo o octeto bariônico, bem como todas as categorias de mésons: escalares-isoescalares (σ , σ^*), vetoriais-isovetoriais (ω , ϕ), escalar-isovetorial (δ) e vetorial-isovetorial (ρ). Desenvolvemos nessa tese uma versão preliminar do modelo, considerando os efeitos de muitos corpos apenas nos acoplamentos dos mésons do setor escalar σ , δ e σ^* , na chamada versão escalar do modelo.

A inclusão do méson δ no modelo introduz um caráter isovetorial à interação de muitos corpos fazendo com que mesmo partículas que se diferenciam apenas pelo isospin possam ter propriedades distintas. A presença desse méson também permite uma nova análise das propriedades da matéria nuclear assimétrica na saturação, relacionando os valores dos acoplamentos dos mésons ρ e δ à energia e ao coeficiente de simetria, o que difere da análise original do modelo.

Assim, para diversas parametrizações, analisamos as seguintes propriedades da matéria nuclear na saturação: densidade de saturação, energia de ligação nuclear, massa efetiva do núcleon, módulo de compressibilidade, energia de simetria e coeficiente de simetria. Dessa análise, concluímos que as parametrizações do modelo que estão de acordo com os resultados para essas propriedades da matéria nuclear se encontram no intervalo $\zeta = 0.040 - 0.129$, onde lembramos que ζ é a quantidade que descreve a intensidade da contribuição de muitos corpos. Em particular, identificamos que menores valores da contribuição de muitos corpos levam a uma equação de estado mais rígida e de maior compressibilidade, em particular, para $\zeta = 0.040$, temos que $K_0 = 297$ MeV, $m_N^* = 0.66 m_N$ e, para uma energia de simetria de $a_4^0 = 32$ MeV, temos que o menor valor do coeficiente de simetria será $L_0 = 97$ MeV ¹.

Em particular, ressaltamos que a versão escalar do modelo permite determinar a massa efetiva do núcleon e o módulo de compressibilidade por meio de apenas um parâmetro ζ , diminuindo o número de parâmetros a serem ajustados aos valores experimentais. Essa é uma característica extremamente importante do modelo do ponto de vista teórico, pois permite simular efeitos de muitos corpos com apenas um parâmetro, diferentemente dos modelos QHD que introduzem novas constantes para cada termo não-linear incluído no formalismo, como por exemplo os formalismos similares ao modelo de Boguta & Bodmer [33].

5.0.4 Estrelas de nêutrons

Discutimos ao longo da tese o atual debate na área de estrelas compactas acerca da existência ou não de estrelas massivas populada por híperons, no denominado *hyperon puzzle*. A partir da solução das equações TOV, verificamos que algumas das mesmas escolhas de parametrizações ($\zeta = 0.040 - 0.059$) que descrevem as propriedades da matéria nuclear satisfatoriamente na densidade de saturação, também são capazes de gerar estrelas

¹Onde novamente salientamos que o valor do coeficiente de simetria L_0 é relacionado ao valor da energia de simetria na saturação, bem como da parametrização do formalismo MBF utilizada. Valores menores do coeficiente de simetria são alcançados no formalismo MBF relaxando esses valores, conforme mostrado na publicação [146].

de híperons estáticas de acordo com os resultados observacionais

Em particular, a inclusão dos mésons estranhos ϕ e σ^* no formalismo MBF, além de permitir uma descrição mais detalhada da interação híperon-híperon, se mostra crucial para o estudo de estrelas de híperons, uma vez que estes terão impacto na EoS para altas densidades. Identificamos um grande impacto na estimativa de propriedades globais das estrelas quando da introdução do méson ϕ : é a repulsão extra adicionada na EoS via esse méson estranho que permite descrever estrelas de híperons de acordo com os dados observacionais ($M > 2M_\odot$), alterando a massa máxima prevista pelo modelo de $1.9M_\odot$ para $2.15M_\odot$. Assim, os resultados apresentados nessa Tese implicam que a possível existência de estrelas de híperons não deve ser descartada.

A inclusão do méson σ^* tem um papel importante na diminuição do raio da estrela, sendo os resultados dependentes da escolha de acoplamentos utilizadas. Em particular, o menor raio descrito por esse modelo (para uma massa gravitacional de acordo com dados observacionais) é de 13.54 km, indicando que o formalismo MBF descreve estrelas de híperons com raios grandes em comparação a algumas estimativas observacionais que indicam raios de 10 – 12 km para estrelas de nêutrons [286–288]. Esses resultados, contudo, são similares aos da maioria dos modelos relativísticos efetivos, conforme indicado na referência [285].

Analizamos, ainda, os efeitos de muitos corpos nas massas gravitacionais de estrelas de núcleons e estrelas de híperons, e identificamos que menores valores do parâmetro ζ implicam em maiores contribuições atrativas e repulsivas, por meio das constantes de acoplamento dos mésons. Contudo, como no limite de altas densidades a contribuição repulsiva é dominante, temos que menores valores de ζ implicam uma equação de estado mais rígida e maiores valores de massa e raio das estrelas. Mais especificamente, identificamos que no intervalo de $\zeta = 0.040 - 0.129$, as massas máximas previstas pelo modelo variam de $2.15 - 1.65 M_\odot$ e o raio da estrela de $1.4 M_\odot$ sofre uma variação de 14.44 – 13.65 km.

5.0.5 Estrelas de nêutrons magnéticas

Introduzimos pela primeira vez campos magnéticos no formalismo MBF, calculando sua equação de estado com uma anisotropia de pressão e considerando efeitos do momento magnético anômalo das partículas. Verificamos o impacto de campos magnéticos na população da matéria hadrônica inicialmente para uma distribuição de campos magnéticos fenomenológica (dependente de densidade) mostrando que estes alteram o limiar de surgimento de híperons para densidades mais altas. Também verificamos que somente campos magnéticos muito altos, da ordem de $\sim 10^{18}$ G, apresentam impacto significativo na equação de estado da matéria hadrônica.

Aplicamos diferentes parametrizações do formalismo MBF, também pela primeira vez,

para descrever estrelas de híperons magnéticas em um formalismo relativístico que considera efeitos magnéticos nas equações de Einstein-Maxwell, responsáveis pela descrição das propriedades globais de estrelas de nêutrons magnéticas. Esse formalismo, contudo, apresenta um limite de campo magnético máximo da ordem de $\sim 10^{18}$ G, fazendo com que os efeitos de campos magnéticos na equação de estado não sejam significativos na determinação das propriedades de estrelas de nêutrons magnéticas. Nesse contexto, fazemos uma estimativa do erro da determinação de diagramas massa-raio para estrelas magnéticas quando efeitos de campos magnéticos são introduzidos somente na equação de estado, e quando os mesmos são aplicados também na estrutura. Dessa comparação, concluímos que desconsiderar os efeitos de campos magnéticos na estrutura de estrelas de nêutrons magnéticas leva a uma superestimativa da massa máxima desses objetos em cerca de 13%, e uma estimativa de raio aproximadamente 25% menor, além de desconsiderar a deformação da estrela.

Verificamos os efeitos de muitos corpos e de diferentes distribuições de campo magnético na massa gravitacional e energia de ligação gravitacional dessas estrelas, concluindo que estrelas descritas por uma EoS mais rígida serão menos ligadas gravitacionalmente. Também analisamos os efeitos de diferentes distribuições de campos magnéticos na deformação das estrelas, densidade central e campos magnéticos superficiais e centrais. Apesar de campos magnéticos intensos produzirem um aumento de apenas $\sim 3\%$ na massa máxima das estrelas, seus efeitos na deformação das estrelas são muito mais significativos, podendo chegar a uma configuração na qual o raio polar é 40% menor que o raio equatorial.

Identificamos ainda que maiores valores de campos magnéticos diminuem a densidade central das estrelas. Em particular, esse resultado tem o resultado dramático de suprimir completamente a população de híperons para parametrizações do modelo que, na ausência de campos magnéticos, geram estrelas com alta fração de estranheza em seu interior. O resultado da supressão de híperons já havia sido identificado na referência [71], mas em um formalismo que prevê uma transição de fase hadron-quark para a matéria hadrônica a altas densidades. Assim, o resultado da supressão de híperons para estrelas puramente hadrônicas é um resultado original.

Perspectivas

No que segue, citamos algumas perspectivas com o intuito de aprimorar e dar continuidade ao trabalho desenvolvido nessa Tese:

- Introdução da contribuição de muitos corpos para mésons vetoriais e isovetoriais. Essas versões do modelo introduzem novos parâmetros, permitindo uma nova análise das propriedades da matéria simétrica e assimétrica na saturação nuclear. Os cálculos

relativos a essa análise na versão vetorial do modelo já estão em andamento e, uma vez estabelecidos seus resultados para a densidade de saturação, a extrapolação do modelo para altas densidades é direta;

- Tendo em vista que estamos tratando de matéria hadrônica a altas densidades, é preciso levar em conta a possibilidade de outros graus de liberdade popularem a matéria hadrônica além de híperons, como ressonâncias nucleares ou condensados de káons [245]. Além disso, é também preciso levar em conta que uma transição de desconfinamento de quarks pode ocorrer para densidades acima de $4\rho_0$ [119], introduzindo novas incertezas como, por exemplo, em que cenário a transição de fase ocorre: de forma abrupta (construção de Maxwell) ou de forma suave (construção de Gibbs). Os cálculos envolvendo transições de fase hádron-quark na ausência de campos magnéticos já se encontram em fase de análise;
- Empregar efeitos de temperatura finita no formalismo MBF, para matéria magnética e não-magnética. Conforme pode ser verificado, todos os cálculos apresentados no Capítulo 2 foram desenvolvidos de modo a tornar a inclusão de temperatura bastante simples (sendo apenas necessário o cálculo das integrais numéricas oriundas da função distribuição). Os resultados da inclusão de temperatura são importantes para a descrição da matéria no interior de proto-estrelas de nêutrons e para o diagrama de fases da QCD. Este trabalho também já foi iniciado;
- Uma vez que efeitos de rotação rígida na estrutura já são levados em conta no formalismo do código LORENE, um próximo passo na análise do formalismo MBF é testar seus efeitos em pulsares de milissegundos, além dos efeitos de repopulação desses objetos ao longo de sua evolução [330, 331]. Além disso, a dependência de efeitos combinados de rotação e campos magnéticos com efeitos de muitos corpos na determinação das propriedades globais de estrelas de nêutrons é uma continuação natural da pesquisa que teve início nessa Tese de Doutorado;
- Por fim, uma perspectiva que envolve um trabalho computacional mais elaborado, mas de extrema relevância, é o estudo de diferentes configurações de campos eletromagnéticos, diferentes da distribuição poloidal modelada no código LORENE. O estudo de configurações eletromagnéticas puramente toroidais já foi investigado em alguns poucos trabalhos [62, 327–329], contudo, uma configuração mais geral que leve em conta componentes toroidais e poloidais até o momento não foi investigada. Esse tipo de configuração pode vir a amplificar ainda mais o campo magnético no interior de estrelas de nêutrons, fazendo com que efeitos magnéticos na equação de estado possam

vir a apresentar uma maior relevância no formalismo.

Apêndice A

Notações e Unidades

Nesse apêndice são apresentadas as convenções e unidades adotadas para realizar os cálculos desenvolvidos ao longo do trabalho.

A.1 Constantes Físicas

Abaixo são mostradas as constantes físicas de relevância para a leitura da Tese, no sistema CGS e no SI:

velocidade da luz

$$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (\text{A.1})$$

constante de Planck

$$h = 6.626 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad (\text{A.2})$$

onde $\hbar = h/2\pi$ é a constante de Planck reduzida.

Constante gravitacional:

$$G = 6.674 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{g}^{-1} \text{s}^{-2} = 6.674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}, \quad (\text{A.3})$$

constante de Boltzmann:

$$k_B = 1.381 \times 10^{-16} \text{ erg} \cdot \text{K}^{-1} = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}. \quad (\text{A.4})$$

A.2 Notações e Convenções

A métrica de Minkowski utilizada nesse trabalho é:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

O quadri-vetor posição, por exemplo, é definido como:

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z). \quad (\text{A.6})$$

Para formar um covetor, contrai-se o vetor com a métrica:

$$x_\mu \equiv g_{\mu\nu} x^\nu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (t, -x, -y, -z). \quad (\text{A.7})$$

Produto escalar entre vetores é definido como:

$$g_{\mu\nu} a^\mu b^\nu = a^\mu b_\mu = a^0 b_0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}. \quad (\text{A.8})$$

Por fim, o quadri-gradiente é dado por:

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right), \quad \partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right). \quad (\text{A.9})$$

As matrizes de Pauli satisfazem as seguintes leis de comutação e anti-comutação:

$$[\sigma_i, \sigma_j] = \sigma_i \sigma_j - \sigma_j \sigma_i = 2i \epsilon_{ijk} \sigma_k, \quad (\text{A.10})$$

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i = 2I \delta_{ij}. \quad (\text{A.11})$$

A forma explícita das matrizes de Pauli é:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

que também corresponde às matrizes τ no espaço de isospin:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

As matrizes de Dirac satisfazem a seguinte relação de anti-comutação:

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = \gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}. \quad (\text{A.14})$$

Neste trabalho, usamos a representação de Dirac:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

As matrizes $\boldsymbol{\alpha}$ e β relacionam-se às matrizes de Dirac por:

$$\gamma_i = \beta\alpha_i, \quad \gamma_0 = \gamma^0 = \beta, \quad (\text{A.16})$$

$$\{\alpha_i, \beta\} = 0, \quad \{\alpha_i, \alpha_j\} = \delta_{ij}, \quad \beta^2 = 1. \quad (\text{A.17})$$

A.3 Unidades

Como lidamos com expressões oriundas do Eletromagnetismo e da Teoria de Campos, apresentamos os sistemas de unidades de Heaviside-Lorentz e Relativístico combinados ao Sistema Natural de unidades. Apresentamos ainda os sistemas Gaussiano e CGS de modo que o leitor de outras áreas possa fazer comparações dos resultados do trabalho às unidades utilizadas em sua área.

Sistema Natural de Unidades (SN)

Cálculos envolvendo teoria de campos são, em geral, feitos utilizando o sistema de natural de unidades, no qual:

$$\hbar = c = 1. \quad (\text{A.18})$$

Para esse sistema de unidades, o fator

$$\hbar c = 3.1615 \times 10^{-26} \text{ J} \cdot \text{m} \quad (\text{A.19})$$

é importante para a conversão de unidades para o sistema internacional (SI).

Contudo, na física nuclear as unidades de distância e energia relevantes são o fermi, $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$, e MeV . Reescrevendo o fator de conversão em termos dessas unidades, temos:

$$\hbar c = 197.327 \text{ MeV} \cdot \text{fm}, \quad (\text{A.20})$$

$$\text{fm}^{-4} = 197.327 \text{ MeV fm}^3. \quad (\text{A.21})$$

Como no sistema natural $c = 1$, temos ainda que a unidade de tempo é expressa por:

$$1 \text{ s} = 2.998 \times 10^{23} \text{ fm}. \quad (\text{A.22})$$

Tabela A.1: Comparação entre unidades do SI, SN, SR e CGS.

