UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Larissa De Conti Martins

Abstração Reflexionante e Aprendizagem de Proporção

Ensino de Matemática na Sexta Série

Porto Alegre
2007

Larissa De Conti Martins

Abstração Reflexionante e Aprendizagem de Proporção

Ensino de Matemática na Sexta Série

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Becker

Porto Alegre
2007

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

M386a Martins, Larissa De Conti
Abstração reflexionante e aprendizagem de proporção : ensino de matemática na sexta série / Larissa De Conti Martins; orientador: Fernando Becker. - 2007.
f.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação, 2007, Porto Alegre, BR-RS.

1. Matemática – Ensino fundamental. 2. Epistemologia genética – Abstração reflexionante. 3. Construção do conhecimento – prática pedagógica. I. Becker, Fernando. II. Título.

CDU – **51:37**

Bibliotecária Neliana Schirmer Antunes Menezes – CRB 10/939

Agradecimentos

Ao professor doutor Fernando Becker, meu orientador, por estar presente em todos os momentos da pesquisa intervindo, aconselhando e oportunizando momentos ricos de aprendizagem.

Aos professores doutores Maria Luiza Becker e Francisco Egger Moellwald, pela contribuição desde a construção do projeto de pesquisa e ao professor doutor Roque Moraes, pela disponibilidade em participar da banca de defesa da dissertação.

Aos colegas dos seminários de dissertação, em especial Bianca Mazzucco, Graziela Giacomazzo Nicoleit, Luiz Carlos Gomes, Carolina Carrion Mendes Ribeiro, Raquel Schiavon Raupp e Anna Selmira , pelo apoio, diálogo e sugestões durante a pesquisa.

Ao meu marido João Paulo Capelli Martins, pelo companheirismo, apoio e compreensão durante a realização da pesquisa.

Aos meus pais Nerci José e Florinda De Conti, pelo exemplo de vida e pelo incentivo a buscar sempre formação continuada.

Aos meus irmãos Luciane e Rafael, pela amizade, companheirismo e exemplo de garra e determinação no âmbito profissional.

Aos funcionários do Pós-Graduação em Educação, pelas orientações e pelo excelente atendimento.

RESUMO

O presente trabalho problematiza o ensino transmissivo enquanto limitador do processo de abstração refletida na aprendizagem do conceito de proporção no ensino fundamental. Aborda as práticas vigentes nas aulas sobre proporção em duas turmas de sexta série do ensino fundamental, sendo uma turma de uma escola estadual de Porto Alegre e a outra, de uma escola municipal de São Leopoldo. O estudo apóia-se em três conceitos da Epistemologia Genética: abstração reflexionante, generalização construtiva e tomada de consciência. A investigação é de caráter qualitativo e baseia-se em observações em sala de aula, entrevistas com professores e aplicação de tarefas que envolvem proporção, em que se utiliza o método clínico piagetiano. Os dados coletados indicam que o ensino de proporção baseia-se numa prática do faz-de-conta, em que professores pensam que ensinam e os alunos acreditam que, com os métodos de ensino adotados por seus professores, aprendem. Além disso, grande parte dos alunos demonstra gostar das aulas de Matemática. Esse pacto velado entre professores e alunos se firma pelo aprender através da cópia e repetição instaurado nas aulas e determina as relações entre ambos. Há valorização da regra de três como algoritmo de resolução de problemas sobre proporção nas aulas e os alunos permanecem arraigados a relações numéricas em jogo nos exercícios e problemas, e não recorrem às demais relações importantes para a construção do esquema das proporções. Algumas práticas dos professores demonstram que ocorre uma espécie de "avanço de sinal" em sala de aula, mas tal avanço é parcial, já que suas práticas permanecem (ainda) ligadas aos métodos transmissivos de ensino e os avanços se reduzem a movimentos individuais e isolados. Isso gera um equívoco quanto à aprendizagem efetiva de proporção e os alunos são aprovados para a série seguinte porque atingiram as médias necessárias, resolvendo inúmeros exercícios semelhantes trazidos pelo professor ou copiados do livro didático. Não é dada prioridade a práticas escolares em que os alunos são sujeitos da aprendizagem na aquisição do conhecimento estrutura, e sim ocorre valorização da aquisição exclusiva do conhecimento conteúdo, de conteúdos fragmentados e não de conteúdos organizados por uma estrutura renovada em função deles. Os aspectos levantados determinam as limitações ao processo de abstração refletida, sendo que o conhecimento matemático se dá por tal processo.

Palavras-chave: Proporção. Epistemologia Genética. Abstração Refletida. Aprendizagem. Práticas escolares.

ABSTRACT

This work discusses the transmissive teaching as a limiting factor in the abstraction process shown in the learning of the proportion concept in elementary school. It approaches present teaching practices on proportion in two 6th grade classes. One in a state school in Porto Alegre and another in a local school in São Leopoldo. The study is based on three concepts of the Genetic Epistemology: reflecting abstraction, constructive generalization and awareness. The investigation has a qualitative character and it is based on class attendances, interviews with teachers and the use of tasks involving proportion – applying Piaget's clinical method. The data collected indicates that the teaching of proportion is based on a make-believe practice, in which teachers believe they are teaching. Students, in turn, think they are learning through the teaching methods adopted by their teachers. Furthermore, a great number of students have shown that they enjoy the Math classes. This hidden pact between teachers and students is consolidated by learning through copying and repeating. A practice established in classes which determines the relationship between learners and educators. The rule of three is valued as an algorithm to solve proportion problems and students remain attached to numerical relationships involving exercises and problems. They do not resort to other relationships important for the construction of proportion systems. Some teachers' practices have shown that there have been some advances in classrooms. Such advances are, however, partial. These practices are (still) connected to the transmissive teaching and are just isolated and individual movements. This generates a mistake concerning the effective learning of proportion. Moreover, students are approved for the next grade because they reached the necessary score by doing countless similar exercises brought by the teacher or copied from schoolbooks. No priority is given to school practices in which students are exposed to learning by acquiring knowledge structures. What is focused is the exclusive acquisition of the content knowledge, that is, fragmented contents which are not organized by a renewed structure aimed at the contents themselves. The aspects pointed out determine the limitations of the process of reflecting abstraction, being the mathematical knowledge acquired through that process.

Key words: Proportion. Genetic Epistemology. Reflecting Abstraction. Learning. School teaching practices.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A pesquisa trata das limitações da aprendizagem de proporção, a partir da análise das práticas escolares, em dois contextos: duas turmas de 6ª série de duas escolas, sendo uma da rede estadual, situada em Porto Alegre e, a outra, da rede municipal, situada em São Leopoldo. O objetivo é investigar o ensino transmissivo enquanto limitador da aprendizagem do conceito de proporção no ensino fundamental, sob o ponto de vista da Epistemologia Genética.

O interesse pelo tema da pesquisa surgiu a partir de inquietações, questionamentos e reflexões oriundos da minha experiência como professora de matemática da 6ª série do Ensino Fundamental, desde março de 2004. Tais inquietações aliaram-se aos questionamentos levantados na graduação, no curso de Licenciatura em Matemática na UFRGS.

O título anuncia a importância do processo de abstração reflexionante, em especial a refletida, para a aprendizagem de proporção. O conhecimento matemático apóia-se nesse tipo de abstração; a construção de conceitos, pelo aluno, não pode ignorá-la. O processo de abstração refletida está conectado aos processos de tomada de consciência, fazer e compreender e generalização construtiva, os quais fundamentam os pressupostos teóricos da pesquisa, a partir do estudo das obras de Jean Piaget (1978a, 1978c, 1978d e 1995).

A epistemologia genética compreende a aprendizagem como um processo de construção do aluno, o que se opõe aos métodos transmissivos de ensino. A busca pelas limitações da aprendizagem escolar do conceito de proporção procura revelar reflexos da transmissão de conhecimento no ensino de Matemática. A sala de aula deveria ser um espaço propulsor de aprendizagem, abrindo possibilidades para a construção do conhecimento lógico-matemático, que está ligado à abstração reflexionante. O sujeito deveria participar ativamente do seu processo de aprendizagem, assim como o professor deveria refletir sua prática e criar situações desafiadoras para seus alunos. As práticas pedagógicas vigentes em muitas salas de aula baseiam-se em métodos transmissivos, imperando técnicas de resolução de exercícios, memorização de algoritmos e regras de resolução, o que não propicia a aquisição do conhecimento a partir de construções do aluno.

A dissertação está organizada em cinco capítulos. O primeiro capítulo, intitulado Caminhos Trilhados para Realizar a Pesquisa, descreve meu percurso pessoal e profissional, referindo-se a tudo que está ligado ao desenvolvimento da pesquisa. O capítulo tem como sub-item Proporção, em que introduzo alguns caminhos que me levaram ao entendimento do conceito. Discuto a inserção histórica de proporção, o pensamento formal do adolescente e sua ligação com o conceito de proporção, o currículo escolar de 6ª série das escolas participantes, o conteúdo proporção como parte desse currículo e os livros didáticos adotados pelas professoras das turmas participantes da pesquisa.

O segundo capítulo, A Construção do Problema de Pesquisa, traz o problema central que orienta a pesquisa, assim como os sub-problemas relacionados e as hipóteses levantadas. Traz também os objetivos da pesquisa.

No terceiro capítulo, Pressupostos Teóricos da Pesquisa, trago a crítica ao empirismo e ao inatismo e os conceitos da epistemologia genética utilizados na fundamentação teórica da pesquisa.

Na seqüência, o quarto capítulo apresenta a Metodologia da pesquisa, descrevendo o formato da pesquisa, os participantes e os instrumentos da coleta de dados.

O quinto capítulo, intitulado Análise dos Dados, apresenta a relação entre os dados coletados na pesquisa com os pressupostos teóricos escolhidos, o que possibilitou a construção de três categorias de análise.

Nas Considerações Finais procuro fazer o fechamento do trabalho como um todo, respondendo ao problema central de pesquisa. Trago considerações e reflexões acerca da coleta e análise dos dados, assim como caminhos possíveis para que a educação abra possibilidades para a efetiva aprendizagem de proporção, com destaque ao processo de abstração reflexionante (refletida).

1 CAMINHOS TRILHADOS PARA REALIZAR A PESQUISA

> Sim sou eu, eu mesmo, tal qual resultei de tudo. Quanto fui, quanto não fui, tudo isso sou. Quanto quis, quanto não quis, tudo isso me forma. (Fernando Pessoa).

Resumo em poucas palavras a trajetória feita para realizar esta pesquisa de mestrado: “caminhos muito ricos e intensos”, considerando os campos pessoal, profissional e de pesquisadora.

Acredito que meu processo de formação tem sido diferenciado. Desde a graduação no curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, passando pela trajetória como professora em sala de aula até o curso de Mestrado em Educação na UFRGS, o espaço para a aprendizagem tem se ampliado de forma expressiva.

Ainda aluna da graduação, desde o ano de 1999, participei de um grupo de pesquisa envolvido com a Matemática e a Educação Matemática (o Grupo de Pesquisa Ação em Matemática e Educação Matemática da UFRGS) através do qual surgiu a possibilidade de ser bolsista Pibic/CNPQ e atuar em duas interessantes pesquisas: Formação Inicial e Continuada de Professores Pesquisadores na Área de Matemática, que discutia a questão da formação dos professores da área e Compu-Geo: Pesquisa em Educação Matemática, que discutia as diferenças entre a geometria do quadro e giz e a geometria de um sofisticado software computacional. Nesse grupo, as trocas com os professores universitários envolvidos com a minha formação anunciavam meu interesse em continuar os estudos sob a ótica da Educação.

Atuei como professora de Matemática voluntária do curso supletivo dos funcionários do Hospital de Clínicas de Porto Alegre, professora auxiliar de Matemática no Ensino Fundamental e Médio de uma escola particular de Porto Alegre, professora de Matemática do plantão de dúvidas de um curso pré-vestibular e monitora bolsista em um dos projetos da FAURGS (Escola, Conectividade e Sociedade da Informação). Atualmente, atuo como professora de Matemática do Ensino Fundamental da rede municipal de São Leopoldo e de Canoas.

O ingresso no curso de Mestrado em Educação na UFRGS permitiu dar continuidade a muitas idéias e questionamentos que foram surgindo desde a graduação. Esse curso se transformou num espaço rico de aprendizagem e envolvimento profundo com professores e outros alunos do curso de pós-graduação, onde teorias, idéias e discussões estão em pauta em todos os momentos.

Cada vez mais compreendo que a escola não pode mudar sem o compromisso dos professores e que os professores não podem mudar sem o compromisso das instituições em que trabalham. Minha reflexão cerca muitos aspectos que envolvem a graduação em Matemática, a formação dos professores de Matemática, o processo de ensino e aprendizagem e a forma como se dá tal processo. Essa reflexão está trazendo resultados para o meu trabalho como professora de Matemática.

Dentre muitas questões que surgiram nos últimos anos, algumas possibilitaram o desenvolvimento da pesquisa e se tornaram foco de investigação. Mais precisamente surgiram em algumas aulas com a sexta série do Ensino Fundamental, em que abordei problemas matemáticos que envolviam razão e proporção. Os alunos não estavam compreendendo muito bem o que os exercícios e os problemas que eu trazia em sala de aula "queriam" deles. Eles ficavam tão confusos, que até os cálculos de divisão (que normalmente não é mais motivo de preocupação nessa etapa) passavam a causar dúvidas para eles. Esse "clima" dentro da sala de aula me causou certo "pânico" e então resolvi parar tudo e atender aluno por aluno, questionar e compreender a partir de que pensamentos os alunos estavam partindo para resolver os exercícios. Percebi que as dúvidas eram diferentes e que era muito difícil eu tentar tornar a dúvida algo geral e partir de um mesmo ponto para todos. Então, o que fazer? Sem dúvida, foi produtivo dar atenção individualizada e trocar idéias com cada aluno sobre suas dificuldades.

Esta situação levou-me ao estudo-piloto, que foi detalhado no projeto de pesquisa[1] e formulado com o intuito de compreender melhor a aprendizagem de razão e proporção a partir da resolução de uma situação-problema feita pelos alunos. Ficou claro, nas trocas com os alunos, que aprender sobre aquela situação-problema de proporção tornara-se interessante quando o aluno buscava alternativas de resolução, duvidava daquilo que estava sendo perguntado e argumentava, refletia sobre os seus passos na resolução e apropriava-se das informações que iam surgindo. Não apenas as repetir ou copiar. Acredito que a minha

[1] O projeto de pesquisa, intitulado *(Des)Encontros Pedagógicos e Didáticos na Aprendizagem do Conceito de Proporção no Ensino Fundamental,* foi defendido e aprovado em 13/07/2006, no PPGEDU/UFRGS.

intervenção e os meus questionamentos abriram possibilidades para que os alunos construíssem uma crescente autonomia intelectual. Mas, hoje, penso que errei muito nesse estudo-piloto por ter, em muitas situações, induzido as respostas dos alunos e percebo que algumas respostas deles estavam de certa forma mecanizadas, sem muito sentido para eles.

Diante das situações que surgiram pensei em investigar a fundo como os alunos têm elaborado conceitos em sala de aula e como as práticas escolares podem limitar a ampliação dos significados dos seus conceitos. O conceito que considerei interessante e de extrema relevância para prosseguir com a pesquisa foi o mesmo do estudo-piloto: proporção, que se tornou o alicerce para analisar práticas escolares importantes para a pesquisa, considerando a base teórica adotada, a problemática envolvida e as hipóteses formuladas.

A coleta de dados da pesquisa teve quatro momentos. O primeiro foi de pesquisa bibliográfica e contato com uma professora universitária. O segundo, de observação em duas turmas de sexta série de duas escolas da rede pública. A primeira é uma escola estadual, em Porto Alegre e a segunda é uma escola municipal, em São Leopoldo. O terceiro momento foi de entrevista com as duas professoras das turmas observadas. Para o quarto momento selecionei seis alunos (três de cada turma) para enfoques individualizados, com entrevistas e aplicação de seis tarefas, ambas realizadas de acordo com o Método Clínico piagetiano.

A análise foi importante para reunir os dados da coleta com as questões trazidas na problemática e com o referencial teórico da pesquisa, o que permitiu organizá-los em três categorias de análise.

É importante salientar, antes de mais nada, que a pesquisa e a escrita da dissertação, que traz muitas críticas ao ensino de Matemática vigente, não ignora os diversos movimentos positivos feitos por profissionais da área da Educação Matemática para reconstruir as práticas educacionais. O quadro que se apresenta é preocupante, mas percebem-se muitas iniciativas que procuram superar essa situação.

Observo e vivencio isto desde a graduação, pois alguns dos professores do curso estavam engajados em movimentos internos ligados à Educação Matemática e à Psicologia da Educação Matemática para discutir essas questões e reformular a formação de professores da área. Também encontro professores nas reuniões das escolas, nos cursos e congressos, dispostos a discutir muitos problemas que afligem a educação no Brasil e a pensar possibilidades de melhoria de suas práticas docentes. Professores que estão se aperfeiçoando, cursando pós-graduação (especialização, mestrado ou doutorado) e superando as limitações vindas da desvalorização da categoria.

Contudo, penso que as questões que surgiram no decorrer do meu processo de formação e de prática docente e as buscas para tentar entender o processo de ensino e aprendizagem de Matemática só terão significado se delas forem tiradas situações interessantes para análise e reflexão. A pesquisa pode contribuir para que o ensino de Matemática e a prática docente olhem para o aluno como um sujeito capaz de agir e construir conhecimento, e não como alguém que obtém êxito ao receber um amontoado de informações que utiliza para aplicar em situações diversas.

1.1 PROPORÇÃO

1.1.1 Proporção e História da Matemática

Num DVD educativo, distribuído pelo MEC às escolas, o personagem entrevista pessoas que trabalham diariamente com algumas misturas, como: a cozinheira e a receita de dendê na Bahia e o pedreiro e a massa de cimento. Também entrevista um arquiteto, que explica escala nas maquetes e um artista, que mostra pinturas do século XIX. O que essas situações têm em comum é o conceito de proporção, pois a cozinheira e o pedreiro fazem misturas proporcionais de substâncias; a escala da maquete é a razão constante que mantém a proporção entre o tamanho original dos objetos e seu tamanho na maquete; as pinturas tem figuras rigorosamente proporcionais, para seguir o padrão da arte da época.

O matemático que escreveu o texto mais importante sobre proporção foi Euclides de Alexandria (360 a.C. – 295 a. C.), que viveu 300 anos antes de Cristo. Cerca de 1.800 anos depois, os artistas do renascimento trabalharam com esse conceito para fazer arte. No século

XV, iniciou-se o redescobrimento das proporções matemáticas do corpo humano, feito por Leonardo da Vinci (1452-1519) e outros artistas, o que é considerado uma das grandes realizações que conduziram ao Renascimento italiano.

Um exemplo[2] é o homem vitruviano (ou homem de Vitrúvio), um conceito apresentado na obra Os Dez Livros da Arquitetura, escrita pelo arquiteto romano Marco Vitrúvio Polião. Tal conceito é considerado um cânone das proporções do corpo humano, segundo um determinado raciocínio matemático. O homem descrito por Vitrúvio apresenta-se como um modelo ideal para o ser humano, cujas proporções são perfeitas, segundo o ideal clássico de beleza. Originalmente, Vitrúvio apresentou o cânone tanto de forma textual (descrevendo cada proporção e suas relações) quanto através de desenhos. Porém, a medida que os documentos originais perderam-se e a obra passou a ser copiada durante a Idade Média, a descrição gráfica se perdeu. Desta forma, com a redescoberta dos textos clássicos produzidos por Vitrúvio, durante o Renascimento, uma série de artistas, arquitetos e tratadistas dispuseram-se a interpretar os textos vitruvianos a fim de produzir novas representações gráficas. Dentre elas, a mais famosa e atualmente difundida é a de Leonardo da Vinci, ilustrada na Figura 1:

[2] Site utilizado como fonte de pesquisa: http://pt.wikipedia.org

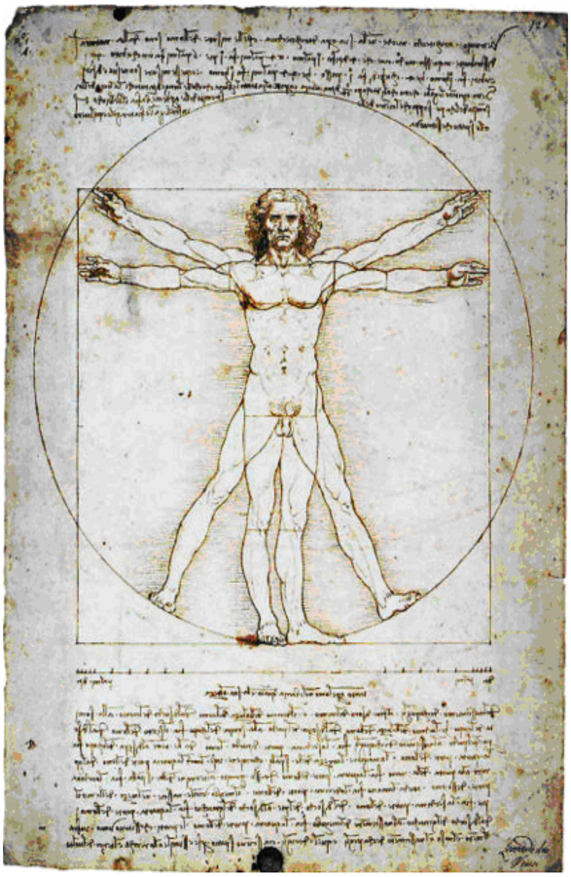


Figura 1 – O homem vitruviano

O desenho de Da Vinci acompanhou as anotações feitas pelo artista ao redor do ano de 1490, num dos seus diários, e veio a ser o desenho mais famoso do mundo. O homem vitruviano é um pentagrama humano, com uma figura masculina desnuda separadamente e simultaneamente em duas posições sobrepostas com os braços inscritos num círculo e num quadrado. A área total do círculo é idêntica à área total do quadrado. O desenho e o texto são um símbolo da simetria básica do corpo humano e, por extensão, do universo como um todo. Atualmente o desenho faz parte da coleção da Gallerie dell'Accademia (Galeria da Academia) em Veneza, Itália.

A combinação das posições dos braços e pernas formam quatro posturas diferentes. Na mudança entre as duas posições, o centro aparente da figura parece se mover, mas de fato o umbigo, que é o verdadeiro centro de gravidade, permanece imóvel.

Marco Vitruvio Polião definiu as proporções do corpo humano, como por exemplo: um palmo é a largura de quatro dedos; um pé é a largura de quatro palmos; um antebraço é a largura de seis palmos; a altura de um homem corresponde a quatro antebraços (24 palmos); um passo corresponde a quatro antebraços, etc. O que Polião descreveu pode ser representado, em linguagem matemática moderna, na forma: $\frac{1palmo}{4dedos} = k$, sendo k uma razão constante.

Na arte moderna, do início do século XX, passou a interessar o desrespeito às proporções, ou seja, as figuras humanas e demais figuras eram pintadas fora daquela proporção que os artistas do passado consideravam certa.

Um mapeamento histórico do conceito de proporção trouxe esclarecimentos sobre sua inserção histórica. Ele foi descrito pela professora do curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, nomeada PROFE U, que ministra a disciplina História da Matemática, num dos trechos da entrevista que fiz com ela:

ENTREVISTA (PROFE U): Tu lembras o que traz a história da matemática sobre proporção? Pois tive muita dificuldade em encontrar uma obra que descrevesse a construção desse conceito. Bem... Nas obras, os autores seguem uma linha cronológica para abordar o que foi feito, e, por isso, não há início, meio e fim sobre o conceito. Mas proporção aparece na teoria dos números, na álgebra, na geometria e nos fundamentos do cálculo que trazem os livros. **Então há momentos distintos no desenvolvimento deste conceito?** Sim. Podemos falar de um primeiro momento com os pitagóricos (cinco séculos antes de Cristo). Pitágoras trouxe razão e proporção. Surge o "monocórdio", um instrumento musical de uma corda só, da Babilônia. As notas musicais foram trabalhadas a partir do monocórdio por razões (1/4, 1/8, etc) e o harmônico. Um segundo momento tem Euclides em "Os Elementos", que fala de proporção de modo mais formal, na teoria do Eudoxo. Esta teoria traz proporção como conhecemos hoje, mas com demonstrações geométricas. Então, Arquimedes (físico e matemático) puxou do eudoxo o conceito de proporção e trabalhou de forma mais mecânica, o "método de exaustão", também ligado à teoria de Eudoxo. Há áreas que se fundamentam muito em proporções. A geometria projetiva da Renascença com Desargues, arquiteto que formalizou a teoria projetiva baseado em proporção e criou uma teoria que justificava a perspectiva. Sendo que, antes disso, as obras tinham erros grosseiros de deformações devido à perspectiva. Na teoria dos números aparece razão, proporção, fração, mas apenas numa perspectiva numérica, sendo que não interessam outras grandezas que não o número. **Isto não lembra o que fazemos na sexta série?** Sim, é o que a gente estuda na sexta série com a regra de três e as aplicações. Na teoria algébrica em estruturas de grupo se generaliza proporções para qualquer grandeza, como vetores, matrizes, porcentagem e etc.

Euclides desenvolveu a teoria das proporções no Livro V de Os Elementos e a explorou no Livro VI, provando teoremas relativos a razões e proporções que aparecem em triângulos, paralelogramos e outros polígonos que são semelhantes. Boyer (1996) diz que "o estudo das proporções ou da igualdade de razões presumivelmente formava de início uma parte da aritmética ou teoria dos números pitagórica. Mais tarde, as quantidades a, b e c que entravam em tais proporções seriam provavelmente olhadas como grandezas geométricas; mas o período em que teve lugar essa mudança não é claro" (p. 39).

Consultei livros didáticos e sites relacionados à educação, buscando as definições usadas para o conceito de proporção. As fontes consultadas seguem um padrão para a apresentação e a esquematização do conceito. Geralmente, a descrição utilizada é como a deste exemplo:

Se a e b são dois números racionais, e b é diferente de zero, dizemos que a: b ou $\frac{a}{b}$ é a razão entre a e b, nessa ordem. Lemos "razão de a para b" ou "a está para b". A palavra razão vem do latim ratio, que significa razão, divisão ou quociente.

Proporção é uma igualdade entre razões. Uma proporção envolve quatro números: a, b, c e d. Nessa ordem, temos a proporção: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou a:b = c:d (b e d são diferentes de zero). Lê-se: "a está para b, assim como c está para d". A palavra proporção vem do latim proportio e significa relação entre as partes.

Nos últimos anos, educadores têm demonstrado crescente interesse pela História da Matemática e pela inclusão desta no ensino da matemática. Baroni, Teixeira e Nobre (2004) dizem que os argumentos mais comuns são que "[...] a História da Matemática fornece uma boa oportunidade para desenvolver nossa visão de 'o que é a Matemática' ou que a História da Matemática nos permite ter uma compreensão melhor dos conceitos e teorias. Mas não há consenso em relação a isso" (p. 165). Essas reflexões causam certo impacto na Educação Matemática. Os autores destacam, ainda, duas abordagens nas pesquisas sobre o uso da História da Matemática no ensino:

> [...] a primeira trata da presença implícita da História. Nesse caso, as pesquisas podem avaliar, no professor, mudança na sua percepção e compreensão da Matemática - o professor passa a ver a Matemática como um processo contínuo de reflexão e progresso, ao invés de uma estrutura definida e composta de verdades irrefutáveis e inquestionáveis ou, também, a perceber a Matemática não como uma seqüência de capítulos (Geometria, Álgebra, Análise), mas como um movimento entre diferentes modos de pensamentos. Havendo mudança no professor, pode-se avaliar ainda como esta mudança vai influenciar seu modo de ensinar ou qual o impacto dessa sua nova postura na aprendizagem de seus alunos. A segunda abordagem se revela quando a presença da História é explícita na situação de ensino. Nesse caso, a História pode fazer parte de uma abordagem global em termos de uma estratégia didática ou entrar de uma forma local, sendo usada para o ensino de um tópico particular. (p. 168)

Pesquisadores e educadores em Educação Matemática têm tematizado e investigado, dentre outras questões, a produção do conhecimento matemático e de seu significado na ação de ensinar matemática. Muitos estudos e propostas, apontados por Lins (2004) têm por objetivo "[...] ligar a Matemática que se estuda na sala de aula com a Matemática do cotidiano, da vida" (p. 93). Traz como exemplos a Etnomatemática, em que uma das propostas é a de Ubiratan D'Ambrósio; a Matemática realista da equipe do Istituto Freudenthal (Utrecht, Holanda) e a Modelagem Matemática como recurso pedagógico. Os aspectos importantes dessas propostas estão na discussão sobre a distância entre o que são as salas de aula de Matemática e o que é a vida ordinária das pessoas e na idéia de que não basta aprender a Matemática primeiro e suas aplicações virem depois. Lins reforça o ato de "[...] exercer uma educação através da matemática, e num sentido que coloca a escolha de conteúdos claramente como apenas uma escolha do que me vai ser mais útil em minha empreitada e, nunca, como uma escolha 'do que deve ser ensinado'" (p. 119).

1.1.2 Proporção e o Pensamento do Adolescente

Para dar continuidade à pesquisa considerei importante investigar proporção como conteúdo da sexta série do ensino fundamental das escolas. Em geral, o aluno de sexta série é um adolescente e isto está ligado ao fato desse conteúdo ser trabalhado neste período de sua vida escolar.

> O ensino de proporção em nossas escolas é geralmente introduzido por volta da 5ª. e 6ª. séries do primeiro grau (aproximadamente aos 11-12 anos). A tendência tem sido tratar a proporção como um tópico ou assunto do currículo de matemática e não como um conceito a ser compreendido. Tratado como uma 'matéria' do programa de matemática o ensino de proporção se caracteriza por 'falar sobre o assunto', pelo uso de procedimentos mecânicos e a aplicação de exercícios de fixação. De modo geral, a quantificação numérica (cálculos) e o uso do algoritmo da regra de três são a base do ensino de proporção. É comum também verificar que os conceitos matemáticos são reduzidos de forma simplista à sua representação simbólica (expressões do tipo y/a = x/b; ou a:b::c:d) e o raciocínio proporcional é entendido como a utilização de um algoritmo de resolução. Tanto a representação simbólica como o uso do algoritmo não garantem uma compreensão do significado das relações envolvidas no conceito. Assim, a compreensão conceitual do que de fato está envolvido no raciocínio proporcional é aspecto negligenciado no ensino de proporção.". (SPINILLO, 1994, p. 110).

A criança soma, subtrai e divide quantidades diversas em sua vida diária nas mais diferentes situações. Ao contrário das quantidades que envolvem medidas simples, como números de elementos, metros, quilos, etc., existem quantidades cuja medida envolve a coordenação de duas variáveis, como por exemplo, preço por unidade e quilômetros por hora. Essas quantidades são medidas usando-se uma razão e sua compreensão não é mais simples como antes. Tal esquema de pensamento Inhelder e Piaget (1976) denominaram esquema das proporções, o qual constitui uma conquista do estágio operacional formal do adolescente. Na obra de 1976, os autores explicam que "[...] em todos os domínios (espaço, velocidade, acaso, etc.), a noção de proporção não aparece antes do estádio formal III A [...]" (p. 125). Nesse estágio, o sujeito torna-se capaz de reconhecer a impossibilidade de comparações diretas entre os valores de duas variáveis em jogo, estabelecendo relações quantitativas apropriadas entre as variáveis a partir de uma quantificação proporcional. Isto, porque:

> [...] o adolescente se distingue da criança, antes de mais nada, por uma reflexão que ultrapassa o presente. O adolescente é o indivíduo que, embora diante de situações vividas e reais, se volta para a consideração de possibilidades. Em outros termos, e dando às palavras 'teorias' e 'sistemas' a significação mais ampla, o adolescente, ao contrário do que ocorre com a criança, é o indivíduo que começa a construir sistemas ou teorias. (PIAGET; INHELDER, 1976, p.252).

