



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
Seminário do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química



VII-OKTOBER FÓRUM – PPGEQ

21, 22 E 23 DE OUTUBRO DE 2008

## APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE ESTIMADORES DE ESTADO EM UM PLANTA LABORATORIAL

A. C. Paim, J. O. Trierweiler

Grupo de Integração, Modelagem, Simulação, Controle e Otimização de Processos (GIMSCOP)  
Departamento de Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)  
R. Eng. Luis Englert, s/n. Campus Central. CEP: 90040-040 - Porto Alegre - RS - BRASIL,  
E-MAIL: [andpaim.jorge@enq.ufrgs.br](mailto:andpaim.jorge@enq.ufrgs.br)

**Palavras Chaves:** Estimadores de Estados, Filtros de Kalman Estendido e com Restrições, Controle Multivariável

**Resumo:** A eficiência de controladores multivariáveis baseados em modelo (e.g. MPC), para sistemas não lineares, depende sobre tudo da qualidade deste modelo e do acompanhamento de algumas variáveis chaves do processo para monitoramento e otimização das ações de controle geradas. Quando o processo tem algum de seus parâmetros modificado (e.g. alteração na abertura de válvulas) ou ocorrem freqüentes modificações das variáveis de entrada (e.g. devido a mudanças de set points e distúrbios sobre as variáveis controladas), faz-se necessário estimar as alterações de alguns estados não mensurados em tempo real. O presente trabalho tem como objetivo elucidar a teoria sobre os estimadores de estados clássicos baseados no Filtro de Kalman e validar a qualidade destes dois estimadores de estados, Filtro de Kalman Estendido (EKF) e Filtro de Kalman Estendido com Restrição (CEKF), em suas versões discretizadas, através de dois conjuntos de dados experimentais obtidos da planta de seis tanques esféricos multivariáveis. A utilização destes dois estimadores, que prevê uma comparação entre os resultados dos filtros pela estimação dos níveis dos tanques superiores ( $h_1$  e  $h_4$ ) e intermediários ( $h_2$  e  $h_5$ ) do processo, serve como justificativa para futuras implementações dos filtros associados ao sistema de controle avançado de processo em tempo real.

### 1. Introdução

A contínua demanda por produtos de qualidade exige que as indústrias mantenham um controle cada vez mais rígido de acompanhamento de estados e parâmetros do processo. Infelizmente, a obtenção destes valores, nos intervalos de tempo necessários para controle, geralmente é difícil. Na maioria dos casos, essas medidas são dispendiosas e envolvem elevados tempos de amostragem e análise.

Visando contornar a problemática causada pela dificuldade de medição dessas variáveis, foram desenvolvidos algoritmos capazes de estimar os valores das propriedades de interesse em tempo real utilizando para isso um modelo matemático do processo e informações secundárias ou via um subconjunto de estados mensuráveis (medidas de saída do processo), tais como temperaturas, pressões, vazões, entre outras, que contenham alguma correlação com as variáveis que se deseja conhecer. A esses algoritmos normalmente é dado o

nome de analisadores virtuais ou inferidores de propriedades.

O conhecimento de variáveis chaves para o acompanhamento da qualidade do produto final é essencial para a aplicação de técnicas de controle avançado e conseqüente melhoria operacional do processo.

A estimação de estados tem como propósito usar de uma forma “ótima” a informação disponível do modelo do processo e das medições para obter estimativas de estados imensuráveis do sistema dinâmico. Esta informação pode ser usada para o monitoramento e o controle do processo (Valappil e Georgakis, 2000).

O sucesso de muitos métodos de detecção de falhas e de controladores baseados em modelo depende diretamente da acuracidade do modelo do processo e das estimativas dos estados chaves (Robertson, Lee *et al.*, 1995).



Os dois objetivos básicos da estimação de estados são (Tonel, 2007):

1. Fazer estimação dos estados não medidos a partir do modelo e de medições de processo (Etapa de Estimação);
2. Reduzir a influência de ruídos medidos nos estados estimados e medidos (Etapa de Filtragem).

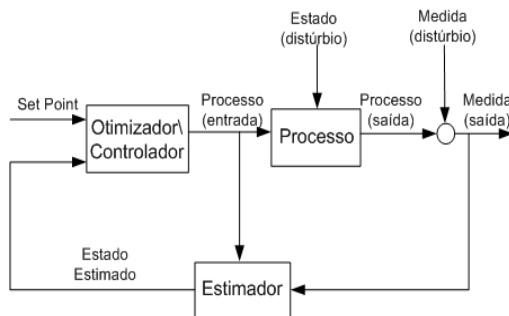
Estimadores de estados têm sido aplicados a distintas áreas, tais como em engenharia de processos, aeroespacial, econometria e geofísica (Teixeira, 2008).

Sob as premissas de um sistema estocástico e linear e com ruídos de processo e de saída assumidos como variáveis randômicas e Gaussianas com média igual a zero, o Filtro de Kalman (1960) apresenta-se como um algoritmo recursivo ótimo de processamento de dados (Maybeck, 1979).