Quantidade	SI	SN	SR	CGS
distância	m	m	m	cm
tempo	s	m	m	s
massa	kg	m^{-1}	m	g
velocidade	m/s	adimensional	adimensional	cm/s
momentum linear	$kg \cdot m/s$	m^{-1}	m	$g \cdot cm/s$
momentum angular	$kg \cdot m^2/s$	adimensional	m^2	$erg \cdot s$
força	$kg \cdot m/s^2$	m^{-2}	adimensional	$dyna$
energia	$kg \cdot m^2/s^2$	m^{-1}	m	erg
ação	$kg \cdot m^2/s$	adimensional	m^2	$erg \cdot s$
densidade de energia	$kg/(m \cdot s^2)$	m^{-4}	m^{-2}	$dyna \cdot cm^{-2}$
pressão	$kg/(m \cdot s^2)$	m^{-4}	m^{-2}	$dyna \cdot cm^{-2}$

Sistema Relativístico de Unidades (SR)

O sistema de relativístico de unidades é utilizado para cálculos envolvendo a relatividade geral e, no caso desse trabalho, para cálculos envolvendo a equação de equilíbrio hidrostático na relatividade geral. Nesse sistema,

$$G = c = 1. \quad (\text{A.23})$$

O fator de conversão importante será:

$$c^4 G^{-1} = 1.124 \times 10^{44} m \cdot kg \cdot s^{-2} = 5.561 \times 10^{10} km \cdot M_{\odot} s^{-2}. \quad (\text{A.24})$$

Sistema CGS

Por fim, o sistema CGS é o mais empregado para descrever as propriedades astrofísicas de objetos e, ao longo desse trabalho foi utilizado para informar a maior parte das propriedades de estrelas de nêutrons. A Tabela A.1 mostra a comparação de todos os sistemas de unidades abordados acima com o sistema internacional.

Sistema Gaussiano

Cálculos envolvendo eletromagnetismo são realizados, geralmente, utilizando em lugar do usual sistema SI o sistema gaussiano, no qual a constante de permissividade elétrica do vácuo ϵ_0 é

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}. \quad (\text{A.25})$$

Podemos determinar a permeabilidade magnética do vácuo μ_0 através da expressão para a velocidade da luz no sistema SI:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad (\text{A.26})$$

do qual temos

$$\mu_0 = \frac{4\pi}{c^2}. \quad (\text{A.27})$$

De modo a utilizar os campos envolvendo teoria eletromagnética e teoria de campos, combinamos o sistema gaussiano ao sistema natural, de modo que $c = 1$. Sendo assim, através do valor de μ_0 , podemos verificar o fator de conversão para a carga elétrica:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{kg.m}}{\text{C}^2} = 4\pi. \quad (\text{A.28})$$

Conforme visto acima, no sistema natural a massa (em kg no SI) tem unidade de m^{-1} , levando a uma carga adimensional no sistema gaussiano, cujo fator de conversão é:

$$1C = 5.331 \times 10^{17}. \quad (\text{A.29})$$

Finalmente, podemos verificar a forma da densidade lagrangiana eletromagnética, dado que no SI:

$$\mathcal{L}_{em} = -\frac{\epsilon_0}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}. \quad (\text{A.30})$$

Portanto, no sistema gaussiano combinado ao natural, teremos:

$$\mathcal{L}_{em} = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}. \quad (\text{A.31})$$

Sistema Heaviside-Lorentz

Outro sistema de unidades muito utilizado no eletromagnetismo é o sistema Heaviside-Lorentz. Esse sistema de unidades difere do sistema gaussiano apenas por um fator 4π .

Para esse sistema, a constante de permissividade elétrica do vácuo ϵ_0 é simplesmente:

$$\epsilon_0 = 1. \quad (\text{A.32})$$

O que nos leva a uma permeabilidade magnética:

$$\mu_0 = \frac{1}{c^2}. \quad (\text{A.33})$$

Analogamente ao cálculo para o fator de conversão da carga elétrica, combinamos o sistema SI, com $c = 1$, o que nos leva a:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{kg.m}{C^2} = 1, \quad (\text{A.34})$$

e, portanto, novamente a uma carga elétrica adimensional: fator de conversão é:

$$1C = 1.89 \times 10^{18}. \quad (\text{A.35})$$

Para o sistema Heaviside-Lorentz, a densidade lagrangiana eletromagnética, será dada por:

$$\mathcal{L}_{em} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (\text{A.36})$$

que corresponde à densidade lagrangiana utilizada no Capítulo 2.

Tabela A.2: Ordem de grandeza de diferentes campos magnéticos.

Cérebro humano	$\sim 10^{-18}$ G
Terra	~ 0.6 G, 25 G (núcleo)
Sol	~ 1 G
Ímã de geladeira	~ 50 G
Manchas solares	$\sim 10^3$ G
Ímã de neodímio-ferro-boro	$\sim 10^4$ G
Ressonância magnética	$10^3 \sim 10^5$ G
Levitar um sapo	$\sim 1.6 \times 10^5$ G
B mais forte em laboratório (contínuo)	$\sim 4.5 \times 10^5$ G
B mais forte em laboratório (pulso)	$\sim 2.8 \times 10^7$ G
Estrela de nêutrons	$10^9 \sim 10^{12}$ G
Magnetar	$10^{12} \sim 10^{15}$ G (superfície)

Ordens de magnitude de campos magnéticos

A seguir, apresentamos as ordens de magnitudes de campos magnéticos de diferentes fontes, de modo a comparar estes campos com aqueles presentes nos magnetares.

Apêndice B

Inclusão do Momentum Magnético Anômalo para um Gás de Férmions

Nessa seção apresentamos os cálculos para a introdução do momentum magnético anômalo das partículas de um gás de férmions. Vimos, no Capítulo 2, que o novo termo na densidade lagrangiana do sistema faz com que seja necessário resolver-se a seguinte equação de movimento Eq. 2.63:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\pi} + \gamma^0 m - \kappa B \gamma^0 \mathcal{S}_3) \Psi = E \Psi, \quad (\text{B.1})$$

Para calcularmos a equação de estado para os casos de partículas carregadas e não-carregadas, inicialmente propomos um *ansatz* para a solução espinorial dessa equação e, a partir desta, buscaremos por sua matriz Hamiltoniana. Uma vez obtida a matriz, podemos calcular seus autovalores de energia e autovetores, que nos permitirão calcular as componentes do tensor energia-momentum, seguindo a mesma forma calculada no Capítulo 2, na ausência de momentum magnético anômalo.

A inclusão do momento magnético anômalo altera o tensor energia-momentum do sistema, calculado segundo (2.42), apenas pelo termo $(\partial \mathcal{L} / \partial (\partial_\mu A_\sigma)) \partial^\nu A_\sigma$. Esse termo, além da contribuição puramente magnética, passa a ter a contribuição:

$$\begin{aligned} \sigma^{\alpha\beta} \frac{\partial F_{\alpha\beta}}{\partial (\partial_\mu A_\sigma)} \partial^\nu A_\sigma &= \sigma^{\alpha\beta} (\delta_\alpha^\mu \delta_\beta^\sigma - \delta_\beta^\mu \delta_\alpha^\sigma) \partial^\nu A_\sigma \\ &= (\sigma^{\mu\sigma} - \sigma^{\sigma\mu}) \partial^\nu A_\sigma = 2\sigma^{\sigma\mu} \partial^\nu A_\sigma. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Assim, a contribuição de matéria do tensor energia-momentum, análoga à equação (2.43), para esse caso será:

$$T_{fermi}^{\mu\nu} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial^\nu + \kappa \sigma^{\mu\sigma} F_\sigma^\nu) \psi, \quad (\text{B.3})$$

onde adicionamos o termo de quadri-divergência nula $\partial_\sigma A^\nu$ e, devido ao calibre de Landau, temos $\partial^\nu A_\sigma = -B\delta_y^\nu \delta_\sigma^x$. Esse resultado implica que apenas as componentes perpendiculares da pressão terão suas formas afetadas pela inclusão do momento magnético anômalo. Veremos, porém, na próxima seção, que apesar da forma da expressão para a contribuição de pressão paralela ao campo ser a mesma, as quantidades como \bar{m} e o potencial químico μ serão alteradas.

B.1 Partículas carregadas

Nesta seção, buscamos a solução da equação (2.63) para as partículas carregadas. Baseado na estrutura da equação, utilizamos o *ansatz* sugerido nas referências [50, 332] para uma solução de forma $\Psi(\mathbf{x}) = e^{ik_x x} e^{ik_z z} u_n^{(s)}(y)$, onde:

$$u_l^{(s)}(y) = \begin{pmatrix} c_1 \varphi_\nu(y) \\ c_2 \varphi_{\nu-1}(y) \\ c_3 \varphi_\nu(y) \\ c_4 \varphi_{\nu-1}(y) \end{pmatrix}, \quad (\text{B.4})$$

para

$$\nu = l + \frac{1}{2} - \frac{s}{2} \frac{q}{|q|}, \quad (\text{B.5})$$

com $l = 0, 1, 2, \dots$, as constantes c_i dependem do spin implicitamente e as funções ϕ_n são dadas por:

$$\phi_n(\xi) = N_n e^{-\xi^2/2} H_n(\xi). \quad (\text{B.6})$$

Assim como no caso sem momento magnético anômalo, introduzimos a variável ξ :

$$\xi = \sqrt{|q|B} \left(y + \frac{k_x}{qB} \right), \quad (\text{B.7})$$

para um inteiro $n \geq 0$, as funções H_n são polinômios de Hermite e $N_n = (qB)^{1/4} (\sqrt{\pi} 2^n n!)^{-1/2}$ é a constante de normalização que garante que $\int_{-\infty}^{\infty} dy \phi_n^2(y) = 1$.

Aplicando o *ansatz* à equação a ser resolvida, podemos obter a seguinte equação de autovalores:

$$\begin{pmatrix} m - \kappa B & 0 & k_z & k_\nu \\ 0 & m + \kappa B & k_\nu & -k_z \\ k_z & k_\nu & -m + \kappa B & 0 \\ k_\nu & -k_z & 0 & -m - \kappa B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.8})$$

onde definimos $k_\nu \equiv \sqrt{2|q|B\nu}$.

Como podemos identificar a matriz acima com a matriz Hamiltoniana, seus autovalores corresponderão às soluções de energia do sistema e seus autovetores irão determinar os coeficientes a serem determinados para a solução espinorial proposta. A solução da equação de autovalores nos dá a seguinte solução para os níveis de energia [152]:

$$E_s = \pm \sqrt{k_z^2 + (\lambda - s\kappa B)^2}, \quad (\text{B.9})$$

onde $\lambda \equiv \sqrt{m^2 + k_\nu^2}$. Novamente, as soluções de energias positivas correspondem aos níveis de energias das partículas, e as soluções de energias negativas, às anti-partículas.

Os autovetores correspondentes às soluções de energias positivas são [152]:

$$\chi^{(s)} = \frac{1}{\sqrt{2\lambda\alpha_s\beta_s}} \begin{pmatrix} s\alpha_s\beta_s \\ -k_z k_\nu \\ s\beta_s k_z \\ \alpha_s k_\nu \end{pmatrix}, \quad (\text{B.10})$$

onde $\alpha_s \equiv E_s - \kappa B + s\lambda$ e $\beta_s \equiv \lambda + sm$. A normalização para tais estados é fixada de modo que $\int_{-\infty}^{\infty} dy u_n^{(r)\dagger}(\mathbf{x}) u_m^{(s)}(\mathbf{x}) = 2E_s \delta^{rs} \delta_{nm}$. Assim como no caso anterior, temos uma solução estacionária para as partículas dada pela expressão (2.28):

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \sum_{s=1,2} \sum_{l,\mathbf{k}} \frac{1}{L} \frac{1}{\sqrt{2E_k}} b_s(\mathbf{k}) u_l^{(s)}(\mathbf{k}) e^{-i\kappa_\mu x^\mu}, \\ \psi^\dagger(x) &= \sum_{s=1,2} \sum_{l,\mathbf{k}} \frac{1}{L} \frac{1}{\sqrt{2E_k}} b_s^\dagger(\mathbf{k}) \bar{u}_l^{(s)}(\mathbf{k}) e^{i\kappa_\mu x^\mu}, \end{aligned}$$

para $l = 0, 1, 2, \dots, \kappa = (E_k, k_x, 0, k_z)$ e b_s^\dagger e b_s , como os operadores de criação e aniquilação de bárions, obedecendo as regras de comutação $\{b_s(\mathbf{k}), b_{s'}^\dagger(\mathbf{k}')\} = (2\pi)\delta_{ss'}\delta_{kk'}$, e espiniores:

$$u_l^{(s)} = \frac{1}{\sqrt{2\lambda\alpha_s\beta_s}} \begin{pmatrix} s\alpha_s\beta_s\varphi_\nu(y) \\ -k_z k_\nu\varphi_{\nu-1}(y) \\ s\beta_s k_z\varphi_\nu(y) \\ \alpha_s k_\nu\varphi_{\nu-1}(y) \end{pmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

Densidade bariônica

Conforme visto para o caso sem momento magnético anômalo, a densidade bariônica envolvendo partículas carregadas é dada pelo valor médio $\langle b_s^\dagger(\mathbf{k})b_s(\mathbf{k}) \rangle$ que, no limite de temperatura nula, recai na equação (2.40):

$$\rho_b = \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{l}^{\nu \leq \nu_{max}} k_{F,z}.$$

Densidade de energia

Conforme é possível verificar na equação (B.3), a inclusão de momento magnético não irá alterar a contribuição temporal do tensor energia-momentum em sua forma. Assim, podemos escrever a contribuição de matéria da densidade de energia conforme (2.45).

Essa expressão, apesar de manter sua forma, deve ser calculada a partir dos níveis de energia para o caso com momentum magnético anômalo (B.9):

$$\varepsilon_{fermi} = \langle H \rangle = \frac{|q|B}{2\pi} \sum_{s=\pm 1} \sum_l \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \sqrt{k_z^2 + (\lambda - s\kappa B)^2}. \quad (\text{B.12})$$

A solução da integral para a solução de matéria juntamente com a contribuição puramente magnética nos levam à mesma expressão para a densidade de energia total obtida para o caso sem momento magnético anômalo:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{fermi} &= \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} \int_0^{k_{z,F}} dk_z \sqrt{\bar{m}^2 + k_z^2} \\ &= \frac{|q|B}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_l^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\mu k_{z,F}(\nu) + \bar{m}^2(\nu) \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) \right]. \end{aligned}$$

Porém, é preciso ressaltar que a quantidade \bar{m} presente na expressão é alterada devido a inclusão do momento magnético anômalo:

$$\bar{m} \equiv \sqrt{m^2 + 2|q|B\nu - s\kappa B}, \quad (\text{B.13})$$

que afeta o valor do potencial químico diretamente, pois $\mu = \sqrt{k_{z,F}^2 + \bar{m}^2}$.

Pressão Paralela

A equação (B.3) também nos permite verificar que a inclusão de momento magnético não irá alterar a contribuição do tensor energia-momentum na direção z . Assim, a pressão paralela ao campo magnético é calculada da mesma maneira como calculada para o caso na ausência de momentum magnético anômalo:

$$\begin{aligned} \bar{T}^{zz} &= \frac{1}{V} \int d^3x \langle T^{zz} \rangle = \frac{i}{V} \sum_{rs} \sum_{ml} \int d^3x \sum_{k'} \frac{1}{L\sqrt{2E'_k}} \sum_k \frac{1}{L\sqrt{2E_k}} \times \\ &\quad \left\langle \left(b_r^\dagger(\mathbf{k}') u_m^{\dagger(r)}(\mathbf{k}') e^{ik'_\mu x^\mu} \right) \gamma^0 \gamma^z \left(b_s(\mathbf{k}) (u_l^{(s)}(\mathbf{k})) \partial^z e^{-ik_\mu x^\mu} \right) \right\rangle - \frac{B^2}{2}. \end{aligned}$$

Devemos, contudo, atentar para que a integral em y seja avaliada sobre os espinores (B.11):

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy u^{(s)\dagger}(\mathbf{k}) \gamma^0 \gamma^z u^{(s)}(\mathbf{k}) = \delta^{rs} \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{[-\alpha_s \beta_s^2 k_z \varphi_\nu^2(y) - \alpha_s k_\nu^2 k_z \varphi_{\nu-1}^2(y)]}{2\lambda \alpha_s \beta_s} = -2k_z \delta^{rs}. \quad (\text{B.14})$$

Finalmente, a contribuição \bar{T}^{zz} gera a mesma expressão para o caso sem momento magnético anômalo (2.57), resultando novamente em:

$$\begin{aligned} P_{\parallel} &= \frac{|q|B}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{l}^{\nu \leq \nu_{max}} \int_0^{k_{z,F}} dk_z \frac{k_z^2}{\sqrt{\bar{m}^2 + k_z^2}} - \frac{B^2}{2} \\ &= \frac{|q|B}{4\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\nu}^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\mu k_{z,F}(\nu) + \bar{m}^2(\nu) \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) \right] - \frac{B^2}{2}, \end{aligned}$$

para $\bar{m} \equiv \sqrt{m^2 + 2|q|B\nu - s\kappa B}$ e $\mu = \sqrt{k_{z,F}^2 + \bar{m}^2}$, alterados pela presença do momento magnético anômalo.