Segundo esses autores, o pensamento da criança não é "auto-reflexivo". O do adolescente, ao contrário, é de reflexão e construção de teorias.

Piaget e colaboradores (Inhelder e Szeminska, entre outros) realizaram diversos estudos sobre o desenvolvimento do esquema das proporções, que representa um dos esquemas do pensamento do adolescente e é de grande utilização na Matemática e nas ciências. Esse esquema pode ser visto como a base do modelo matemático necessário à compreensão dos números racionais. Seus estudos apresentaram uma caracterização do pensamento formal, o qual se constitui de um sistema combinatório na verificação de hipóteses, em que todas as possibilidades são consideradas sistematicamente e apresentaram também o fato de que essas operações são de segundo grau, ou seja, operações sobre operações, e não mais operações sobre a realidade. Em outras palavras, pode-se dizer que as operações apóiam-se sobre aspectos lógicos da ação, ou sobre as coordenações das ações, e não mais sobre aspectos físicos.

A regra de três é um conteúdo da educação matemática que está estreitamente ligado a um esquema operacional formal, como já mencionado, o esquema de proporções. No entanto, seu ensino se realiza na escola sem uma análise detalhada dos conteúdos a que esse procedimento é aplicado ou de sua relação com o desenvolvimento cognitivo. Após a introdução da regra de três na sexta ou sétima séries do ensino fundamental, os alunos voltam, no ensino médio, a lidar com problemas de proporções em Matemática, que envolvem fórmulas e gráficos e, também, em Ciências, Física e Química. No entanto, a conexão explícita entre proporção e as fórmulas aprendidas não é necessariamente feita pelo professor ou pelos alunos. Segundo Carraher:

> Não podemos deixar de enfatizar a necessidade de conferir maior relevo ao estudo da proporcionalidade na educação matemática. No entanto, deve-se salientar que essa ênfase não significa mais tempo dedicado ao ensino da regra de três e a exercícios de aplicação. No estudo da proporcionalidade estão envolvidas as noções de variável e função, as quais precisam ser tratadas não apenas enquanto conceitos matemáticos, mas também através de análises de problemas em que os alunos aprendem a encontrar as variáveis importantes na determinação de efeitos desejados". (CARRAHER, 1986c, p. 599).

Um exemplo disto é a aprendizagem de velocidade em Física no primeiro ano do ensino médio. O aluno aprende que v = d/t (velocidade é igual à distância dividida pelo tempo). Aprende a fórmula s = so + v.t (a posição do corpo num determinado tempo é igual à posição do corpo no instante inicial mais a velocidade do corpo vezes o tempo). Aprende também a desenhar gráficos com retas crescentes ou decrescentes e seus coeficientes angulares e lineares, em Matemática. Mas dificilmente todos esses conceitos estarão inseridos num sistema de relações em que o aluno compreenda que a fórmula está relacionada às proporções feitas entre distâncias e tempos e entre gráficos que podem representar as trajetórias do corpo.

Schliemann e Carraher (1993) dizem que razão e proporção são conceitos extremamente ricos que surgem nos mais diversos contextos da vida: na compra e venda, na construção civil, no desenho gráfico, em todos os ramos de atividade da ciência e tecnologia. Muitas das variáveis fundamentais da ciência são expressas como razões, como: quilômetros por hora e densidade. Além disso, esses conceitos estão relacionados a muitos outros conceitos matemáticos, como fração (ordinária e decimal), função linear, inclinação do gráfico de uma função, probabilidade, taxas, percentagens, etc. Na sexta série do ensino fundamental o conteúdo em questão passa a ser sistematizado, ou seja, surge a definição de proporção, razão, regularidade, variáveis, relação direta ou inversa entre variáveis, cálculo de variáveis em exercícios e problemas. O professor tem a tarefa de retomar o que supostamente já deveria ser conhecido pelo aluno e levar isso a uma formalização de conceitos, através de atividades. Mas, como ensinado na escola, proporção parece ser um conceito extremamente limitado.

Spinillo (1993) ressalta que os educadores precisam desenvolver uma compreensão conceitual da proporção, evitando a visão simplista e errônea de que esse conceito consiste num tópico ou "matéria" do currículo da matemática que precisa ser "passado" para o aluno, onde o ensino de algoritmos (como a regra de três, por exemplo) é o cerne do processo de aprendizagem. As operações envolvidas na solução da regra de três (multiplicação e divisão) são consideradas muito simples pelos professores, o que lhes dá a impressão de que o tópico pode ser ensinado rapidamente. A regra de três acaba sendo ensinada apenas como um algoritmo que é uma forma conveniente de se organizar os dados de um problema. Muitas vezes o professor acaba não valorizando a riqueza e importância desse conteúdo, que se torna para o aluno a decoreba mecanizada de como organizar e calcular tal algoritmo. Embora os cálculos envolvidos na solução da regra de três sejam bastante simples, ela consiste num modelo matemático completo, que provavelmente não é compreendido suficientemente através do ensino que vem sendo tradicionalmente feito.

1.1.3 Proporção e a Proposta do Currículo das Escolas

Considerei importante ter acesso ao plano curricular de sexta série das duas escolas envolvidas na coleta de dados. Os dois planos pareceram muito semelhantes quanto à estrutura e à proposta. Selecionei, então, um deles para trazer trechos importantes na dissertação, o que descrevo a seguir:

PLANO CURRICULAR PARA A 6ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL – MATEMÁTICA

Ementa: permitir ao aluno a compreensão de sua realidade, desenvolvendo o seu conhecimento matemático, possibilitando o acesso ao mundo do trabalho e das relações sociais.

Objetivo geral da 6ª série: o aluno deverá reconhecer, operar e aplicar os conhecimentos construídos em sala de aula com números inteiros, equações e sistemas lineares de 1º grau, bem como a leitura e interpretação de gráficos estatísticos.

Metodologia: será realizada através de situações-problema, exercícios de aplicação, jogos matemáticos, trabalhos em grupo e individual, pesquisas (por amostragem) e exposições.

Competências:

1. Fazer uso da linguagem matemática como ferramenta do cotidiano;
2. Selecionar, organizar e relacionar informações de diferentes representações e formas, fazendo uma "ponte" entre a teoria e a prática;
3. Analisar, comparar e relacionar os acontecimentos do cotidiano com o conteúdo desenvolvido em sala de aula;
4. Realizar atividades articuladas com outras áreas do conhecimento e da educação.

Conteúdos e tópicos da 6ª série (aqui selecionei apenas os conteúdos referentes ao conceito abordado na pesquisa):

Razão e proporção

- Conceito e cálculo;
- Aplicação do teorema fundamental da proporção;
- Regra de três simples e composta;
- Aplicação de problemas com a taxa de porcentagem.

Avaliação:

Será realizada através de testagem, trabalhos e atividades cotidianas, visando a comprovação da aprendizagem dos conteúdos como parte integrante do processo ensino/aprendizagem.

Pré-requisitos para aprovação da 6ª para a 7ª série:

O aluno deverá reconhecer as diferentes regras de sinais e operações, tanto no conjunto dos números inteiros como no conjunto dos racionais, aplicando-os em expressões numéricas e situações problemas; reconhecer, calcular e aplicar os conhecimentos de uma incógnita em problemas envolvendo equação do primeiro grau e sistemas de equações; identificar, esquematizar e calcular regra de três simples e composta.

A discussão detalhada sobre como observei e analisei o ensino desses conteúdos está nos capítulos que abordam a metodologia, a coleta e a análise dos dados. Será também descrita a distinção de conceito e conteúdo no capítulo que trata dos pressupostos teóricos da pesquisa, já que a escola parece muitas vezes não conhecer tal distinção, pois considera o currículo escolar apenas uma listagem de conteúdos.

1.1.4 Proporção e o "Poder" do Livro Didático

Na discussão sobre um conteúdo escolar de Matemática parece-me impossível não considerar um dos maiores aliados do professor: o livro didático. Percebi, na coleta de dados desta pesquisa, nas observações diárias das aulas de Matemática nas escolas em que estudei, trabalhei ou trabalho, que o livro didático é um forte instrumento utilizado pelos professores tanto no preparo de seus planos de aula quanto para que seja utilizado nos períodos de Matemática pelos alunos. Observei duas turmas de sexta série no processo de coleta de dados e, em ambas as turmas, o livro foi muito utilizado nas aulas de Matemática. Então, senti necessidade de investigar as propostas dos autores dos dois livros adotados pelos professores dessas turmas e, em contrapartida, entender os motivos de os professores os utilizarem tanto.

Para exemplificar trago um trecho de uma entrevista com um aluno de uma das sextas séries observadas na coleta de dados:

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): O que tu mais gostas nas aulas de Matemática? Gosto quando a profe mesmo passa os exercícios no quadro, e não os do livro. Odeio fazer exercícios do livro. **O que tu não gostas nas aulas de Matemática?** De fazer exercícios do livro e a profe dá bastante do livro pra fazer. Não gosto de temas também. **Por que tu não gostas de fazer os exercícios do livro de Matemática?** Ah, porque tem explicações do tipo "é assim que se faz e pronto", com um monte de exemplos. A gente não consegue fazer sozinho só vendo no livro. Acho que o livro não foi criado para o aluno fazer sozinho, e sim, precisa da ajuda do professor, senão a gente estaria "frito".

Por coincidência, os dois livros utilizados nas duas turmas foram publicados no ano de 2002. A forma de abordar razão e proporção em ambos é parecida, pois seus autores dedicam um capítulo específico para esse conteúdo e seguem certa seqüência para desenvolvê-lo e explicá-lo. A única diferença marcante é que o primeiro livro o faz de forma mais técnica e o segundo traz em suas "promessas ao leitor" uma idéia de que tem uma proposta diferente e desafiadora. Trago aqui alguns tópicos de cada livro:

Livro 1: ANDRINI & VASCONCELOS (2002). É um texto mais técnico, no sentido de que apresenta os conteúdos com enunciados dos conceitos seguidos de exemplos resolvidos e de listas de exercícios. Na contra-capa enuncia sua proposta:

Prezado aluno:
Você já deve ter perguntado a si mesmo (ou a seu professor...): "Para que eu devo estudar Matemática?" Há três respostas possíveis:

- *A Matemática permite que você conheça melhor a realidade;*
- *A Matemática pode ajudar você a organizar raciocínios;*
- *A Matemática pode ajudar você a fazer descobertas.*

Este livro e as orientações de seu professor constituem um ponto de partida.
O caminho para o conhecimento é você quem faz.

Nos capítulos 2 e 3 os conteúdos são "proporcionalidade" e "razão e porcentagem". Inicialmente, é discutido o significado de grandeza e como comparar grandezas para encontrar uma razão que represente a relação entre essas grandezas. Em seguida, de forma sucinta e simplificada, é introduzido o conceito de proporção: "Proporção é uma igualdade entre razões" (p. 27). Então, são trabalhadas grandezas direta ou inversamente proporcionais. Nos exemplos práticos trazidos (ingredientes para o preparo de um bolo, preço e peso de produtos no supermercado, tempo e distância em uma viagem, etc), os autores ensinam como encontrar as razões que relacionam as grandezas envolvidas e organizar uma regra de três em que se faz uma "multiplicação em cruz" (p. 28) e se calcula o valor de uma das grandezas em questão, que é a incógnita do problema. Exemplifico aqui, para melhor compreensão do que está sendo dito, o exemplo de um exercício da página 34:

"Num jardim há cravos e rosas na razão de 8 para 11. Há 88 rosas. Descubra qual é o número de cravos existentes no jardim.

Solução (conforme ensinado pelos autores nos exercícios resolvidos):

Chamaremos de x o número de cravos.

Então: $\frac{8}{11} = \frac{x}{88}$. *Usando a multiplicação em cruz calculamos x.11 = 8.88 (x vezes onze é igual a oito vezes oitenta e oito).*

Assim, usando a multiplicação: x.11 = 704 e, usando a divisão: $x = \frac{704}{11}$.

Encontramos que x = 64 cravos.

Livro 2: BIGODE (2002). É um texto que traz em suas "promessas ao leitor" a idéia de que tem uma proposta diferente e desafiadora. Porém, percebi que também ele apresenta os conteúdos com enunciados dos conceitos seguidos de exemplos resolvidos e de listas de exercícios. Na contracapa e na página seguinte enuncia sua proposta:

RECADO!
Um convite especial!
Você está sendo convidado a se apaixonar pela Matemática.
Quando? A qualquer hora.
Onde? Neste livro.
Importante:
A palavra que resume a proposta desta coleção é problematização.
E mais...

Cada volume explora a Matemática e as conexões da Matemática com a realidade a partir de problemas. Tratada desta maneira, a Matemática é intrigante, viva, prazerosa, agradável.

O capítulo 11 trata do conteúdo proporcionalidade. Apresenta a idéia de razão, que representa a relação entre grandezas e descreve o conceito de razão como “uma relação que é expressa da seguinte forma: $\frac{a}{b}$ ou ainda a:b onde a e b são números racionais e b é diferente de zero” (p. 87). Em seguida, há inúmeros exercícios que expressam situações cotidianas que envolvem razões, porcentagem, variações de grandezas proporcionais (diretas ou inversas), variações não-proporcionais, geometria e proporcionalidade (ampliações e reduções), escala, o termo desconhecido (no caso, a letra que é a incógnita a ser descoberta numa proporção) e semelhança de triângulos. Realmente, o autor fez um link com diferentes conteúdos. O capítulo parece denso e cheio de informações.

A proposta do segundo livro poderia ser muito interessante, já que trabalha a aplicação a outros conteúdos e o faz de forma mais “prazerosa” (pelo menos na visão do autor!), mas o livro ainda está preso a extensas listas de exercícios e cobra do aluno entendimento de conceitos que muitas vezes ainda não tem, mesmo estando na sexta série. Imagino que o autor partiu do pressuposto de que os alunos leitores já aprenderam esses conceitos (por exemplo: trata de exercícios de proporção com aplicação à geometria), mas na verdade os alunos dizem não conhecê-los ou não lembrar deles.

2 A CONSTRUÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

2.1 O PROBLEMA DE PESQUISA

> [...] as matemáticas na criança não aparecem de um dia para o outro, mas sem cessar se constroem por ações do sujeito. Elas procedem a partir da coordenação das ações do sujeito, da lógica da ação do sujeito. E então, deste ponto de vista, é preciso construir tudo. Mesmo as coisas que parecem as mais evidentes para nós ele deve construí-las. (PIAGET, no vídeo *Piaget on Piaget*).

A citação enfatiza que o sujeito, ao coordenar ações, atinge um nível superior de pensamento em que pode raciocinar sobre hipóteses tanto quanto sobre objetos, o que seu autor chamou de nível das operações formais. É mediante n coordenações que passamos do nível das ações para o da construção dos conceitos. Porém, ao nos depararmos com o processo de ensino e aprendizagem praticado em grande parte das salas de aula, é notável a prática reducionista exercida pela escola baseada em métodos transmissivos[3], apoiada pelo senso comum ou pelas concepções epistemológicas empirista e apriorista, a primeira centrada nas sensações e a segunda na percepção. Em ambas, não se considera o fazer do sujeito. Becker lembra uma citação de Freire:

> E, por isso, repito que ensinar não é transferir conteúdo a ninguém. Assim como aprender não é memorizar o perfil do conteúdo transferido no discurso vertical do professor. Ensinar e aprender têm que ver com o esforço metodicamente crítico do professor de desvelar a compreensão de algo e com o empenho igualmente crítico do aluno de ir entrando como sujeito em aprendizagem, no processo de desvelamento que o professor ou professora deve deflagrar. Isso não tem nada que ver com a transferência de conteúdo e fala da dificuldade, mas, ao mesmo tempo, da boniteza da docência e da discência. (FREIRE, *apud* BECKER, 2006, p. 126).

É importante manter sempre na educação o pensamento de que o professor também aprende no processo coletivo e que continua a aprender na medida em que promove a interação aluno-professor.

Piaget contribuiu para a compreensão da matemática ao afirmar que se o sujeito não age o conhecimento não acontece, ou seja, a ação humana é a fonte de conhecimento, que se faz e é construído no jogo de relações ativadas pelo sujeito. Além disso, não existe

[3] Usarei o termo transmissivo baseada em Piaget (1970), que usa o termo métodos transmissivos em oposição aos métodos ativos.

conhecimento matemático sem tomada de consciência, que é a apropriação dos mecanismos das ações próprias, o que permite que o sujeito se dê conta do que fez e como fez, reconstruindo seu fazer em novo patamar.

Mas não bastam as ações físicas do sujeito para que ocorra compreensão, pois é preciso que ocorram reflexionamentos e reflexões ou ações de grau mais elevado. A tomada de consciência transforma uma abstração reflexionante em abstração refletida. É através da abstração refletida que o sujeito constrói os conceitos matemáticos, abrindo caminho para sua generalização a uma grande variedade de conteúdos inacessíveis sem essa nova tomada de consciência.

Estou convencida de que o processo de abstração reflexionante é desrespeitado no ensino transmissivo de Matemática; o que significa que o ensino desrespeita o sujeito epistêmico ou sujeito da aprendizagem. Nele não há lugar para tomadas de consciência, o que impede a construção das estruturas operatórias da inteligência e, por conseqüência, compromete a aquisição, ou reconstrução para si, do conhecimento matemático já construído pelos matemáticos.

Investiguei a elaboração de conceitos pelos alunos em sala de aula e as práticas escolares enquanto limitam a construção de conceitos significativos para eles. Para formalizar minhas inquietações e dirigir as questões para um denominador comum, tomei a aprendizagem do conceito de proporção no ensino fundamental como objeto de pesquisa e, a partir disto, passei a considerar como práticas escolares limitadoras do processo de construção do conhecimento ou de precária compreensão do conceito de proporção: a organização do currículo escolar de matemática e a atuação dos professores na organização de seu programa e de suas aulas, entre outros. Surgiu, assim, o problema central desta pesquisa:

O que limita o processo de abstração reflexionante, tipo refletida, na aprendizagem do conceito de proporção no ensino fundamental?

Meu interesse está em avaliar os equívocos cometidos nas práticas de sala de aula quando esta não é organizada em função da ação do aluno, mas em função da reprodução de conteúdos, procedimento esse que não resulta na elaboração de formas capazes de ampliar as estruturas do sujeito, aumentando sua capacidade de aprender.

2.2 PROBLEMA E HIPÓTESES

O problema de pesquisa e os pressupostos teóricos defendidos trazem consigo algumas questões, os sub-problemas, os quais norteiam o estudo nos momentos mais importantes da pesquisa, e as hipóteses formuladas a partir deles:

1) Consiste o ensino de proporção, em sala de aula, em mera reprodução de um algoritmo (regra de três)?

Hipótese: O ensino transmissivo de Matemática não contribui para o processo de construção de relações por parte do aluno. Obstrui, em conseqüência, a aprendizagem do conceito de proporção, na medida em que propõe apenas a memorização de um algoritmo para resolver os exercícios trazidos pelo professor.

A respeito, Carraher (1986a) enfatiza que isto é “um desafio para os educadores do campo, os quais precisam reconhecer que não é suficiente ensinar-se uma técnica útil da matemática para que ela venha a fazer parte do repertório de recursos disponíveis ao sujeito para a solução de problemas” (p. 105).

Para verificar esta hipótese recorri aos conceitos de abstração reflexionante (PIAGET *et al*, 1995) e tomada de consciência (PIAGET, 1978a), além do estudo da obra sobre fazer e compreender (PIAGET, 1978c).

2) Conseguirá o aluno generalizar (a outros conteúdos) o conceito de proporção com a aprendizagem realizada em sala de aula?

Hipótese: O aluno não generaliza o conceito de proporção e, por isto, não consegue aplicá-lo a outras situações, que demandam outro patamar de abstração. Ou seja, não assimila um conteúdo novo ao conceito de proporção, reconstruindo-o para si, por reflexionamento e reflexão.

Para verificar esta hipótese recorri ao conceito de generalização construtiva de Piaget (PIAGET, 1978d). Ela “não consiste em assimilar novos conteúdos a formas já constituídas, mas antes em engendrar novas formas e novos conteúdos, portanto, novas organizações estruturais.” (p.2).

3) O professor de Matemática exerceu, supostamente, anos de abstração reflexionante, tipo refletida, por cujo processo construiu, entre outros, o conceito de proporção.
- Supõe ele, indevidamente, que seu aluno realiza o mesmo processo?
- Que conseqüências pedagógicas adviriam, na prática de sala de aula, dessa suposição?

Hipótese: O professor pensa que aprendeu o conceito de proporção, independentemente do método de ensino adotado quando foi aluno. Em conseqüência, pensa que seus alunos também aprendem da forma como ele ensina em sala de aula, sem considerar as limitações que as práticas em jogo trazem para que ocorra o processo de abstração refletida, inviabilizando a construção do referido conceito.

Conceitos matemáticos são adquiridos com base na reflexão sobre diversas situações que devem envolver os princípios essenciais do conceito. O conceito de proporção envolve relações. O professor precisa explicitar, discutir e refletir acerca das relações envolvidas no raciocínio proporcional com seus alunos. Durante a resolução de tarefas de proporção é interessante que o professor explore as justificativas, os critérios e as estratégias adotadas por seus alunos. Mas, se o professor supõe que seus alunos realizam o processo de abstração refletida, mesmo com as práticas adotadas em sala de aula, as conseqüências pedagógicas não serão satisfatórias.

4) Como o aluno avalia o professor quando ensina proporção?

Hipótese: O aluno está inserido, desde cedo, em um sistema educacional que utiliza métodos transmissivos de ensino. Penso que esse aluno, apesar de acostumado e mergulhado em um processo de transmissão de conhecimento, demonstra repulsa ao ensino em questão e, algumas vezes, vê seu professor como alguém que é detentor do conhecimento, que transmite informações e reduz a aprendizagem do conceito de proporção à aplicação de um algoritmo.

Para verificar esta hipótese trarei dados das observações e entrevistas com os alunos, que estão desenvolvidos no capítulo que trata da análise dos dados.

5) Como o professor vê o aluno aprendendo proporção?

Hipótese: O professor pensa que o aluno, quando chega na sexta série, traz consigo os conhecimentos prévios necessários para aprender proporção. O aluno que realizou as atividades propostas em sala de aula e resolveu os exercícios com interesse compreendeu e aprendeu o conceito.

Para verificar esta hipótese trarei dados das observações e entrevistas com os professores, que estão desenvolvidos no capítulo que trata da análise dos dados.

6) Qual é a concepção epistemológica do professor?

Hipótese: Penso que o professor acredita na transmissão do conhecimento (empirismo) ou no talento dos alunos (inatismo).

Contudo, considerando a problemática e seus pressupostos, ao longo da investigação conduzi o olhar para as conclusões que sugerem possíveis respostas ao problema principal.

2.3 OBJETIVOS DA PESQUISA

Para desenvolver um caminho que respondesse as questões que surgiram e para coletar dados que permitissem a análise e a investigação, a pesquisa seguiu os seguintes objetivos:

Objetivo Geral

Investigar o ensino transmissivo enquanto limitador da aprendizagem do conceito de proporção no ensino fundamental, sob o ponto de vista da Epistemologia Genética.

Objetivos Específicos:

a) Descrever e analisar as práticas de sala de aula enquanto limitadoras da aprendizagem do conceito de proporção.

b) Verificar a consistência da generalização do conceito de proporção averiguando a ocorrência de sua aplicação a outros conteúdos, mediante a construção de novas formas.

c) Abordar a importância da contextualização histórica na aprendizagem de conceitos em salas de aula de Matemática, em especial o conceito de proporção.

A importância da pesquisa está na preocupação com a aprendizagem do aluno e no fato de fazer o aluno agir e "entrar em cena", a partir da análise das práticas dos professores e dos alunos, assim como dos efeitos que surgem a partir delas. Estou aprendendo e ensaiando uma pedagogia ativa, construtiva, além de contribuir para que ocorra uma mudança de mentalidade, de cultura, o que é indispensável para uma mudança nas concepções pedagógicas.

3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DA PESQUISA

3.1 A CRÍTICA AO EMPIRISMO E AO INATISMO

> Professora, eu não lembro como fazer este tipo de exercício aqui. Só lembro que a profe do ano passado mandava a gente multiplicar com a "regra da xuxa", a gente fazia um "x" e multiplicava o que estava embaixo pelo que estava em cima depois do sinal de igual! (Aluno da 7ª série do Ensino Fundamental, enquanto tentava resolver um exercício de revisão da 6ª série, sobre proporção).

Muitos professores ensinam Matemática considerando que só uma minoria de seus alunos possui capacidade para compreender os conceitos dessa disciplina. O conhecimento parece ser compreendido por eles como fonte externa ao sujeito, a teoria como algo que vem de fora do aluno, fornecida pelo professor. As aprendizagens vão se tornando cada vez mais complexas e entrelaçadas e, por isso, considero importante que o professor compreenda como se processam as aquisições das aprendizagens e qual o relacionamento entre elas.

Durante a graduação em Matemática, passei a observar, tanto na fala de professores do curso quanto de professores das escolas com as quais criei algum vínculo nos estágios curriculares, a afirmação nas suas aulas de que a Matemática é difícil e de que o pensamento matemático é acessível apenas a uma minoria. Um exemplo: certo professor do curso de graduação nos dizia, já no primeiro semestre, qual o aluno que tinha condições ou não de seguir no curso de Licenciatura em Matemática, o que acabava causando abandono do curso já nos primeiros meses. Como esta forma de pensar ocorre também nas escolas, a Matemática pode se tornar um instrumento de seleção para o fracasso. Os alunos acabam sendo rotulados como mais ou menos inteligentes, muitas vezes com base no seu desempenho na disciplina de Matemática.

Muitas escolas ainda usam métodos de ensino que induzem a uma aprendizagem ligada à memorização, que empobrece a teoria e impede que algo novo se construa. Em muitas salas de aula de Matemática as práticas se limitam a trabalhar a simples aplicação de fórmulas e extensas listas de exercícios que têm, por finalidade, treinar a aplicação destas fórmulas. Algumas vezes o professor parece não ter objetivos pedagógicos quando planeja suas aulas, em que imperam práticas de transmissão. O professor explana, fala, confirma deter conhecimento, dá a entender que sua tarefa de educador está cumprida, pois seus alunos souberam responder os exercícios ou resolveram cálculos. Seus alunos ouvem, repetem, copiam, “aprendem” o que está dado pronto e resolvem inúmeros exercícios de cálculos e aplicações de algoritmos. Não há lugar para o agir espontâneo, o criar, o construir, o pensar acerca de situações desafiadoras; somente para o fazer mandado. Ocorre uma espécie de “ilusão pedagógica”: o professor introduz o assunto com a aula expositiva, acreditando que basta expor o conteúdo para o aluno aprender; a única condição é que ele repita tantas vezes quantas forem necessárias para memorizar.

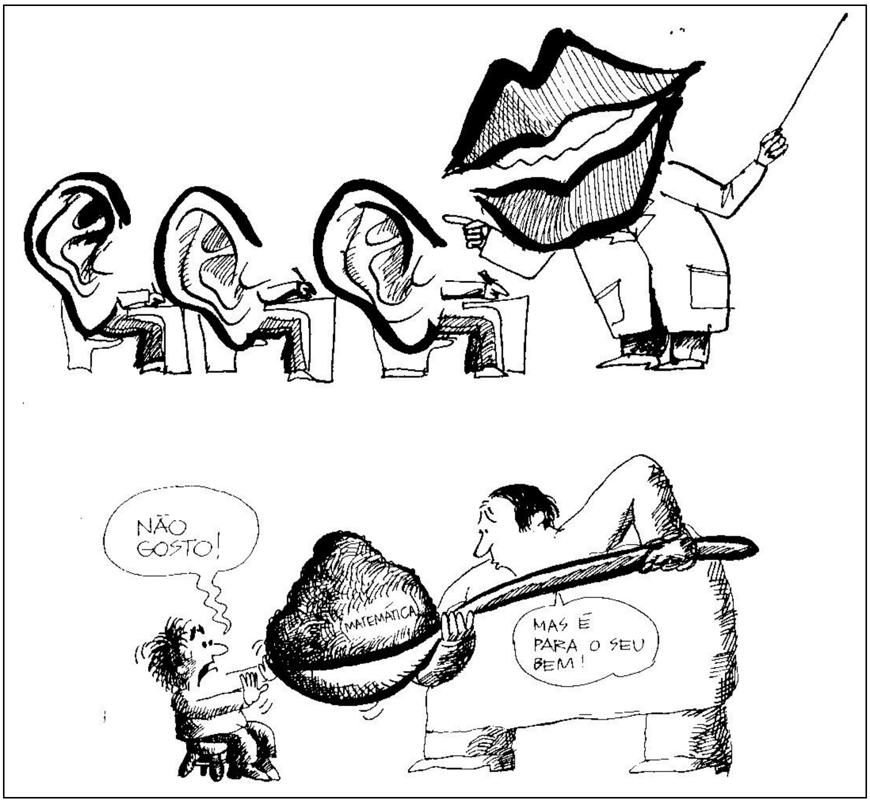


Figura 2 – Práticas do método transmissivo de ensino

(Ilustrações retiradas da obra de HARPER *et al* (1980, p. 48; p. 61))

As figuras acima podem ser vinculadas à definição de educação bancária de Paulo Freire, em que o educador é o sujeito da narração e os educandos alvos de memorização mecânica do conteúdo narrado. A narração transforma os educandos “em ‘vasilhas’, em recipientes a serem ‘enchidos’ pelo educador. Quanto mais vá ‘enchendo’ os recipientes com seus ‘depósitos’, tanto melhor educador será. Quanto mais se deixem docilmente ‘encher’, tanto melhores educandos serão" e "[...] o 'saber' se torna doação dos que se julgam sábios aos que julgam nada saber" (FREIRE, 2002, p. 58). Na visão bancária de educação os homens são vistos como "seres da adaptação, do ajustamento. Quanto mais se exercitem os educandos no arquivamento dos depósitos que lhes são feitos, tanto menos desenvolverão em si a consciência crítica de que resultaria a sua inserção no mundo, como transformadores dele. Como sujeitos" (*idem*, p. 60).

3.1.1 O Empirismo

O empirismo é a teoria epistemológica que explica o conhecimento a partir da experiência que o sujeito vai adquirindo no contato com o meio físico e social, através dos seus sentidos. O referencial inicial não é o sujeito, e sim as informações que vem do meio exterior e que agem sobre ele.

O professor empirista pensa que o aluno, sendo estimulado, será incitado e questionado e isso trará motivação para buscar respostas. Em uma das observações realizadas verificou-se uma prática que enfatiza esta concepção de conhecimento:

Observação (6ª série A, ESCOLA POA): A professora escreve no quadro um problema sobre proporção e grandezas diretamente proporcionais, que envolve o nascimento de pássaros silvestres. Faz perguntas para a turma, vai resolvendo o problema, mas apenas alguns alunos participam; outros ficam observando, como se não fossem participantes da aula. Ela chega à solução (encontra o termo desconhecido da proporção) e diz: "Turma, é assim que a gente faz para encontrar a letra do problema nestes casos, entendem?. Agora vamos fazer outros exercícios como este.". A turma não responde nada. A professora escreve três problemas semelhantes no quadro e dá tempo para que os alunos os resolvam. Depois faz, ela mesma, a correção no quadro.

3.1.2 O Inatismo

O inatismo ou apriorismo é a teoria epistemológica que explica o conhecimento a partir das estruturas pré-formadas no organismo do sujeito, que ao nascer já traria as possibilidades do conhecimento que se manifestariam imediatamente ou de forma progressiva, de acordo com a maturação biológica.