O filtro de Kalman é essencialmente um conjunto de equações matemáticas que executam um tipo de estimativa, preditiva - corretiva, a qual tende a ótima no sentido que minimiza o erro das covariâncias estimadas, quando presume que algumas condições sejam conhecidas (Welch e Bishop, 2006).

A solução do problema de estimação de estados é baseada em uma técnica recursiva a qual cada estimativa atualizada dos estados é computada da estimativa precedente e dos dados de entrada novos.

Este trabalho faz uma aplicação prática em uma unidade laboratorial dos estimadores baseados no filtro de Kalman (EKF e CEKF) discutindo suas respectivas desvantagens e vantagens na estimação de estados, como uma ferramenta de monitoramento visando o posterior controle e/ou otimização do processo em tempo real.



**Figura 1.1:** Sistema de controle por retroalimentação associado ao estimador de estado.

## 2 Desenvolvimento

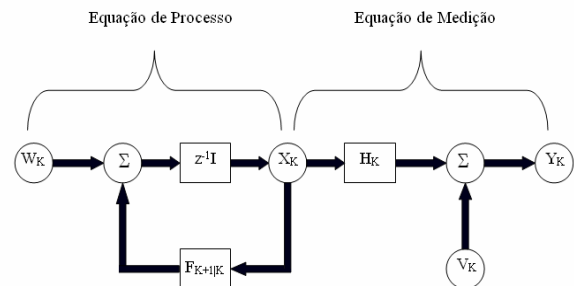
### 2.1 Conceito de Estado

O conceito de variáveis de estado é fundamental é fundamental para o entendimento destes métodos, uma vez que o reverenciado Filtro de Kalman, já enraizado na formulação de estados de espaço para sistemas dinâmicos lineares, fornece uma solução recursiva ótima de filtração / estimação quando o problema é linear.

O vetor de estado ou simplesmente o estado, denotado pelo  $X_k$ , é definido como o conjunto de dados mínimos que são suficientes para descrever o

comportamento dinâmico do sistema ao longo de uma certa região de confiança no entorno de um determinado ponto de operação. Em outras palavras, o estado é a menor quantidade de informação sobre o comportamento passado de um sistema que é necessário para prever o comportamento futuro.

Em termos matemáticos, o diagrama de bloco de figura 2.1 personifica os seguintes pares de equações:



**Figura 2.1:** Representação do comportamento de um sistema em termos de Espaço de Estado.

#### 1. Equações de Processo

$$X_{k+1} = F_{k+1|k} X_k + W_k \quad (2.1)$$

Onde  $F_{k+1|k}$  é a matriz de transição que toma o estado  $X_k$  do tempo  $k$  até o tempo  $k+1$ . O ruído do processo  $W_k$  é assumido por adição, branco e Gaussiano, com média zero e com a matriz de covariância definida por:

$$E[W_n W_k^T] = \begin{cases} Q_k & \text{for } n = k \\ 0 & \text{for } n \neq k \end{cases} \quad (2.2)$$

Onde a subscrita T denota matriz transposta. A dimensão do espaço de estado é denotada por M.

#### 2. Equação de Medição

$$Y_k = H_k X_k + V_k \quad (2.3)$$

Onde  $Y_k$  é a variável de saída ou valor observado no tempo  $k$  e  $H_k$  é uma matriz de medição que toma o estado  $X_k$  do tempo  $k$  até os valores medidos na saída do processo  $Y_k$ . O ruído de medição  $V_k$  é assumido por adição, branco e Gaussiano, com média zero e com a matriz de covariância definida por:

$$E[V_n V_k^T] = \begin{cases} R_k & \text{for } n = k \\ 0 & \text{for } n \neq k \end{cases} \quad (2.4)$$

Indo mais além, o ruído de medição  $V_k$  não possui relação com o ruído de processo  $W_k$ . A dimensão do espaço de medição é denotada por N.



O problema de Filtro de Kalman consiste em unir e resolver as equações de processo e medição para encontrar os estados desconhecidos de uma maneira ótima que possa ser presumida como a seguir:

O uso dos dados observados inteiros, consistindo nos vetores  $Y_1, Y_2, \dots, Y_k$ , para encontrar a cada intervalo de tempo  $k+1$  a estimativa de erro mínima média quadrada dos estados  $X_i$ .

O problema é chamado de filtragem se  $i = k$ , predição se  $i > k$ , e assentamento se  $1 < i < k$ .

## 2.2 Filtro de Kalman Estendido

Um método direto para gerar um filtro não-linear ótimo é linearizar o modelo não linear e aplicar a estimação de estado linear ótima para produzir as correções a cada novo estado predito. Um método que usa esta idéia é o Filtro de Kalman Estendido (EKF). Este algoritmo é essencialmente justificado se o sistema linearizado fornece uma boa representação do comportamento do sistema real para uma determinada vizinhança em torno do atual estado do sistema.