Pressão Perpendicular

A contribuição de (B.3) para o tensor energia-momentum altera apenas a contribuição nas direções perpendiculares ao campo magnético. Assim, a expressão para T^{yy} , responsável pela contribuição perpendicular da pressão, difere do resultado encontrado anteriormente, sendo:

$$T^{yy} = \bar{\psi} (i\gamma^y \partial^y + \kappa \sigma^{yx} \partial^y A_x) \psi + \frac{1}{2} B^2. \quad (\text{B.15})$$

Substituindo os espinores (B.11) e desenvolvendo o novo termo conforme (2.62), temos:

$$\begin{aligned} \bar{T}^{yy} &= \frac{1}{V} \int d^3x \langle T^{yy} \rangle = \frac{1}{V} \sum_{rs} \sum_{ml} \int d^3x \sum_{k'} \frac{1}{L\sqrt{2E'_k}} \sum_k \frac{1}{L\sqrt{2E_k}} \times \\ &\quad \left[i \left\langle \left(b_r^\dagger(\mathbf{k}') u_m^{\dagger(r)}(\mathbf{k}') e^{ik'_\mu x^\mu} \right) \gamma^0 \gamma^y \left(b_s(\mathbf{k}) (\partial^y u_l^{(s)}(\mathbf{k})) e^{-ik_\mu x^\mu} \right) \right\rangle \right. \\ &\quad \left. - B\kappa \left\langle \left(b_r^\dagger(\mathbf{k}') u_m^{\dagger(r)}(\mathbf{k}') e^{ik'_\mu x^\mu} \right) \gamma^0 \mathcal{S}_3 \left(b_s(\mathbf{k}) u_l^{(s)}(\mathbf{k}) e^{-ik_\mu x^\mu} \right) \right\rangle \right] + \frac{B^2}{2}. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Calculando as integrais em y :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dy u^{(r)\dagger}(\mathbf{k}) \gamma^0 \gamma^y \partial^y u^{(s)}(\mathbf{k}) &= -i\delta_{rs} (c_2 c_3 + c_1 c_4) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi (\varphi_{\nu-1} \partial_\xi \varphi_\nu - \varphi_\nu \partial_\xi \varphi_{\nu-1}) \\ &= -i\delta_{rs} \sqrt{2|q|B\nu} \frac{(\alpha_s^2 - k_z^2) s \beta_s k_\nu}{2\lambda \alpha_s \beta_s} = -i2|q|B\nu \frac{\bar{m}}{\lambda} \delta_{rs}, \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dy u^{(r)\dagger}(\mathbf{k}) \gamma^0 \mathcal{S}_3 u^{(s)}(\mathbf{k}) &= -\delta_{rs} \int_{-\infty}^{\infty} dy (c_1^2 \varphi_\nu^2 - c_2^2 \varphi_{\nu-1}^2 - c_3^2 \varphi_\nu^2 + c_4^2 \varphi_{\nu-1}^2) \\ &= \frac{(\alpha_s^2 - k_z^2)(\beta^2 + k_\nu^2)}{2\lambda \alpha_s \beta_s} = 2s\bar{m}. \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Os resultados acima nos permitem escrever a expressão para a pressão perpendicular para as partículas carregadas como:

$$\begin{aligned}
P_{\perp} &= \frac{|q|B^2}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\nu}^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\frac{\nu|q|\bar{m}}{\sqrt{\bar{m}^2 + 2\nu|q|B}} - s\kappa\bar{m}(\nu) \right] \int_0^{k_{z,F}} dk_z \frac{1}{\sqrt{\bar{m}^2 + k_z^2}} + \frac{B^2}{2} \\
&= \frac{|q|B^2}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \sum_{\nu}^{\nu \leq \nu_{max}} \left[\frac{\nu|q|\bar{m}}{\sqrt{\bar{m}^2 + 2\nu|q|B}} - s\kappa\bar{m}(\nu) \right] \ln \left(\frac{\mu + k_{z,F}(\nu)}{\bar{m}} \right) + \frac{B^2}{2}.
\end{aligned} \tag{B.19}$$

para $\bar{m} \equiv \sqrt{m^2 + 2|q|B\nu} - s\kappa B$ e $\mu = \sqrt{k_{z,F}^2 + \bar{m}^2}$, alterados pela presença do momento magnético anômalo.

B.2 Partículas não-carregadas

Nesta seção, buscamos a solução para partículas não-carregadas, através da solução da equação (2.63). Para esse caso, buscamos uma solução do tipo $\Psi(\mathbf{x}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}u$, não sendo necessário um *ansatz*, como na seção anterior, pois as componentes perpendiculares de momentum das partículas não são quantizadas.

Assim, podemos escrever a equação (2.63) na forma matricial, de modo a satisfazer a forma da solução espinorial para u [50]:

$$\begin{pmatrix} m - \kappa B & 0 & k_z & k_- \\ 0 & m + \kappa B & k_+ & -k_z \\ k_z & k_- & -m + \kappa B & 0 \\ k_+ & -k_z & 0 & -m - \kappa B \end{pmatrix} u = Eu, \tag{B.20}$$

onde $k_{\pm} \equiv k_x \pm ik_y$.

Resolvemos a equação (2.63) como uma equação de autovalores, que resulta nos seguintes autovalores de energia [152]:

$$E_s = \pm \sqrt{k_z^2 + (\lambda - s\kappa B)^2}, \tag{B.21}$$

onde redefinimos $\lambda \equiv \sqrt{m^2 + k_{\perp}^2}$, com $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$. Novamente, as soluções de energias positivas correspondem às partículas e as soluções de energia negativa, às anti-partículas. Como trataremos apenas de partículas nesse trabalho, buscaremos apenas pelas soluções espinoriais correspondentes às soluções de energias positivas [152]:

$$u^{(s)} = \frac{1}{\sqrt{2\lambda\alpha_s\beta_s}} \begin{pmatrix} s\alpha_s\beta_s \\ -k_z k_+ \\ s\beta_s k_z \\ \alpha_s k_+ \end{pmatrix}, \tag{B.22}$$

onde mantemos as definições $\alpha_s \equiv E_s - \kappa B + s\lambda$ e $\beta_s \equiv \lambda + sm$. Para esse caso, a normalização é fixada como $u^{(r)\dagger} u^{(s)} = 2E_s \delta^{rs}$. A solução espinorial acima, nos permite escrever a solução estacionária geral para as partículas:

$$\psi(x) = \sum_{s=\pm 1} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{1}{\sqrt{2E_k}} b_s(\mathbf{k}) u^{(s)}(\mathbf{k}) e^{ik_\mu x^\mu}, \quad (\text{B.23})$$

onde, novamente, $b_s(\mathbf{k})$ corresponde ao operador de criação de partículas e $k_\mu = (k^0, k_x, k_y, k_z)$, como no caso não-magnético.

Podemos verificar que, apesar de considerarmos partículas de carga nula, os efeitos magnéticos se mantêm presentes nos níveis de energia e na solução espinorial devido à contribuição de momento magnético anômalo nessas quantidades. Além disso, a contribuição puramente magnética do tensor energia-momentum manterá sua forma, devendo ser considerada também para esse caso.

Propomos, a seguir, uma transformação de coordenadas de modo a reescrever as contribuições da equação de estado para o caso de partículas não-carregadas de acordo com a literatura [49, 50]. Introduzimos as variáveis de momentum em termos da coordenada azimutal ϕ :

$$\begin{aligned} k_x &= \sqrt{\lambda^2 - m^2} \cos \phi, \\ k_y &= \sqrt{\lambda^2 - m^2} \sin \phi, \\ k_z &= \sqrt{E^2 - (\lambda - s\kappa B)^2}, \end{aligned}$$

o que torna o elemento de volume no espaço de momentum em:

$$d^3k = \frac{E\lambda}{\sqrt{E^2 - (\lambda - s\kappa B)^2}} dE d\lambda d\phi. \quad (\text{B.24})$$

A seguir, aplicaremos essa transformação de coordenadas para as quantidades de interesse do nosso sistema.

Densidade bariônica

A densidade bariônica, dada por (2.39), pode ser reescrita em termos das novas variáveis como:

$$\rho_b = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \int_{m-s\kappa B}^{\infty} dE E f_+(E, T, \mu) \int_m^{E+s\kappa B} d\lambda \frac{\lambda}{\sqrt{E^2 - (\lambda - s\kappa B)^2}}, \quad (\text{B.25})$$

Resolvendo a integral para o caso de temperatura nula, temos a expressão final para a densidade bariônica [49]:

$$\rho_b = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \left[\frac{k_F}{3} (2k_F^2 - 3s\kappa B \hat{m}) - s\kappa B \mu^2 \left(\arctan \left(\frac{\hat{m}}{k_F} \right) + \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (\text{B.26})$$

onde os efeitos do momento magnético anômalo são introduzidos por $\hat{m} = m - s\kappa B$ e o momentum de Fermi é calculado a partir do potencial químico $k_F = \sqrt{\mu^2 - \hat{m}^2}$.

Densidade de energia

Seguindo o mesmo procedimento para o cálculo da densidade de energia, podemos calcular a contribuição da matéria para a densidade de energia reescrevendo a integral de momentum em termos das novas variáveis:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{fermi} &= \sum_{s=\pm 1} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k E_k f_+(E_k, T, \mu) \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \int_{m-s\kappa B}^{\infty} dE E^2 f_+(E, T, \mu) \int_m^{E+s\kappa B} d\lambda \frac{\lambda}{\sqrt{E^2 - (\lambda - s\kappa B)^2}}.\end{aligned}\quad (\text{B.27})$$

Resolvendo a integral para o caso de temperatura nula, temos:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{fermi} &= \frac{1}{48\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \left[k_F \mu (6\mu^2 - 3\hat{m}^2 - 4s\kappa B \hat{m}) \right. \\ &\quad \left. - 8s\kappa B \mu^3 \left(\arctan\left(\frac{\hat{m}}{k_F}\right) - \frac{\pi}{2} \right) - \hat{m}^3 (3\hat{m} + 4s\kappa B) \ln\left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}}\right) \right],\end{aligned}\quad (\text{B.28})$$

onde k_F corresponde ao momentum de Fermi das partículas e \hat{m} é o mesmo definido para a densidade bariônica. Para o caso de um gás de partículas não-carregadas, devemos ainda somar a contribuição puramente magnética de modo a obtermos a densidade de energia total do sistema.

Pressão Paralela

Assim como no caso das partículas carregadas, a inclusão do momento magnético anômalo não afeta a forma da componente z do tensor energia-momentum, sendo seus efeitos introduzidos implicitamente através das quantidades \hat{m} e μ presentes na expressão. O cálculo da pressão paralela será análogo ao caso na ausência de momento magnético anômalo (2.57) (e ao caso para partículas carregadas), apenas substituindo as devidas componentes do espinor (B.22):

$$T^{zz} = i\bar{\psi}\gamma^z\partial^z\psi - \frac{1}{2}B^2.$$

O primeiro termo de T^{zz} , correspondente à contribuição de matéria, envolve o cálculo de:

$$u^{(r)\dagger}(\mathbf{k})\gamma^0\gamma^z u^{(s)}(\mathbf{k}) = \delta^{rs} (c_3^*c_1 - c_4^*c_3 + c_1^*c_3 - c_2^*c_4) = \delta^{rs} \frac{(\beta_s^2 + k_{\perp}^2)}{\lambda\beta_s} = 2k_z\delta^{rs}, \quad (\text{B.29})$$

onde utilizamos as componentes do espinor (B.22). Reaímos na expressão já encontrada para a pressão paralela:

$$P_{\parallel} = \sum_{s=\pm 1} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{k_z^2}{E_k} f_+(E, T, \mu) \quad (\text{B.30})$$

Substituindo a integral em momentum pela transformação de coordenadas, temos:

$$P_{\parallel} = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \int_{m-s\kappa B}^{\infty} dE f_{+}(E, T, \mu) \int_m^{E+s\kappa B} d\lambda \lambda \sqrt{E^2 - (\lambda^2 - s\kappa B)^2}. \quad (\text{B.31})$$

O cálculo da integral acima, para o caso de temperatura nula, nos dá a expressão para pressão paralela para o caso de partículas não-carregadas:

$$P_{\parallel} = \frac{1}{48\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \left[k_F \mu (2\mu^2 - 5\hat{m}^2 - 8s\kappa B \hat{m}) - 4s\kappa B \mu^3 \left(\arctan \left(\frac{\hat{m}}{k_F} \right) - \frac{\pi}{2} \right) + \hat{m}^3 (3\hat{m} + 4s\kappa B) \ln \left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}} \right) \right], \quad (\text{B.32})$$

onde, ressaltamos que a expressão corresponde apenas à contribuição das partículas, devendo a contribuição puramente magnética ser adicionada no caso de se calcular a equação de estado de um gás de partículas não-carregadas.

Pressão Perpendicular

Vimos no início desse capítulo que a presença de campos magnéticos gera uma simetria entre componentes do tensor energia-momentum perpendiculares ao campo magnético e, além disso, que a inclusão do momento magnético anômalo altera apenas essas contribuições. Assim, podemos escrever a contribuição perpendicular de pressão como:

$$P_{\perp} = \frac{1}{2} (\bar{T}^{xx} + \bar{T}^{yy}). \quad (\text{B.33})$$

Tendo em vista que as contribuições perpendiculares têm a forma:

$$\begin{aligned} T^{xx} &= \bar{\psi} (i\gamma^x \partial^x - \kappa \sigma^{xy} \partial_y A^x) \psi + \frac{1}{2} B^2, \\ T^{yy} &= \bar{\psi} (i\gamma^y \partial^y + \kappa \sigma^{yx} \partial_x A_x) \psi + \frac{1}{2} B^2, \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

calculamos os termos correspondente à contribuição de matéria utilizando as componentes do espinor (B.22):

$$\begin{aligned} u^{(r)\dagger}(\mathbf{k}) \gamma^0 \gamma^x u^{(s)}(\mathbf{k}) &= \delta_{rs} (c_4^* c_1 + c_3^* c_2 + c_2^* c_3 + c_1^* c_4) = \frac{2\bar{m}k_x}{\lambda} \delta_{rs}, \\ u^{(r)\dagger}(\mathbf{k}) \gamma^0 \gamma^y u^{(s)}(\mathbf{k}) &= i\delta_{rs} (c_4^* c_1 - c_3^* c_2 + c_2^* c_3 - c_1^* c_4) = \frac{2\bar{m}k_y}{\lambda} \delta_{rs}, \\ u^{(r)\dagger}(\mathbf{k}) \gamma^0 \mathcal{S}_3 u^{(s)}(\mathbf{k}) &= \delta_{rs} (|c_1|^2 - |c_2|^2 - |c_3|^2 + |c_4|^2) = 2\bar{m}s\delta_{rs}, \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

onde $\bar{m} = \lambda - s\kappa B$.

