

caças. Curso de Pós-graduação em Física  
\$ 900,00

FT 2.º. (1989)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA

UMA ESTIMATIVA RELATIVÍSTICA DAS ENERGIAS  
DE PARTÍCULA-ÚNICA DO HIPERNÚCLEO  ${}^{16}_{\Sigma}O^*$

Gilberto Lima Thomas

Dissertação realizada sob a orientação da Dra. Maria R. Teodoro e apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

\* Trabalho parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Porto Alegre  
1982

À Viviane

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais e familiares meu agradecimento pelo estímulo e compreensão recebidos.

À Dra. Maria R. Teodoro meu profundo agradecimento, pela dedicada orientação, pelo incansável apoio e pelos conhecimentos transmitidos.

À Dra. Victória E. Herscovitz minha gratidão pelas sugestões e pelo estímulo dado.

À Dra. Eliane A. Veit agradeço pelo constante incentivo e amizade.

Agradeço ainda

à Ana Neri J. Nunes pelo eficiente e cuidadoso trabalho de datilografia, e a todos aqueles que de uma forma ou de outra contribuíram para a realização deste trabalho.

Gilberto Lima Thomas

Março de 1982

## RESUMO

Neste trabalho usamos uma descrição relativística via troca de mésons em aproximação de campo médio para estimar as energias de partícula-única do hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$ . A escolha dos conjuntos de constantes de acoplamento e massas dos mésons recaiu, dentre os descritos na literatura, naqueles que melhor reproduziram o potencial do modelo de camadas fenomenológico para  ${}^{16}_0$ ,  ${}^{16}_{\Lambda}0$  e  ${}^{16}_{\Sigma}0$ . Com esses conjuntos calculamos, num método variacional, as energias de ligação da partícula  $\Sigma$  no oxigênio e o respectivo desdobramento spin-órbita. Para testar o método, obtivemos também essas energias para o núcleo  ${}^{16}_0$ .

Embora o método variacional por nós utilizado seja bastante simples, comparado com o método autoconsistente, os resultados obtidos reproduzem bem as energias e o desdobramento spin-órbita do núcleo  ${}^{16}_0$  e estão muito próximos dos previstos na literatura para o hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$ .

## ABSTRACT

An estimation of single particle energies for the  ${}^{16}_{\Sigma}0$  hypernucleus has been done in a relativistic description with exchange of mesons in the mean field approximation. Coupling constants and meson masses have been selected among the sets found in the literature, that reproduced reasonably the phenomenological shell model potential for  ${}^{16}0$ ,  ${}^{16}_{\Lambda}0$  and  ${}^{16}_{\Sigma}0$ . Using the sets, the binding energies of  $\Sigma$  particle in oxygen and the corresponding spin-orbit splitting have been calculated with a variational method. As a test, the binding energies for  ${}^{16}0$  nucleus have also been obtained.

In spite of the simplicity of the method used, as compared with the selfconsistent one, our results reproduce well the energies and the spin-orbit splitting of the  ${}^{16}0$  nucleus and are very close to results presented in the literature for the  ${}^{16}_{\Sigma}0$  hypernucleus.

## Í N D I C E

I - INTRODUÇÃO	1
II - REAÇÕES ( $K^-$ , $\pi^-$ ) E A FORMAÇÃO DE HIPERNÚCLEOS	8
II.1 - Considerações Gerais	8
II.2 - Descrição do Processo	12
II.3 - Espectros de Energia de Hipernúcleos	18
III - FORMALISMO DE DESCRIÇÃO RELATIVÍSTICA DE HIPERNÚCLEOS	31
III.1 - Método Relativístico de Dirac-Hartree-Fock	32
III.2 - Aproximação de Campo Médio	42
III.3 - Constantes de Acoplamento e Massas dos Bósons	47
III.4 - Potencial do Modelo de Camadas	52
IV - ESTIMATIVA DAS ENERGIAS DE PARTÍCULA-ÚNICA E POTENCIAL SPIN-ÓRBITA DO ${}_{\Sigma}^{16}O$	58
IV.1 - Função de Onda Relativística	59
IV.2 - Potenciais de Troca de Bósons	64
IV.3 - Potenciais Central e Spin-Órbita	70
IV.4 - Energias dos Estados de Partícula-Única	79
V - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	91
VI - APÊNDICES	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	125

## I - INTRODUÇÃO

Um hipernúcleo é definido como um sistema nuclear ao qual se agrega(m) um (ou mais) híperon(s) com número de estranheza diferente de zero. Isto pode ocorrer pela ação de um feixe incidente de outras partículas estranhas, em geral, mésons  $K^\pm$ . A formação de hipernúcleos é uma constatação da conservação de estranheza em interações fortes.

A primeira observação de um hipernúcleo foi feita em 1953 por Pniewski e Danysz [PD53] numa emulsão fotográfica. Tempos depois Podgõretskii [Pd63] sugeriu o uso das reações  $(K^-, \pi^-)$  para a formação de hipernúcleos. Assim, em 1975 os feixes de kaons no laboratório do CERN foram pela primeira vez utilizados para a formação dos hipernúcleos [Brü75] usando o  $^9\text{Be}$  e  $^{12}\text{C}$  como alvos. Até então a estrutura nuclear vinha sendo estudada através de reações com projéteis usuais, como por exemplo elétrons, prótons, píons, partículas  $\alpha$  e dêuterons. A descoberta da formação de hipernúcleos através da reação  $(K^-, \pi^-)$  abriu uma nova fonte de investigação para o sistema nuclear de muitos corpos, em especial porque nessas reações o híperon ( $\Lambda$  ou  $\Sigma$ ) pode ser formado quase que sem recuo, favorecendo a obtenção de estados hipernucleares com configuração próxima à do estado fundamental do núcleo-alvo. Desta forma, o sistema híperon-núcleo pode ser diretamente comparado ao sistema nucleon-núcleo.

Embora outros tipos de reações como  $(K^-, K^+)$  e  $(\gamma, K)$  [Do80, Ber81], possam também ser utilizadas na formação de hipernúcleos, a reação de troca de estranheza  $(K^-, \pi^-)$  tem tido o pa-

pel central na espectroscopia hipernuclear. Isso se deve às condições cinemáticas dessa reação que, para determinados valores de momenta dos kaons incidentes e, detectando os pions emitidos na direção frontal, permite a formação de híperons ( $\Lambda$  ou  $\Sigma$ ) com recuo muito pequeno, em comparação com o momentum de Fermi dos nucleons no núcleo [Po 76(a)]. Além disto, a reação ocorre sobre um único nucleon (reação de uma etapa), sem interação adicional tanto do kaon incidente como do pion emergente com o resto do núcleo. Cabe salientar porém que, como essas partículas são fortemente absorvidas no núcleo, não é evidente até que ponto tais distorções devem ou não ser consideradas teoricamente.

Uma das motivações para o estudo de hipernúcleos reside no fato de permitirem uma análise da interação híperon-núcleon ( $\Lambda N$  ou  $\Sigma N$ ) em comparação com a interação nucleon-nucleon ( $NN$ ). É possível ainda, dos dados experimentais, investigar a interação efetiva  $\Lambda N$  (ou  $\Sigma N$ ) no núcleo, bem como os estados-furo de nêutrons produzidos com momentum transferido muito pequeno. Desta forma, a espectroscopia hipernuclear abriu caminho para a análise da estrutura nuclear com outros projéteis hadrônicos, por exemplo kaons, no caso de reação ( $K^-, \pi^-$ ), servindo também como teste para a dinâmica da reação.

Os resultados experimentais obtidos com a reação de troca de estranheza consistem em espectros de energia, ou seja, número de contagens de formação de hiperfragmentos em função da energia de ligação do híperon no hipernúcleo. A forma destes espectros é semelhante àquela observada no caso de núcleos (por exemplo reações  $(p, 2p)$ ), apresentando características de modelos de partícula-única, ou melhor, picos acentuados para os valores

de energia de partícula-única dos híperons em diversos estados hipernucleares.

Até 1979 os hipernúcleos mais estudados foram os  $\Lambda$ -hipernúcleos, obtidos experimentalmente desde o  ${}^3_{\Lambda}\text{He}$  até o  ${}^{209}_{\Lambda}\text{Bi}$ . Destes resultados, foi possível determinar que a interação  $\Lambda$ -núcleo tem um termo spin-órbita quase nulo, que a interação spin-spin é muito mais fraca que no caso nucleon-núcleo e, logo, que o  $\Lambda$  é mais fracamente ligado que o nêutron numa mesma camada, podendo a interação  $\Lambda$ -núcleo ser descrita por um poço de potencial com profundidade de cerca de duas vezes menor que a do caso de nucleons.

Tão interessantes como os  $\Lambda$ -hipernúcleos se mostraram, também, os  $\Sigma$ -hipernúcleos, detectados pela primeira vez apenas em 1979 por Bertini et al. [Be79(a)], para alvos de  ${}^9\text{Be}$  e  ${}^{12}\text{C}$ . Estudos recentes em  ${}^6\text{Li}$  [Bas81] podem levar à identificação de novos  $\Sigma$ -hipernúcleos. A maior discussão no caso dos estados  $\Sigma$ -hipernucleares relaciona-se com as larguras observadas nos espectros e que são da ordem de 8-10 MeV, quando eram esperadas larguras da ordem de 20 MeV [Bat79]. Frise-se que o processo de conversão  $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$  é muito forte na matéria nuclear e deveria contribuir para grandes larguras nesses resultados. Embora várias tenham sido as tentativas de explicação para estas pequenas larguras, o problema ainda não está suficientemente esclarecido.

Outro problema de grande importância é a determinação do valor da interação spin-órbita do potencial híperon-núcleo. No caso de  $\Lambda$ -hipernúcleos, como já citamos, várias experiências sugerem uma pequena força spin-órbita para o  $\Lambda$ . Porém para os  $\Sigma$ -hipernúcleos não existe uma previsão certa, pois alguns auto-

res prevêem uma interação spin-órbita da ordem da do nucleon e outros, uma fração desta última. Para esclarecer esses pontos são, portanto, necessárias novas experiências, estando já programada para o futuro [Bas81] a tentativa de observação do  ${}^{16}_{\Sigma}0$ .

Convém salientar que ainda hoje existem algumas dificuldades experimentais para a produção de hipernúcleos. Citemos como exemplos a necessidade de aumentar as intensidades e melhorar a separação dos feixes de kaons a serem usados (purificação dos feixes), bem como otimizar os momenta dos kaons incidentes de forma a reforçar a produção sem recuo dos hipernúcleos. Para os  $\Sigma$ -hipernúcleos esses momenta devem ser bem menores ( $\approx 450$  MeV/c) do que os até hoje conseguidos em aceleradores, que estão acima de 700 MeV/c.

Assim, nos últimos anos, a análise de  $\Sigma$ -hipernúcleos tem se mostrado tão interessante quanto a dos  $\Lambda$ -hipernúcleos, envolvendo a determinação experimental e teórica tanto do valor das larguras dos estados hipernucleares como das energias de ligação do  $\Sigma$  no hipernúcleo. Por conseguinte, o  ${}^{16}_{\Sigma}0$  é um exemplo especial, pois corresponde ao caso de núcleo-alvo de dupla camada fechada e largamente conhecido.

Neste trabalho apresentamos para o  ${}^{16}_{\Sigma}0$  uma estimativa relativística e variacional das energias de partícula-única e dos potenciais central e spin-órbita do modelo de camadas. O formalismo relativístico que utilizamos baseia-se nos trabalhos de Brockmann [BW77(a), Bro78, Bro81, BW81] para hipernúcleos, utilizando a chamada aproximação de campo médio de Walecka [Wa74]. Essa teoria usa o fato de que a interação efetiva  $\Sigma N$  pode ser descrita por mecanismos de troca de apenas dois mésons, um escalar,

representado pelo mēson  $\sigma$ , e um vetorial, identificado com o mēson  $\omega$ . Nosso objetivo ē estimar, num mētodo mais simples que o de Brockmann, os valores para as energias de ligaçāo e para os potenciais central e spin-ōrbita. Uma avaliaçāo final dessa estimativa sō serā possīvel quando forem obtidos dados experimentais para o hipernūcleo  ${}^{16}_{\Sigma}O$ .

No capītulo II analisamos alguns aspectos das reaçōes de troca de estranheza ( $K^-$ ,  $\pi^-$ ), usadas para a obtençāo de  $\Lambda$ - e  $\Sigma$ -hipernūcleos. Descrevemos o processo de formaçāo destes hipernūcleos e, tambēm, apresentamos em detalhe dados experimentais de espectros de energia para alguns dos  $\Lambda$ -hipernūcleos conhecidos e para os poucos  $\Sigma$ -hipernūcleos atē hoje observados.

No capītulo III resumimos as idēias centrais do formalismo relativīstico usado na descriçāo de hipernūcleos, de acordo com a teoria de Brockmann. Discutimos tambēm aspectos principais da aproximaçāo de campo mēdio de Walecka utilizada por Brockmann. Apresentamos, ainda, os conjuntos de constantes de acoplamento e massas dos mēsons trocados nas interaçōes efetivas ( $NN$ ,  $\Lambda N$  e  $\Sigma N$ ) mais utilizados na literatura e que sōo avaliados nesse trabalho, a fim de que possamos calcular as energias de ligaçāo do hipernūcleo  ${}^{16}_{\Sigma}O$ . Alēm disto, dentro do formalismo relativīstico, obtemos as expressōes para as partes central e spin-ōrbita do potencial do modelo de camadas e comparamos com as empregadas em anālises fenomenolōgicas.

No capītulo IV relatamos, no caso do hipernūcleo  ${}^{16}_{\Sigma}O$ , a estimativa deste trabalho para as energias de partīcula-ūnica e para o potencial do modelo de camadas. Para tal, inicialmente apresentamos as funçōes de onda relativīsticas, tipo oscilador

harmônico, que são utilizadas no cálculo dos potenciais de troca dos dois mésons,  $\sigma$  e  $\omega$ . Esse cálculo é feito, de forma não consistente, via resolução numérica das expressões dos potenciais, e os resultados para o  ${}^{16}_0$ ,  ${}^{16}_\Lambda$  e  ${}^{16}_\Sigma$  são apresentados, em função de alguns conjuntos de constantes de acoplamento e massas dos mésons, comparando-se com avaliações de outros autores. A partir destes potenciais de troca, estimamos, no formalismo relativístico, as partes central e spin-órbita do potencial do modelo de camadas, para  ${}^{16}_0$ ,  ${}^{16}_\Lambda$  e  ${}^{16}_\Sigma$ , com os mesmos conjuntos de constantes e massas empregados, comparando com valores citados na literatura. Desta forma, conseguimos determinar, em princípio, o melhor conjunto de parâmetros para a obtenção das energias de ligação do  ${}^{16}_\Sigma$ . No formalismo relativístico, de Brockmann em aproximação de campo médio, essas energias são calculadas de forma autoconsistente, resolvendo numericamente a equação de Dirac-Hartree-Fock (DHF). Para tal é necessário, a partir de uma dada função de onda relativística, determinar os potenciais de troca que, via equações DHF, levam a autovalores e a novas funções de onda. Esse procedimento iterativo é repetido até uma convergência final. O método, portanto, exige um trabalho computacional muito grande e o uso de programas altamente otimizados. Nossa estimativa para as energias de ligação do hipernúcleo  ${}^{16}_\Sigma$ , embora utilizando o formalismo relativístico, é feita de modo mais simples, via método variacional. Assim, a partir de potenciais de troca, obtidos com funções de onda relativísticas tipo oscilador harmônico (com  $\beta = \sqrt{T/M\omega}$  fixo), calculamos as energias de ligação como um valor médio, usando funções de onda relativísticas de oscilador harmônico, mas com um parâmetro livre. Esse pa

râmetro é determinado, pelo método variacional, de forma a minimizar a função energia para cada estado. Os resultados são apresentados inicialmente para o núcleo  $^{16}_2\text{O}$ , a fim de confirmar novamente a validade do conjunto de constantes de acoplamento e massas escolhido para os mésons e, finalmente, para o caso do hipernúcleo  $^{16}_\Sigma$ , sendo comparados com valores descritos em outros trabalhos recentemente publicados na literatura.

Os comentários finais e conclusões desse trabalho são discutidos no capítulo V.

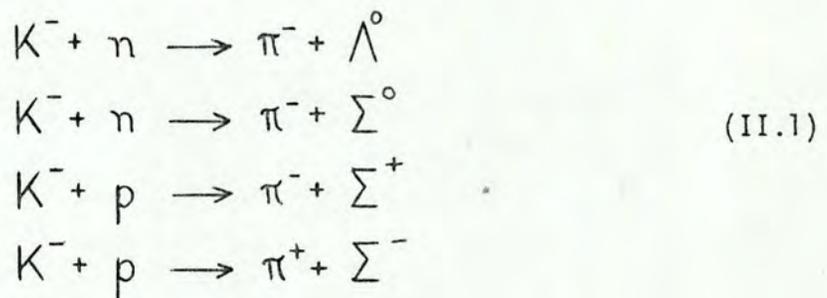
O capítulo VI é constituído de Apêndices. No Apêndice A apresentamos a notação utilizada para as matrizes de Dirac. No Apêndice B deduzimos em detalhes a forma analítica da interação de dois corpos, via mecanismos de troca de bósons e que é usada na determinação dos potenciais de troca. No Apêndice C, descrevemos em detalhe o trabalho original de Walecka que define a aproximação de campo médio para a matéria nuclear. No Apêndice D, obtemos a forma das funções de onda relativísticas tipo oscilador harmônico para os estados de partícula-única desejados.

Todos os cálculos numéricos deste trabalho foram realizados no computador Burroughs 6700 do Centro de Processamento de Dados da UFRGS.

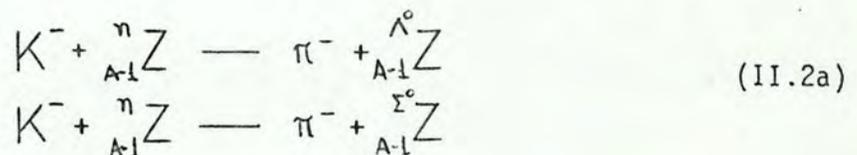
## II - REAÇÕES ( $K^-$ , $\pi^-$ ) E A FORMAÇÃO DE HIPERNÚCLEOS

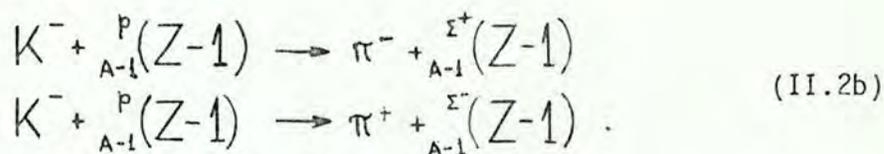
### II.1 - Considerações Gerais

Uma evidência experimental segura da existência de hipernúcleos foi dada por Pniewski e Danysz [PD62] com base em dados obtidos do  ${}_{\Lambda}\text{He}^7$ . A partir daí muitos outros hipernúcleos, apesar das dificuldades técnicas, foram e têm sido observados experimentalmente. O problema maior estava na falta de um método confiável de detecção e de identificação dos hipernúcleos. Entretanto, Podgoretskii [Pd63], pouco depois Feshbach e Kerman [FK65], sugeriram que os hipernúcleos poderiam ser obtidos através das reações de troca de estranheza ( $K^-, \pi^\mp$ ). Tais reações baseiam-se na troca de um nucleon do núcleo por um híperon pesado ( $\Lambda, \Sigma^0, \Sigma^\pm$ ). As reações elementares são:



a partir das quais a formação dos hipernúcleos pode ser escrita como

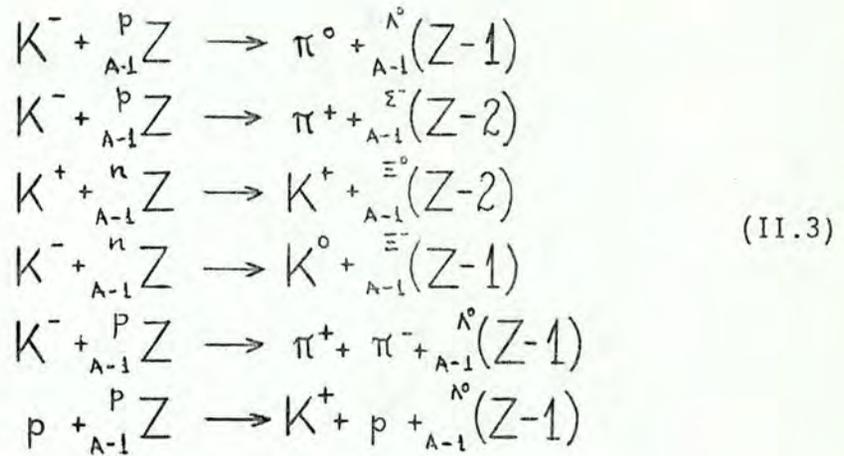




Sabe-se que a interação  $K^-$ -N é forte. Portanto, existe a conservação do número quântico de estranheza ( $s$ ), que é importante na produção de  $\Lambda$ - e  $\Sigma$ -hipernúcleos, pois a partir de um feixe de partículas  $K^-$  incidentes, para o qual  $s = -1$ , é possível, através da reação ( $K^-, \pi^-$ ), a obtenção de sistemas com outras partículas estranhas, por exemplo  $\Lambda$ ,  $\Sigma^0$  e  $\Sigma^+$ , que possuem também  $s = -1$ .

Os  $\Lambda$ -hipernúcleos foram os mais estudados até agora. Obtidos via reação de troca de estranheza ( $K^-, \pi^-$ ), já foram identificados um grande número de  $\Lambda$ -hipernúcleos. Somente a partir de 1979 [Be79(a)] foi possível a identificação, através desta mesma reação, dos  $\Sigma$ -hipernúcleos em alvos de  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$  e  ${}^{12}\text{C}$ . Ainda é citada na literatura [Bas81, Bar81] a determinação de  ${}^{\Sigma}\text{He}$ , porém esses dados não permitem uma identificação definitiva.

Cabe ressaltar, entretanto, que outras reações com condições cinemáticas diferentes, também poderiam ser utilizadas para a formação de hipernúcleos. Como exemplos, podemos citar as reações de troca de estranheza ( $K^-, \pi^0$ ) e ( $K^-, \pi^+$ ), as reações de dupla troca de estranheza ( $K^-, K^+$ ) e ( $K^-, K^0$ ) e mesmo as reações do tipo ( $K^-, \pi^- \pi^+$ ) e ( $p, K^+ p$ ), podendo algumas delas, inclusive, dar origem a outros tipos de hipernúcleos, como os  $\Xi$ -hipernúcleos ainda não detectados experimentalmente. Tais reações se escrevem



As reações com feixes de  $K^+$  incidentes não são utilizadas, pois a interação  $K^+N$  é relativamente fraca a baixas energias [Do79, Bar81], sendo portanto as partículas  $K^+$  fracamente absorvidas no núcleo, ao contrário das partículas  $K^-$  e píons  $\pi^\pm$  que interagem essencialmente na superfície do núcleo [Po76(a)]. Além disto, pela conservação de estranheza, o sistema  $K^+N$ , que tem  $s = +1$ , não poderia dar lugar a ressonâncias com  $s = -1$  e sim, apenas, às chamadas ressonâncias  $Z^*$  com  $s = +1$ .

Neste trabalho, consideraremos a formação de  $\Lambda$  e  $\Sigma^0$  hipernúcleos apenas através da reação  $(K^-, \pi^-)$ . As características principais das partículas envolvidas no processo, tais como números quânticos, massa, principais modos de decaimento, etc., estão apresentados na Tabela II.1.

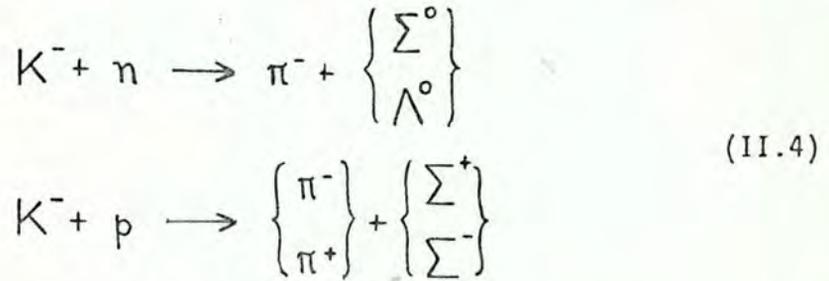
Nas próximas seções, descreveremos qualitativamente a formação de  $\Sigma$ -hipernúcleos comparando com o caso de  $\Lambda$ -hipernúcleos e analisaremos alguns espectros de energia que servem como fonte para a investigação da estrutura destes hipernúcleos.

TABELA II.1 - Principais características dos bárions e mésons, de acordo com H.ENGE, "Introduction to Nuclear Physics", Ed. Addison-Wesley, 1972.

Grupo	Símb.	Mean Life (s)	Half Life (s)	Massa Rep. (Unid. $m_c$ )	Energia Repouso	T	J <sup>z</sup>	S	Y	$H_B$	Decaimentos Principais
Bárions Nucleons	p	estável	-	1836,2	938,256	1/2	1/2 <sup>+</sup>	0	1	1	-
	n	$1,01 \times 10^{-3}$	$7,0 \times 10^2$	1836,7	939,550	1/2	1/2 <sup>+</sup>	0	1	1	$p^+ + e^- + \bar{\nu}$
Bárions Híperons	$\Lambda$	$2,61 \times 10^{-10}$	$1,76 \times 10^{-10}$	2184	1115,44	0	1/2 <sup>+</sup>	-1	0	1	$p^+ + \pi^-$ $n + \pi^0$ e outros
	$\Sigma^+$	$0,794 \times 10^{-10}$	$5,6 \times 10^{-11}$	2327	1189,39	1	1/2 <sup>+</sup>	-1	0	1	$p^+ + \pi^0$ $n + \pi^+$ e outros
	$\Sigma^0$	$< 1,0 \times 10^{-14}$	$< 7 \times 10^{-15}$	2333	1192,3	1	1/2 <sup>+</sup>	-1	0	1	$\Lambda + \gamma$
	$\Sigma^-$	$1,58 \times 10^{-10}$	$1,1 \times 10^{-10}$	2342	1197,20	1	1/2 <sup>+</sup>	-1	0	1	$n + \pi^-$ e outros
	$\Xi^0$	$3,05 \times 10^{-10}$	$2,0 \times 10^{-10}$	2573	1314,3	1/2	1/2 <sup>+</sup>	-2	-1	1	$\Lambda + \pi^0$ e outros
	$\Xi^-$	$1,75 \times 10^{-10}$	$1,2 \times 10^{-10}$	2585	1320,8	1/2	1/2 <sup>+</sup>	-2	-1	1	$\Lambda + \pi^-$ $\Lambda + e^- + \nu$ $n + \pi^-$
Mésons	$\pi^\pm$	$2,551 \times 10^{-8}$	$1,80 \times 10^{-8}$	273,9	139,580	1	0 <sup>-</sup>	0	0	0	$\mu + \nu$ $e + \nu$ $\mu + \nu + \gamma$ $\pi^0 + e + \nu$
	$\pi^0$	$1,78 \times 10^{-16}$	$6 \times 10^{-12}$	264,2	134,974	1	0 <sup>+</sup>	0	0	0	$\gamma + \gamma$ $\gamma + e^+ + e^-$
	$K^\pm$	$1,229 \times 10^{-8}$	$8,56 \times 10^{-9}$	966,7	493,78	1/2	0 <sup>-</sup>	$\pm 1$	1	0	$\mu^\pm + \nu$ $\pi^\pm + \pi^0$ $\pi^\pm + \pi^- + \pi^+$ $\pi^0 + e^\pm + \nu$ $\pi^0 + \mu^\pm + \nu$ $\pi^\pm + 2\pi^0$
	$K^0$	$50\% K_1^0; 50\% K_2^0$	idem	974,6	497,7	1/2	0 <sup>-</sup>	1	1	0	
	$K_1^0$	$0,909 \times 10^{-10}$	$0,60 \times 10^{-10}$								$\pi^+ + \pi^-$ $\pi^0 + \pi^0$
$K_2^0$	$5,70 \times 10^{-8}$	$4 \times 10^{-8}$								$\pi^\pm + e^\mp + \nu$ $\pi^\pm + \mu^\mp + \nu$ $\pi^0 + \pi^0 + \pi^0$ $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$ $\pi^+ + \pi^-$	
$\eta$	$> 10^{-22}$	$< 10^{-16}$	1074	548,7	0	0 <sup>-</sup>	0	0	0	0	$\gamma\gamma$ $3\pi^0$ ou $\pi^0 + 2\gamma$ $\pi^+ + \pi^- + \pi^0$ $\pi^+ + \pi^- + \gamma$

## II.2 - Descrição do Processo

Quando um núcleo-alvo ( $Z, A$ ) é bombardeado por um kaon  $K^-$  com alto momentum ( $\approx 700 \text{ MeV}/c$ ), pode ocorrer a formação de  $\Lambda$ - e  $\Sigma$ -hipernúcleos devido à transformação de um nucleon do alvo em uma partícula estranha ( $\Lambda$  ou  $\Sigma$ ) com a adicional emissão de um píon. Assim, um hipernúcleo é constituído a partir de interações elementares do tipo:



Esquemáticamente, a formação pode ser representada conforme mostra a Fig. II.1.

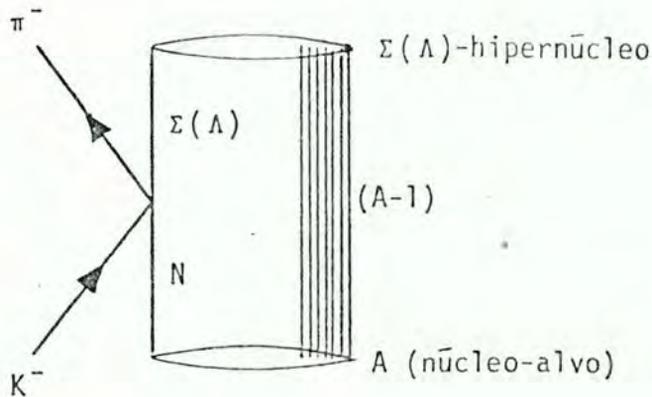


FIGURA II.1 - Representação esquemática de um processo de formação de  $\Sigma^-$  e  $\Lambda$ -hipernúcleos.

No estado inicial temos um kaon  $K^-$  e um núcleo-alvo

(Z,A). No estado final, após a interação  $K^-N$ , temos um píon  $\pi^-$  emergente e um hipernúcleo.

Deve ser enfatizado que a condição para que se obtenha um  $\Sigma^-$  ou  $\Lambda$ -hipernúcleo através de reações  $(K^-, \pi^-)$  é que o processo de formação seja de uma etapa, isto é, que apenas um nucleon do núcleo-alvo interaja com o kaon incidente, ficando o resto do núcleo como um espectador [Brü76].

A Física Hipernuclear realmente desenvolveu-se após 1963 com a solução apresentada para a detecção e identificação dos hiperfragmentos [Pd63, FK65]. Com tal solução, isto é, a reação de troca de estranheza com kaons incidentes de momenta determinados e píons emergentes medidos a  $0^\circ$  e a partir das reações elementares (II.4), podemos calcular o momentum  $\vec{q}$  transferido ao híperon  $\Sigma^0$  (ou  $\Lambda$ ) no processo. Tal momentum transferido depende fundamentalmente do momentum do kaon incidente e do ângulo de emissão do píon. Da Fig. II.2, onde estão assinalados os momenta das partículas envolvidas na reação  $K^-n \rightarrow \pi^- \Sigma^0 (\Lambda)$ , podemos obter o valor do momentum transferido,  $\vec{q}$ , para o alvo, em repouso no laboratório. Para kaons de momentum  $\vec{p}_{K^-}$  incidentes num nêutron-alvo de momentum  $\vec{K}$  resultam, no estado final (sistema laboratório), um píon de momentum  $\vec{p}_{\pi^-}$  e um híperon  $\Sigma^0$  (ou  $\Lambda$ ) de momentum  $\vec{p}_{\Sigma^0}$  (ou  $\vec{p}_{\Lambda}$ ), formando, respectivamente, ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  com a direção do kaon incidente. Pela lei de conservação de momentum, não-relativisticamente, temos:

$$\vec{p}_{\Sigma^0}(\vec{p}_{\Lambda}) = \vec{p}_{K^-} + \vec{K} - \vec{p}_{\pi^-} \quad (\text{II.5})$$

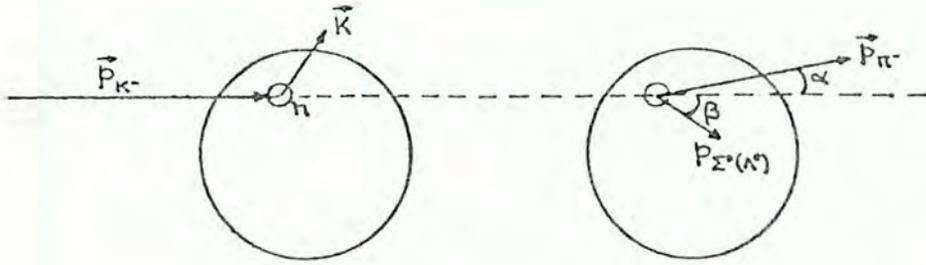


FIGURA II.2 - Esquema da reação elementar  $K^-n \rightarrow \pi^- \Sigma^0(\Lambda)$ .