O EKF considerado aqui é descrito matematicamente, considerando o seguinte modelo não linear do processo definido por:

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(k)} &= f_{(x_k, u_k, k)} + w_k \\ y^{(k)} &= h_{(x_k, k)} + v_k \\ k &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.5)$$

Onde  $x$  são os estados,  $y$  representam as saídas,  $w$  e  $v$  são os ruídos de processo e de medida respectivamente,  $u$  são as variáveis de entradas manipuladas,  $k$  representa o tempo,  $f$  e  $h$  são as funções de matemáticas não lineares que descrevem o sistema.

Se o sistema apresenta um modelo fortemente não linear, a existência da aproximação via série de Taylor de primeira ordem ainda é possível se  $w_k$  for pequeno, pois se faz uma expansão em torno de cada ponto  $x_k$  com um determinado intervalo de validade. O mesmo é válido para quando o de  $v_k$  é pequeno, pois a estimação de estados é intensamente dependente dos valores medidos.

O Filtro de Kalman Estendido pode ser formulado para uma versão contínua ou discreta, em ambas, consiste de duas etapas:

A primeira é uma etapa de predição onde é feito um cálculo dos valores previstos para os estados  $x_k$  e também para a matriz de covariância dos estados  $P_k$  utilizando para tal, informações do modelo do sistema. As matrizes de covariâncias  $P_k$  são preditas utilizando a equação dinâmica de Ricatti, onde, na versão discreta, são calculadas a cada determinado instante de tempo  $k$  (Eq. 2.7) e na versão contínua, são integradas juntamente com as equações diferenciais do modelo (Eq. 2.8).

A segunda é uma etapa de correção onde são realizados o computo do ganho do filtro de Kalman  $K$  e as correções para os estados preditos  $x_k$ . Algumas implementações descritas na literatura podem requerer a

atualização da matriz de covariância, porém para esta formulações onde se faz uso da equação dinâmica de Ricatti, tanto para o modo contínuo quanto para o modo discreto, a matriz de covariância dos estados não é atualizada. Estas correções são possíveis apartir dos valores medidos  $Y_k$  para o tempo  $k$  e também dos valores encontrados para as saídas pelo modelo linearizado, ao final resultando no valor estimado para os estados não medidos.

Baseado nestes conhecimentos, o seguinte algoritmo de Filtro de Kalman Estendido é apresentado abaixo:

Equações da Etapa de Predição:

- Estados Preditos

$$\hat{x}_k^- = \hat{x}_{k-1}^+ + \int_{k-1}^k f_{(x, u, t)} dt \quad (2.6)$$

- Covariâncias Preditas

$$P_k = \varphi_k P_{k-1} \varphi_k^T - (\varphi_k P_{k-1} H_k^T) (H_k P_{k-1} H_k^T + R_k)^{-1} (H_k P_{k-1} \varphi_k^T) + Q_k \quad (2.7)$$

$$P_k = P_{k-1} + \int_{k-1}^k [F_{(t)} P_{(t)} + P_{(t)} F_{(t)}^T - (P_{(t)} H_{(t)}^T R_{(t)}^{-1} H_{(t)} P_{(t)}) + Q_{(t)}] dt \quad (2.8)$$

Onde:

$$F_{(t)} = \left( \frac{\partial f_{(x, u, t)}}{\partial x} \right) \Big|_{\hat{x}_{k|k-1}} \quad (2.9)$$

$$H_{(t)} = \left( \frac{\partial h_{(x, t)}}{\partial x} \right) \Big|_{\hat{x}_{k|k}} \quad (2.10)$$

$$\varphi_k = e^{(F_k(t_s))} \quad (2.11)$$

Equações da Etapa de Correção:

- Ganho de Kalman

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (2.12)$$

- Estados Corrigidos

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (2.13)$$

A nomenclatura adotada utiliza o acento circunflexo (^) para diferenciar o valor estimado dos estados dos valores reais destas variáveis. Já o sinal (-) tem como significado o valor do estado predito para um tempo  $k$  sendo também conhecido como 'a priori state estimate', e o sinal (+) tem como significado o valor do



estado corrigido para um tempo  $k$  sendo também conhecido como ‘*a posteriori state estimate*’.

### 2.3. Filtro de Kalman Estendido com Restrição

O CEKF (do inglês Constrained Extend Kalman Filter) é um tipo alternativo de estimador baseado em otimização, cuja implementação é originária da formulação do MHE.

De forma semelhante ao EKF, o Filtro de Kalman Estendido com Restrição consiste das etapas de predição e correção. A etapa de predição do estimador CEKF utiliza a solução da equação/matriz dinâmica de Ricatti para a atualização da matriz de covariância  $P_k$ .

A implementação através do CEKF faz uso de uma otimização durante a etapa de correção, onde são minimizados os sinais de ruídos (bias para as correções dos estados estimados). Neste estágio, as restrições do sistema aparecem diretamente como restrições do problema de otimização.