Assim, a pressão perpendicular tem uma forma análoga à paralela, em termos do momentum perpendicular k_{\perp} :

$$P_{\perp} = \sum_{s=\pm 1} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \frac{\bar{m}}{2E_k} \left(\frac{k_{\perp}^2}{\lambda} - 2s\kappa B \right) f_{+}(E_k, T, \mu). \quad (\text{B.36})$$

Reescrevendo as integrais para o novo sistema de coordenadas, temos:

$$P_{\perp} = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \int_{m-s\kappa B}^{\infty} dE f_{+}(E, T, \mu) \quad (B.37)$$

$$\times \int_m^{E+s\kappa B} d\lambda \frac{\lambda - s\kappa B}{\sqrt{E^2 - (\lambda - s\kappa B)^2}} \left[\frac{(\lambda^2 - m^2)}{2} - s\kappa B\lambda \right].$$

A solução das integrais, para o caso de temperatura nula, nos leva a seguinte expressão:

$$P_{\perp} = \frac{1}{48\pi^2} \sum_{s=\pm 1} \left\{ k_F \mu [2\mu^2 - 5\hat{m}^2 - 12s\kappa B\hat{m} - 12(s\kappa B)^2] \right. \quad (B.38)$$

$$\left. - 8s\kappa B\mu^3 + 3\hat{m}^2 (\hat{m} + 2s\kappa B)^2 \ln \left(\frac{k_F + \mu}{\hat{m}} \right) \right\}.$$

que corresponde apenas à contribuição das partículas não-carregadas.

Apêndice C

Equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff

Na Relatividade Geral, o tensor energia-momentum de um fluido perfeito pode ser escrito, usando-se o Princípio Geral da Covariância, na forma:

$$T^{\mu\nu} = (p + \varepsilon)u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu}; \quad (\text{C.1})$$

onde $g^{\mu\nu}$ representa o tensor métrico (na forma contravariante), p denota a pressão, ε a densidade de energia e $u^\mu \equiv dx^\mu/d\tau$ a quadri-velocidade local de um elemento do fluido. A pressão e a densidade de energia total do fluido são relacionadas pela equação de estado, uma equação escrita em forma paramétrica:

$$p = p(\varepsilon). \quad (\text{C.2})$$

Apresentamos a seguir as equações diferenciais que caracterizam a estrutura de uma estrela de nêutrons relativística, estática e esfericamente simétrica. A métrica de Schwarzschild [333] é a mais apropriada para descrever, nestas condições, o espaço-tempo:

$$d\tau^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = e^{2\nu(r)}dt^2 - e^{2\lambda(r)}dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\phi^2. \quad (\text{C.3})$$

Nesta expressão, identificamos as componentes do tensor métrico:

$$g_{00} = e^{2\nu(r)}, \quad g_{11} = -e^{2\lambda(r)}, \quad g_{22} = -r^2, \quad g_{33} = -r^2\sin^2\theta. \quad (\text{C.4})$$

De modo a construirmos o tensor de Einstein, necessitamos do tensor de Ricci definido na forma:

$$R_{\mu\kappa} = R^\lambda_{\mu\lambda\kappa}, \quad (\text{C.5})$$

Nesta expressão, $R^\lambda_{\mu\nu\kappa}$ representa o tensor de curvatura, que pode ser considerado como o comutador da derivada covariante do vetor covariante de transporte paralelo:

$$[\nabla_\kappa, \nabla_\nu]v_\mu = R^\lambda_{\mu\nu\kappa}v_\lambda, \quad (\text{C.6})$$

A derivada covariante é definida por sua vez como:

$$\nabla_\nu v_\mu = \partial_\nu v_\mu - \Gamma^\lambda_{\mu\nu}v_\lambda, \quad (\text{C.7})$$

onde $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$ representa a assim denominada *conexão afim*. Além disso, considerando $\omega_{\mu\nu}$ como sendo um tensor covariante de ordem 2, vale a relação:

$$\nabla_\kappa \omega_{\mu\nu} = \partial_\kappa \omega_{\mu\nu} - \Gamma^\eta_{\kappa\mu} \omega_{\eta\nu} - \Gamma^\eta_{\kappa\nu} \omega_{\mu\eta}. \quad (\text{C.8})$$

Nesta expressão, os dois termos correspondentes à *conexão afim* são devidos à dependência da grandeza $\omega^{\mu\nu}$ em duas quadri-direções caracterizadas por μ e ν .

Efetuando os cálculos, obtém-se para o tensor de Riemann:

$$R^\lambda_{\mu\nu\kappa} \equiv \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\mu\kappa}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\mu\nu}}{\partial x^\kappa} + \Gamma^\lambda_{\eta\nu} \Gamma^\eta_{\mu\kappa} - \Gamma^\lambda_{\eta\kappa} \Gamma^\eta_{\mu\nu}, \quad (\text{C.9})$$

e para o tensor de Ricci:

$$R^\lambda_{\mu\lambda\nu} = R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\mu\lambda}}{\partial x^\nu} + \Gamma^\lambda_{\mu\lambda} \Gamma^\mu_{\nu\lambda} - \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \Gamma^\mu_{\lambda\lambda}. \quad (\text{C.10})$$

As componentes temporal e espaciais do tensor de Ricci são dadas por :

$$\begin{aligned} R_{00} &= \left(\nu'' - \lambda' \nu' + \nu'^2 + \frac{2\nu'}{r} \right) e^{2(\nu-\lambda)}; & R_{11} &= -\nu'' + \lambda' \nu' - \nu'^2 + \frac{2\lambda'}{r}; \\ R_{22} &= (r\lambda' - r\nu' - 1)e^{-2\lambda} + 1; & R_{33} &= R_{22} \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

A curvatura escalar é dada por:

$$\begin{aligned} R &\equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \\ &= 2e^{-2\lambda} \left[1 + \frac{2}{r} \nu' + \nu'^2 + \left(\frac{2}{r} + \nu' \right) \lambda' + \nu'' \right] - \frac{2}{r^2}. \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Define-se o tensor de Einstein como sendo:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R. \quad (\text{C.13})$$

No caso da métrica de Schwarzschild, as únicas componentes não-nulas do tensor de Einstein são as seguintes:

$$\begin{aligned} G_{00} &= [(2r\lambda' - 1)e^{-2\lambda} + 1] \frac{e^{2\nu}}{r^2}; & G_{11} &= (2r\nu' + 1 - e^{-2\lambda}) \frac{1}{r^2}; \\ G_{22} &= \{ r [\nu' + r\nu'^2 - (1 + r\nu')\lambda' + r\nu''] \} e^{-2\lambda}; & G_{33} &= G_{22} \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

As equações de Einstein em sua forma geral (ignorando-se, porém, uma possível constante cosmológica não nula), são dadas pela expressão:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (\text{C.15})$$

sendo $T_{\mu\nu}$ o tensor de energia-momentum. Aqui apresentamos a equação considerando as constantes, de modo que o leitor possa escolher o sistema de unidades de interesse.

As equações de Einstein para a região exterior à estrela, onde não há matéria presente ($T_{\mu\nu} = 0$), obedecem à condição assintótica:

$$G_{\mu\nu} = 0. \quad (\text{C.16})$$

Resolvendo-se este sistema de equações, obtém-se a solução de Schwarzschild [333] para a métrica do espaço-tempo, válida para a região exterior à estrela, onde M representa a massa estelar:

$$\begin{aligned} g_{00}(r) &= e^{2\nu(r)} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right); \\ g_{11}(r) &= -e^{2\lambda(r)} = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1}; \\ g_{22}(r) &= -r^2; \quad g_{33}(r, \theta) = -r^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

É importante salientar que a métrica de Schwarzschild é singular para o raio $r = r_S = 2M$. Isto não significa que o espaço-tempo seja singular para este valor de raio, mas sim que esta particular métrica o é. Esta métrica tem validade apenas na região exterior à estrela; no caso do interior da estrela, é preciso usar as equações de Einstein na forma $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$, não-singular, uma vez que r_S não tem significado algum nesta região, caso esta grandeza seja menor do que o raio da estrela.

Para uma estrela estática e isotrópica, resulta que:

$$u^i = 0, \quad (i = 1, 2, 3); \quad (\text{C.18})$$

$$u_\mu u^\mu = 1; \quad (\text{C.19})$$

$$u^0 = 1/\sqrt{g_{00}}; \quad (\text{C.20})$$

$$T_0^0 = \varepsilon, \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = p. \quad (\text{C.21})$$

As componentes temporal e espaciais do tensor de Einstein podem ser expressas na

forma (em unidades em que $G = c = 1$):

$$G_0^0 = \frac{1}{r^2} + e^{-2\lambda} \left(\frac{2\lambda'}{r} - \frac{1}{r^2} \right) = 8\pi\varepsilon(r); \quad (\text{C.22})$$

$$G_1^1 = \frac{1}{r^2} - e^{-2\lambda} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{2\nu'}{r} \right) = 8\pi p(r); \quad (\text{C.23})$$

$$G_2^2 = e^{-2\lambda} \left(-\nu'' - \nu'^2 + \lambda'\nu' - \frac{\nu' + \lambda'}{r} \right) = 8\pi p(r); \quad (\text{C.24})$$

$$G_3^3 = G_2^2 = 8\pi p(r). \quad (\text{C.25})$$

Ao integrarmos a equação referente ao termo g_{00} das soluções de Schwarzschild, obtemos uma expressão que permite determinarmos a massa gravitacional da estrela:

$$e^{-2\lambda(r)} = 1 - \frac{8\pi}{r} \int_0^r \varepsilon(r)r^2 dr. \quad (\text{C.26})$$

Assim, a massa gravitacional da estrela, interior à região esférica de raio r , é dada por:

$$M(r) \equiv 4\pi \int_0^r \varepsilon(r)r^2 dr. \quad (\text{C.27})$$

enquanto a componente g_{11} da métrica, associada ao assim denominado *desvio estelar para o vermelho* (*stellar redshift*), é dada por:

$$g_{11} = -e^{2\lambda(r)} = - \left(1 - \frac{2M(r)}{r} \right)^{-1}. \quad (\text{C.28})$$

Finalmente obtemos também a equação diferencial:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{M(r)\varepsilon(r)}{r^2} \left(1 + \frac{p(r)}{\varepsilon(r)} \right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 p(r)}{M(r)} \right) \left(1 - \frac{2M(r)}{r} \right)^{-1}. \quad (\text{C.29})$$

As expressões acima, para $M(r)$ e dp/dr , representam as chamadas equações de *Tolman-Oppenheimer-Volkoff* (TOV) [18, 19]. Estas equações devem ser integradas desde a origem, onde $M(0) = 0$ e $\varepsilon(0) \equiv \varepsilon_c$, até que se atinja um valor para o raio estelar, R , em que a pressão é nula, o que define a superfície da estrela, e onde $M(R)$ caracteriza a massa gravitacional estelar. Para cada equação de estado (ex. $\varepsilon = \varepsilon(p)$) que introduzimos nas equações TOV, obtemos uma relação única entre a massa da estrela e sua densidade central.

As equações acima podem ser escritas ainda na forma alternativa:

$$dM(r) = 4\pi r^2 \varepsilon(r) dr; \quad (\text{C.30})$$

$$4\pi r^2 dP = -\frac{M(r)dM(r)}{r^2} \left(1 + \frac{P(r)}{\varepsilon(r)} \right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{M(r)} \right) \left(1 - \frac{2M(r)}{r} \right)^{-1}. \quad (\text{C.31})$$

Assim, a primeira equação representa a massa gravitacional da estrela contida em uma região volumétrica de raio r , supondo uma estrela estática e esfericamente simétrica. O lado

esquerdo da segunda equação representa a pressão interna exercida sobre uma casca esférica de raio r e espessura dr que contém uma massa $dM(r)$. O primeiro termo do lado direito desta equação descreve a atração que a massa gravitacional contida em r exerce sobre a casca esférica de raio r . Os demais termos entre parênteses representam correções relativísticas exatas à teoria Newtoniana, originárias da Relatividade Geral. Estas correções são positivas, garantindo que o gradiente da pressão seja sempre negativo e, portanto, quanto maior a pressão, mais nos aproximamos do centro da estrela. Para estrelas como o Sol, por exemplo, estas correções relativísticas são desprezíveis pois, neste caso, $p \ll \varepsilon$; assim, a descrição das propriedades dessa estrela permite um tratamento não relativístico. É importante salientar que, no caso de um tratamento relativístico, como a pressão aparece em ambos os lados da equação acima, em uma estrela relativística a pressão é também *fonte de campo gravitacional*, diferentemente do que ocorre em uma estrela newtoniana.

Apêndice D

Lista de Publicações

Neste apêndice, listamos os trabalhos referentes a essa Tese publicados em revistas científicas e apresentados em conferências internacionais.

Artigos

Many-body forces in the equation of state of hyperonic matter (R.O. Gomes, V. Dexheimer, S.Schramm, C.A.Z. Vasconcellos)

Publicação: *Astrophysical Journal*. 808 (2015) no.1, 8

Proceedings

1. Hyperon Stars in Strong Magnetic Fields (R.O. Gomes, V. Dexheimer, C.A.Z. Vasconcellos)

Apresentado na conferência: Compact Stars in the QCD Diagram III, 2012, Guarujá, Brasil.

Proceedings: Compact Stars in the QCD Diagram III. Stanford, USA: Electronic Conference Proceedings Archive (eConf) C12-12-12, 2013.

2. The role of magnetic fields in hyperon stars (R.O. Gomes, V. Dexheimer, C.A.Z. Vasconcellos)

Apresentado na escola: Seventh European Summer School on Experimental Nuclear Astrophysics, 2013, Catania, Itália.

Proceedings: 7th European Summer School on Experimental Nuclear Astrophysics, 2014, Sicily. AIP Conf.Proc. 1595 (2014) 242-244.

-
3. Effective Field Theory for Neutron Stars with Genuine Many-body Forces (C.A.Z. Vasconcellos, R.O. Gomes, V. Dexheimer, R.P. Negreiros, J. Horvath, D. Hadjimichef)
Eventos: STARS2013, 4-6 May 2013, Havana, Cuba / SMFNS2013, 7-10 May 2013, Varadero, Cuba

Proceedings: 2nd Caribbean Symposium on Cosmology, Gravitation, Nuclear and Astroparticle Physics (STARS2013) e 3rd International Symposium on Strong Electromagnetic Fields and Neutron Stars (SMFNS2013). *Astron.Nachr.* 335 (2014) 763

4. Effects of strong magnetic fields on the population of hyperon stars (R.O. Gomes, V. Dexheimer, C.A.Z. Vasconcellos)

Eventos: STARS2013, 4-6 May 2013, Havana, Cuba / SMFNS2013, 7-10 May 2013, Varadero, Cuba

Proceedings: 2nd Caribbean Symposium on Cosmology, Gravitation, Nuclear and Astroparticle Physics (STARS2013) e 3rd International Symposium on Strong Electromagnetic Fields and Neutron Stars (SMFNS2013). *Astron.Nachr.* 335 (2014) 666

5. Many-body forces, isospin asymmetry and dense hyperonic matter (R.O. Gomes, V. Dexheimer, S.Schramm, C.A.Z. Vasconcellos)

Apresentado na conferência: Compact Stars in QCD Phase Diagram IV, 2014, Prerow, Alemanha.

Proceedings of the Workshop Compact Stars in the QCD Phase Diagram IV. Stanford, USA: Electronic Conference Proceedings Archive (eConf) C14-09-26, 2014.