Na Fig. II.3 são apresentados para reações  $K^-n \rightarrow \pi^- \Sigma^0$  e  $K^-n \rightarrow \pi^- \Lambda$  com geometria colinear (píon emergente a  $0^\circ$ - $6^\circ$  no laboratório) os valores medidos do momentum transferido  $\vec{q}$  em função do momentum do kaon incidente [Be80].

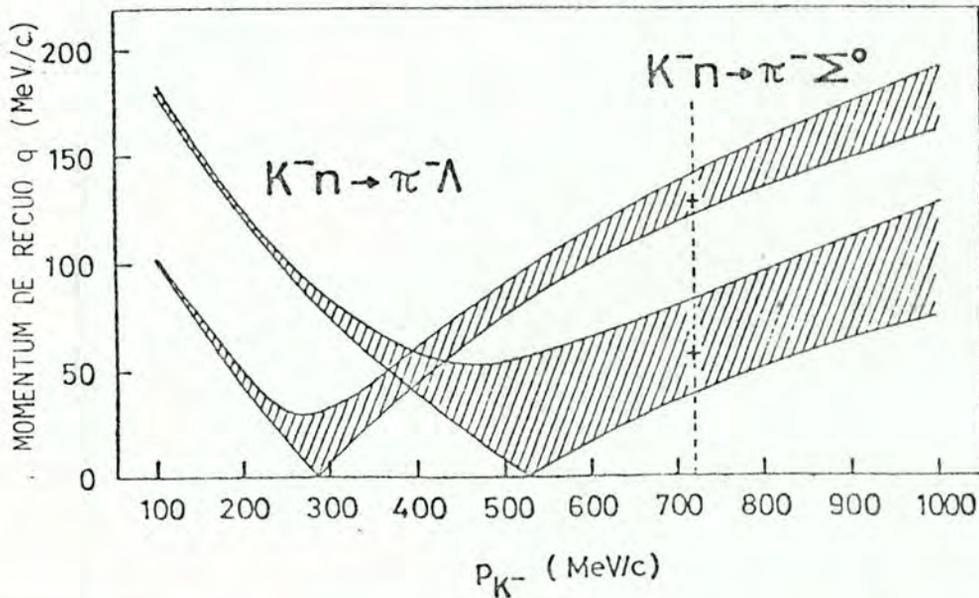


FIGURA II.3 - Momentum transferido ao  $\Lambda(\Sigma^0)$  em reações  $K^-n \rightarrow \pi^- \Lambda(\Sigma^0)$  livres em função do momentum do kaon incidente  $\vec{p}_{K^-}$  para ângulos de reações de  $0^\circ$  a  $6^\circ$  do píon emergente. Dados da referência [Be80].

A partir da Fig. II.3 podemos notar que existem certos valores de  $\vec{p}_{K^-}$  para os quais os híperons  $\Sigma^0$  e  $\Lambda$  são criados em repouso no sistema laboratório. Tais valores dos momenta são chamados de momenta mágicos. Se os kaons tiverem momenta muito diferentes destes momenta mágicos, os híperons  $\Sigma^0(\Lambda)$  criados nas reações  $(K^-, \pi^-)$  adquirem momenta muito grandes quando comparados com os momenta de Fermi dos nucleons no núcleo, que são em média de 270 MeV/c, podendo conduzir a uma ruptura parcial do núcleo. Entretanto, escolhendo para os kaons incidentes os valores mágicos dos momenta ( $\approx 530$  MeV/c para o caso  $\Lambda$  e  $\approx 300$  MeV/c para o caso  $\Sigma^0$ ), a probabilidade de formação de um hipernúcleo estável aumenta, pois o  $\Sigma^0(\Lambda)$ , em repouso, tem grande probabilidade de permanecer ligado ao núcleo em estado de baixo spin [DW81]. Infelizmente, os feixes de kaons hoje disponíveis em aceleradores não estão na região destes momenta mágicos (300-530 MeV/c), e sim em regiões entre 700-900 MeV/c. Porém, estão sendo concluídos no CERN, projetos de utilização de feixes de kaons a 450 MeV/c [Bas81], que facilitarão o estudo dos hipernúcleos, de acordo com o exposto acima.

A maior parte dos dados experimentais que consideraremos neste trabalho utilizam kaons incidentes de momenta  $p_{K^-} = 720$  MeV/c que, de acordo com a Fig. II.3, correspondem a momenta transferido de  $\approx 57$  MeV/c para a  $\Lambda$  e de  $\approx 130$  MeV/c para a  $\Sigma^0$ .

A produção de hipernúcleos, induzida pela reação de troca de estranheza  $(K^-, \pi^-)$ , é interpretada segundo o modelo de camadas [Bo77] em termos de dois modos diferentes, a produção sem recuo e a quase-livre.

Na produção sem recuo, assim denominada por Povh [Po76(b)],

ocorre predominantemente uma transição na qual o híperon criado ( $\Sigma$  ou  $\Lambda$ ) ocupa o mesmo estado (mesmos números quânticos) que o nêutron-alvo. Para que isto ocorra, o momentum transferido  $\vec{q}$  deve ser pequeno comparado com o momentum de Fermi do núcleo, o que é conseguido pela escolha conveniente de momentum para o kaon incidente e pela detecção dos pions emergentes a  $0^\circ$  (Fig.II.3).

Qualitativamente, o processo de produção sem recuo pode ser representado conforme a Fig.II.4, na qual por simplicidade são desprezadas as diferenças de profundidade entre os poços de nêutrons no núcleo e de  $\Sigma(\Lambda)$  nos hipernúcleos, indicando-se apenas as possíveis transições e as correspondentes configurações de partícula  $\Sigma(\Lambda)$ -buraco de nêutron ( $n^{-1}$ ), para o caso de núcleo-alvo de camada  $1p$  fechada.

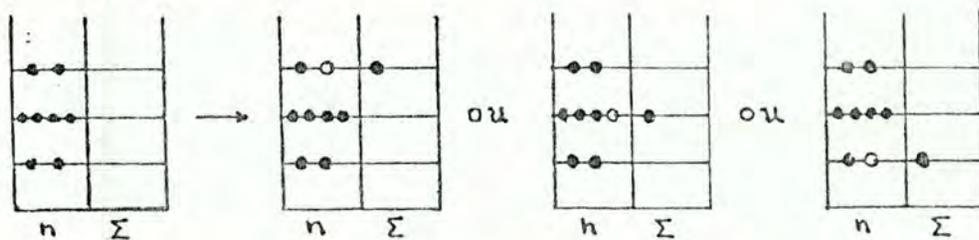


FIGURA II.4 - Representação simplificada da produção sem recuo de  $\Sigma$ -hipernúcleos bem como da correspondente configuração ( $\Sigma, n^{-1}$ ).

Assim, na produção sem recuo, os estados hipernucleares são ocupados da mesma forma que os do núcleo-alvo, mas com um híperon  $\Sigma(\Lambda)$  substituindo um nêutron.

Devemos ainda, no caso de produção sem recuo, enfati-

zar que são possíveis, em medidas de espectros de energia, contaminações provenientes de processos de fundo. Tais eventos, que devem ser descontados, podem ser consequência de processos inelásticos de perda de energia dos kaons e pions no núcleo, excitando-o; bem como de espalhamentos múltiplos que diminuiriam a energia disponível a cada espalhamento. A eliminação destes processos de fundo se dá pela seleção das medidas dos pions emergentes a  $0^\circ$ , colineares com os kaons incidentes [Po76(a)].

Quando na reação de troca de estranheza ( $K^-, \pi^-$ ) o híperon  $\Sigma(\Lambda)$ , que substitui um nêutron do núcleo-alvo, salta para um orbital vizinho, temos o que Dalitz e Gal [DG76] denominaram de produção quase-livre, em analogia com os processos  $(p, 2p)$  e  $(e, e'p)$ . Os orbitais vizinhos podem até estar ocupados por nucleons, já que o princípio de Pauli não atua sobre o híperon  $\Sigma(\Lambda)$ . Essa produção quase-livre ocorre quando o momentum transferido ao híperon  $\Sigma(\Lambda)$  é da ordem do momentum de Fermi dos nucleons no núcleo. No modelo de partícula-única esse processo pode ser exemplificado pela Fig. II.5, para o caso do hipernúcleo  ${}^{12}_{\Lambda}\text{C}$  [Br80]. Os estados hipernucleares nesta figura estão descritos pela configuração partícula  $(\Lambda_j)$ -buraco de nêutron  $(n_i^{-1})$ , sendo  $i = (n \ell j)$  os números quânticos característicos do estado do nêutron no núcleo-alvo, e  $k = (n \ell j)$ , os do estado do  $\Lambda$  no hipernúcleo. Para pequenos valores de momentum transferido ao  $\Lambda$ , a transição sem recuo  $(n_i \rightarrow \Lambda_i)$  domina as transições mais fracas  $(n_i \rightarrow \Lambda_k)$ . Isto está de acordo com o exposto acima no caso de produção sem recuo. Ainda na Fig. II.5 podemos observar um espectro de energia característico, medido para  $|\vec{p}_K| \approx 720 \text{ MeV}/c$ , com os estados excitados (no contínuo) e os valores de energia de ligação  $B_\Lambda$  correspondentes

aos estados hipernucleares.

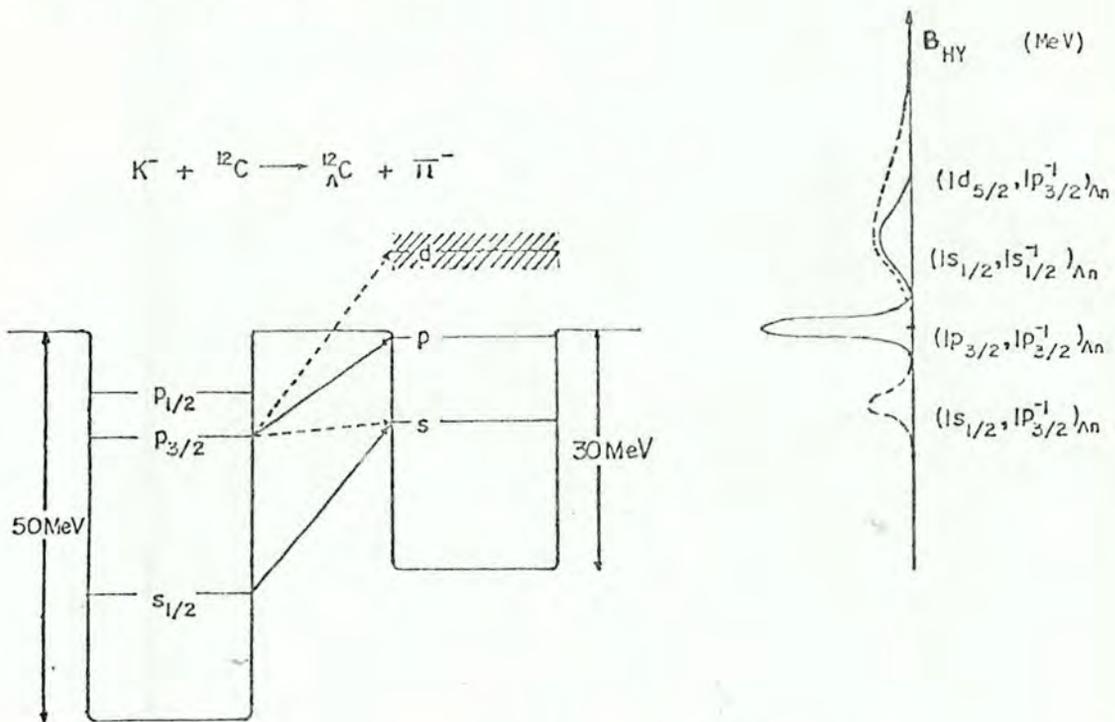


FIGURA II.5 - Espectro esquemático do hipernúcleo  ${}^{12}\text{C}$ . As linhas cheias (tracejadas) no espectro de energia representam transições sem recuo (quase-livres). Dados da referência [Brü80].

### II.3 - Espectros de Energia dos Hipernúcleos

As reações de troca de estranheza ( $K^-, \pi^-$ ) têm sido utilizadas para a formação de  $\Sigma$ - e  $\Lambda$ -hipernúcleos e para a análise de espectros de energia destes hipernúcleos, ou seja, do número de contagens dos eventos. Tal análise é feita em função ou do valor-Q da reação ou da própria energia de ligação B do híperon no hipernúcleo.

O valor-Q da reação ( $K^-, \pi^-$ ), também chamado de ener-

gia de transformação, é dado por  $M_{HY} - M_A$  [Brü78], onde  $M_{HY}$  e  $M_A$  são as massas do hiperfragmento e do núcleo-alvo, respectivamente. Pela lei de conservação de energia, na reação  $(K^-, \pi^-)$ , obtemos

$$M_{HY} - M_A = E_{K^-} - E_{\pi^-} - E_R \quad (II.6)$$

onde  $E_{K^-}$ ,  $E_{\pi^-}$  e  $E_R$  são as energias do kaon incidente, do píon emergente e de recuo do hipernúcleo, respectivamente.

Essa energia de transformação (II.6) pode ainda ser expressa em função das energias de ligação e das diferenças das massas do nêutron e do híperon ( $\Sigma$  ou  $\Lambda$ ). Da Tabela II.1 vemos que  $m_n - m_\Lambda \approx -176$  MeV e que  $m_n - m_{\Sigma^0} \approx -252$  MeV. Assim temos, para o caso de  $\Sigma^0$  e  $\Lambda$ -hipernúcleos

$$M_{HY}(\Lambda) - M_A = B_n - B_\Lambda + 176 \text{ MeV} \quad (II.7)$$

$$M_{HY}(\Sigma^0) - M_A = B_n - B_{\Sigma^0} + 252 \text{ MeV}$$

Os espectros de energia determinados experimentalmente apresentam, como veremos, uma estrutura de picos característica de estados de partícula-única. Tais espectros podem ser descritos fenomenologicamente através de um modelo de camadas para o hipernúcleo, com um potencial independente de energia e análogo ao do caso de núcleos [Bo77], i.e.:

$$V(r) = \left\{ V_c^{HY} + V_{s0}^{HY} r_0^2 \vec{\ell} \cdot \vec{s} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right\} f(r) \quad (II.8)$$

sendo  $f(r)$  uma função, geralmente, do tipo Woods-Saxon:

$$f(r) = \left[ 1 + e^{(r-R)/a} \right]^{-1} \quad (\text{II.9})$$

com

$$R = r_0 (A-1)^{1/3}$$

Os parâmetros  $a$ ,  $r_0$  e os coeficientes  $V_C^{\text{HY}}$  e  $V_{S0}^{\text{HY}}$  do potencial são escolhidos de modo que ela reproduza os dados experimentais. De acordo com Bouyssy [Bo79], no caso de  $\Lambda$ -hipernúcleos temos que

$$V_C^\Lambda = - (32 \pm 2) \text{ MeV} \quad (\text{II.10})$$

$$V_{S0}^\Lambda = (4 \pm 2) \text{ MeV}$$

com  $a = 0.6 \text{ fm}$  e  $r_0 = 1.1 \text{ fm}$ . Para os  $\Sigma$ -hipernúcleos, esses valores não estão completamente determinados. Uma estimativa dada por Bouyssy [Bo81] é de que

$$V_C^{\Sigma^0} \approx -20 \text{ MeV} \quad (\text{II.11})$$

$$V_{S0}^{\Sigma^0} \approx 12 \text{ MeV}$$

com  $a = 0.65$  e  $r_0 = 1.1 \text{ fm}$ . Dúvidas sobre estes dados ainda existem, principalmente no que se refere a parte spin-órbita do potencial, devido aos poucos resultados experimentais existentes.

Para uma melhor ilustração da análise dos espectros de energia dos hipernúcleos, apresentaremos inicialmente alguns exemplos de  $\Lambda$ -hipernúcleos. Os casos de  $\Sigma$ -hipernúcleos serão descritos a seguir e comparados com os respectivos  $\Lambda$ -hipernúcleos, melhor conhecidos.

### a) $\Lambda$ -Hipernúcleos

Para efeito de comparação, na Fig. II.6 [Bo80] apresentamos três exemplos de espectros de energia de  $\Lambda$ -hipernúcleos, sendo dois da camada p ( ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$  e  ${}_{\Lambda}^{16}\text{O}$ ) e um da camada s-d ( ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$ ), em função da energia de transformação ( $M_{\text{HY}} - M_{\Lambda}$ ) e da energia de ligação  $B_{\Lambda}$  do híperon  $\Lambda$ .

Como dissemos anteriormente, devido à escolha de condições cinemáticas especiais para a reação ( $K^{-}, \pi^{-}$ ) e tendo em vista a grande absorção de kaons  $K^{-}$  e píons (o livre caminho médio dessas partículas no meio nuclear é de cerca de 1 fm [Do79]), são mais importantes os eventos provenientes de transições sem recuo que ocorrem na superfície do núcleo. Estas transições correspondem a buracos de nêutrons nas camadas  $1p_{3/2}$  e  $1p_{1/2}$ , para os hipernúcleos da camada p (Figs. II.6a e II.6b) e nas camadas  $1d_{5/2}$ ,  $2s_{1/2}$  e  $1d_{3/2}$ , para os hipernúcleos da camada s-d (Fig. II.6c).

Assim, os picos predominantes nas Figs. II.6a e II.6b devem ser atribuídos, na configuração ( $\Lambda n^{-1}$ ), ao estado ( $1p_{3/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) e, na Fig. II.6c ao estado ( $1d_{5/2}, 1d_{5/2}^{-1}$ ). Esta interpretação é reforçada pela presença de um pico mais fraco no  ${}_{\Lambda}^{16}\text{O}$  (Fig. II.6b), que não está presente no  ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$  (Fig. II.6a), devendo corresponder à configuração ( $1p_{1/2}, 1p_{1/2}^{-1}$ ). Tal pico não pode ser observado no  ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$ , pois neste a camada  $1p_{1/2}$  não está preenchida. Para valores positivos de  $B_{\Lambda}$ , no espectro do  ${}_{\Lambda}^{16}\text{O}$  aparecem ainda dois picos pequenos e mais largos, enquanto que no  ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$  observa-se apenas um. As intensidades destes picos aumentam se observados a ângulos do píon maiores do que  $0^{\circ}$  e/ou a momenta dos kaons incidentes muito distintos daqueles mágicos, sendo, portanto, atribuídos a processos de produção quase-livres com configurações ( $1s_{1/2}, 1p_{1/2}^{-1}$ ) e ( $1s_{1/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) para o  ${}_{\Lambda}^{16}\text{O}$  e ( $1s_{1/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) para o  ${}_{\Lambda}^{12}\text{C}$  [Brü78].

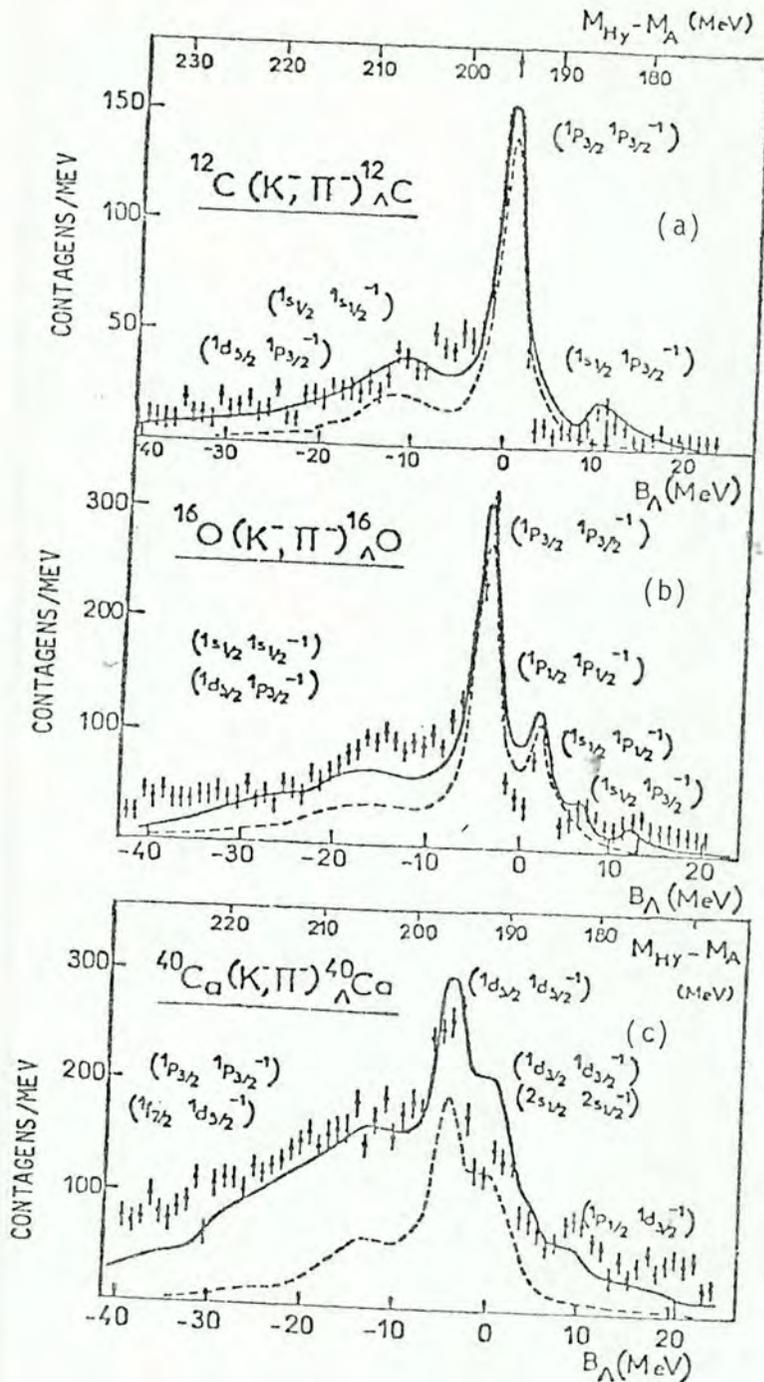


FIGURA II.6 - Espectro de energia para a reação  $(K^-, \pi^-)$  no caso dos núcleos-alvo (a)  $^{12}\text{C}$ , (b)  $^{16}\text{O}$  e (c)  $^{40}\text{Ca}$ , em função da energia de transformação  $M_{HY} - M_A$  e da energia de ligação da partícula  $\Lambda$ . As linhas contínuas são cálculos da ref. [Bo80] e as tracejadas dão as contribuições apenas de transições sem recuo [Bo80]. Os pontos experimentais são da ref. [Brü78] para o  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  e da ref. [Be79(b)] para o  $^{40}\text{Ca}$ , sendo o momento do kaon incidente, em todos os exemplos, de 720 MeV/c.

Ainda da Fig. II.6b podemos observar que as duas transições obtidas de buracos de nêutrons  $1p_{3/2}^{-1}$  e  $1p_{1/2}^{-1}$  estão separadas por 6 MeV de energia. Entretanto, sabe-se por reações (p,d) que o desdobramento spin-órbita de núcleos da camada p é de 6.1 MeV. Portanto, podemos concluir que a contribuição de interação spin-órbita  $\Lambda$ -núcleo é muito pequena [BH76], podendo em geral ser considerada nula. Vários cálculos teóricos [BW77(b), Brú78, Bo79] utilizando especialmente o modelo de troca de mésons para a interação  $\Lambda$ -N, determinaram um valor de aproximadamente 1 MeV para esse desdobramento spin-órbita, em boa concordância com os dados expostos acima. Pirner [Pi79], usando CDQ\*, obteve o valor zero.

O mesmo argumento pode ser desenvolvido para os hiper-núcleos da camada s-d. Por exemplo, o  ${}_{\Lambda}^{40}\text{Ca}$  (Fig. II.6c) apresenta estados formados por buracos de nêutrons nas camadas  $1d_{3/2}$  e  $1d_{5/2}$ . A comparação desses dados com outros obtidos a ângulos do píon diferentes de zero, permite uma melhor distinção entre as transições sem recuo  $[(1d_{5/2}, 1d_{5/2}^{-1})$  e  $(1d_{3/2}, 1d_{3/2}^{-1})]$  e as quase-livres  $[(1p_{3/2}, 1d_{5/2}^{-1})$  e  $(1p_{1/2}, 1d_{3/2}^{-1})]$ . Podemos observar também que, tanto entre estas duas transições sem recuo como entre as duas quase-livres, existe um espaçamento em energia da ordem de 5 MeV. Comparando com o desdobramento entre os buracos  $1d_{5/2}^{-1}$  e  $1d_{3/2}^{-1}$  do  ${}^{40}\text{Ca}$  [Be79(b)] vemos que são praticamente iguais. Portanto, novamente podemos concluir que a interação spin-órbita  $\Lambda$ -núcleo é pequena.

Assim, da análise de espectros da energia de  $\Lambda$ -hipernúcleos é possível estimar que a interação spin-órbita em  $\Lambda$ -hipernúcleos é pelo menos uma ordem de grandeza menor do que no ca

---

\* CDQ = Cromodinâmica Quântica.

so dos núcleos, ou, em primeira aproximação, que a partícula  $\Lambda$  se comporta no núcleo como um nêutron sem spin.

Ainda na Fig. II.6 podem ser observados cálculos teóricos (linhas tracejadas e cheias) para os espectros considerados. Esses cálculos, em aproximação de impulso com ondas distorcidas, utilizam o modelo de camadas, levando em conta as distorções [Bo77] que as partículas sofrem no núcleo, além de possíveis misturas de estados, como no caso do  ${}^1_2\Lambda\text{C}$ . Como podemos ver, as intensidades obtidas para os picos de transições sem recuo, que nesse modelo são proporcionais ao número de ocupação de nêutrons nas camadas [Bo79], reproduzem bem os dados experimentais. Também os desdobramentos spin-órbita (localização dos picos) das camadas p e d são bem reproduzidos neste modelo.

## b) $\Sigma$ -Hipernúcleos

Para uma melhor compreensão dos espectros de energia de  $\Sigma$ -hipernúcleos é essencial a comparação com os espectros dos  $\Lambda$ -hipernúcleos, até mesmo porque os  $\Sigma$ -hipernúcleos já observados foram obtidos junto com os respectivos  $\Lambda$ -hipernúcleos.

Em princípio, os  $\Sigma$ -hipernúcleos podem ser produzidos conforme as reações (II.1), tanto de uma reação de troca de estranheza do tipo  $(K^-, \pi^-)$ , que produz  $\Sigma^0$  e  $\Sigma^+$ , como de uma do tipo  $(K^-, \pi^+)$ , que produz  $\Sigma^-$ . Entretanto, se compararmos as seções de choque a  $0^\circ$  para as reações elementares  $K^-n \rightarrow \pi^-\Lambda$ ,  $K^-p \rightarrow \pi^-\Sigma^+$  e  $K^-n \rightarrow \pi^-\Sigma^0$  descritas na Fig. II.7 [Be80] a seguir, vemos que a produção de  $\Lambda$ -hipernúcleos é quatro vezes maior que a de  $\Sigma^0$ -hipernúcleos para um momentum do kaon incidente de 720 MeV/c. Por ou

tro lado, para esse mesmo momentum, a produção de  $\Sigma^+$ -hipernúcleos é praticamente nula e, portanto, podemos supor que, nas reações realizadas com este momentum incidente, apenas se formem os  $\Sigma^0$ -hipernúcleos. Cabe ressaltar que os  $\Sigma^-$ -hipernúcleos não podem ser produzidos numa reação  $(K^-, \pi^-)$  e sim na reação  $(K^-, \pi^+)$ , que não consideraremos.

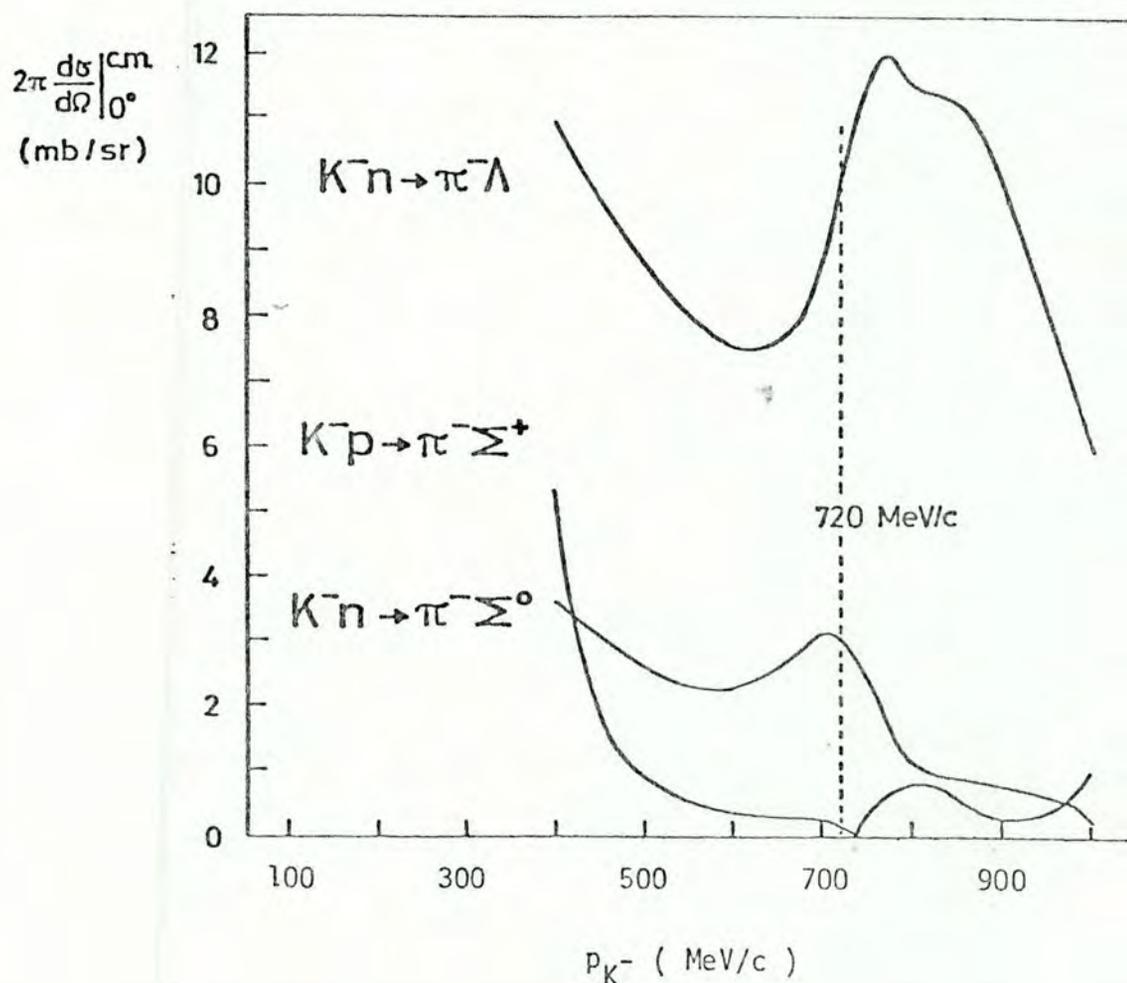


FIGURA II.7 - Seções de choque [Be80] para as reações elementares  $(K^-, \pi^-)$  em função do momentum do kaon incidente.

Assim, escolhendo condições cinemáticas especiais para a reação  $(K^-, \pi^-)$ , i.e., kaons incidentes de momenta  $720 \text{ MeV}/c$

e detecção do p̄ion emergente a  $0^\circ$ , podemos considerar apenas as produções de  $\Lambda^-$  e  $\Sigma^0$ -hipernúcleos, ambas num mesmo experimento. Devemos, porém, lembrar que, de acordo com os dados da Fig. II.3, a esse valor de momentum para os kaons incidentes correspondem momenta transferidos de cerca de 57 MeV/c para a  $\Lambda$  e de 129 MeV/c para a  $\Sigma^0$ . Com isso, podemos esperar que, ao analisarmos os espectros de  $\Sigma^0$ -hipernúcleos, aconteça uma forte redução nas transições sem recuo em favor das quase-livres.

Até agora sō se tem notícia, para  $\Sigma^0$ -hipernúcleos, da observação experimental de  ${}_{\Sigma^0}^7\text{Li}$ ,  ${}_{\Sigma^0}^9\text{Be}$  e  ${}_{\Sigma^0}^{12}\text{C}$  feita por Bertini [Be79(a)]. Consideraremos apenas os dois ũltimos. Os espectros de energia correspondentes estāo na Fig. II.8 [Ma80], em funçāo da energia de transformaçāo ( $M_{HY} - M_A$ ) e da energia de ligaçāo de  $\Lambda$  ( $B_\Lambda$ ). Como a massa de  $\Sigma^0$  ē cerca de 80 MeV maior que a do  $\Lambda$ , o espectro de  $\Sigma^0$ -hipernúcleos, com dois picos, aparece nos mesmos espectros a partir de  $B_\Lambda \approx 80$  MeV, correspondendo a  $B_{\Sigma^0} \approx 0$  MeV. Como o sistema  $\Sigma N$  sofre uma forte conversāo  $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$  no nũcleo, o problema inicial foi identificar se era possĭvel a formaçāo de estados  $\Sigma$ -hipernucleares com estrutura semelhante a dos  $\Lambda$ -hipernúcleos e com que larguras.