Baseado nestes conhecimentos, o seguinte algoritmo de Filtro de Kalman Estendido com Restrição é apresentado a seguir:

Equações da Etapa de Predição:

- Estados Preditos

$$\hat{x}_k^- = \hat{x}_{k-1}^+ + \int_{k-1}^k f(\hat{x}_k, u, t) dt \quad (2.14)$$

- Covariâncias Preditas

$$P_k = \Phi_k P_{k-1} \Phi_k^T - (\Phi_k P_{k-1} H_k^T) (H_k P_{k-1} H_k^T + R_k)^{-1} (\Phi_k P_{k-1} \Phi_k^T) + Q_k \quad (2.15)$$

$$P_k = P_{k-1} + \int_{k-1}^k [F_{(t)} P_{(t)} + P_{(t)} F_{(t)}^T - (P_{(t)} H_{(t)}^T R_{(t)}^{-1} H_{(t)} P_{(t)}) + Q_{(t)}] dt \quad (2.16)$$

Equações da Etapa de Correção:

- Otimização

$$\min_{w_{k-1}, v_k} \Psi_k = w_k^T P_k w_k + v_k^T R_k^{-1} v_k \quad (2.17)$$

Sujeita as seguintes restrições de desigualdade:

$$\begin{aligned} x_{\min} &\leq x_k^+ \leq x_{\max} \\ w_{\min} &\leq w_k \leq w_{\max} \\ v_{\min} &\leq v_k \leq v_{\max} \end{aligned} \quad (2.18)$$

- Estados Corrigidos

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + w_k \quad (2.19)$$

- Saídas Corrigidas

$$\hat{y}_k = g(\hat{x}_k^+) + v_k \quad (2.20)$$

## 3. Planta Laboratorial

### 3.1 Descrição do Sistema

A unidade proposta, descrita pela figura 3.1, consiste de uma planta onde seis tanques esféricos que interagem entre si.

O principal objetivo da construção deste sistema está enfatizado em controlar os níveis dos tanques inferiores ( $h_3$  e  $h_6$ ), utilizando como variáveis manipuladas as vazões de alimentação ( $F_1$  e  $F_2$ ), enquanto que duas válvulas ( $X_1$  e  $X_2$ ), tem o objetivo de fazer uma redistribuição das vazões manipuladas para todo o sistema com o propósito de gerarem uma interação adicional entre as malhas de controle e assim justificando a utilização de controladores multivariáveis (MIMO) e de técnicas de controle avançado para a planta. O sistema possui ainda quatro controladores cascata PI (SISO) para os tanques 1, 2, 3 e 4, com a intenção de garantir que o nível estacionário correspondente dos tanques sejam alcançados quando as ações dos controladores mestre multivariáveis forem sendo setadas para as vazões  $F_1$  e  $F_2$ .

Sob as condições assumidas, o sistema pode ser descrito pelas equações e parâmetros mostrados nas tabelas 3.1, 3.2 e 3.3, respectivamente.

**Tabela 3.1:** Equações diferenciais do modelo

Níveis dos Tanques	Ações de Controle PI Cascata
$A_1(h_1) \frac{dh_1}{dt} = B_1 - CD_1 \sqrt{h_1}$	$\frac{dl_1}{dt} = \frac{1}{TI_1} (h_{1ss} - h_1)$
$A_2(h_2) \frac{dh_2}{dt} = (CD_1 \sqrt{h_1} + B_2) - CD_2 \sqrt{h_2}$	$\frac{dl_2}{dt} = \frac{1}{TI_2} (h_{2ss} - h_2)$
$A_3(h_3) \frac{dh_3}{dt} = CD_2 \sqrt{h_2} - CD_3 \sqrt{h_3}$	----- // -----
$A_4(h_4) \frac{dh_4}{dt} = B_4 - CD_4 \sqrt{h_4}$	$\frac{dl_4}{dt} = \frac{1}{TI_4} (h_{4ss} - h_4)$
$A_5(h_5) \frac{dh_5}{dt} = (CD_4 \sqrt{h_4} + B_5) - CD_5 \sqrt{h_5}$	$\frac{dl_5}{dt} = \frac{1}{TI_5} (h_{5ss} - h_5)$
$A_6(h_6) \frac{dh_6}{dt} = CD_5 \sqrt{h_5} - CD_6 \sqrt{h_6}$	----- // -----

Onde:

$$\begin{aligned} B_1 &= B_{1ss} + \left( (h_{1ss} - h_1) + \left( \frac{1}{TI_1} \right) I_1 \right) K_{P1} \\ B_2 &= B_{2ss} + \left( (h_{2ss} - h_2) + \left( \frac{1}{TI_2} \right) I_2 \right) K_{P2} \end{aligned}$$



$$B_4 = B_{4,ss} + \left( (h_{4,ss} - h_4) + \left( \frac{1}{Ti_4} \right) I_4 \right) Kp_4$$

$$B_5 = B_{5,ss} + \left( (h_{5,ss} - h_5) + \left( \frac{1}{Ti_5} \right) I_5 \right) Kp_5$$