Bibliografia

- [1] <http://hypescience.com/ciclo-vida-estrela-ciclo-vida-estrela/>, “*O ciclo de vida de uma estrela*,”
- [2] F. Weber, “Strange quark matter and compact stars,” *Prog. Part. Nucl. Phys.*, vol. 54, pp. 193–288, 2005.
- [3] P. Haensel, M. Bejger, M. Fortin, and L. Zdunik, “Rotating neutron stars with exotic cores: masses, radii, stability,” *The European Physical Journal A*, vol. 52, no. 3, pp. 1–21, 2016.
- [4] J. M. Lattimer and M. Prakash, “Neutron Star Observations: Prognosis for Equation of State Constraints,” *Phys. Rept.*, vol. 442, p. 109, 2007.
- [5] R. Valentim, E. Rangel, and J. E. Horvath, “On the mass distribution of neutron stars,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Lett.*, vol. 414, p. 1427, 2011.
- [6] K. Fukushima, D. E. Kharzeev, and H. J. Warringa, “Real-time dynamics of the Chiral Magnetic Effect,” *Phys. Rev. Lett.*, p. 212001.
- [7] P. B. Demorest, T. Pennucci, S. M. Ransom, M. S. E. Roberts, and J. W. T. Hessels, “A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay,” *Nature*, vol. 467, pp. 1081–3, Oct. 2010.
- [8] J. Antoniadis, P. C. C. Freire, N. Wex, T. M. Tauris, R. S. Lynch, M. H. van Kerkwijk, M. Kramer, C. Bassa, V. S. Dhillon, T. Driebe, J. W. T. Hessels, V. M. Kaspi, V. I. Kondratiev, N. Langer, T. R. Marsh, M. A. McLaughlin, T. T. Pennucci, S. M. Ransom, I. H. Stairs, J. van Leeuwen, J. P. W. Verbiest, and D. G. Whelan, “A massive pulsar in a compact relativistic binary,” *Science (New York, N.Y.)*, vol. 340, pp. 448, 1233232, Apr. 2013.
- [9] C. Thompson and R. C. Duncan, “The Soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars. 2. Quiescent neutrino, x-ray, and Alfvén wave emission,” *Astrophys. J.*, vol. 473, p. 322, 1996.

- [10] C. Kouveliotou, R. C. Duncan, and C. Thompson, “Magnetars,” *Scientific American*, vol. 288, p. 36, 2003.
- [11] R. C. Duncan and C. Thompson, “Formation of very strongly magnetized neutron stars - implications for gamma-ray bursts,” *Astrophys. J.*, vol. 392, p. L9, 1992.
- [12] C. Thompson and R. C. Duncan, “Neutron star dynamos and the origins of pulsar magnetism,” *Astrophys. J.*, vol. 408, p. 194, 1993.
- [13] C. Thompson and R. C. Duncan, “The Soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars - 1. Radiative mechanism for outbursts,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 275, pp. 255–300, 1995.
- [14] C. Kouveliotou *et al.*, “An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft gamma-ray repeater SGR 1806-20,” *Nature*, vol. 393, pp. 235–237, 1998.
- [15] <http://www.physics.mcgill.ca/pulsar/magnetar/main.html>, “McGill online magnetar catalog,”
- [16] V. Dexheimer and S. Schramm, “Proto-Neutron and Neutron Stars in a Chiral SU(3) Model,” *Astrophys. J.*, vol. 683, pp. 943–948, 2008.
- [17] D. G. Yakovlev, P. Haensel, G. Baym, and C. J. Pethick, “Lev Landau and the concept of neutron stars,” *Phys. Usp.*, vol. 56, pp. 289–295, 2013. [Usp. Fiz. Nauk183,307(2013)].
- [18] R. C. Tolman, “Static solutions of Einstein’s field equations for spheres of fluid,” *Phys. Rev.*, p. 364.
- [19] J. R. Oppenheimer and G. M. Volkoff, “On massive neutron cores,” *Phys. Rev.*, vol. 55, p. 374, 1939.
- [20] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*. John Wiley & Sons, 1987.
- [21] H. Schechter and C. A. Bertulani, *Introdução à Física Nuclear*. Editora UFRJ, 2007.
- [22] J. S. Poucher *et al.*, “High-Energy Single-Arm Inelastic e - p and e - d Scattering at 6-Degrees and 10-Degrees,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 32, p. 118, 1974.
- [23] R. Gupta, “Introduction to lattice QCD: Course,” in *Probing the standard model of particle interactions. Proceedings, Summer School in Theoretical Physics, NATO Advanced Study Institute, 68th session, Les Houches, France, July 28-September 5, 1997. Pt. 1, 2*, pp. 83–219, 1997.

- [24] J. Goldstone, “Derivation of the Brueckner Many-Body Theory,” *Proc. Roy. Soc. Lond. A Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 239, pp. 267–279, 1957.
- [25] M. Baldo, G. F. Burgio, H. J. Schulze, and G. Taranto, “Nucleon effective masses within the Brueckner-Hartree-Fock theory: Impact on stellar neutrino emission,” *Phys. Rev.*, vol. C89, no. 4, p. 048801, 2014.
- [26] T. Katayama and K. Saito, “Properties of dense, asymmetric nuclear matter in Dirac-Brueckner-Hartree-Fock approach,” *Phys. Rev.*, vol. C88, p. 035805, 2013.
- [27] A. Li, X. R. Zhou, G. F. Burgio, and H. J. Schulze, “Protoneutron stars in the Brueckner-Hartree-Fock approach and finite-temperature kaon condensation,” *Phys. Rev.*, vol. C81, p. 025806, 2010.
- [28] T. Katayama and K. Saito, “Hyperons in neutron stars,” *Phys. Lett.*, vol. B747, pp. 43–47, 2015.
- [29] D. Lonardonì, A. Lovato, S. Gandolfi, and F. Pederiva, “Hyperon Puzzle: Hints from Quantum Monte Carlo Calculations,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 114, no. 9, p. 092301, 2015.
- [30] S. Abbar, J. Carlson, H. Duan, and S. Reddy, “Quantum Monte Carlo calculations of the thermal conductivity of neutron star crusts,” *Phys. Rev.*, vol. C92, no. 4, p. 045809, 2015.
- [31] J. D. Walecka, “A Theory of highly condensed matter,” *Ann. Phys.*, vol. 83, p. 491, 1974.
- [32] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Advances in Nuclear Physics, V. 16*. Plenum Press, 1986.
- [33] J. Boguta and A. Bodmer, “Relativistic Calculation of Nuclear Matter and the Nuclear Surface,” *Nucl. Phys.*, vol. A292, pp. 413–428, 1977.
- [34] J. Zimanyi and S. Moszkowski, “Nuclear Equation of state with derivative scalar coupling,” *Phys. Rev.*, vol. C42, pp. 1416–1421, 1990.
- [35] A. Taurines, C. Vasconcellos, M. Malheiro, and M. Chiapparini, “Neutron stars in a class of nonlinear relativistic models,” *Phys. Rev.*, vol. C63, p. 065801, 2001.
- [36] N. K. Glendenning, *Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics and General Relativity*. Springer, 2000.

- [37] N. K. Glendenning, “Neutron Stars Are Giant Hypernuclei?,” *Astrophys. J.*, vol. 293, pp. 470–493, 1985.
- [38] N. K. Glendenning, “Role of Hyperons and Pions in Neutron Stars and Supernovae,” *Z. Phys.*, vol. A327, p. 295, 1987.
- [39] N. Itoh, “Hydrostatic Equilibrium of Hypothetical Quark Stars,” *Prog. Theor. Phys.*, vol. 44, p. 291, 1970.
- [40] N. K. Glendenning, “First order phase transitions with more than one conserved charge: Consequences for neutron stars,” *Phys. Rev.*, vol. D46, pp. 1274–1287, 1992.
- [41] F. Weber and N. K. Glendenning, “Neutron stars, strange stars, and the nuclear equation of state,” in *First Symposium on Nuclear Physics in the Universe Oak Ridge, Tenn., September 24-26, 1992*, 1992.
- [42] M. Razeira, *Naturalidade, Quebra de Simetria de Isospin e a Estrutura Interna das Estrelas de Nêutrons*. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.
- [43] J. M. Lattimer and M. Prakash, “What a Two Solar Mass Neutron Star Really Means,” in *From Nuclei to Stars: Festschrift in Honor of Gerald E Brown* (S. Lee, ed.), pp. 275–304, 2011.
- [44] H.-Y. Chiu, V. Canuto, and L. Fassio-Canuto, “Quantum Theory of an Electron Gas with Anomalous Magnetic Moments in Intense Magnetic Fields,” *Phys. Rev.*, vol. 176, pp. 1438–1442, 1968.
- [45] V. Canuto and H. Y. Chiu, “Quantum theory of an electron gas in intense magnetic fields,” *Phys. Rev.*, vol. 173, pp. 1210–1219, 1968.
- [46] V. Canuto and H. Y. Chiu, “Thermodynamic properties of a magnetized fermi gas,” *Phys. Rev.*, vol. 173, pp. 1220–1228, 1968.
- [47] V. Canuto and H. Y. Chiu, “Magnetic moment of a magnetized fermi gas,” *Phys. Rev.*, vol. 173, pp. 1229–1235, 1968.
- [48] S. Chakrabarty, D. Bandyopadhyay, and S. Pal, “Dense nuclear matter in a strong magnetic field,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 78, pp. 2898–2901, 1997.
- [49] A. E. Broderick, M. Prakash, and J. M. Lattimer, “The Equation of state of neutron star matter in strong magnetic fields,” *Astrophys. J.*, vol. 537, p. 351, 2000.

- [50] M. Strickland, V. Dexheimer, and D. P. Menezes, “Bulk Properties of a Fermi Gas in a Magnetic Field,” *Phys. Rev.*, vol. D86, p. 125032, 2012.
- [51] A. P. Martinez, H. P. Rojas, and H. J. Mosquera Cuesta, “Magnetic collapse of a neutron gas: Can magnetars indeed be formed?,” *Eur. Phys. J.*, vol. C29, pp. 111–123, 2003.
- [52] A. Perez Martinez, H. Perez Rojas, and H. Mosquera Cuesta, “Anisotropic Pressures in Very Dense Magnetized Matter,” *Int. J. Mod. Phys.*, vol. D17, pp. 2107–2123, 2008.
- [53] X.-G. Huang, M. Huang, D. H. Rischke, and A. Sedrakian, “Anisotropic Hydrodynamics, Bulk Viscosities and R-Modes of Strange Quark Stars with Strong Magnetic Fields,” *Phys. Rev.*, vol. D81, p. 045015, 2010.
- [54] A. E. Broderick, M. Prakash, and J. M. Lattimer, “Effects of strong magnetic fields in strange baryonic matter,” *Phys. Lett.*, vol. B531, pp. 167–174, 2002.
- [55] A. Rabhi, H. Pais, P. K. Panda, and C. Providencia, “Quark-hadron phase transition in a neutron star under strong magnetic fields,” *J. Phys.*, vol. G36, p. 115204, 2009.
- [56] L. Paulucci, E. J. Ferrer, V. de la Incera, and J. E. Horvath, “Equation of state for the MCFL phase and its implications for compact star models,” *Phys. Rev.*, vol. D83, p. 043009, 2011.
- [57] M. Sinha, B. Mukhopadhyay, and A. Sedrakian, “Hypernuclear matter in strong magnetic field,” *Nucl. Phys.*, vol. A898, pp. 43–58, 2013.
- [58] V. Dexheimer, R. Negreiros, and S. Schramm, “Hybrid Stars in a Strong Magnetic Field,” *Eur. Phys. J.*, vol. A48, p. 189, 2012.
- [59] R. H. Casali, L. B. Castro, and D. P. Menezes, “Hadronic and hybrid stars subject to density dependent magnetic fields,” *Phys. Rev.*, vol. C89, no. 1, p. 015805, 2014.
- [60] R. Gomes, V. Dexheimer, and C. Vasconcellos, “Effects of strong magnetic fields on the population of hyperon stars,” *Astron. Nachr.*, vol. 335, pp. 666–671, 2014.
- [61] F. Weber, *Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics*. Inst of Physics Pub Inc, 1999.
- [62] K. Kiuchi and K. Kotake, “Equilibrium Configurations of Strongly Magnetized Neutron Stars with Realistic Equations of State,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 385, pp. 1327–1347, 2008.

- [63] S. K. Lander and D. I. Jones, “Are there any stable magnetic fields in barotropic stars?,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 424, p. 482, 2012.
- [64] K. Konno, T. Obata, and Y. Kojima, “Deformation of relativistic magnetized stars,” *Astron. Astrophys.*, vol. 352, pp. 211–216, 1999.
- [65] R. Mallick and S. Schramm, “Deformation of a magnetized neutron star,” *Phys. Rev.*, vol. C89, no. 4, p. 045805, 2014.
- [66] D. Manreza Paret, J. E. Horvath, and A. Pérez Martínez, “Anisotropic stellar structure equations for magnetized strange stars,” *Res. Astron. Astrophys.*, vol. 15, no. 7, pp. 975–985, 2015.
- [67] S. Bonazzola, E. Gourgoulhon, M. Salgado, and J. A. Marck, “Axisymmetric rotating relativistic bodies: A new numerical approach for ‘exact’ solutions,” *Astron. Astrophys.*, vol. 278, pp. 421–443, 1993.
- [68] M. Bocquet, S. Bonazzola, E. Gourgoulhon, and J. Novak, “Rotating neutron star models with magnetic field,” *Astron. Astrophys.*, vol. 301, p. 757, 1995.
- [69] C. Y. Cardall, M. Prakash, and J. M. Lattimer, “Effects of strong magnetic fields on neutron star structure,” *Astrophys. J.*, vol. 554, pp. 322–339, 2001.
- [70] D. Chatterjee, T. Elghozi, J. Novak, and M. Oertel, “Consistent neutron star models with magnetic field dependent equations of state,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 447, p. 3785, 2015.
- [71] B. Franzon, V. Dexheimer, and S. Schramm, “A self-consistent study of magnetic field effects on hybrid stars,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 456, pp. 2937–2945, 2015.
- [72] W. Greiner, S. Schramm, and E. Stein, *Quantum Chromodynamics*. Springer, 2006.
- [73] A. Pais, “Some Remarks on the V-Particles,” *Phys. Rev.*, vol. 86, p. 663, 1952.
- [74] M. Gell-Mann, “The Eightfold Way: A Theory of strong interaction symmetry,” *Synchrotron Laboratory Report CTSL-20*, 1961.
- [75] Y. Ne’emann, “Derivation of strong interactions from a gauge invariance,” *Nucl. Phys.*, vol. 26, p. 222, 1961.
- [76] V. E. Barnes *et al.*, “Observation of a Hyperon with Strangeness -3 ,” *Phys Rev. Lett.*, vol. 12, p. 204, 1964.

- [77] M. Gell-Mann, “A Schematic Model of Baryons and Mesons,” *Phys. Lett.*, vol. 8, p. 214, 1964.
- [78] G. Zweig, “An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking,” *Developments in the Quark Theory of Hadrons, Volume 1. Edited by D. Lichtenberg and S. Rosen. pp. 22-101*, pp. 22–101, 1964.
- [79] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani, “Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry,” *Phys. Rev.*, vol. D2, pp. 1285–1292, 1970.
- [80] M. Kobayashi, H. Kondo, and T. Maskawa, “Symmetry breaking of chiral $u(3) \times u(3)$ and χ eta pi pi decay amplitude,” *Prog. Theor. Phys.*, vol. 49, p. 634, 1973.
- [81] H. Harari, “A New Quark Model for Hadrons,” *Phys. Lett.*, vol. B57, pp. 265–269, 1975.
- [82] J. D. Bjorken, “Asymptotic sum rules at infinite momentum,” *Phys. Rev.*, vol. 179, pp. 1547–1553, Mar 1969.
- [83] R. P. Feynman, “Very high-energy collisions of hadrons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 23, pp. 1415–1417, 1969.
- [84] E. D. Bloom *et al.*, “High-Energy Inelastic e p Scattering at 6-Degrees and 10-Degrees,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 23, pp. 930–934, 1969.
- [85] M. Breidenbach, J. I. Friedman, H. W. Kendall, E. D. Bloom, D. H. Coward, H. C. DeStaebler, J. Drees, L. W. Mo, and R. E. Taylor, “Observed Behavior of Highly Inelastic electron-Proton Scattering,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 23, pp. 935–939, 1969.
- [86] J. J. Aubert *et al.*, “Experimental Observation of a Heavy Particle J,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 33, pp. 1404–1406, 1974.
- [87] J. E. Augustin *et al.*, “Discovery of a Narrow Resonance in $e^+ e^-$ Annihilation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 33, pp. 1406–1408, 1974. [Adv. Exp. Phys.5,141(1976)].
- [88] F. Abe *et al.*, “Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 74, pp. 2626–2631, 1995.
- [89]
- [90] L. Montanet *et al.*, “Review of particle properties,” *Phys. Rev. D*, vol. 50, pp. 1173–1814, Aug 1994.