Na Fig. II.8a, para o  ${}_{\Lambda}^9\text{Be}$ , vemos dois picos acentuados correspondentes ā produçāo sem recuo do hipernũcleo sobre nŕutrons nas camadas  $1p_{3/2}$  e  $1s_{1/2}$ . O pico em  $B_\Lambda = -6$  MeV ē identificado com a produçāo sem recuo no nŕutron fracamente ligado em  $1p_{3/2}$  e o pico em  $B_\Lambda = -17$  MeV contĕm tanto intensidade sem recuo dos nŕutrons pareados em  $1p_{3/2}$ , como tambĕm dos nŕutrons de  $1s_{1/2}$  i.e., tal pico em  $B_\Lambda = -17$  MeV ē visto como uma mistura das duas transiçōes sem recuo ( $1s_{1/2}, 1s_{1/2}^{-1}$ ) e ( $1p_{3/2}, 1p_{3/2}^{-1}$ ) [Brŭ79]. O

pico mais fraco em  $B_{\Lambda} = 7,5$  MeV corresponde ao estado fundamental do  ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$  produzido de forma quase-livre [Be80]. Nessa mesma figura, podemos ver, a uma energia de cerca de 80 MeV mais alta, uma estrutura de picos, atribuída a produção de  $\Sigma^0$ . A largura desses picos é de cerca de 8 MeV [Be80], o que pode ser considerado num limite superior para a largura das partículas  $\Sigma^0$  no  ${}^9\text{Be}$ .

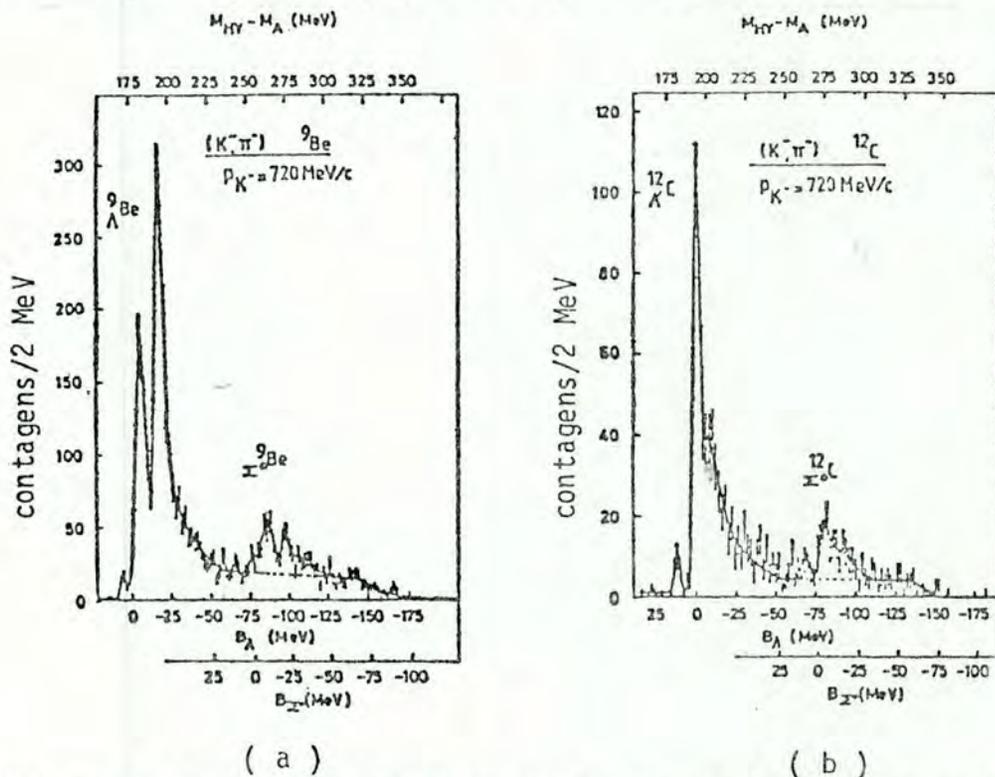


FIGURA II.8 - Espectros de energia obtidos da reação  $(K^-, \pi^-)$ : a) no  ${}^9\text{Be}$ ; b) no  ${}^{12}\text{C}$ ; para kaons de momento 720 MeV/c em função da energia de transformação  $M_{HY} - M_A$  e da energia de ligação do  $\Lambda$  e do  $\Sigma^0$ . Dados da ref. [Ma80].

Na Fig. II.8b, para o  ${}^{12}_{\Lambda}\text{C}$ , vemos uma estrutura semelhante a do  ${}^9_{\Lambda}\text{Be}$ . O pico mais intenso responde pela produção sem recuo nos nêutrons da camada  $1p_{3/2}$  [BW77(b)]. Novamente a uma energia de cerca de 80 MeV mais alta nota-se uma estrutura de picos, atribuída à produção de  $\Sigma^0$ , mas com transição sem recuo muito pequena (os picos não estão bem separados). Isto é explicado, co-

mo já foi dito, pelo valor do momentum transferido que, para o valor escolhido do momentum do kaon incidente, é maior no caso do  $\Sigma^0$  do que do  $\Lambda$ . Devido a isto, os dados do  $^{12}_\Sigma^0\text{C}$  não são tão bons como os do  $^9_\Sigma^0\text{Be}$  para o estudo da produção sem recuo de  $\Sigma^0$  em núcleos.

Uma comparação adicional pode ser feita, com os dados da Fig. II.8a, entre os  $^9_\Lambda\text{Be}$  e  $^9_\Sigma^0\text{Be}$ , se analisarmos esses espectros em função não da energia de transformação  $M_{HY} - M_A$  mas sim da diferença de energias de ligação  $\Delta B$

$$\Delta B = B_n - B_{\Lambda\Sigma^0} \quad (\text{II.12})$$

Os resultados obtidos mostram que o espectro do  $\Sigma^0$  se desloca de 3 MeV para maiores valores de  $\Delta B$ , em relação ao do  $\Lambda$ , indicando que o  $\Sigma^0$  é menos ligado que o  $\Lambda$ , i.e., é possível concluir que a interação  $\Sigma^0$ -núcleo é diferente da interação  $\Lambda$ -núcleo. Outros estudos, analisando espectros de  $\Sigma^0$  comparados com os de  $\Sigma^-$  (produzidos em prótons-alvo), levaram à suposição de que esse potencial  $\Sigma$ -núcleo parece ser o mesmo para  $\Sigma^0$ - e  $\Sigma^-$ -hipernúcleos [Brü79, Be80, Ma80]. Entretanto, os dados até hoje existentes são ainda poucos e não permitem conclusões sobre a diferença entre os potenciais  $\Lambda$ - e  $\Sigma$ -núcleo que, em princípio, poderia ser atribuída a um diferente acoplamento spin-órbita ou a diferentes potenciais centrais sentidos pelas partículas  $\Lambda$  e  $\Sigma$  no núcleo.

Esse problema continuará em aberto até o aparecimento de novos dados experimentais, em especial, aqueles obtidos com menores valores de momentum para o kaon incidente, necessários para enfatizar mais a produção sem recuo de  $\Sigma$ -hipernúcleos.

Também dos espectros da Fig. II.8 é possível a determinação da largura ( $\Gamma$ ) dos estados  $1p$  e  $1s$  dos  $\Sigma$ -hipernúcleos  ${}^9_{\Sigma}\text{Be}$  e  ${}^{12}_{\Sigma}\text{C}$ . Tais larguras resultaram em cerca de 8 MeV, como no caso dos  $\Lambda$ -hipernúcleos. Esses resultados foram inesperados e estimularam uma série de trabalhos teóricos na tentativa de explicá-los. A surpresa frente aos valores experimentais decorreu da existência de estimativas anteriores para  $\Sigma^-$ -átomos e para a matéria nuclear [Bat78,79] que previam para essas larguras valores bem maiores ( $15 \text{ MeV} < \Gamma < 30 \text{ MeV}$ ). Em trabalhos posteriores foram sugeridos diversos mecanismos de redução dessas larguras [Bat78] na matéria nuclear [G80, GD80, DR81]. Outras tentativas teóricas foram apresentadas para o cálculo destas larguras ou pela inclusão de fortes correlações  $\Sigma N$  de curto alcance [Ki80] ou por análise da dependência de spin-isospin do processo de conversão  $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$  para baixas energias [GD80]. Também a partir do modelo de troca de um píon para a conversão  $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$  foi possível derivar [Di82] os potenciais central e spin-órbita para os  $\Sigma$ -hipernúcleos e, em consequência, calcular a largura dos estados  $1p$  no  ${}^{12}_{\Sigma}\text{C}$ . Todas estas estimativas conseguiram de alguma forma obter resultados menores para as larguras dos estados  $\Sigma$ -hipernucleares, porém até hoje o problema não foi satisfatoriamente resolvido. Para tanto serão necessários novos dados experimentais inclusive para outros  $\Sigma$ -hipernúcleos.

Conforme vimos neste capítulo, as experiências com reações de troca de estranheza ( $K^-, \pi^-$ ) permitiram analisar dados referentes à estrutura dos  $\Lambda$ - e  $\Sigma$ -hipernúcleos, bem como aspectos relativos às interações  $\Lambda N$  e  $\Sigma N$ . Dessas experiências foi possível determinar que, ao contrário do caso de núcleos, a interação

$\Lambda$ -núcleo apresenta um acoplamento spin-órbita quase nulo. Esse fato foi analisado a partir de estudos fenomenológicos [Bo77], de uma descrição relativística em aproximação de campo médio, usando modelos de troca de bósons [Bo81], e mesmo dentro da dinâmica de quarks através de um selecionado conjunto de processos da CDQ [Pi79]. As mesmas análises já foram iniciadas para o caso dos  $\Sigma$ -hipernúcleos [Di81, Bro81, Bo81].

No próximo capítulo apresentaremos o formalismo da descrição relativística em aproximação de campo médio com troca de bósons que será parcialmente utilizada para a obtenção de energias de partícula-única para  $\Sigma$ -hipernúcleos.

### III - FORMALISMO DA DESCRIÇÃO RELATIVÍSTICA DOS HIPERNÚCLEOS

Os dados obtidos de espectros de energias de hipernúcleos, em especial, o desdobramento spin-órbita, foram analisados tanto através do modelo fenomenológico de Bouyssy [Bo77,79], como através da descrição relativística em aproximação de campo médio (M.F.A.) de Brockmann e Weise [BW77(a), Bro78].

A análise fenomenológica de Bouyssy é feita de forma análoga ao caso de núcleos finitos e consegue reproduzir, com a apropriada escolha de parâmetros, aspectos da interação spin-órbita híperon-núcleo, fornecendo informações comparativas entre núcleos e hipernúcleos.

O modelo relativístico apresentado por Brockmann baseia-se na aproximação relativística de Dirac-Hartree-Fock (DHF), a partir da interação de dois corpos via troca de mésons, utilizando também o método de campo médio de Walecka [Wa71]. A vantagem do método relativístico de Brockmann, frente a estudos fenomenológicos, consiste no fato de descrever microscopicamente a origem da interação spin-órbita, tanto no caso de núcleos como no de hipernúcleos.

Neste capítulo descreveremos resumidamente tanto o formalismo de Brockmann para o caso de hipernúcleos como o de aproximação de campo médio por ele utilizado. Veremos também que, no formalismo relativístico do modelo de camadas, é possível obter uma equação de Schrödinger equivalente que permite uma comparação direta com os resultados de Bouyssy para o potencial ótico nuclear.

No próximo capítulo daremos estimativas das energias dos estados de partícula-única como também do potencial spin-órbita para o  ${}^{16}_{\Sigma}0$  em um modelo simplificado.

O resumo apresentado a seguir baseia-se nos trabalhos de Brockmann [Bro78, BW81] e de Walecka [Wa74]. Durante o texto, entretanto, outras referências serão citadas quando necessárias.

### III.1 - O Método Relativístico de Dirac-Hartree-Fock

A descrição relativística de Dirac-Hartree-Fock (DHF), em analogia ao caso de núcleos finitos [Mi75(a)], foi aplicada por Brockmann e Weise ao caso de hipernúcleos [BW81] baseando-se na suposição de que a interação entre dois corpos ( $\Lambda N$  ou  $\Sigma N$ ) é resultante da troca de mésons. Embora a utilização de potenciais de troca de um bóson (OBEP) tenha tido grande sucesso na descrição do espalhamento nucleon-nucleon (NN), somente com o trabalho de Jackson e Riska [Ja75] se verificou que OBEP relativísticos podiam prever com sucesso deslocamentos de fase do espalhamento NN. A partir de então, vários foram os trabalhos que surgiram com OBEP relativístico, descrevendo o problema de dois corpos e a matéria nuclear. Para núcleos finitos, a descrição relativística do movimento de um nucleon no núcleo através da equação de Dirac teve início com os estudos de Miller e Green [MG72, Mi74,75(b),76], que obtiveram o hamiltoniano relativístico para um sistema de  $\Lambda$  corpos, com interação de dois corpos dadas pelos OBEP. Com este hamiltoniano, através do método variacional, são obtidas as equações relativísticas de Hartree-Fock (HF), que foram resolvidas numericamente.

mente por Miller dentro de certas aproximações. Posteriormente Brockmann [Bro78], rederivando este hamiltoniano de forma mais simples, incluindo também termos de auto-energia nos potenciais, calculou numericamente as autofunções e auto-energias dos estados de partícula-única de núcleos e hipernúcleos.

Em núcleos ou hipernúcleos a equação relativística de DHF para um bárion  $(N, \Lambda, \Sigma)$  de massa  $M$  no núcleo é dada por

$$[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta M - E_\delta + U_\delta^H(\vec{r})] \Psi_\delta(\vec{r}) = \sum_\rho \int d\vec{r}' \bar{\Psi}_\rho(\vec{r}') V_{\delta\rho}(\vec{r}-\vec{r}') \Psi_\delta(\vec{r}) \Psi_\rho(\vec{r}') \quad (\text{III.1})$$

com  $E_\delta = \epsilon_\delta + M$  e onde  $\vec{\alpha}$  e  $\beta$  são as matrizes de Dirac na representação padrão (ver Apêndice A),  $E_\delta$  é a energia total e  $\epsilon_\delta$  a de partícula-única.  $\delta$  e  $\rho$  representando os números quânticos dos bárions ligados.

Na expressão (III.1), o termo  $U_\delta^H(\vec{r})$ , chamado potencial de Hartree autoconsistente, é definido como a seguinte soma sobre estados ocupados:

$$U_\delta^H(\vec{r}) = \sum_\rho \int d\vec{r}' \bar{\Psi}_\rho(\vec{r}') V_{\delta\rho}(|\vec{r}-\vec{r}'|) \Psi_\rho(\vec{r}') \quad (\text{III.2})$$

Esse termo, bem como o termo de Fock não local (lado direito da eq. III.1), dependem da interação de dois corpos  $V_{\delta\rho}(|\vec{r}-\vec{r}'|)$ , que é construída através do mecanismo de troca de bósons. No Apêndice B apresentamos um resumo da dedução da forma desses potenciais  $V_{\delta\rho}(\vec{r})$  no espaço de configurações. Para melhor discutir os possíveis bósons trocados na interação vamos apresentar aqui a expressão destes potenciais no espaço de mo-

mentum. Assim,

$$V_{\delta\varphi}(q) = -\sum_i \int dt^2 \frac{\Gamma_i(t^2)}{q^2 + t^2 - (E_\delta - E_\varphi)^2} \quad (\text{III.3a})$$

e

$$V_{\delta\varphi}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} V_{\delta\varphi}(q) \quad (\text{III.3b})$$

Na expressão (III.3a) a soma é feita sobre todos os  $\underline{b\bar{o}}$  sons trocados e os  $\Gamma_i(t^2)$  representam invariantes que dependem do tipo de partículas consideradas na troca (escalares, vetoriais, pseudo-escalares, pseudovetoriais e tensoriais).

No caso do espalhamento NN livre, a descrição relativística dos OBEP considera [Ge71] a troca de mésons  $\pi$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\sigma$ ,  $\eta$ ,  $\phi$ ,  $\delta$  e, para os espalhamentos  $\Sigma N$  ou  $\Lambda N$  livres, também são levados em consideração mésons com hipercarga como  $K$  e  $K^*$ . Como já citamos, os modelos de OBEP para estes espalhamentos livres teve grande sucesso, inclusive na obtenção de deslocamentos de fase. Note-se que a partícula  $\sigma$  (méson escalar com isospin nulo) é fictícia, até hoje não encontrada na natureza. Ela substitui a contribuição do méson escalar e de massa e largura bem maiores. Detalhes sobre estudos de espalhamentos NN,  $\Sigma N$  e  $\Lambda N$  podem ser encontrados, por exemplo, nas referências [Na75,77,79].

Como nos hipernúcleos, caso que nos interessa, as partículas trocadas são efetivas e não livres, devemos desde já esboçar alguns problemas referentes à determinação das características das mesmas no meio nuclear. Na Tabela III.1 reproduzimos os números quânticos de isospin (T), spin (S) e paridade (P) dos mésons ci

tados acima. Mais adiante veremos que a determinação de constantes de acoplamento e massas dos m̄sons que nos interessarãõ e feita na chamada aproximação de campo m̄dio de Walecka [Wa36], considerando apenas um b̄son escalar e um vetorial. No modelo de Brockmann esses b̄sons sãõ identificados arbitrariamente com  $\sigma$  e  $\omega$ , tendo massas e constantes de acoplamento determinados em MFA. Essas trocas podem ser representadas esquematicamente, no caso das interações  $\Sigma N$  ou  $\Lambda N$ , conforme a Fig. III.1.

TABELA III.1 - Números quânticos principais dos m̄sons de troca de acordo com as referências [Bro78] e [En72].

M̄son	T	J <sup>P</sup>
$\pi$	1	0 <sup>-</sup>
$\eta$	0	0 <sup>-</sup>
$\sigma$	0	0 <sup>+</sup>
$\delta$	1	0 <sup>+</sup>
$\rho$	1	1 <sup>-</sup>
$\omega$	0	1 <sup>-</sup>
$\phi$	0	1 <sup>-</sup>
K	1/2	0 <sup>-</sup>
K <sup>*</sup>	1/2	1 <sup>-</sup>

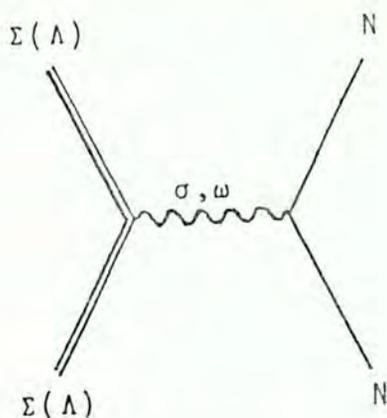


FIGURA III.1 - Representação da troca de mésons escalar ( $\sigma$ ) e vetores ( $\omega$ ) na interação  $\Sigma N$  ( $\Lambda N$ ).

Nas estimativas que serão relatadas no capítulo IV não consideramos o termo de Fock da eq. (III.1), ou seja, trabalharemos apenas na aproximação de Dirac-Hartree (DH), com a troca de mésons  $\sigma$  e  $\omega$ .

Em trabalhos de publicação recente [BW81(a), Bro81], assinla-se que, no caso de  $\Lambda$ -hipernúcleos, as contribuições de trocas de  $K$  e  $K^*$ , incluídas no termo de Fock, são pequenas, embora os valores de energia dos estados de partícula-única sejam afetados de alguns MeV ( $\approx 5$  MeV para o estado  $1s_{1/2}$  e  $\approx 2$  MeV para os estados  $1p$ ). Como no caso de  $\Sigma$ -hipernúcleos as constantes de acoplamento envolvidas são muito menores que as do caso de  $\Lambda$ -hipernúcleos, é possível supor que a contribuição do termo de Fock possa ser desprezada, pelo menos em primeira aproximação. Note-se que no caso de núcleos, as contribuições escalar e vetorial aos termos de Fock são de cerca de  $1/4$  daquelas do potencial de Hartree e com sinal oposto [No80]. Além disto, as contribuições pela troca de  $\pi$  e  $\rho$ , que parecem ser muito importantes [BW81(a)], ainda não estão bem esclarecidas. Felizmente, no caso de hipernúcleos, a

contribuição aos termos de Fock é devida apenas aos mēsons K e K\*.

Assim, a (III.1) sem o termo de Fock se reduz à equação de DH, na forma:

$$[\vec{\alpha} \vec{p} + \beta M - E_\delta + U_\delta^H(\vec{r})] \Psi_\delta(\vec{r}) = 0 \quad (\text{III.4})$$

Para o sistema saturado em spin e isospin  ${}^{16}_\Sigma 0$ , que estudaremos no próximo capítulo, sō contribuirão [BW77(b)] para a interação efetiva de dois corpos as trocas de mēsons escalares e vetoriais. Todas as demais contribuições sō incluīdas no termo nō local de Fock que nō analisaremos, pois, mesmo no caso de nūcleos, o modelo autoconsistente de DH, apenas com interações de troca de um mēson escalar e um vetorial, jā dā resultados surpreendentemente bons [BW77(b), Bro78] para as energias de partícula-única e desdobramentos spin-órbita de nūcleos da camada p como o  ${}^{16}_\Sigma 0$ .

No modelo de DH, que adotamos, o potencial autoconsistente de Hartree  $U_\delta^H(\vec{r})$  serā obtido num modelo simples de troca de um bōson escalar ( $\sigma$ ) e outro vetorial ( $\omega$ ), sendo, neste caso, os invariantes  $\Gamma_i(t^2)$  dados por:

$$\Gamma_\sigma(t^2) = \frac{g_\sigma^2}{4\pi} [\delta(t^2 - m_\sigma^2) - \delta(t^2 - \Lambda_\sigma^2)] F_\sigma^2(\vec{q}) \gamma_0(1) \gamma_0(2) \quad (\text{III.5})$$

$$\Gamma_\omega(t^2) = \frac{g_\omega^2}{4\pi} [\delta(t^2 - m_\omega^2) - \delta(t^2 - \Lambda_\omega^2)] F_\omega^2(\vec{q}) \gamma_0(1) \gamma_0(2) \gamma_\nu(1) \gamma^\nu(2) \quad (\text{III.6})$$

onde  $\gamma_\mu$  sō as matrizes de Dirac, conforme a notação de Bjorken e Drell (ver Apēndice A) e  $\Lambda_i$  e  $F_i(\vec{q})$  o corte de massa e o fa-

tor de forma, respectivamente. Na expressão (III.6) para o b̄on vetorial ( $\omega$ ) estamos supondo um acoplamento apenas vetorial, não incluindo contribuições tensoriais ou vetor-tensoriais. Essa aproximação será comentada no capítulo V.

Os fatores de forma  $F_i(\vec{q})$  dependem dos tipos de OBEP e dos parâmetros escolhidos. Para os potenciais de GTG [Ge71], EHM e estimativas da referência [Bro78] temos

$$F_i^{\text{GTG}}(\vec{q}) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2} \quad , \quad i = \sigma, \omega$$

$$F_\sigma^{\text{EHM}}(\vec{q}) = \frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - q^2} \quad F_\omega^{\text{EHM}}(\vec{q}) = \left( \frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - q^2} \right)^{3/2} \quad (\text{III.7})$$

$$F_i^{\text{BRO}}(\vec{q}) = \frac{\Lambda_i^2}{\Lambda_i^2 - m_i^2} \quad i = \sigma, \omega$$

Como o efeito desses fatores de forma  $\bar{e}$ , em geral, pequeno ( $\vec{q}^2 \ll \Lambda^2$ ) [Bro78], utilizaremos, para efeito de comparação,  $F_i^{\text{BRO}}(\vec{q})$ .

Assim, podemos reescrever os potenciais da interação de dois corpos,  $V_{\delta\delta}(r)$ , a partir de (III.3), com (III.5) e (III.6), resultando

$$V_{\delta\delta}(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \delta_\sigma(1)\delta_\sigma(2) \left[ -V_\sigma(|\vec{r} - \vec{r}'|) + \delta_\nu(1)\delta_\nu(2) V_\omega(|\vec{r} - \vec{r}'|) \right] \quad (\text{III.8})$$

com

$$V_i(r) = \pm \frac{g_i^2}{4\pi} \left( \frac{\Lambda_i^2}{\Lambda_i^2 - m_i^2} \right) \left[ \frac{e^{-m_i r}}{r} - \frac{e^{-\Lambda_i r}}{r} \right] \quad , \quad i = \sigma, \omega \quad (\text{III.9})$$

Para o caso de desprezarmos efeitos devidos a fatores de forma e corte de massa, obtemos um potencial tipo Yukawa (ver Apêndice B):

$$V_i(r) = \pm \frac{g_i^2}{4\pi} \frac{e^{-m_i r}}{r}, \quad i = \sigma, \omega \quad (\text{III.10})$$

A partir da interação de dois corpos (III.8), obtemos o potencial de Hartree de (III.2) e, logo, podemos da (III.4) determinar a eq. de Dirac para a função de onda  $\psi_\delta(\vec{r})$  cuja expressão é:

$$[\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta M + \beta U_\sigma(r) + U_\omega(r)] \Psi_\delta(\vec{r}) = (M + E_\delta) \Psi_\delta(\vec{r}) \quad (\text{III.11})$$

Os potenciais  $U_\sigma(r)$  e  $U_\omega(r)$ , resultantes do potencial de Hartree, serão chamados por nós de potenciais de troca de bósons, e têm a forma seguinte:

$$U_\sigma(r) = - \int V_\sigma(|\vec{r} - \vec{r}'|) \rho_s(r) d\vec{r}' \quad (\text{III.12})$$

e

$$U_\omega(r) = \int V_\omega(|\vec{r} - \vec{r}'|) \rho_v(r) d\vec{r}' \quad (\text{III.13})$$

sendo  $\rho_s(r)$  e  $\rho_v(r)$  as densidades escalar e vetorial, respectivamente definidas por

$$\rho_s(r) = \sum_{p=1}^{A-1} \bar{\Psi}_p(r) \Psi_p(r) \quad (\text{III.14})$$

$$p_{\omega}(r) = \sum_{\rho=1}^{A-1} \Psi_{\rho}^{\dagger}(r) \Psi_{\rho}(r) \quad (\text{III.15})$$

com  $\bar{\psi} = \psi^{\dagger} \gamma_0$ .

Frise-se que  $U_{\omega}(r)$  corresponde a quarta componente de um quadrivetor [Mi75(a)] e  $U_{\sigma}(r)$  a um escalar e que é impossível [Mi75(a)], apenas com um desses potenciais, ajustar dados experimentais para as partes central e spin-órbita do potencial médio nuclear. É o que ocorreria com o uso de uma teoria não-relativística.

Na equação de Dirac-Hartree (III.11) as funções de onda são dadas pelos spinores de Dirac:

$$\Psi_{\delta}(r) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} iG_{\delta}(r) \\ \vec{\sigma} \cdot \hat{r} F_{\delta}(r) \end{pmatrix} \Psi_{\delta}(r) \xi_{1/2, \lambda} \quad \delta = (nlj) \quad (\text{III.16})$$

com

$$\Psi_{nlj}(\hat{r}) = \sum_{m_l m_s} (l m_l \frac{1}{2} m_s | j m) Y_{l m_l}(\hat{r}) \chi_{\frac{1}{2} m_s} \quad (\text{III.17})$$

onde  $\xi_{1/2 \lambda}$  e  $\chi_{1/2 m_s}$  spinores de Pauli para isospin e spin, respectivamente.

A condição de normalização de (III.16) é dada por

$$\int_0^{\infty} [G_{\delta}^2(r) + F_{\delta}^2(r)] dr = 1. \quad (\text{III.18})$$

Substituindo (III.16) na equação de DH (III.11) obtemos duas equações diferenciais acopladas para as componentes maior,  $G_{\delta}(r)$ , e menor,  $F_{\delta}(r)$ , i.e.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dG_{\delta}(r)}{dr} = [M + E_{\delta} + U_{-}(r)] F_{\delta}(r) - \frac{K}{r} G_{\delta}(r) \\ \frac{dF_{\delta}(r)}{dr} = [M - E_{\delta} + U_{+}(r)] G_{\delta}(r) + \frac{K}{r} F_{\delta}(r) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(III.19a)} \\ \text{(III.19b)} \end{array}$$

com  $K = \mp(j + 1/2)$  para  $j = \ell \pm 1/2$  e com os potenciais  $U_{\pm}(r)$  definidos por

$$U_{\pm}(r) = U_{\sigma}(r) \pm U_{\omega}(r) \quad \text{(III.20)}$$

Brockmann e Weise resolvem autoconsistentemente as eqs. (III.19). A partir de uma função de onda tentativa e da forma dos potenciais de troca (III.8), são calculados os potenciais de Hartree (III.12) e (III.13), que dão novas soluções para a função de onda após a resolução da equação de DH. Tais soluções são novamente usadas para determinar os potenciais de Hartree de forma autoconsistente até um processo final de convergência. Esse método, porém, requer um extenso trabalho computacional. No próximo capítulo faremos uma estimativa das energias de partícula-única a partir do sistema de equações diferenciais (III.19), mas de uma forma mais simples que a de Brockmann e Weise.

Na próxima seção será descrita, de forma resumida, a aproximação de campo médio (MFA) de Walecka, com a finalidade de dar uma idéia da aproximação utilizada por Brockmann na descrição relativística de DH no que se refere à escolha das constantes de acoplamento efetivas e das massas dos bósons trocados na interação.

### III.2 - Aproximação de Campo Médio

Na descrição relativística de Brockmann, discutida na seção anterior, não é possível a determinação dos valores dos parâmetros (constantes de acoplamento e massas) dos bósons trocados, pois, como a interação se dá no meio nuclear, esses parâmetros não correspondem àqueles conhecidos no caso de espalhamento livre ( $NN$ ,  $\Lambda N$  ou  $\Sigma N$ ). Para resolver esse problema, Brockmann utiliza a aproximação de campo médio (MFA) de Walecka que, usando uma interação efetiva e relativística para OBE via troca de um bóson escalar e um vetorial reproduz, através do ajuste de apenas dois parâmetros livres, as propriedades principais da matéria nuclear.

Assim, na teoria de Brockmann as propriedades de núcleos e hipernúcleos são estudadas utilizando-se como ponto de partida não a interação de dois corpos do espalhamento livre, mas na matéria nuclear através de uma adaptação da MFA.

Como para a descrição relativística de hipernúcleos não necessitamos maiores detalhes sobre esta aproximação, apresentamos nesta seção apenas um resumo das idéias centrais de MFA de Walecka. No Apêndice C, para uma melhor compreensão, descrevemos com mais cuidado o trabalho de Walecka para o caso da matéria nuclear, na notação da referência [Wa74],

Para a matéria nuclear, na MFA, a interação nucleon-nucleon é medida pela troca de apenas dois tipos de mésons efetivos, um escalar ( $\sigma$ ) e um vetorial ( $\omega$ ). Embora não exista nenhuma razão para identificar esses mésons com os  $\sigma$  e  $\omega$ , isso é feito arbitrariamente na teoria relativística de Brockmann.

A MFA de Walecka parte de uma densidade lagrangeana  $\mathcal{L}$  (C.1) que inclui apenas o campo de bárions,  $\psi$ , de massa  $M$ , acoplado a um campo neutro do méson escalar  $\phi_\sigma$  (de massa  $m_\sigma$ ) e a um campo neutro do méson vetorial  $\phi_\lambda^\omega$  (de massa  $m_\omega$ ). Esses campos, mesônicos e bariônico, obedecem às equações de campo (C.5) e (C.6) com densidades vetorial  $\rho_\omega = \psi^\dagger \psi$  e escalar  $\rho_\sigma = \bar{\psi} \psi$  uniformes. A MFA considera que os campos mesônicos possam ser substituídos, para a descrição da matéria nuclear, por seus valores esperados no estado fundamental  $|F\rangle$ , i.e.

$$\phi^\sigma \rightarrow \langle F | \phi^\sigma | F \rangle = U_\sigma \quad (\text{III.21})$$

e

$$\phi_\lambda^\omega \rightarrow \langle F | \phi_\lambda^\omega | F \rangle = i \delta_{\lambda 4} U_\omega \quad (\text{III.22})$$

onde  $\phi_4^\omega$  corresponde à quarta componente do campo vetorial mesônico  $\phi_\lambda^\omega$ . Com isto desprezamos as flutuações dos campos mesônicos. O estado fundamental para a matéria nuclear com igual número de prótons e nêutrons é obtido pelo preenchimento dos estados de momenta ( $\vec{K}$ ) até o nível de Fermi ( $K = K_F$ ). Como resultado, as densidades vetorial  $\rho_\omega$  e escalar  $\rho_\sigma$ , bem como os potenciais médios efetivos, obtidos em MFA são dados (ver Apêndice C) por

$$\rho_\omega = \frac{2}{3\pi^2} K_F^3 \quad (\text{C.24})$$

$$\rho_\sigma = \frac{4}{(2\pi)^3} \int \frac{M^*}{(\vec{K}^2 + M^{*2})^{1/2}} d\vec{K} \quad (\text{C.27})$$

$$U_\omega = \rho_\omega \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \quad (\text{C.25})$$

$$U_\sigma = \rho_\sigma \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \quad (\text{C.26})$$

sendo  $g_\sigma(g_\omega)$  a constante de acoplamento escalar (vetorial) do m̄eson  $\sigma(\omega)$ . Em (C.27) a massa efetiva  $M^*$  do b̄arion  $\bar{e}$  é definida como  $M^* = M + U_\sigma$ .

