Uma proposta de ensino do método geométrico para resolver equações de segundo grau no âmbito escolar

Janice Valgoi Spinelli, Orientador: Esequia Sauter
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Introdução

Embora as técnicas mais ensinada para resolver equações de segundo grau sejam as algébricas, tais como a fórmula de Bhaskara, esse não foi o primeiro método desenvolvido na História. Na Grécia antiga, um dos berços da Matemática atual, tinha-se uma visão geométrica de valores e operações. Um número era associado ao comprimento de um segmento; a quadrado de um número a área de um quadrado; uma multiplicação entre dois valores diferentes, como a área de um retângulo. Por exemplo, no caso de a equação (1) ter soluções positivas e reais, ela era associada à equação (2), como uma operação entre retângulos, conforme a figura 1

$$cx^2 + dx + e = 0, \qquad c,\ d,\ e \in \mathbb{R} \tag{1}$$

$$x^2 + b^2 = ax \tag{2}$$

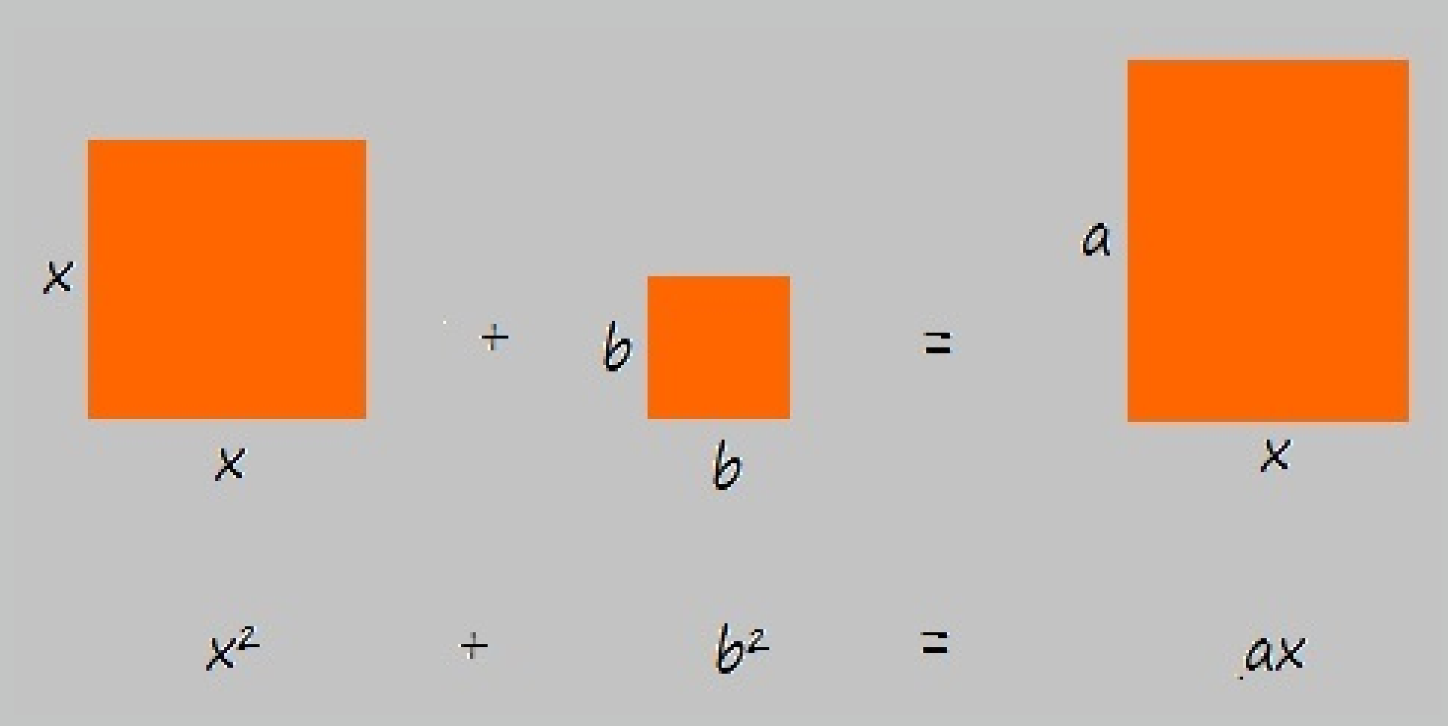

Figure 1:

Objetivos

Propõe-se uma metodologia de ensino de equação do segundo grau que mescle as técnicas algébricas e geometricas, tornando o estudo desse tópico mais atrativo.