Tabela 3.2: Equações Algébricas do Modelo

Equações de Suporte	
Area dos Tanques	
$A_i(h_i) = \pi h_i(D_i - h_i)$ para $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$	
Equações de Nível Estacionário x Vazão Estacionária	
$h_{1,ss} = 0,0306B_{1,ss}^2 + 0,1792B_{1,ss} + 3,0122$	
$h_{2,ss} = 48,572(B_{1,ss} + B_{2,ss})^3 - 418,690(B_{1,ss} + B_{2,ss})^2 + 1216,50(B_{1,ss} + B_{2,ss}) - 1178,60$	
$h_{4,ss} = 0,0570B_{4,ss}^2 + 0,2870B_{4,ss} + 3,9585$	
$h_{5,ss} = 7,298(B_{4,ss} + B_{5,ss})^3 - 69,440(B_{4,ss} + B_{5,ss})^2 + 233,46(B_{4,ss} + B_{5,ss}) - 261,20$	
Onde:	
$B_{1,ss} = F_1(1 - X_1)$	$B_{2,ss} = F_2 X_2$
$B_{4,ss} = F_2(1 - X_2)$	$B_{5,ss} = F_1 X_1$

Tabela 3.3: Parâmetros do Processo

Parâmetros Constantes Para o Modelo	
$X_1 = X_2 = 0,4$	$D_i \cong 22,5$ [cm]
	para $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$
$CD_1 = 17,6754$ [cm <sup>5/2</sup> / s]	$CD_4 = 13,8456$ [cm <sup>5/2</sup> / s]
$CD_2 = 13,6924$ [cm <sup>5/2</sup> / s]	$CD_5 = 15,0466$ [cm <sup>5/2</sup> / s]
$CD_3 = 17,3854$ [cm <sup>5/2</sup> / s]	$CD_6 = 17,5141$ [cm <sup>5/2</sup> / s]
$Kp_1 = 2,5$	$Ti_1 = 4000$
$Kp_2 = 3,5$	$Ti_2 = 4000$
$Kp_4 = 2,5$	$Ti_4 = 4000$
$Kp_5 = 3,5$	$Ti_5 = 4000$

#### 4. Resultados e Discussão

Os filtros previamente descritos foram implementados em no software MATLAB e são aplicados no modelo dinâmico de processo. O objetivo é realizar a validação destas implementações utilizando dados experimentais da planta de seis tanques. Deseja-se comparar os resultados estimados pelos filtros para os níveis dos tanques superiores e intermediários com os valores reais de processo e assim poder ratificar as qualidades destes filtros para futuras implementações associadas ao controle avançado de processos.

Os resultados expermentais consistem de dois conjuntos de dados. Os primeiros dados expermentais foram gerados com a utilização de um controlador MPC para os níveis dos tanques inferiores  $h_3$  e  $h_6$ . A segunda série de dados foi gerada com a utilização de controladores PID Descentralizados para o cotrole dos níveis  $h_3$  e  $h_6$ .

A tabela 4.1 apresenta as condições iniciais adotadas para a matriz de covariância de erro dos estados  $P_0$  e também para os parâmetros de ajuste dos filtros R e Q, os quais foram adotados igualmente para todas as simulações. Por se tratar de dados experimentais a matriz de covariância dos ruídos de medição R pode ser calculada. Já a matriz de covarância dos ruídos do modelo Q foi arbitrada.

Tabela 4.1: Parâmetros de inicialização dos filtros

Matrizes de Covariâncias Iniciais	Condições Iniciais		
	Estados Preditos Iniciais		
$P_0 = I_{10 \times 10} * 1$	$h_{10} = 3,089$	$h_{20} = 13,715$	$h_{30} = 9,029$
$Q = I_{10 \times 10} * 4 * 10^{-3}$	$h_{40} = 4.504$	$h_{50} = 10,121$	$h_{60} = 7,995$
$R = \begin{bmatrix} 0,0015 & 0 \\ 0 & 0,0020 \end{bmatrix}$	$I_0 = 0$		$I_2 = 0$
	$I_4 = 0$		$I_5 = 0$

Abaixo são apresentados os resultados das estimações via Filtro de Kalman Estendido para o primeiro conjunto de dados experimentais.