O professor inatista pensa que os alunos que compreendem matemática têm em si o conhecimento, são inteligentes por natureza. Rotula os indivíduos como aptos ou inaptos. Em uma das observações realizadas verificou-se uma prática que enfatiza esta concepção de conhecimento:

Observação (6ª série A, ESCOLA POA): os alunos estão fazendo os exercícios que a professora trouxe numa folha xerocada sobre proporção inversa entre grandezas. A professora se aproxima da pesquisadora, que está no fundo da sala só observando e diz: "Não adianta, né... se o aluno não sabe, simplesmente não sabe fazer. Não adianta a gente se quebrar para colocar na cabeça deles, né...Tem uns aí que eu tento, tento, mas não dá em nada!".

O inatismo ou apriorismo explica a inteligência como se dando de dentro para fora do sujeito e o empirismo como se dando de fora para dentro. Essas visões passivas de conhecimento anulam a atividade do sujeito.

Em um de seus artigos, Piaget (2001) faz crítica à ênfase dada na pretensa transmissão de verdades do professor para as crianças e à ênfase na sua linguagem, sem muita preocupação com a ação das crianças e com suas idéias espontâneas. Os alunos não podem ser considerados simplesmente como instrumentos de recepção. Há fatores afetivos fundamentais envolvidos nos fracassos das aulas de Matemática e a criança que não entende de imediato se bloqueia e se considera definitivamente incompetente, o que cria uma "bola de neve". Em outra obra, conta Piaget: "Perguntei para cada criança: 'O que você acha da matemática?'. Elas me diziam: 'É horrível, nunca entendo nada'." (PIAGET, 1998, p. 231).

Becker (BECKER; FRANCO, 2002) questiona "[...] por que um ser humano chamado aluno sente tamanha aversão, raiva, ódio, mal estar, desconforto, sensação de vazio, de ausência de significado, reação de fuga, frente às matemáticas?" (p. 46). Em outra obra, Becker complementa sua crítica, afirmando que:

> [...] se o aluno nada sabe, mas nasceu com instrumentos perceptivos ou cognitivos, apenas precisará de alguém que lhe forneça conteúdos, o inatismo é suficiente. Por outro lado, se não tem o conhecimento, nem como forma, nem como conteúdos (tabula rasa), mas tem os sentidos físicos como portas da percepção, o empirismo resolve o problema. No entanto, em ambos os casos, observa-se um aluno passivo: não apenas fisicamente, mas o que é mais importante, cognitivamente passivo! (BECKER *et al*, 2002, p. 61)

Diante desse contra-senso em que a escola vive está também o ensino de proporção. Carraher (1986b) ressalta que os professores de Matemática precisam considerar cuidadosamente o ensino de proporções na escola e que "[...] o ensino de proporções deve ser aliado a considerações sobre variáveis em situações diversas, a fim de que os alunos aprendam a examinar, em diversas situações, que variáveis afetam os resultados em um problema" (p. 376). A aprendizagem de um algoritmo matemático, como a regra de três, provavelmente resultará inútil se o aluno não sabe como analisar as situações-problema a fim de aplicar o algoritmo aprendido.

As idéias apontadas aqui trazem questionamentos para os métodos de ensino adotados em muitas escolas, que valorizam o professor em detrimento do aluno e sua prática centrada nos métodos transmissivos. Segundo Becker:

> A aprendizagem não é gerada pelo ensino; antes, suas raízes encontram-se no processo de desenvolvimento do conhecimento, processo responsável pelo leque de possibilidades aberto para a aprendizagem. O bom ensino é aquele que se alia ao processo de desenvolvimento do sujeito otimizado, aqui e ali, em função de objetivos (curriculares) diversos, as condições de interação. Tudo é possível acontecer se as condições de interação forem melhoradas e, até, otimizadas. Isso implica que o professor atenda a um requisito fundamental: levar em conta as condições intelectuais do aluno – sua capacidade cognitiva ou suas estruturas de conhecimento; em outras palavras, a capacidade atual do aluno. (BECKER, 2006, p. 125).

3.2 A EPISTEMOLOGIA GENÉTICA COMO BASE TEÓRICA DA PESQUISA

> O ponto essencial de nossa teoria é o de que o conhecimento resulta de interações entre sujeito e objeto que são mais ricas do que aquilo que os objetos podem fornecer por eles. [...] O problema que é necessário resolver para explicar o desenvolvimento cognitivo é o da invenção e não o da mera cópia. (PIAGET, *apud* BECKER *et al*, 2002, p. 18)

Alguns professores fundamentam suas práticas superando as barreiras do empirismo e do apriorismo, apropriando-se de forma crítica e reflexiva de teorias que rompem com o senso comum no que diz respeito ao conhecimento. Encontram, na Epistemologia Genética, suporte para a concepção de conhecimento como construção. Nesta pesquisa, filio-me a este paradigma.

Piaget inovou por dar importância ao poder de determinação da ação do sujeito. A ação produz, dá origem a algo novo com relação ao que é dado, quer pela herança genética, quer pelo meio. A ação supera, ultrapassa, transcende, portanto, essas duas instâncias. Becker (BECKER *et al*, 2002) diz que "[...] conhecer não é apenas tomar contato, ouvir, falar, ver, ouvir e copiar. Conhecer com o propósito de construir conhecimento é agir, é ter autoria, é interagir e desta forma, numa só tacada tanto inatismo quanto empirismo são ultrapassados". (p. 62).

> A aprendizagem escolar situa-se, com raras exceções, no extremo oposto dessa concepção. Por quê? Porque a docência está habituada à prática de um ensino de resultados – ensino de resultados de pesquisas, científicas ou tecnológicas, e não da metodologia de pesquisa que levou a esses resultados; resultados de cálculos matemáticos e não do processo de confecção desses cálculos ou processo de resolução de problemas matemáticos; numa palavra, resultados em forma de notas ou conceitos e não do processo de aprendizagem que levou a esses resultados. (BECKER, 2006, p. 128).

A teoria que explica o conhecimento como construção do sujeito é a construtivista, segundo a qual o processo de conhecimento ocorre pela ação do sujeito sobre o meio e pela abstração das coordenações das ações originadas dessa ação. O conhecimento não pode ser concebido como produto exclusivo das estruturas internas do sujeito e nem das características prévias do objeto, mas da interação entre sujeito e objeto. Becker (2006) diz que adotar a metodologia construtivista na sala de aula não significa "[...] eliminar a aula expositiva, mas transformar, por diversos meios, o tempo da aula em tempo de inventividade, de enfrentamento de desafios, de reconstrução de conhecimentos – para assimilar os conhecimentos ensinados pelo professor os alunos têm que reconstruí-los." (p. 130).

Para dar conta do meu problema de pesquisa (O que limita o processo de abstração reflexionante, tipo refletida, na aprendizagem do conceito de proporção no ensino fundamental?), verificando as hipóteses que esta problemática implica e desenvolvendo a análise dos dados coletados, recorri aos seguintes conceitos da Epistemologia Genética: abstração reflexionante, tomada de consciência e generalização.

3.2.1 Abstração Reflexionante

A aprendizagem pode se dar por dois tipos de experiência: física ou lógico-matemática. A primeira está ligada à abstração empírica[4]; a segunda, à abstração reflexionante. Quando a aprendizagem decorre da experiência física o sujeito retira características do próprio objeto. Quando decorre da experiência lógico-matemática, como o conhecimento matemático, por exemplo, os conhecimentos são retirados das ações do sujeito sobre os objetos ou das coordenações das ações. O sujeito aprende ao se apropriar das coordenações de suas ações, o que ocorre por abstração reflexionante. Becker (2006) diz que "Todo o processo de abstração reflexionante (Piaget, 1995) é assim: uma sucessão interminável de construções e desconstruções. Ele é sempre reconstrução do que já se fez. Nunca, absolutamente nunca, se começa do zero." (p. 136).

Piaget dedicou uma obra à abstração reflexionante (PIAGET *et al*, 1995), a qual se desenvolve a partir das coordenações das ações que o sujeito exerce sobre os objetos. O conhecimento matemático e as atividades cognitivas do sujeito, que estão ligados às coordenações das ações, são sustentados pela abstração reflexionante e a experiência lógico-matemática é uma construção que procede pelo mecanismo de tal abstração.

> O que caracteriza a abstração reflexionante? Tendo agido sobre o meio, sobre os objetos, sobre as relações sociais debruça-se o sujeito, agora, sobre essas ações, retirando qualidades, não mais desse meio, desses objetos, mas da própria coordenação das ações. Trata-se, portanto, de uma ação de segunda potência. (BECKER, 2001, p. 38).

Os estudos de Piaget e Inhelder sustentam a idéia de que o cerne do pensamento proporcional é estabelecer relações de segunda potência.

[4] "A abstração empírica tira suas informações dos objetos como tais ou das ações do sujeito em suas características materiais, portanto, de modo geral, dos observáveis...". (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 87)

3.2.1.1 Dois aspectos inseparáveis: reflexionamento e reflexão

O sujeito adquire um conhecimento novo quando os elementos são retirados de uma realidade anterior, das coordenações das suas ações, e são reorganizados por abstrações reflexionantes. Para isto, são necessários dois aspectos inseparáveis: reflexionamento e reflexão. O reflexionamento transpõe a um plano superior o que foi tirado de um patamar inferior, como por exemplo, quando o sujeito vai da ação à representação[5]. A reflexão é o "[...] ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi assim transferido do inferior" (PIAGET *et al*, 1995, p. 274), ou seja, a reflexão é a reconstrução em um novo plano daquilo que o sujeito se apropriou no patamar inferior.

A abstração é reflexionante em dois sentidos complementares:

> [...] Em primeiro lugar ela transpõe a um plano superior o que colhe no patamar precedente (por exemplo, ao conceituar uma ação); e designaremos esta transferência ou esta projeção com o termo 'reflexionamento' (réfléchissement). Em segundo lugar, ela deve necessariamente reconstruir sobre o novo plano B o que foi colhido do plano de partida A, ou pôr em relação os elementos extraídos de A com os já situados em B; esta reorganização, exigida pelo processo de abstração reflexionante, será designada por 'reflexão' (réflexion). (PIAGET *et al*, 1995, p. 6)

A união de reflexionamento e reflexão é formadora dos patamares sucessivos e cada patamar novo comporta uma diferença qualitativa, além de uma diferença de grau. No patamar que sucede o anterior ocorrem reflexões sobre as reflexões precedentes, que se ampliam em graus de pensamento reflexivo, oportunizando a constituição de sistemas lógico-matemáticos. No 1º grau de reflexionamento (1º patamar) o sujeito consegue representar ações por ele desenvolvidas; no 2º, ocorre a reconstituição da seqüência de ações já desenvolvidas, reunindo as representações em um todo coordenado; no 3º, o sujeito consegue estabelecer comparações e apropriar-se das estruturas formadas, o que leva aos patamares sucessivos. Esse quadro se fecha com a formalização, que é uma das formas superiores das estruturações do pensamento.

---

[5] "A representação começa quando simultaneamente há diferenciação e coordenação entre 'significantes' e 'significados' ou significações". (PIAGET, *apud* BATTRO, 1978, p. 99). Ou seja, o sujeito reúne o significante e o significado, esse último dado pelo pensamento.

O sujeito organiza sua experiência em estruturas. O desenvolvimento de uma estrutura[6] jamais ocorre em seu próprio patamar, e sim, pela construção de uma estrutura mais ampla, que abrange as precedentes e constrói novas operações. O caráter mais importante de uma estrutura é o de fechamento, ou seja, uma estrutura é um conjunto fechado. A nova estrutura será uma reconstrução da precedente, mas ampliada e generalizada, através das combinações com os elementos do novo plano de reflexão. Esse é o processo em espiral e a característica da espiral é a de "[...] alcançar formas cada vez mais ricas e, conseqüentemente, mais importantes em relação ao conteúdo." (PIAGET *et al*, 1995, p. 277).

> [...] todo reflexionamento de conteúdos (observáveis) supõe a intervenção de uma forma (reflexão), e os conteúdos assim transferidos exigem a construção de novas formas devido à reflexão. Há, assim, pois, uma alternância ininterrupta de reflexionamentos→ reflexões→ reflexionamentos; e (ou) de conteúdos→ formas→ conteúdos reelaborados→ novas formas, etc., de domínios cada vez mais amplos, sem fim e, sobretudo, sem começo absoluto. (PIAGET *et al*, 1995, p. 276)

As novas combinações geram reconstruções, que integram a estrutura anterior (inferior) em outra, que está no patamar seguinte e é mais rica e mais ampla.

A figura abaixo (PIAGET, 1978b, p. 148) representa o processo em espiral, através da espiral A.

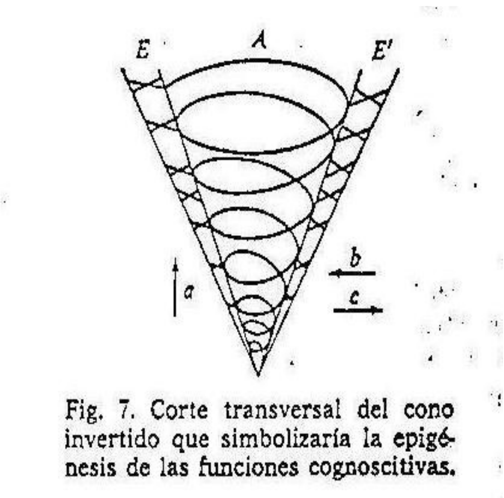


Figura 3 – Representação do processo em espiral

[6] "Chamaremos 'estruturas' toda ligação lógica suscetível de representar, alternativa ou simultaneamente, o papel de forma e de conteúdo." (PIAGET, *apud* BATTRO, 1978, p. 99).

Considero importante distinguir as noções de conceito e conteúdo, como mencionei no capítulo 1, que trata de proporção, pois esses termos são freqüentes na dissertação. Em Battro (1978) conceito é “[...] a compreensão da significação de um termo” (p. 57). Também pode ser definido como uma “totalidade operatória” (informação verbal)[7], ou como um esquema abstrato, um significado. Para conteúdo uso dois sentidos. Um deles refere-se aos conteúdos curriculares, próprios da organização das disciplinas nas escolas, em diferentes áreas de conhecimento. O outro refere-se à oposição forma x conteúdo. A construção de novas formas engendra novos conteúdos, ampliando os conhecimentos em novos patamares. Isso conduz a representações, fundamentais para o processo de aprendizagem. Segundo Battro:

> [...] há complementaridade total entre o conteúdo e a forma do pensamento, o conteúdo consistindo nos dados do mundo tal como é percebido e a forma constituindo o único dispositivo que permite elevar-se do estado T deste mundo ao estado T-1, isto é, de tornar a realidade reversível pelo pensamento. (PIAGET, *apud* BATTRO, 1978, p. 99).

3.2.1.2 A criação de novidades geradas pela abstração reflexionante

O processo de abstração reflexionante é fonte contínua de novidades, pois atinge novas reflexões sobre cada um dos planos sucessivos de reflexionamento, que se engendram sem que sua seqüência seja jamais acabada. “Cada ato de abstração reflexionante comporta o deslocamento e a utilização de coordenações já em ação no ponto de partida, mas com acréscimo de novas características resultantes de uma construção, sob este aspecto, criadora.” (PIAGET *et al*, 1995, p. 282).

Tal criação de novidades apóia-se sobre os processos de equilíbrio e fundamenta-se no equilíbrio entre diferenciação e integração. Assim como reflexionamento e reflexão, diferenciação e integração são dois aspectos inseparáveis da abstração reflexionante. A abstração consiste numa diferenciação que separa uma característica para transferi-la, e tal diferenciação cria a necessidade de integração em novas totalidades. Segundo Piaget (1975) a

---

[7] Definição dada pelo prof. Dr. Fernando Becker, nas aulas do seminário avançado *Tomada de Consciência: o Caminho do Fazer ao Compreender*, oferecido em 2006/1, no PPGEDU/UFRGS.

“[...] diferenciação é naturalmente já um enriquecimento, mas acarreta a título de complemento necessário, uma integração de grau variável, mas proporcional ao da diferenciação” (p. 36). A diferenciação exige comparar variações e isso requer um processo de integração. “São então estas variações que introduzem as diferenciações e obrigam a reequilibrações por integrações complementares” (PIAGET, 1978d, p. 10).

Todas as ações e atos de criatividade são processos da abstração reflexionante, que engendra uma crescente riqueza das formas.

3.2.1.3 Os dois desdobramentos da abstração reflexionante

A abstração reflexionante pode ser pseudo-empírica ou refletida. A abstração pseudo-empírica ocorre quando o objeto é modificado pelas ações do sujeito e enriquecido por propriedades tiradas de suas coordenações, ou seja, as propriedades constatadas não estão nos objetos, mas foram introduzidas neles por atividades do sujeito. Por abstração empírica, o sujeito retira dos objetos qualidades físicas, como cor, tamanho, espessura, etc. Quando o sujeito introduz nos objetos propriedades que eles não possuíam, isso ocorre por abstração pseudo-empírica.

> Trata-se, portanto, de uma experiência “lógico-matemática” que dá lugar a um novo saber por abstração reflexionante. Entretanto, e isso é próprio da abstração pseudo-empírica, os objetos da realidade constituíram um suporte necessário às atividades do sujeito. (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 92)

Para exemplificar esse tipo de abstração reflexionante recorro ao experimento da balança, descrito na metodologia, no quarto momento da coleta de dados. O aluno manipula os pesos e verifica quais deles se compensam equilibrando a balança. Faz inúmeras tentativas, com acertos e erros, o que resulta no equilíbrio da balança. A compensação entre os pesos e o equilíbrio da balança não são propriedades dos objetos, e sim propriedades inseridas neles pelo sujeito, através da coordenação de suas ações.

A abstração refletida ocorre quando a abstração reflexionante torna-se consciente, ou seja, o sujeito toma consciência das coordenações de suas ações. Piaget (1995) chama de "[...] abstração 'refletida' (réfléchie) o resultado de uma abstração reflexionante, assim que se torna consciente, e, isto, independentemente do seu nível." (p. 274). Essa forma de abstração, que implica tomada de consciência, é a forma para onde a epistemologia genética piagetiana aponta como horizonte do desenvolvimento. Com a abstração refletida o sujeito compreende o processo do seu pensamento. O produto de abstrações refletidas precedentes torna-se objeto de reflexão e de formulação consciente. Assim, o sujeito desenvolve o pensamento através de progressivas reorganizações mentais que aprimoram seu conhecimento.

> Sempre que há tomada de consciência, trata-se de uma variedade de abstração reflexionante que Piaget chama de abstração refletida. Nesse caso, a reflexão consiste nessa tomada de consciência e em uma possibilidade de formulação – na verdade, de formalização. Isso pode ocorrer em diversos níveis, desde a pouca idade até o homem de ciência. (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 94)

Num certo nível, a abstração refletida se torna o instrumento das reflexões sobre a reflexão anterior. Isso leva à formação do pensamento reflexivo, abrindo caminho para a constituição dos sistemas lógico-matemáticos. É aí que a abstração reflexionante atinge a formalização, isto é, a forma se liberta do conteúdo.

Para exemplificar esse tipo de abstração (refletida) recorro também ao experimento da balança. O sujeito, após inúmeras manipulações dos pesos na balança, enuncia a lei do equilíbrio, em que há correspondência inversa entre pesos e distâncias em relação ao centro da balança. Quando ele diz "Ah, agora eu entendi o que está acontecendo! Quanto maior a distância do peso do centro da balança, menor deve ser esse peso", temos abstração refletida.

Nos níveis elementares da abstração reflexionante (nível das operações concretas) a abstração pseudo-empírica é de fundamental importância, pois o sujeito tem necessidade de manipular objetos para fazer operações. No momento em que a abstração reflexionante torna-se consciente ocorre abstração refletida. Com o progresso da abstração reflexionante o pensamento distancia-se da necessidade de manipulação do concreto e a abstração refletida cresce em importância. Montangero e Naville (1998) dizem que "no decurso do desenvolvimento intelectual ontogenético, as abstrações pseudo-empíricas, a princípio numerosas, diminuem pouco a pouco, enquanto que as abstrações refletidas aumentam” (p. 94).

O problema de pesquisa lança a hipótese de que o método transmissivo de ensino não viabiliza o processo de abstração reflexionante, especialmente a refletida, na aprendizagem de proporção. Piaget (1998) diz que “a construção matemática procede por abstrações reflexivas [refletidas] (no duplo sentido de uma projeção sobre novos planos e de uma reconstrução contínua precedendo as novas construções), e é deste processo fundamental que um número grande demais de ensaios educacionais apressados pretendem se abster” (p. 221). A escola ignora o processo de combinações entre abstrações reflexionantes, pseudo-empíricas e refletidas, que configuram novas realidades para os alunos. Além disso, o ensino de Matemática depende totalmente desse processo para que ocorra aprendizagem.

3.2.2 Generalização

Para a generalização Piaget dedicou a obra de 1978 (PIAGET, 1978d). Na pesquisa baseei-me na tradução[8] da introdução e das conclusões gerais dessa obra.

A generalização é um processo que supõe abstração prévia e, no processo de abstração refletida o sujeito compreende, por tomada de consciência, certo conceito e o generaliza para outros conteúdos. No decorrer da aprendizagem, um conceito resulta da tomada de consciência dos esquemas de ação[9] e, conduzindo a conceitos mais abrangentes, à tomada de consciência de esquemas conceituais. Portanto, o conceito dá continuidade aos esquemas, contando para isto com a representação. O sujeito generaliza quando assimila novos objetos e amplia o conceito, sendo que a estrutura, para se adequar às novidades, também se amplia.

---

[8] Tradução: Fernando Becker. Revisão: Rosangela A. de Almeida. Porto Alegre, maio de 1991.

[9] O *esquema de ação* é “aquilo que, em uma ação, é, assim, transponível, generalizável ou diferenciável de uma situação à seguinte, dito de outro modo, o que há de comum às diversas repetições ou aplicações da mesma ação.” (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 166).

A figura mostra um esboço[10] do processo do sujeito de coordenar ações, transformando os esquemas em conceitos, ampliando a estrutura que lhe dá sustentação.

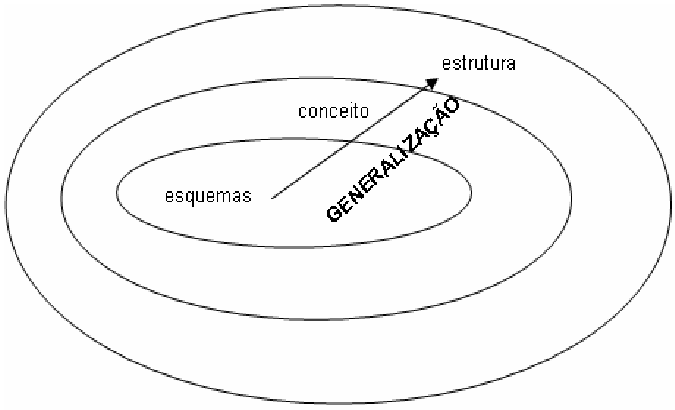


Figura 4 – Esboço do processo de generalização

Quando generaliza o aluno abre a possibilidade de construir novas totalidades no processo de aprendizagem, e não apenas memorizar recortes de conteúdos, como normalmente acontece no ensino transmissivo. Acredito que, dessa forma, o aluno ultrapassa as fronteiras da mera repetição de um algoritmo e consegue, então, construir o conceito de proporção em um sistema de relações, não se debruçando apenas em fragmentos dos conteúdos. O conceito de proporção constitui-se pelas relações com outros conceitos e pela aplicação a novos conteúdos, o que o sujeito faz por assimilação. Se o sujeito generaliza, assimilando novos conteúdos, conseguirá aplicar o que construiu nas novas situações com as quais se depara.

Um exemplo: o aluno aprendeu as propriedades e os tipos de triângulos (quanto aos lados e aos ângulos) nas aulas de Geometria, na 5ª série. Na 6ª série, nas aulas sobre proporção, a professora traz uma atividade em que há três triângulos semelhantes, sendo que um é a ampliação proporcional do outro, segundo uma razão constante. Nessa situação, o aluno se depara com o novo, pois semelhança é algo novo para ele. Então, ele generaliza e aplica o conceito que já conhece, na resolução da atividade, ampliando suas estruturas de conhecimento.

---

[10] O esboço foi construído pelo professor Fernando Becker, no seminário avançado *Tomada de Consciência: o Caminho do Fazer ao Compreender*, oferecido em 2006/1, no PPGEDU/UFRGS.

Um dos sub-problemas da pesquisa é: Conseguirá o aluno generalizar (a outros conteúdos) o conceito de proporção com a aprendizagem realizada em sala de aula? A hipótese correspondente é: O aluno não generaliza o conceito de proporção e, por isso, não consegue aplicá-lo a outras situações, que demandam outro patamar de abstração. Ou seja, não assimila um conteúdo novo ao conceito de proporção, reconstruindo-o para si. Para investigar esse sub-problema formulei um dos objetivos específicos: verificar a consistência da generalização do conceito de proporção averiguando a ocorrência de sua aplicação a outros conteúdos, mediante a construção de novas formas. Para dar conta desse e de outros objetivos procurei alternativas para investigação, as quais estão descritas no capítulo da metodologia da pesquisa.

Do ponto de vista da História da Matemática (BOYER, 1996), o estudo de razões e proporções entre quantidades constituiu o primeiro passo para o desenvolvimento posterior do conceito de função. Isso evidencia o sistema de relações em que os conceitos matemáticos estão envolvidos. Os conteúdos escolares que tratam de tais conceitos só estarão interligados se o sujeito generalizá-los, formando as totalidades operatórias e o fechamento de estruturas mais amplas.

O esquema conceitual da proporcionalidade tem inúmeras utilidades que são introduzidas, em outros momentos, no currículo de Matemática. Lembro alguns exemplos: porcentagem, funções, probabilidade e equivalência de frações. Se o sujeito encontra-se no nível das operações formais, nível da construção do raciocínio proporcional, tal esquema deveria aparecer em qualquer situação, independentemente do conteúdo abordado.

Piaget (PIAGET, 1978d) descreve dois tipos de generalização: indutiva e construtiva, priorizando a generalização construtiva, devido à ligação desta com a abstração reflexionante.

A generalização indutiva detém-se nos fatos observáveis dos quais tira previsões, ou seja, seus conteúdos são fornecidos apenas pelos observáveis ligados aos objetos. É de natureza essencialmente extensiva e consiste em proceder do “algum” ao “todo” ou do “até aqui” ao “sempre”. O sujeito induz que sempre acontecerá o mesmo, sejam as inferências corretas ou incorretas. A generalização dos fatos constatados tem como conteúdos dessas constatações os observáveis ligados aos objetos assimilados. Ocorre a assimilação dos conteúdos, mas esses não se engendram entre si.

> [...] se se detém unicamente nos observáveis constatados sobre os objetos, existem já generalizações possíveis, mas, apoiando-se apenas sobre os conteúdos, poderiam ser apenas extensivas e, neste sentido, indutivas. (PIAGET, 1978d, p. 2)

A generalização construtiva consiste em engendrar novas formas e novos conteúdos, portanto, novas organizações estruturais. Está apoiada sobre "[...] operações do sujeito ou seus produtos, é ela neste caso de natureza simultaneamente compreensiva e extensiva e chega, portanto, à produção de novas formas e por vezes de novos conteúdos" (PIAGET, 1978d, p. 1). Os conteúdos são, então, gerados por essas formas e não dados nos observáveis empíricos, o que explica a ligação desse tipo de generalização com a abstração reflexionante.

> [...] a generalização construtiva não consiste em assimilar novos conteúdos a formas já constituídas, mas antes em engendrar novas formas e novos conteúdos, portanto, novas organizações estruturais. A assimilação em questão em tais processos não é, portanto, jamais uma assimilação simples (quer dizer, a esquemas pré-existentes), mas, seja uma assimilação recíproca de esquemas inicialmente concebidos como heterogêneos, ou seja, uma assimilação com diferenciações e re-integrações". (PIAGET, 1978d, p. 2)

O desenvolvimento da generalização construtiva se dá por um processo de equilíbrio entre sucessivas diferenciações e integrações, ocorrendo, em todos os momentos, algum grau de generalização. A continuidade desse processo se dá por desequilíbrios e reequilibrações.

Um sistema cognitivo é formado por sub-sistemas, constituídos por diferenciações e a integração conduz à formação de estruturas totais que as englobam, sendo que as totalidades formadas superam as propriedades particulares desses sub-sistemas. O sistema está em equilíbrio "sempre que as operações que o compõem são interdependentes." (PIAGET, 1978d, p. 9). E se desequilibra quando há conflitos ou lacunas. A reequilibração é "[...] o efeito de regulações procedendo por compensações, negativas (neutralização das perturbações) ou positivas (reforçamentos em caso de déficits)" (p. 9).

> [...] as construções que dão seu nome à generalização construtiva são sempre compensadoras ao mesmo tempo em que produtivas: quer se trate de integrações completivas ou sintetizantes, respondem elas sempre a necessidades e estas são a expressão de um desequilíbrio momentâneo. (p. 9)

Montangero e Naville (1998, p. 74) dizem que no desenvolvimento de generalizações "[...] o sujeito substitui pouco a pouco constatações de fato por reconstituições dedutivas". Os autores consideram "fascinante" uma afirmação de Piaget sobre generalização. Segundo ele, "a elaboração de uma estrutura apóia-se não somente sobre as estruturas anteriores, mas também sobre as 'construções futuras'". A aprendizagem de um conceito supõe o desenvolvimento de estruturas generalizáveis, que levam a antecipações do futuro por hipóteses e deduções, a partir de múltiplas combinações estruturais e funcionais.

3.2.3 Tomada de Consciência

Para Piaget, o conhecimento se constitui em função das ações do sujeito, das coordenações de ações e em posteriores tomadas de consciência, que é a apropriação do sujeito das ações próprias, ou seja, ele se dá conta do que fez e como fez, atingindo assim algo mais complexo. O sujeito gera significados na medida em que se apropria daquilo que fez, modificando suas estruturas e possibilitando a apreensão de conteúdos novos.

No processo reflexionante, em que o sujeito coordena suas ações, podem ocorrer tomadas de consciência ou conceituações, o que requer reconstruções, e não apenas um processo de iluminação. Quando um aluno exclama: "Ah, agora entendi!" não significa que sua mente foi iluminada (nada acontecendo em termos de estrutura). A tomada de consciência é o momento em que ocorre conceituação e isso cria novidades. O sujeito estrutura a "realidade", ou seja, seus objetos de conhecimento, à medida que estrutura primeiro suas próprias ações e, a partir delas, suas conceituações.

Becker (BECKER; FRANCO, 2002) afirma que "[...] Para Piaget (1968) 'a tomada de consciência inverte a ordem da gênese'. Até aqui, a ação determinava a conceituação; doravante, a conceituação passa, decididamente, a determinar as ações." (p. 42). Tal conceituação não constitui apenas uma simples leitura, mas sim é "[...] uma reconstrução, e que introduz características novas sob a forma de ligações lógicas, com estabelecimento de conexão entre a compreensão e as extensões etc." (PIAGET, 1978a, p. 208).

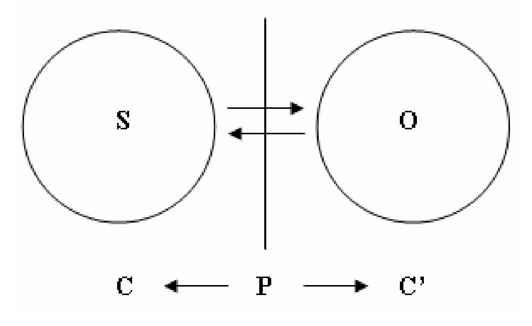
> O estudo das relações entre saber-fazer e conceituação (ou ação e pensamento) confirma que a ação é uma forma de conhecimento autônomo, que pode se organizar sem tomada de consciência dos meios empregados. A conceituação apresenta, assim, retardo sobre a ação e se faz por uma reconstrução por vezes laboriosa, no plano do pensamento, do que foi realizado no plano da ação. A tomada de consciência não consiste, portanto, em iluminar o que escapava à consciência, mas antes em uma reconstrução cujos resultados acabam por ser superiores ao conhecimento em ação. A partir de um certo nível (Piaget menciona as idades de 11-12 anos), e para as ações complexas, é a conceituação que dirige e programa as ações. (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 73).