- [91] P. Amaudruz *et al.*, “Proton and deuteron {F2} structure functions in deep inelastic muon scattering,” *Physics Letters B*, vol. 295, no. 1–2, pp. 159 – 168, 1992.
- [92] D. J. Gross and F. Wilczek, “Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 30, pp. 1343–1346, Jun 1973.
- [93] H. D. Politzer, “Reliable perturbative results for strong interactions?,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 30, pp. 1346–1349, Jun 1973.
- [94] Y. L. Dokshitzer, V. A. Khoze, A. H. Mueller, and S. I. Troyan, *Basics of Perturbative QCD*. Editions Frontieres, 1991.
- [95] L. Satpathy and R. C. Nayak, *Infinite Nuclear Matter Model of Atomic Nuclei*. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013.
- [96] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, and F. Zetsche, *Particles and Nuclei: An Introduction to the Physical Concepts*. Springer, 2006.
- [97] J. Stone, N. Stone, and S. Moszkowski, “Incompressibility in finite nuclei and nuclear matter,” *Phys.Rev.*, vol. C89, no. 4, p. 044316, 2014.
- [98] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, “Nuclear properties according to the Thomas-Fermi model,” *Nucl. Phys.*, vol. A601, pp. 141–167, 1996.
- [99] V. A. Dexheimer, *Compressibilidade da Matéria Nuclear em Estrelas de Nêutrons*. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2006.
- [100] C. Johnson, D. Horen, and C. Mahaux, “Unified description of the neutron- Pb-208 mean field between -20 and + 165 MeV from the dispersion relation constraint,” *Phys.Rev.*, vol. C36, pp. 2252–2273, 1987.
- [101] M. Jaminon and C. Mahaux, “Effective Masses in Relativistic Approaches to the Nucleon Nucleus Mean Field,” *Phys.Rev.*, vol. C40, pp. 354–367, 1989.
- [102] M. Tsang *et al.*, “Constraints on the symmetry energy and neutron skins from experiments and theory,” *Phys.Rev.*, vol. C86, p. 015803, 2012.
- [103] J. M. Lattimer and Y. Lim, “Constraining the Symmetry Parameters of the Nuclear Interaction,” *Astrophys.J.*, vol. 771, p. 51, 2013.
- [104] C. Horowitz, E. Brown, Y. Kim, W. Lynch, R. Michaels, *et al.*, “A way forward in the study of the symmetry energy: experiment, theory, and observation,” *J.Phys.*, vol. G41, p. 093001, 2014.

- [105] J. Piekarewicz and M. Centelles, “Incompressibility of neutron-rich matter,” *Phys. Rev.*, vol. C79, p. 054311, 2009.
- [106] B. A. Brown, “Neutron radii in nuclei and the neutron equation of state,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 5296–5299, 2000.
- [107] R. J. Furnstahl, “Neutron radii in mean field models,” *Nucl. Phys.*, vol. A706, pp. 85–110, 2002.
- [108] C. J. Horowitz and J. Piekarewicz, “The Neutron radii of Pb-208 and neutron stars,” *Phys. Rev.*, vol. C64, p. 062802, 2001.
- [109] A. Steiner and S. Gandolfi, “Connecting Neutron Star Observations to Three-Body Forces in Neutron Matter and to the Nuclear Symmetry Energy,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 108, p. 081102, 2012.
- [110] B.-A. Li and X. Han, “Constraining the neutron-proton effective mass splitting using empirical constraints on the density dependence of nuclear symmetry energy around normal density,” *Phys.Lett.*, vol. B727, pp. 276–281, 2013.
- [111] L.-W. Chen, C. M. Ko, and B.-A. Li, “Nuclear matter symmetry energy and the neutron skin thickness of heavy nuclei,” *Phys.Rev.*, vol. C72, p. 064309, 2005.
- [112] M. Cozma, Y. Leifels, W. Trautmann, Q. Li, and P. Russotto, “Toward a model-independent constraint of the high-density dependence of the symmetry energy,” *Phys.Rev.*, vol. C88, no. 4, p. 044912, 2013.
- [113] Y. Wang, C. Guo, Q. Li, H. Zhang, Y. Leifels, *et al.*, “Constraining the high-density nuclear symmetry energy with the transverse-momentum dependent elliptic flow,” *Phys.Rev.*, vol. C89, no. 4, p. 044603, 2014.
- [114] H. Sotani, K. Iida, and K. Oyamatsu, “Constraining the density dependence of the nuclear symmetry energy from an X-ray bursting neutron star,” *Phys.Rev.*, vol. C91, no. 1, p. 015805, 2015.
- [115] P. J. Siemens, “Liquid–gas phase transition in nuclear matter,” *Nature*, vol. 305, p. 410, 1983.
- [116] M. Hempel, V. Dexheimer, S. Schramm, and I. Iosilevskiy, “Noncongruence of the nuclear liquid-gas and deconfinement phase transitions,” *Phys. Rev.*, vol. C88, no. 1, p. 014906, 2013.

- [117] J. E. Horvath, *Fundamentos de Evolução Estelar, Supernovas e Estrelas Compactas*. Livraria da Física, 2011.
- [118] M. C. Miller, “Astrophysical Constraints on Dense Matter in Neutron Stars,” *eprint: arXiv 1312.0029*, 2013.
- [119] R. de Oliveira Gomes, *Transição de Fase Hádron-Quark em Estrelas de Nêutrons*. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.
- [120] M. Johnson and E. Teller, “Classical Field Theory of Nuclear Forces,” *Phys.Rev.*, vol. 98, pp. 783–787, 1955.
- [121] H.-P. Duerr, “Relativistic Effects in Nuclear Forces,” *Phys.Rev.*, vol. 103, pp. 469–480, 1956.
- [122] Y. Sugahara and H. Toki, “Relativistic mean field theory for unstable nuclei with nonlinear sigma and omega terms,” *Nucl.Phys.*, vol. A579, pp. 557–572, 1994.
- [123] H. Toki, D. Hirata, Y. Sagahara, K. Sumiyoshi, and I. Tanihata, “Relativistic many body approach for unstable nuclei and supernova,” *Nucl.Phys.*, vol. A588, p. 357, 1995.
- [124] B. Todd-Rutel and J. Piekarewicz, “Neutron-Rich Nuclei and Neutron Stars: A New Accurately Calibrated Interaction for the Study of Neutron-Rich Matter,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 95, p. 122501, 2005.
- [125] R. Kumar, B. Agrawal, and S. K. Dhiman, “Effects of omega meson self-coupling on the properties of finite nuclei and neutron stars,” *Phys.Rev.*, vol. C74, p. 034323, 2006.
- [126] A. Delfino, C. Coelho, and M. Malheiro, “Nuclear matter properties for modified Zimanyi-Moszkowski models,” *Phys.Lett.*, vol. B345, pp. 361–366, 1995.
- [127] A. Delfino, C. Coelho, and M. Malheiro, “Relativistic nuclear matter with alternative derivative coupling models,” *Phys.Rev.*, vol. C51, pp. 2188–2195, 1995.
- [128] S. K. Choudhury and R. Rakshit, “Delta-excited nuclear matter in the derivative scalar coupling model,” *Phys.Rev.*, vol. C48, pp. 598–601, 1993.
- [129] A. Bhattacharyya and S. Raha, “Hadron masses at finite density from the Zimanyi-Moszkowski model,” *Phys.Rev.*, vol. C53, pp. 522–525, 1996.
- [130] R. Aguirre, O. Civitarese, and A. De Paoli, “The Zimanyi and Moszkowski model in thermo field dynamics,” *Nucl.Phys.*, vol. A597, pp. 543–562, 1996.

- [131] M. Chiapparini, A. Delfino, M. Malheiro, and A. Gattone, “Finite nuclei in a relativistic mean field model with derivative couplings,” *Z.Phys.*, vol. A357, pp. 47–52, 1997.
- [132] T. Biro and J. Zimanyi, “A New effective Lagrangian for nuclear matter,” *Phys.Lett.*, vol. B391, pp. 1–4, 1997.
- [133] M. Barranco, R. Lombard, S. Marcos, and S. Moszkowski, “Multi - Lambda matter in a derivative coupling model,” *Phys.Rev.*, vol. C44, pp. 178–183, 1991.
- [134] R. Lombard, S. Marcos, and J. Mares, “Description of hypernuclei in scalar derivative coupling model,” *Phys.Rev.*, vol. C51, pp. 1784–1789, 1995.
- [135] N. Glendenning, F. Weber, and S. Moszkowski, “Neutron and hybrid stars in the derivative coupling model,” *Phys.Rev.*, vol. C45, pp. 844–855, 1992.
- [136] R. Aguirre and M. Schvellinger, “EMC effect from the QMC and the QHD descriptions,” *Submitted to Phys.Rev.C*, 1997.
- [137] R. Aguirre, “Collective modes in hadronic matter in a relativistic model with medium dependent coupling,” *Phys.Rev.*, vol. C63, p. 025206, 2001.
- [138] V. Dexheimer, C. Vasconcellos, and B. Bodmann, “On the Density Dependent Nuclear Matter Compressibility,” *Phys.Rev.*, vol. C77, p. 065803, 2008.
- [139] M. Razeira, A. Mesquita, C. A. Vasconcellos, R. O. Gomes, A. Perez Martinez, *et al.*, “Relativistic URCA processes in neutron stars with an antikaon condensate,” *Int.J.Mod.Phys.*, vol. E20, pp. 146–151, 2011.
- [140] G. F. Marranghello, M. Razeira, B. E. J. Bodmann, and J. C. N. de Araujo, “Constraints on the hyperon-sigma meson coupling by GW observations,” *Int. J. Mod. Phys. E*, vol. 16, p. 2847, 2007.
- [141] M. Grohmann *et al.*, “Analyzing hadron-quark matter phase transition by microscopic properties of neutron stars,” *Int. J. Mod. Phys. E*, vol. 16, p. 2838, 2007.
- [142] L. Burigo, B. Bodmann, R. Jacobsen, C. Vasconcellos, and F. Fernandez, “On the confined-deconfined phase transition in nuclear matter and neutron stars,” *Int.J.Mod.Phys.*, vol. D19, pp. 1563–1568, 2010.
- [143] G. F. Marranghello, C. Providencia, and A. M. Santos, “Isospin Constraints on the Parametric Coupling Model for Nuclear Matter,” *Phys.Rev.*, vol. C81, p. 024307, 2010.

- [144] R. Gomes, V. Dexheimer, and C. Vasconcellos, “The role of magnetic fields in hyperon stars,” *AIP Conf.Proc.*, vol. 1595, pp. 242–244, 2014.
- [145] R. O. Gomes, V. Dexheimer, S. Schramm, and C. A. Z. Vasconcellos, “Many-body forces in the equation of state of hyperonic matter,” *Astrophys. J.*, vol. 808, no. 1, p. 8, 2015.
- [146] R. O. Gomes, V. Dexheimer, S. Schramm, and C. A. Z. Vasconcellos, “Many-body forces, isospin asymmetry and dense hyperonic matter,” in *Compact Stars in the QCD Phase Diagram IV Prerow, Germany, September 26-30, 2014*, 2015.
- [147] S. Typel and H. Wolter, “Relativistic mean field calculations with density dependent meson nucleon coupling,” *Nucl.Phys.*, vol. A656, pp. 331–364, 1999.
- [148] S. Kubis and M. Kutschera, “Nuclear matter in relativistic mean field theory with isovector scalar meson,” *Phys. Lett.*, vol. B399, pp. 191–195, 1997.
- [149] B. Liu, V. Greco, V. Baran, M. Colonna, and M. Di Toro, “Asymmetric nuclear matter: The Role of the isovector scalar channel,” *Phys. Rev.*, vol. C65, p. 045201, 2002.
- [150] D. Menezes and C. Providencia, “Delta meson effects on stellar matter,” *Phys.Rev.*, vol. C70, p. 058801, 2004.
- [151] M. Razeira *et al.*, “*Int. J. Mod. Phys. E* **16**, 2855 (2007),”
- [152] W. A. LLC, “<http://www.wolframalpha.com/>,”
- [153] F. Mandl and G. Shaw, *Quantum Field Theory*. John Wiley & Sons, 1984.
- [154] N. M. Hugenholtz and L. V. Hove, “A theorem on the single particle energy in a Fermi gas with interaction,” *Physica*, vol. 24, p. 363, 1958.
- [155] S. Balberg, I. Lichtenstadt, and G. Cook, “Roles of hyperons in neutron stars,” *Astrophys. J. Suppl.*, vol. 121, p. 515, 1999.
- [156] S. A. Moszkowski, “Energy of neutron-star matter,” *Phys.Rev.*, vol. D9, pp. 1613–1625, 1974.
- [157] N. Glendenning and S. Moszkowski, “Reconciliation of neutron star masses and binding of the lambda in hypernuclei,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 67, pp. 2414–2417, 1991.
- [158] S. Pal, M. Hanauske, I. Zakout, H. Stoecker, and W. Greiner, “Neutron star properties in the quark meson coupling model,” *Phys.Rev.*, vol. C60, p. 015802, 1999.

- [159] M. May, “Recent results and directions in hypernuclear and kaon physics,” in *13th International Conference on Particles and Nuclei (PANIC 93) Perugia, Italy, June 28-July 2, 1993*, pp. 632–634, 1993.
- [160] A. S. Botvina and J. Pochodzalla, “Production of hypernuclei in multifragmentation of nuclear spectator matter,” *Phys. Rev.*, vol. C76, p. 024909, 2007.
- [161] L. Tang *et al.*, “Experiments with the High Resolution Kaon Spectrometer at JLab Hall C and the new spectroscopy of ${}_{\Lambda}^{12}\text{B}$ hypernuclei,” *Phys. Rev.*, vol. C90, no. 3, p. 034320, 2014.
- [162] K. Hosomi *et al.*, “Precise determination of ${}_{12}\text{C}$ level structure by gamma-ray spectroscopy,” *PTEP*, vol. 2015, no. 8, p. 081D01, 2015.
- [163] C. Rappold and J. F. L. Fidalgo, “Proton-rich and neutron-rich hypernuclear production experimental conditions,” *eprint: arXiv 1601.03930*, 2016.
- [164] N. Sharma, “Results from (anti-)(hyper-)nuclei production and searches for exotic bound states with ALICE at the LHC,” in *25th International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions (Quark Matter 2015) Kobe, Japan, September 27-October 3, 2015*, 2016.
- [165] D. Millener, C. Dover, and A. Gal, “Lambda Nucleus Single Particle Potentials,” *Phys.Rev.*, vol. C38, pp. 2700–2708, 1988.
- [166] J. Mares, E. Friedman, A. Gal, and B. Jennings, “Constraints on Sigma nucleus dynamics from Dirac phenomenology of Sigma- atoms,” *Nucl.Phys.*, vol. A594, pp. 311–324, 1995.
- [167] S. Bart, R. Chrien, W. Franklin, T. Fukuda, R. Hayano, *et al.*, “Sigma hyperons in the nucleus,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 83, pp. 5238–5241, 1999.
- [168] T. Fukuda *et al.*, “Cascade hypernuclei in the (K-,K+) reaction on C-12,” *Phys.Rev.*, vol. C58, pp. 1306–1309, 1998.
- [169] P. Khaustov *et al.*, “Evidence of Xi hypernuclear production in the C-12(K-,K+)(Xi)Be-12 reaction,” *Phys.Rev.*, vol. C61, p. 054603, 2000.
- [170] J. Schaffner-Bielich and A. Gal, “Properties of strange hadronic matter in bulk and in finite systems,” *Phys.Rev.*, vol. C62, p. 034311, 2000.