Note-se que, para uma dada densidade vetorial  $\rho_\omega$  (ou dado momentum de Fermi  $K_F$ ), o potencial vetorial  $\bar{e}$  é determinado pela equação (C.25) enquanto que o potencial escalar (ou densidade escalar)  $\bar{e}$  é encontrado de forma autoconsistente através de (C.26) e (C.27). Como consequência, vemos das relações (C.24)-(C.27) que as grandezas  $g_\omega^2/m_\omega^2$  e  $g_\sigma^2/m_\sigma^2$  não estão especificadas a priori pela MFA. Elas relacionam-se com os parâmetros livres da teoria que são definidos como

$$C_s^2 \equiv \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} M^2 \quad C_v^2 \equiv \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} M^2 \quad (\text{C.30})$$

A propriedade de saturação da matéria nuclear, que se reflete na energia de ligação por nucleon ( $= -15,75$  MeV) e no valor de  $K_F$  ( $= 1,42 \text{ fm}^{-1}$ ), é reproduzida na MFA. Isto é conseguido a partir da resolução numérica das equações para a energia de ligação por nucleon (C.29) e para a pressão (C.28) ajustando-se os valores  $C_s^2$  e  $C_v^2$ . Na teoria de Walecka, os valores determinados para esses parâmetros são os seguintes

$$\begin{aligned} C_s^2 &= 266,9 \\ C_v^2 &= 195,7 \end{aligned} \quad (\text{C.31})$$

A MFA foi adaptada por Serot e Walecka para núcleos finitos [SW79], pesados e de camadas fechadas pelo ajuste de  $C_s$  e  $C_v$  para a obtenção de densidade nuclear e dos parâmetros da fórmula de massa. Esse estudo inclui a contribuição do méson  $\rho$  e do potencial coulombiano entre prótons e teve um sucesso relativo, não conseguindo determinar muito bem a energia de superfície e a compressibilidade nuclear. Boguta também analisa a MFA para a matéria nuclear infinita [Bog81(a)] e para núcleos finitos [Bog81(b)], nesse último caso, usando a aproximação de Thomas-Fermi para as funções de onda dos nucleons. Esse autor calcula as distribuições de densidades de vários núcleos mostrando que os resultados são consistentes com cálculos de Hartree-Fock não-relativísticos e, logo, que a descrição em MFA relativística descreve muito bem os núcleos da camada fechada.

A aplicação da MFA de Walecka ao caso de hipernúcleos foi apresentada por Brockmann para o caso do hipernúcleo  ${}^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$ . Esse autor escolhe as massas,  $m_{\sigma}$  e  $m_{\omega}$ , e as constantes de acoplamento,  $g_{\sigma}$  e  $g_{\omega}$ , para os mésons trocados na interação usando, como ponto de partida, a matéria nuclear, ou seja, os valores dessas constantes são determinados das relações (C.31) de Walecka, de forma a reproduzir o desdobramento spin-órbita e o potencial de partícula-única do  $\Lambda$ , conhecidos de análises fenomenológicas. Boguta et al. [BB81] também utilizam a idéia de MFA para investigar os hipernúcleos de  ${}^{16}_{\Lambda}\text{O}$  e  ${}^{40}_{\Lambda}\text{Ca}$ , mas de forma diferente escolhendo as razões das constantes de acoplamento do modelo de quarks ( $g_{\sigma NN}/g_{\sigma \Lambda \Lambda} = g_{\omega NN}/g_{\omega \Lambda \Lambda} = \text{const.} = x$ ), e as massas de ajustes na matéria nuclear ( $m_{\sigma} = 500 \text{ MeV}$ ,  $m_{\omega} = 780 \text{ MeV}$ ). Com essas adaptações, esses autores ajustam o valor de  $x$  ( $x = 0,33$ ) para encontrar as

energias de partícula-única dos hipernúcleos  ${}^{16}_{\Lambda}O$  e  ${}^{40}_{\Lambda}Ca$ , reproduzindo o pequeno desdobramento spin-órbita e os valores de energia de ligação a partir dos espectros desses hipernúcleos.

Como vemos, a MFA tem sido largamente empregada para o estudo de hipernúcleos. Para o caso de  $\Sigma$ -hipernúcleos, foi utilizada por Brockmann [Bro81] e Bouyssy [Bo81] para o  ${}^{16}_{\Sigma}O$ . As previsões desses autores serão discutidas no capítulo IV, em comparação com os resultados de uma estimativa, que também se baseia no formalismo relativístico com MFA.

Da análise dos trabalhos acima citados é possível notar que a determinação das constantes de acoplamento e massas dos mésons é ainda um problema em aberto. Por isso mesmo, e considerando que nossa estimativa é bastante simples pois não temos forma de encontrar esses parâmetros), vamos utilizar vários conjuntos para  $g$  e  $m$ , descritos na literatura. Destes conjuntos, tentaremos encontrar aqueles que melhor se ajustem a dados fenomenológicos conhecidos para o  ${}^{16}O$ ,  ${}^{16}_{\Lambda}O$  e  ${}^{16}_{\Sigma}O$ . Após essa escolha, podemos calcular as energias de partícula-única e potencial spin-órbita para o  ${}^{16}_{\Sigma}O$ , conforme veremos no capítulo IV.

Convém salientar ainda que, apesar do sucesso da MFA de Walecka na descrição relativística de Brockmann para núcleos [Bro78] e hipernúcleos [BW81(a), Bro81], algumas críticas têm sido feitas a esta aproximação. A principal delas se refere à não consideração na MFA de efeitos de correlação de dois corpos entre os nucleons, que são importantes para baixas densidades. Uma estimativa de Brittan [Bri78] concluiu que esses efeitos são pequenos no limite de altas densidades, e devem ser importantes na determinação das constantes de acoplamento feita a baixas den-

sidades. Este trabalho determinou que as constantes de acoplamento, escalar e vetorial, são, no caso, afetadas de 10%. Nas estimativas que faremos no próximo capítulo, seguindo as idéias de Brockmann, esses efeitos não são considerados. Apesar de críticas como a citada acima, o sucesso fenomenológico do modelo relativístico de campo médio tem estimulado sua utilização na descrição de hipernúcleos e núcleos.

### III.3 - Constantes de Acoplamento e Massas dos Mésons

Nesta seção discutiremos os possíveis valores das constantes de acoplamento,  $g_\sigma$  e  $g_\omega$ , e das massas,  $m_\sigma$  e  $m_\omega$ , dos mésons escalar e vetorial, considerados, na teoria de Brockmann com MFA, como os responsáveis pelos mecanismos de troca.

Conforme vimos na seção anterior, a MFA determina apenas as razões  $g_i/m_i$  ao reproduzir as propriedades da matéria nuclear e de núcleos finitos. Assim, existem vários conjuntos de valores de constantes de acoplamento e massas que são utilizadas na literatura. Vamos citar os conjuntos mais importantes.

Na Tabela III.2 apresentamos três conjuntos de parâmetros utilizados na descrição de núcleos finitos (N) em MFA. Os conjuntos I-N e II-N foram determinados por Brockmann nas referências [BW81(a)] e [BW77(a,b)], respectivamente, dando resultados surpreendentemente bons para energias de partícula-única (e dobramento spin-órbita) de núcleos da camada 1p fechada, como é

o caso do  $^{16}\text{O}$ . O conjunto III-N, determinado por Erkelenz, Hollinde e Machleidt [Bro78], foi usado por Jaminon [Jam80] num cálculo para energias positivas do potencial nuclear médio (potencial ótico) da matéria nuclear e de núcleos finitos como  $^{16}\text{O}$  e  $^{40}\text{Ca}$ , obtendo boa concordância com valores empíricos para esse potencial (partes central e spin-órbita) a energias baixas e intermediárias. Devemos salientar que Jaminon não obtém os valores (C.31) de Walecka, embora use a MFA. No caso, os valores empregados são  $C_S^2 = 240,1$  e  $C_V^2 = 166,9$ .

Tabela III.2 - Conjuntos de constantes de acoplamento e massas para a interação efetiva NN em núcleos.

	I-N	II-N	III-N
$g_{\sigma NN}^2/4\pi$	7,5	7,3	6,57
$g_{\omega NN}^2/4\pi$	10,8	10,8	9,25
$m_\sigma$ (MeV)	560	550	550
$m_\omega$ (MeV)	780	783	782,8

Na Tabela III.3 estão apresentados três conjuntos de parâmetros utilizados por alguns autores no cálculo da interação efetiva  $\Lambda N$  em  $\Lambda$ -hipernúcleos. O conjunto I- $\Lambda$  foi usado na referência [BW81(a)], supondo, para os mésons  $\sigma$  e  $\omega$ , as mesmas massas do caso de núcleos e a seguinte relação entre as constantes de acoplamento NN (do conjunto II-N) e  $\Lambda N$ :

$$g_{i\Lambda\Lambda} = \frac{1}{3} g_{iNN} \quad , \quad i = \sigma, \omega \quad (\text{III.23})$$

Estes valores reproduzem a redução do desdobramento spin-órbita e do potencial de partícula-única do  $\Lambda$ , em comparação com o caso de núcleos e estão de acordo com dados experimentais conhecidos para  $\Lambda$ -hipernúcleos. No conjunto II- $\Lambda$  apresentamos outros valores de Brockmann [Bro81] obtidos da relação  $U_{\sigma, \omega}^{(\Lambda N)} \approx 0,5 U_{\sigma, \omega}^{(NN)}$  para os potenciais (III.12) e (III.13) ou seja,

$$g_{i\Lambda\Lambda} \approx \frac{1}{2} g_{iNN} \quad , \quad i = \sigma, \omega \quad (\text{III.24})$$

sendo  $g_{\sigma, \omega}^{(NN)}$  do conjunto II-N. Ainda na Tabela III.3, o conjunto III- $\Lambda$  corresponde ao empregado por Bouyssy [Bo81], que admite as relações  $U_{\omega}^{(\Lambda N)}(0) \approx (2/3) U_{\omega}^{(NN)}(0)$  e  $U_{\sigma}^{(\Lambda N)}(0) \approx 0,59 U_{\sigma}^{(NN)}(0)$  valores estes que concordam com os obtidos por Noble [No80] e Pirner [Pi79], invocando forte quebra de simetria SU(3). Destas relações encontramos que

$$g_{\sigma\Lambda\Lambda} = \frac{2}{3} g_{\sigma NN} \quad (\text{III.26})$$

e

$$g_{\omega\Lambda\Lambda} \approx 0,59 g_{\omega NN}$$

Com as relações entre  $U_{\sigma, \omega}^{(\Lambda N)}$  e  $U_{\sigma, \omega}^{(NN)}$ , Bouyssy calculou o desdobramento spin-órbita do  ${}_{\Lambda}^{16}0$ , obtendo um valor praticamente nulo, em boa concordância com dados experimentais. Para os valores do conjunto III- $\Lambda$  usamos as relações (III.26) e o conjunto II-N.

Tabela III.3 - Conjuntos de constantes de acoplamento e massas para a interação efetiva  $\Lambda N$  em hipernúcleos.

	I- $\Lambda$	II- $\Lambda$	III- $\Lambda$
$g_{\sigma\Lambda\Lambda}^2/4\pi$	0,811	1,83	3,24
$g_{\omega\Lambda\Lambda}^2/4\pi$	1,20	2,70	3,76
$m_{\sigma}$ (MeV)	560	550	550
$m_{\omega}$ (MeV)	780	783	783

Finalmente, na Tabela III.4 estão apresentados os conjuntos de parâmetros para  $\Sigma$ -hipernúcleos. O conjunto I- $\Sigma$ , de Brockmann [Bro81], é determinado da relação entre as partes escalar e vetorial da interação  $\Sigma N$  em comparação com a NN. De acordo com Brockmann  $U_{\sigma,\omega}^{(\Sigma N)} \approx 0,4 U_{\sigma,\omega}^{(NN)}$ , de onde obtemos:

$$g_{i\Sigma\Sigma} \approx 0,40 g_{iNN}, \quad i = \sigma, \omega \quad (\text{III.27})$$

com  $g_{\sigma,\omega}^{(NN)}$  do conjunto II-N. O conjunto II- $\Sigma$  corresponde ao apresentado por Bouyssy [Bo81], que admite, para a interação  $\Sigma N$ , as relações  $U_{\omega}^{(\Sigma N)}(0) = (2/3) U_{\omega}^{(NN)}(0)$  e  $U_{\sigma}^{(\Sigma N)}(0) \approx 0,57 U_{\sigma}^{(NN)}(0)$ , das quais obtemos

$$g_{\sigma\Sigma\Sigma} \approx 0,57 g_{\sigma NN} \quad (\text{III.28})$$

$$g_{\omega\Sigma\Sigma} = \frac{2}{3} g_{\omega NN}$$

e os valores da Tabela III.4, usando o conjunto II-N.

Tabela III.4 - Conjuntos de constantes de acoplamento e massas para a interação efetiva  $\Sigma N$  em hipernúcleos.

	I- $\Sigma$	II- $\Sigma$	III- $\Sigma$
$g_{\sigma\Sigma\Sigma}^2/4\pi$	1,17	2,37	2,44
$g_{\omega\Sigma\Sigma}^2/4\pi$	1,73	4,80	3,60
$m_{\sigma}$ (MeV)	550	550	560
$m_{\omega}$ (MeV)	783	783	783

Ainda na Tabela III.4, o conjunto III- $\Sigma$ , de Dillig et al. [Di81], foi obtido através do cálculo de contribuição de troca efetiva de  $\sigma$  de uma série de diagramas, invocando a troca de dois p̄ions com a excitação de várias ressonâncias bariônicas de pequena massa. Neste caso, a relação determinada é

$$g_{\sigma\Sigma\Sigma} \approx 0,57 g_{\sigma NN} \quad (\text{III.29})$$

com o conjunto I-N. A constante  $g_{\omega\Sigma\Sigma}$  é considerada igual a  $g_{\omega\Lambda\Lambda}$ , ou seja:

$$g_{\omega\Sigma\Sigma} \approx g_{\omega\Lambda\Lambda} = 3,60 \quad (\text{III.30})$$

Esses conjuntos de parâmetros são empregados na estimativa que faremos no próximo capítulo para as energias de ligação do  ${}^{16}_{\Sigma}0$ , em comparação com aquelas do  ${}^{16}0$  e  ${}^{16}_{\Lambda}0$ , e para os potenciais do modelo de camadas, em comparação com resultados fenomenológicos.

### III.4 - Potencial do Modelo de Camadas Relativístico

Conforme discutido na seção III.1, os cálculos da teoria relativística de Brockmann em MFA consistem na resolução numérica e autoconsistente da equação de DH (III.11) ou (III.18), a partir do ajuste dos potenciais de partícula-única escalar ( $U_\sigma$ ) e vetorial ( $U_\omega$ ). Tal é feito de modo a reproduzir dados experimentais como desdobramento spin-órbita, energias de partícula-única e raio médio quadrático (rms) de núcleos e hipernúcleos.

Nesta seção desenvolveremos o modelo de camadas relativístico a partir da equação de DH para bárions em movimento no núcleo. Isto é feito com a finalidade de comparar os resultados de potenciais relativísticos com os valores empíricos conhecidos para o modelo de camadas, e através da obtenção de uma equação diferencial equivalente à de Schrödinger. Como base, utilizaremos a referência [Bro78].

A equação de DH (III.11) pode ser, como vimos anteriormente, substituída por um sistema de duas equações diferenciais acopladas para as componentes maior ( $G_\delta(r)$ ) e menor ( $F_\delta(r)$ ) dos spinores de Dirac. Esse sistema foi obtido na relação (III.19), podendo ser escrito na forma seguinte

$$\begin{aligned} \frac{dG_\delta(r)}{dr} &= D_\delta(r)F_\delta(r) - \frac{K}{r}G_\delta(r) \\ \frac{dF_\delta(r)}{dr} &= H_\delta(r)G_\delta(r) + \frac{K}{r}F_\delta(r) \end{aligned} \tag{III.31}$$

onde

$$\begin{aligned} D_\delta(r) &= M + E_\delta + U_-(r) \\ H_\delta(r) &= M - E_\delta + U_+(r) \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

ou seja,  $D_\delta(r)$  e  $H_\delta(r)$  são funções que dependem da energia  $\epsilon_\delta$  do estado de partícula-única ( $\epsilon_\delta = E_\delta - M$ ) e dos potenciais  $U_\pm(r)$  (ou  $U_o(r)$  e  $U_w(r)$ ).

O sistema (III.31) é, por sua vez, equivalente a uma equação diferencial de 2ª ordem, determinada pela eliminação, no sistema, da componente menor  $F_\delta(r)$ . Isso é feito derivando uma vez a primeira equação de (III.31) e usando novamente as duas equações do sistema. Resulta

$$G_\delta''(r) - \frac{D_\delta'(r)}{D_\delta(r)} G_\delta'(r) + \left[ -\frac{D_\delta'(r)}{D_\delta(r)} \frac{K}{r} - D_\delta(r) H_\delta(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] G_\delta(r) = 0 \quad (\text{III.33})$$

onde  $\ell(\ell+1) = K(K+1)$ .

Para eliminarmos a primeira derivada de  $G_\delta(r)$  em (III.33), definimos uma nova função,  $g_\delta(r)$ , dada por

$$g_\delta(r) = [D_\delta(r)]^{1/2} G_\delta(r) \quad (\text{III.34})$$

Com isto, obtemos a seguinte equação diferencial:

$$g_\delta''(r) + \left[ \frac{D_\delta''(r)}{2D_\delta(r)} - \frac{3}{4} \left( \frac{D_\delta'(r)}{D_\delta(r)} \right)^2 - \frac{D_\delta'(r)}{D_\delta(r)} \frac{K}{r} - D_\delta(r) H_\delta(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] g_\delta(r) = 0 \quad (\text{III.35})$$

A resolução desta equação (III.35), para  $g_\delta(r)$ , permite a obtenção das componentes maior e menor dos spinores de Dirac, pois entre essas funções existem as relações

$$G_\delta(r) = [D_\delta(r)]^{1/2} g_\delta(r)$$

e

$$F_\delta(r) = \left[ G'_\delta(r) + \frac{K}{r} G_\delta(r) \right] [D_\delta(r)]^{-1} \quad (\text{III.36})$$

É possível obter uma equação de Schrödinger equivalente, reescrevendo (III.35) na forma

$$g''_\delta(r) + \left\{ \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + 2M \left[ V_C^\delta(r) + V_{LS}^\delta(r) - \epsilon_\delta \right] \right\} g_\delta(r) = 0 \quad (\text{III.37})$$

onde  $\epsilon_\delta = E_\delta - M$  é a energia do estado de partícula-única para o bárion considerado. Os potenciais  $V_C^\delta(r)$  e  $V_{LS}^\delta(r)$  são identificados como as partes central e spin-órbita, respectivamente, do potencial (ótico) do modelo de camadas relativístico. Esses potenciais, para o estado  $\delta$ , são definidos por<sup>(\*)</sup>

$$V_C(r) = U_+(r) + [U_-(r) + \epsilon] [U_+(r) - \epsilon] / 2M$$

$$- \frac{D'(r)}{2MD(r)} \frac{1}{r} - \frac{D''(r)}{4MD(r)} + \frac{1}{2M} \frac{3D'^2(r)}{4D^2(r)} \quad (\text{III.38})$$

(\*) A partir daqui omitiremos o índice  $\delta$  dos estados.

$$V_{LS}(r) = -\frac{dU_c(r)/dr}{2M[2M + \epsilon + U_c(r)]} \frac{\vec{\ell} \cdot \vec{\sigma}}{r} \quad (\text{III.39})$$

com

$$U_{\pm}(r) = U_c(r) \pm U_w(r) \quad (\text{III.20})$$

Podemos notar, da equação de Schrödinger equivalente (III.39), que tanto o potencial de partícula-única central,  $V_c(r)$ , como o potencial spin-órbita,  $V_{LS}(r)$ , são, na descrição relativística, completamente determinados por duas componentes, ou seja, pelos potenciais de Dirac escalar,  $U_c(r)$ , e vetorial,  $U_w(r)$ . No próximo capítulo calcularemos esses potenciais, mas podemos agora analisá-los de forma qualitativa. Como o potencial  $U_c(r)$  é atrativo e  $U_w(r)$  repulsivo, podemos esperar que a contribuição de  $U_w(r)$  para a interação spin-órbita (III.39) seja grande. No caso de núcleos, uma estimativa [BW81(a)] permite afirmar que  $U_c(r) \approx -400$  MeV e  $U_w(r) \approx 300$  MeV sendo, portanto,  $U_{-}(r) \approx -700$  MeV. Assim os potenciais escalar (atrativo) e vetorial (repulsivo) se cancelam em grande parte para originar um potencial de partícula-única (central) pequeno e se somam para dar uma forte interação spin-órbita. Note-se que apenas com  $U_c(r)$  (caso  $U_w(r) = 0$ ) não poderíamos descrever relativisticamente as interações spin-órbita e central, ou seja, são importantes as contribuições relativísticas na obtenção dos potenciais de partícula-única.

Convém também salientar que os potenciais  $V_c(r)$  e  $V_{LS}(r)$  são, na descrição relativística de Dirac-Hartree, dependentes de estado,  $\delta$ , de partícula-única.

Em geral, na comparação com resultados empíricos do mo

delo de camadas, as expressões (III.38) e (III.39) podem ser aproximadas. No caso de núcleos, por exemplo, Brockmann estimou que os três últimos termos da (III.38) são pequenos ( $< 4 \text{ MeV}$ ) e podem ser desprezados. Da mesma forma não se consideram correções da ordem  $\epsilon/M$  ou  $M^{-2}$ . Dentro destas aproximações, as expressões para  $V_C(r)$  e  $V_{LS}(r)$  se simplificam, sendo então dadas por

$$V_C(r) = U_+(r) \left[ 1 + \frac{U_+(r)}{2M} \right] \quad (\text{III.40})$$

e

$$V_{LS}(r) = - \frac{dU_+(r)/dr}{2M[2M+U_+(r)]} \frac{\vec{\ell} \cdot \vec{\sigma}}{r} \quad (\text{III.41})$$

No caso de  $\Lambda$ - e  $\Sigma$ -hipernúcleos, como as energias de partícula-única são menores do que para os núcleos e as massas dos hiperons maiores que a dos nucleons, essa aproximação também é utilizada.

Para uma comparação com o potencial fenomenológico do modelo de camadas devemos lembrar que esse potencial  $\bar{e}$ , em geral, considerado na seguinte forma [BM79]

$$V(r) = \left[ V_C + V_{LS} r_0^2 \frac{\vec{\ell} \cdot \vec{\sigma}}{r} \frac{d}{dr} \right] \frac{\rho(r)}{\rho_0} \quad (\text{III.42})$$

sendo  $\rho(r)$  a distribuição de densidade nuclear,  $\rho_0$  a densidade média e  $r_0$  determinado pelo raio do sistema de  $(A-1)$  partículas. A forma mais comum de  $\rho(r)$  é a de Woods-Saxon com parâmetros ajustados para reproduzir dados experimentais. No caso de núcleos é

sabido que o coeficiente  $V_C \approx -(50-60)$  MeV e o coeficiente  $V_{S0} \approx 20$  MeV. Para hipernúcleos as análises ainda não são definitivas.

Cálculos relativísticos de  $V_C(r)$  e  $V_{LS}(r)$  tanto para núcleos como para hipernúcleos, através do uso de expressões como (III.40) e (III.41) têm permitido comparações com as análises fenomenológicas. Vários autores [Pi79, No80, Bo81, Di81, BW81(a)] mostram que isso é possível, parametrizando os potenciais relativísticos na forma  $U_{\sigma,\omega}(r) = u_{\sigma,\omega}\rho(r)/\rho_0$  e  $U_{\pm}(r) = u_{\pm}\rho(r)/\rho_0$  e fazendo comparações no ponto  $r=0$  para determinar os coeficientes  $u_i$ . Essa parametrização corresponde a uma aproximação de alcance zero, pois se  $q^2 \ll m_{\sigma,\omega}^2$ , esses potenciais podem ser considerados na forma  $V_i(\vec{r}-\vec{r}') = \pm (g_i^2/m_i^2) \delta(\vec{r}-\vec{r}')$ , levando, pela expressão (III.2), à forma  $U_i(r) = u_i\rho(r)/\rho_0$ .

O maior interesse no cálculo relativístico dos potenciais central e spin-órbita do modelo de camadas consiste na tentativa de descrever teoricamente, por mecanismos de troca, a origem da interação spin-órbita que, mesmo no caso dos núcleos, não está bem explicada. A descrição relativística de Brockmann, que apresentamos, descreve as trocas de apenas um méson escalar ( $\sigma$ ) e um vetorial ( $\omega$ ), mostrando que o acoplamento  $\Lambda N$  (ou  $\Sigma N$ ) em hipernúcleos é mais fraco que o correspondente  $NN$  em núcleos. Isso é consequência, a nível fenomenológico, das relações entre as constantes de acoplamento que discutimos na seção III.3.

A estimativa variacional que será relatada no próximo capítulo constará de cálculos de energias de estados de partícula-única e do potencial do modelo de camadas. Essas estimativas serão comparadas com resultados de outros autores para os casos de núcleos e hipernúcleos.

#### IV - ESTIMATIVA DAS ENERGIAS DE PARTÍCULA-ÚNICA E POTENCIAL SPIN- ÓRBITA NO ${}^{16}_\Sigma 0$

Neste capítulo, através do formalismo relativístico, calculamos o potencial spin-órbita do hipernúcleo  ${}^{16}_\Sigma 0$  e apresentamos uma estimativa variacional para as energias de partícula-única desse hipernúcleo.

Como citamos no capítulo anterior, a teoria relativística de Brockmann [Bro78] reproduz bem dados de energias de partícula-única e interação spin-órbita para núcleos e hipernúcleos com o método autoconsistente de Hartree. A partir de spinores de Dirac tipo Woods-Saxon, que originam os potenciais de troca escalar ( $U_\sigma$ ) e vetorial ( $U_\omega$ ), pela resolução numérica da equação de Dirac-Hartree, são obtidas as energias de partícula-única e novas autofunções. Esse procedimento iterativo é realizado várias vezes até uma convergência. Assim, o método de Brockmann e Weise exige um grande trabalho computacional e muito tempo disponível em um computador de médio porte. Em nosso caso, escolhemos uma forma diferente de resolução do problema, ou seja, uma estimativa variacional das características do hipernúcleo  ${}^{16}_\Sigma 0$ . Essa estimativa, como veremos, baseia-se no formalismo relativístico de Brockmann descrito no capítulo anterior, mas não apresenta soluções autoconsistentes. Os resultados, para as energias de partícula-única, são analisados em comparação com os de Brockmann [Bro81] e Bouyssy [Bo81], em função dos parâmetros da seção III.3.

Da mesma forma, o potencial spin-órbita do  ${}^{16}_\Sigma 0$  será cal

culado relativisticamente e comparado com o previsto por outros autores, como Bouyssy [Bo81], Brockmann [Bro81] e Dillig et al [Di81].

Antes de descrevermos o método variacional empregado e relatarmos sua aplicação ao  ${}^{16}_\Sigma 0$ , vamos apresentar uma descrição dos spinores utilizados para os cálculos anteriores.

#### IV.1 - Função de Onda Relativística

Conforme vimos na seção III.1, os potenciais de troca  $U_\sigma$ ,  $U_\omega$  são determinados a partir das relações (III.10), (III.12) e (III.13). Essas expressões podem ser reescritas usando a forma desses potenciais no espaço de momenta, ou seja:

$$U_i(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int V_i(q) e^{i\vec{q}\cdot(\vec{r}-\vec{r}')} \rho_i(r') d\vec{r}' d\vec{q}, \quad (\text{IV.1})$$

$$V_i(q) = \pm \frac{g_i^2}{4\pi} \frac{1}{q^2 + m^2} \quad ; \quad i = \sigma, \omega \quad (\text{IV.2})$$

sendo  $g_i^2/4\pi$ , as respectivas constantes de acoplamento e  $\rho_\sigma(r)$  ( $\rho_\omega(r)$ ) a densidade escalar (vetorial). O sinal + (-) corresponde ao caso repulsivo (atrativo) do potencial  $U_\omega$  ( $U_\sigma$ ).

Para encontrar a forma dos potenciais  $U_i(r)$  necessitamos especificar a densidade  $\rho_i(r)$ , ou seja, as funções de onda relativísticas.

Para o método da referência [Bro78], a forma das funções de onda, Woods-Saxon ou oscilador harmônico, não é muito

significativa, pois o processo de autoconsistência corrige as diferenças. Mesmo assim, são utilizadas, por ele, funções de onda do tipo Woods-Saxon, uma vez que esta é a forma mais comumente empregada para o potencial nuclear. Essas funções de onda são obtidas, por resolução numérica da equação de Dirac com um potencial central Woods-Saxon. Como queremos evitar ao máximo a solução numérica, optamos por funções de onda relativísticas tipo oscilador harmônico. Isso pode também ser justificado parcialmente, para núcleos, por um trabalho de Jaminon et al [Jam80], que comparando, para o  $^{16}\text{O}$ , a distribuição de densidade não relativística (com funções de onda de oscilador harmônico) e a calculada na aproximação de Hartree relativística, mostra que as diferenças são pequenas e apenas para distâncias maiores que 2 fm. Vamos, portanto, considerar funções de onda tipo oscilador harmônico relativístico.

Para obter a forma dessas funções, partimos da equação de Dirac para uma partícula de spin  $1/2$  e massa  $M$  num potencial vetorial externo  $\phi_\mu(r)$  [IM67]. O potencial  $\phi_\mu(r)$  é escolhido regular na origem e de tal forma que tem apenas a quarta componente diferente de zero, isto é,

$$\begin{aligned}\phi_\mu(r) &= (0, 0, 0, i\phi(r)) \\ \phi(r) &= M\omega r^2\end{aligned}\tag{IV.3}$$

O cálculo detalhado das formas dos spinores  $\psi_i(\vec{r})$  resultantes da resolução da equação de Dirac pode ser encontrado no Apêndice D. Essas soluções têm a forma geral

$$\Psi(r) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} iG_\delta(r) \\ F_\delta(r) \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \end{pmatrix} Y_\delta(\hat{r}) \quad (\text{III.16})$$

Explicitamente, para os estados  $1s_{1/2}$ ,  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  do  $^{16}\text{O}$ , considerando  $\beta = \sqrt{1/M\omega}$  como o parâmetro do oscilador, temos que

$$\Psi_{1s_{1/2}}(r) = \frac{2}{\pi^{1/4} \beta^{3/2}} e^{-r^2/2\beta^2} \begin{pmatrix} Y_0^{1/2m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.4})$$

$$\Psi_{1p_{3/2}}(r) = \sqrt{\frac{8}{3}} \frac{1}{\pi^{1/4} \beta^{5/2}} r e^{-r^2/2\beta^2} \begin{pmatrix} Y_1^{3/2m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.5})$$

$$\Psi_{1p_{1/2}}(r) = \sqrt{\frac{8}{3}} \frac{1}{\pi^{1/4} \beta^{5/2}} \frac{\alpha+1}{\alpha} r e^{-r^2/2\beta^2} \begin{pmatrix} Y_1^{1/2m} \\ \frac{3i}{\beta M(1+\alpha)} \frac{\beta}{r} Y_0^{1/2m} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.6})$$

com

$$\alpha = [1 + 6\gamma^2] ; \quad \gamma = \frac{1}{\beta M} \quad (\text{IV.7})$$

normalizadas de acordo com (III.18). No limite não-relativístico  $\gamma = 0$  e  $\alpha = 1$ . Para auto-estados com  $j = \ell \pm 1/2$ , as funções  $Y_\ell^{jm}$  são dadas por [Me62]:

$$Y_\ell^{jm} = (2\ell+1)^{-1/2} \begin{pmatrix} \pm \sqrt{\ell \pm m + 1/2} Y_\ell^{m-1/2} \\ \sqrt{\ell \mp m - 1/2} Y_\ell^{m+1/2} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.8})$$

Assim, a partir da forma conhecida para os spinores de Dirac de quatro componentes (III.16) podemos determinar as densidades escalar e vetorial. Essas densidades, já definidas anteriormente, têm a forma

$$\rho_s(r) = \sum_{\delta} \bar{\Psi}_{\delta} \Psi_{\delta} \quad (\text{III.14})$$

e

$$\rho_w(r) = \sum_{\delta} \Psi_{\delta}^+ \Psi_{\delta} \quad (\text{III.15})$$

onde a soma sobre  $\delta$  corre sobre todos os estados de partícula-única do núcleo-alvo  ${}^{16}_0\text{O}$  (ou do hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$ ). Utilizando os spinores determinados em (IV.4)-(IV.6), temos para as densidades que:

$$\rho_{\sigma,w}(r) = 2 \sum_j \frac{(2j+1)}{4\pi} \frac{G_j^2 \pm F_j^2}{r^2} \quad (\text{IV.9})$$

onde o sinal  $+(-)$  refere-se a partícula vetorial (escalar) e o fator 2 vem da soma em isospin. Resulta, portanto, que:

$$\rho_{\sigma}(r) = \frac{4}{\pi^{3/2} \beta^3} \left[ (1+A) + \frac{2r^2}{3\beta^2} (2+B) \right] e^{-r^2/\beta^2} \quad (\text{IV.10a})$$

$$\rho_w(r) = \frac{4}{\pi^{3/2} \beta^3} \left[ (1-A) + \frac{2r^2}{3\beta^2} (2+B) \right] e^{-r^2/\beta^2} \quad (\text{IV.10b})$$

sendo

$$A = \frac{\alpha - 1}{2\alpha} \quad \text{e} \quad B = \frac{\alpha + 1}{2\alpha} \quad (\text{IV.11})$$

No limite não-relativístico  $\alpha = 1$  ( $A=0$  e  $B=1$ ) as expres-

sões (IV.10) recaem na expressão conhecida para a densidade do oscilador harmônico

$$\rho_{nr}(r) = \frac{4}{\pi^{3/2} \beta^3} \left(1 + \frac{2r^2}{\beta^2}\right) e^{-r^2/\beta^2} \quad (IV.12)$$

A determinação dos potenciais de troca  $U_\sigma(r)$  e  $U_\omega(r)$ , uma vez conhecidas as densidades, é feita por (IV.1). Essa expressão pode, porém, ser simplificada devido às formas (IV.10) das densidades. Substituindo  $\rho_\sigma(r)$  e  $\rho_\omega(r)$  em (IV.1) e integrando sobre a variável  $\vec{r}$ , obtemos

$$U_i(r) = \pm \frac{g_i^2}{m_i^2} \frac{2}{\pi^2 r} \int_0^\infty \frac{q \operatorname{sen}(qr)}{1 + q^2/m_i^2} \left[ (1 \pm A) + (1 - q^2\beta^2/6)(2 + B) \right] e^{-q^2\beta^2/4} dq \quad (IV.13)$$

$i = \sigma, \omega$

onde  $+(-)$  se refere ao mēson vetorial (escalar).