Na obra sobre tomada de consciência (PIAGET, 1978a, p. 208) o autor descreve três níveis sucessivos e hierarquizados desse processo. O primeiro nível é o da ação material sem conceituação, mas cujo sistema dos esquemas já constitui um saber muito elaborado; o segundo nível é o da conceituação, que tira seus elementos da ação em virtude de suas tomadas de consciência, mas a eles acrescenta tudo o que comporta de novo o conceito em relação ao esquema; o terceiro nível, que é o nível das operações formais, que se constituem em torno de 11-12 anos, é o nível das abstrações refletidas. Portanto, a conceituação pode ser vista como um processo e o conceito como seu resultado.

3.2.3.1 As interações entre sujeito e objeto no processo de tomada de consciência

As estruturas lógico-matemáticas estão nas interações entre sujeito e objeto. Não provém somente do objeto, como abstrações e generalizações de percepções empíricas, nem somente do sujeito, como meras intuições. Sua raiz está nas coordenações das ações do sujeito sobre o objeto.

Na obra sobre a tomada de consciência, Piaget (1978a, p. 199) traz a figura (inserida na Figura 5), que sintetiza tal processo.



Legenda:

S: sujeito

O: objeto

P: periferia

C: centro do sujeito

C’: centro do objeto

Figura 5 – Representação do processo de tomada de consciência

O sujeito é tudo que não é objeto (sob o prisma da negação) e se constitui na medida em que constrói o seu mundo. Ele age dirigido por desejo, necessidade e interesse. Sua ação é significativa na medida em que responde a necessidades suas, e não uma ação qualquer. Não aguarda um estímulo, como foi dito pelo associacionismo, epistemologicamente empirista, e sim age em qualquer circunstância. Ele assimila o objeto, ou seja, dá ao objeto um significado, e apropria-se do próprio processo assimilador, produzindo transformações.

O objeto é tudo aquilo que não é sujeito (também sob o prisma da negação). É tudo que o sujeito tematiza, inclusive ele mesmo (sua consciência, seu conhecimento, sua constituição física, sua saúde, sua arte, seu saber, sua cultura, etc). Quando o sujeito se depara com o objeto diferente e desconhecido ele se desestabiliza e se desequilibra (informação verbal)[11].

A interação entre sujeito e objeto é a ação entre ambos e ocorre sempre para os dois pólos simultaneamente, que são pólos em ação mútua. O conhecimento não procede nem só do sujeito, nem só do objeto, mas da interação entre eles. Tal interação é o ponto P (periferia) da figura, que é periférico em relação ao sujeito e ao objeto no que diz respeito à sua interação.

[11] Definição de objeto enunciada pelo professor Fernando Becker, no seminário avançado *Tomada de Consciência: o Caminho do Fazer ao Compreender*, oferecido em 2006/1, no PPGEDU/UFRGS.

Ocorre um movimento de interiorização de P para C e de exteriorização, de P para C'. As construções próprias da tomada de consciência baseiam-se na solidariedade entre movimentos de interiorização, que são lógico-matemáticos e de exteriorização, que são físicos e causais. Ou seja, a primeira conduz à tomada de consciência das ações e à conceituação, ao passo que a segunda conduz ao conhecimento experimental e às explicações causais. A tomada de consciência orienta-se para os mecanismos centrais da ação do sujeito, em C, na medida em que o conhecimento do objeto orienta-se para suas propriedades, em C'.

> [...] o conhecimento procede a partir, não do sujeito, nem do objeto, mas da interação entre os dois, portanto do ponto P da figura ao lado [acima], ponto que é efetivamente periférico em relação tanto ao sujeito (S) quanto ao objeto (O). Daí a tomada de consciência orientar-se para os mecanismos centrais C da ação do sujeito, ao passo que o conhecimento do objeto orienta-se para suas propriedades intrínsecas (e, nesse sentido, igualmente centrais C'), e não mais superficiais como ainda relativas à ação do sujeito. (PIAGET, 1978a, p. 199)

São constantes as trocas entre P e C e entre P e C'. As iniciativas cognitivas orientadas para C e C' são sempre correlativas (correspondentes), sendo essa solidariedade a "lei essencial da compreensão dos objetos como da conceituação das ações" (*idem*, p. 199).

A tomada de consciência é uma reconstrução das ações no plano da representação, produzindo progressivamente conceituações. Ou seja, tomar consciência é fazer coordenações e ter ciência de que elas estão sendo feitas, o que ocorre no plano da representação. No processo de reconstrução podem ocorrer algumas situações de coordenações deformantes, já que as estruturas prévias que o sujeito possui de ações anteriores entram em conflito com os dados obtidos da ação atual. É como se a consciência do sujeito se recusasse a aceitar o dado da observação que se opõe àquilo que ele já conhece.

As deformações são superadas na medida em que o sujeito realiza as correções decorrentes da resistência imposta pelo objeto em suas interações com o sujeito. Esse processo forma diferentes graus de tomada de consciência, pois há processos intermediários que levam à conquista do êxito da ação e à conceituação. Como há graus de consciência, a conceituação é processual, e não algo que surge de forma acabada.

A abstração reflexionante extrai das coordenações das ações os elementos necessários à construção de coordenações inferenciais, que têm por fonte a lógica do sujeito, tornando a conceituação operatória. As coordenações realizadas pelo sujeito são inferenciais, pois as premissas são os "degraus" para que ele atinja os fins. Piaget (1978a) diz que a abstração reflexionante "[...] extrai das coordenações da ação o necessário para construir as coordenações inferenciais que, no nível do conceito, permitem ligar e interpretar esses dados de observação" (p. 210). No nível das operações formais, que é próprio das abstrações refletidas, o sujeito não se apóia mais apenas em raciocínios concretos, mas torna-se capaz de teorizar e de utilizar diversos modelos possíveis e coordená-los para dar explicação às suas experiências. Piaget (*idem*, p. 197) diz que "[...] a tomada de consciência de um esquema de ação o transforma num conceito, essa tomada de consciência consistindo, portanto, essencialmente, numa conceituação".

Tomada de consciência requer regulações, que podem ser entendidas como auto-correção dos erros para restabelecer o equilíbrio cognitivo ou para regular a evolução do desenvolvimento na direção de um equilíbrio melhor. Montangero e Naville (1998) explicam os três componentes na idéia de regulação:

> Primeiramente, trata-se de uma capacidade interna ao sujeito cognoscente (ou interna ao organismo, no plano biológico). Em segundo lugar, essa capacidade assegura o dar-se conta dos erros cometidos pelo sujeito e de suas lacunas. Enfim, e aí está o caráter essencial das regulações, esse mecanismo provoca a modificação dos esquemas ou dos passos cognitivos do sujeito. Essa modificação faz-se no sentido de uma compensação do erro ou da exploração de aspectos ignorados. (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 222)

A regulação consiste em modificar uma atividade em função de seus resultados, o que é uma retroação ou um feedback. Além desse feedback, ocorre uma antecipação ou pró-ação, em que a ação é modificada enquanto executada, com o objetivo de atingir certo resultado. Há regulações ativas e regulações automáticas.

As regulações automáticas são as que já se tornaram interiorizadas pelo sujeito. As ativas são escolhas deliberadas do sujeito, com movimentos feitos em função de um objetivo. O sujeito pensa a ação e busca meios que modifiquem a resposta automática. Isso depende de uma escolha intencional, que atua em função do objetivo, organizando os meios necessários em função dos fins. Quando a resistência gerada pelos objetos em relação ao sujeito não pode mais ser superada com regulações automáticas, o sujeito pode apelar para regulações ativas que envolvem tomada de consciência.

3.2.4 Fazer e Compreender

Piaget dedicou uma de suas obras ao fazer e compreender (PIAGET, 1978c). Ressalta que a obra pretende ultrapassar a solução de sentido comum dada aos dois termos, em que fazer é entendido como compreender, em ação, uma dada situação em grau suficiente para atingir os fins propostos; e o compreender é conseguir dominar, em pensamento, as mesmas situações até poder resolver os problemas por elas levantados, em relação ao porquê e ao como das ligações constatadas e, por outro lado, utilizadas na ação.

> [...] esta solução de sentido comum não explica em nada, nem o considerável avanço inicial do êxito prático sobre a compreensão conceitual, com inversão posterior dessa situação, nem a natureza epistemológica dos processos que consistem em 'compreender em ação' ou em 'conseguir em pensamento'. Na verdade, os problemas são mais profundos e voltam a determinar em que consistem as coordenações da ação, se se insistir em seus esquemas próprios, e as coordenações conceituais, lógico-matemáticas ou causais, às quais se dirige o pensamento, desde as tomadas de consciência elementares até as conceituações superiores. (PIAGET, 1978c, p. 176)

Nessa obra o autor traz quatro objetivos:

1º) Verificar que a autonomia e o caráter cognitivo da ação se mantêm, antes da tomada de consciência, até em ações de êxito não precoce, mas que se efetuam por etapas e através de coordenações cada vez mais complexas;

2º) Estudar a inversão progressiva de quando a conceituação atinge o nível da ação e termina, aos 11-12 anos, por ultrapassá-la e por influenciar as ações até poder comandá-las, programando-as antes de qualquer realização;

3º) Determinar as analogias e diferenças entre conseguir (que é resultado do "savoir faire") e compreender (que é próprio da conceituação);

4º) Verificar as leis da passagem da periferia para o centro e da solidariedade entre os movimentos de interiorização (sentido de estruturas lógico-matemáticas) e de exteriorização (sentido físico); além de ver as relações entre as afirmações (elementos positivos da conceituação) e as negações, o que é importante nos processos que conduzem da periferia ao centro.

O sujeito coordena tanto ações materiais quanto o pensamento. As coordenações de ações materiais procedem sistematicamente de um em um, o que garante uma acomodação contínua no presente, evitando as divagações, ao mesmo tempo em que uma fácil conservação do passado, posto que ele também é material. Mas isso impede as inferências relativas ao futuro, ao espaço longínquo e ao possível. As coordenações do pensamento são mentais e sua natureza é implicativa, com ligações entre significações, portanto "implicação significante". Esta permite compreender a "continuidade existente entre a lógica elementar das ações e as formas subseqüentes da lógica abstrata". (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 201).

No processo de fazer e compreender e, mediante n coordenações, o sujeito passa do nível das ações para a construção do conceito. Cada nova construção se apóia, em seu ponto de partida, sobre elementos que são retirados dos níveis anteriores, ou seja, por abstrações mediante reflexionamentos e reconstituídos por reflexões. A partir de um certo nível, as coordenações das ações são completadas, depois dirigidas e, finalmente, substituídas por coordenações do pensamento.

Piaget (1978c) resume que "[...] compreender consiste em isolar a razão das coisas, enquanto fazer é somente utilizá-las com sucesso, o que é, certamente, uma condição preliminar da compreensão, mas que esta ultrapassa, visto que atinge um saber que precede a ação e pode abster-se dela" (p. 179).

Anteriormente, quando descrevi a tomada de consciência, mencionei que há atraso da conceituação em relação à ação, mas que, a partir de níveis mais avançados, há influência da conceituação sobre a ação. A ação constitui um conhecimento (um saber fazer) autônomo cuja conscientização somente se efetua por tomadas de consciência posteriores. Ou seja, quando o sujeito reflete a sua prática e compreende as suas ações não permanece mais onde está, e sim vê a realidade de outro patamar, de forma diferenciada com relação à visão anterior.

Nas relações entre fazer e compreender a passagem da ação à conceituação consiste em uma tradução da causalidade à determinação das razões, o que ocorre no plano da representação. Sem isso, os sucessos representariam apenas fatos sem significado. A compreensão ou procura da razão só ultrapassa os sucessos práticos e enriquece o pensamento na medida em que, como diz Piaget (1978c): “o mundo das ‘razões’ se amplia sobre os possíveis e transborda, assim, o real” (p. 179).

4 METODOLOGIA

4.1 A METODOLOGIA E SEU PROCESSO

Neste capítulo apresento os contextos, o desenvolvimento e o processo de coleta de dados, que possibilitou a criação das categorias de análise e posterior análise dos dados.

A pesquisa se caracteriza como um estudo de caráter qualitativo, uma vez que, como explicam Laville e Dionne (1999), uma análise baseada em número não apanharia toda a significação do conteúdo. Por ter abordagem qualitativa enfatiza o processo construído no decorrer do estudo e não somente seus resultados finais. A intenção é investigar as possíveis causas que envolvem a limitação do processo de abstração refletida na aprendizagem de proporção, entendendo as práticas escolares vigentes em duas turmas de 6ª série do Ensino Fundamental, em duas escolas públicas. Além disso, procuro entender a inserção histórica do conceito e a importância da contextualização histórica nas aulas de Matemática.

4.2 OS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os participantes da pesquisa podem ser divididos em três grupos:

1º) Uma professora universitária do Departamento de Matemática Pura e Aplicada da UFRGS, que ministrava a disciplina História da Matemática.

2º) Duas professoras de Matemática que atuam nas salas de aula da 6ª série do Ensino Fundamental, em duas escolas diferentes;

3º) Os alunos das duas turmas de 6ª série observadas, sendo que seis deles (três de cada turma) foram escolhidos para um momento diferenciado da coleta de dados.

Uma das escolas é da rede municipal de São Leopoldo; a outra, da rede estadual de Porto Alegre. Na escolha das escolas não considerei as professoras em questão, e sim, as instituições, pela facilidade de aceitação para a realização da pesquisa, sendo uma delas a escola municipal de São Leopoldo onde trabalhei por dois anos e, a outra, uma escola próxima da minha casa. Também considerei a característica comum das escolas: o regime seriado e o ensino público.

4.3 A COLETA DE DADOS E SEUS INSTRUMENTOS

Para a coleta de dados recorri a múltiplas fontes de evidências que considerei relevantes para os resultados da pesquisa. Houve quatro momentos distintos nesse procedimento, que são:

- Primeiro momento: a colaboração da professora universitária

Nesse momento busquei compreender o mapeamento histórico da construção do conceito de proporção. Para isso recorri à obra de Boyer (1996) "História da Matemática" e à entrevista com a professora universitária[12]. Abordei também as considerações da professora acerca da formação de professores de Matemática e sobre o ensino de Matemática, em especial o de proporção, nas escolas.

Acredito que o momento foi crucial para que eu pudesse compreender melhor a inserção do conceito de proporção na História e compreender as práticas adotadas pelas professoras das escolas, formadas em Matemática e licenciadas para exercer a docência nessa área.

[12] Roteiro do questionário que orientou a entrevista com a professora universitária está no APÊNDICE 1. A entrevista encontra-se, na íntegra, no volume dos anexos.

- Segundo momento: contato com as duas escolas

Ocorreu o primeiro contato com as duas escolas envolvidas. Primeiramente, para realizar a pesquisa, consultei as duas instituições, explicando as intenções da pesquisa, seus procedimentos, justificativas e objetivos[13]. A pretensão era conseguir o consentimento das direções das instituições e das professoras[14] das turmas para realizar a pesquisa. Com o consentimento iniciei a observação das aulas de Matemática das duas turmas de 6ª série, no período em que as professoras abordaram o conteúdo proporção. Segundo Laville e Dionne (1999) observação é a "técnica de pesquisa pela qual o pesquisador examina sistematicamente, guiado por uma pergunta ou uma hipótese, um acontecimento, um fenômeno ou uma situação" (p. 335).

O momento oportunizou a coleta de dados acerca das práticas adotadas durante as aulas sobre proporção, fazendo-se apenas registro dos acontecimentos, considerando aspectos relevantes para a pesquisa. É claro que não me mantive indiferente aos acontecimentos, mas procurei não interferir, para que as práticas fossem as mais genuínas possíveis.

Os aspectos relevantes são: as práticas do professor no decorrer da aula enquanto ensina proporção, ou seja, como inicia a aula e se dirige aos alunos; como explica o conteúdo; se existem atividades diferenciadas durante a aula; como atende às dúvidas dos alunos; quais os materiais usados, que exercícios aplica e como avalia os alunos. Também as práticas dos alunos no decorrer da aula enquanto aprendem proporção, ou seja, como participam das aulas e questionam o professor; como trazem conhecimentos prévios e fazem relações com o conteúdo e como realizam as atividades propostas.

No decorrer da observação apliquei um questionário[15] às professoras das duas turmas de sexta série, o qual aborda tanto os dados pessoais dessas professoras quanto as suas teorias sobre docência, o processo de ensino de Matemática, seus trabalhos com as turmas de sexta

[13] Modelo de consentimento das instituições está no APÊNDICE 2.

[14] Modelo de consentimento das professoras está no APÊNDICE 3.

[15] Modelo de questionário exploratório para as professoras das turmas de sexta série das escolas está no APÊNDICE 4.

série e suas metodologias para ensinar proporção. Apliquei também um questionário[16] aos alunos das duas turmas de sexta série envolvidas com a pesquisa, o qual aborda dados pessoais dos alunos e suas idéias sobre a escola, as aulas de Matemática e suas expectativas em relação aos conteúdos de Matemática trabalhados na sexta série, em especial proporção. Também analisei os livros didáticos adotados pelas professoras em questão e o plano de conteúdos para a 6ª série das duas escolas, o que abordei no capítulo sobre proporção (capítulo 1, itens 1.1.3 e 1.1.4). A análise dos materiais utilizados pelas professoras das escolas para as aulas de proporção foi feita durante a observação e conforme os docentes foram entrevistados, explicando a escolha dos materiais.

- Terceiro momento: entrevista com as professoras das duas escolas

Nesse momento fiz a entrevista com as duas professoras das turmas observadas. Procurei questionar a concepção epistemológica que as professoras tinham de conhecimento, entender as práticas adotadas em aula e o que consideravam relevante para a aprendizagem de proporção.

- Quarto momento:

A partir das observações em sala de aula, escolhi um grupo de seis alunos, sendo três de cada turma, para um enfoque individualizado, com entrevistas e aplicação de seis tarefas que envolvem proporção. O critério para escolha dos alunos foi a participação nas aulas de Matemática e o interesse em colaborar com a pesquisa. Os seis alunos receberam um pedido de consentimento[17] aos seus pais, para que participassem desta fase da pesquisa.

As entrevistas e a aplicação das tarefas caracterizaram-se como entrevista clínica do tipo semi-estruturada[18], com metodologia baseada no Método Clínico para coleta e análise dos

[16] Modelo de questionário exploratório para alunos das turmas de sexta série das escolas está no APÊNDICE 5.

[17] Modelo de consentimento dos pais dos alunos está no APÊNDICE 6.

[18] Entrevista clínica semi-estruturada consiste em perguntas básicas comuns para todos os sujeitos, que vão sendo ampliadas e complementadas de acordo com as respostas dos sujeitos para poder interpretar o melhor possível o que vão dizendo. As respostas orientam o curso do interrogatório, mas se retorna aos temas essenciais estabelecidos inicialmente. (DELVAL, 2002, p. 147).

dados. Delval (2002) afirma que a essência do método está na intervenção sistemática do pesquisador em função do que o sujeito vai fazendo ou dizendo com o intuito de atingir os interesses que orientam a pesquisa. O pesquisador, mediante suas intervenções ou suas perguntas, procura compreender melhor a maneira como o sujeito representa a situação e organiza sua ação. É um método qualitativo, pois visa a entender como o sujeito pensa. Considerando o Método Clínico, o interesse está no processo, e não apenas em demonstrar se as respostas dos sujeitos estão certas ou erradas. As perguntas são abertas e há espaço para novidades, não estando tudo pré-determinado. É preciso saber ouvir o que o sujeito diz. Para aplicá-lo é importante considerar sempre o objetivo, ou seja, onde se quer chegar com o que é coletado.

Não usei um protocolo pronto, e sim, apenas me guiei na idéia de entender a lógica do pensamento do sujeito acerca de proporção, nas entrevistas e nas tarefas. Queria saber como estava ocorrendo o processo de aprendizagem de proporção e qual a lógica que estaria por trás das respostas dos sujeitos. Segundo Piaget (1973) "a arte do clínico não consiste em conseguir que haja uma resposta, mas sim em fazer falar livremente e em descobrir as tendências espontâneas, em vez de canalizar e pôr diques" (p. 14).

Todas as entrevistas e aplicação das tarefas foram gravadas e transcritas. As respostas dos participantes foram passadas de um protocolo individual para um protocolo geral, agrupadas em torno do problema de pesquisa. Após o agrupamento inicial, houve uma separação que teve como critério a semelhança dos conteúdos das respostas. Nas categorias de análise pude, assim, cruzar os dados da coleta do momento das observações das aulas, das entrevistas com os professores e das entrevistas e aplicação das tarefas com os alunos.

O momento possibilitou a análise das estratégias dos alunos e as suas dificuldades para enfrentar os desafios apresentados. As tarefas foram aplicadas, como mencionado acima, de acordo com o Método Clínico piagetiano. O problema não foi colocado para os sujeitos como algo a ser resolvido de imediato, mas como um problema a ser examinado, discutido, explorado em um período de tempo relativamente longo. A entrevista foi individual, deixando que cada sujeito utilizasse os meios e o tempo que desejasse para solução dos problemas. Suas respostas eram seguidas de pedidos de justificativa ou maiores explicações. O relacionamento examinador-sujeito foi tal que o sujeito se dispusesse a pensar, descobrir, examinar, avaliar suas respostas ou mesmo alterá-las.

Explico, a seguir, a aplicação das seis tarefas que envolvem proporção, que são:

- A tarefa do suco de laranja (Problema de Comparação de Noelting (1980));
- A tarefa das três diferentes dimensões de uma foto;
- A tarefa dos dois triângulos semelhantes;
- A tarefa do valor desconhecido e das razões proporcionais;
- A tarefa das duas máquinas copiadoras;
- A tarefa do Experimento da Balança (Piaget e Inhelder, 1976).

- A tarefa do suco de laranja (Problema de Comparação de Noelting (1980))

Spinillo (2002) descreve "o problema de comparação proposto por Noelting (1980a, 1980b), conhecido como a tarefa do suco de laranja", que considera "um excelente exemplo para ilustrar o que vem a ser as relações de primeira e de segunda-ordem" (p. 475), referentes ao pensamento proporcional. A autora diz que, apesar da diversidade de formas de investigar o conceito proporção, estudiosos concordam que o raciocínio proporcional requer três aspectos: a) reconhecer a equivalência entre situações distintas; b) pensar em termos relativos e não em termos absolutos; e c) estabelecer relações entre relações, ou seja, estabelecer relações de segunda-ordem que ligam duas ou mais relações de primeira-ordem. "Estes aspectos são o cerne do raciocínio proporcional, em especial as relações de primeira e de segunda-ordem.". (*idem*, p.475). As relações de 1ª ordem envolvem a relação entre o espaço ocupado por água e por concentrado de suco em cada jarra; as de 2ª ordem, a relação entre as duas jarras.

Baseada no problema do suco de laranja, apliquei a seguinte tarefa, com duas situações:

1ª situação) "Uma jarra contém uma bebida preparada com dois copos de concentrado de laranja e dois copos de água. Uma outra jarra contém dois copos de concentrado de laranja e dois copos de água. Qual delas tem o gosto mais forte de laranja, ou elas têm o mesmo gosto?" (SPINILLO, 2002, p.476).

 1ª situação	 2ª situação

Figura 6 – Fotos das duas situações com as jarras de suco

2ª situação) Agora, uma jarra contém uma bebida preparada com dois copos de concentrado de laranja e dois copos de água. Uma outra jarra contém três copos de concentrado de laranja e três copos de água. Qual delas tem o gosto mais forte de laranja, ou elas têm o mesmo gosto?

O problema pode ser resolvido pelo sujeito estabelecendo relações entre o número de copos de concentrado de laranja e o número de copos de água em cada jarra. "As relações entre concentrado e água em cada jarra (2:2 e 3:3) são as relações de primeira-ordem" (*idem*, p.476). E "a relação de segunda-ordem consiste em comparar essas duas relações para verificar se são equivalentes ou não [comparar 2:2 e 3:3]" (*idem*, p. 476). Segundo a autora, sem minimizar o papel das relações de segunda-ordem para o pensamento proporcional, é necessário, entretanto, considerar, também, o papel crucial desempenhado pelas relações de primeira-ordem, que são o ponto de partida das relações de segunda-ordem. "Os autores levantaram a possibilidade de que a principal razão das crianças não adotarem uma regra de proporcionalidade em seus julgamentos devia-se à impossibilidade em integrar as variáveis relevantes da tarefa em uma única estratégia". (*idem*, p. 476).

- A tarefa das três diferentes dimensões de uma foto

Baseada em uma situação com três fotos encontrada em um livro didático de 6ª série (MORI; ONAKA, 2002) procurei fazer com os alunos uma tarefa de comparações que envolve proporção. Segundo a situação, nas três fotos "vemos o desempenho de um mesmo skatista em certo instante. A foto grande tem dimensões 9 cm e 12 cm; a média, 6 cm e 8 cm. Elas são ampliações da foto menor, cujas dimensões são 3 cm e 4 cm." (p. 224).

O sujeito deve, primeiramente, medir as dimensões de cada foto e, em seguida, comparar as dimensões das três fotos e concluir a relação proporcional entre elas.

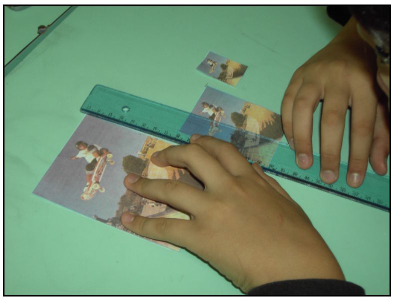


Figura 7 – Foto do aluno manipulando as três figuras

- A tarefa dos dois triângulos semelhantes

Dois triângulos são semelhantes "se e somente se possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais." (DOLCE; POMPEO *et al*, 1983, p. 163). Nessa tarefa, o sujeito pode encontrar a razão de semelhança entre lados homólogos e concluir que os lados são proporcionais. Se chamar os três lados do primeiro triângulo (azul) de a, b e c e os do segundo triângulo (vermelho) de a', b' e c' surge que: "Sendo k a razão entre os lados homólogos, $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$, então k é chamada razão de semelhança dos triângulos." (*idem*, p. 164).

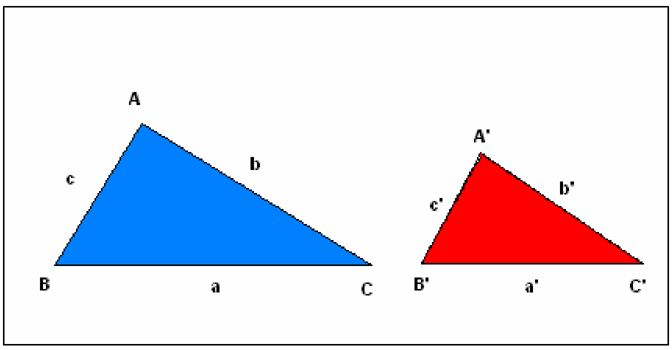


Figura 8 – Os dois triângulos semelhantes

- A tarefa do valor desconhecido e das razões proporcionais

Em muitas atividades de sala de aula sobre proporção os sujeitos tinham que encontrar o valor desconhecido em uma razão (incógnita, que é uma letra). Nesse tipo de atividade prevaleceu, segundo minhas observações, o uso do algoritmo da regra de três. Com a entrevista e a aplicação da tarefa procuro analisar se o sujeito realmente recorre ao algoritmo para encontrar o valor desconhecido. A tarefa é:

Encontre o valor de x na igualdade entre razões:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{x}$$

Uma situação seguinte é dada para o sujeito:

Considere as três razões: $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}$ e $\frac{4}{16}$. Responda:

a) Estas razões são proporcionais? Por quê?

b) Na igualdade entre razões $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{4}{16}$, quais são as razões seguintes? Por quê?

- A tarefa das duas máquinas copiadoras

Apresento agora uma situação mais completa que a anterior, pois é a aplicação da tarefa anterior em um problema. O sujeito deve calcular o valor desconhecido e fazer relações sobre relações, no caso, relações proporcionais, considerando duas máquinas copiadoras.

A tarefa é a seguinte:

Figura 9 – As duas máquinas copiadoras

Duas copiadoras (A e B) estão em funcionamento num estabelecimento que faz xérox. A cada 60 cópias feitas pela copiadora A são feitas 92 cópias pela copiadora B. Responda:

a) Qual é a razão entre o número de cópias das máquinas A e B?

b) Se ao final do dia a copiadora A fez 7200 cópias, quantas cópias fez a copiadora B?

c) Quantas cópias fez a máquina A enquanto a máquina B fez 23 cópias?

- A tarefa do Experimento da Balança (Piaget e Inhelder, 1976):

O experimento da balança é inspirado em Inhelder e Piaget (1976). A balança é um aparelho apropriado para, desde cedo, trabalhar a construção da noção de um equilíbrio entre o peso do corpo e de outros pesos. Com ela é possível trabalhar as noções de peso, simetria, conservação de peso, transitividade, reversibilidade[19] (tirar com o objetivo de igualar), distância, coordenação entre distâncias e pesos, equilíbrio, relação entre pesos e distâncias e correspondência inversa dos pesos e das distâncias.

[19] "Chamaremos reversibilidade à capacidade de executar uma mesma ação nos dois sentidos de percurso, mas tendo consciência de que se trata da mesma ação" (PIAGET, *apud* BATTRO, 1978, p. 215).

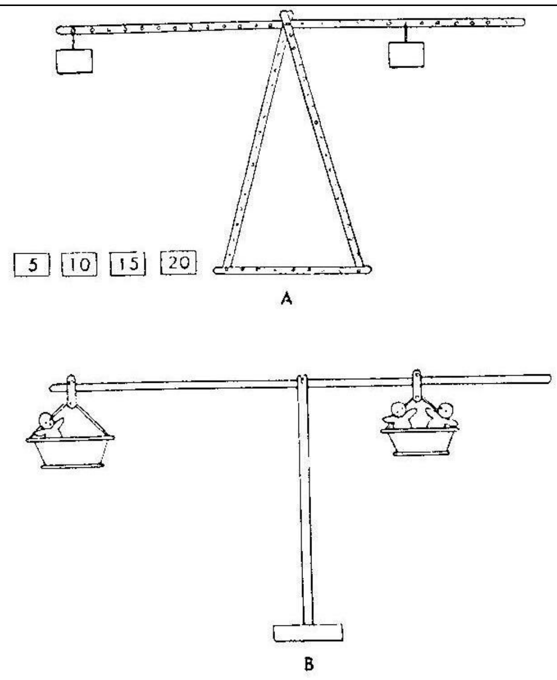


FIG. 9. A balança é aqui apresentada sob duas formas: A) uma balança convencional, com pesos diferentes que podem ser pendurados em diferentes pontos da barra transversal; B) uma balança equipada com pequenos cestos que podem ser movimentados ao longo da barra transversal, e na qual os bonecos são usados como pesos.

Figura 10 – A balança de Piaget e Inhelder

Inhelder e Piaget estudaram a aplicação do esquema das proporções na tarefa de equilíbrio numa balança em “T”, conforme mostra a figura, retirada da obra de 1976 (p. 126).

A balança que utilizei na tarefa é inspirada na balança de forma “A” da figura acima. Quando se coloca um peso num dos braços desta balança este será abaixado pela influência do peso nela colocado. Para que o equilíbrio seja restabelecido, pode-se ou retirar o peso, ou colocar um peso de igual valor no outro lado da balança e à mesma distância do centro da balança. Ou colocar um peso de valor diferente no outro lado da balança de tal forma que distância e peso se compensem.