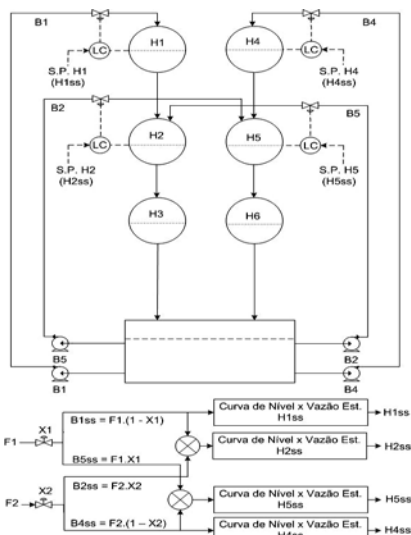


Figura 3.1: Representação da Planta de 6 Tanques

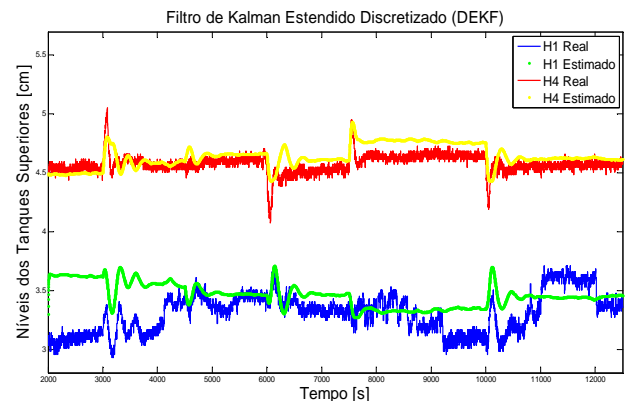


Figura 4.1: Resultado da estimação de estados (EKF) para os níveis superiores.

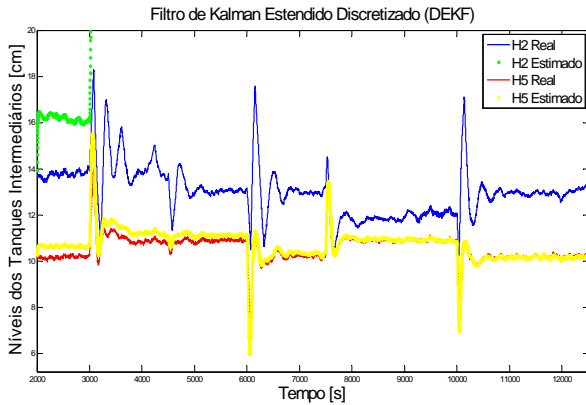


Figura 4.2: Resultado da estimação de estados (EKF) para os níveis intermediários.

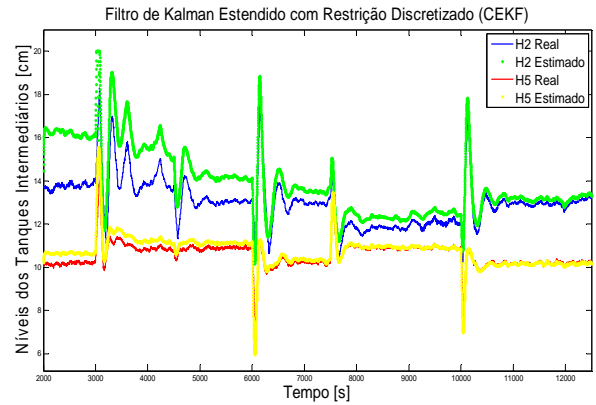


Figura 4.5: Resultado da estimação de estados (CEKF) para os níveis intermediários.

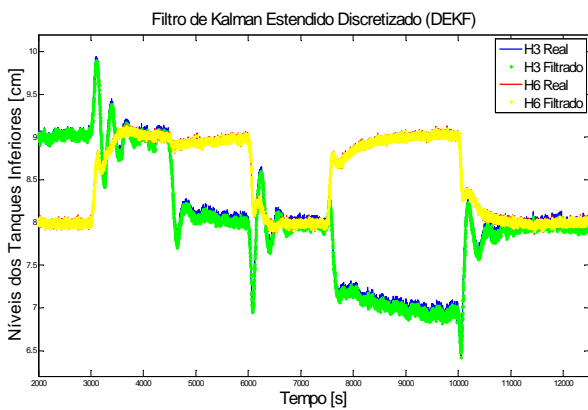


Figura 4.3: Resultado da filtragem das saídas (EKF) para os níveis inferiores.

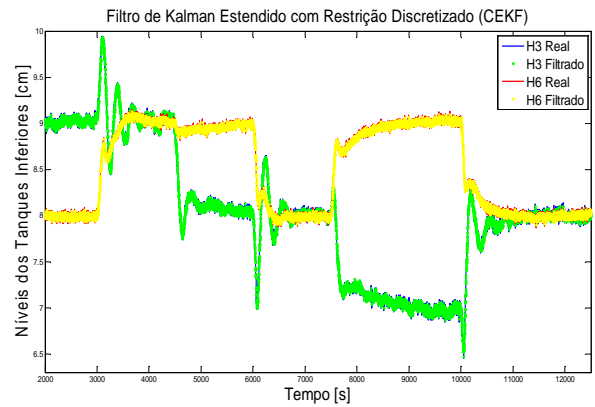


Figura 4.6: Resultado da filtragem das saídas (CEKF) para os níveis inferiores.

Abaixo são apresentados os resultados das estimações via Filtro de Kalman Estendido com Restrição para o primeiro conjunto de dados experimentais.