A integração em momenta nos leva à relação final para os potenciais de troca, isto é:

$$U_i(r) = \pm \frac{g_i^2}{4\pi} \frac{8}{\pi} \left\{ \frac{(2+B)}{3\beta} \sqrt{\pi} e^{-r^2/\beta^2} - \left[ 3+B \pm A + (2+B) \frac{\beta^2 m_i^2}{6} \right] \frac{\pi}{4} \frac{e^{-\beta^2 m_i^2}}{r} \cdot \left[ e^{m_i r} \operatorname{erfc} \left( \frac{m_i \beta}{2} + \frac{r}{\beta} \right) - e^{-m_i r} \operatorname{erfc} \left( \frac{m_i \beta}{2} - \frac{r}{\beta} \right) \right] \right\} \quad (IV.14)$$

onde  $\operatorname{erfc}(z)$  é a função erro complementar.

Portanto, a escolha da forma das funções de onda relativísticas tipo oscilador harmônico, nos conduz a expressões analíticas para os potenciais de troca dos mēsons escalar e vetorial. Essas formas dependem de parâmetros como constantes de

acoplamento, massas e do parâmetro  $\beta$  do oscilador harmônico. Além disto, esses potenciais não são funções dos estados de partícula-única, como no caso de Brockmann, devido à soma sobre todos os números quânticos  $j$  em (IV.9).

Na próxima seção apresentamos os resultados de nossa estimativa para  $U_{\sigma}(r)$  e  $U_{\omega}(r)$ , de acordo com (IV.14), para núcleos e hipernúcleos, com os diversos conjuntos de parâmetros discutidos na seção III.3.

#### IV.2 - Potenciais de Troca de Bósons

De acordo com a seção anterior, vamos calcular os potenciais de troca  $U_i(r)$  pela expressão (IV.14), escolhendo um conjunto de parâmetros  $g_i^2/4\pi$ ,  $m_i$  e  $\beta$ .

Inicialmente apresentamos uma estimativa desses potenciais para o caso do núcleo  $^{16}\text{O}$ , usando os conjuntos I-N, II-N e III-N descritos na seção III-3, e a comparamos com resultados relatados por outros autores. Posteriormente faremos uma estimativa análoga para hipernúcleos.

Na Figura IV.1 podem ser vistas as funções  $U_{\sigma}(r)$  e  $U_{\omega}(r)$  para o  $^{16}\text{O}$  obtidas com os três conjuntos de parâmetros da Tabela III.2. Para nossos cálculos supusemos  $\beta = 1,6$  fm, valor citado por Bouyssy [Bo81] em sua análise, mesmo sabendo que esse valor de  $\beta$  conduz a um raio quadrático médio muito pequeno ( $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 2,30$  fm) em comparação com a experiência [AS77] ( $\sqrt{\langle r^2 \rangle}_{\text{EXP}} = 2.71$  fm). Porém, o próprio Bouyssy mostra que esse valor de  $\beta$  leva a resultados para  $U_{\sigma}(r)$  e  $U_{\omega}(r)$  muito próximos dos obtidos numa so-

lução consistente das equações acopladas de Dirac. Podemos também encontrar o valor  $\beta = 1,6$  fm da relação para a frequência de um oscilador não-relativístico no caso do  $^{16}\text{O}$ , isto é  $\hbar\omega \approx 41 \text{ A}^{-1/3}$ . Dos resultados da Figura IV.1 vemos que, como se esperava, o potencial  $U_\sigma(r)$  é atrativo e  $U_\omega(r)$ , repulsivo. Próximo da origem, esses potenciais podem ser comparados com estimativas conhecidas. Os valores obtidos variam em função do conjunto usado, ou seja,  $U_\sigma(0) \approx -(393-437) \text{ MeV}$  e  $U_\omega(0) \approx (281-330) \text{ MeV}$ . Na referência [BW81(a)],  $U_\sigma(0) \approx -400 \text{ MeV}$  e  $U_\omega(0) \approx 300 \text{ MeV}$ , enquanto Bouyssy [Bo81] encontra  $U_\sigma(0) \approx -433 \text{ MeV}$  e  $U_\omega(0) \approx 326 \text{ MeV}$ . Jaminon et al. [Jam80] relata que  $U_\sigma(0) \approx -423 \text{ MeV}$  e  $U_\omega(0) \approx 330 \text{ MeV}$ . Como vemos, nossos cálculos coincidem bastante bem com os apresentados por esses autores. Uma análise da forma dos potenciais mostra que os nossos são muito semelhantes aos descritos por Jaminon, que também usa as funções de onda do oscilador harmônico, porém não-relativísticas. Da Figura IV.1 vemos ainda que a forma das funções  $U_i(r)$  lembra a forma da densidade nuclear dada por uma expressão tipo Woods-Saxon. Por isso mesmo, muitas vezes os potenciais de troca  $U_i(r)$  são parametrizados como  $U_i(r) = u_i \rho(r) / \rho_0$ .

Uma estimativa que efetuamos indica que o uso de funções não-relativísticas aumenta em módulo esses potenciais de um fator da ordem de 2% próximo da origem. A consequência da utilização do limite não-relativístico será discutida nas próximas seções. Da Fig. IV.1 não é possível determinar qual dos conjuntos de parâmetros melhor descreve os potenciais, pois não temos dados experimentais diretos para essas funções. Uma primeira análise, comparando com os resultados dos autores acima citados, pa

rece indicar que o conjunto III-N origina um potencial vetorial pouco repulsivo. Na próxima seção calcularemos as partes central e spin-órbita do potencial relativístico do modelo de camadas e, comparando com dados fenomenológicos, poderemos melhor avaliar qual dos conjuntos de parâmetros é o mais apropriado para nossa estimativa de energias de ligação do  $^{16}_0$  e do  $^{16}_\Sigma$ .

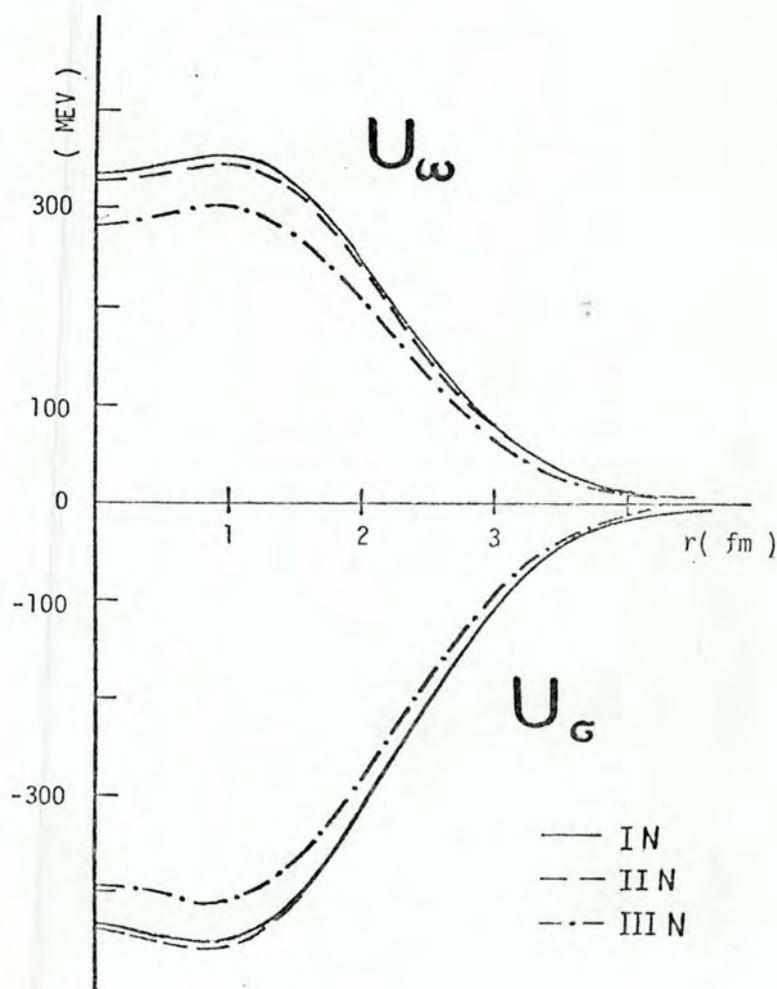


FIGURA IV.1 - Potenciais de troca dos mésons escalar [ $U_G(r)$ ] e vetorial [ $U_\omega(r)$ ] em função da distância, para os três conjuntos de parâmetros da Tabela III.2 para o caso do  $^{16}_0$ .

Na Figura IV.2 estão reproduzidos nossos resultados para  $U_{\sigma}(r)$  e  $U_{\omega}(r)$  no caso do hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$  em função dos conjuntos de parâmetros da Tabela III.4 e usando  $\beta = 1,58$  fm. Esse valor de  $\beta$  coincide com o proposto por Gal [Ga80] ao estudar larguras de estados do  ${}^{16}_{\Sigma}0$ , num modelo de potencial ótico. Uma outra estimativa para hipernúcleos foi feita por Bouyssy [Bo79] para  $\Lambda$ -hipernúcleos. Esse autor afirma que o espaçamento médio de níveis em espectros de hipernúcleos de camadas p e s-d podem ser reproduzidos por um potencial oscilador harmônico de frequência dada pela relação  $\hbar \approx 27 A^{-1/3}$ . No caso de  ${}^{16}_{\Sigma}0$ , essa relação daria  $\beta = 1,75$  fm. Entretanto, como essa estimativa de Bouyssy foi feita para uma média de vários  $\Lambda$ -hipernúcleos, optamos pelo valor proposto por Gal. Além disto, um valor de  $\beta$  maior implicaria, em nossos cálculos, num aumento dos potenciais de troca, o que não é conveniente, conforme veremos na próxima seção, para reproduzir dados fenomenológicos conhecidos, no caso de  $\Lambda$ -hipernúcleos. Uma vez que usamos o mesmo  $\beta$  para  $\Lambda$ - e  $\Sigma$ -hipernúcleos, escolhemos o menor valor, ou seja,  $\beta = 1,58$  fm. Analisando a Fig. IV.2 em comparação com a Fig. IV.1, vemos que as curvas reproduzem as relações entre as constantes de acoplamento (seção III.3), a menos de pequenos desvios decorrentes das diferenças entre as massas. Também, como no caso do  ${}^{16}0$ , o potencial  $U_{\sigma}(r)$  ( $U_{\omega}(r)$ ) é atrativo (repulsivo) como esperado. Um cálculo de Bouyssy obtém  $U_{\sigma}(0) \approx -217$  MeV e  $U_{\omega}(0) \approx 247$  MeV que deve ser comparado com nossos resultados [ $U_{\sigma}(0) \approx -(181-302)$  MeV e  $U_{\omega}(0) \approx (136-204)$  MeV] da Fig. IV.2. Nota-se que existe uma razoável discordância para  $U_{\omega}(0)$ . Uma estimativa, feita com as funções de onda no limite não-relativístico, indica um aumento de  $\sim 2\%$  em módulo para esses po-

tenciais, próximo da origem. Nas seções seguintes voltaremos a considerar esse limite, analisando a modificação que isso acarretaria em nossos resultados. Como não existem outras estimativas para os potenciais  $U_{\sigma}(r)$  e  $U_{\omega}(r)$ , nada podemos afirmar sobre nossos conjuntos de parâmetros. Isto será discutido na próxima seção, quando determinarmos os potenciais do modelo de camadas e os compararmos com resultados fenomenológicos.

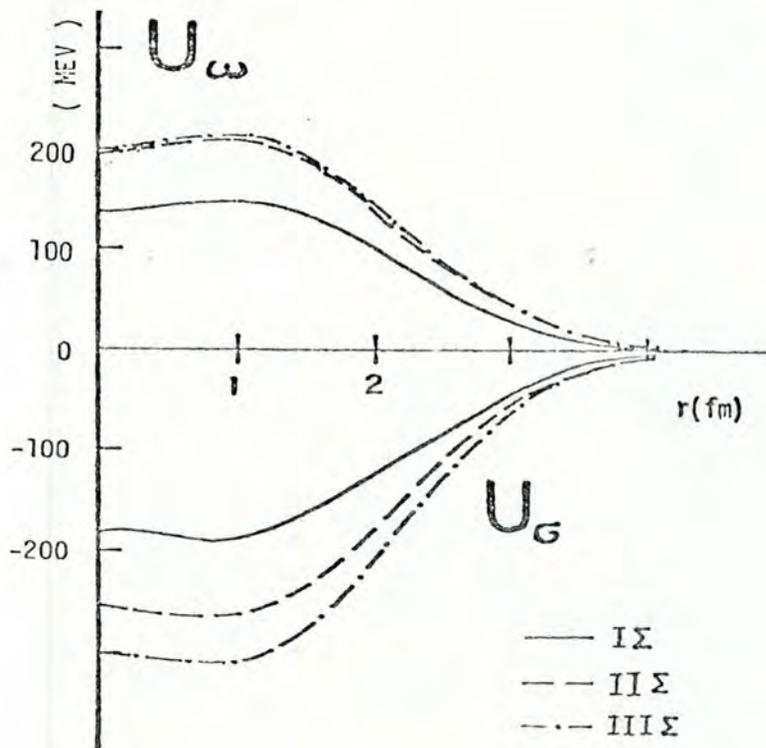


FIGURA IV.2 - Potenciais de troca dos mésons escalar  $[U_{\sigma}(r)]$  e vetorial  $[U_{\omega}(r)]$  em função da distância, para os três conjuntos de parâmetros da Tabela III.4 no caso do  ${}^6_2\text{Li}$ .

Na Figura IV.3 apresentamos os potenciais de troca  $U_{\sigma}(r)$  (atrativo) e  $U_{\omega}(r)$  (repulsivo) para o caso do hipernúcleo  ${}^6_{\Lambda}\text{O}$ ,

com os conjuntos de parâmetros da Tabela III.3 e  $\beta = 1,58$  como no  ${}^{16}_{\Sigma}0$ . Embora estejamos interessados no estudo do  ${}^{16}_{\Sigma}0$ , uma análise dos potenciais de troca do  ${}^{16}_{\Lambda}0$  e do correspondente potencial do modelo de camadas, para os quais existem outras estimativas na literatura, servirá como teste do nosso método e suas aproximações. Da Fig. IV.3 vemos que  $U_{\sigma}(0) \approx -(149-302)$  MeV e  $U_{\omega}(0) \approx (114-201)$  MeV. Para Bouyssy [Bo79]  $U_{\sigma}(0) \approx -217$  MeV e  $U_{\omega}(0) \approx 255$  MeV, ou seja, um potencial vetorial um pouco maior que os nossos. Já Noble [No80], ajustando o potencial vetorial com acoplamento tensorial para a obtenção da parte central do potencial  $\Lambda$ -núcleo, relata  $U_{\sigma}(0) = -235$  MeV e  $U_{\omega}(0) = 293$  MeV. Usando, adicionalmente, o princípio de exclusão para os nucleons, Noble [No80] obtêm valores bem menores, ou seja,  $U_{\sigma}(0) = -255$  MeV e  $U_{\omega}(0) = 220$  MeV. Essas estimativas para  $U_{\omega}(0)$ , como vemos, não coincidem com as descritas na Fig. IV.3. As diferenças serão discutidas ao analisarmos, na próxima seção, dados fenomenológicos para o  ${}^{16}_{\Lambda}0$ . Devemos, entretanto, salientar que os dois autores citados incluem o termo de acoplamento tensorial para o méson vetorial  $\omega$ , que não consideramos. A Fig. IV.3, em comparação com as Figuras IV.1 e IV.2, reflete as relações da seção III.3 para as respectivas constantes de acoplamento, a menos de diferenças entre as massas dos conjuntos usados. Da mesma forma que nos casos do  ${}^{16}0$  e  ${}^{16}_{\Sigma}0$ , não podemos, da Fig. IV.3, determinar o melhor conjunto de constantes de acoplamento e massas dos mésons.

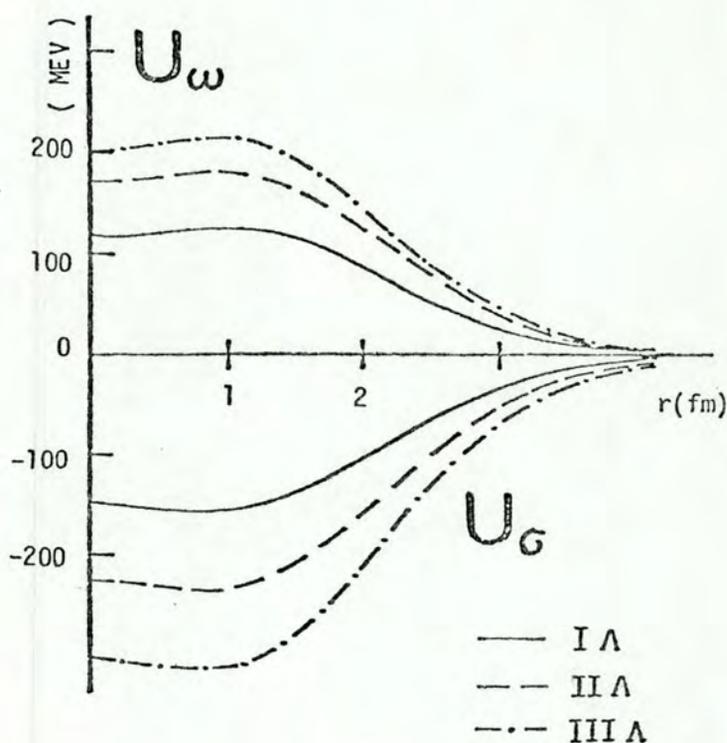


FIGURA IV.3 - Potenciais de troca dos mésons escalar  $[U_{\sigma}(r)]$  e vetorial  $[U_{\omega}(r)]$  em função da distância, para os três conjuntos de parâmetros da Tabela III.3 no caso do  ${}^{16}_{\Lambda}O$ .

#### IV.3 - Potenciais Central e Spin-Órbita

Conforme salientamos na seção anterior, a determinação relativística dos potenciais de troca  $U_{\sigma}(r)$  e  $U_{\omega}(r)$  não pode ser diretamente comparada com dados experimentais, mas apenas com outras estimativas teóricas. Para melhor avaliar nossos resultados, vamos obter os potenciais relativísticos do modelo de cama

das, cujas partes central e spin-órbita, bem como os respectivos coeficientes, têm sido muito analisados, sendo bem conhecidos, em especial no caso de núcleos e  $\Lambda$ -hipernúcleos.

Nossa estimativa para os potenciais de partícula-única de um bárion de massa  $M$  no núcleo segue o formalismo do Capítulo III. Como vimos, a parte central ( $V_C(r)$ ) e a spin-órbita ( $V_{LS}(r)$ ) podem ser encontradas relativisticamente das expressões (III.38) e (III.39) ou ainda, na aproximação  $\epsilon_g/M \ll 1$ , pelas (III.40) e (III.41). Para nossos cálculos, usaremos as relações aproximadas, dadas por:

$$V_C(r) = U_+(r) \left[ 1 + \frac{U_-(r)}{2M} \right] \quad (\text{III.40})$$

e

$$V_{LS}(r) = - \frac{1}{2M[2M+U_-(r)]} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} U_-(r) \vec{\ell} \cdot \vec{\sigma} \quad (\text{III.41})$$

com

$$U_{\pm}(r) = U_{\sigma}(r) \pm U_{\omega}(r) \quad (\text{III.20})$$

O potencial bárion-núcleo é dado pela soma das partes central e spin-órbita.

As funções  $V_C(r)$  e  $V_{LS}(r)$  são determinadas numericamente, a partir do conhecimento dos potenciais de troca  $U_{\sigma}(r)$  e  $U_{\omega}(r)$  (ou dos potenciais  $U_{\pm}(r)$ ), apresentados na seção anterior.

Os resultados relativísticos de (III.40) e (III.41) são comparados com o potencial fenomenológico dado por

$$V_N(r) = \left\{ V_C \frac{\rho(r)}{\rho_0} + V_{so} \tau_3^2 \vec{\ell} \cdot \vec{s} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{\rho(r)}{\rho_0} \right\} \quad (\text{III.42})$$

sendo  $\rho(r)$  a densidade nuclear e  $\rho_0$  a densidade média. Em geral, a densidade  $\bar{\rho}$  é escolhida como uma função do tipo Woods-Saxon, ou seja:

$$\rho(r) = \rho_0 \left[ 1 + e^{(r-R)/a} \right]^{-1} \quad (\text{II.8})$$

com  $R = r_0(A-1)^{1/3}$ ,  $a = 0,65$  fm e  $r_0 = 1,1$  fm [BM69].

Nesta comparação é possível determinar os coeficientes da parte central ( $V_C$ ), igualando, na origem, os potenciais relativístico e fenomenológico do seguinte modo:

$$V_C(0) = V_C \frac{\rho(0)}{\rho_0} \quad (\text{IV.15})$$

ou seja,

$$V_C = [1 + e^{-R/a}] V_C(0) \quad (\text{IV.16})$$

De forma análoga encontra-se o coeficiente (intensidade) da parte spin-órbita ( $V_{S0}$ ) do potencial. Isso é feito igualando a parte spin-órbita, (III.42), com a (III.41) na superfície do núcleo de raio  $R = r_0(A-1)^{1/3}$ . Resulta que

$$V_{LS}(R) = V_{S0} \frac{r_0^2}{2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{\rho(r)}{\rho_0} \Big|_{r=R} \quad (\text{IV.17})$$

ou ainda

$$V_{S0} = \frac{8a}{r_0^2} V_{LS}(R) \quad (\text{IV.18})$$

Na Figura IV.4 apresentamos nossas estimativas relativísticas para o coeficiente  $V_C$  de acordo com a expressão (IV.16) em função dos conjuntos de parâmetros das Tabelas III.2, III.3 e

III.4, respectivamente, para  ${}^{16}_0$ ,  ${}^{16}_\Lambda 0$  e  ${}^{16}_\Sigma 0$ . É sabido que o potencial de partícula-única bárion-núcleo para o  ${}^{16}_0$  corresponde a um poço de profundidade  $-(50-60)$  MeV no caso do nucleon;  $-30$  MeV para a  $\Lambda$  e  $-(20-30)$  MeV para a  $\Sigma$ . Da Figura IV.4 podemos notar que os conjuntos III-N, III- $\Lambda$  e II- $\Sigma$  reproduzem mal estes valores. As estimativas de  $V_C$  descritas na literatura correspondem aos trabalhos de Brockmann [Bro81], Bouyssy [Bo81] e Dillig et al [Di81], para  ${}^{16}_0$ ,  ${}^{16}_\Lambda 0$  e  ${}^{16}_\Sigma 0$ , todos, porém, incluindo o acoplamento tensorial para o méson vetorial. Os resultados desses autores são indicados na Fig. IV.4 para comparação com os nossos. Novamente vemos que os conjuntos III- $\Lambda$  e II- $\Sigma$  dão um potencial central cerca de duas vezes maior que o esperado. No caso de núcleos, os conjuntos I-N e II-N se equivalem, dando um poço de cerca de  $-60$  MeV, enquanto que o conjunto III-N dá um poço muito profundo. Para os  $\Lambda$ - e  $\Sigma$ -hipernúcleos, nossos resultados para os outros conjuntos indicam valores um pouco maiores do que os desejados, mas pelo menos no caso do  ${}^{16}_\Lambda 0$  (I- $\Lambda$ ), esse valor é da ordem do calculado por Bouyssy. Na Fig. IV.4, para o caso do  $\Sigma$ -hipernúcleo, indicamos também as nossas estimativas para  $V_C$  com funções de onda do oscilador harmônico não-relativístico que, nesse limite, corresponde a um poço mais profundo. O mesmo acontece para  $V_C$  no  ${}^{16}_0$  e  ${}^{16}_\Lambda 0$ . Vemos, portanto, que o potencial central é altamente sensível à competição entre a forte atração de alcance médio, induzida pelo méson  $\sigma$ , e a forte repulsão de curto alcance, devida ao méson  $\omega$  e, logo, pequenas variações nas constantes de acoplamento, em especial com a inclusão do acoplamento tensorial para o  $\omega$ , pode levar a uma melhor concordância com a experiência [Di81]. Assim sendo, devemos analisar também a interação spin-órbita, a fim de melhor avaliar os vários conjuntos de parâmetros utilizados e seus resultados.

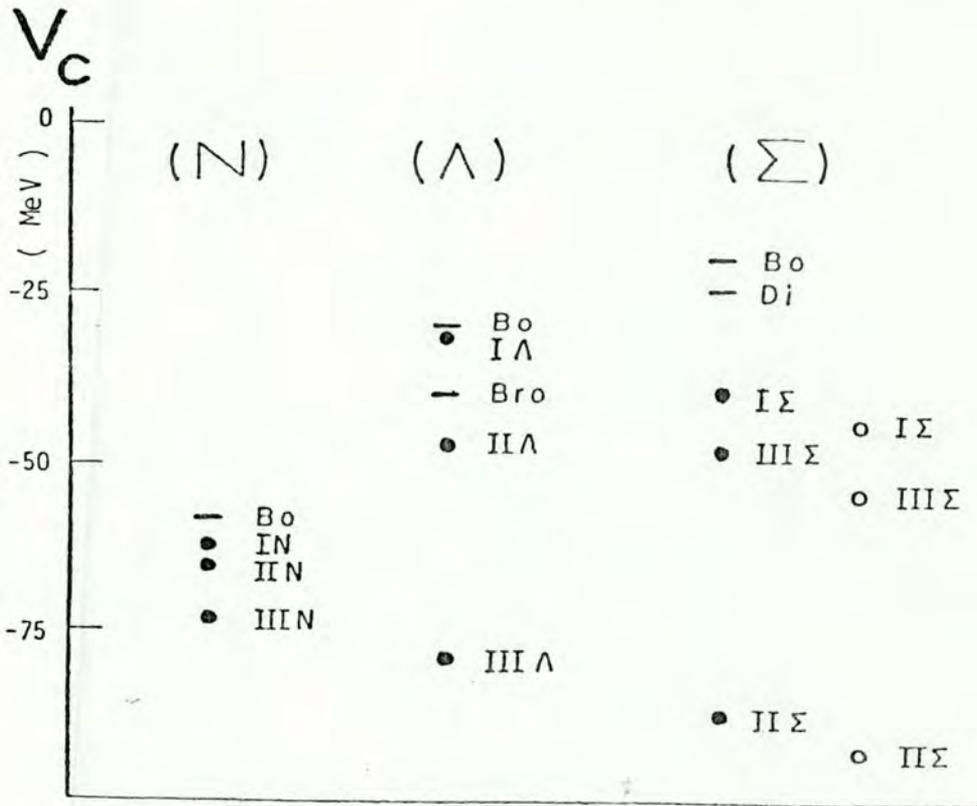


FIGURA IV.4 - Comparação entre os coeficientes  $V_C$  da parte central do potencial do modelo de camadas previstos para os vários conjuntos de parâmetros das Tabelas III.2, III.3 e III.4 para núcleo (N),  $\Lambda$ -hipernúcleo ( $\Lambda$ ) e  $\Sigma$ -hipernúcleo ( $\Sigma$ ), no caso do  $^{16}\text{O}$ . Estão também incluídas as previsões de Bouyssy (Bo), Brockmann (Bro) e Dillig (Di), conforme referências citadas no texto. Os pontos brancos correspondem a cálculos não-relativísticos para o  $^{16}_{\Sigma}\text{O}$ .

Na Figura IV.5 apresentamos, para o  $^{16}_{\Lambda}\text{O}$  e o  $^{16}_{\Sigma}\text{O}$ , as intensidades da interação spin-órbita ( $V_{S_0}^{HY}$ ) normalizadas a do nucleon ( $V_{S_0}^N$ ) e obtidas a partir dos conjuntos de parâmetros das Tabelas III.3 e III.4. Em nossas estimativas determinamos  $V_{S_0}^N = 16,55$  MeV tanto com o conjunto I-N como com o II-N. Na Figura IV.5 estão também indicados outros valores de  $V_{S_0}^{HY}/V_{S_0}^N$  descritos na literatura. Assim, citamos as avaliações de Pirner [Pi79], Noble

[No80], Dover [Do80], Brockmann e Weise [BW81(b)], Bouyssy [Bo81] e Dillig et al. [Di81]. Estes dois últimos autores apresentam também resultados onde o acoplamento tensorial do méson  $\omega$ , relacionado com o momento magnético anômalo do bárion, não foi considerado. Da comparação de nossos cálculos com os da literatura, podemos verificar que a intensidade da interação spin-órbita é, no nosso caso, da mesma ordem para  $\Sigma^-$  e  $\Lambda$ -hipernúcleo. Com os conjuntos II- $\Sigma$ , III- $\Lambda$  e II-N, que correspondem aos usados por Bouyssy [Bo81], obtemos  $V_{S0}^{\Lambda} \approx V_{S0}^{\Sigma}$  (7,58 MeV e 6,54 MeV para  $\Lambda$  e  $\Sigma$  respectivamente), concordando com o valor calculado por esse autor ( $V_{S0}^{\Lambda} \sim 7$  MeV e  $V_{S0}^{\Sigma} \sim 5-7$  MeV), porém a intensidade da parte central, para esses conjuntos, como vimos, é muito grande. Os conjuntos propostos por Brockmann [Bro81], que são I- $\Sigma$ , II- $\Lambda$  e II-N, nos levam à condição  $V_{S0}^{\Lambda} \gtrsim V_{S0}^{\Sigma} \sim 4$  MeV, mas a valores melhores para as partes centrais. Nos trabalhos de Bouyssy [Bo81], Brockmann e Weise [BW81(a)] e Dillig et al. [Di81] se mostra que a inclusão do termo de acoplamento tensorial para o méson  $\omega$  diminui a interação spin-órbita para o caso do  ${}_{\Lambda}^{16}O$ , levando a uma melhor concordância com a experiência e com o modelo de quarks de Pirner [Pi79]. Porém, no caso do  ${}_{\Sigma}^{16}O$ , a contribuição do acoplamento tensorial aumenta o valor de  $V_{S0}^{\Sigma}$  de forma que  $V_{S0}^{\Lambda} < V_{S0}^{\Sigma} \sim V_{S0}^N$ . Essas conclusões são também relatadas por Dillig et al. [Di81], demonstrando a alta sensibilidade das partes central e spin-órbita do potencial do modelo de camadas aos vários conjuntos de constantes de acoplamento e massas dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$ . Essas incertezas, bem como a necessidade de melhor se estabelecer o papel do acoplamento tensorial do  $\omega$ , reforçam a importância de novas experiências com hipernúcleos e de novas análises para as previsões dos diversos modelos.