Nessa situação, o sujeito precisa não apenas utilizar o esquema das proporções, mas descobrir que distância e peso se compensam exatamente, sendo ainda necessário compreender que a distância a ser considerada é a distância entre o peso e o centro da balança e não entre o peso e a extremidade dos braços. Assim, essa tarefa não envolve uma aplicação do esquema das proporções em que o conteúdo pode ser tratado como irrelevante; o problema só pode ser resolvido se as variáveis em questão (peso e distância) forem identificadas e relacionadas de modo apropriado.

Organizei o experimento da seguinte forma:

A balança tem os braços iguais, sendo que o apoio é o eixo C, que está no centro. Cada braço tem oito posições de distância em relação ao centro C. Mostro para o sujeito o material que será utilizado:

Pesos de cartolina, sendo de três tipos:

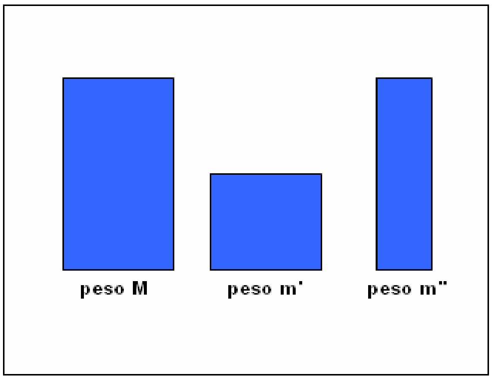


Figura 11 – Os pesos de cartolina para a balança

O peso maior chamarei de peso M; o peso que tem a metade do peso maior chamarei de peso m' e o peso que também tem metade do peso maior, mas em formato retangular diferente do formato do peso de tipo m', chamarei peso m''.

São feitas as seguintes perguntas:

a) Temos aqui três objetos. Compare os pesos desses objetos e diga se há relação entre seus pesos.

b) Coloco um peso M em um dos braços da balança. Pergunto: É possível reequilibrar a balança? Como? Se houver sucesso, pergunto: Por que a balança reequilibrou?

c) Tente reequilibrar a balança, mas usando quantidade diferente de pesos.

d) O que fazem os pesos?

e) Agora digo para o sujeito construir sobre a mesa 2 conjuntos de pesos com o mesmo número de elementos, mas pesos diferentes. Pergunto: Se eu colocar os dois conjuntos que você construiu sobre a mesa na balança ela estará em equilíbrio? Por quê?

f) Pergunto para o sujeito: você pode colocar os pesos em qualquer lugar nos dois braços da balança para esta entrar em equilíbrio? (Deixo o sujeito fazer tentativas sobre as posições dos pesos.) Peço que o sujeito explique o que está fazendo. (Aqui deveria emergir a questão da distância em que são colocados os pesos em relação ao centro da balança).

5 ANÁLISE DOS DADOS

Este capítulo analisa os resultados encontrados na coleta de dados, considerando o referencial teórico e o problema de pesquisa. O objetivo da análise é responder a problemática levantada e trilhar os possíveis caminhos que possam contribuir para a aprendizagem do conceito de proporção nas aulas de Matemática, na 6ª série do Ensino Fundamental. A escolha do olhar da Epistemologia Genética é apropriada, por considerar a importância da explicação dessa ciência do processo de construção do conhecimento e da ação do sujeito nesse processo.

Foquei todos os comportamentos, práticas e ações que pudessem fornecer subsídios importantes para a pesquisa. Considerei tudo, como por exemplo, o contato com os sujeitos da pesquisa (professores e alunos), os momentos da coleta de dados, os ambientes observados, as dificuldades surgidas, o que deu certo e o que deu errado no decorrer da coleta de dados.

Na análise dos dados levantados durante a investigação empírica levei em conta os dados que se repetiram incessantemente nas diferentes fontes utilizadas e, então, construí as categorias de análise. Reuni tudo que foi mais recorrente até que cada categoria constituísse um foco diferente de um mesmo núcleo de idéias. Trechos de observações e entrevistas foram recortados para ilustrações no decorrer do texto.

As reflexões são constituídas por questionamentos acerca do método transmissivo vigente nas escolas e buscam significado nas relações e conexões que surgiram entre os diferentes elementos da coleta. Não analisei separadamente cada uma das partes, pois não seria possível analisar as ações das professoras nas observações e suas falas nas entrevistas, sem relacioná-las com as ações dos alunos e suas falas, tanto nas observações quanto nas entrevistas e aplicação das tarefas.

Elaborei uma listagem com as nomenclaturas que são utilizadas na dissertação, para cada local ou participante da pesquisa:

Local ou participante	*Nomenclatura usada*
Duas escolas observadas	ESCOLA POA e ESCOLA SÃO LEO
Duas turmas de 6ª série participantes	6ª SÉRIE A e 6ª SÉRIE B
Seis alunos selecionados para o quarto momento da coleta de dados	A_1, A_2 e A_3 (ESCOLA POA); A_4, A_5 e A_6 (ESCOLA SÃO LEO)
Duas professoras das escolas	PROFE-1 e PROFE-2
Uma professora universitária	PROFE U

5.1 AS ESCOLAS E OS PARTICIPANTES

Antes de iniciar a descrição das categorias de análise julguei importante comentar características das duas escolas participantes da pesquisa, algumas referentes à estrutura das instituições, outras referentes à realidade de seus alunos e professores e à metodologia adotada por eles.

A escola estadual de Porto Alegre situa-se num bairro da zona norte, que é considerado de classe média. Escolhi essa escola pela facilidade de acesso, já que está situada no bairro onde moro. Há cerca de 1400 alunos e turmas de Ensino Fundamental e Médio nos três turnos (manhã, tarde e noite). A supervisão da escola foi acolhedora e, depois que expliquei os objetivos e métodos da pesquisa, autorizou e deu total abertura para a coleta de dados.

A turma de sexta série escolhida era a única turma dessa série do turno da tarde na escola; coincidia, pois com o turno que eu tinha disponível para a coleta de dados. Era formada por 26 alunos, sendo 15 meninos e 11 meninas. Desses, cinco estavam repetindo a 6ª série, sendo que eram todos repetentes reprovados em Matemática, além de outras disciplinas. Um dos alunos comentou: “No ano passado reprovei em Matemática por quatro décimos, acreditas?”.

A professora da turma (PROFE-1) tinha 42 anos, era formada há 20 anos em Licenciatura Curta em Ciências e Matemática e não cursou pós-graduação. Foi acolhedora e concordou prontamente em contribuir com a coleta de dados, permitindo também que fossem feitas observações de suas aulas e entrevistas com ela e com seus alunos.

O período de observações foi muito bom, apesar de certa preocupação, pois a professora disse que abordaria proporção no mês de setembro, mas, por motivos de atrasos nos conteúdos, acabou abordando do final de outubro ao final de novembro. As entrevistas e a aplicação das tarefas tornaram-se inviáveis no ano de 2006, já que dezembro foi um mês tumultuado na escola, por ser período de recuperações e fechamento de notas. Sendo assim, a coleta dos dados ocorreu no mês de março deste ano. Procurei os três alunos escolhidos para participarem do quarto momento da coleta nas suas turmas de 7ª série, que se demonstraram entusiasmados em participar dessa fase da pesquisa.

Durante as observações constatei que a turma era muito agitada, os alunos pouco respeitavam a entrada da professora para os períodos de Matemática, que geralmente perdia certo tempo tentando iniciar sua aula. Algumas vezes a professora não cumprimentava seus alunos, entrava na sala de aula e iniciava imediatamente a chamada do dia, sem comunicar-se com eles. Apesar disso, os relatos dos alunos deixaram a impressão de que gostavam muito dela.

Selecionei alguns trechos das entrevistas em que alguns alunos relataram o que pensavam sobre freqüentar a escola e acabaram deixando algumas evidências sobre o método de ensino dos professores da escola e sobre suas expectativas em relação a esta:

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): Por que tu freqüentas a escola? Ah, para conseguir um emprego depois. É importante. **Mas tu gostas de vir para a escola, ou é só porque é importante para o futuro?** Depende. Tem coisas que eu gosto de fazer. Outras coisas eu odeio fazer. **Tu podes exemplificar coisas de que gostas e coisas que odeias?** Ah, eu adoro as aulas de Educação Física, de Matemática porque tem as contas, mas não gosto de Ciências, porque a gente não vê nada ao vivo, é tudo no xérox ou no livro. **Vocês não fazem experiências ou passeios para ver ao vivo?** Não, não. Nunca saímos da escola. Só uma vez no ano passado fomos no cinema com a profe de Português.

Entrevista 02 (A_2, ESCOLA POA): Por que tu freqüentas a escola? Porque é importante para eu saber das coisas e saber os conteúdos para o vestibular. **Vestibular? Tu já te preocupas com o vestibular?** Sim, pois para seguir uma profissão eu sei que tenho que passar no vestibular e para isso tenho que saber das coisas. **Tu já sabes que profissão queres seguir?** Ah, eu quero ser veterinária. **Mas tu gostas de vir para a escola, ou é só porque é importante para o futuro?** Eu gosto de vir, mas tem umas coisas chatas, que às vezes eu não tenho vontade de vir. **Tu podes exemplificar coisas chatas na escola?** Eu não gosto de Matemática, porque a profe dá muita conta, não gosto de Português, porque tenho que ler uns livros chatos e velhos; às vezes, os professores faltam e a gente fica sem aula ou com substituta, não gosto de copiar textos do livro em História e muitas coisas. **E o que tu gostas na escola?** Ah eu gosto de ver o pessoal, de algumas aulas, gosto de Educação Física, de Inglês e de algumas coisas de Geografia.

Entrevista 03 (A_3, ESCOLA POA): Por que tu freqüentas a escola? Porque eu gosto e se eu não vier minha mãe me mata! **Se tua mãe não te obrigasse a vir para a escola, tu virias?** Sim, eu gosto de vir, porque eu tenho o grupo dos guris e a gente se encontra, joga bola e se diverte muito. **Tu podes exemplificar coisas de que tu gostas na escola?** Ah, eu gosto da quadra pra jogar com os guris, gosto dos professores e, ah, só tem umas profes chatas, mas a maioria é legal. **O que é um professor legal para ti?** As profes que fazem coisas legais, que explicam bem a matéria, que não ficam ralando a gente e dando muito tema e exercício. **E as professoras da escola são legais, então?** É, são, mas algumas. **Por que só algumas?** É que as matérias são raladas e a gente faz um monte de exercício, copia um monte de coisa. Esses dias na aula de História copiamos um texto enorme do livro, um saco.

As falas dos alunos A_1, A_2 e A_3 deixam evidências da função utilitária dada à escola, como único meio de garantir um futuro profissional ou um futuro melhor. A_2 fala da função social da escola, por ser um local de encontro com os amigos. Quanto às aulas de Matemática é recorrente o uso da palavra "contas", o que traz a reflexão sobre a Matemática ser vista como uma disciplina de resolução de cálculos. O aluno pode gostar de freqüentar a escola porque atribui funções à escola, que nem sempre estão diretamente comprometidas com a questão cognitiva da aprendizagem. Ir à escola pode ser bom para o futuro, para encontrar os amigos, para preparar-se para o vestibular. E quanto ao aprender?

O método da professora centrava-se numa sistemática que acontecia em quase todas as aulas. Ela entrava na sala de aula, fazia a chamada por longos minutos, falava para a turma o que seria trabalhado e escrevia a data e o título no quadro. Geralmente utilizava o livro didático e resolvia exemplos do conteúdo no quadro, para que depois os alunos fizessem exercícios parecidos com os dos exemplos. Poucos alunos perguntavam sobre dúvidas no decorrer da resolução dos exercícios. A correção era feita no quadro tanto pela professora quanto pelos alunos. A seguir, um trecho da observação que exemplifica tal sistemática:

Observação (6ª SÉRIE A, ESCOLA POA): A professora entra na sala de aula. Os alunos estão muito inquietos e praticamente não consideram a chegada dela. Após dez minutos sentada em sua cadeira fazendo a chamada do dia, a professora, que ainda não dirigiu qualquer palavra aos alunos, escreve no quadro: "Ler os exemplos das páginas 25, 26 e 27". Rapidamente, um aluno que estava sentado no fundo da sala (perto da observadora) resmunga de forma irônica: "Ai, ai... mais uma aula maneira!". A professora, então, fala para a turma: "Pessoal, os exemplos são fáceis. Vão lendo e entendendo e, quaisquer dúvidas, venham até minha mesa perguntar. Depois vou ler com vocês". Sentou-se novamente e os alunos iniciaram a leitura. Poucos alunos foram até a mesa dela perguntar sobre dúvidas e, enquanto liam os exemplos do livro, conversavam sobre futebol ou música. Depois de 15 minutos a professora resolveu o exemplo do livro, página 28, no quadro, comentando com a turma.

A professora não se colocava no lugar dos alunos. Para ela os exercícios e exemplos poderiam ser “fáceis”, mas poderiam não ser fáceis para eles. No momento em que o professor lança a hipótese de que algo é fácil ou simples pode estar inibindo a manifestação de alguns alunos de suas dúvidas e inquietações sobre o conteúdo em questão. A metodologia dessa professora responde, de certa forma, às expectativas dos alunos quanto às funções da escola, nem sempre ligadas à questão cognitiva da aprendizagem, como referi anteriormente.

As avaliações foram testes e provas. Não eram cobrados trabalhos de pesquisa dos alunos e os testes e provas eram reproduções dos exercícios feitos em aula. Quanto aos temas e trabalhos segue um excerto de entrevista com um dos alunos:

Entrevista 01 (A1, ESCOLA POA): Tu tens tarefas como temas de casa, trabalhos e pesquisas para as aulas de Matemática? Bastante tema, infelizmente. Mas não fazemos trabalhos de pesquisa nem na aula nem em casa. **Mas a professora não pede nenhum tipo de trabalho para vocês fazerem?** Ah, assim, do tipo como chamam “extraclasse” não, mas em aula a gente faz uns jogos que ela dá as regras. **Como aquele jogo das aulas de Equações, com cartolina e canudinho?** Isso, aquele mesmo. Ela traz a idéia do jogo, mas é a gente que faz o jogo e depois joga.

A idéia do jogo é válida e propicia a interação entre os alunos, mas o fato da professora “dar as regras” demonstra o caráter ainda transmissivo do ensino. Além disso, o jogo não foi trazido pela professora nas aulas sobre proporção, e sim apenas quando abordou equações.

A escola municipal de São Leopoldo situa-se numa vila de operários da cidade. O poder aquisitivo dos pais desses alunos é, em geral, baixo e inferior ao dos pais dos alunos da escola estadual de Porto Alegre. Escolhi essa escola pela facilidade de aceitação, pela equipe diretiva, em contribuir com a pesquisa, já que trabalhei nela por dois anos. Há cerca de 1200 alunos e só há turmas de Ensino Fundamental (5ª a 8ª série) nos turnos da manhã e da tarde. À noite, turmas de EJA.

A turma de sexta série escolhida foi uma das três turmas dessa série do turno da tarde na escola. Formada por 35 alunos, sendo 14 meninos e 21 meninas. Desses, 11 estavam repetindo a 6ª série, sendo 9 deles repetentes, além de outras disciplinas, em Matemática. Lembro do comentário da professora de Inglês sobre essa turma, na sala dos professores: “Bah, a turma 6ª SÉRIE B é um problema, pois colocaram todos os repetentes incomodativos lá, é um saco dar aula lá, estraga meu dia!”.

A professora de Matemática dessa turma tinha 28 anos, era formada há 5 anos em Licenciatura Plena em Matemática e estava concluindo o Mestrado em Ciências e Matemática. Como foi minha colega de trabalho por dois anos, concordou prontamente em participar da pesquisa.

O período de observações foi tranqüilo, mas essa professora também sofreu com atrasos de conteúdos e abordou proporção só do final de outubro ao início de dezembro. Da mesma forma que a turma anteriormente citada, as entrevistas e a aplicação das tarefas tornaram-se inviáveis no ano de 2006 e a coleta de dados ocorreu no mês de março deste ano. Os três alunos escolhidos para participarem do quarto momento da coleta foram procurados nas suas turmas de 7ª série em que estão este ano e também pareceram entusiasmados com a participação nessa fase da pesquisa.

Nas observações, percebi que a turma tinha muito respeito e carinho pela professora e geralmente ouviam suas explicações sem problemas. A professora era muito responsável, falava de forma serena com seus alunos e passava certa paixão pelos conteúdos trabalhados. Trazia planos de aula (sempre ganhei uma cópia desses, o que demonstrou interesse dela em colaborar com minha pesquisa) e materiais para abordar o conteúdo (embalagens de produtos de supermercado, mapa e gravuras).

Selecionei alguns trechos das entrevistas em que alguns alunos relataram o que pensavam sobre freqüentar a escola e também acabaram deixando algumas evidências sobre o método de ensino de seus professores:

Entrevista 04 (A_4, ESCOLA SÃO LEO): Por que tu freqüentas a escola? Para ter um futuro melhor e não ter que fazer faxina como minha mãe e minha irmã. **Mas tu gostas de vir para a escola, ou é só porque é importante para o futuro?** Gosto e, mesmo se não gostasse, não teria outro jeito, né. **Tu podes exemplificar coisas de que gostas na escola?** Eu gosto muito de fazer Educação Física, de Matemática, adoro Matemática, porque tem que pensar bastante, de Ciências, porque a profe é legal e é a mesma do ano passado. **E coisas de que não gostas?** Não gosto de coisas monótonas, que nem quando a gente fica só copiando na aula sem fazer nada diferente.

Entrevista 05 (A_5, ESCOLA SÃO LEO): Por que tu freqüentas a escola? Porque eu gosto. **Tu podes exemplificar coisas legais na escola?** Eu gosto de jogar futebol na aula de Educação Física, de Português porque a gente lê uns livros e retira na biblioteca e de algumas coisas de História. **O que é legal nas aulas, como na de História que tu falaste?** É legal que o professor conta como as coisas aconteceram e a gente fala de coisas de bem, bem antigamente. **Há coisas chatas na escola?** Sim, não gosto quando alguns professores estão bravos ou mal humorados e não dão aula direito. Tem professor que entra na sala e nem dá boa tarde pra gente. **Mas nas aulas há coisas**

chatas? Às vezes é chato quando a gente tem que copiar um monte de matéria e o professor escreve e apaga o quadro umas três vezes, daí acho chato.

Entrevista 06 (A_6, ESCOLA SÃO LEO): Por que tu freqüentas a escola? Porque eu moro perto daqui e é importante para o futuro. **Mas tu gostas de vir para a escola, ou é só porque é importante para o futuro?** Sim, eu gosto de vir, porque a gente aprende e sabe das coisas. Sem a escola não saberia. **Tu podes exemplificar coisas de que tu gostas nas aulas?** Gosto quando os professores explicam direitinho a matéria, daí se não entendemos explicam de novo. Não gosto de ir embora sem entender alguma coisa. **E todos os professores explicam direito?** Ah não, tem professores chatos que não explicam direito e parece que não gostam de dar aula. Mas tem professores aqui muito bons, que são nossos amigos e explicam bem tudo.

Com as observações percebi que o método dessa professora era, de certa forma, diferente do método da professora da escola estadual de Porto Alegre. A começar, por exemplo, pela paixão pela Matemática que ela demonstrava. As aulas não seguiam uma sistemática tão recorrente e as práticas eram um pouco mais diferenciadas. Mas essa professora também utilizava bastante o livro didático e resolvia exemplos do conteúdo no quadro, para que depois os alunos fizessem exercícios parecidos com os dos exemplos. Os alunos faziam exercícios em duplas e a professora circulava bastante pela sala para responder às dúvidas dos alunos. A correção dos exercícios também era sempre feita no quadro tanto pela professora quanto pelos alunos. As avaliações eram testes, provas e um trabalho para entregar. Os testes e provas seguiam os modelos dos que eram trabalhados em aula. O trabalho para entregar foi realizado no final do período em que a professora abordou proporção, como recuperação das notas dos testes e provas.

A seguir trago as categorias de análise, procurando refletir acerca dos dados coletados e levantar respostas ao problema central e aos sub-problemas de pesquisa.

5.2 AS CATEGORIAS DE ANÁLISE

Defini as categorias de análise a partir da preparação e interpretação dos dados úteis para sua elaboração. Segundo Laville & Dionne (1999) o pesquisador deve organizar os dados "[...] podendo descrevê-los, transcrevê-los, ordená-los, agrupá-los em categorias. Somente então ele poderá proceder às análises e interpretações que o levarão às suas conclusões" (p.197).

Com o recorte dos dados mais importantes e interessantes para a pesquisa, busquei as respostas para a problemática levantada, relacionando os dados empíricos com a fundamentação teórica. Isso possibilitou a elaboração da análise em si e a construção das categorias.

As três categorias de análise são: "*a prática do 'faz-de-conta'*", que possui duas sub-categorias: "*aprender pela cópia e repetição*" e *"a relação professor-aluno"*; *"avançando o sinal, mas nem tanto"* e *"o equívoco de uma 'aprendizagem' de proporção em sala de aula*"[20].

5.2.1 A Prática do Faz-de-Conta

Para esta categoria selecionei trechos que ilustram alguns pontos do que defendi na pesquisa: grande parte dos professores faz-de-conta que ensina e a maioria dos alunos acredita que, pelo fato de freqüentar a escola e estar presente nas aulas, com os métodos utilizados pelos professores, aprende. Canário (2006, p. 43) traz uma figura que se enquadra perfeitamente nesta idéia:

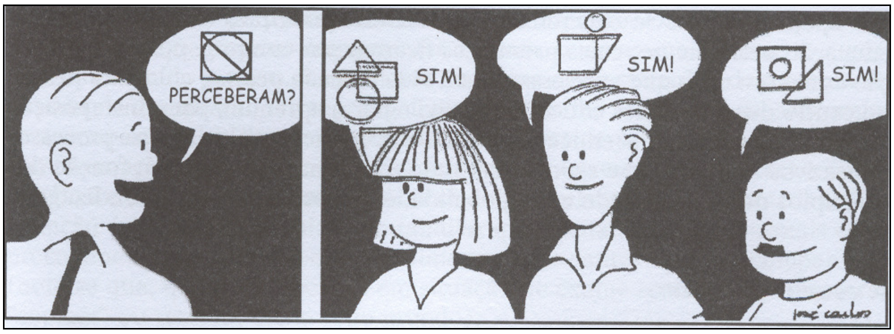


Figura 12 – A prática do faz-de-conta
(Ilustrações retiradas da obra de CANÁRIO (2006, p.43))

[20] As expressões usadas na nomenclatura das categorias de análise são metáforas, que se referem a conclusões relevantes para o debate sobre o ensino de Matemática, mas não são absolutas.

A figura ilustra o professor imaginando que seu discurso é compreendido pelos alunos, afinal, eles concordam que entendem o que é dito ou explicado. Mas, na verdade, o que o professor ensina não é igualmente interpretado pelos seus alunos. Cada aluno assimila o que aprende a partir de seus conhecimentos prévios. Além disto, uma sala de aula não é um conjunto homogêneo de alunos, mas muitos professores costumam enxergá-la desta forma.

Para refletir sobre a importância dos conhecimentos prévios considerei importante distinguir aquisição de conhecimento conteúdo e de conhecimento estrutura. O currículo escolar valoriza a aquisição exclusiva do conhecimento conteúdo e preocupa-se em vencer conteúdos fragmentados (no caso das duas escolas, conteúdos listados no plano curricular de cada série) e não em proporcionar ao sujeito a formação de estruturas, em que os conteúdos são organizados por uma estrutura renovada em função deles. Um tipo de conhecimento não exclui o outro, afinal é necessário que o aluno assimile os conteúdos para atingir as estruturas de conhecimento.

A partir dos dados, percebi que muitas vezes os professores imaginam que os alunos possuem conhecimentos prévios uniformes, já que se encontram numa mesma faixa etária e série escolar. O que foi assimilado pelos alunos em suas interpretações é semelhante e, quando assimilado, é porque a aprendizagem concretizou-se sem problemas. Trago alguns exemplos de dados coletados:

Observação (6ª SÉRIE A, ESCOLA POA): Ao final da aula mais da metade dos alunos está jogando cartas ao redor da classe dos dois colegas e, então, a professora resmunga alto: "Pessoal, vocês vão usar os números decimais com vírgula, percentuais, etc, agora usarão coisas já vistas antes e eu espero que vocês lembrem, porque senão fica difícil, né?. Estes conceitos vocês já sabem, quer dizer, deveriam saber, né?!".

Entrevista (PROFE-1, ESCOLA POA): Em uma das tuas aulas explicaste para os alunos que para aprender proporção eles teriam que usar conhecimentos prévios, como números decimais, percentuais e etc, certo? Sim, claro, porque eles deveriam ter vindo da 5ª série com esta base, no mínimo, para prosseguir, né. **Tu disseste para eles que tais conceitos eles já sabiam, ou que pelo menos deveriam saber. Podes me explicar por que achas que eles já sabiam tais conceitos?** Justamente porque eles vieram da 5ª série, eles foram aprovados para estarem no nível da 6ª série, então, como estes conceitos certamente foram trabalhados, eles sabem. **Se certamente eles sabem, por que disseste que pelo menos deveriam saber?** Ah, aí está o problema. Muitos e muitos alunos são aprovados para a série seguinte, mas não sabem algumas coisas, a média para passar é baixa e, sinceramente, estes alunos são empurrados para a série seguinte. **O que tu fazes se percebes que alguns alunos foram "empurrados" e não possuem os conhecimentos prévios que tu imaginas?** Eu geralmente vou adiante, porque conforme anda a matéria estes alunos costumam pegar o que não pegaram antes. **Pegar, tu queres dizer, aprender?** Sim, isto. E daí esta matéria nova engloba os conceitos das matérias anteriores, daí as dúvidas anteriores poderão ser tiradas pelo aluno agora, entende? **Tu achas, então, que o aluno aprende algo que não aprendeu antes se tu prosseguires com a matéria, sem problemas?** Sim, porque pode tirar dúvidas nesta nova etapa, mas depende do aluno, porque alguns nunca entendem, não se interessam e vão empurrando com a barriga.

Entrevista (PROFE-2, ESCOLA SÃO LEO): Por que tu achas que no plano dos conteúdos para a sexta série está o conteúdo razão e proporção? Ah, porque até ali o aluno já aprendeu a multiplicar, dividir, comparar, o que permite que ele entenda a regra de três e as relações entre as variáveis.

Os trechos deixam claro que a professora PROFE-1 não enfatizou o processo envolvido na aquisição de conhecimento, ou seja, na aprendizagem. Ela imaginou que poderia prosseguir com a matéria proporção, pois os alunos que tinham os conhecimentos prévios para compreender o conteúdo novo aprenderiam sem problemas e, os que não o tinham, poderiam retomar dúvidas e resolvê-las de uma hora para a outra, caso estivessem interessados. É comum encontrarmos este faz-de-conta instaurado nas salas de aula, o que torna o processo de construção de conhecimento estrutura algo negligenciado. A prática da professora legitima o efeito “bola de neve” das aulas de Matemática, pois os conhecimentos prévios são a base das construções futuras dos alunos.

Além disso, o que o professor diz que faz em sala de aula é o que ele realmente faz? As falas das entrevistas e os fatos observados apontam controvérsias. Se o discurso do professor fosse realmente transformado em ações em sala de aula, certamente os problemas do ensino de Matemática poderiam ser revertidos e mudanças estariam acontecendo. Seguem-se exemplos dessa controvérsia a partir de excertos da observação das aulas da PROFE-2 e da entrevista com ela.

Entrevista (PROFE-2, ESCOLA SÃO LEO): Como tu planejas as tuas aulas, ou seja, qual a forma com que trabalhas os conteúdos? Eu planejo as aulas uma após a outra, isto é, espero para planejar depois de ter dado determinado conteúdo e visto se meu aluno já pode ser submetido a outro conteúdo. **E como tu sabes se o aluno aprendeu um conteúdo dado?** Pelos questionamentos que ele faz, das atividades propostas realizadas por ele e pelo desenvolvimento dele nas aulas. **Mas nas observações não ocorreram momentos em que tu paraste a aula ou deixaste de ir adiante por causa de dúvidas dos alunos. Observei que tu lançavas o conteúdo novo e, a partir disso, verificavas as dúvidas deles e circulavas pelas classes para que tirassem estas dúvidas. É isto mesmo que acontece?** Mas quando trago algo novo é porque a grande maioria dos alunos já têm determinado conhecimento do que é preciso para ir adiante. Eu circulava pela sala para tirar dúvidas dos poucos alunos que têm dificuldades de raciocínio, entende? **E para ti, quais os conhecimentos prévios que o aluno precisa ter para aprender proporção?** Acho que o principal é que ele saiba relacionar, geometricamente ou não, tamanhos, medidas, pesos, etc. **Tu retomaste com a turma estas relações antes de iniciar proporção?** Sim, porque sempre estou abordando estas relações, desde o início do ano. É um processo, e não que eu tenha parado tudo e dito “Hoje vamos aprender relações”, entende? **O que tu julgas importante para que o aluno aprenda proporção?** Ah, tem que ter raciocínio, senão ele não consegue aprender. **E tu achas que os alunos da turma que observei têm este raciocínio?** A grande parte deles sim, porque a gente vai treinando o raciocínio dia após dia, aula após aula. Sempre trago situações que envolvem o raciocínio.

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): A professora entra na sala e diz: "Turma querida! Hoje é dia de matéria nova, pois faremos introdução ao estudo de razão". Então explica dois exemplos no quadro sobre razão, um deles sobre candidatos que disputam vagas em um concurso e, o outro, arremessos e acertos em uma partida de basquete. Então, a professora fala: "Com estes exemplos vemos que quando comparamos dois números através de uma divisão, como fizemos, o resultado obtido chama-se razão entre estes dois números". E escreve no quadro: *Sendo a e b dois números racionais com b≠0 denomina-se razão entre a e b ou razão de a e b o quociente a/b. A razão a/b pode ser lida de três maneiras: razão de a para b, a está para b ou a para b.* A professora diz: "Agora que vocês sabem o conceito de razão vamos fazer alguns exercícios".

A professora PROFE-2 lançou de imediato a definição formal do conceito de razão e considerou que seus alunos entenderam tal conceito a partir desse momento. Isso demonstra a dificuldade dela de colocar-se no lugar dos alunos, principalmente quando um novo conteúdo está sendo abordado. Penso que os professores, que já construíram um processo de abstração reflexionante (refletida) no decorrer de sua formação, não conseguem, muitas vezes, se colocar no lugar de seus alunos como jovens aprendizes. Uma das questões que levantei como sub-problema da pesquisa refere-se a esse equívoco cometido pela maioria dos professores de Matemática: O professor de Matemática exerceu, supostamente, anos de abstração reflexionante, tipo refletida, por cujo processo construiu, entre outros, o conceito de proporção. Supõe ele, indevidamente, que seu aluno realiza o mesmo processo? Que conseqüências pedagógicas adviriam, na prática de sala de aula, desta suposição?

Piaget (2001, p.3) diz que o professor de Matemática tem um tipo de pensamento muito abstrato para colocá-lo na perspectiva concreta de seus jovens alunos e, para que ocorra a conjunção necessária entre as estruturas lógico-matemáticas do professor e a de seus alunos em níveis diferentes do seu desenvolvimento, devem ser respeitados três princípios psicopedagógicos:

- A compreensão real de uma noção ou teoria implica sua re-invenção pelo sujeito. Uma generalização ativa supõe que o sujeito seja capaz de descobrir por si mesmo as razões envolvidas na compreensão de uma situação e, em conseqüência, a re-invente, pelo menos parcialmente;

- O aluno será sempre mais capaz de "fazer" e "compreender fazendo" do que se expressar apenas de forma verbal, podendo realizar uma ação muito antes de tornar-se realmente consciente do que realizou; a compreensão é sempre tardia em relação à ação;

- A formalização deveria ser deixada para constituir-se por si própria, em seu próprio tempo e não por um constrangimento prematuro, como ocorre no ensino "tradicional" de Matemática, onde crianças resolvem um grande número de problemas (alguns absurdos).