Justificativa

Em geral, o ensino de equações do segundo grau é focado em técnicas algébricas. A famosa fórmula de Bhaskara é lembrada por muitos estudantes do ensino médio como uma receita para resolver a equação do segundo grau. A preocupação desse trabalho é propor uma metodologia que torne o estudo de equações do segundo grau significativo para o aluno. A proposta inclui construções geométricas para a solução e visualização dessa solução em termos de comparação de áreas de retângulos e quadrados. Ainda, propomos aplicações concretas, que envolvem situações do cotidiano.

Metodologia

O estudo de equações do segundo grau pode ser introduzido comparando a relação entre a equação do segundo grau e a seção de uma antena parabólica usando a formulação de lugar geométricos, conforme a figura 2

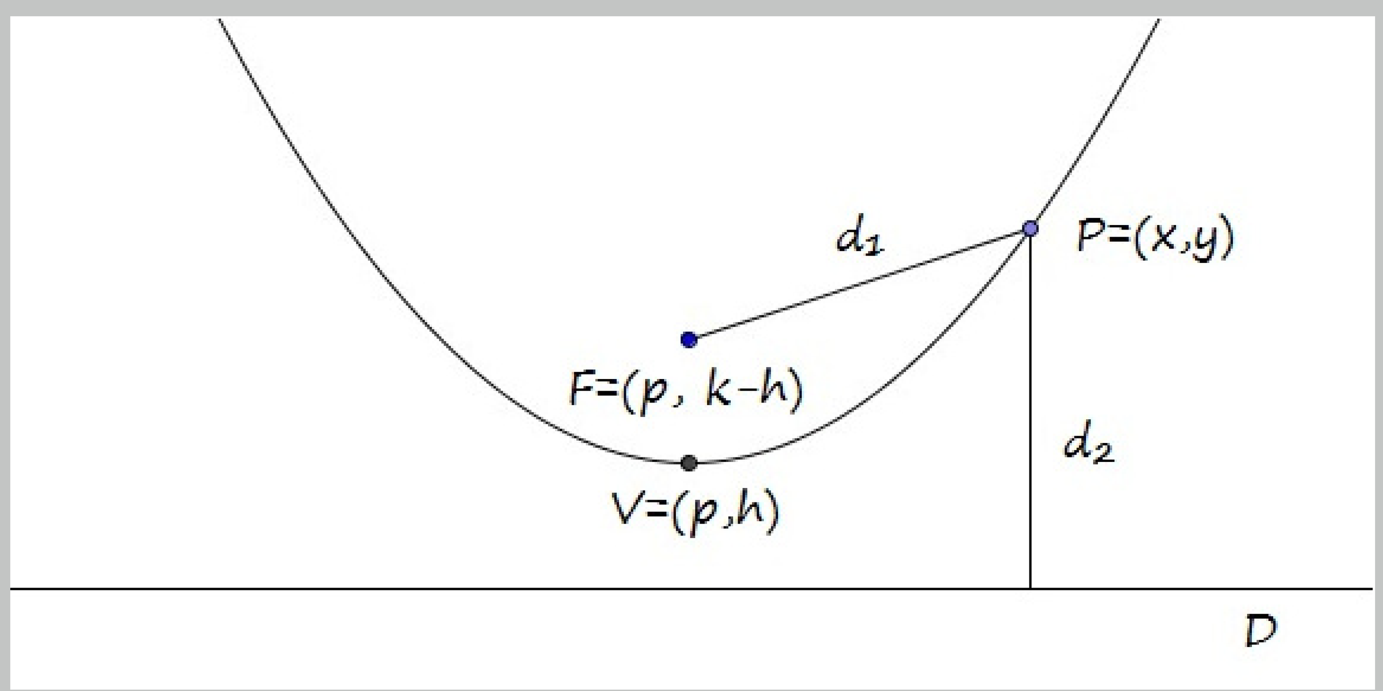

Figure 2:

A seguir, é importante desenvolver as técnicas algébricas de completamento de quadrados e a fórmula de Bhaskara. Depois, utilizamos a equação $x^2 + b^2 = ax$ do ponto de vista grego antigo, olhando a, b e x como comprimento de seguimentos e rearranjamos da forma: $x^2 - ax + b^2$, onde, pela fórmula de Bháskara, temos:

$$x = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4b^2}}{2} \tag{3}$$

Colocando $r = \sqrt{a^2 - 4b^2}$, a fórmula irá gerar as seguintes raízes:

$$x_1 = \frac{a}{2} + \frac{r}{2}$$
$$x_2 = \frac{a}{2} - \frac{r}{2}$$

É fácil ver que r é um cateto de um triângulo retângulo de hipotenusa de tamanho a e outro cateto de tamanho $2b$. A partir disso, sabendo que a e b são dados, pode-se fazer uma construção geométrica, com régua e compasso, para chegar ao tamanho de r. Isso basta para chegar às respostas x_1 e x_2. Veja na figura 3.

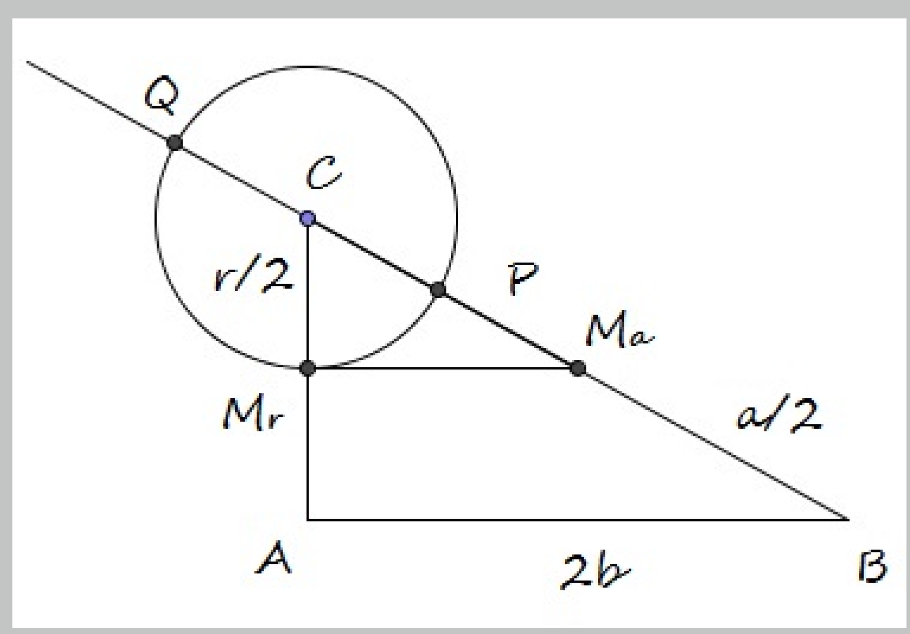

Figure 3:

Depois de feita essa construção geométrica, propõe-se aos alunos calcular os resultados usando a fórmula de Bhaskara e comparar com as medidas que encontraram em tal construção. Na sequência, propõe-se construir os retângulos x^2, b^2 e ax, conforme mostrado ao início da aula, e fazer um trabalho de recorte e colagem para verificar que o retângulo ax é equidecomponível com a soma dos retângulos x^2 e b^2.

Conclusão e Trabalhos Futuros

A metodologia ainda não foi experimentada, pois a pesquisa ainda está no início. Pretendemos, em breve, aplicar a proposta de ensino a uma turma de ensino fundamental.

Referências

[1] C.I. Doering, L. B. C. Nácul, and L. R. Doering.
Pré-Cálculo.
Editora da UFRGS, Porto Alegre, segunda edition, 2011.

[2] J. Nery, L. C. Nácul, L. R. Doering, and M. F. R. Menezes.
Geometria Analítica: Cônicas.
Editora da UFRGS, Porto Alegre, primeira edition, 2005.

[3] E. Wagner.
Programa de Iniciação Científica: Uma Introdução às Construções Geométricas.
IMPA, first edition, 2005.

Contato

- Email: janicespinelli@gmail.com