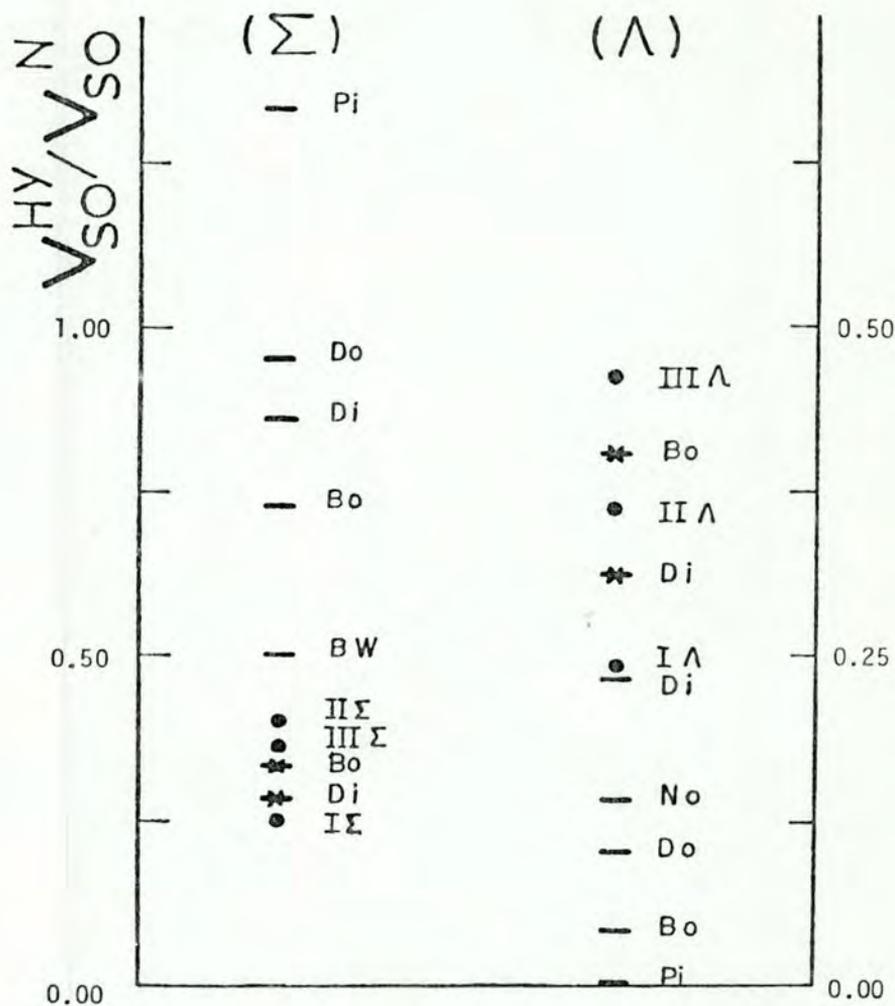


FIGURA IV.5 - Intensidades da interação spin-órbita ( $V_{SO}^{HY}$ ) para  $^{16}_{\Lambda}O$  e  $^{16}_{\Sigma}O$  normalizadas a do nucleon ( $V_{SO}^N$ ), em função dos conjuntos de parâmetros das Tabelas III.2, III.3 e III.4. Também estão incluídas as previsões de Noble (No), Brockmann e Weise (Bro), Dover (Do), Bouyssy (Bo), Pirner (Pi) e Dillig et al. (Di), conforme referências citadas no texto. Os pontos assinalados com \* correspondem a cálculos desses autores sem a inclusão do acoplamento tensorial do méson vetorial  $\omega$ . A escala da esquerda (direita) da figura corresponde ao caso do  $\Sigma$ -hipernúcleo ( $\Lambda$ -hipernúcleo).

Como vimos, a comparação dos cálculos relativísticos para os potenciais bárion-núcleo do modelo de camadas com os resultados fenomenológicos permite determinar os coeficientes  $V_C$  e  $V_{S0}$ . Para efeito de ilustração, indicamos na Figura IV.6 as partes central e spin-órbita desses potenciais, ou seja,  $V_C(r)$  e  $V_{LS}(r)$ , obtidos em nossa estimativa relativística conforme (III.40) e (III.41). Nas Figuras IV.6 a), b) e c) apresentamos as partes centrais do potencial bárion ( $N, \Lambda, \Sigma$ )-núcleo em função dos respectivos conjuntos de parâmetros. Nas figuras IV.6 d), e) e f) estão descritas as partes spin-órbita desses potenciais, novamente dependendo dos conjuntos de parâmetros.

O cálculo da razão  $V_{S0}^{HY}/V_{S0}^N$ , com funções de onda tipo oscilador harmônico no limite não-relativístico, não indicou diferença apreciável daquelas descritas na Fig. IV.5 para o caso de hipernúcleos. Nesse limite,  $V_{S0}^N \approx 16,67$  para os dois conjuntos I-N e II-N. Como as variações de  $V_{S0}^{HY}$  são da mesma ordem, a razão  $V_{S0}^{HY}/V_{S0}^N$  se mantém igual à obtida com funções de onda relativísticas.

Assim, da comparação de nossa estimativa com dados fenomenológicos, concluímos que os conjuntos III-N, III- $\Lambda$  e II- $\Sigma$  dão valores demasiado grandes para o coeficiente  $V_C$  da parte central, sendo este muito sensível à escolha de conjuntos de parâmetros. A análise de nossos resultados para a intensidade da parte spin-órbita ( $V_{S0}$ ), indica discordância com cálculos de outros autores que incluem o acoplamento tensorial do méson vetorial. Entretanto, de acordo com a Fig. IV.5, nossas estimativas não diferem muito das obtidas por [Bo81] e [Di81] sem a contribuição desse acoplamento tensorial. No caso de  $\Sigma$ -hipernúcleos, os conjuntos

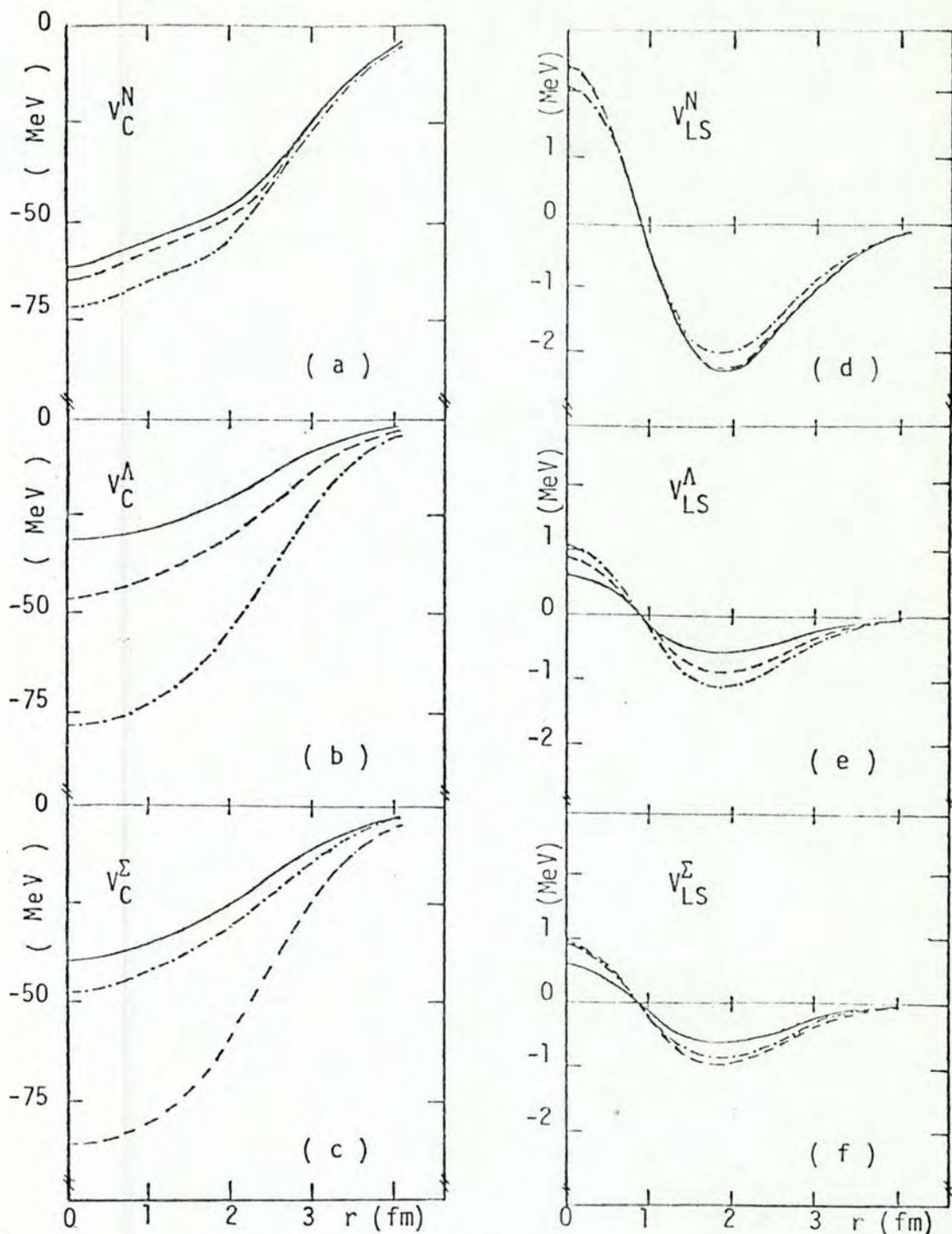


FIGURA IV.6 - Potencial do modelo de camadas B-núcleo ( $B = N, \Lambda$  e  $\Sigma$ ) para o  $^{16}\text{O}$  em função da distância. Em a), b) e c): parte central  $V_C^B(r)$  para os conjuntos de parâmetros I-B (linha cheia), II-B (linha tracejada) e III-B (linha traço-ponto), descritos no Capítulo III. Em d), e) e f): parte spin-órbita  $V_{LS}^B(r)$  correspondente.

I- $\Sigma$  e III- $\Sigma$  são os que mais favorecem essa concordância correspondendo, respectivamente, a conjuntos obtidos por Brockmann [Bro81], relacionando os potenciais de troca para as interações NN e  $\Sigma$ N através da escolha dos estados intermediários mais importantes, e Dillig et al. [Di81], assumindo forte quebra de simetria SU(3) com acoplamento tensorial nulo. Note-se que nossos valores para a intensidade da interação spin-órbita  $\Sigma$ -núcleo discordam fortemente das previsões do modelo de quarks que dão  $V_{S0}^{\Sigma} \approx (4/3)V_{S0}^N$  [Pi79].

Na próxima seção calculamos as energias de partícula-única numa estimativa variacional, usando agora os conjuntos I-N, II-N, I- $\Sigma$  e III- $\Sigma$ . Os resultados serão apresentados inicialmente para o  ${}^{16}_0$ , cujas energias de ligação são conhecidas, servindo como um teste para o método variacional e para a sensibilidade do mesmo aos conjuntos de parâmetros usados. Posteriormente, relatamos os valores obtidos para o caso do hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}$ , ainda não observado experimentalmente, comparando-os com estimativas descritas recentemente na literatura.

#### IV.4 - Energias de Partícula-Única

Na determinação das energias de partícula-única  $\epsilon_{\delta}$  do hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}$  e do núcleo  ${}^{16}_0$  vamos utilizar o método variacional. Para um dado estado  $\delta$  de partícula-única, partimos da equação (III.35) para um bárion ( $\Sigma$  ou N) de massa M, ou seja<sup>(\*)</sup>:

---

(\*) Nesta seção não indicaremos o índice  $\delta$  do correspondente estado de partícula-única.

$$G''(r) - \frac{D'(r)}{D(r)} G'(r) + \left[ -\frac{D'(r)}{D(r)} \frac{K}{r} - D(r)H(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] G(r) = 0 \quad (\text{III.33})$$

onde

$$H(r) = -\varepsilon + U_+(r)$$

e

$$D(r) = 2M + \varepsilon + U_-(r)$$

(III.32)

Na expressão (III.33),  $G(r)$  é a componente maior do spinor de quatro componentes de Dirac, que é dada pelas relações do Apêndice D para nossa escolha de funções de onda relativísticas tipo oscilador harmônico.

A energia de partícula-única ( $\varepsilon$ ) aparece nos termos que incluem  $D(r)$  e  $H(r)$ . Obteremos  $\varepsilon$  como um valor médio, multiplicando a (III.35) por  $D(r)$  e integrando em  $\vec{r}$ . Resulta a seguinte equação:

$$\int G(r) \left\{ D(r)G''(r) - D'(r) \left[ G'(r) - \frac{K}{r} G(r) \right] - D^2(r)H(r)G(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} G(r) \right\} dr = 0 \quad (\text{IV.19})$$

com  $K = \mp(j + 1/2)$ , para  $j = \ell \pm 1/2$ .

Para um dado estado de partícula-única ( $1s_{1/2}$ ,  $1p_{3/2}$  ou  $1p_{1/2}$ ) usamos a correspondente função de onda  $G(r)$  e os valores de  $\ell$  e  $K$  característicos. De acordo com a definição, os valores de  $K$  são os seguintes

$$K = \begin{cases} -1, & \text{para } 1s_{1/2} \\ -2, & \text{para } 1p_{3/2} \\ 1, & \text{para } 1p_{1/2} \end{cases} \quad (\text{IV.20})$$

As funções  $D(r)$  e  $H(r)$ , que contêm a dependência em energia, são calculadas a partir de  $U_{\pm}(r)$ , i.e., de  $U_{\sigma}(r)$  e  $U_{\omega}(r)$ , conforme a seção IV.2. Assim, partimos das correspondentes densidades (IV.10), usando funções de onda relativísticas tipo oscilador harmônico com um parâmetro  $\beta = 1,60$  fm (1,58 fm) no caso do  ${}^{16}_0$  ( ${}^{16}_\Sigma$ ) e encontramos as funções  $D(r)$  e  $H(r)$  dependentes das constantes de acoplamento e massas dos m̄sons, mas independentes do estado de partícula-única, ao contrário do trabalho de Brockmann [Bro78].

Para a resolução da (IV.19) escolhemos  $G(r)$  também do tipo oscilador harmônico relativístico, como discutido na seção IV.1, mas com um parâmetro ( $a$ ) livre, a ser determinado pelo método variacional. Para encontrar as energias de partícula-única, partimos da (IV.19), usando (IV.20) e (IV.4)-(IV.6), e obtemos as seguintes equações cúbicas (\*):

a) Estado  $1s_{1/2}$

$$\begin{aligned} & \frac{\mathcal{E}^3}{4M^2} + \frac{\mathcal{E}^2}{M} \left\{ 1 - \frac{1}{Ma^3\sqrt{\kappa}} \int_0^{\infty} [U_+(r) - 2U_-(r)] r^2 e^{-r^2/a^2} dr \right\} \\ & - \mathcal{E} \left\{ 1 - \frac{3}{8M^2a^2} - \frac{4}{Ma^3\sqrt{\kappa}} \int_0^{\infty} [U_+(r) - U_-(r)] r^2 e^{-r^2/a^2} dr \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{M^2a^3\sqrt{\kappa}} \int_0^{\infty} U_-(r) [U_-(r) - 2U_+(r)] r^2 e^{-r^2/a^2} dr \right\} \\ & - \frac{3}{4Ma} + \frac{1}{M^2a^3\sqrt{\kappa}} \int_0^{\infty} U_-(r) \left[ -\frac{6}{a^2} r^2 + \frac{3}{a^4} r^4 \right] e^{-r^2/a^2} dr \\ & - \frac{4}{a^3\sqrt{\kappa}} \int_0^{\infty} U_+(r) \left[ 1 + \frac{U_-(r)}{M} + \frac{U_-^2(r)}{4M^2} \right] r^2 e^{-r^2/a^2} dr = 0 \end{aligned}$$

(IV.21)

(\*) Note-se que em nossa convenção  $\hbar = c = 1$ .

b) Estados  $1p$ 

$$\begin{aligned}
& \frac{\mathcal{E}^3}{4M^2} + \frac{\mathcal{E}^2}{M} \left\{ 1 - \frac{2}{5a^5 M \sqrt{\pi}} \int_0^\infty [U_+(r) - 2U_-(r)] r^4 e^{-r^2/a^2} dr \right\} \\
& + \mathcal{E} \left\{ 1 - \frac{5}{8a^2 M} - \frac{8}{3a^2 M \sqrt{\pi}} \int_0^\infty [U_+(r) - U_-(r)] r^4 e^{-r^2/a^2} dr \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{3a^5 M^2 \sqrt{\pi}} \int_0^\infty U_-(r) [U_-(r) - 2U_+(r)] r^4 e^{-r^2/a^2} dr \right\} \\
& + \frac{1}{6a^5 M^2 \sqrt{\pi}} \int_0^\infty U_-(r) \left[ \frac{3}{a^4} r^6 - \frac{10}{a^2} r^4 + (2+K) \left( 3r^2 - \frac{2}{a^2} r^4 \right) \right] e^{-r^2/a^2} dr \\
& - \frac{5}{4a^2 M} - \frac{8}{3a^5 \sqrt{\pi}} \int_0^\infty U_+(r) \left[ 1 + \frac{U_+(r)}{M} + \frac{U_+^2(r)}{4M^2} \right] r^4 e^{-r^2/a^2} dr = 0
\end{aligned}
\tag{IV.22}$$

com  $K = 1$  ( $-2$ ) para o estado  $1p_{1/2}$  ( $1p_{3/2}$ ).

Escolhido o conjunto de constantes de acoplamento e massas dos bósons, as energias de partícula-única são obtidas, após a determinação dos potenciais de troca  $U_{\sigma, \omega}(r)$ , calculando numericamente as integrais de (IV.21) e (IV.22) através do método de Simpson. O valor do parâmetro  $a$  do oscilador harmônico é encontrado pelo método variacional, de forma que a função  $\mathcal{E}$  tenha um mínimo. Portanto, nossa estimativa é bastante mais simples do que o cálculo autoconsistente das equações de DH, apresentado nas referências [Bro81, BW81(a)]. Por isso podemos esperar que nossos resultados não concordem exatamente com os destes autores. Entretanto, como veremos, as diferenças não são muito acentuadas, em especial nos estados  $1p$ .

Inicialmente aplicamos o método variacional, acima des

crito, para a obtenção das energias de partícula-única do núcleo  $^{16}\text{O}$ , as quais estão bem determinadas experimentalmente. Isto nos permitirá estimar a validade do método empregado, bem como sua sensibilidade à escolha de constantes de acoplamento e massas dos mésons considerados para a interação NN. Como o conjunto III-N, de acordo com o discutido na seção anterior, reproduz mal a parte do potencial N-núcleo (dando um poço com mais de 70 MeV de profundidade), vamos utilizar apenas os conjuntos I-N e II-N. Na Figura IV.7 representamos as energias de partícula-única do  $^{16}\text{O}$  em termos do parâmetro  $a$  (variando de 1,2 a 1,8 fm). O método variacional associa a energia procurada ao valor de  $a$  que corresponde ao mínimo de função, conforme assinalado na figura.

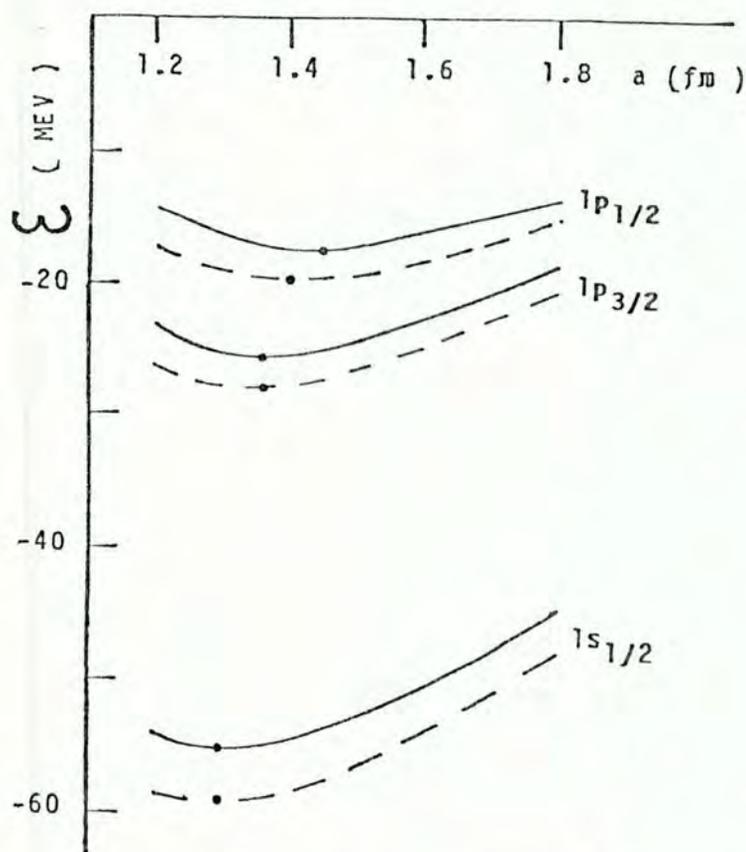


FIGURA IV.7 - Energias de partícula-única do  $^{16}\text{O}$  para os estados  $1s_{1/2}$ ,  $1p_{3/2}$  e  $1p_{1/2}$  em função do parâmetro  $a$  e usando os conjuntos I-N (linha cheia) e II-N (linha tracejada) da Tabela II.2. Os pontos assinalados correspondem ao mínimo das respectivas funções.

Os resultados finais de nossa estimativa variacional para as energias do  $^{16}\text{O}$  são apresentados na Tabela IV.1. Juntamente com dados experimentais da referência [Aj77]. Citamos também, para cada energia, entre parênteses, o valor do parâmetro  $a$  que, de acordo com a Fig. IV.7, minimiza a função energia de ligação. Para comparação, apresentamos adicionalmente os resultados de cálculos autoconsistentes de Brockmann [Bro81], incluindo efeitos dos termos de Fock.

TABELA IV.1 - Energias de partícula-única ( $\epsilon$ ) e desdobramento spin-órbita ( $\Delta\epsilon$ ) do núcleo  $^{16}\text{O}$  para os conjuntos de parâmetros I-N e II-N da Tabela II.2, bem como, entre parênteses, os valores do parâmetro  $a$  (em fm) que minimizam as energias. Os cálculos de Brockmann e os dados experimentais correspondem às referências citadas no texto.

	$\epsilon_{1s_{1/2}}$ (MeV) $a$ (fm)	$\epsilon_{1p_{3/2}}$ (MeV) $a$ (fm)	$\epsilon_{1p_{1/2}}$ (MeV) $a$ (fm)	$\Delta\epsilon$ (MeV)
I-N	-55,09 (1,30)	-25,45 (1,36)	-17,50 (1,45)	7,95
II-N	-59,27 (1,30)	-28,06 (1,36)	-19,73 (1,40)	8,33
Brockmann	-48,50	-23,40	-13,80	9,60
Experiência	-47,00	-22,00	-15,00	7,00

Como vemos, nossa estimativa com o conjunto I-N (II-N)

prevê valores de energia de partícula-única para o estado  $1s_{1/2}$  cerca de 8 MeV (12 MeV) maior que o experimental. Isto reflete os resultados já discutidos na seção IV.3, onde vimos que a parte central do potencial N-núcleo, previsto por estes conjuntos era, em média, 10 MeV maior que o desejado. Devemos, porém, lembrar, que o estado  $1s_{1/2}$  tem uma grande largura e, logo, não é bem determinado. Mais interessante, é analisar os resultados para os estados  $1p$  e para o desdobramento spin-órbita ( $\Delta\varepsilon$ ) desses estados. Experimentalmente esse desdobramento é aproximadamente 7 MeV e, de acordo com Brockmann, de 9,6 MeV. Nossos cálculos acusam, para os conjuntos I-N e II-N, um valor  $\Delta\varepsilon \approx 8,4$  MeV, bastante próximo do experimental. As energias de ligação do nêutron nos estados  $1p_{1/2}$  e  $1p_{3/2}$  para o conjunto I-N (II-N) são apenas cerca de 2 MeV (4 MeV) maiores que os valores experimentais. Isto indica que nossa estimativa, embora bastante simplificada em relação a cálculos autoconsistentes, reproduz bem essas energias, apenas com um poço alguns MeV mais fundo que o relatado em análises fenomenológicas.

Podemos, portanto, concluir desse estudo do  ${}^{16}_0$ , que nosso método variacional pode ser aplicado também ao hipernúcleo  ${}^{16}_\Sigma 0$ . Quanto ao conjunto de constantes de acoplamento e massas dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$ , vamos considerar para esse hipernúcleo o conjunto I- $\Sigma$ , proposto por Brockmann [Bro81] e o III- $\Sigma$ , proposto por Dillig et al [Di81]. Note-se que os dois conjuntos utilizam também os conjuntos II-N e I-N, respectivamente, para descrever o vértice  $\sigma NN$  da interação  $\Sigma N$ , enquanto que nós usamos o II-N. Não nos interessaremos pelo conjunto II- $\Sigma$  de Bouyssy [Bo81] porque, como vimos na seção IV.3, conduz a uma parte central muito profunda (mais

de 80 MeV) para o potencial  $\Sigma$ -núcleo, devendo, portanto, corresponder a valores errados de energias de ligação. Novamente, devemos salientar que esse conjunto, apesar de descrever mal a parte central, nos levou a um valor razoável para a intensidade da parte spin-órbita, mesmo sem levar em conta o acoplamento tensorial do méson  $\omega$ .

As energias de partícula-única do hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$  são determinadas de forma análoga ao caso do  ${}^{16}0$ . Na Figura IV.8 apresentamos a variação das energias de ligação dos vários estados em termos do parâmetro  $a$ , indicando também os valores de  $a$  que correspondem aos mínimos da função energia ( $\epsilon$ ), para os conjuntos I- $\Sigma$  e III- $\Sigma$  da Tabela III.4. Como não existem dados experimentais de espectros da energia para o  ${}^{16}_{\Sigma}0$ , só podemos comparar nossa estimativa com a de outros autores. Na Tabela IV.2 indicamos nossos resultados para as energias de partícula-única do  ${}^{16}_{\Sigma}0$ , bem como, entre parênteses, o valor de  $a$  que corresponde, em cada caso, ao mínimo da Fig. IV.8. Ainda nesta Tabela apresentamos os valores obtidos, em cálculos autoconsistentes, por Brockmann [Bro81] e por Brockmann e Weise [BW81(b)], trabalhos estes que incluem o acoplamento tensorial para o méson  $\omega$ , e por Brockmann [Bro81], sem esse acoplamento. Como vemos, nossos resultados para o estado  $1s_{1/2}$  são maiores (em especial para o conjunto III- $\Sigma$ ) que os de Brockmann (sem o acoplamento tensorial), embora quase idênticos aos de Brockmann e Weise. Para os estados  $1p_{3/2}$  e  $1p_{1/2}$ , as diferenças, em relação a esses trabalhos, são menores, principalmente com o conjunto I- $\Sigma$ . Também podemos observar que o desdobramento spin-órbita dos estados  $1p$  é, em nossa estimativa, de 1,4 MeV e 2,41 MeV, respectivamente, para os

conjuntos I- $\Sigma$  e III- $\Sigma$ , comparáveis aos resultados de Brockmann [Bro81, BW81(b)] com (1,9 MeV e 3,4 MeV) e sem (1,1 MeV) acoplamento tensorial. De acordo com Brockmann, o desdobramento spin-órbita do  $^{16}_{\Sigma}O$  é pequeno e pouco sensível à contribuição do acoplamento tensorial. Devemos notar, porém, que essas conclusões de Brockmann discordam daquelas de Bouyssy [Bo81] e de Noble [No81], para os quais o acoplamento tensorial (relacionado com o momento magnético anômalo de  $\Sigma$ ) é muito importante. Notemos ainda que tanto os resultados de nossa estimativa, como os de Brockmann [Bro81, BW81(b)] e de Bouyssy [Bo81], mesmo com acoplamento tensorial, discordam das previsões do modelo de quarks de Pirner [Pi79], que obtém um desdobramento spin-órbita grande, (4/3 do desdobramento no caso do nucleon).

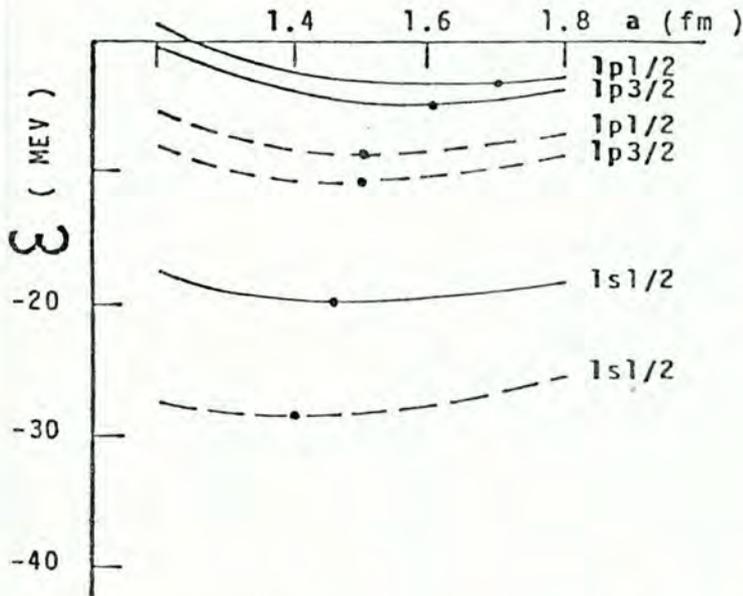


FIGURA IV.8 - Energias de partícula-única do  $^{16}_{\Sigma}O$  para os estados  $1s_{1/2}$ ,  $1p_{3/2}$  e  $1p_{1/2}$  em função do parâmetro  $a$  e usando os conjuntos I- $\Sigma$  (linha cheia) e III- $\Sigma$  (linha tracejada) da Tabela III.4. Os pontos assinalados correspondem ao mínimo das respectivas funções.

TABELA IV.2 - Energias de partícula-única ( $\epsilon$ ) e desdobramento spin-órbita ( $\Delta\epsilon$ ) para o hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$  calculadas com os conjuntos de parâmetros I- $\Sigma$  e III- $\Sigma$  da Tabela III.4. Citamos também, entre parênteses, o valor do parâmetro  $a$  (em fm) que minimiza a energia. Os cálculos de Brockmann e Weise e de Brockmann, conforme referências do texto, correspondem a casos com e sem acoplamento tensorial para o  $\omega$ .

	$\epsilon_{1s_{1/2}}$ (MeV) $a$ (fm)	$\epsilon_{1p_{3/2}}$ (MeV) $a$ (fm)	$\epsilon_{1p_{1/2}}$ (MeV) $a$ (fm)	$\Delta\epsilon$ (MeV)
I- $\Sigma$	-20,00 (1,50)	-4,85 (1,60)	-3,45 (1,60)	1,40
III- $\Sigma$	-28,61 (1,40)	-11,00 (1,46)	-8,59 (1,50)	2,41
Brockmann (sem tensorial)	-15,59	-3,02	-1,92	1,10
Brockmann (com tensorial)	-16,84	-3,79	-1,89	1,90
Brock. e Weise (com tensorial)	-19,00	-4,80	-1,40	3,40

Portanto, da análise de nossa estimativa, vemos que, embora usando um método não autoconsistente e desconsiderando o acoplamento tensorial e os termos de Fock, conseguimos reproduzir em linhas gerais as energias de ligação do hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$  e do núcleo  ${}^{16}0$ , em especial as dos estados  $1p$ , bem como os respectivos desdobramentos spin-órbita.

Para efeito de comparação, calculamos também essas ener

gias de ligação e desdobramentos spin-órbita do  ${}^{16}_{\Sigma}0$  e do  ${}^{16}0$  no limite não-relativístico das funções de onda. Os resultados dessa estimativa estão reproduzidos na Tabela IV.3 para os quatro conjuntos usados e nos indicam que, neste limite, as energias aumentam (em módulo), de cerca de 5%, mas que o desdobramento spin-órbita é pouco afetado. Na Tabela citamos também, entre parênteses, para cada caso, o valor do parâmetro  $a$  que minimiza a correspondente função energia.

TABELA IV.3 - Energias de partícula-única ( $\epsilon^{NR}$ ) e desdobramento spin-órbita ( $\Delta\epsilon^{NR}$ ) para o hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$  e núcleo  ${}^{16}0$  com funções de onda não-relativísticos. Citamos também, entre parênteses, o valor de  $a$  (em fm) que minimiza a energia no limite não-relativístico.