Abaixo são apresentados os resultados das estimações via Filtro de Kalman Estendido para o segundo conjunto de dados experimentais

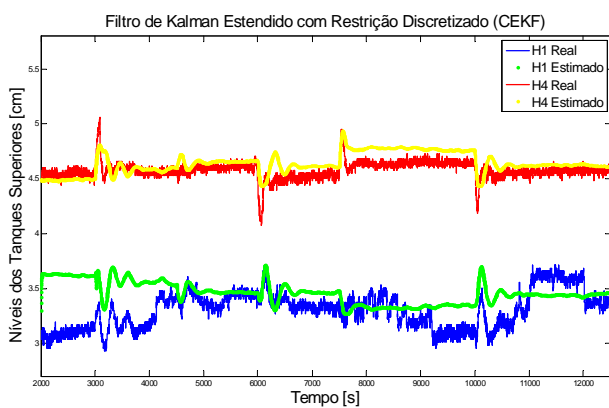


Figura 4.4: Resultado da estimação de estados (CEKF) para os níveis superiores.

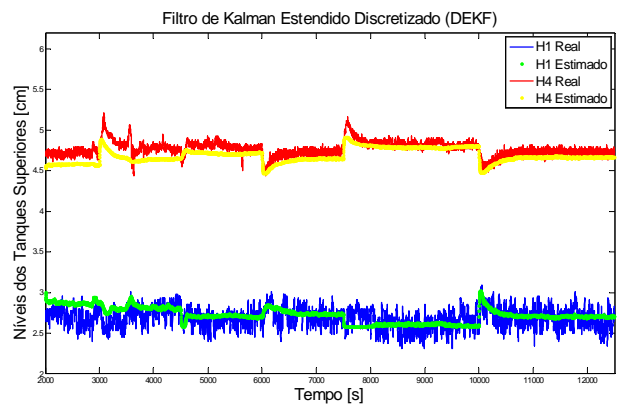


Figura 4.7: Resultado da estimação de estados (EKF) para os níveis superiores.



21, 22 E 23 DE OUTUBRO DE 2008

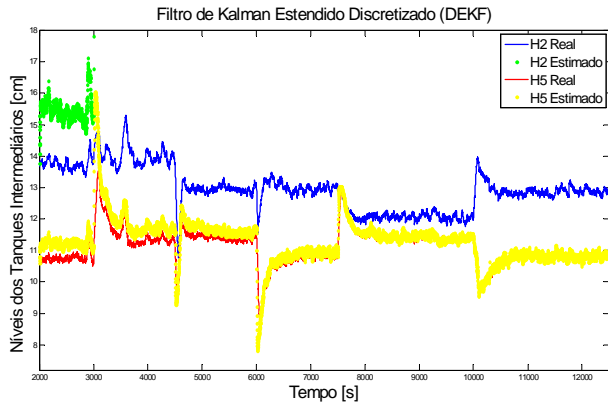


Figura 4.8: Resultado da estimação de estados (EKF) para os níveis intermediários.

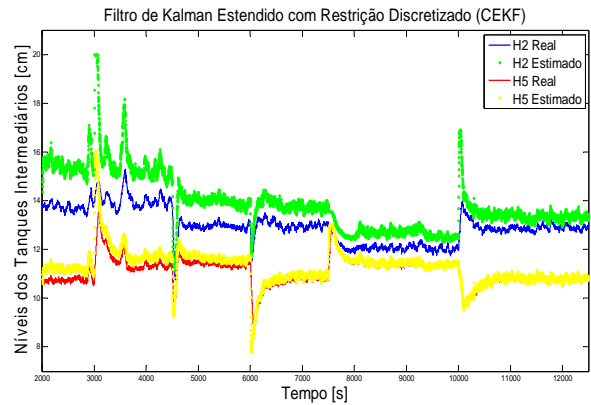


Figura 4.11: Resultado da estimação de estados (CEKF) para os níveis intermediários

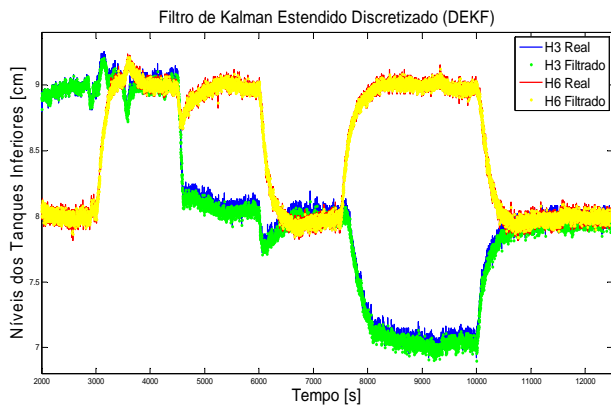


Figura 4.9: Resultado da filtragem das saídas (EKF) para os níveis inferiores.

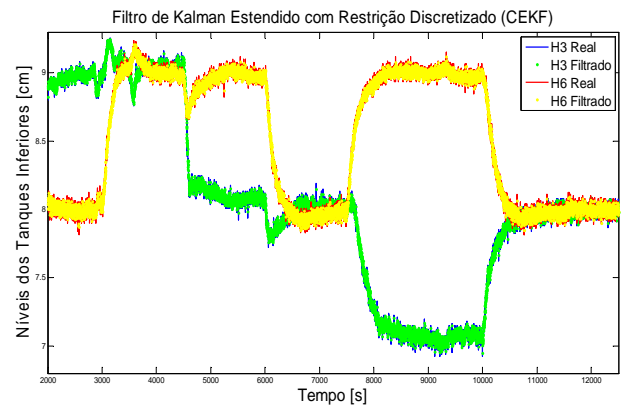


Figura 4.12: Resultado da filtragem das saídas (CEKF) para os níveis inferiores.

