

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA BIESTABILIDADE TURBULENTA NO  
ESCOAMENTO TRANSVERSAL SOBRE CILINDROS PARALELOS COM RAZÃO DE  
ESPAÇAMENTO 1,26

por

Roberta Fátima Neumeister

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Novembro de 2015

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA BIESTABILIDADE TURBULENTA NO  
ESCOAMENTO TRANSVERSAL SOBRE CILINDROS PARALELOS COM RAZÃO DE  
ESPAÇAMENTO 1,26

por

Roberta Fátima Neumeister  
Engenheira Mecânica

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da  
Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos  
requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Viçosa Möller

Co-orientadora: Prof. Dr. Adriane Petry Prisco

Aprovada por:

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos .....FURG

Prof. Dr. Luiz Augusto Magalhães Endres ..... .. IPH/ UFRGS

Prof. Dr. Fernando Marcelo Pereira..... PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Luiz A. O. Rocha  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 30 de novembro de 2015

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos que me incentivaram e me ajudaram de uma forma ou outra para a realização deste trabalho. Em especial à minha família, que sempre esteve presente apoiando. À UFRGS por disponibilizar o ambiente de pesquisa. À orientação dada pelos Professores Sérgio Viçosa Möller e Adriane Prisco Petry. Ao programa do PROMEC e aos professores do mesmo, pela oportunidade e conhecimentos transmitidos. Ao CESUP e ao Professor Luiz Rocha pelos recursos computacionais. Ao CNPq pelo suporte financeiro da pesquisa. Ao Dr. Leonhardt Meyer e ao Karlsruhe Institut für Technologie (KIT), Alemanha, pela doação do sistema Brüel & Kjaer para medição das flutuações de pressão.

## RESUMO

O presente trabalho aborda um estudo sobre o fenômeno de biestabilidade em escoamentos transversais turbulentos sobre dois cilindros lisos paralelos, com razão de espaçamento,  $p/d$ , de 1,26, utilizando abordagem numérica e experimental. Nas comparações consideram-se o domínio computacional e a seção de testes experimental equivalentes. As análises comparam escoamentos turbulentos com números de Reynolds subcríticos, variando entre  $Re = 17000$  e  $Re = 26000$ , além disto, uma análise laminar comparativa com  $Re = 167$  é executada. Nas avaliações experimentais utilizam-se velocidades médias e flutuações de velocidade, adquiridas com a técnica de anemometria de fio quente, exploram-se também dados de flutuações de pressão obtidos com microfones condensadores posicionados na parede do canal aerodinâmico. Para comparação experimental e numérica executam-se leituras de pressões estáticas ao longo do canal aerodinâmico. Os sinais temporais das aquisições são analisados estatisticamente com médias e momentos, transformada de Fourier e transformada de ondaletas para caracterização e identificação do fenômeno biestável. Na avaliação numérica é executada a solução das equações de Navier-Stokes, utilizando a simulação LES (Large Eddy Simulation) com modelo Smagorinsky-Lilly dinâmico para sub-malha e a simulação URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes) com o modelo de turbulência  $k\omega - SAS$  (Scale Adaptive Simulation). Os resultados das duas abordagens são comparados utilizando as médias de valores, comportamento temporal e valores do número de Strouhal. O estudo de qualidade de malha, com o método GCI (Grid Convergence Index), é aplicado nas malhas utilizadas em URANS. Para a validação da simulação LES, aplica-se análise de quantidade de energia cinética resolvida comparando com resultados experimentais e uma metodologia para verificação da solução descrita na literatura, com a qual um comparativo entre duas simulações LES com diferentes malhas é executado. Nos resultados numérico e experimental observam-se a presença da biestabilidade e nota-se o comportamento não simultâneo da mesma ao longo dos cilindros. Este comportamento é observado nas análises numérica e experimental. A formação assimétrica das esteiras também é estudada e atribuída à interação entre os vórtices das esteiras, já que, inicialmente, os desprendimentos dos mesmos são simétricos. Na investigação do escoamento entre os cilindros a presença da perturbação da velocidade média é observada, mas a mesma não apresenta relação direta com a troca

biestável. A alteração do patamar da velocidade média, neste caso, é resultado da influência da troca de modos que acontece nas esteiras. A biestabilidade também é observada na flutuação de pressão, de forma similar ao comportamento obtido com flutuações de velocidade nos estudos da literatura. No comparativo entre os dois métodos numéricos observa-se boa concordância nos resultados obtidos utilizando URANS com modelo  $k\omega$  – SAS em relação aos observados com LES, sendo possível prever os principais comportamentos, mesmo com a aplicação da lei de parede na região entre cilindros na simulação URANS.

Palavras-chave: Escoamento Biestável, Cilindros, Estudo numérico e Análise Experimental.