	$\epsilon^{NR}_{1s_{1/2}}$ (MeV) $a$ (fm)	$\epsilon^{NR}_{1p_{3/2}}$ (MeV) $a$ (fm)	$\epsilon^{NR}_{1p_{1/2}}$ (MeV) $a$ (fm)	$\Delta\epsilon^{NR}$ (MeV)
I-N	-61,75 (1,25)	-28,55 (1,30)	-20,25 (1,35)	8,30
II-N	-66,00 (1,25)	-31,29 (1,30)	-22,50 (1,35)	8,79
I- $\Sigma$	-22,24 (1,40)	-6,00 (1,53)	-4,60 (1,60)	1,40
III- $\Sigma$	-32,56 (1,30)	-13,00 (1,45)	-10,60 (1,45)	2,40

Conforme vimos neste capítulo, embora sem um método autoconsistente, conseguimos, a partir de alguns conjuntos de pa-

râmetros descritos na literatura, calcular o potencial do modelo de camadas o  ${}^{16}_0$ ,  ${}^{16}_\Lambda 0$  e  ${}^{16}_\Sigma 0$ , identificando os conjuntos que melhor descrevem dados fenomenológicos. Com esses conjuntos, numa estimativa variacional, determinamos as energias de partícula-única e o desdobramento spin-órbita do hipernúcleo  ${}^{16}_\Sigma 0$  que, comparados com cálculos mais exatos, resultam em geral razoavelmente bons. Em especial, o desdobramento spin-órbita desse hipernúcleo coincide com o esperado em análises fenomenológicas.

Como não existem dados experimentais para o  ${}^{16}_\Sigma 0$ , nossos resultados foram comparados apenas com outras previsões teóricas descritas na literatura. Uma avaliação concreta dos modelos e aproximações empregados no formalismo relativístico, mesmo de nossa estimativa, só poderá ocorrer após a realização de novas experiências de formação de hipernúcleos, em especial do  ${}^{16}_\Sigma 0$ .

No próximo capítulo apresentamos os comentários finais e as conclusões deste trabalho.

## V - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Dentro da estimativa deste trabalho, feita para as energias de partícula-única e para os potenciais central e spin-órbita do hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$ , várias foram as aproximações empregadas. Essas aproximações podem ser separadas em dois grupos, as relacionadas com o formalismo relativístico que usamos e as que foram adicionalmente incluídas em nossos cálculos. No primeiro grupo devemos citar a não consideração do termo de Fock, o uso de MFA e a não inclusão do termo de acoplamento tensorial para o  $\vec{m}$  son vetorial. No segundo grupo temos o próprio método variacional, a utilização de funções de onda relativísticas tipo oscilador harmônico e a determinação das constantes de acoplamento e massas dos  $\vec{m}$ sons escalar e vetorial. Vamos comentar brevemente cada uma destas aproximações.

Para a estimativa que relatamos no Capítulo IV nos baseamos na aproximação de Dirac-Hartree, ou seja, desprezamos o termo de Fock, que se supõe dar uma contribuição de cerca de 1/4 daquela do potencial de Hartree, porém com sinal oposto [Bo81]. Para o caso de núcleos, é sabido [BW77(b),81(a)] que devemos incluir ainda a forte contribuição repulsiva de troca dos  $\vec{m}$ sons  $\pi$  e  $\rho$ , bem como a troca dos  $\vec{m}$ sons  $K$  e  $K^*$ . Entretanto, para os hipernúcleos a situação não é tão drástica, pois ao termo de Fock contribuem apenas a troca dos  $\vec{m}$ sons  $K$  e  $K^*$  [BW81(a)], cujo efeito combinado não é grande nem no caso de  $\Lambda$ -hipernúcleos nem no de  $\Sigma$ -hipernúcleos [Bro81].

A descrição relativística de Brockmann se baseia na resolução autoconsistentemente da equação de Dirac-Hartree, usando a aproximação de campo médio (MFA) de Walecka para a determinação da razão entre as constantes de acoplamento e massas dos mêsons. Essa aproximação foi inicialmente introduzida para o estudo da matéria nuclear [Wa74], levando a constantes de acoplamento efetivas para os campos escalar e vetorial, constantes essas que correspondem, na teoria de Walecka, a dois parâmetros ajustados fenomenologicamente de forma a reproduzir propriedades da matéria nuclear. Seria importante, porém, analisar uma teoria sem parâmetros ajustáveis, como é o estudo de Anastásio [An80, 81], que reproduz também propriedades de saturação da matéria nuclear. Entretanto, a teoria de campo médio de Walecka adaptada ao caso de núcleos finitos, consegue dar resultados muito bons e tem sido largamente empregada [Bro81, Bo80] também para a descrição de hipernúcleos. Em nossa estimativa, optamos por seguir as idéias de Brockmann, que se baseiam na MFA. Com isso podemos melhor avaliar nossos resultados, comparando com os previstos por esse autor para o  $^{16}_\Sigma 0$ .

No formalismo relativístico descrito no Capítulo III, a interação entre um bárion ( $N$ ,  $\Lambda$  ou  $\Sigma^0$ ) e nucleons é gerada pela troca de dois bósons, um escalar-isoescalar ( $\sigma$ ), e outro vetorial-isoescalar ( $\omega$ ). O mêson tem, em princípio, acoplamento vetorial e também tensorial. Em nossa estimativa do Capítulo IV, não consideramos o acoplamento tensorial, o qual pode ser relacionado [No80, Bro81, Bo80] com os momentos magnéticos anômalos dos bárions ( $N$ ,  $\Lambda$  e  $\Sigma^0$ ). Trabalhos recentemente publicados investigaram a inclusão do acoplamento tensorial, que adiciona no

vas incertezas na determinação de constantes de acoplamento e massas dos mésons sem, contudo, chegarem a conclusões definitivas. Bouyssy [Bo81] calcula as interações spin-órbita  $\Lambda$ -núcleo e  $\Sigma$ -núcleo, concluindo que são bem diferentes, considerando ou não o termo de acoplamento tensorial para o méson  $\omega$ , o que concorda com os resultados de Noble [No80]. Brockmann [Bro81], por outro lado, considera que esse termo tem pouca influência na determinação de energias de partícula-única dos hipernúcleos  ${}^{16}_{\Lambda}O$  e  ${}^{16}O$ . Dillig et al. [Di81], em aproximação de alcance zero, conclui que, se o pequeno desdobramento spin-órbita de  $\Lambda$ -hipernúcleos é consequência de grandes efeitos de quebra de simetria SU(3) para as constantes de acoplamento ( $\sigma$  e  $\omega$ ), então o  $\Sigma$ -hipernúcleos apresentam um desdobramento da mesma ordem que o de  $\Lambda$ -hipernúcleos, em contradição com previsões do modelo de quarks [Pi79]. Essa referência mostra também que, se a pequena força spin-órbita de  $\Lambda$ -hipernúcleos for resultado do valor negativo e grande da constante de acoplamento tensorial, então, neste caso,  $V_{S0}^{\Lambda} \ll V_{S0}^{\Sigma} \approx V_{S0}^N$ . Como vemos, a importância ou não da inclusão do termo de acoplamento tensorial ainda exige muitos estudos. Para nossa estimativa de energias de ligação do  ${}^{16}_{\Sigma}O$ , cujos resultados são podem ser comparados das referências [Bro81, BW81(b)], optamos por não considerar o acoplamento tensorial do méson  $\omega$ , levando em conta a simplicidade do método que escolhemos.

Além dessas aproximações devemos comentar aquelas que incluímos em nossa estimativa. Como vimos no Capítulo IV, existem muitas incertezas na escolha das constantes de acoplamento e massas dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$ . Uma resposta final só poderá ser encontrada após a obtenção de novos dados experimentais, que permiti-

rão uma melhor análise dos modelos da descrição. Utilizamos alguns conjuntos de parâmetros citados na literatura e tentamos escolher o que melhor descrevesse dados fenomenológicos das partes central e spin-órbita do potencial do modelo de camadas de núcleos e hipernúcleos, no caso do oxigênio. Em nosso caso escolhemos os conjuntos I-N e II-N para o núcleo  $^{16}\text{O}$  e I- $\Sigma$  e III- $\Sigma$  para o  $^{16}_{\Sigma}\text{O}$ , os quais são propostos por Brockmann e Weise [Bro81, BW81(a)] e Dillig et al. [Di81], conforme relatado no Capítulo III.

O cálculo das energias de ligação do  $\Sigma$  no  $^{16}_{\Sigma}\text{O}$ , embora partindo do formalismo de Dirac-Hartree, foi feito através do método variacional, uma vez que a resolução auto-consistente do problema exigia um trabalho computacional de muito mais tempo e sofisticação. Nosso método é, portanto, bastante simples comparado aos de Brockmann [Bro81] e de Bouyssy [Bo81], e serve como uma primeira aproximação para as energias de partícula-única do  $^{16}_{\Sigma}\text{O}$  e para a interação spin-órbita desse hipernúcleo. Apesar disto, como vimos no Capítulo IV, nossos resultados para as energias de ligação do  $\Sigma$  no oxigênio foram razoavelmente bons, em particular no que se refere a previsões para o desdobramento spin-órbita desse hipernúcleo.

Na determinação dos potenciais de troca de Hartree, conforme descrito no Capítulo IV, optamos por funções de onda relativísticas tipo oscilador harmônico. Estas funções não descrevem, no caso de  $\Sigma$ -hipernúcleos, o forte acoplamento ao contínuo, consequência da conversão  $\Sigma N \rightarrow \Lambda N$  no hipernúcleo. Entretanto, conforme referências [Jam81, Bo81] existentes, essas funções, mesmo não relativisticamente, permitem descrever a densidade nuclear bastante bem, se comparadas com cálculos exatos e autoconsisten

tes. Por outro lado, o fato de usarmos funções de onda relativísticas foi importante para um melhor ajuste dos potenciais de troca e dos coeficientes  $V_C$  e  $V_{S0}$  aos determinados fenomenologicamente, como citamos no Capítulo IV, o efeito do uso de funções de onda não relativísticas se reflete, em média, num fator de cerca de 11% nos coeficientes  $V_C^N$  e  $V_C^\Sigma$ , de 1% nas intensidades  $V_{S0}^N$  e  $V_{S0}^\Sigma$  do potencial spin-órbita e de 5% nas energias de partícula-única do  ${}^{16}_\Sigma 0$ . Assim, em nossa estimativa, o emprego de funções de onda relativísticas é mais importante no ajuste dos resultados a dados fenomenológicos, que na determinação do desdobramento spin-órbita.

As aproximações que utilizamos em nossa estimativa, além das inerentes ao formalismo relativístico usado por outros autores, poderiam ser evitadas com um maior trabalho computacional, se considerássemos funções de onda mais realistas, por exemplo de Woods-Saxon, um método autoconsistente e o acoplamento tensorial para o méson  $\omega$ . Entretanto não era nosso objetivo um cálculo exato, mas apenas uma estimativa, dentro de um modelo simplificado.

As aproximações existentes no formalismo relativístico proposto por Brockmann, para a descrição de  $\Sigma$ -hipernúcleos, não podem ser corretamente avaliados, pois são poucos os dados experimentais para esses hipernúcleos. Em particular, o hipernúcleo  ${}^{16}_\Sigma 0$ , que estudamos, não foi até hoje identificado experimentalmente e, assim seu espectro de energia não é conhecido. Por isso mesmo, tanto as previsões descritas por outros autores, como os resultados de nossa estimativa para o  ${}^{16}_\Sigma 0$ , só poderão ser completamente analisados após o surgimento de dados experi-

mentais para esse hipernúcleo.

### Conclusões

Dentro do formalismo relativístico com aproximação de campo médio, considerando a troca de mésons escalar ( $\sigma$ ) e vetorial ( $\omega$ ), calculamos o potencial do modelo de camadas para o  $^{16}_0$ ,  $^{16}_\Lambda$  e  $^{16}_\Sigma$  em função de vários conjuntos de parâmetros (constantes de acoplamentos e massas) dos mésons. Da comparação com dados fenomenológicos, conseguimos determinar os melhores conjuntos de parâmetros, que resultaram ser os propostos por Brockmann [Bro77,81] e Dillig [Di81]. A partir desses conjuntos estimamos, com o método variacional, as energias de partícula-única do  $^{16}_0$  e  $^{16}_\Sigma$ . Embora o método variacional seja muito menos ambicioso que o cálculo autoconsistente de Brockmann [Bro81], nossa estimativa consegue reproduzir bem as energias de ligação e desdobramento spin-órbita do  $^{16}_0$ . Para o hipernúcleo  $^{16}_\Sigma$ , as energias de partícula-única que obtivemos são comparáveis às previsões feitas por Brockmann [Bro81] sem o acoplamento tensorial. O desdobramento spin-órbita dos estados p, em nossa estimativa (sem o acoplamento tensorial) é da ordem de 1,4-2,41 MeV, ou seja, pequeno comparado ao caso do nucleon. Esse resultado concorda com o de Brockmann [Bro81] e Dillig [Di81], discordando, porém, das previsões do modelo de quarks usado por [Pi79], que obtém um valor 4/3 maior que o do caso do nucleon.

Além disto, nossa estimativa, embora prevendo energias de partícula-única do  $^{16}_\Sigma$  sensíveis ao conjunto de parâmetros utilizado, indica um desdobramento spin-órbita que depende mui-

to menos dessa escolha.

Como o hipernúcleo  ${}^{16}_{\Sigma}0$  não foi ainda observado, apenas o surgimento de dados experimentais poderá avaliar nossos resultados numéricos, comparados somente com outras previsões teóricas [Bro81, BW81(b)]. Entretanto, seria interessante, mesmo numa estimativa simples como a nossa, testar melhor, no futuro, algumas das aproximações aqui comentadas, por exemplo, a influência do uso de outro tipo de função de onda relativística e a escolha de conjuntos de constantes de acoplamento (incluindo o tensorial) e massas dos mésons. Essa análise, bem como o emprego de um método autoconsistente de resolução da equação de Dirac-Hartree-Fock, está sendo iniciada agora, devendo inclusive ser ampliada para o caso de outros  $\Sigma$ -hipernúcleos.

## VI - APÊNDICES

Apêndice A

Este apêndice é dedicado à apresentação das matrizes  $\gamma$  de Dirac na notação de Bjorken e Drell [BD64] e das correspondentes matrizes  $\vec{\alpha}$  e  $\beta$ .

As matrizes  $\gamma$  satisfazem as relações de anticomutação

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad (\text{A.1})$$

com  $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$  e com uma métrica

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Essas matrizes são dadas por

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

sendo  $\vec{\sigma}$  as matrizes de Pauli e  $I$ , a unidade:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

As matrizes  $\vec{\alpha}$  e  $\beta$  que aparecem na equação de Dirac são definidas como  $\beta = \gamma^0$  e  $\vec{\gamma} = \beta \vec{\alpha}$ , ou seja

$$\beta = \gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$$

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$
(A.5)

É importante também definir as matrizes  $\sigma^{\mu\nu}$  e  $\gamma^5$ , que são combinações das matrizes de Dirac. Elas são dadas por

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$$
(A.6)

e

$$\gamma^5 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \hat{\gamma}_5$$

Nessa representação, as componentes destas matrizes são as seguintes

$$\sigma^{ij} = \epsilon^{ijk} = \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix}$$
(A.7)

$$\sigma^{0i} = i \alpha^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}$$
(A.8)

e

$$\gamma_5 = \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$
(A.9)

## Apêndice B

Nesse apêndice deduzimos a forma dos potenciais de interação de dois corpos  $V_{\alpha\beta}(r)$ , usados no Capítulo III, para a obtenção dos potenciais de troca  $U_{\sigma}(r)$  e  $U_{\omega}(r)$ . Para tanto, vamos seguir as referências [Bro78] e [BD65], construindo o hamiltoniano para um sistema de  $A$  partículas, constituído por um bárion  $B$  ( $B=N, \Lambda, \Sigma$ ) de massa de repouso  $M$  e  $(A-1)$  nucleons. A interação bárion-nucleon é descrita pela troca de um mēson escalar ( $\sigma$ ) e um vetorial ( $\omega$ )<sup>(\*)</sup>, respectivamente, de massas de repouso  $m_{\sigma}$  e  $m_{\omega}$ .

Partimos da densidade lagrangeana efetiva  $\mathcal{L}$ , dada por:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_B^{\text{LIV}} + \mathcal{L}_{\sigma}^{\text{LIV}} + \mathcal{L}_{\omega}^{\text{LIV}} + \mathcal{L}_{BN\sigma}^{\text{INT}} + \mathcal{L}_{BN\omega}^{\text{INT}} \quad (\text{B.1})$$

As densidades lagrangeanas livres são definidas por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B^{\text{LIV}} &= -\frac{1}{2} \bar{\Psi}(x) \left[ (-i\gamma^{\mu} \vec{\partial}_{\mu} + M) + (i\vec{\partial}_{\mu} \gamma^{\mu} + M) \right] \Psi(x) \\ \mathcal{L}_{\sigma}^{\text{LIV}} &= -\frac{1}{2} \left[ m_{\sigma}^2 \phi^2(x) - \partial_{\mu} \phi(x) \partial^{\mu} \phi(x) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

e

$$\mathcal{L}_{\omega}^{\text{LIV}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x) + \frac{1}{2} m_{\omega}^2 \omega_{\nu}(x) \omega^{\nu}(x)$$

(\*) Não vamos considerar a troca de outros mēsons, como  $\pi$  e  $\rho$ , que não interessam a esse trabalho. Detalhes da inclusão de outros mēsons podem ser encontrados na referência [Bro78].

onde

$$F_{\mu\nu}(x) \equiv \partial_\mu \omega_\nu(x) - \partial_\nu \omega_\mu(x)$$

As matrizes  $\gamma$  são dadas (ver Apêndice A) na notação de Bjorken e Drell [BD65]. O operador de campo bariônico é  $\psi(x)$  [seu adjunto  $\bar{\psi}(x) = \psi^\dagger(x)\gamma^0$ ] e os operadores de campo mesônico são  $\phi(x)$ , para o méson escalar  $\sigma$ , e  $\omega^\nu(x)$ , para o méson vetorial  $\omega$ .

As densidades lagrangeanas de interação, não incluindo efeitos de fatores de forma, são escolhidas na forma local seguinte:

$$\mathcal{L}_{\text{BNG}}^{\text{INT}} = g_\sigma \bar{\Psi}(x) \phi(x) \Psi(x)$$

e

(B.3)

$$\mathcal{L}_{\text{BN}\omega}^{\text{INT}} = -g_\omega \bar{\Psi}(x) \omega^\nu(x) \delta_\nu \Psi(x) + \frac{f_\omega}{4M} \bar{\Psi}(x) \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}(x) \Psi(x)$$

sendo  $\sigma^{\mu\nu}$ , na notação de Bjorken e Drell [BD65], definidas conforme Apêndice A.

Para construir o operador hamiltoniano, no espaço do bárion, partimos de (B.1) e eliminamos os campos mesônicos. Para tal, inicialmente, variamos  $\mathcal{L}$  em relação a  $\bar{\psi}$  e  $\partial_\mu \bar{\psi}$ , obtendo da equação de Euler Lagrange, a equação de Dirac com termos de fonte, ou seja:

$$(-i\gamma^\mu \partial_\mu + M) \Psi(x) = g_\sigma \phi(x) \Psi(x) - g_\omega \omega^\nu(x) \delta_\nu \Psi(x) \quad (\text{B.4})$$

Para obter essa equação desprezamos o termo de acoplamento ten-

sorial para o mēson  $\omega$ , jã que  $f_\omega/4M$  ē pequeno.

Devemos notar ainda que a corrente de b̄arions satisfaz a equaçãõ da continuidade, dada por:

$$\partial_\mu [\bar{\Psi}(x) \gamma^\mu \Psi(x)] = 0 \quad (\text{B.5})$$

Os campos mesõnicos ( $\phi(x)$  e  $\omega^\nu(x)$ ) obedecem às seguintes equações de campo:

$$(\square + m_\sigma^2) \phi(x) = g_\sigma \bar{\Psi}(x) \Psi(x) \quad (\text{B.6})$$

e

$$\gamma^\mu F_{\mu\nu}(x) + m_\omega^2 \omega_\nu(x) = g_\omega \bar{\Psi}(x) \gamma_\nu \Psi(x) \quad (\text{B.7})$$

sendo a (B.6) uma equaçãõ de Klein-Gordon inomogēnea e a (B.7), uma equaçãõ de Proca com termo de fonte. Levando em conta a conservaçãõ de corrente bariõnica (B.5), a (B.7) pode ser escrita como uma equaçãõ de Klein-Gordon com termo de fonte, isto ē:

$$(\square + m_\omega^2) \omega_\nu(x) = g_\omega \bar{\Psi}(x) \gamma_\nu \Psi(x) \quad (\text{B.8})$$

As equações (B.6) e (B.8) para os operadores de campo mesõnicos podem ser resolvidas, resultando que:

$$\phi(x) = g_\sigma \int D_\sigma(x-y) \bar{\Psi}(y) \Psi(y) d^4y \quad (\text{B.9})$$

e

$$\omega_\nu(x) = g_\omega \int D_\omega(x-y) \bar{\Psi}(y) \gamma_\nu \Psi(y) d^4y \quad (\text{B.10})$$

onde  $D_i(x-y)$  é o operador retardado da equação de Klein-Gordon. Esse propagador é definido por [BD65]:

$$D_i(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k e^{ik(x-y)} \frac{1}{k^2 - m_i^2 + i\epsilon}, \quad i = \sigma, \omega \quad (\text{B.11})$$

satisfazendo a equação

$$[\square_x + m_i^2] D_i(x-y) = -i \delta^{(4)}(x-y) \quad (\text{B.12})$$

Portanto, com as expressões (B.9) e (B.10) para os operadores de campo mesônicos, podemos eliminar esses operadores da equação de Dirac (B.4), resultando que:

$$\begin{aligned} (-i\gamma_\mu \partial_1^\mu + M) \Psi(x_1) = & g_\sigma^2 \int D_\sigma(x_1-x_2) \bar{\Psi}(x_2) \Psi(x_2) d^4x_2 \Psi(x_1) \\ & - g_\omega^2 \int D_\omega(x_1-x_2) \Psi(x_2) \delta^\nu \Psi(x_2) d^4x_2 \delta_\nu \Psi(x_1) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Essa equação nos leva ao seguinte hamiltoniano no espaço de bárions:

$$\begin{aligned} H \equiv H^B = & \int_{x_1^0 = t = \text{cte}} \bar{\Psi}(x_1) (-i \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}_1 + M) \Psi(x_1) d^3x_1 \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=\sigma,\omega} g_i^2 \int_{x_1^0 = t = \text{cte}} \bar{\Psi}(x_1) \bar{\Psi}(x_2) A_i(1,2) D_i(x_1-x_2) \Psi(x_2) \Psi(x_1) d^3x_1 d^4x_2 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

onde  $A_j(1,2)$  são as seguintes combinações de matrizes de Dirac:

$$A_\sigma(1,2) = -1 \quad , \quad A_\omega(1,2) = \gamma_1(1) \gamma^1(2) \quad (B.15)$$

Expandindo os campos bariônicos  $\psi(x)$  e  $\psi^+(x)$  num conjunto completo de funções, podemos escrever

$$\Psi(x) = \sum_{\alpha} f_{\alpha}(\vec{x}) e^{-iE_{\alpha}t} b_{\alpha} + \sum_{\alpha} g_{\alpha}(\vec{x}) e^{iE_{\alpha}t} d_{\alpha}^+ \quad (B.16)$$

e

$$\Psi^+(x) = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^+(\vec{x}) e^{iE_{\alpha}t} b_{\alpha}^+ + \sum_{\alpha} g_{\alpha}(\vec{x}) e^{-iE_{\alpha}t} d_{\alpha} \quad (B.17)$$

onde  $f_{\alpha}(\vec{x})$  e  $g_{\alpha}(\vec{x})$  são os conjuntos completos de spinores de Dirac no espaço de coordenadas. Os operadores  $b_{\alpha}$  ( $b_{\alpha}^+$ ) e  $d_{\alpha}$  ( $d_{\alpha}^+$ ) são, respectivamente, os operadores de aniquilação (criação) de bárions e antibárions num estado  $\alpha$ . Não vamos considerar a seguir os termos de criação ou aniquilação de antipartículas. Nesse caso os campos (B.16) e (B.17) são dados por:

$$\Psi(x) = \sum_{\alpha} f_{\alpha}(\vec{x}) e^{-iE_{\alpha}t} b_{\alpha}$$

e

(B.18)

$$\Psi(x) = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^+(\vec{x}) e^{iE_{\alpha}t} b_{\alpha}^+$$

Substituindo em (B.14) as expressões (B.18) e o propagador (B.11), considerando  $x_1^0 = t = 0$ , obtemos para o hamiltoniano a expressão:

$$\begin{aligned}
 H^B = & \sum_{\alpha\alpha'} \int_{x_1^0=t=0} f_{\alpha'}^+(\vec{x}) (-i\delta^0 \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + \gamma^0 M) f_{\alpha}(\vec{x}) d^3x b_{\alpha'}^{\dagger} b_{\alpha} \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \alpha', \beta, \beta'} \int f_{\alpha}^+(\vec{x}_1) f_{\beta'}^+(\vec{x}_2) V_{\beta\beta'}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2) f_{\beta}(\vec{x}_2) f_{\alpha}(\vec{x}_1) d^3x_1 d^3x_2 \\
 & \cdot b_{\alpha'}^{\dagger} b_{\beta'}^{\dagger} b_{\beta} b_{\alpha} , \tag{B.19}
 \end{aligned}$$

onde  $V_{\beta\beta'}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$  é a interação de dois corpos, dada por

$$V_{\beta\beta'}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2) = \sum_{i=\sigma, \omega} g_i^2 \int dt_2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ik(x_1 - x_2)}}{k^2 - m_i^2 + i\epsilon} e^{-i(\epsilon_{\beta} - \epsilon_{\beta'})t} \tag{B.20}$$

Para determinarmos a expressão de  $V_{\beta\beta'}$ , devemos integrar no tempo  $t_2$  e no quadrimomentum  $k$ . Na notação de Bjorken e Drell [BD65], o produto de dois quadrivetores é tal que:

$$k^2 = K_0^2 - \vec{K}^2$$

e (B.21)

$$k(x_1 - x_2) = -K_0 t_2 - \vec{K} \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)$$

Substituindo na (B.20) a (B.21), podemos integrar em  $t_2$  resultando uma função- $\delta$  que permite integrar em  $K_0$ . Definindo  $r = |\vec{x}_1 - \vec{x}_2|$ , obtemos que:

$$V_{\beta\beta'}(r) = -i \sum_{i=\sigma, \omega} \frac{g_i^2}{4\pi r} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K dK e^{iKr}}{K^2 + [m_i^2 - (\epsilon_{\beta} - \epsilon_{\beta'})^2] - i\epsilon} \tag{B.22}$$

Essa última expressão para  $V_{\beta\beta'}(r)$  pode ser resolvida exatamente pelo teorema dos resíduos, levando a:

$$V_{\beta\beta'}(r) = \sum_{i=\sigma,\omega} \frac{g_i^2}{4\pi} \frac{e^{-r[m_i^2 - (E_\beta - L_\beta)^2]^{1/2}}}{r} \quad (\text{B.23})$$

Essa função, como vemos, é dependente de estado (de energia) e não considera efeitos de cortes de massas sendo a forma que usamos no Capítulo III.

## Apêndice C

Nesse apêndice (\*) descrevemos com mais detalhes o trabalho de Walecka [Wa74] com sua própria notação (que coincide com a de Bjorken e Drell [BD64]), que define a aproximação de campo médio (MFA).

A MFA de Walecka utiliza uma teoria quântica de campos relativística, local e de muitos corpos, composta de um campo de bárions, um mesônico escalar neutro (acoplado a uma densidade escalar), um campo mesônico vetorial neutro (acoplado a uma densidade vetorial) e um campo mesônico vetorial neutro (acoplado a uma corrente bariônica conservada).

Conforme veremos no resumo apresentado a seguir, os aspectos essenciais de interação nucleon-nucleon, responsáveis pelas propriedades de saturação da matéria nuclear, tais como a atração de longo alcance e repulsão de curto alcance, podem ser descritos nesse modelo pela seguinte densidade Lagrangeana

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -[\bar{\Psi}(\gamma_\lambda \frac{\partial}{\partial x_\lambda} + M)\Psi] - \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_\lambda} \right)^2 + \mu^2 \phi^2 \right] \\ & - \frac{1}{4} F_{\lambda\rho} F_{\lambda\rho} - \frac{m^2}{2} V_\lambda V_\lambda + i g_v \bar{\Psi} \gamma_\lambda \Psi V_\lambda + g_s \bar{\Psi} \Psi \phi \end{aligned} \quad (C.1)$$

onde  $\Psi$  é o campo de bárions da massa  $m_b$ ,  $\phi$  o campo do meson escalar neutro, de massa  $m_s$ , e  $V_\lambda$  o campo de meson vetorial, de massa  $m_v$ . As grandezas  $M, \mu, m$  são os inversos dos comprimentos de onda Compton definidos por

$$M \equiv m_b \quad \mu \equiv m_s \quad m \equiv m_v \quad (C.2)$$

(\*) Na nossa convenção  $\hbar = c = 1$ .

O mēson vetorial neutro estā acoplado ā corrente bariônica  $B_\lambda$  na forma

$$B_\lambda = i \bar{\Psi} \gamma_\lambda \Psi \quad (C.3)$$

que ē conservada, isto ē,  $\partial B_\lambda / \partial x_\lambda = 0$ . O campo escalar se acopla ā densidade escalar  $\bar{\psi}\psi$ . O campo tensorial  $F_{\lambda\rho}$  ē definido como

$$F_{\lambda\rho} = \frac{\partial V_\rho}{\partial x_\lambda} - \frac{\partial V_\lambda}{\partial x_\rho} \quad (C.4)$$

As equaçōes de movimento para os campos podem ser obtidas, da densidade, como equaçōes de Euler-Lagrange. Assim, os campos mesônicos satisfazem as relaçōes

$$(\square - \mu^2)\phi = -g_s \bar{\Psi} \Psi \quad (C.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\rho} F_{\lambda\rho} = -m^2 V_\lambda + i g_v \bar{\Psi} \gamma_\lambda \Psi$$

enquanto o campo bariônico obedece a

$$\left( \gamma_\mu \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_\mu} - i g_v \gamma_\mu V_\mu + M - g_s \phi \right) \Psi = 0 \quad (C.6)$$

$$\bar{\Psi} \left( -\gamma_\mu \frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial x_\mu} - i g_v \gamma_\mu V_\mu + M - g_s \phi \right) = 0$$

Note-se que estamos interessados em obter soluçōes destas equaçōes para um sistema com densidade bariônica  $\rho_B = \psi^\dagger \psi$  e densidade escalar  $\rho_S = \bar{\psi}\psi$  uniformes. No caso em que  $\rho_B$  e  $\rho_S$  sōo constantes, independentes de posiçāo e de tempo, ē possıvel obter uma soluçāo exata para as equaçōes de campo clāssicas, (C.5),

na forma

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_0 \\ V_\lambda &= i \delta_{\lambda 4} V_0\end{aligned}\tag{C.7}$$

sendo  $\phi_0$  e  $V_0$  constantes reais independentes de  $\vec{x}$  e  $t$  dados por

$$\begin{aligned}\phi_0 &= g_s \bar{\Psi} \Psi \equiv g_s \rho_s \\ V_0 &= g_v \Psi^+ \Psi \equiv g_v \rho_B\end{aligned}\tag{C.8}$$

O campo bariônico satisfaz as equações de campo linearizadas:

$$\begin{aligned}\left[ \gamma_\mu \frac{\vec{\partial}}{\partial x_\mu} + g_v \gamma_4 V_0 + (M - g_s \phi_0) \right] \Psi &= 0 \\ \bar{\Psi} \left[ -\gamma_\mu \frac{\vec{\partial}}{\partial x_\mu} + g_v \gamma_4 V_0 + (M - g_s \phi_0) \right] &= 0\end{aligned}\tag{C.9}$$

que também podem ser resolvidas exatamente.

Na Mecânica Quântica, ainda vamos supor um sistema com densidade bariônica uniforme, contido numa grande caixa de volume  $\Omega \equiv L^3$ , com condições de contorno periódicas. No cálculo de propriedades locais de matéria nuclear, se considera de forma padrão o limite  $\Omega \rightarrow \infty$ .