Observação (6ª SÉRIE A, ESCOLA POA): A professora demora a entrar na sala de aula, então entra e faz a chamada, o que ocupa vinte minutos do período de Matemática. Anuncia: "Hoje iniciaremos o conteúdo razão e proporção. A palavra razão vem do latim e a usamos para fazer relações entre uma coisa e outra. Vou dar alguns exemplos e, baseados nestes exemplos, é que vamos estudar proporções." (ela traz 4 exemplos). [...] A professora complementa: "Proporção será relacionar duas coisas ao mesmo tempo". Até aqui, durante os exemplos dados, nenhum aluno fez perguntas ou comentários. Continua a aula: "Vamos enunciar o que é razão: razão é o quociente indicado dos números que medem grandezas. Vamos a alguns exemplos" (ela traz 2 exemplos). [...] A professora fala: "Entre razão e proporção uma coisa tem a ver com a outra e, para falar de proporção, usaremos razão".

O exemplo acima deixa claro que um verdadeiro "amontoado" de informações foi lançado para os alunos no primeiro dia de aula sobre o conteúdo proporção. Praticamente, um monólogo da professora perante o qual os alunos não expressavam suas dúvidas, pois sequer conectavam algumas, dentre tantas informações, aos seus conhecimentos prévios. A ação da professora não enfatiza a aprendizagem como processo, pois ela iniciou o conteúdo razão sem ter concretamente retomado os conhecimentos prévios dos alunos, necessários para sua compreensão desse conteúdo. Ela poderia ter averiguado as dúvidas reais dos alunos, procurando alternativas e caminhos de resolução para elas, solidarizando-se com a turma para ver se essas não seriam também dúvidas de outros alunos.

Muitas situações das observações, além dessa, poderiam exemplificar a pouca ênfase dada pelos professores aos princípios psicopedagógicos constituídos a partir da teoria epistemológica genética de Piaget. Talvez isto esteja ligado ao fato de que os professores realmente pensam que seus alunos aprenderão facilmente e em pouco tempo tais conteúdos, assim como aconteceu com eles ao longo de anos de estudos.

Nas entrevistas com as duas professoras, procurei também investigar sua concepção epistemológica. Alguns exemplos:

Entrevista (PROFE-1, ESCOLA POA): Para ti, o que é conhecimento? Conhecer... ah, conhecer é ver o que há no mundo, aprender tudo aquilo que existe, ter acesso a tudo. **De que forma o aluno obtém tal conhecimento?** Tanto em casa, na rua, no bairro, quanto vindo pra escola, que é onde tudo que ele viu é realmente compreendido. **Então qual é o papel da escola?** Justamente ensinar ao aluno tudo aquilo que ele tem que aprender para entender o que acontece ao seu redor. **E como é que ele aprende isto tudo na escola?** Como assim? **Ou seja, de que forma o aluno aprende isto tudo que a escola tem que ensinar para ele compreender o mundo?** Aprende ouvindo o professor, prestando atenção, manipulando coisas na aula, lendo muito, estudando, se interessando, buscando. **Ele poderia aprender isso tudo sem o professor?** Jamais, porque nós professores é que nos formamos e aprendemos a melhor forma de passar isso tudo que está aí para eles, no mundo.

Entrevista (PROFE-2, ESCOLA SÃO LEO): Para ti, o que é conhecimento? Conhecimento é aprender tudo, é saber se virar de diferentes formas com as mais diversas situações, saber resolver situações, saber se expressar. **De que forma tu achas que o aluno obtém tal conhecimento?** A escola é o lugar onde ele tem acesso ao conhecimento formal, ou seja, aquilo tudo que ele vê ao redor dele é ensinado de forma correta. Além disso, na escola ele também aprende o que não conhece e o que não viu ainda. **Tu achas, então, que a escola é o lugar onde o aluno adquire o conhecimento? Mas de que forma tu achas que o aluno aprende?** Ah, sim, acredito que a escola é o lugar ideal. O aluno aprende interessando-se por tudo que lhe é apresentado, questionando, duvidando, insistindo na solução dos erros e buscando os acertos. O aluno aprende a raciocinar, a inventar, a duvidar. **Os conhecimentos são, então, apresentados aos alunos?** Na verdade o professor não apresenta nada pronto, e sim ele é a figura que tem o conhecimento e traz situações para a sala de aula para que os alunos também o tenham. Isso da melhor forma possível, de forma agradável e criativa. **Além da escola ele poderia aprender em outros locais?** Sim, sim, claro, em casa, com os pais e a família, com os amigos, viajando, interagindo com tudo. Mas acho que a escola é onde isso tudo é formalizado e aprendido de forma correta, sem ficarem dúvidas ou idéias erradas sobre as coisas.

Os dados mostram que as professoras levantaram pontos relevantes e importantes para a aprendizagem, como a importância do aluno manipular e experimentar, buscar, interessar-se, inventar, duvidar, etc. Mas no momento em que as professoras dizem que é preciso “passar isso tudo que está aí para eles” ou então que o professor é “a figura que tem o conhecimento”, enfatizam a transmissão do conhecimento e camuflam as idéias que legitimam a aprendizagem a partir da aquisição do conhecimento estrutura.

A escola tornou-se um local privilegiado nos dois casos, um porto seguro onde o conhecimento certamente será transmitido da melhor forma possível, já que a equipe envolvida é formada para exercer tal função. Levantei inúmeras dúvidas quanto a esses aspectos. Por exemplo: a escola municipal de São Leopoldo não tinha laboratório para as aulas de Ciências e as aulas de Educação Física aconteciam num grande pátio, sem demarcações de quadra ou goleiras; nas duas escolas os alunos faziam poucos passeios (museus, cinema, etc), poucos computadores funcionavam nos laboratórios de informática e, na escola estadual de Porto Alegre, a internet estava há meses com problemas de conexão.

Como a escola poderá ser, então, o local ideal para que o aluno adquira conhecimento? Penso que a escola está se distanciando cada vez mais dos interesses dos estudantes e dos seus objetivos. Por isso, uma reconstrução da escola como instituição de ensino é urgente e necessária.

Criei duas sub-categorias, sendo a primeira *aprender pela cópia e repetição*, que é uma das práticas que firma o acordo do faz-de-conta entre professores e alunos; a segunda intitulei-a *a relação professor-aluno*, para refletir acerca do olhar do professor sobre seu aluno como aprendiz e do aluno sobre seu professor como educador.

5.2.1.1 Aprender pela cópia e repetição

Destacaram-se práticas pedagógicas de cópia e repetição, ambas expressões do método transmissivo de ensino. Eis alguns excertos relevantes:

Entrevista 02 (A_2, ESCOLA POA): Para ti, o que é uma boa aula de Matemática? Eu gosto quando a profe dá vários exercícios para a gente fazer daquilo que ela explicou, que daí força a mente e eu aprendo.

A frase do aluno A_2 demonstra que ele considera "forçar a mente" fator essencial para sua aprendizagem. Procurei uma tradução para o ato de "forçar a mente", que foi enunciado por esse aluno. Pelo que observei nas aulas, acredito que o aluno fez uma relação de identidade entre repetir exercícios e forçar a mente, tornando o ato de fazer inúmeros exercícios uma forma de aprender. Para ele, a memorização de técnicas e algoritmos parece ser fundamental nesse processo.

Observação (6ª SÉRIE A, ESCOLA POA): A professora trabalha o "termo desconhecido" e diz: "Agora vamos aprender a calcular um dos valores de uma proporção que é um valor desconhecido, com alguns exemplos. Primeiro vamos refazer o exemplo do livro, página trinta e dois, sobre controle do consumo de combustível.". Então, ela ensina a regra da multiplicação em cruz, que é a regra de três. Escreve no quadro: "Fazer o exercício 16 da página 35".

O trecho da observação acima mostra que, ao iniciar o conteúdo novo do termo desconhecido, a PROFE-1 fez com que os alunos copiassem e resolvessem exemplos e exercícios do livro, o que tornou seus alunos passivos e receptores de conhecimento. Ela explica sua ação no trecho abaixo:

Entrevista (PROFE-1, ESCOLA POA): Observei, nas tuas aulas que resolveste vários exemplos já resolvidos no livro, no quadro. Por que tu trabalhas assim? Qual justificativa dás para este método em sala de aula? Ah, eu acho ótimos os exemplos do livro e eles são completos e muito interessantes. Por isso sempre os refaço com os alunos, porque eles não entenderiam sozinhos. **Sim, concordo contigo que eles não entenderiam sozinhos, mas não achas que os exemplos do livro são muito parecidos e não trazem situações diferenciadas e problematizadoras para os alunos?** Não, não, porque não há coisas diferentes do que o livro traz, eu não vejo assim como tu, que são parecidos. Pelo contrário, penso que o livro é de excelente qualidade e não é pior que eu mesma formular exemplos.

A metodologia da PROFE-2 foi semelhante à da PROFE-1 quanto a esse aspecto, como mostra o trecho abaixo:

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): No 2º período a professora fala: "Vamos dar continuidade à matéria. Agora vamos ver como calcular o termo desconhecido das proporções, que é uma letra para a qual procuramos um valor numérico. Vamos ver que, para isso, usaremos a regra de três". Então ela passa no quadro: *Leitura da página 258, 259 e 260 do livro. Em seguida, resolver no caderno a atividade número 26 da página 260.* (A leitura é um texto com exemplos resolvidos sobre cálculo do termo desconhecido).

Os quatro últimos exemplos destacam, inicialmente, a freqüência do uso da cópia e da repetição nas aulas. Cópias tanto de exercícios passados no quadro pela professora, quanto de exercícios do livro didático. As professoras em questão, em especial a PROFE-1, usaram muito a técnica da cópia e da repetição nas explicações do novo conteúdo para os alunos. A prática da cópia tornou a aula desinteressante, cansativa e sem entusiasmo, tanto para o professor, quanto para os alunos. Freire (2002, p.57) diz que o educador, baseando-se em métodos transmissivos, tem "a tarefa indeclinável de 'encher' os educandos dos conteúdos de sua narração. Conteúdos que são retalhos da realidade desconectados da totalidade em que se engendram e em cuja visão ganhariam significação". Ferreiro (2001) defende que:

> A escola, sempre depositária de mudanças que ocorrem fora dela, deve no mínimo ter consciência da defasagem entre o que ensina e o que se pratica fora de suas fronteiras. Não é possível que se continue privilegiando a cópia – ofício de monges medievais – como protótipo de escrita na época da Xérox & Co. Não é possível que se continue privilegiando a leitura em voz alta de textos desconhecidos (mera oralização com escassa compreensão) na era da leitura veloz e da necessidade de aprender a escolher a "informação" pertinente dentro do fluxo de mensagens que chegam de forma desordenada, caótica e invasora. (p. 81)

Quando o professor trata a realidade como algo parado, estático, compartimentado e bem comportado ocorre um movimento contrário aos interesses dos alunos e, por isso, a sala de aula se torna, muitas vezes, um lugar onde o aluno não deseja estar. Não há conhecimento, pois os alunos não são chamados a conhecer, mas a "memorizar o conteúdo narrado pelo educador. Não realizam nenhum ato cognoscitivo, uma vez que o objeto que deveria ser posto como incidência de seu ato cognoscente é posse do educador e não mediatizador da reflexão crítica de ambos" (FREIRE, 2002, p. 69).

Muitas práticas que observei nas aulas encaixam-se no método da cópia e repetição, sendo uma das mais recorrentes o professor trazer para os alunos listagens de exercícios parecidos e de resolução mecanizada. Os alunos memorizaram técnicas de resolução, que aplicaram nos exercícios. Exemplos:

Observação (6ª SÉRIE A, ESCOLA POA): A professora passa dois exercícios no quadro para que resolvam: *1) Escreva, na forma irredutível, a razão do 1º para o 2º número: a) 4 e 16 ; b) 16 e 4; c) 38 e 19; d) 10 e 5; e) 100 e 48 e f) 100 e 120. 2) Escreva as seguintes sentenças sob a forma de razão: a) 2 semanas para 5 dias; b) 1 ano para 3 meses; c) 1 minuto para 24 segundos; d) 3 professores para 95 alunos e e) 54 candidatos para 8 vagas.* Um aluno pergunta: "Profe, qual dos dois números vai em cima?". Ela responde: "O número que está à esquerda". E outro aluno comenta: "Profe, estes exercícios são repetitivos". Ela responde: "É bom fazer vários que daí vocês pegam bem o jeitinho de fazer razão".

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): A professora entra na sala e anuncia: "Pessoal, hoje vamos enfim iniciar proporção". Coloca a data no quadro e passa um exemplo introdutório para que os alunos copiem e também a definição de proporção e a propriedade fundamental da proporção. A seguir, a professora passa dois exercícios para que os alunos verifiquem se pares de razões são ou não proporcionais. Os alunos questionam bastante, demonstram dúvidas por ser uma parte nova da matéria. A professora circula pela sala e responde a todas as dúvidas.

Entrevista 03 (A_3, ESCOLA POA): O que tu mais gostas nas aulas de Matemática? Eu gosto quando a profe faz vários exemplos e explica bem como fazer, que daí a gente faz igualzinho nos nossos exercícios, daí eu não erro tanto. **Nas aulas sobre proporção era assim também, ou seja, a profe fazia exercícios e tu podias fazer depois igualzinho aos dela?** Sim, sempre era assim, porque daí a gente entendia bem. Sempre nas matérias a profe fez assim. E é bom, porque daí a maioria entende.

O aluno A_3 concorda com a prática da repetição e considera importante fazer os exercícios "igualzinho" à forma que a professora explica e faz. Assim ele aprende e não "erra tanto". Será que quando o aluno faz os exercícios "igualzinho" aos da professora ele "força a mente", como dito pelo aluno A_2 anteriormente? Os alunos sentem-se seguros quando repetem exercícios e obtêm êxito, conforme ensinado pelas professoras. Ao resolverem exercícios semelhantes, eles não são desafiados a criar novidades e a descobrir soluções - o que é próprio da abstração reflexionante – mas a "forçar a mente" para reproduzir conhecimentos prontos.

Miorim (1998) comenta em sua obra o decreto número 19.890, de 1931, que enfatizou a não memorização no ensino de Matemática, propondo dar lugar à análise de situações, ao aluno como "descobridor" e não como "receptor passivo de conhecimentos" e à renúncia ao abusivo método de demonstrar o que já foi demonstrado pelos matemáticos. Apesar da data do decreto (1931!), este não se enquadra apenas no passado, já que ainda hoje discutimos a questão da memorização de conteúdos e o aluno como receptor passivo de conhecimentos. Segundo a autora, o maior problema enfrentado pela modernização foi a resistência por parte dos defensores do ensino clássico, que criticaram, na matemática, o excesso de assuntos, o sistema de ciclos e a eliminação da apresentação lógica. Eles pensavam que isso tiraria da Matemática a tarefa de gerar a formação da inteligência. As críticas também vieram dos professores de Matemática clássica, que queriam teoria e rigor matemático.

O movimento da Matemática moderna foi reforçado por estudos psicológicos contemporâneos, principalmente pelos de Jean Piaget. Alguns dos objetivos eram diminuir os descompassos entre o ensino de Matemática no curso médio e no ensino universitário, sendo que o primeiro ainda estava baseado na Matemática grega e o segundo, nos últimos avanços da Matemática. No Brasil, tais discussões intensificaram-se na década de 50. Os professores passaram a participar mais dos congressos nacionais e a contribuir para as discussões. Surgiu o GEEM (Grupo de estudos do Ensino de Matemática) que contou com o apoio do MEC. Foram publicados livros didáticos que acompanharam o "espírito da Matemática moderna" e esta passou a ser implantada nas escolas brasileiras. Porém, a Matemática moderna não resolveu o problema do ensino da disciplina e "desabou" na década de 70. A autora diz que, para alguns, o motivo foi o enfoque muito centrado na linguagem. Mas ressalta que as idéias ressurgiram com a Educação Matemática.

Segundo Onuchic e Allevato (2004), no Brasil foram criados os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais), apoiados em idéias dos *Standards* do NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), nos Estados Unidos. Os PCNs são: PCN-Matemática de 1º e 2º ciclos (1ª a 4ª séries, de 1997); PCN-Matemática de 3º e 4º ciclos (5ª a 8ª séries, de 1998) e PCN-Matemática de Ensino Médio, de 1999. As autoras dizem que:

> Os objetivos gerais da área da Matemática, nos PCN, buscam contemplar várias linhas para trabalhar o ensino de Matemática. Esses objetivos têm como propósito fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar idéias Matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. (p. 218)

A partir do que trouxe aqui, tanto do antigo decreto, que apontou problemas no ensino de Matemática, quanto do movimento da Matemática moderna e dos atuais PCNs, considero importante refletir sobre o quanto os professores estão preparados para enfrentar mudanças e para utilizar novas recomendações e levá-las aos seus alunos, nas salas de aula. Como a formação dos professores contribui para que se tornem mais autônomos e reflexivos? Com as observações e entrevistas percebi que as mudanças nas escolas são poucas e que as professoras participantes estão, de certa forma, mergulhadas num sistema repleto de problemas e desafios que precisam ser enfrentados. Sei que estão ocorrendo reformulações nos cursos de formação de professores de Matemática, mas é preciso uma ação coletiva de todos os envolvidos com a educação para que mudanças aconteçam. Ações isoladas não terão força diante de tantos problemas. Além disso, tais reformulações dificilmente atingirão diretamente as práticas da PROFE-1, formada há vinte anos, e da PROFE-2, que está concluindo o pós-graduação (Mestrado em Ciências e Matemática) numa linha de pesquisa específica.

Os PCNs ressaltam os pontos relevantes e importantes para a aprendizagem, conforme observado por essas duas professoras, os quais facilitariam a aquisição do conhecimento estrutura em sala de aula. As aulas sobre proporção, onde foram observadas práticas do uso de algoritmos de resolução e da memorização de técnicas para resolver exercícios semelhantes, não oportunizaram aos alunos estabelecer relações entre os conteúdos abordados, assim como estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e propor novos problemas a partir deles, conforme indicação dos PCNs. A sistemática adotada pelas professoras em sala de aula propiciou uma aprendizagem, mas tal aprendizagem baseou-se em conteúdos isolados que foram sendo compreendidos pelos alunos no decorrer das aulas, e não como estruturas gerais. O problema está no fato de que as relações entre razão, termo desconhecido e algoritmo da regra de três, nos cálculos e problemas em questão, não foram elaboradas pelos alunos, ou seja, os conteúdos assimilados por eles não possibilitaram a formação de uma estrutura mais ampla, renovada em função da assimilação desses conteúdos.

Outra sub-categoria que criei foca a relação entre cada professora e seus alunos, no contexto da sala de aula. Procurei avaliar o que os alunos pensam em relação às práticas das suas professoras, nas aulas de Matemática, e o que essas pensam sobre a aprendizagem de seus alunos.

5.2.1.2 A relação professor-aluno

Um dos fatores que chamou minha atenção no período da coleta de dados foi a admiração que os alunos tinham pelas suas professoras de Matemática e por sua metodologia de ensino. Um dos sub-problemas que levantei na pesquisa foi: Como o aluno avalia o professor quando ensina proporção? A hipótese correspondente é que o aluno está inserido, desde cedo, em um sistema educacional que utiliza métodos transmissivos de ensino. Penso que esse aluno, apesar de acostumado e mergulhado em um processo de transmissão de conhecimento, demonstra repulsa a esse ensino e, algumas vezes, vê seu professor como alguém que é detentor do conhecimento, que transmite informações e reduz a aprendizagem do conceito de proporção à aplicação de um algoritmo.

Formulando essa hipótese eu imaginava que os alunos não diriam que as aulas de Matemática eram interessantes; afirmariam, ao contrário, que as práticas das professoras eram chatas e cansativas. Deparei-me, entretanto, com a maioria dos alunos defendendo a metodologia de ensino das professoras. Alguns exemplos:

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): Para ti, qual é a melhor maneira de aprenderes Matemática? Quando a profe explica no quadro, daí dá exemplos de como fazer os exercícios. Aí a gente faz outros exercícios daquele jeito e vai perguntar as dúvidas para ela. E depois a correção no quadro é legal também. **É a profe que corrige no quadro?** Sim, quer dizer, às vezes ela corrige e outras vezes faz a gente ir no quadro e dá nota.

Entrevista 05 (A_5, ESCOLA SÃO LEO): O que tu mais gostas nas aulas de Matemática? Ah, gosto quando a profe faz os exemplos e explica como fazer, daí a gente tenta fazer do mesmo jeito. Quando a profe explica o jeitinho não tem erro depois. **Nas aulas sobre proporção era assim? A profe fazia exercícios e vocês faziam do mesmo jeito que ela?** Sim, a regra para achar um valor desconhecido e também comparar as razões e simplificar era sempre explicado bem por ela primeiro. Depois a gente ia fazendo e perguntando as dúvidas.

O pacto do faz-de-conta fica selado pela aceitação que os alunos fazem do que acontece em sala de aula. Professor e aluno cumprem seus papéis no acordo. Mas penso que isso não é uma atitude consciente, tampouco "maquiavélica" por parte de ambos. Talvez os alunos apreciem o que acontece, porque nunca experimentaram outras situações em sala de aula. O fato de estarem satisfeitos com o acordo não é consciente e o que os alunos aceitam é o que conhecem; isto é, não conhecem outro modelo de ensino.

Levantei, ainda, outro sub-problema e hipótese sobre o que os professores pensam a respeito da aprendizagem de seus alunos, em especial a do conceito de proporção: Como o professor vê o aluno aprendendo proporção? A hipótese correspondente é que o professor pensa que o aluno, quando chega na sexta série, traz consigo os conhecimentos prévios necessários para aprender proporção. O aluno que realizou as atividades propostas em sala de aula e resolveu os exercícios com interesse compreendeu e aprendeu o conceito.

Eu estava correta ao formular essa hipótese. Durante a coleta de dados compreendi que as professoras em questão consideravam importantes três fatores para que seus alunos aprendessem proporção: trazerem consigo os conhecimentos prévios necessários, prestarem atenção nas suas explicações e saberem aplicar o que já sabiam com o que aprenderam nos exercícios trazidos nas aulas de proporção. Alguns exemplos:

Observação (6ª SÉRIE A, ESCOLA POA): Os alunos fazem o exercício e a professora circula pela sala de aula tirando dúvidas. Surgiram dúvidas sobre divisão, na multiplicação em cruz e cálculo do termo desconhecido e a professora exclamou: "Pessoal, divisão vocês já tinham que saber, né?!". Ao final da aula avisa: "Amanhã teremos um teste sobre razões proporcionais e termo desconhecido. Estudem o que temos feito até aqui".

Observação (6ª SÉRIE A, ESCOLA POA): A professora escreve no quadro um problema sobre proporção e grandezas diretamente proporcionais, que envolve o nascimento de pássaros silvestres. Faz perguntas para a turma, vai resolvendo o problema, mas apenas alguns alunos participam; outros ficam observando, como se não fossem participantes da aula. Ela chega na solução (encontra o termo desconhecido da proporção) e diz: "Turma, é assim que a gente faz para encontrar a letra do problema nestes casos, entendem? Agora vamos fazer outros exercícios como este.". A turma não responde nada. A professora escreve três problemas semelhantes no quadro e dá tempo para que os alunos os resolvam. Depois faz, ela mesma, a correção no quadro. Em seguida, a professora entrega uma folha de atividades com quatro exercícios sobre proporção com grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Eles iniciam e o tema é terminar em casa para a próxima aula.

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): A aula é uma atividade com exercícios de revisão sobre o que já foi trabalhado de razão e proporção, pois haverá prova na próxima aula. Os exercícios são parecidos com os feitos em aula. Ao final, os alunos são sorteados para fazerem a correção no quadro. Os alunos tiram dúvidas individualmente e a maioria chama a professora na sua classe. Os exercícios que mais causam dúvidas são os dois problemas que envolvem regra de três para cálculo de termos desconhecidos. Então, a professora retoma regra de três no quadro revisando a regra da multiplicação cruzada.

Outro fator presente nas relações entre professoras e alunos foi a nota relacionada ao interesse deles. Em alguns casos, os alunos questionaram o valor das atividades e elas reforçaram o valor da nota, para que houvesse mais interesse por parte de alunos desinteressados. Exemplos:

Observação (6ª SÉRIE A, ESCOLA POA): Os alunos estão inquietos e a professora leva mais de vinte minutos entre sua entrada na sala de aula e a chamada. Ela conversa com os alunos sobre a feira de Ciências, que este ano está sob responsabilidade dos professores de Matemática e Física da escola. Explica: “Pessoal, para a feira cada turma apresentará um trabalho feito em aula. Este valerá cinco pontos na média, então, como muitos de vocês estão ‘pendurados’ em Matemática é bom que participem”.

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): Como a professora avaliou vocês sobre a matéria razão e proporção? Com prova, tema de casa, participação e comportamento. Ela diz sempre que vê as notas por tudo isso e que quem não faz nada acaba rodando.

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): A professora anuncia: “Hoje faremos um teste surpresa sobre proporção, com problemas que envolvem grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Quero ver se vocês estão tentando sanar as dúvidas e entendendo, ou se não estão se interessando pela matéria”. O teste é também individual e sem consulta. Uma aluna pergunta: “Quanto vale, profe?”. A professora responde: “Vale o conceito máximo: MS” (que significa “Muito Satisfatório”). Um aluno complementa: “Bah, então tenho que me puxar, senão vem outra nota baixa”.

Ocorrem também situações em que alguns alunos não demonstram interesse pelas atividades por não valerem nota. No exemplo abaixo, o aluno acabou irritando a professora:

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): Ao final da aula a professora anuncia: “Agora quero que vocês me entreguem os exercícios feitos numa folha com o nome dos integrantes do grupo. Não vale nota, mas vou corrigi-los e analisar quais os erros para revermos isto na próxima aula”. Um aluno reclama em voz alta: “Ah, profe, se não vale nota pra que entregar?” Responde ela: “Eu não acredito que tu só consideras válido que eu corrija com cuidado uma tarefa só se ela valer nota, não acredito. Que decepção uma coisa dessas”. O aluno fica quieto e a professora sai da sala irritada.

As relações professor-aluno são complexas e estão vinculadas à prática do faz-de-conta instaurada nas escolas. Os professores são ora amados, ora odiados. Tudo depende do momento, do contexto e das diversas situações criadas em sala de aula. Porém, fiquei surpresa com a paixão de grande parte dos alunos pelas professoras e pelas aulas de Matemática. Apesar da metodologia usada por elas, os alunos as admiravam e consideravam suas práticas adequadas e relevantes para que eles aprendessem. Essa paixão pode estar relacionada ao fato de que alguns deles gostam das aulas de Matemática porque “fazem contas”, como dito pelos alunos anteriormente, ou então porque a professora explica bem como fazer exercícios e, com isso, eles obtêm êxito resolvendo como ensinado. O que trago aqui não significa que esses alunos não tiveram a experiência de aprender, afinal eles gostavam das aulas. Mas esse aprender está muito ligado à aquisição de conhecimento conteúdo, e não de conhecimento estrutura.

Os resultados obtidos a partir dos dados trazidos nessa categoria confirmam que a prática do “faz-de-conta” é uma das responsáveis pela limitação do processo de abstração refletida na aprendizagem de proporção. A cópia e a repetição, que são formas de memorização, contemplam o uso de técnicas de resolução aplicadas em recortes de conteúdos associados ao conceito de proporção, o que não dá lugar à construção do conhecimento estrutura. Quando a PROFE-2 descreveu formalmente o conceito de razão, ao abordá-lo pela primeira vez em sala de aula, não oportunizou a autoria e a construção do aluno, o que legitimaria seu papel de sujeito da aprendizagem.

Os alunos das duas turmas observadas traziam consigo dúvidas e lacunas relacionadas aos conhecimentos prévios necessários para a introdução do novo conteúdo, como, por exemplo, o algoritmo da divisão e a interpretação de problemas. As duas turmas eram formadas por um considerável número de alunos repetentes em Matemática e, tanto para esses alunos quanto para os que passaram de ano regularmente, seria indispensável que as professoras retomassem os conhecimentos prévios e as dúvidas individuais. Alguns fatores que podem dificultar isso é o grande número de alunos em sala de aula e o desânimo dos professores para enfrentar os problemas das escolas, como: laboratório de Ciências desativado, ausência de quadra de esportes adequada, laboratório de informática com poucos recursos e baixa organização de passeios a museus, cinemas e centros tecnológicos. Como poderá ser a escola o porto seguro da educação? Os depoimentos dos alunos participantes evidenciam que a sala de aula não é o lugar onde a maioria dos alunos deseja estar. O lugar desejado é a escola como instituição, pois eles a freqüentam para encontrar a turma de amigos e, como dizem, por abrir possibilidades para um futuro melhor.

Nas aulas sobre proporção as professoras seguiam uma sistemática, em que abordavam o conteúdo relacionado ao conceito, mostravam e resolviam alguns exemplos no quadro e passavam para os alunos exercícios parecidos com os exemplos, para que resolvessem de acordo com o método ensinado. O livro didático foi um instrumento de apoio muito usado pelas professoras e poucas situações diferenciadas foram criadas por elas nas aulas, como trabalhos de pesquisa e situações-problema com diferentes estratégias de resolução. A avaliação baseava-se em provas e a PROFE-2 solicitou apenas um trabalho em grupo para os alunos, enquanto a PROFE-1 não o fez em nenhum momento. A nota se tornou instrumento das professoras para estimular os alunos desinteressados.

5.2.2 Avançando o Sinal, mas nem Tanto

Nesta categoria de análise comparo as práticas das professoras das duas turmas participantes da pesquisa, nomeadas PROFE-1 (Escola POA) e PROFE-2 (Escola SÃO LEO). Algumas práticas da PROFE-2 foram diferenciadas em relação às da PROFE-1, o que pode ser classificado como um "avanço de sinal" da PROFE-2, no que se refere aos métodos transmissivos de ensino. Mas tal avanço é parcial, pois sua prática encontra-se ainda determinada por esses métodos.

A PROFE-2 criou momentos diferenciados em sala de aula, pois oportunizou o uso de materiais de apoio nas aulas de proporção, demonstrou muita paixão pela sua profissão e pela Matemática e conhecia algumas pesquisas da área de Ciências e Matemática que trouxe, provavelmente, do pós-graduação (mestrado) em Ciências e Matemática que cursava. Apresento três exemplos das observações:

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): A professora diz: "Hoje faremos uma atividade em dupla valendo nota sobre o que vimos de razão até aqui. Eu trouxe algumas embalagens de produtos de supermercado para cada dupla analisar a relação entre o peso bruto e o peso líquido das embalagens, encontrando razões".

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): A professora pega um mapa do Brasil e o pendura no quadro. Então explica um exemplo sobre a distância real entre duas cidades e a escala utilizada no mapa. Com isso, os alunos levantam das cadeiras e vão até o quadro para observar melhor a explicação sobre escala no mapa. Os alunos fazem várias perguntas nesse momento, como, por exemplo: "Profe, qual é a distância de São Leopoldo até Criciúma? Meu vô mora lá.". Então, a professora usa essa dúvida do aluno para mostrar a escala usada. Foi um momento rico e a turma toda participou.

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): Então a professora passa no quadro duas situações problema que envolvem razões proporcionais. Ela diz: "Quero que vocês se reúnam em grupos de quatro alunos e resolvam os problemas ajudando um ao outro, ok? Mas estarei circulando pela sala para tirar as dúvidas". Os alunos trabalham tranquilamente e a grande maioria demonstra envolvimento com a tarefa em grupo.