- [171] E. Friedman and A. Gal, “In-medium nuclear interactions of low-energy hadrons,” *Phys.Rept.*, vol. 452, pp. 89–153, 2007.
- [172] H. Takahashi, J. Ahn, H. Akikawa, S. Aoki, K. Arai, *et al.*, “Observation of a (Λ Λ)He-6 double hypernucleus,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 87, p. 212502, 2001.
- [173] A. Gal and D. Millener, “Consistency of Λ - Λ hypernuclear events,” *Hyperfine Interact.*, vol. 210, pp. 77–82, 2012.
- [174] J. Ahn *et al.*, “Double- Λ hypernuclei observed in a hybrid emulsion experiment,” *Phys.Rev.*, vol. C88, no. 1, p. 014003, 2013.
- [175] C. Dover and A. Gal, “Hyperon nucleous potentials,” *Prog.Part.Nucl.Phys.*, vol. 12, pp. 171–239, 1985.
- [176] J. Schaffner, C. B. Dover, A. Gal, C. Greiner, D. J. Millener, *et al.*, “Multiply strange nuclear systems,” *Annals Phys.*, vol. 235, pp. 35–76, 1994.
- [177] J. Schaffner, H. Stoecker, and C. Greiner, “Metastable exotic multihypernuclear objects,” *Phys.Rev.*, vol. C46, pp. 322–329, 1992.
- [178] R. Knorren, M. Prakash, and P. Ellis, “Strangeness in hadronic stellar matter,” *Phys.Rev.*, vol. C52, pp. 3470–3482, 1995.
- [179] J. Schaffner and I. N. Mishustin, “Hyperon rich matter in neutron stars,” *Phys.Rev.*, vol. C53, pp. 1416–1429, 1996.
- [180] J. Schaffner-Bielich, “Hypernuclear Physics for Neutron Stars,” *Nucl.Phys.*, vol. A804, pp. 309–321, 2008.
- [181] A.-J. Mi, A. Li, and W. Zuo, “Hyperon coupling dependence of hadron matter properties in relativistic mean field model,” *Chin.Phys.*, vol. 16, pp. 3290–3296, 2007.
- [182] R. Negreiros, V. Dexheimer, and S. Schramm, “Modeling Hybrid Stars with an SU(3) non-linear sigma model,” *Phys.Rev.*, vol. C82, p. 035803, 2010.
- [183] C. Vasconcellos, R. Gomes, V. Dexheimer, R. Negreiros, J. Horvath, *et al.*, “Effective Field Theory for Neutron Stars with Genuine Many-body Forces,” *Astron. Nachr.*, vol. 335, pp. 763–768, 2014.
- [184] S. Weissenborn, D. Chatterjee, and J. Schaffner-Bielich, “Hyperons and massive neutron stars: the role of hyperon potentials,” *Nucl.Phys.*, vol. A881, pp. 62–77, 2012.

- [185] B. Bhowmick, M. Bhattacharya, A. Bhattacharyya, and G. Gangopadhyay, “Massive neutron stars with hyperonic core : a case study with the IUFSU model,” *Phys.Rev.*, vol. C89, p. 065806, 2014.
- [186] C. Ishizuka, A. Ohnishi, K. Tsubakihara, K. Sumiyoshi, and S. Yamada, “Tables of Hyperonic Matter Equation of State for Core-Collapse Supernovae,” *J. Phys.*, vol. G35, p. 085201, 2008.
- [187] I. Vidana, D. Logoteta, C. Providencia, A. Polls, and I. Bombaci, “Estimation of the effect of hyperonic three-body forces on the maximum mass of neutron stars,” *Europhys. Lett.*, vol. 94, p. 11002, 2011.
- [188] I. Bednarek, P. Haensel, J. L. Zdunik, M. Bejger, and R. Manka, “Hyperons in neutron-star cores and two-solar-mass pulsar,” *Astron. Astrophys.*, vol. 543, p. A157, 2012.
- [189] F. Gulminelli, A. R. Raduta, and M. Oertel, “Phase transition towards strange matter,” *Phys. Rev.*, vol. C86, p. 025805, 2012.
- [190] M. Oertel, C. Providência, F. Gulminelli, and A. R. Raduta, “Hyperons in neutron star matter within relativistic mean-field models,” *J. Phys.*, vol. G42, no. 7, p. 075202, 2015.
- [191] D. Lonardoni, A. Lovato, S. Gandolfi, and F. Pederiva, “Strangeness in nuclei and neutron stars: a challenging puzzle,” vol. 113, 21st International Conference on Few-Body Problems in Physics, 2015.
- [192] K. A. Maslov, E. E. Kolomeitsev, and D. N. Voskresensky, “Solution of the Hyperon Puzzle within a Relativistic Mean-Field Model,” *Phys. Lett.*, vol. B748, pp. 369–375, 2015.
- [193] I. Vidaña, “Hyperons in Neutron Stars,” *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 668, no. 1, p. 012031, 2016.
- [194] D. Chatterjee and I. Vidana, “Do hyperons exist in the interior of neutron stars ?,” *Eur. Phys. J.*, vol. A52, no. 2, p. 29, 2016.
- [195] I. Bombaci, “The Hyperon Puzzle in Neutron Stars,” in *12th International Conference on Hypernuclear and Strange Particle Physics (HYP 2015) Sendai, Japan, September 7-12, 2015*, 2016.
- [196] <http://www.fair-center.eu/>, “Facility for antiproton and ion research in europe,”

- [197] C. Greiner and B. Muller, “Pair Correlations of Neutral Strange Particles Emitted in Relativistic Heavy Ion Collisions,” *Phys.Lett.*, vol. B219, pp. 199–204, 1989.
- [198] T. Inoue *et al.*, “Baryon-Baryon Interactions in the Flavor SU(3) Limit from Full QCD Simulations on the Lattice,” *Prog.Theor.Phys.*, vol. 124, pp. 591–603, 2010.
- [199] J. Zirker, *The Magnetic Universe*. The Johns Hopkins University Press, 2009.
- [200] P. A. M. Dirac, “The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation,” *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, vol. 114, pp. 243–265, Mar. 1927.
- [201] E. Fermi, “Quantum Theory of Radiation,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 4, pp. 87–132, Jan. 1932.
- [202] J. R. Oppenheimer, “Note on the Theory of the Interaction of Field and Matter,” *Physical Review*, vol. 35, pp. 461–477, Mar. 1930.
- [203] F. Bloch and A. Nordsieck, “Note on the Radiation Field of the Electron,” *Physical Review*, vol. 52, pp. 54–59, July 1937.
- [204] V. F. Weisskopf, “On the Self-Energy and the Electromagnetic Field of the Electron,” *Physical Review*, vol. 56, pp. 72–85, July 1939.
- [205] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics*. Addison Wesley, 1993.
- [206] H. A. Bethe, “The Electromagnetic Shift of Energy Levels,” *Physical Review*, vol. 72, pp. 339–341, Aug. 1947.
- [207] S. Tomonaga, “On a relativistically invariant formulation of the quantum theory of wave fields,” *Prog. Theor. Phys.*, vol. 1, pp. 27–42, 1946.
- [208] J. Schwinger, “On quantum-electrodynamics and the magnetic moment of the electron,” *Phys. Rev.*, vol. 73, pp. 416–417, Feb 1948.
- [209] J. Schwinger, “Quantum electrodynamics: A covariant formulation,” *Phys. Rev.*, vol. 74, pp. 1439–1461, Nov 1948.
- [210] R. P. Feynman, “Space-time approach to quantum electrodynamics,” *Phys. Rev.*, vol. 76, pp. 769–789, Sep 1949.
- [211] R. P. Feynman, “Mathematical formulation of the quantum theory of electromagnetic interaction,” *Phys. Rev.*, vol. 80, pp. 440–457, 1950.

- [212] F. J. Dyson, “The Radiation theories of Tomonaga, Schwinger, and Feynman,” *Phys. Rev.*, vol. 75, pp. 486–502, 1949.
- [213] F. J. Dyson, “The S matrix in quantum electrodynamics,” *Phys. Rev.*, vol. 75, pp. 1736–1755, 1949.
- [214] L. L. Lopes and D. P. Menezes, “Neutron Stars with Hyperons subject to Strong Magnetic Field,” *Brazilian Journal of Physics* 42 (2012) -, 2012.
- [215] Z. F. Gao, N. Wang, Y. Xu, and X. D. Li, “The Effects of Superhigh Magnetic Fields on Equations of States of Neutron Stars,” *Astron. Nachr.*, vol. 336, p. 866, 2015.
- [216] M. Orsaria, I. F. Ranea-Sandoval, and H. Vucetich, “Magnetars as Highly Magnetized Quark Stars: an analytical treatment,” *Astrophys. J.*, vol. 734, p. 41, 2011.
- [217] V. Dexheimer, D. P. Menezes, and M. Strickland, “The influence of strong magnetic fields on proto-quark stars,” *J. Phys.*, vol. G41, p. 015203, 2014.
- [218] R. Z. Denke and M. B. Pinto, “Influence of a repulsive vector coupling in magnetized quark matter,” *Phys. Rev.*, vol. D88, no. 5, p. 056008, 2013.
- [219] A. A. Isayev, “Anisotropic pressure in the quark core of a strongly magnetized hybrid star,” *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 607, p. 012013, 2015.
- [220] R. G. Felipe, D. M. Paret, and A. P. Martinez, “Magnetized color flavor locked state and compact stars,” *Eur. Phys. J.*, vol. A47, p. 1, 2011.
- [221] V. Dexheimer, R. Negreiros, S. Schramm, and M. Hempel, “Deconfinement to Quark Matter in Neutron Stars - The Influence of Strong Magnetic Fields,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1520, pp. 264–269, 2013.
- [222] S. Schramm, A. Bhattacharyya, V. Dexheimer, and R. Mallick, “Exotic Phases in Magnetars,” in *Compact Stars in the QCD Phase Diagram IV Prerow, Germany, September 26-30, 2014*, 2015.
- [223] L. Landau, *Quantum Mechanics: Non-relativistic Theory*. Butterworth-Heinemann, 1977.
- [224] S. R. Salinas, *Introdução a Física Estatística*. EdUSP, 1997.
- [225] K. S. O. Filho and M. F. O. Saraiva, *Astronomia e Astrofísica*. Editora da UFRGS, Livraria da Física, 2004.

- [226] H. B. Callen, *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. John Wiley & Sons, 1985.
- [227] E. J. Ferrer, V. de la Incera, J. P. Keith, I. Portillo, and P. L. Springsteen, “Equation of State of a Dense and Magnetized Fermion System,” *Phys. Rev.*, vol. C82, p. 065802, 2010.
- [228] D. Bandyopadhyay, S. Chakrabarty, and S. Pal, “The Quantizing magnetic field and quark - hadron phase transition in a neutron star,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 79, pp. 2176–2179, 1997.
- [229] G.-J. Mao, A. Iwamoto, and Z.-X. Li, “Study of the neutron star structure in strong magnetic fields including the anomalous magnetic moments,” *Chin. J. Astron. Astrophys.*, vol. 3, pp. 359–374, 2003.
- [230] R. O. Gomes, V. Dexheimer, and C. A. Z. Vasconcellos, “Hyperon Stars in Strong Magnetic Fields,” in *Compact Stars in the QCD Phase Diagram III (CSQCD III) Guarujá, SP, Brazil, December 12-15, 2012*, 2013.
- [231] E. J. Ferrer, V. de la Incera, D. Manreza Paret, A. Pérez Martínez, and A. Sanchez, “Insignificance of the anomalous magnetic moment of charged fermions for the equation of state of a magnetized and dense medium,” *Phys. Rev.*, vol. D91, no. 8, p. 085041, 2015.
- [232] K. Oyamatsu, K. Iida, and H. Koura, “Neutron drip line and the equation of state of nuclear matter,”
- [233] G. Baym, C. Pethick, and P. Sutherland, “The Ground state of matter at high densities: Equation of state and stellar models,” *Astrophys. J.*, vol. 170, pp. 299–317, 1971.
- [234] J. Piekarewicz, “The Nuclear Physics of Neutron Stars,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 1595, pp. 76–83, 2014.
- [235] D. P. Menezes, S. S. Avancini, C. Providencia, and M. D. Alloy, “The Inner Crust and its Structure,” *Capítulo do livro*.
- [236] M. Dutra, O. Lourenço, and D. P. Menezes, “Stellar properties and nuclear matter constraints,” *Phys. Rev.*, vol. C93, no. 2, p. 025806, 2016.
- [237] K. Takahashi, “Effect of strong magnetic fields on neutral pion condensation in neutron star matter,” *J. Phys.*, vol. G34, pp. 653–659, 2007.

- [238] A. Ohnishi, D. Jido, T. Sekihara, and K. Tsubakihara, “Possibility of s-wave pion condensates in neutron stars revisited,” *Phys. Rev.*, vol. C80, p. 038202, 2009.
- [239] P. J. Ellis, R. Knorren, and M. Prakash, “Kaon condensation in neutron star matter with hyperons,” *Phys. Lett.*, vol. B349, pp. 11–17, 1995.
- [240] D. P. Menezes, P. K. Panda, and C. Providencia, “Kaon condensation in the quark-meson coupling model and compact stars,” *Phys. Rev.*, vol. C72, p. 035802, 2005.
- [241] A. Mishra, A. Kumar, S. Sanyal, V. Dexheimer, and S. Schramm, “Kaon properties in (proto)neutron stars,” *Eur. Phys. J.*, vol. A45, pp. 169–177, 2010.
- [242] M. G. Alford, M. Braby, and S. Mahmoodifar, “Shear viscosity due to kaon condensation in color-flavor locked quark matter,” *Phys. Rev.*, vol. C81, p. 025202, 2010.
- [243] F. Fernandez, A. Mesquita, M. Razeira, and C. A. Z. Vasconcellos, “The role of antikaon condensates in the equation of state of neutron stars,” *Int. J. Mod. Phys.*, vol. D19, pp. 1545–1548, 2010.
- [244] A. Mesquita, M. Razeira, C. A. Z. Vasconcellos, and F. Fernandez, “The Role of scalar-isovector mesons and antikaons in neutron stars,” *Int. J. Mod. Phys.*, vol. D19, pp. 1549–1552, 2010.
- [245] A. Mesquita, *Condensação de Káons em Estrelas de Nêutrons*. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010.
- [246] Y. Lim, K. Kwak, C. H. Hyun, and C.-H. Lee, “Kaon Condensation in Neutron Stars with Skyrme-Hartree-Fock Models,” *Phys. Rev.*, vol. C89, no. 5, p. 055804, 2014.
- [247] T. Muto, T. Maruyama, and T. Tatsumi, “Coexistence of Kaon Condensation and Hyperons in Hadronic Matter and Its Relevance to Quark Matter,”
- [248] Y. Yamamoto, T. Furumoto, N. Yasutake, and T. A. Rijken, “Hyperon-mixed neutron star with universal many-body repulsion,” *Eur. Phys. J.*, vol. A52, no. 2, p. 19, 2016.
- [249] S. Schramm, V. Dexheimer, and R. Negreiros, “Modelling Hybrid Stars in Quark-Hadron Approaches,” *Eur. Phys. J.*, vol. A52, no. 1, p. 14, 2016.
- [250] A. Li, W. Zuo, and G. X. Peng, “Massive hybrid stars with a first order phase transition,” *Phys. Rev.*, vol. C91, no. 3, p. 035803, 2015.

