

MAXIMIZAÇÃO DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL DE ESTRUTURAS ATRAVÉS DO MÉTODO BESO

João Baptista Dias Moreira
joabapdmdias@gmail.com

Walter Jesus Paucar Casas (orientador)
walter.paucar.casas@ufrgs.br



DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Grupo de Mecânica Aplicada – DEMEC – EE - UFRGS

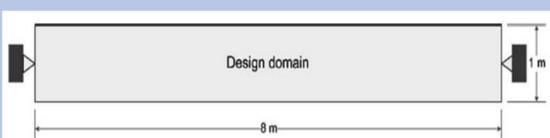
Objetivos:

Investigar a solução de problemas estruturais através do método de otimização topológica BESO.

Desenvolvimento de ferramentas computacionais ao implementar uma rotina de otimização topológica vibracional.

Método:

Foi criado um código de otimização topológica que utiliza a metodologia BESO. Com base nesse foi resolvido o problema de maximizar a frequência fundamental de uma viga biapoada:



Formulação:

Um domínio retangular bidimensional é dividido em N elementos retangulares de 4 nós. A cada elemento i é associada uma variável discreta $x_i=1$ ou $x_i=x_{min}$ cujos valores correspondem a presença ou ausência de matéria, respectivamente. Assim, diferentes conjuntos $x=\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ correspondem a diferentes configurações estruturais. Para uma dada estrutura e condições de contorno, é possível resolver o problema de autovalores:

$$(K - \omega^2 M)u_j = 0$$

É possível obter a frequência fundamental ω através da rigidez K , massa M e deslocamentos u :

$$\omega^2 = \frac{u_j^T K u_j}{u_j^T M u_j}$$

O objetivo de maximizar a frequência natural pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar} && \omega_j \\ &\text{Sujeito a:} && V^* - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i = 0 \\ &&& x_i = x_{min} \text{ ou } 1 \end{aligned}$$

Onde N é o número total de elementos e V^* é a fração volumétrica final da estrutura em relação ao volume V original.

Problema considerado:

O caso escolhido foi o de uma viga biapoada cujos parâmetros são: Domínio de 8 m x 1 m, número de elementos = 320 x 40, fração volumétrica V de 50%, módulo de Young = 10 MPa, densidade = 1kg / m³ e coeficiente de Poisson de 0,3.

Para avaliar a dependência de malha um modelo de 240 x 30 elementos também foi calculado.

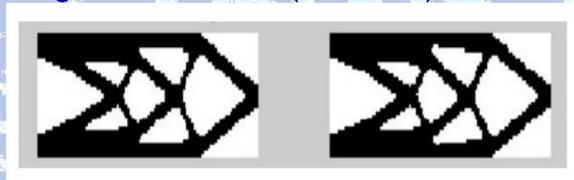
Validação:

Para validar o código construído um caso simples de otimização estrutural foi resolvido e comparado à literatura.

Minimizou-se a flexibilidade de uma viga engastada conforme mostrado abaixo:



A estrutura otimizada por uma rotina disponível na literatura (à esquerda) é comparada à otimização obtida pelo código desenvolvido (à direita):



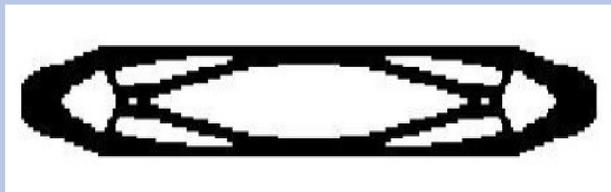
"Huang e Xie, 2010"

"Dias, 2015"

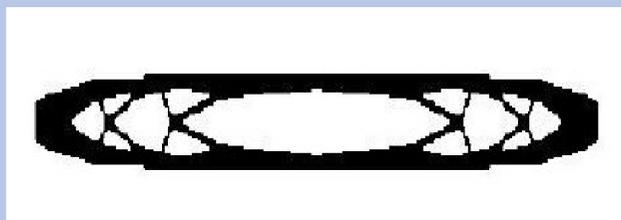
A concordância dos resultados corrobora com a validade do código empregado.

Resultados:

Modelo de viga biapoada otimizada para 240 x 30 elementos:



Modelo de Viga biapoada otimizada para 320 X 40 elementos:

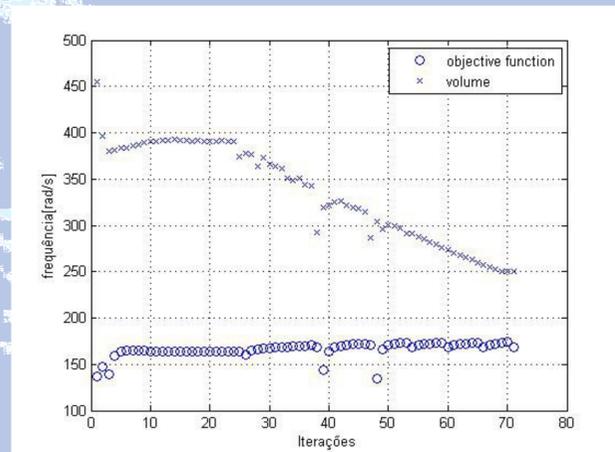


Função Objetivo:

A variável dependente ω a ser maximizada é chamada função objetivo e é o parâmetro que dita quão bem sucedida foi a otimização. É possível ver na tabela as frequências fundamentais para a viga original, e para as vigas otimizadas com 240 x 30 e 320x40 elementos:

	Viga original	Modelo 240x30	Modelo 320x40
Frequência ω [rad/s]	137	173.4	173.4

É possível ver que, ainda que a geometria final dos modelos não seja totalmente igual, a frequência fundamental obtida é a mesma, indicando independência de malha a partir de 240 x 30 elementos usados.



Conclusões

O presente trabalho investigou a implementação de um algoritmo de otimização primeiramente validando-no através de um caso de otimização estrutural e depois resolvendo um caso de otimização vibracional. A importância de tal iniciativa é desenvolver métodos de implementação simples que possibilitem a obtenção de projetos ótimos em um dado parâmetro, representando potencial economia em tempo, custo de mão de obra e custo computacional.

Referências

Xiaodong Huang and Mike Xie. *Evolutionary topology optimization of continuum structures: methods and applications*. John Wiley & Sons, 2010.
Ole Sigmund. A 99 line topology optimization code written in matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 21(2):120127, 2001.