Abaixo são apresentados os resultados das estimações via Filtro de Kalman Estendido com Restrição para o primeiro conjunto de dados experimentais.

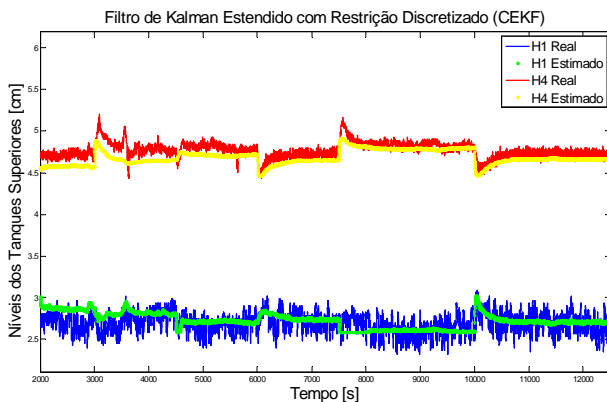


Figura 4.10: Resultado da estimação de estados (CEKF) para os níveis superiores

Como pode ser observado nos resultados acima apresentados o Filtro de Kalman Estendido apresentou falhas durante a estimação do nível do tanque intermediário  $h_2$ . Isso é justificável, pois o sistema apresenta muitas incertezas quanto ao modelo.

O Filtro de Kalman com Restrição gerou bons resultados e garantiu que as falhas do modelo fossem corrigidas através do limite físico estabelecidos para os níveis.

## 5 Conclusão

Embora o Filtro de Kalman Estendido gere bons resultados na maioria dos casos, só se justificaria a sua utilização para os casos onde os distúrbios de modelo e medição não produzam estimações fora da região de validade dos estados. Os Filtros de Kalman Estendido com Restrição devem ser os estimadores mais confiáveis devido as restrições físicas carregadas durante a etapa de otimização a qual minimiza as correções feitas sobre os estados preditos. Esta característica faz destes estimadores filtros mais robustos. A utilização do Estimador de horizonte móvel não é justificada devido ao elevado tempo computacional envolvido.



## VII-OKTOBER FÓRUM – PPGEQ

21, 22 E 23 DE OUTUBRO DE 2008

### 6. Bibliografia

Kalman, R. E., “A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems”, Trans. ASME - Basic Engineering, v. 82, série D, 35-45 p - (1960)

Maybeck, P. S., “Stochastic models, estimation, and control”, v.1, cap.1, Academic Press, Ohio - (1979)

Gelb, A., Kasper, J. F. Jr., Nash R. A. Jr., Price, C. F., Sutherland, A. A. Jr., “Applied Optimal Estimation”, The M.I.T. Press, Massachusetts & London - (2001)

Welch, G., Bishop, G., “An Introduction to the Kalman Filter”, Chapel Hill, North Carolina - (2006)

Haykin, S., “Kalman Filtering Neural Networks”, John Wiley & Sons Inc, Ontario - (2001)

Grewal, M. S., Andrews, A. P., “Kalman Filtering Theory and Practice Using Matlab”, 2 Ed., John Wiley & Sons Inc, Toronto, (2001)

Simon, D., “Optimal State Estimation - Kalman,  $H_\infty$ , and Nonlinear Approaches”, Wiley & Sons Inc, New Jersey - (2006)

Brown, R. G., “Introduction to Random Signal Analysis and Kalman Filtering”, Wiley & Sons Inc, New York - (1983)

Verhaegen, M., Verdult, V., “Filtering and System Identification - A Least Squares Approaches”, Cambridge University Press, New York - (2007)

Teixeira, B. S., “Estimação de Estados com Restrições para Sistemas Dinâmicos Lineares e Não-Lineares”, Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil – (2008)

Tonel, G., “Avaliação dos Estimadores EKF, CEKF e MHE para Aplicações em Linha em Processos”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil - (2008)

Valappil J., Georgakis C., “Systematic estimation of state noise statistics for extended Kalman filters”, AIChE Journal, v.46, n.2, p.292-308 - (2000).

Robertson, D.G, Lee J. H., Rawlings J. B., “A Least Squares Formulation for a State Estimation”, Journal of Process Control, v.5, n.4, p.291-299 - (1995)

Freitas, A. A., Borges, G. A., Bauchspiess, A., “Avaliação do Filtro de Kalman Estendido Para Estimação de Parâmetros de Processo de Nível de Líquidos”, Lavsi - UNB, Brasil - (2006)

Salau, N. G., “State Estimators Evaluation: Extended Kalman Filters, Constrained Extended Kalman Filter and Moving Horizon Estimator”, Aachen – (2007)