Em alguns momentos das aulas, a PROFE-2 procurava fazer com que toda a turma se envolvesse com as atividades e os alunos demonstravam interesse, principalmente quando algum material de apoio era utilizado, como as embalagens e o mapa. Nesses momentos os alunos estavam ativos e compenetrados nas atividades. Isto demonstra a importância do aluno experimentar e pensar acerca de situações que são próximas de sua realidade, como embalagens e mapas. Os trabalhos em grupo também oportunizaram momentos de grande participação de todos e a professora realmente circulava por todos os grupos, verificando suas dúvidas. Percebi que os alunos formavam os grupos usando o critério da afinidade com os colegas e que esses momentos proporcionavam espaços de cooperação entre grande parte dos alunos interessados.

Esses dados demonstram que momentos como os relatados acima derrubam a idéia de que o professor é o detentor do conhecimento e das verdades absolutas. A PROFE-2 disse em parte de um dos trechos da entrevista (já relatado anteriormente) que "[...] o professor não apresenta nada pronto, e sim ele é a figura que tem o conhecimento e traz situações para a sala de aula para que os alunos também o tenham. Isso da melhor forma possível, de forma agradável e criativa". O professor não é o detentor do conhecimento, como dito por ela, e sim todos os envolvidos no processo de aprendizagem em sala de aula – professora e alunos – são sujeitos dessa aprendizagem.

Quanto à paixão pela profissão e pela disciplina ministrada, a PROFE-2 deixou evidências no trecho da entrevista:

Entrevista (PROFE-2, ESCOLA SÃO LEO): Por que escolheste cursar Matemática? Porque vivenciei extremos quando era aluna. Por momentos a odiava, por outros a amava, então percebi que o professor é muito importante e pode fazer com que o aluno aprenda e ame a disciplina. Acho a Matemática uma disciplina dinâmica que podemos explorar no dia-a-dia do aluno, constantemente. **Como ensinava o melhor professor de Matemática que tu tiveste?** Ah, foi o professor do primeiro e terceiro ano do Ensino Médio. Ele estruturava o raciocínio e deixava sempre um tempo para a reflexão dos alunos, que era o momento em que formulávamos hipóteses. Depois resolvíamos junto com ele. Não ficávamos com dúvidas.

A PROFE-1 não usava materiais de apoio nas aulas de proporção, não circulava a todo o momento pela sala de aula para esclarecer dúvidas dos alunos, não propunha trabalhos em grupo, não demonstrava tamanha paixão pela profissão e não dava abertura para discussões sobre pesquisas da área de Matemática, Educação ou Educação Matemática, nas conversas informais que tivemos na sala dos professores. O exemplo abaixo indica um reflexo da postura da PROFE-1, a partir da fala do aluno A_1:

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): E a profe trazia figuras para vocês medirem os tamanhos e comparar razões? Ah, eu acho que era sempre no quadro, assim. **Só com números?** É, normalmente só com números. Ou então, assim, com problemas e a gente tinha que resolver. **E quando a profe trazia estes problemas tu tentavas imaginar as situações dos problemas, com desenhos ou figuras, ou tu só pensavas nos números?** Não, eu gosto sempre de já pensar direto nos números, assim. Não perder tempo pensando em imagens. Eu vou direto mesmo.

O aluno considerava "perda de tempo" pensar em imagens ou fazer relações quando resolvia exercícios e, por isso, preferia pensar e usar de imediato os números envolvidos nesses exercícios. Essa postura também foi adotada por outros estudantes da turma, o que percebi no período de observações.

Outro fator que contribuiu para que eu considerasse os avanços da PROFE-2 foi seu interesse em entender as seis tarefas sobre proporção, descritas no capítulo da metodologia, que eu apliquei para alguns alunos da turma. Ela questionou a metodologia usada, o conteúdo das tarefas e pediu para que eu lhe trouxesse cópias da teoria e da parte prática do experimento da balança. A PROFE-1 não demonstrou qualquer interesse quanto a isso.

A PROFE-2 parecia mais preocupada com uma prática reflexiva e com o envolvimento dos alunos nas atividades. Respondia mais às duvidas deles, circulava mais pela sala de aula enquanto eles resolviam exercícios, dava mais atenção ao processo individual de cada aluno. Apesar disso, às vezes, ignorava suas dúvidas, deixando os alunos confusos, como por exemplo, nesse trecho de observação:

Observação (6ª SÉRIE B, ESCOLA SÃO LEO): Os exercícios que mais causam dúvidas são os dois problemas que envolvem regra de três para cálculo de termos desconhecidos. Então, a professora retoma regra de três no quadro revisando a regra da multiplicação cruzada. Ela diz: "Pessoal é muito simples calcular um termo da proporção por regra de três. Basta vocês montarem as duas razões, colocarem o sinal de igual no meio e fazer a multiplicação cruzada dos termos, é fácil" (ela explica escrevendo no quadro). Uma aluna pergunta: "Por que a gente multiplica desse jeito, assim, cruzado?". A professora responde: "Porque esta é a propriedade fundamental da proporção, como vimos". A aluna fica quieta.

Acredito que a aluna ficou quieta porque não compreendeu a explicação dada pela professora a respeito da sua dúvida. O trecho mostra que a PROFE-2 ministrou algumas aulas, baseada em práticas do faz-de-conta como demonstrei na categoria de análise anterior. Os alunos literalmente decoraram o algoritmo da regra de três, o que não contempla uma aprendizagem efetiva, em que o aluno se apropria do que fez e de como fez, próprio da tomada de consciência, responsável por transformar uma abstração reflexionante em abstração refletida.

Cópia, repetição e memorização estão (ainda) presentes nas salas de aula de Matemática, muito apoiadas na fixação de técnicas de resolução. Nas aulas observadas, as professoras mostravam aos alunos como deviam resolver as atividades, alegando, muitas vezes, que isso facilitaria a aprendizagem deles. Com isso, as professoras ignoravam a metodologia defendida no papel, no plano curricular[21] de 6ª série das escolas, que descrevia a importância de abordar situações-problema, jogos matemáticos, trabalhos em grupo e individuais, pesquisas e exposições para garantir a aprendizagem dos conteúdos em questão.

No capítulo sobre proporção, escrevi acerca da História da Matemática e da inserção do conceito de proporção na História. A contextualização histórica não foi abordada pelas duas professoras nas aulas de proporção. A única frase a respeito foi dita pela PROFE-1, na aula introdutória ao novo conteúdo. Disse ela: “Hoje, iniciaremos o conteúdo razão e proporção. A palavra razão vem do latim e a usamos para fazer relações entre uma coisa e outra”. Essa frase, sobre a palavra razão vir do latim, afirma uma informação desconectada do restante das atividades da aula, além de dizer que se usa a palavra razão para fazer relações, em vez de a própria razão. A falta de contextualização histórica nas aulas de Matemática é um problema que considero relevante, pois o aluno não conhece a Matemática como construção humana, podendo confundi-la com uma ciência cujo conteúdo foi simplesmente descoberto pelos homens.

Segundo Becker (2006) “[...] essa visita à história prepara a capacidade do sujeito da aprendizagem – professores e alunos – para compreender as construções matemáticas. Abre caminho para a compreensão” (p. 132). O trecho do autor deixa claro que o professor também é sujeito da aprendizagem. Muitas vezes, professores de Matemática não trabalham a História em suas aulas por não a conhecerem, mesmo tendo formação na área. O autor complementa, trazendo exemplos de algumas questões que podem ser norteadoras dessa contextualização: “Por que tal matemática foi construída? Visava responder a qual problema? Qual era o problema que estava em jogo naquela ocasião?” (p. 131).

A professora universitária, nomeada PROFE U, que ministrava a disciplina História da Matemática, ressalta a importância da abordagem de História da Matemática nas salas de aula da educação básica.

(Entrevista, PROFE U): Tu achas que os professores de Matemática do ensino fundamental trabalham a História da Matemática em suas aulas? Acredito que a maioria dos professores não trabalha com História da Matemática, por considerar supérfluo ou difícil. De fato é difícil compreender o ponto de vista como o dos gregos, pois é preciso “desconstruir” a idéia que hoje fazemos de número. Penso que a maioria dos professores apenas cita episódios ou problemas isolados, quando trabalha com História da Matemática. **E qual a importância de abordar a História da Matemática**

[21] O plano curricular de Matemática da 6ª série das duas escolas participantes da pesquisa está descrito no capítulo sobre proporção.

nas aulas da educação básica? O principal motivo está em promover a compreensão, pelos alunos, de que o conhecimento matemático não é "preexistente" aos homens, é vivo e historicamente construído. As "descobertas" matemáticas têm origem em problemas que são formulados e tratados segundo ferramentas disponíveis e critérios aceitos como válidos (e que mudam segundo a época e a cultura). A resolução de problemas não é "automática" nem resulta da "iluminação", mas envolve esforço, experimentações, tentativas e troca de idéias (como deveria ser a resolução de problemas pelos alunos). Um segundo objetivo seria promover o interesse pela demonstração como instrumento de validação de conjecturas num âmbito de comunicação de idéias.

Contudo, houve um "avanço de sinal" da PROFE–2 em alguns aspectos, mas esse avanço não é o suficiente para que sua prática esteja desprendida de métodos transmissivos de ensino. Ela avançou o sinal, pois houve criação de novidades em suas aulas, já que apresentou o conteúdo utilizando materiais de apoio, tornou o novo mais interessante para os alunos, fez com que eles manipulassem materiais ao abordar razão e escala, ligados à proporção e também oportunizou trabalhos em grupo. Mas o avanço foi parcial, pois o que cabia ao aluno no processo de aprendizagem ficou limitado pelo tempo em que o conteúdo foi abordado de forma criativa, em que os alunos foram sujeitos ativos. Na maioria das aulas de proporção, ou seja, na maior parte do tempo, a professora retornou aos métodos transmissivos de ensino na abordagem dos conteúdos.

Os resultados dessa categoria demonstram que os avanços de sinal de alguns professores são movimentos individuais, na tentativa de superar os problemas e impasses educacionais. Os cursos de formação de professores estão passando pela reforma universitária e alguns professores procuram aperfeiçoar suas práticas através da formação continuada. Mas os inúmeros problemas do sistema educacional vigente precisam de muito mais que movimentos individuais e isolados para serem enfrentados com seriedade. Por serem apenas parciais, os avanços de alguns professores não oportunizam a criação de situações que lhes garantam que seus alunos estão envolvendo-se cognitivamente, favorecendo a aprendizagem de proporção nas aulas de Matemática.

5.2.3 O Equívoco de uma "Aprendizagem" de Proporção em Sala de Aula

Nesta categoria analiso o quarto momento da coleta de dados, que foi o momento de aplicação das seis tarefas sobre proporção para o grupo de alunos selecionados. Procuro estender a análise às demais categorias, ligando os dados em questão.

Em março deste ano, esses alunos estavam iniciando a 7ª série. Parti do pressuposto de que, tendo aprendido proporção na 6ª série, se realmente tivesse ocorrido uma aprendizagem efetiva do conceito, eles resolveriam as tarefas corretamente.

O conceito proporção está inserido num sistema complexo de relações. Quando o aluno aprende abre a possibilidade de construir totalidades operatórias, relacionando os diversos conteúdos aprendidos, e não somente aplicando recortes de conteúdos em atividades em que imperam as técnicas de cópia e repetição. Os alunos da 6ª série encontram-se, teoricamente, no nível das operações formais, que é próprio para a construção do raciocínio proporcional. O esquema das proporções deveria aparecer, então, em diversas situações, independentemente do conteúdo abordado.

Para a análise mantive o foco no problema e nos sub-problemas da pesquisa, que se referem às limitações do processo de abstração reflexionante, tipo refletida, na aprendizagem de proporção, sendo que, conforme o referencial teórico adotado nesse estudo, o conhecimento matemático se constitui nesse processo. Procurei entender, com a aplicação das tarefas, o processo cognitivo de cada sujeito, baseada no método clínico piagetiano.

> A abstração reflexionante é um processo de formação de conhecimentos de natureza endógena. Ele conduz à construção de novas formas de conhecimento, tirando-as de saberes ou saber-fazer que o sujeito já possuía. Podem-se distinguir três tempos nesse processo: primeiramente a abstração propriamente dita, que consiste em depreender certos modos de organização dos conhecimentos do sujeito; depois, o reflexionamento, que torna a projetar o que foi abstraído em um plano de conhecimento superior; enfim, a reflexão ou reconstrução em um novo plano. (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 92)

O trecho acima traz termos importantes para o que defendo na pesquisa, pois a construção matemática acontece por etapas e é de *natureza endógena*, que está ligada à ação do sujeito e não ao desenvolvimento de elementos exteriores. O conhecimento é um processo, que ocorre pela *reconstrução em um novo plano*, e não um acontecimento estanque. O *saber-fazer* sintetiza a trajetória do sujeito da ação à conceituação.

Retomando as tarefas, saliento que a do suco de laranja envolve o estabelecimento de relações de 1ª e 2ª ordem, próprias do raciocínio proporcional, conforme citado por Spinillo (2002), na metodologia (Cap. 4); os problemas da ampliação das fotos e o da semelhança de triângulos abordam ampliação e redução proporcional; a tarefa do valor desconhecido e a das máquinas copiadoras envolvem razões proporcionais e o cálculo do valor desconhecido nas proporções, o que foi muito trabalhado em aula pelos alunos, através do algoritmo da regra de três e da propriedade fundamental das proporções (multiplicação cruzada); o experimento da balança oportuniza intensa manipulação, por parte dos sujeitos, de pesos para equilibrá-la, o que está muito ligado à importância da experiência do sujeito para a aprendizagem.

Na tarefa do suco de laranja, ora os sujeitos estabeleceram relações de 1ª ordem, ora de 2ª ordem, mas nunca ambas simultaneamente, descaracterizando o papel fundamental da união entre 1ª e 2ª ordens para o raciocínio proporcional. Exemplo:

Entrevista 04 (A_4, ESCOLA SÃO LEO): Pensa só numa das jarras. Qual é a relação entre o concentrado de laranja e a água? Não tem relação. **Não?** Não, acho que não. **E se eu te disser que há uma relação, pois há 2 copos de laranja para 2 copos de água? Essa relação é uma razão.** Ah, tipo aquelas frações da aula? **Isso, tipo as frações. Porque uma razão, ou seja, uma relação não deixa de ser uma fração.** É dois para dois. (escreve no papel 2/2).

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): A_1, eu tenho aqui duas jarras. A primeira é um suco preparado com 2 copos de concentrado de laranja e 2 copos de água; a segunda, com 3 copos de concentrado de laranja e 3 copos de água. Me responde: Qual delas tem o gosto mais forte de laranja, ou elas têm o mesmo gosto? O gosto nas duas é o mesmo, só aumenta a quantidade de suco. **Tu não achas que na jarra com mais suco e mais água o gosto é mais forte?** Não, porque tu botou um copo a mais de suco, mas daí botou também um copo a mais de água. **Pensa agora em cada uma das jarras. Qual é a relação entre o concentrado de laranja e a água?** A relação da primeira é que nem antes, de dois para dois. A outra é óbvio que é de três para três. **Pensa agora nas duas jarras ao mesmo tempo. Qual a relação entre as jarras? A razão entre elas é igual ou diferente?** É diferente. **A razão é diferente?** Sim. Porque uma tem o número dois, a outra o número três. **Tu podes escrever as duas razões para mim, de cada jarra?** Da primeira é 2/2 e da segunda é 3/3 (o aluno escreve as razões no papel). **São diferentes?** Com certeza! **Olhando para estas duas razões que tu escreveste, vê alguma relação entre elas?** Como já te falei são diferentes, é óbvio.

A aluna A_4 não percebeu que $\frac{2}{2}=1$ e que $\frac{3}{3}=1$, ou seja, as duas razões são equivalentes (iguais). Quando disse que 2 e 3 são números diferentes e, portanto, as razões são diferentes, demonstrou não saber sequer calcular e comparar os números naturais que cada razão representa (no caso, 1). Como poderia a aluna, então, fazer um raciocínio proporcional? Ao descrever as razões, ela faz uma abstração pseudo-empírica, mas não compreende a relação de comparação entre as duas razões, o que configuraria uma abstração refletida.

No problema das três fotos todos os alunos manipularam as fotos e mediram suas dimensões com a régua, escrevendo corretamente as razões entre a largura e a altura delas, que são: $\frac{9}{12}, \frac{6}{8}$ e $\frac{3}{4}$. O aluno A_5 comentou: “Legal, eu também tenho uma foto da praia em casa que tem dois tamanhos. Uma delas a mãe colocou no porta-retrato e a outra, que é menor, deixou no álbum”. Mas, mesmo familiarizados com fotos ampliadas, os alunos não relacionaram as razões em questão. Exemplo:

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): Pesando nas três razões que tu escreveste das 3 fotos, existe alguma relação entre elas? Ou seja, acontece algo quando vou desta para esta e para esta? (Mostro aqui da maior para a menor). Entre as três razões? Hum, deixa eu ver...Qualquer relação entre as três? **Sim, qualquer relação.** Elas são multiplicáveis por três e por quatro. E também todos os tamanhos das fotos podem ser divididos por três e por quatro. **Tens certeza? Todos os números (12, 8, 4, 9, 6 e 3) são divisíveis por 3 e por 4?** Ah, o oito não pode dividir por três. E seis também não dá por quatro. **Então olha para os números que são as alturas: o 12, o 8 e o 4. Existe relação entre eles?** Sim, a diferença entre eles, que é de quatro em quatro. **E os números das bases, que são 9, 6 e 3, eles têm relação?** Sim, a diferença entre eles, que é de três em três. **E agora tu sabes me dizer se há alguma relação entre as três razões das fotos?** Hum... hum... Elas estão reduzindo. **Como é o termo que a profe de vocês usava quando ia reduzindo?** É que tá tornando irredutível.

Percebo que o aluno A_1 não fez, por conta própria, relações entre as razões. Muito preso aos valores numéricos em questão, não analisou as três razões numa totalidade operatória, compreendendo a proporção existente na redução das fotos, na seqüência da primeira foto para a segunda; e da segunda foto para a terceira. Essa situação é semelhante às lacunas encontradas no problema do suco de laranja pelos alunos envolvidos.

Quanto aos triângulos, os alunos demonstraram não lembrar das propriedades e dos tipos de triângulo. O aluno A_5 disse: “Isso aqui é triângulo porque tem três lados, é só isso que eu lembro”. O aluno A_1, em trecho da entrevista disse que:

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): Agora temos aqui dois triângulos: o azul e o vermelho. Poderás usar a régua, tua imaginação e dizer se há alguma relação entre os lados destes triângulos. Lados? Os lados são esses? (aponta para os lados). **Sim, estes. Tu lembras dos triângulos?** Lembro mais ou menos. Nunca me explicaram direito essas figuras. **O que são os ângulos dele?** São esses aqui (aponta para um ângulo). **Mas tu sabes me dizer o que é o ângulo de um triângulo?** Ah, daí não sei.

O mesmo foco nos valores numéricos aconteceu, com todos os sujeitos, nessa tarefa dos triângulos semelhantes. O problema é que eles apenas concluíram que a redução do azul para o vermelho era proporcional, mas não construíram razões entre os lados homólogos dos dois triângulos, para verificar a igualdade entre essas razões e concluir que são proporcionais. Exemplo:

Entrevista 04 (A_4, ESCOLA SÃO LEO): E tu vês alguma relação entre os lados dos triângulos? Eles são parecidos, mas o azul é maior. **Tu achas que, do azul para o vermelho, diminui de qualquer jeito ou diminui seguindo alguma regra?** Em cada linha do triângulo diminui em um centímetro para o vermelho, então o vermelho é cada linha um centímetro menor que no azul. **E tu achas que isto é uma diminuição proporcional?** Sim, porque é sempre um centímetro. **Então eu posso dizer que há certa proporção entre os dois triângulos?** Sim, sempre de um em um. **Qual é a razão que determina a redução do azul para o vermelho?** Não tem razão, eles só são proporcionais.

O trecho mostra que a aluna A_4 afirma haver proporção, mas que não há razão para que a redução do triângulo azul para o vermelho seja proporcional. Isso evidencia lacunas quanto à compreensão do esquema das proporções.

Na tarefa do valor desconhecido com razões proporcionais os alunos fizeram relações numéricas e sabiam calcular o valor do termo desconhecido. Sabiam também como calcular proporções iguais e o algoritmo da regra de três. A única exceção foi a aluna A_4, que não lembrava como calcular o valor de x (termo desconhecido). Eis um trecho da entrevista com ela:

Entrevista 04 (A_4, ESCOLA SÃO LEO): Bah, eu não lembro como calcular o x. **Tu não tens mais idéia de como calculas este x, que é um número?** Não tenho mais idéia, não lembro. **Olhando para a primeira razão (1/4) tu acha que acontece algo desta para a outra razão (2/x)?** Não tenho como saber, porque tem uma letra que não sei o valor. **Mas olhando para o numerador delas? (Mostro o 1 e o 2).** De um para dois aumenta um, mas daí não sei o que fazer mais.

Os demais alunos entrevistados calcularam corretamente o algoritmo da multiplicação cruzada em $\frac{1}{4} = \frac{2}{x}$, fazendo 1.x = 4.2 (1 vezes x é igual a 4 vezes 2). Então:

$$x = 8.$$

O problema está no fato de que os alunos não ultrapassam o campo das relações numéricas e da compreensão da sistemática dos algoritmos, o que não permite que ocorram as tomadas de consciência necessárias para que façam relações importantes para o esquema das proporções. O aluno A_1 deixa, no trecho abaixo, evidências da ênfase dada às relações numéricas e aos algoritmos:

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): Ah, e eu nunca gosto de ficar empatando nos exercícios e ficar lendo e relendo tudo. Eu gosto de já ver os números e calcular, que aí é mais rápido. Eu sou rápido em Matemática por isso.

O aluno não compreende que a relação numérica que o levou a encontrar a proporção na igualdade entre razões está inserida num sistema de relações, que envolve comparações entre medidas e entre parte e todo, além de outras. Por exemplo: o aluno não imagina figuras que representam as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ e não as compara mentalmente. Ele apenas aplica o algoritmo e encontra o valor de x. Isso comprova que há falhas no sistema de cópia e repetição em sala de aula.

Esta citação salienta a idéia de que o aluno não aprende proporção apenas operando o algoritmo da regra de três.

> Razão e proporção, como muitos outros conteúdos matemáticos, são adquiridos em grande parte com base na reflexão sobre diversas situações. O aluno não compreenderá sentenças como 2:3::4:6 se não tiver oportunidades de discutir relações proporcionais em diversos contextos. É, portanto, desaconselhável ensinar os conceitos como se fossem redutíveis a cadeias de símbolos desprovidos de significado. É igualmente irreal esperar que o significado dos conceitos possa ser descoberto através do estudo das representações formais de razão e proporção. Acontece com freqüência, no ensino de Matemática, que os alunos aprendem a manipular representações simbólicas sem compreensão. (SCHLIEMANN; CARRAHER, 1993, p. 16)

No problema das copiadoras os alunos resolveram corretamente a 1ª e a 2ª questão. O curioso é que não resolveram a 2ª questão através da aplicação do algoritmo da regra de três, como era feito em aula, o que seria assim:

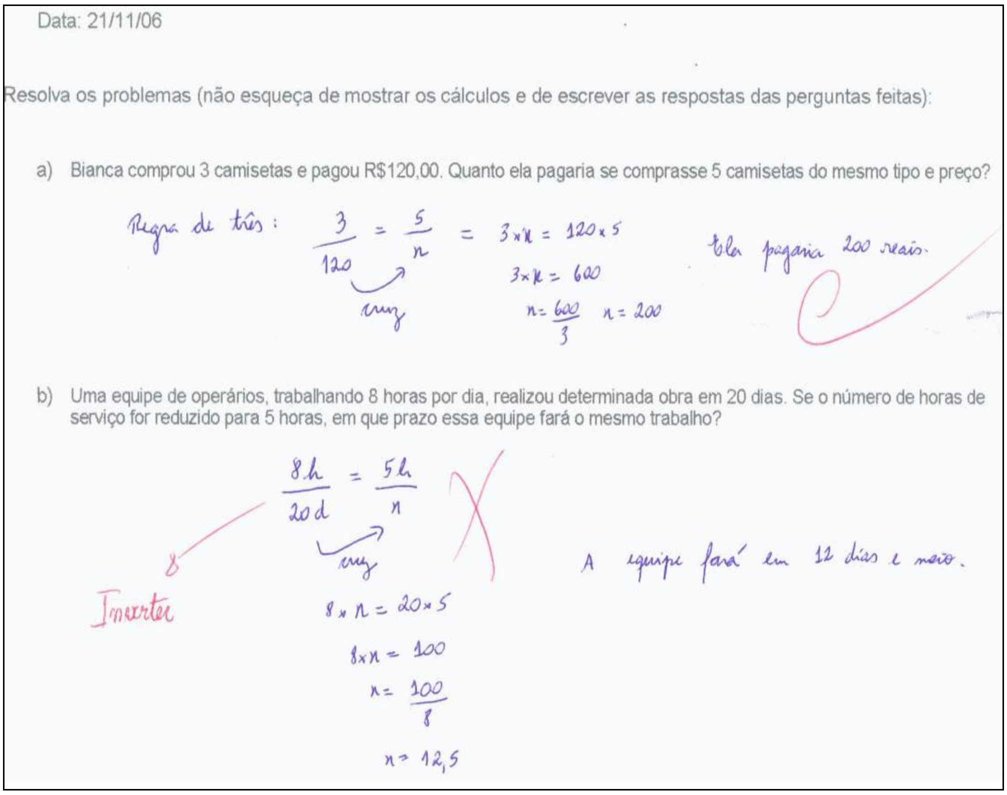
$$\frac{60}{92} = \frac{7200}{x} \rightarrow 60x = 7200.92 \rightarrow 60x = 662400 \rightarrow x = \frac{662400}{60} \rightarrow x = 11040 .$$

Trago um exemplo da resolução da aluna A_3 da 2ª questão, para ilustrar a resolução mais utilizada pelos alunos:

Entrevista 03 (A_3, ESCOLA POA): A cada 60 cópias feitas pela copiadora A são feitas 92 cópias pela copiadora B. Podes me dizer qual é a razão entre o número de cópias das máquinas A e B? É a razão sessenta noventa e dois avos (escreve 60/92). **Ok. A razão está correta. E se eu disser que ao final do dia a copiadora A fez 7200 cópias, quantas cópias fez a copiadora B?**. A máquina B faz trinta e duas cópias a mais que a máquina A cada vez. Divido sete mil e duzentos por sessenta para saber quantas vezes a máquina A fez cópias no dia, que daí depois eu saberei quantas vezes elas fizeram o processo no dia, daí faço isso vezes o número de cópias da máquina B. (o aluno escreve os cálculos e acerta a resposta). **Correto, muito bom! Então quando a máquina A faz 7200 cópias a B faz 11040 cópias?** Exatamente.

A partir da resolução de A_3 percebo que ela não resolveu o exercício da forma que a PROFE-1 ensinou em aula, colocando os dados numéricos do problema no algoritmo da regra de três. A aluna resolveu o problema compreendendo sua resolução e não ficou presa ao algoritmo.

Na seqüência do problema, que exige outro cálculo de regra de três, os alunos não conseguiram efetuar cálculos corretos. O aluno A_2 disse: “Bah, me deu um branco e eu não lembro como fazer. Lembro que a gente fez uns parecidos, mas não lembro”. Esse “branco” descrito pelo aluno, esse esquecimento momentâneo, provavelmente evidencia que o aluno memorizou o algoritmo de resolução na 6ª série, o que provocou posterior esquecimento, não conseguindo resolver a situação proposta. A figura abaixo mostra um teste resolvido pelo aluno A_2 em aula, em que ele calculou os problemas usando a regra que ele alega não lembrar mais:


Data: 21/11/06

Resolva os problemas (não esqueça de mostrar os cálculos e de escrever as respostas das perguntas feitas):

a) Bianca comprou 3 camisetas e pagou R$120,00. Quanto ela pagaria se comprasse 5 camisetas do mesmo tipo e preço?

Regra de três: $\frac{3}{120} = \frac{5}{n} = 3 \times n = 120 \times 5$

cruz

$3 \times n = 600$

$n = \frac{600}{3}$ $n = 200$

Ela pagaria 200 reais.

C

b) Uma equipe de operários, trabalhando 8 horas por dia, realizou determinada obra em 20 dias. Se o número de horas de serviço for reduzido para 5 horas, em que prazo essa equipe fará o mesmo trabalho?

$\frac{8h}{20d} = \frac{5h}{n}$

cruz

8

Inverter

$8 \times n = 20 \times 5$

$8 \times n = 100$

$n = \frac{100}{8}$

$n = 12,5$

A equipe fará em 12 dias e meio.

Figura 13 – Teste resolvido em aula pelo aluno A_2, ESCOLA POA, em 21/11/2006

Com a aplicação do experimento da balança eu pretendia extrair informações das situações criadas a partir de sua aplicação e abordar suas contribuições para a compreensão dos problemas próprios da construção do conceito de proporção. Procurei analisar, de modo especial, a habilidade dos alunos de considerar simultaneamente as duas variáveis envolvidas no problema (a distância e o peso) e as estratégias usadas para atingir a compensação entre os pesos, que é o equilíbrio da balança.

Apresentei aos alunos uma série de situações em que eles deviam restabelecer o equilíbrio da balança e concluir a lei de equilíbrio em questão. Essa tarefa foi um sucesso, pois todos os alunos resolveram-na corretamente, experimentando algo que eles não conheciam. Penso que isso aconteceu porque, no momento em que apliquei o experimento e os questionei, surgiu uma situação nova para eles e, por isso, demonstraram entusiasmo na resolução da tarefa. A aluna A_4 comentou: “E eu que achava que balança era só a de pesar!”. Além disso, a tarefa proporcionou um momento nítido de abstração refletida, em que os alunos enunciaram, cada um com suas palavras, a lei do equilíbrio, após inúmeras tentativas de equilibrar os pesos na balança. Exemplos:

Entrevista 04 (A_4, ESCOLA SÃO LEO): Tu encontras aqui alguma relação entre os pesos e o lugar que tem que colocá-los? Quando multiplica o peso pelo lugar que ele tá tem que ser igual nos dois braços. **Isto é uma proporção, onde o peso compensa a distância do centro ao lugar em que é colocado. Mais uma pergunta: a relação entre o peso que usas e a distância em que o colocas é diretamente ou inversamente proporcional?** Diretamente ou inversamente? Lembro que a profe falou sobre isso. Acho que é inverso, porque se tá mais perto do centro ali da balança tenho que colocar menos pesos ou vice-versa. **Sim, é inversamente proporcional, pois se um aumenta o outro diminui.**

Entrevista 01 (A_1, ESCOLA POA): (O aluno faz tentativas) Ah, daí vai um peso M na sexta posição do braço esquerdo. Equilibrou! **Observas agora, então, que 2 pesos M na 3ª posição do braço direito equilibra com 1 peso M na 6ª posição do braço esquerdo?** Sim, sim, sim. Tem a ver com os números...olha o dois, o três, o um e o seis. **O que?** Faz dois vezes três dá seis. E faz um vezes seis dá seis. Dá seis aqui. **Sim, cada caso é um caso. Neste caso deu 6, viste? Agora coloco 3 pesos M na 2ª posição do braço direito. Sem colocar e só imaginando, me diz quantos pesos M colocarei na 1ª posição no braço esquerdo?** Tá. Agora faço três vezes dois e dá seis. Daí, no braço esquerdo, para dar seis tem que ser seis pesos M, que daí um vezes seis dá seis. Entendi, né? **Então faz na balança e me diz se dá certo.** Dá certo! Entendi! Viva! Milagre! **Jóia! E tu encontras aqui alguma relação entre os pesos e o lugar que tem que colocá-los?** Sim, tem que multiplicar o peso e o lugar que coloca que tem que dar o mesmo valor. Que nem num deu sempre oito, no outro deu sempre seis.