Do operador tensor de "stress", dado por:

$$\hat{T}_{\mu\nu} = \hat{P}_{\delta_{\mu\nu}} + (\hat{J} + \hat{P}) u_\mu u_\nu\tag{C.10}$$

com  $u_\mu = (0, i)$ , podemos determinar os operadores pressão ( $\hat{P}$ ), a

densidade de energia ( $\hat{E}$ ) e o hamiltoniano ( $\hat{H}$ ) do sistema, que são dados por

$$\begin{aligned}\hat{P} &= \frac{1}{3} T_{ii} \\ \hat{E} &= \hat{P} = -T_{44}\end{aligned}\quad (C.11)$$

$$\hat{H} = - \int T_{44} d\vec{x} = \int \hat{E} d\vec{x} \quad (C.12)$$

A propriedade de invariância translacional da teoria implica na relação entre a densidade de energia (densidade bariônica) e a energia total  $E$  (nº total de bárions) do sistema, na forma

$$\frac{E}{\Omega} = \mathcal{E} \quad (C.13)$$

$$\frac{B}{\Omega} = \rho_B$$

e permite identificar  $\phi_0$  e  $V_0$  de (C.7) com os seguintes valores esperados:

$$\phi_0 = g_s \langle \Psi_0 | \bar{\Psi} \Psi | \Psi_0 \rangle = g_s \rho_s \quad (C.14)$$

$$V_0 = i \delta_{\lambda 4} \frac{g^2}{m^2} \langle \Psi_0 | \Psi^\dagger \Psi | \Psi_0 \rangle = i \delta_{\lambda 4} \frac{g^2}{m^2} \rho_B$$

sendo  $\langle \psi_0 | \bar{\psi} \vec{\gamma} \psi | \psi_0 \rangle = 0$  por invariância translacional e  $|\psi_0\rangle$  é o estado fundamental do sistema de muitos corpos, auto-estado do quadrivetor momentum  $P_\mu = (0, iE)$ .

Note-se de (C.14) que os valores esperados dos opera-

dores de campo mesônico aumentam com a densidade bariônica.

Assim, uma teoria simplificada (não considerando as flutuações quânticas em torno dos valores esperados), onde os campos mesônicos são substituídos por seus correspondentes valores esperados constantes ( $\phi \rightarrow \phi_0$  e  $V_\lambda \rightarrow i\delta_{\lambda 4} V_0$ ), permite escrever a densidade Lagrangeana (C.1) na forma

$$\mathcal{L}^0 = - \left[ \Psi \left( \delta_\lambda \frac{\partial}{\partial x_\lambda} + g_v \delta_4 V_0 + (M - g_s \phi_0) \right) \Psi + \mu^2 \phi_0^2 - \frac{m^2}{2} V_0^2 \right] \quad (\text{C.15})$$

Desta equação (C.15) podemos obter o tensor de "stress" canônico  $T_{\lambda\rho}^0$ , que se conserva, e, logo, a pressão  $P$  e a densidade de energia  $\epsilon$ , de acordo com (C.11)

$$P = \frac{1}{3} \Psi^\dagger [\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}] \Psi + \frac{m^2}{2} V_0^2 - \frac{\mu^2}{2} \phi_0^2 \quad (\text{C.16})$$

$$\epsilon = \Psi^\dagger \left[ \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \beta (m_b - g_s \phi_0) + g_v V_0 \right] \Psi - \frac{m^2}{2} V_0^2 + \frac{\mu^2}{2} \phi_0^2 \quad (\text{C.17})$$

Para quantizar agora o sistema, o operador de campo bariônico é expandido em soluções da equação clássica (C.6). Na representação de Schrödinger, o operador de campo de Dirac pode ser escrito como

$$\Psi(\vec{x}) = \frac{1}{\Omega^{1/2}} \left[ A_{\vec{k}\lambda} u(\vec{k}\lambda) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} + B_{\vec{k}\lambda} v(-\vec{k}\lambda) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right] \quad (\text{C.18})$$

com momentum  $K$  escolhido de modo a satisfazer condições de contorno periódicas e com funções de onda  $u$  e  $V$  normalizadas ( $u^\dagger u = V^\dagger V = 1$ ). Os estados bariônicos são especificados por números quânticos (helicidade, isospin, etc.) simbolizados por  $\lambda$ .  $A_{\vec{K}\lambda}^+$  ( $A_{\vec{K}\lambda}^+$ ) e  $B_{\vec{K}\lambda}^-$  ( $B_{\vec{K}\lambda}^+$ ) são operadores de destruição (criação) de bárions. As funções de onda de Dirac, para dado  $\vec{K}$ , são soluções de

$$[\vec{\alpha} \cdot \vec{K} + \beta M^*] u(\vec{K}\lambda) = (E_{K^+} - g_v V_0) u(\vec{K}\lambda) \quad (C.19)$$

$$[\vec{\alpha} \cdot \vec{K} + \beta M^*] V(\vec{K}\lambda) = (E_{K^-} - g_v V_0) V(\vec{K}\lambda)$$

onde a massa efetiva  $M^*$  e os autovalores  $E_{K^\pm}$  são definidos por

$$M^* \equiv M - g_s \phi_0 \quad (C.20)$$

$$E_{K^\pm} \equiv g_v V_0 \pm [|\vec{K}|^2 + m_b^{*2}]^{1/2} \quad (C.21)$$

Ao contrário da teoria clássica de campos, na qual a ordem dos operadores é indefinida, na prescrição canônica da teoria quântica de campos os operadores não comutam e devemos definir a ordem desses operadores. Para tanto escolhe-se, para todas as expressões, a ordem normal<sup>(\*)</sup> que permite obter, para o operador densidade de energia  $\hat{H}_0/\Omega$  e para o operador densidade bariônica  $\hat{B}/\Omega$  as expressões seguintes:

(\*) Na ordem normal, com notação  $:\bar{\psi}\Gamma\psi:$ , os operadores de destruição são todos colocados à direita dos de criação.

$$\begin{aligned} \frac{\hat{H}_0}{\Omega} &= \frac{1}{\Omega} \int d\vec{x} : \xi : \\ &= \frac{\mu^2}{2} \phi_0^2 - \frac{m^2}{2} V_0^2 + g_V V_0 \left( \frac{\hat{B}}{\Omega} \right) + \frac{1}{\Omega} \sum_{\vec{k}, \lambda} [|\vec{k}|^2 + m_b^2]^{1/2} [A_{\vec{k}, \lambda}^+ A_{\vec{k}, \lambda} + B_{\vec{k}, \lambda}^+ B_{\vec{k}, \lambda}] \end{aligned} \quad (C.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\hat{B}}{\Omega} &= \frac{1}{\Omega} \int d\vec{x} : \Psi^+ \Psi : \\ &= \frac{1}{\Omega} [A_{\vec{k}, \lambda}^+ A_{\vec{k}, \lambda} - B_{\vec{k}, \lambda}^+ B_{\vec{k}, \lambda}] \end{aligned} \quad (C.23)$$

Com esses operadores podemos determinar a densidade bariônica e campos mesônicos  $\phi_0$  e  $V_0$ . Para tanto, obtêm-se o estado fundamental  $|F\rangle$  do hamiltoniano  $\hat{H}_0$  preenchendo-se estados de momentum  $K$  até o número de onda de Fermi ( $K_F$ ). Em cada estado de momentum podemos acomodar  $\gamma$  bárions. Se  $\gamma = 4$  ( $\gamma = 2$ ) temos o caso da matéria nuclear com igual número de prótons e nêutrons (para matéria nuclear são de nêutrons).

Assim, a densidade bariônica e os campos mesônicos  $\phi_0$  e  $V_0$ , obtidos transformando de forma padrão as somas em integrais, são dados por

$$\begin{aligned} \rho_B &= \langle F | \frac{\hat{B}}{\Omega} | F \rangle = \langle F | : \Psi^+ \Psi : | F \rangle \\ &= \frac{1}{\Omega} \sum_{\vec{k}, \lambda}^{K_F} u^+ u = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{K_F} d\vec{k} = \frac{\gamma K_F^3}{6\pi^2} \end{aligned} \quad (C.24)$$

$$V_0 = \frac{g_V}{m^2} \langle F | : \Psi^+ \Psi : | F \rangle = \frac{g_V}{m^2} \rho_B \quad (C.25)$$

$$\phi_0 = \frac{g_s}{\mu^2} \langle F | : \bar{\Psi} \Psi : | F \rangle = \frac{g_s}{\mu^2} \rho_s \quad (C.26)$$

com

$$\rho_s = \langle F | \bar{\Psi} \Psi | F \rangle = \frac{1}{\Omega} \sum_{\vec{k}\lambda} u^\dagger u = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} \frac{M^*}{(|\vec{k}|^2 + M^{*2})^{1/2}} d\vec{k}, \quad (C.27)$$

sendo

$$M^* = M - g_s^2 \frac{\rho_s}{\mu^2}$$

Nessas expressões vemos que, dada uma densidade de bárions  $\rho_B$  (constante de movimento), determina-se  $V_0$ . Como (C.27) é função implícita de  $\rho_s$ , para uma dada  $\rho_B$ ,  $\rho_s$  é obtida de forma autoconsistente.

As equações paramétricas de estado para a pressão  $P(\rho_B)$  e para a densidade de energia  $\epsilon(\rho_B)$ , calculadas de forma semelhante, nos levam às relações:

$$P(\rho_B) = -\frac{1}{2\mu^2} g_s^2 \rho_s^2 + \frac{1}{2m^2} g_v^2 \rho_B^2 + \frac{\gamma}{3(2\pi)^3} \int_0^{k_F} \frac{|\vec{k}|^2}{(|\vec{k}|^2 + M^{*2})^{1/2}} d\vec{k} \quad (C.28)$$

$$\epsilon(\rho_B) = \frac{1}{2\mu^2} g_s^2 \rho_s^2 + \frac{1}{2m^2} g_v^2 \rho_B^2 + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} (|\vec{k}|^2 + M^{*2})^{1/2} d\vec{k} \quad (C.29)$$

Destas duas expressões, (C.28) e (C.29), é possível eliminar a densidade bariônica  $\rho_B$ , o que conduz a forma da 1ª Lei da Termodinâmica ( $Pd\Omega = -dE$ ), indicando para a aproximação de Walecka leva a uma teoria termodinamicamente consistente.

O principal resultado da MFA de Walecka está resumido no conjunto de equações (C.24)-(C.29), que podem ser resolvidas em função de apenas dois parâmetros livres  $C_S^2$  e  $C_V^2$ , definidas por Walecka como

$$C_s^2 \equiv g_s^2 \frac{M}{\mu^2} \tag{C.30}$$

$$C_v^2 \equiv g_v^2 \frac{M}{m^2}$$

Uma análise dos resultados nos casos limites de baixas e altas densidades leva a conclusões importantes. No caso de baixas densidades, se  $C_s^2$  for grande suficiente, a energia de ligação por nucleon ( $\epsilon/\rho_B - m_b$ ) se torna negativa com o aumento da densidade, indicando que o sistema é autoligado. Para o limite de altas densidades, essa energia de ligação por nucleon é grande e positiva, indicando que o meio sempre se satura, ou seja, existe uma densidade (finita) para a qual essa energia de ligação por nucleon tem um mínimo negativo.

A resolução numérica do sistema de equações (C.28) e (C.29) de Walecka permitiu encontrar as funções  $\epsilon$  e  $P$  em termos dos parâmetros  $C_s^2$  e  $C_v^2$ . Para reproduzir corretamente a energia de ligação e a densidade da matéria nuclear, que apresentam os valores  $\gamma = 4$ ,  $\epsilon/\rho_B - m_b = -15,75$  MeV e  $K_F = 1,42$  fm<sup>-1</sup>, as constantes  $C_s^2$  e  $C_v^2$  determinadas foram as seguintes:

$$C_s^2 = 266,9 \tag{C.31}$$

$$C_v^2 = 195,7$$

Portanto, a MFA de Walecka, num modelo relativístico de Hartree para nucleons, interagindo via troca de apenas um  $\bar{b}_0$

son escalar e um vetorial efetivos, consegue reproduzir as propriedades da matéria nuclear. Note-se que Walecka não determina as massas e constantes de acoplamento desses bósons, pois seus resultados são obtidos em função dos parâmetros  $C_S$  e  $C_V$ . É importante salientar que a teoria de Walecka é independente de cutoff de energia,  $\Lambda$ , e que sua idéia fundamental é supor que os nucleons movem-se no núcleo num campo médio efetivo composto de um campo mesônico escalar e de um vetorial.

A MFA de Walecka tem tido grande sucesso em suas aplicações não só no caso da matéria nuclear, como também para cálculos de propriedades de núcleos finitos e de hipernúcleos.

## Apêndice D

Neste apêndice<sup>(\*)</sup> deduzimos em detalhe as expressões das funções de onda relativísticas tipo oscilador harmônico seguindo a idéia dos trabalhos de Itô [It67] e Swamy [Sw69]. Partimos de um sistema de uma partícula de Dirac com spin  $\frac{1}{2}$  e massa  $M$  movendo-se num "potencial" linear em coordenadas e regular na origem. Esse potencial corresponde a um dado campo vetorial externo  $\phi_\mu(r)$ , com apenas a quarta componente diferente de zero, com a métrica usada pelos autores em questão, isto é:

$$\phi_\mu(r) = (0, 0, 0, i\phi(r)) \quad (D.1)$$

com  $\phi(r) = M\omega r^2$ .

Isto nos leva a equação de Dirac com um potencial equivalente a um oscilador tridimensional, de frequência  $\omega$  e parâmetro  $\beta = \sqrt{1/M\omega}$ . Neste caso, podemos escrever a equação de Dirac na forma:

$$(\alpha \cdot \vec{p} + \beta M + V(r) - E) \Psi(\vec{r}) = 0 \quad (D.2)$$

com

$$V(r) = \frac{1}{4} \sigma_{\mu\nu} (\partial_\mu \phi_\nu - \partial_\nu \phi_\mu) \quad (D.3)$$

O spinor de Dirac tem componentes  $\xi(\vec{r})$  e  $\eta(\vec{r})$

---

(\*) Em nossa convenção  $\hbar = c = 1$ .

$$\Psi(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \xi(r) \\ \eta(r) \end{pmatrix} \quad (\text{D.4})$$

normalizadas por  $\int d\vec{r} (\xi^2 + \eta^2) = 1$ .

A forma do potencial  $V(r)$  em (D.3) pode ser simplificada, de acordo com o Apêndice A e com (D.1), resultando

$$V(r) = i\omega M \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{r} \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{r} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.5})$$

O hamiltoniano que obtemos com um potencial deste tipo será dado por:

$$H = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta M + V(r) \quad (\text{D.6})$$

É possível mostrar [Sw69], por uma transformação de Foldy-Wonhuyzen de  $H$ , que essa forma nos leva a um hamiltoniano não-relativístico correto (até a ordem  $1/M^2$ ), ou seja, ao potencial tipo oscilador harmônico tridimensional com acoplamento spin-órbita.

De (D.5) e (D.4) podemos reescrever a equação de Dirac (D.2) como duas equações acopladas para  $\xi(\vec{r})$  e  $\eta(\vec{r})$  da seguinte forma

$$(M - E)\xi(r) = \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} + i\omega M \vec{r})\eta(r) \quad (\text{D.7})$$

$$(E + M)\eta(r) = \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - i\omega M \vec{r})\xi(r)$$

Os números quânticos do problema são  $n, l, j$ , sendo  $m(\mu)$  a projeção do spin  $S$  (do momentum angular  $j$ ). A componente  $\xi(\vec{r})$  pode ser escrita na forma [Me61]

$$\xi(r) = A R_{n\ell}(\bar{r}) \chi_K^\mu \quad (D.8)$$

onde os spinores de duas componentes são dados por:

$$\chi_K^\mu = \sum_m (\ell \ 1/2 \ j \ | \ \mu - m, \ m) Y_\ell^{\mu-m}(\hat{r}) \chi_{1/2}^m \quad (D.9)$$

sendo  $Y_\ell^{\mu-m}(\hat{r})$  e  $\chi_{1/2}^m$  as funções esféricas harmônicas e de spin  $1/2$ , respectivamente. O número quântico  $K$  é definido por:

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{L} + 1) y_K^{jm} = -K y_K^{jm} \quad (D.10)$$

onde  $\vec{L} = -i\vec{r} \times \vec{\nabla}$  é o operador momentum angular orbital.

Para eliminar do sistema (D.7) a componente menor  $\eta(\vec{r})$ , usamos para o produto  $\vec{\sigma} \cdot \vec{p}$  a relação [Me61]:

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{p} = -i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} \left[ \frac{d}{dr} + \frac{1}{r} - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{L} + 1}{r} \right] \quad (D.11)$$

Assim, com (D.8)-(D.11), obtemos de (D.7), uma equação para  $\xi(\vec{r})$

$$\left[ -\nabla^2 + \frac{r^2}{\beta^4} + \frac{3}{\beta^2} - \frac{2}{\beta^2} \vec{\sigma} \cdot \vec{L} \right] \xi(\vec{r}) = [E^2 - M^2] \xi(\vec{r}) \quad (D.12)$$

Esta equação (D.12) corresponde à equação de movimen-

to de um oscilador harmônico tridimensional com forte acoplamento spin-órbita e é resolvida da forma usual [Me61].

A solução obtida para os autovalores  $E$  é

$$E^2 = \begin{cases} M^2 + \frac{4}{\beta^2} (n+j+1) \\ M^2 + \frac{4}{\beta^2} n \end{cases} \quad (D.13)$$

com  $n = 0, 1, 2, \dots$ , como no caso do oscilador harmônico tridimensional quântico.

Isso nos leva aos seguintes autovalores de energia para os estados de partícula-única:

$$E = \begin{cases} M & ; 1s_{1/2} \\ M & ; 1p_{1/2} \\ M \left[ 1 + \frac{6}{\beta^2 M^2} \right]^{1/2} & ; 1p_{3/2} \end{cases} \quad (D.14)$$

A componente  $\xi(\vec{r})$  é determinada da solução de (D.12) e  $\eta(\vec{r})$ , obtida a partir da relação (D.7), isto é:

$$\eta(\vec{r}) = \frac{-i}{E+M} \vec{\sigma} \cdot \hat{r} \left[ \frac{d}{dr} + \frac{1+K}{r} + \frac{r}{\beta^2} \right] \xi(\vec{r}) \quad (D.15)$$

Devemos lembrar que [Me61], como

$$\vec{\sigma} \cdot \hat{r} \chi_k^\mu = -\chi_{-k}^\mu \quad (D.16)$$

resulta, de (D.15) e (D.8), a expressão

$$\eta(\vec{r}) = \frac{i}{E+M} \left[ \frac{d}{dr} + \frac{1+K}{r} + \frac{r}{\beta^2} \right] A R_{n\ell}(r) \chi_{-K}^{\mu} \quad (D.17)$$

para cada estado de energia  $E$ .

Assim, identificados os números quânticos  $(n, \ell, j)$  de cada estado de partícula-única, as correspondentes funções de onda e autovalores são determinados de (D.14) e (D.15) - (D.17). Vamos analisar cada caso em detalhe.

a) Estado  $1s_{1/2}$

Para este estado  $n=0$ ,  $\ell=0$ ,  $j=1/2$  e  $K=-1$ , e a função  $R_{00}(r) = e^{-r^2/2\beta^2}$ . Da (D.8), para  $\mu = \pm 1/2$ , obtemos

$$\xi(\vec{r}) = A e^{-r^2/2\beta^2} \chi_{-1}^{\mu} \quad (D.18)$$

ou

$$\xi(\vec{r}) = \begin{cases} A e^{-r^2/2\beta^2} Y_0^0(\hat{r}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{ para } \mu = 1/2 \\ A e^{-r^2/2\beta^2} Y_0^0(\hat{r}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \text{ para } \mu = -1/2 \end{cases} \quad (D.19)$$

A função  $\eta(\vec{r})$ , de (D.17), para  $E = M \bar{e}$

$$\eta(\vec{r}) = 0 \quad (D.20)$$

Normalizando, podemos obter o coeficiente  $A$ . Desta forma temos, para o estado  $1s_{1/2}$

$$\Psi_{1s1/2}(\vec{r}) = \frac{2}{\pi^{1/4} \beta^{3/2}} e^{-r^2/2\beta^2} Y_0^0(\hat{r}) \begin{pmatrix} \chi_{1/2}^\mu \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{D.21})$$

onde

$$\chi_{1/2}^{1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \chi_{1/2}^{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{D.22})$$

b) Estado  $1p_{3/2}$

Neste caso  $n = 0$ ,  $\ell = 1$ ,  $j = 3/2$  e  $K = 2$ , e a função  $R_{01} = r e^{-r^2/2\beta^2}$ . Como, de (D.12), sabemos que

$$\xi(\vec{r}) = A r e^{-r^2/2\beta^2} \chi_{-2}^\mu \quad (\text{D.23})$$

com  $E = M$ , podemos encontrar  $\mu(\vec{r})$  e o coeficiente de normalização  $A$ . Resulta que

$$\eta(\vec{r}) = 0 \quad (\text{D.24})$$

e  $A = \sqrt{8/3} [\pi^{1/4} \beta^{5/2}]^{-1}$ .

Ao invés do spinor de duas componentes  $\chi_K^\mu$ , vamos usar o spinor autofunção dos operadores  $J^2$  e  $J_z$ , ou seja,  $Y_\ell^{j,\mu}$ , definido por [Me61]

$$Y_\ell^{j,\mu}(\hat{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\ell+1}} \begin{pmatrix} \pm \sqrt{\ell \pm \mu + 1/2} Y_\ell^{\mu-1/2}(\hat{r}) \\ \sqrt{\ell \mp \mu - 1/2} Y_\ell^{\mu+1/2}(\hat{r}) \end{pmatrix} \quad (\text{D.25})$$

Assim, resulta para o estado  $1p_{3/2}$ :

$$\Psi_{1p_{3/2}}(\vec{r}) = \sqrt{\frac{8}{3}} \frac{1}{\pi^{1/4} \beta^{3/2}} r e^{-r^2/2\beta^2} \begin{pmatrix} y_{1,3/2}^{1/2}(\hat{r}) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (D.26)$$

com

$$y_{1,3/2}^{\mu}(\hat{r}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \sqrt{3/2+\mu} y_1^{\mu-1/2}(\hat{r}) \\ \sqrt{3/2-\mu} y_1^{\mu+1/2}(\hat{r}) \end{pmatrix}$$

c) Estado  $1p_{1/2}$

Para esse estado  $n=0$ ,  $\ell=1$ ,  $j=1/2$  e  $K=1$ , e  $R_{01} = r e^{-r^2/2\beta^2}$ . Além disto, como vimos antes, o autovalor de energia é  $E = M[1 + 6/\beta^2 M^2]^{1/2}$ . A componente maior  $\xi(\vec{r})$ , de (D.12), resulta ser

$$\xi(\vec{r}) = A r e^{-r^2/2\beta^2} y_{1,1/2}^{\mu}(\hat{r}) \quad (D.27)$$

Como  $(\vec{\sigma} \cdot \vec{r}) y_{1,1/2}^{1/2\mu}(\hat{r}) = -y_{0,1/2}^{1/2\mu}(\hat{r})$  [Me61], de (D.15), e normalizando, obtemos que

$$A = \sqrt{\frac{8}{3}} \frac{1}{\pi^{1/4} \beta^{5/2} 2^{1/2}} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{1+6\delta^2}} \right)^{1/2} \quad (D.28)$$

e

$$\eta(\vec{r}) = A \frac{3i}{M[1+\sqrt{1+6\delta^2}]} e^{-r^2/2\beta^2} y_{0,1/2}^{1/2\mu}(\hat{r}) \quad (D.29)$$

com  $\gamma = 1/\beta M$ .

Deste modo, a função de onda do estado  $1p_{1/2}$  tem a forma:

$$\Psi_{1p_{1/2}}(\vec{r}) = \sqrt{\frac{8}{3}} \frac{1}{\pi^{1/4} \beta^{5/2} 2^{1/2}} \left[ 1 + \frac{1}{\alpha} \right]^{1/2} r e^{-r/2\beta} \begin{pmatrix} Y_1^{1/2\mu}(\hat{r}) \\ \frac{3i\beta}{(1+\alpha)r} Y_0^{1/2\mu}(\hat{r}) \end{pmatrix} \quad (\text{D.30})$$

sendo  $\alpha = \sqrt{1 + 6\gamma^2}$ .

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- An80 ANASTASIO M.R., CELENZA L.S. e SHAKIN C.M., Phys.Rev. Lett. 45, 2096 (1980).
- An81 ANASTASIO M.R., CELENZA L.S. e SHAKIN C.M., Phys.Rev. C23, 569 (1981).
- Aj77 AJZENBERG-SELOVE F., Nucl.Phys. A281, nº 1 (1977).
- Ba78 BATTY C.J., BIAGI S.F., BLECHER M., HOATH S.D., RIDDLE R.A.J., ROBERTS B.L., DAVIES J.D., PYLE G.J., SQUIER G. T.A. e ASBURY D.M., Phys.Lett. 74, 27 (1978).
- Bar81 BARNES P.D., comunicação privada (1981).
- Bas81 BASSALLECK, reprint of second TRIUMF KAON FACTORY PHYS. WORKSHOP, Agosto 10-14 (1981).
- Bat78 BATTY C.J., BIAGI S.F., BLECHER M., HOATH S.D., RIDDLE R.A.J. e ROBERTS B.L., Phys.Lett. 74B, 27 (1978).
- Bat79 BATTY C.J., Phys.Lett. 87B, 324 (1979).
- BB81 BOGUTA J. e BOHRMANN S., Phys.Lett. 102B, 93 (1981).
- BD64 BJORKEN J.D. e DRELL S.D., "Relativistic Quantum Mechanics", Ed. McGraw-Hill (N.Y.), 1964, vol. 1.
- BD65 BJORKEN J.D. e DRELL S.D., "Relativistic Quantum Mechanics", Ed. McGraw-Hill (N.Y.), 1965, vol. 2.
- Be79(a) BERTINI R., Proc. of Intern. Conf. of Meson Nuclear Physics, Houston, AIP #54, pg. 703 (1979).
- Be79(b) BERTINI R., BING O., BIRIEN P., BRÜCKNER W., CATZ H., CHAUMEAUX A., DURAND J.M., FAESSLER M.A., KETEL T.J., KILIAN K., MAYER B., NIEWISCH J., PIETRZYK B., POVH B., RITTER H.G. e UHRMACHER M., Phys.Lett. 83B, 306 (1979).

- Be80 BERTINI R., BING O., BIRIEN P., BRÜCKNER W., CATZ H.,  
CHAUMEAUX A., DURAND J.M., FAESSLER M.A., KETEL T.J.,  
KILIAN K., MAYER B., NIEWISCH J., PIETRZYK B., POVH B.,  
RITTER H.G. e UHRMACHER M., Phys.Lett. 90B, 375 (1980).
- Ber81 BERNSTEIN A.M., DONNELLY T.W. e EPSTEIN G.N., Nucl.Phys.  
A358, 197c (1981).
- BH76 BOUYSSY A. e HÜFNER J., Phys.Lett. 64B, 276 (1976).
- BM69 BOHR A. e MOTTELSON B., "Nuclear Structure", vol. 1  
(Benjamin, N.Y.), 1969.
- B077 BOUYSSY A., Nucl.Phys. A290, 324 (1977).
- Bo79 BOUYSSY A., Phys.Lett. 84B, 41 (1979).
- Bo80 BOUYSSY A., Nucleonika 25, 413 (1980).
- Bo81 BOUYSSY A., Phys.Lett. 99B, 305 (1981).
- Bog81(a) BOGUTA J., Phys.Lett. 106B, 250 (1981).
- Bog81(b) BOGUTA J., Phys.Lett. 106B, 241 (1981).
- Bri78 BRITTAN M., Phys.Lett., 79B, 27 (1978).
- Bro78 BROCKMANN R., Phys.Rev. C18, 1510 (1978).
- Bro81 BROCKMANN R., Phys.Lett. 104B, 256 (1981).
- Brü BRÜCKNER W., FAESSLER M.A., KILIAN K., LYNEN U.,  
PIETRZYK B., POVH B., RITTER H.G., SCHÜRLEIN B.,  
SCHÖDER H. e WALENTA A.H., Phys.Lett. 55B, 107 (1975).
- Brü76 BRÜCKNER W., GRANZ B., INGHAM D., KILIAN K., LYNEN U.,  
NIEWISCH J., PIETRZYK B., POVH B., RITTER H.G. e  
SCHRÖDER H., Phys.Lett. 62B, 481 (1976).
- Brü78 BRÜCKNER W., FAESSLER M.A., KETEL T.J., KILIAN K.,  
NIEWISCH J., PIETRZYK B., POVH B., RITTER H.G.,  
UHRMACHER M., BIRIEN P., CATZ H., CHAUMEAUX A., DURAND  
J.M., MAYER B., THIRION J., BERTINI R. e BING O., Phys.Lett.  
79B, 157 (1978).

- BrÜ79 BRÜCKNER W., FAESSLER M.A., KETEL T.J., KILIAN K., NIEWISCH J., PIETRZYK B., POVH B., RITTER H.G., UHRMACHER M., BIRIEN P., CHAUMEAUX A., DURAND J.M., MAYER B., BERTINI R., BING O., CATZ H. e BOUYSSY A., reprint CERN-EP/79-97 (1979).
- BrÜ80 BRÜCKNER W., *Nucleonika* 25, 427 (1980).
- BW77(a) BROCKMANN R. e WEISE W., *Phys.Rev.* C16, 1282 (1977).
- BW77(b) BROCKMANN R. e WEISE W., *Phys.Lett.* 69B, 167 (1977).
- BW81(a) BROCKMANN R. e WEISE W., *Nucl.Phys.* A355, 365 (1981).
- BW81(b) BROCKMANN R. e WEISE W., *Proc. 9<sup>th</sup> ICOHEPANS, Versailles, seção I-31*, pg. 376 (1981).
- Da81 DALITZ R.H., *Nucl.Phys.* A354, 101c (1981).
- DG76 DALITZ R.H. e GAL A., *Phys.Lett.* 64B, 154 (1976).
- Di81 DILLIG M., HERSCOVITZ V., TEODORO M.R., *J.Phys. G: Nucl.Phys.* 7, L39 (1981).
- Di82 DILLIG M., HERSCOVITZ V., TEODORO M.R., comunicação privada.
- Do79 DOVER C.B., reprint LAMPF Workshop on Pion Charge Exchange Reactions, Los Alamos, BNL-25878 (1979).
- Do80 DOVER C.B., *Nucleonika* 25, 521 (1980).
- DR81 DABROWSKI J. e ROZÝNEK J., *Phys.Rev.* C23, 1706 (1981).
- DW81 DOVER C.B., WALKER G.E., comunicação privada "The Interaction of Kaons with Nucleons and Nuclei" (1981)
- En72 ENGE H., "Introduction to Nuclear Physics", Ed. A.Wesley (1972).
- FK65 FESHBACH H. e KERMANN A.K., "Preludes in Theoretical Physics", North-Holland, Amsterdam, 1965, pg. 260.
- Ga80 GAL A., *Nucleonika* 25, 447 (1980).

- GD80 GAL A. e DOVER C.B., Phys.Rev.Lett. 44, 379 (1980).
- Ge71 GERSTEIN A., THOMPSON R. e GREEN A., Phys.Rev. D3, 2076 (1971).
- Hu71 HUNGERFORD Ed.V., Nucl.Phys. A353, 75c (1981).
- It67 ITÔ D., MORI K. e CARRIÈRE E., Nuov.Cim. 51A, 1119 (1967).
- Ja75 JACKSON A.D., RISKI D.O. e VERWEST B., Nucl.Phys. A249, 397 (1975).
- Jam80 JAMINON M., MAHAUX C. e ROCHUS P., Phys.Rev. C22, 2027 (1980).
- Ki80 KISSLINGER L.S., Phys.Rev.Lett. 44, 968 (1980).
- Ma80 MAYER B., Nucleonika 25, 439 (1980).
- Me61 MERZBACHER E., "Quantum Mechanics", Ed. John Wiley & Sons. (N.Y.), 1961.
- MG72 MILLER L.D. e GREEN A.E.S., Phys.Rev. C5, 241 (1972).
- Mi74 MILLER L.D., Phys.Rev. C9, 537 (1974).
- Mi75(a) MILLER L.D., Ann.Phys. 91, 40 (1975).
- Mi75(b) MILLER L.D., Phys.Rev. C12, 710 (1975).
- Mi76 MILLER L.D., Phys.Rev. C14, 706 (1976).
- Na75 NAGELS M.M., RIJKEN T.A. e SWART J.J., Phys.Rev. D12, 744 (1975).
- Na77 NAGELS M.M., RIJKEN T.A. e SWART J.J., Phys.Rev. D15, 2547 (1977).
- Na79 NAGELS M.M., RIJKEN T.A. e SWART J.J., Phys.Rev. D20, 1633 (1979).
- No80 NOBLE J.V., Phys.Lett. 89B, 325 (1980).
- PD53 PNIEWSKI J. e DANYSK M., Phil.Mag. 44, 348 (1953).
- PD62 PNIEWSKI J. e DANYSK M., Phys.Lett. 1, 142 (1962).
- Pd63 PODGORETSKII M.I., Sov.Phys. JETP 17, 470 (1963).

- Pi79 PIRNER H.J., Phys.Lett. 85B, 190 (1979).  
Po76(a) POVH B., Rep.Progr.Phys. 39, 823 (1976).  
Po76(b) POVH B., Zeit.Phys. A279, 159 (1976).  
Po80 POVH B., Nucl.Phys. A335, 233 (1980).  
Sw69 SWAMY N.V.V.J., Phys.Rev. 180, 1225 (1969).  
SW79 SEROT B.D. e WALECKA J.D., Phys.Lett. 87B, 172 (1979).  
Wa74 WALECKA J.D., Ann.Phys. (N.Y.) 83, 491 (1974).