- [251] S. Benic, D. Blaschke, D. E. Alvarez-Castillo, T. Fischer, and S. Typel, “A new quark-hadron hybrid equation of state for astrophysics - I. High-mass twin compact stars,” *Astron. Astrophys.*, vol. 577, p. A40, 2015.
- [252] G. Y. Shao, M. Colonna, M. Di Toro, Y. X. Liu, and B. Liu, “Isoscalar-vector interaction and hybrid quark core in massive neutron stars,” *Phys. Rev.*, vol. D87, no. 9, p. 096012, 2013.
- [253] V. A. Dexheimer and S. Schramm, “A Novel Approach to Model Hybrid Stars,” *Phys. Rev.*, vol. C81, p. 045201, 2010.
- [254] I. Bombaci, I. Parenti, and I. Vidana, “Quark deconfinement and implications for the radius and the limiting mass of compact stars,” *Astrophys. J.*, vol. 614, pp. 314–325, 2004.
- [255] M. Buballa, F. Neumann, M. Oertel, and I. Shovkovy, “Quark mass effects on the stability of hybrid stars,” *Phys. Lett.*, vol. B595, pp. 36–43, 2004.
- [256] J. E. Horvath and G. Lugones, “Selfbound CFL stars in binary systems: Are they ‘hidden’ among the black hole candidates?,” *Astron. Astrophys.*, vol. 422, p. L1, 2004.
- [257] M. G. Alford, A. Schmitt, K. Rajagopal, and T. Schäfer, “Color superconductivity in dense quark matter,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 80, pp. 1455–1515, 2008.
- [258] D. M. Sedrakian, K. M. Shahabasyan, D. Blaschke, and K. M. Shahabasyan, “Vortex structure of neutron stars with CFL quark cores,” *Astrophysics*, vol. 51, pp. 544–558, 2008.
- [259] L. Paulucci and J. E. Horvath, “Color-flavor locked strange matter and strangelets at finite temperature,” *Phys. Rev.*, vol. C78, p. 064907, 2008.
- [260] H. Rodrigues, S. B. Duarte, and J. C. T. De Oliveira, “Massive compact stars as quark stars,” *Astrophys. J.*, vol. 730, p. 31, 2011.
- [261] L. Paulucci, E. J. Ferrer, V. d. l. Incera, and J. E. Horvath, “Magnetic Color-flavor-locked Stars,” *IAU Symp.*, vol. 291, pp. 465–467, 2013.
- [262] H. Rodrigues, F. Weber, and S. B. Duarte, “Stability of colour-flavour locked quark matter with three massive quark flavours,” *Astrophys. Space Sci.*, vol. 344, pp. 229–235, 2013.

- [263] T. Harko, “Astrophysical Signatures of Quark Stars in the CFL (Color-Flavor Locked) Phase,” in *Proceedings, 13th Marcel Grossmann Meeting on Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics, and Relativistic Field Theories (MG13)*, pp. 2322–2324, 2015.
- [264] E. J. Ferrer, V. de la Incera, and L. Paulucci, “Gluon effects on the equation of state of color superconducting strange stars,” *Phys. Rev.*, vol. D92, no. 4, p. 043010, 2015.
- [265] R. H. Fowler, “*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **87**, 114 (1926),”
- [266] J. Chadwick, “Possible Existence of a Neutron,” *Nature*, vol. 129, p. 312, 1932.
- [267]
- [268] W. Baade and F. Zwicky, “*Phys. Rev.* **45**, 138 (1934),”
- [269] A. G. W. Cameron, “Photobeta reactions in stellar interiors,” *Astrophys. J.*, vol. 130, p. 452, 1959.
- [270] E. E. Salpeter, “*Phys. Rev.* **120**, 1528 (1960),”
- [271] D. D. Ivanenko and D. F. Kurdgelaidze, “*Astrofizika* **1**, 6 479 (1965),”
- [272] D. D. Ivanenko and D. F. Kurdgelaidze, “Remarks on quark stars,” *Nuovo Cim. Lett.*, vol. IIS1, p. 13, 1969.
- [273] P. Haensel, A. Y. Potekhin, and D. G. Yakovlev, *Neutron Stars 1: Equation of State and Structure*. Springer, 2007.
- [274] R. Giacconi, H. Gursky, F. R. Paolini, and B. B. Rossi, “Evidence for x Rays From Sources Outside the Solar System,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 9, pp. 439–443, 1962.
- [275] H.-Y. Chiu and E. E. Salpeter, “Surface X-Ray Emission from Neutron Stars,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 12, pp. 413–415, 1964.
- [276] N. S. Kardashev, “*Astron. Zh.* **41**, 807 (1964),”
- [277] F. Pacini, “Rotating Neutron Stars, Pulsars and Supernova Remnants,” *Nature*, vol. 219, p. 1968, 145.
- [278] A. Hewiah, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott, and R. A. Collins, “*Nature* **217**, 709 (1986),”

- [279] T. Gold, “Rotating neutron stars and the nature of pulsars,” *Nature*, vol. 221, pp. 25–27, 1969.
- [280] J. E. Gunn and J. P. Ostriker, “*Nature* **221**, 455 (1969),”
- [281] J. P. Ostriker and J. E. Gunn, “On the nature of pulsars. 1. Theory,” *Astrophys. J.*, vol. 157, pp. 1395–1417, 1969.
- [282] J. E. Gunn and J. P. Ostriker, “On the Nature of Pulsars. III. Analysis of Observations,” *Astrophys. J.*, vol. 160, pp. 979–1002, 1970.
- [283] A. A. Abdo *et al.*, “*Astrophys. J. Supp. Ser.* **187**, 460 (2010),”
- [284] V. M. Kaspi and M. Kramer, “Radio Pulsars: The Neutron Star Population & Fundamental Physics,” 2016.
- [285] M. Fortin, J. Zdunik, P. Haensel, and M. Bejger, “Neutron stars with hyperon cores: stellar radii and EOS near nuclear density,” *Astronomy Astrophysics*, vol. A68, p. 576, 2015.
- [286] F. Özel, D. Psaltis, Z. Arzoumanian, S. Morsink, and M. Baubock, “Measuring Neutron Star Radii via Pulse Profile Modeling with NICER,” *eprint: arxiv 1512.03067*, 2015.
- [287] F. Özel, D. Psaltis, T. Güver, G. Baym, C. Heinke, and S. Guillot, “The dense matter equation of state from neutron star radius and mass measurements,” *The Astrophysical Journal*, vol. 820, no. 1, p. 28, 2016.
- [288] Z. Li, “Constraints on the mass and radius of neutron stars from X-ray observations,” 2015.
- [289] F. M. Walter, T. Eisenbeiss, J. M. Lattimer, B. Kim, V. Hambaryan, and R. Neuhauser, “Revisiting the Parallax of the Isolated Neutron Star RX J185635-3754 Using HST/ACS Imaging,” *Astrophys. J.*, vol. 724, pp. 669–677, 2010.
- [290] C. E. Rhoades, Jr. and R. Ruffini, “Maximum mass of a neutron star,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 32, pp. 324–327, 1974.
- [291] <http://stellarcollapse.org/nsmasses>, “Observed neutron star masses (2010),”
- [292] C. M. Zhang, J. Wang, Y. H. Zhao, H. X. Yin, L. M. Song, D. P. Menezes, D. T. Wickramasinghe, L. Ferrario, and P. Chardonnet, “Study of measured pulsar masses and their possible conclusions,” *Astron. Astrophys.*, vol. 527, p. A83, 2011.

- [293] R. Valentim, E. Rangel, and J. E. Horvath, “On the mass distribution of neutron stars,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 414, p. 1427, 2011.
- [294] F. Ozel, D. Psaltis, R. Narayan, and A. S. Villarreal, “On the Mass Distribution and Birth Masses of Neutron Stars,” *Astrophys. J.*, vol. 757, p. 55, 2012.
- [295] B. Kiziltan, A. Kottas, M. De Yoreo, and S. E. Thorsett, “The Neutron Star Mass Distribution,” *Astrophys. J.*, vol. 778, p. 66, 2013.
- [296] I. Morison, *Introduction to Astronomy and Cosmology*. John Wiley & Sons, 2008.
- [297] J. W. Hessels, S. Ransom, I. Stairs, P. Freire, V. Kaspi, and F. Camilo, “A radio pulsar spinning at 716 Hz,” *Science.*, vol. 311 (5769), p. 1901, 2006.
- [298] P. J. Siemens, “Nuclear-matter reaction matrix,” *Nucl. Phys.*, vol. A141, pp. 225–248, 1970.
- [299] G. Baym, H. A. Bethe, and C. J. Pethick, “Neutron star matter,” *Nucl. Phys.*, vol. A175, pp. 225–271, 1971.
- [300] V. Dexheimer, R. Negreiros, and S. Schramm, “Reconciling Nuclear and Astrophysical Constraints,” *Phys. Rev.*, vol. C92, no. 1, p. 012801, 2015.
- [301] L. L. Lopes and D. P. Menezes, “Effects of the Symmetry Energy and its Slope on Neutron Star Properties,” *Braz.J.Phys.*, vol. 44, no. 6, pp. 774–788, 2014.
- [302] R. C. Duncan, “<http://solomon.as.utexas.edu/duncan/magnetar.html>,”
- [303] W. Lewin and M. van der Klis, *Compact Stellar X-Ray sources*. Cambridge University Press, 2006.
- [304] P. M. Woods and C. Thompson, “Soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars: Magnetar candidates,” *eprint : astro-ph/0406133*, 2004.
- [305] M. A. Livingstone, V. M. Kaspi, F. P. Gavriil, R. N. Manchester, E. V. Gotthelf, and L. Kuiper, “New Phase-coherent Measurements of Pulsar Braking Indices,” *Astrophys. Space Sci.*, vol. 308, pp. 317–323, 2007.
- [306] G. Younes, C. Kouveliotou, and V. M. Kaspi, “XMM-Newton observations of SGR 1806-20 over seven years following the 2004 Giant Flare,” *Astrophys. J.*, vol. 809, no. 2, p. 165, 2015.

- [307] R. P. Fender, K. Southwell, and A. K. Tzioumis, “A radio survey of supersoft, persistent and transient x-ray sources in the magellanic clouds,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 298, p. 692, 1998.
- [308] S. Mereghetti, D. Gotz, A. von Kienlin, A. Rau, G. Lichti, G. Weidenspointner, and P. Jean, “The First giant flare from SGR 1806-20: Observations with the INTEGRAL SPI anti-coincidence shield,” *Astrophys. J.*, vol. 624, pp. L105–L108, 2005.
- [309] L. Ducci, S. Mereghetti, D. Götz, and A. Santangelo, “Ten years of INTEGRAL observations of the hard X-ray emission from SGR 1900+14,” *Astron. Astrophys.*, vol. 583, p. A113, 2015.
- [310] N. Rea, P. G. Jonker, G. Nelemans, J. A. Pons, M. M. Kasliwal, S. R. Kulkarni, and R. Wijnands, “The X-ray quiescence of Swift J195509.6+261406 (GRB 070610): an optical bursting X-ray binary?,” *Astrophys. J.*, vol. 729, p. L21, 2011.
- [311] K. Belczynski and R. Taam, “The most massive progenitors of neutron stars: CXO J164710.2-455216,” *Astrophys. J.*, vol. 685, p. 400, 2008.
- [312] N. Rea *et al.*, “A new low magnetic field magnetar: the 2011 outburst of Swift J1822.3-1606,” *Astrophys. J.*, vol. 754, p. 27, 2012.
- [313] U.-L. Pen and A. E. Broderick, “Possible Astrophysical Observables of Quantum Gravity Effects near Black Holes,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 445, no. 4, pp. 3370–3373, 2014.
- [314] R. P. Eatough *et al.*, “A strong magnetic field around the supermassive black hole at the centre of the Galaxy,” *Nature*, vol. 501, pp. 391–394, 2013.
- [315] T. Tatsumi, “Ferromagnetism of quark liquid,” *Phys. Lett.*, vol. B489, pp. 280–286, 2000.
- [316] A. M. Beloborodov and C. Thompson, “Magnetar Corona,” *Astrophys. Space Sci.*, vol. 308, pp. 631–639, 2007.
- [317] R. C. Duncan, “Physics in ultra-strong magnetic fields,” *AIP Conf. Proc.*, vol. 526, p. 830, 2000.
- [318] D. Lai and S. L. Shapiro, “Cold equation of state in a strong magnetic field - Effects of inverse beta-decay,” *Astrophysical Journal*, vol. 383, pp. 745–751, Dec. 1991.

- [319] M. Alcubierre, *Introduction to formalism 3+1 Numerical Relativity*. Oxford University Press, 2007.
- [320] E. Gourgoulhon, “An Introduction to the theory of rotating relativistic stars,” in *CompStar 2010: School and Workshop on Computational Tools for Compact Star Astrophysics Ganil, Caen, France, February 8-16, 2010*, 2010.
- [321] L. Rezzolla and O. Zanotti, *Relativistic Hydrodynamics*. Oxford University Press, 2013.
- [322] K. Takami, L. Rezzolla, and L. Baiotti, “Spectral properties of the post-merger gravitational-wave signal from binary neutron stars,” *Phys. Rev.*, vol. D91, no. 6, p. 064001, 2015.
- [323] L. Rezzolla, “An Introduction to Astrophysical Black Holes and Their Dynamical Production,” *Lect. Notes Phys.*, vol. 905, pp. 1–44, 2016.
- [324] A. Lichnerowicz, *Relativistic Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics*. Benjamin, New York, 1967.
- [325] L. Landau and E. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields*. Pergamon Press, 1971.
- [326] R. Ciolfi, S. K. Lander, G. M. Manca, and L. Rezzolla, “Instability-driven evolution of poloidal magnetic fields in relativistic stars,” *Astrophys. J.*, vol. 736, p. L6, 2011.
- [327] K. Kiuchi, K. Kotake, and S. Yoshida, “Relativistic stars with purely toroidal magnetic fields with realistic equations of state,” *Astrophys. J.*, vol. 698, pp. 541–557, 2009.
- [328] J. Friebe and L. Rezzolla, “Equilibrium models of relativistic stars with a toroidal magnetic field,” *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, vol. 427, pp. 3406–3426, 2012.
- [329] S. Yoshida, K. Kiuchi, and M. Shibata, “Stably stratified magnetized stars in general relativity,” *Phys. Rev.*, vol. D86, p. 044012, 2012.
- [330] R. Negreiros, S. Schramm, and F. Weber, “Impact of Rotation-Driven Particle Repopulation on the Thermal Evolution of Pulsars,” *Phys. Lett.*, vol. B718, pp. 1176–1180, 2013.
- [331] F. Weber, M. Orsaria, and R. Negreiros, “Impact of Rotation on the Structure and Composition of Neutron Stars,” in *Compact Stars in the QCD Phase Diagram III (CSQCD III) Guarujá, SP, Brazil, December 12-15, 2012*, 2013.
- [332] I. Ternov, V. Bagrov, and V. Zhukovskii, “*Moscow University Physics Bulletin* **21**, 21 (1966),”

- [333] K. Schwarzschild, "Über das gravitationsfeld eines massenpunktes nach der einsteinischen theorie.," *Preuss. Akad. Wiss.*, 189, 1916.