A exclamação de A_1 evidencia a tomada de consciência do processo da balança, quando disse: “Dá certo! Entendi! Viva! Milagre!”. Para ele, entender o processo foi um verdadeiro milagre. Será que isso acontece pelo fato de talvez não ter entendido os processos em aula? Os alunos resolveram corretamente o experimento, porque essa situação era nova e desafiadora, com a qual eles se depararam e puderam manipular, acertar, errar e tentar. Essas ações não foram efetivamente contempladas nas aulas de Matemática.

O grande equívoco nas aulas observadas é que as professoras consideram o aluno um autodidata, que copia e resolve sozinho extensas listas de exercícios do livro, em dois períodos inteiros de Matemática. Trago aqui um dos trechos das minhas observações em sala de aula:

Observação (6ª série A, ESCOLA POA): A professora entra na sala de aula para os dois períodos de Matemática. Os alunos estão muito inquietos e praticamente não consideram a chegada da professora. Após dez minutos sentada em sua cadeira fazendo a chamada do dia, a professora, que ainda não dirigiu qualquer palavra aos alunos, escreve no quadro: "copiar e resolver exercícios da página 28 números 1, 2, 3 e 4 e da página 29 número 5". Rapidamente, um aluno que estava sentado no fundo da sala (perto da observadora) resmunga de forma irônica: "Ai, ai... mais uma aula 'maneira'!". A professora, então, fala para a turma: "Pessoal, os exercícios são fáceis. Vão fazendo e, quaisquer dúvidas, venham até minha mesa perguntar". Sentou-se novamente e os alunos iniciaram a atividade.

O trecho, utilizado aqui pela segunda vez, exemplifica como o professor considera, muitas vezes, o aluno capaz de abrir o livro, usar sua "inteligência", resolver todos os exercícios e ainda ter interesse e entusiasmo. Fica claro, na minha impressão, a intenção da professora PROFE-1, que parece pensar: "Alunos, virem-se! Vocês já estão na sexta série e têm condições de resolver tudo isso sozinhos! Se tiverem alguma dúvida me procurem, senão não me perturbem!".

O objetivo, a partir das tarefas e da entrevista clínica, era encontrar as limitações do processo de abstração refletida nas duas salas de aula observadas. Encontrei avanços em direção a isso, como no caso da balança, mas nas demais tarefas tal tipo de abstração não ocorreu.

De modo geral, nenhum sujeito resolveu corretamente todas as tarefas. Ocorreram acertos parciais nas resoluções, o que evidencia lacunas em relação à aprendizagem de proporção na 6ª série e que os alunos não construíram o processo de generalização construtiva no estudo do conceito. Um fato interessante é que o problema das copiadoras, que é muito parecido com os exercícios feitos em aula, não foi corretamente resolvido na íntegra por nenhum dos sujeitos. Isso evidencia as limitações resultantes do método da cópia e repetição, pois a partir da aplicação de exercícios semelhantes em sala de aula não houve total êxito dos alunos na resolução das tarefas.

Quando os alunos entrevistados fizeram o processo de abstração pseudo-empírica, mas não compreenderam relações implícitas, como comparar razões, por exemplo, que seriam generalizações construtivas de esquemas já construídos, não ocorreu abstração refletida. Na tarefa dos triângulos, por exemplo, foi interessante quando os alunos compararam os dois triângulos e compreenderam que os lados homólogos diminuíam de um em um centímetro, do triângulo azul para o vermelho. Ou seja, obtiveram êxitos quanto às generalizações de esquemas de comparação. Mas isso não ocorreu em outras tarefas, quando tiveram que comparar as razões $\frac{2}{2}$ e $\frac{3}{3}$ ou então quando poderiam representar $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ mentalmente, comparando-as.

Resoluções mais autênticas dos alunos revelam que há criação de novidades possíveis, o que é próprio da abstração reflexionante e importante para o processo de abstração refletida. Por exemplo, na tarefa das copiadoras, em que a aluna A_3 resolveu a tarefa sem estar presa ao algoritmo ensinado pela professora ou então na tarefa da balança, em que os alunos encontraram, com suas palavras, a lei do equilíbrio.

Os resultados obtidos demonstram que, a partir das práticas escolares vigentes, o processo de abstração refletida na aprendizagem de proporção é limitado e não ocorre efetivamente. Os alunos são aprovados para a série seguinte, sendo que os professores consideram que os alunos aprovados aprenderam o conteúdo proporção e compreenderam o conceito. Se os alunos participantes da pesquisa resolveram adequadamente os exercícios e atingiram as médias de notas necessárias nas avaliações, usando para isso as estratégias de resolução que “aprenderam” em aula, então ocorreu aprendizagem. Considero isso um equívoco, um dos responsáveis pelas limitações do processo de abstração refletida na aprendizagem de proporção.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

> [...] Nossos filhos, nossos alunos deverão inventar um mundo novo, no sentido mais forte dessa expressão. O que podemos fazer, se a palavra educação ainda tem algum sentido, é prepará-los para que sejam capazes de inventar o que ainda não existe. (FERREIRO, 2001, p. 86)

Os caminhos trilhados com o desenrolar da pesquisa foram delineados pela busca das possíveis respostas ao problema central e aos sub-problemas de pesquisa, investigando o ensino transmissivo enquanto limitador da aprendizagem do conceito de proporção no ensino fundamental, sob o ponto de vista da epistemologia genética. Os resultados obtidos com a coleta e análise dos dados demonstram que vários fatores contribuem para tal limitação e que muitas das hipóteses que formulei se confirmam, reforçando a crítica aos métodos transmissivos de ensino.

A coleta de dados foi um período riquíssimo da pesquisa, em que pude refletir acerca de outras salas de aula de Matemática e das práticas de outros professores, não refletindo apenas acerca da minha própria prática como professora de Matemática – o que classifico como meu processo de descentração.

O embasamento teórico da pesquisa na epistemologia genética traz a abstração refletida como um processo de construção humana, pois se trata de uma abstração reflexionante, realizada por reflexionamentos e reflexões, que requer tomada de consciência do sujeito. A Matemática toda se dá por tomadas de consciência. É por ela que o sujeito quando produz significados, ao apropriar-se de suas próprias ações, constitui assim novas possibilidades para o processo de aprendizagem. Alguns sujeitos se formam na escola sem que esse processo tenha sido ativado e, por isso, sem a ocorrência de efetiva aprendizagem de Matemática. Não basta o sujeito agir para compreender. É preciso reflexão sobre as ações e sobre as coordenações de suas ações para haver abstração reflexionante e, assim, construir novos patamares de conhecimento estrutura, abrindo possibilidades para aprendizagens em níveis mais complexos.

A compreensão do sujeito é sempre tardia em relação aos seus êxitos práticos, ocorrendo inversão progressiva quando a conceituação atinge o nível da ação e termina, aos poucos, por ultrapassá-la. Assim, a conceituação influencia, comanda e programa as ações antes de qualquer realização. A ação do aluno por si só em sala de aula não o leva a aprender, mas quando ele age e começa a pensar a sua prática, coordenando o pensamento, constrói conhecimento matemático.

O conceito de proporção se refere à representação de uma totalidade operatória e é o resultado de um processo de conceituações progressivas, provocadas por tomadas de consciência. Não é, portanto, um conhecimento adquirido de forma imediata, a partir de uma experiência apenas ou de amontoados de informações. Quando o sujeito se depara com o novo e usa o conceito que já conhece ocorre generalização construtiva; é assim que ele aplica o conceito de proporção a outros conteúdos, ampliando sua compreensão. A tarefa da balança, por exemplo, foi diferente daquilo que os sujeitos conheciam nas aulas de Matemática, pois fez o aluno agir, entrar em cena, experimentar, refletir. Quando os sujeitos envolvidos se deparam com o novo e usam os conceitos que já conhecem abre-se o caminho para a generalização construtiva, que está ligada à abstração reflexionante. Sem essa abstração o sujeito não consegue generalizar e, portanto, construir patamares sucessivos dando continuidade a seu desenvolvimento cognitivo.

No sistema escolar há preocupação em vencer os conteúdos escolares, que são fragmentados, ou seja, proporcionar a aquisição do conhecimento conteúdo, deixando de lado ou em segundo plano o conhecimento estrutura. É necessária uma dialética entre os dois tipos de conhecimento, pois um não exclui o outro. O professor baseado nos métodos transmissivos de ensino está convicto de que se explicar tudo aos seus alunos e propor exercícios para que resolvam, aprenderão tudo. Se o aluno resolveu os exercícios corretamente não significa que assimilou os conteúdos, procedeu a reflexionamentos e reflexões, atingindo estruturas novas de conhecimento ou refazendo as estruturas já existentes.

O esquema das proporções é uma totalidade, em que razão, proporção, razões proporcionais e algoritmo da regra de três estão integrados. As experiências educativas trazidas à tona nesta investigação levam a pensar que, da forma como ensinado nas aulas observadas, a integração entre os conteúdos não ocorreu, pois no momento em que apliquei as tarefas sobre proporção verifiquei que os alunos participantes lembravam apenas de recortes desses conteúdos e que não se formou uma estrutura mais ampla, uma verdadeira totalidade. Os alunos fizeram em aula inúmeros exercícios semelhantes, ou seja, o trabalho foi operacional, e não operatório. Dessa forma, eles sabiam fazer grande parte dos exercícios, mas não compreendiam o que estavam fazendo.

A dependência dos alunos em relação às professoras contribuiu para que se tornassem sujeitos passivos no processo de aprendizagem. Em muitos momentos as professoras lhes mostravam as relações entre os conteúdos, não compreendendo eles próprios tais relações. Elas não se colocaram no lugar de seus alunos nesses momentos, talvez porque se formaram inseridas nesse sistema e, mesmo recebendo formação específica para a docência na área, não davam conta de resolverem sozinhas os problemas que a universidade e a educação em geral não resolvem.

Muitas práticas nas salas de aula observadas basearam-se no pacto velado do faz-de-conta entre as professoras e seus alunos, com transmissão de conhecimento por parte das professoras e memorização de conteúdos, algoritmos, regras e técnicas por parte dos alunos. Com metodologias ainda muito arraigadas na transmissão de conhecimento conteúdo, o que é questionado desde o passado até os atuais PCNs, a aprendizagem de proporção reduziu-se à mera listagem de conteúdos, sem preocupação com o processo individual de cada aluno de construção de estruturas de conhecimento. As estruturas lógicas de cada aluno não se desenvolveram em função do ensino ministrado, o que seria possível se as professoras tivessem promovido atividades que dessem lugar a diversos momentos de invenção e de criatividade, patrocinando espaço para tentar entender a lógica e o raciocínio usado por seus alunos. Apesar disso, os alunos demonstraram gostar das aulas de Matemática, o que legitima, de certa forma, a docência das professoras em questão e demonstra que houve momentos de aprendizagem. Esses momentos, oportunizados em especial pela professora PROFE-2 foram oportunos, mas o problema é que o tempo usado em aula para isso foi curto. Na maior parte do tempo, as professoras utilizaram atividades com resolução de exercícios semelhantes e aplicação de técnicas de resolução.

O livro didático foi o principal material de apoio utilizado pelas professoras no plano de suas aulas. Elas propunham atividades relacionadas aos exercícios dos livros adotados, sendo que esses exercícios eram parecidos e seguiam uma sistemática. A professora PROFE-2 avançou na busca por melhoras em suas práticas, utilizando outros materiais de apoio nas aulas, valorizando a cooperação entre os alunos nas atividades em grupo e estando atenta às dúvidas deles. Esses momentos possibilitaram que os alunos se envolvessem com as atividades, experimentando ser autônomos, criativos e ativos. Mas penso que há ainda um longo percurso a caminhar, já que esse avanço mostrou-se apenas parcial.

As professoras abordaram proporção sem partir das lacunas que seus alunos traziam quanto aos conhecimentos prévios necessários para a compreensão do conceito, como por exemplo, as dúvidas de alguns alunos sobre cálculos de divisão ou sobre interpretação de problemas. O algoritmo da regra de três, que pressupõe o entendimento dos conhecimentos prévios, foi utilizado como principal ferramenta na resolução dos exercícios. O algoritmo pode ser uma ferramenta de auxílio, mas foi ensinado aos alunos como uma regra em que os dados do problema deviam ser aplicados para encontrar valores desejados, o que tornou a resolução dos exercícios mecanizada; deixou de ser resolução de problemas. Os alunos esqueceram como resolver os exercícios, conforme constatei ao aplicar as tarefas sobre proporção. Esse esquecimento está ligado ao fato de que os alunos repetiam técnicas de resolução e sabiam fazer mecanicamente os exercícios sobre proporção, mas não compreendiam o que faziam, por isso esquecendo decorrido pouco tempo.

Durante a coleta de dados, no momento da resolução das tarefas sobre proporção, os alunos participantes ora utilizavam imediatamente o algoritmo, procurando os dados numéricos do problema para calcular a regra de três, ora não lembravam como resolver os problemas impostos pelas tarefas. Sem interpretar os problemas eles se debruçavam apenas nas relações numéricas em jogo, e não nas diversas relações que poderiam emergir da situação. Os sujeitos não construíam, assim, o esquema das proporções, tal como definido por Piaget e Inhelder (1976), com as exigências próprias do período formal. Algo mais alarmante ainda é que os sujeitos participantes não utilizaram o algoritmo em todas as tarefas nas quais poderiam tê-lo feito, embora tenha sido muito empregado por eles nas aulas sobre proporção. Alguns deles não lembraram sequer de seu mecanismo, denunciando uma aprendizagem de grande fragilidade.

Esses resultados oferecem um quadro bastante desfavorável da educação matemática na medida em que se instaura uma certa ilusão de que ocorre aprendizagem desse conceito em sala de aula. Não pretendo aqui afirmar que não ocorreu aprendizagem nas salas de aula observadas e que as aulas não foram interessantes ou importantes para os alunos em questão. A aprendizagem ocorreu em diversas situações das aulas, mas considero que ela estava ligada à exclusiva aquisição do conhecimento conteúdo, em que os alunos aprendiam os conteúdos, mas esses não se integravam para formar estruturas de conhecimento. Isso levou os alunos a aprenderem recortes de conteúdos, não conectando as diversas relações possíveis sobre proporção, que buscassem formar totalidades ou estruturas.

Outro fator relevante que observei é que as professoras não abordaram a contextualização histórica do conceito, o que contribuiria para que os alunos compreendessem os fatores que determinaram sua construção. Poderiam ter sido abordados os problemas enfrentados pelos matemáticos que estavam em jogo naquele momento, possibilitando que os alunos entendessem a Matemática como construção humana, conforme levantado pelos pressupostos defendidos na pesquisa. Quando a PROFE-1 disse, na entrevista, que essa história "o próprio livro conta" ela considerou suficiente o autor do livro ter mencionado que "razão vem do latim". Isso tornou a abordagem da história muito concisa e sem significado para os alunos. É interessante recolocar a Matemática como uma forma de enxergar o mundo, de olhar para a vida, de resolver mistérios. Uma forma dessa idéia chegar até a sala de aula é o aprofundamento da História da Matemática.

Os alunos participantes do experimento da balança tomaram consciência de suas ações, ou seja, superaram o fato de apenas conseguir fazer algo, passando a compreender o processo, o que é próprio da conceituação conseguida mediante tomada de consciência, chegando assim ao conceito. Essa tomada de consciência não consiste num *insight* ou iluminação, e sim, numa construção progressiva, desencadeada por um processo de abstração reflexionante. O sujeito abre possibilidades para novas aprendizagens quando constrói estruturas que geram novos interesses. No momento em que os alunos enunciaram, com suas palavras, a lei do equilíbrio da balança e compreenderam o mecanismo de suas ações, realizaram o processo de abstração refletida, fundamental para a aquisição do conhecimento matemático, o que não aconteceu nas aulas sobre proporção. Teria bastado um pequeno respeito ao processo do aluno para que ele lograsse tomadas de consciência, necessárias para transformar a abstração reflexionante numa abstração refletida!

Procurei especular acerca de caminhos possíveis, na tentativa de auxiliar para que realmente ocorresse aprendizagem de proporção nas salas de aula. O professor, também sujeito da aprendizagem, pode pensar com seus alunos sobre diversas situações e levá-los a lançar hipóteses, procedimento próprio do pensamento formal; colocar situações significativas frente ao aluno, desafiá-lo a pesquisar, não entregar tudo pronto (transmissão); procurar entender os conflitos cognitivos de cada aluno e usar tarefas em grupo para que os alunos confrontem pontos de vista; organizar momentos para que os alunos inventem, tomem decisões; encorajar os alunos a irem além do imediatamente óbvio, para explorar, ampliar. A sala de aula pode ser um espaço de atividades com movimento, para que cada aluno sinta-se autônomo, e não preso ao pensamento do professor, simplesmente repetindo tudo que ele faz. Todos os dias, nas aulas de Matemática, o professor pode fazer com que os alunos explorem relações, como: O que muda? O que permanece constante? Como comparar A com B? O que as diferentes situações têm em comum? Isso desafia os limites impostos pelos métodos transmissivos vigentes no ensino.

O raciocínio proporcional não aparece meramente porque o aluno cobre a matéria do livro em que esse conceito é explicado ou porque repete inúmeras vezes os exercícios. É preciso aproveitar todas as oportunidades para promover aprendizagem como construção e não apenas como repetição. Retomar os conhecimentos prévios dos alunos é uma forma de verificar as dúvidas de cada aluno e de solidarizá-las com toda a turma. Uma possibilidade pedagógica em Matemática é o professor apropriar-se dos êxitos dos alunos e não centrar-se tanto nos seus erros, embora ambos possam aprender muito com esses erros.

A pesquisa transformou minha própria prática como professora. O estudo-piloto que fiz com meus alunos de sexta série no ano de 2005, o qual culminou no projeto de pesquisa, foi o início da reflexão acerca das conseqüências que adviriam das práticas instauradas na minha sala de aula. Desde que aprofundei as reflexões não tenho sido a mesma professora, com as mesmas práticas equivocadas de antes. Tenho aperfeiçoado minha ação como docente, procurando instaurar práticas que sigam os caminhos possíveis que eu mesma tenho definido como horizontes para a educação. Isso exige uma avaliação cotidiana da própria docência!

Enfim, as salas de aula necessitam de situações que oportunizem aos alunos a construção do processo de abstração reflexionante, com tomada de consciência, ou abstração refletida; fazer e compreender e generalização construtiva, ligados à abstração reflexionante e tão necessários para a aprendizagem entendida como assimilação de conteúdos e construção de estruturas de conhecimento.

Certamente, não foram esgotadas todas as possibilidades de estudo a respeito da temática explorada na dissertação. As reflexões feitas para construção das considerações finais trouxeram novos questionamentos, que poderiam nortear novas pesquisas. A expectativa é a de que os educadores fundamentem suas práticas na teoria de Piaget e que realmente se coloquem como pessoas também responsáveis pela formação de sujeitos da aprendizagem. Um viés a ser explorado em outras investigações, a partir da pesquisa, é o de expandí-la para outras etapas do sistema escolar e também para outros conteúdos abordados nas salas de aula de Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELOS, Maria José. **Novo Praticando Matemática – 6ª série**. São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

BARONI, Rosa Lúcia S.; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sérgio Roberto. A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs). **Educação Matemática: pesquisa em movimento.** São Paulo: Editora Cortez, 2004. P. 164-185.

BATTRO, Antonio M. **Dicionário Terminológico de Jean Piaget**. Tradução de Lino de Macedo. São Paulo: Pioneira, 1978.

BECKER, Fernando. **A Origem do Conhecimento e a Aprendizagem Escolar**. Porto Alegre: ArtMed, 2003.

______. (Coord.) et al. **Aprendizagem e Conhecimento Escolar**. Pelotas: EDUCAT, 2002.

______. Concepção de Conhecimento e Aprendizagem. *In*: SCHNAID, Fernando; ZARO, Milton Antônio e TIMM, Maria Isabel (Orgs.). **Ensino de Engenharia : do positivismo à construção das mudanças para o século XXI.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2006. p. 123-146.

______. **Educação e Construção do Conhecimento**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

______ ; FRANCO, Sérgio (Org.). **Revisitando Piaget**. 3 ed. Porto Alegre: Mediação, 2002.

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática Hoje é Feita Assim – 6ª série**. São Paulo: FTD, 2002.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2.ed. São Paulo: E. Blücher, 2006.

CANÁRIO, Rui. **A Escola tem Futuro?** Porto Alegre: Artmed Editora, 2006.

CARRAHER, Terezinha Nunes et al. Proporcionalidade na Educação Científica e Matemática: quantidades medidas por razões. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 67, n. 155, p. 93-107, jan../abr. 1986a.

______. Proporcionalidade na Educação Científica e Matemática: uma análise de tarefas piagetianas. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 67, n. 156, p. 367-379, maio./ago. 1986b.

______. Proporcionalidade na Educação Científica e Matemática: desenvolvimento cognitivo e aprendizagem. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 67, n. 157, p. 586-602, set./dez. 1986c.

DELVAL, Juan. **Introdução à Prática do Método Clínico**: descobrindo o pensamento das crianças. Tradução de Fátima Murad. Porto Alegre: ArtMed, 2002.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau *et al*. **Fundamentos de Matemática Elementar – geometria plana**, v.9. São Paulo: Atual, 1983.

FERREIRO, Emilia. **Atualidade de Jean Piaget**. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.

HARPER, Babette *et al.* **Cuidado, escola: desigualdade, domesticação e algumas saídas**. 25.ed. São Paulo: Brasiliense, 1980.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. **A Construção do Saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. Tradução de Heloísa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

LINS, Romulo C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. *In*: BICUDO, Maria A. V.; BORBA, Marcelo de C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 92-120.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Editora Atual, 1998.

MONTANGERO, Jacques; NAVILLE, Danielle Maurice. **Piaget ou a Inteligência em Evolução**. Tradução de Tânia Beatriz Iwaszko Marques e Fernando Becker. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

MORI, Iracema; ONAKA, Dulce S. **Matemática: idéias e desafios – 6ª série**. São Paulo: Saraiva, 2002.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas Reflexões sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs). **Educação Matemática: pesquisa em movimento.** São Paulo: Editora Cortez, 2004. p. 213-231.

PIAGET, Jean. **A Equilibração das Estruturas Cognitivas: problema central do desenvolvimento**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

______. **A Tomada de Consciência**. Tradução de Edson Braga de Souza. São Paulo: Melhoramentos, 1978a.

______ *et al*. **Abstração Reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Tradução de Fernando Becker e Petronilha Beatriz Gonçalves da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

______. **Adaptatión Vital y Psicología de La Inteligencia**. Madrid: Siglo de Espana editores, 1978b.

______. **Comentários sobre Educação Matemática**. Tradução de Paulo Francisco Slomp e Eduardo Britto Velho de Mattos. Porto Alegre: UFRGS/FACED/DEBAS, 2001.

______ e INHELDER, Bärbel. **Da lógica da Criança à Lógica do Adolescente**: ensaio sobre a construção das estruturas operatórias formais. São Paulo: Pioneira, 1976.

______. **Fazer e Compreender**. Tradução de Christina Larroudé de Paula Leite. São Paulo: Melhoramentos,1978c.

______. **La Representación del Mundo em el Niño.** Madrid: Ediciones Morata, S.A. 1973.

______. **Psicologia e Pedagogia**. Tradução de Dirceu Accioly Lindoso e Rosa Maria Ribeiro da Silva. São Paulo: Forense, 1970.

______. **Recherches sur la Généralisation**. Tradução de Fernando Becker. Paris, Presses Universitaries de France, 1978d.

______. **Sobre a Pedagogia : textos inéditos**. Tradução de Claudia Berliner. São Paulo: Casa do Psicologo, 1998.

SCHLIEMANN, Analúcia D. *et al*. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Editora Universitária da UFPE, 1993.

SPINILLO, Alina Galvão. As Relações de Primeira-Ordem em Tarefas de Proporção: uma outra explicação quanto às dificuldades das crianças. **Psicologia: teoria e pesquisa,** Brasília, v. 9, n. 2, p. 349-364. 1993.

______. O Papel de Intervenções Específicas na Compreensão da Criança sobre Proporção. **Psicologia: reflexão e crítica**. v. 3, p. 475-487. 2002.

______. Raciocínio Proporcional em Crianças: considerações acerca de alternativas educacionais. **Pro-Posições – Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação da Unicamp**. v. 5, n. 1, p. 109-114, março. 1994.

FONTES CONSULTADAS

MATEMÁTICA NA VIDA: razão e proporção. N. 21. Brasília. Ministério da Educação. TV Escola – Secretaria de Educação à Distância. DVD Escola.

PIAGET, Jean. **Piaget on Piaget: the epistemology of Jean Piaget** [gravação de vídeo]. Genebra: [s.ed.], 1977. Tradução de Ester Pillar Grossi – GEEMPA, Porto Alegre.

SUMÁRIO DOS APÊNDICES

APÊNDICE 1 – Roteiro do questionário que orientou a entrevista com o professor universitário

Meu nome é Larissa De Conti Martins e sou aluna do Mestrado em Educação da UFRGS. Estou realizando a pesquisa atualmente intitulada "(Des)Encontros Pedagógicos e Didáticos na Aprendizagem do Conceito de Proporção no Ensino Fundamental" e gostaria que você pudesse colaborar com meu estudo e coleta de dados. As informações prestadas neste questionário são confidenciais.

1) Dados de Identificação:

a) Nome:
b) Idade:
c) Instituição onde concluiu o curso de graduação de Matemática e ano:
d) Ten curso de pós-graduação? Qual?
e) Há quantos anos leciona Matemática?
f) Em que séries já lecionou esta disciplina?
g) Carga horária de trabalho como professor:
h) Trabalha em algum outro ramo? Qual?
i) Por que escolheu cursar Matemática?
j) Como ensinava o melhor professor de Matemática que você teve?

2) Questionário sobre a História da Matemática e aspectos relevantes:

a) Você lembra o que traz a História da Matemática sobre proporção?
b) Que conceitos estão por trás do estudo de proporção?
c) De que forma este conteúdo é trabalhado com os alunos da graduação do curso de Matemática?
d) Você acha que os professores de Matemática do ensino fundamental trabalham a História da Matemática?
e) Qual a importância de abordar a História da Matemática no curso de formação de professores de Matemática? E qual a importância de ser abordado nas aulas da educação básica?

APÊNDICE 2 – Consentimento das instituições para realizar a pesquisa

Através deste consentimento, declaro que fui informado, de forma clara e detalhada, dos objetivos e métodos do Projeto de Pesquisa atualmente intitulado (DES)ENCONTROS PEDAGÓGICOS E DIDÁTICOS NA APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE PROPORÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL.

Tenho o conhecimento de que receberei resposta a qualquer dúvida sobre os procedimentos e demais assuntos relacionados com esta pesquisa e que se manterá o caráter confidencial das informações registradas relacionadas com a privacidade dos participantes da pesquisa.

A pesquisadora responsável por este projeto é Larissa De Conti Martins, que poderá ser contatada pelo telefone (51) 8455-8410.

Data: __/__/__

____

Diretor(a) ou Supervisor(a)

____

Larissa De Conti Martins

APÊNDICE 3 – Consentimento das professoras para participarem da pesquisa

Através deste consentimento, declaro que fui informado, de forma clara e detalhada, dos objetivos e métodos do Projeto de Pesquisa atualmente intitulado (DES)ENCONTROS PEDAGÓGICOS E DIDÁTICOS NA APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE PROPORÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL.

Tenho o conhecimento de que receberei resposta a qualquer dúvida sobre os procedimentos e demais assuntos relacionados com esta pesquisa e que se manterá o caráter confidencial das informações registradas relacionadas com a privacidade dos participantes da pesquisa.

A pesquisadora responsável por este projeto é Larissa De Conti Martins, que poderá ser contatada pelo telefone (51) 8455-8410.

Data: __/__/__

____

Professora Participante

____

Larissa De Conti Martins

APÊNDICE 4 – Questionário exploratório para professores das escolas

Meu nome é Larissa De Conti Martins e sou aluna do Mestrado em Educação da UFRGS. Estou realizando a pesquisa atualmente intitulada "(Des)Encontros Pedagógicos e Didáticos na Aprendizagem do Conceito de Proporção no Ensino Fundamental" e gostaria que você pudesse colaborar com a coleta de dados para meu estudo. As informações prestadas neste questionário são confidenciais.

1) Dados de Identificação:

a) Nome:
b) Idade:
c) Instituição onde concluiu o curso de graduação de Matemática e ano:
d) Tem curso de pós-graduação? Qual?
e) Há quantos anos leciona Matemática?
f) Em que séries já lecionou esta disciplina?
g) Carga horária de trabalho como professora:
h) Trabalha em algum outro ramo? Qual?
i) Por que escolheu cursar Matemática?

2) Sondagem anterior à observação das aulas:

a) Como você planeja as suas aulas, ou seja, qual a forma com que trabalha os conteúdos?
b) O conhecimento matemático pode ser transmitido do professor para o aluno? Como?
c) Como você sabe se o aluno aprendeu um conteúdo dado?
d) Você leva em conta a História da Matemática nas aulas?
e) Qual é a maneira que considera a mais fácil para que seus alunos aprendam um conteúdo?
f) Como você avalia seus alunos (tipos de avaliação)?
g) Como ensinava o melhor professor de Matemática que você teve?
h) Por que o conteúdo proporção é enfatizado na sexta série?
i) Como você pretende ensinar proporção?
j) Quais os conhecimentos prévios que o aluno precisa ter para estudar proporção?
k) O que é importante para que o aluno aprenda proporção?
l) Que dificuldades os alunos costumam apresentar quando aprendem proporção?
m) De que forma você procura resolver essas dificuldades com eles?

APÊNDICE 5 – Questionário exploratório para alunos

Meu nome é Larissa De Conti Martins e sou aluna do Mestrado em Educação da UFRGS. Estou realizando a pesquisa atualmente intitulada "(Des)Encontros Pedagógicos e Didáticos na Aprendizagem do Conceito de Proporção no Ensino Fundamental" e gostaria que você pudesse colaborar com meu estudo e coleta de dados. As informações prestadas neste questionário são confidenciais.

1) <u>Dados de Identificação</u>:

a) Nome:

b) Idade:

c) Sexo:

d) Já reprovou em alguma série? Qual?

e) Faz alguma atividade fora da escola (cursos, trabalho, etc)? Qual?

2) <u>Sondagem antes da observação</u>:

a) Por que você freqüenta a escola?

b) De que mais gosta nas aulas de Matemática?

c) Como eram ou são as melhores aulas de Matemática que teve ou tem?

d) O que você não gosta nas aulas de Matemática?

e) Se considera um bom ou um mau aluno nas aulas de Matemática? Por que?

f) Como o professor de Matemática da sexta série costuma trabalhar os conteúdos?

g) Há tarefas como temas de casa, trabalhos e pesquisas para as aulas de Matemática?

h) Você pergunta as dúvidas para o professor de Matemática quando não compreende algo que foi explicado? E o professor costuma responder às suas dúvidas e às dos colegas?

i) Qual é a melhor maneira de aprender Matemática?

APÊNDICE 6 – Pedido de consentimento aos pais dos alunos

Através deste consentimento, declaro que fui informado, de forma clara e detalhada, dos objetivos e métodos do Projeto de Pesquisa atualmente intitulado (DES)ENCONTROS PEDAGÓGICOS E DIDÁTICOS NA APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE PROPORÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL.

Tenho o conhecimento de que receberei resposta a qualquer dúvida sobre os procedimentos e demais assuntos relacionados com esta pesquisa e que se manterá o caráter confidencial das informações registradas relacionadas com a privacidade dos participantes da pesquisa.

Concordo em participar e colaborar com a pesquisa, bem como autorizo para fins exclusivamente desta pesquisa, a utilização dos dados coletados pela pesquisadora.

Data: __/__/__

____

Assinatura do Aluno

Autorizo meu filho, _______________, a participar da pesquisa que está sendo realizada na escola pela pesquisadora Larissa De Conti Martins, aluna do Mestrado em Educação da UFRGS.

____

Assinatura do pai ou responsável