## ABSTRACT

This paper reports a study on the bistable phenomenon in turbulent crossflow over two parallel smooth cylinders with spacing rate,  $p/d$ , 1.26 using numerical and experimental approaches. In the comparisons, the computational domain and experimental tests section are considered equivalents. Turbulent flows with subcritical Reynolds numbers ranging between  $Re = 17000$  and  $Re = 26000$  are compared and, in addition, a comparative laminar analysis with  $Re = 167$ . In the experimental evaluations the mean velocity and fluctuations velocities are used and acquired with the hot-wire anemometry technique, exploiting also pressure fluctuations data, obtained with condenser microphones positioned in the wall of the aerodynamic channel. For experimental and numerical comparisons, the static pressure over the aerodynamic channel using pressure taps is executed. The temporal signals from the acquisitions are analyzed statistically with mean and moments, Fourier transform and wavelet transform for characterization and identification of the bistable phenomenon. In the numerical evaluation performed, the Navier-Stokes equations are solved using LES simulation (Large Eddy Simulation) with Smagorinsky-Lilly dynamic model for sub-grid and URANS simulation (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes) with the turbulence model  $k-\omega-SAS$  (Scale Adaptive Simulation). The results of the two numerical approaches are compared using the mean values, temporal behavior and values of the Strouhal number. The mesh quality study is executed using the GCI (Grid Convergence Index) for the mesh used in URANS. To validate the LES simulation, the amount of solved kinetic energy is compared with experimental amounts. For verification of the LES solution a method described on literature is used, in which a comparison between two LES simulations with different meshes is performed. In the numerical and experimental results, the presence of bistability were observed and in addition the non-simultaneous behavior of the phenomenon over the cylinder was identified in both analyzes. The wakes asymmetric formation was also studied and attributed to the interaction between the vortices of the wakes, since initially the detachments are symmetrical. In the investigation of the flow between the cylinders, the presence of the average velocity disturbance is observed, but it does not have direct relation with the bistable switch. The change in the average velocity level, in this case, is the result of the switching modes influence from the change in the wakes. The bistability is observed also in pressure fluctuation, similar to the behavior obtained with velocity fluctuations in the literature.

Comparing the two numerical methods were observed good agreement in the results obtained using URANS with model  $k-\omega$  - SAS in relation to those observed with LES, being possible to predict the main behaviors, even with the application of wall law in the region between cylinders for the URANS simulation.

Keywords: Flow bistable, Cylinders, Numerical study and experimental analysis.

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	MOTIVAÇÃO .....	2
1.2	OBJETIVOS.....	2
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>17</b>
3.1	MODELAGEM MATEMÁTICA EXPERIMENTAL .....	20
3.1.1	Domínio do Tempo.....	20
3.1.2	Domínio da frequência .....	22
3.1.3	Modelagem matemática para caracterização do escoamento .....	24
3.1.4	Domínio Tempo – Frequência.....	27
3.2	MODELAGEM MATEMÁTICA NUMÉRICA.....	29
3.2.1	Equações de Navier-Stokes por médias de Reynolds - RANS.....	30
3.2.2	Modelo de turbulência $\kappa \omega$ – SST - SAS.....	30
3.2.3	Lei de parede .....	33
3.2.4	Simulação de Grandes Escalas – LES .....	38
3.2.5	Modelagem dinâmica sub-malha.....	41
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA EXPERIMENTAL.....</b>	<b>46</b>
4.1	SEÇÃO DE TESTES .....	46
4.2	ANEMOMETRIA DE FIO QUENTE .....	49
4.3	FLUTUAÇÕES DE PRESSÃO .....	52
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA NUMÉRICA .....</b>	<b>55</b>
5.1	MÉTODO DE VOLUMES FINITOS .....	55
5.2	DOMÍNIO COMPUTACIONAL.....	57
5.2.1	Comparativo de perfis de entrada.....	57
5.2.2	Escoamento sobre cilindros paralelos.....	58
5.3	ANÁLISE DE QUALIDADE DE MALHA RANS.....	60
5.4	ANÁLISE DE QUALIDADE DE MALHA LES .....	64
5.4.1	Validação simulação LES.....	65

5.4.2	Verificação simulação LES .....	68
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>72</b>
6.1	DIFERENÇA DA APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO .....	72
6.2	COMPARATIVO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DO ESCOAMENTO SOBRE CILINDROS .....	75
6.2.1	Comparativo URANS x LES.....	77
6.3	MUDANÇA DE MODOS DE ESTEIRAS .....	82
6.4	MODOS NÃO SINCRONIZADOS .....	90
6.5	FORMAÇÃO DA ESTEIRA INCLINADA.....	94
6.5.1	Escoamento Turbulento.....	95
6.5.2	Escoamento Laminar .....	97
6.5.3	Mecanismos de inclinação do escoamento de fenda .....	100
6.6	FREQUÊNCIA DE DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES DAS ESTEIRAS .....	102
6.7	ESCOAMENTO ENTRE CILINDROS .....	105
6.8	PRESSÃO.....	109
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>123</b>
7.1	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS .....	124
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>126</b>
	<b>APÊNDICE A - INCERTEZA DE MEDIÇÃO .....</b>	<b>132</b>
	<b>APÊNDICE B - CALIBRAÇÃO DE SONDAS DE FIO QUENTE.....</b>	<b>136</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Esquema das esteiras assimétricas apresentando esteira larga, esteira estreita e escoamento de fenda inclinado [Alam et al., 2003]. .....	3
Figura 2.2 – Comportamento numérico das esteiras com a variação das razões de espaçamento entre cilindros, adaptado de Afgan et al., 2011. ....	5
Figura 2.3 – Sinal temporal experimental obtido com anemometria de fio quente para valores de velocidade apresentando trocas de modos biestáveis. ....	5
Figura 2.4 - Comportamento do número de Strouhal em relação ao espaçamento entre cilindros sobre bancos de tubo com arranjo quadrangular, adaptado de Blevins, 1990. ....	7
Figura 2.5 – Comportamento do número de Strouhal em relação ao número de Reynolds sobre cilindros simples, adaptado de Blevins, 1990. ....	8
Figura 2.6 - Comportamento do número de Strouhal em relação a posição do tubo lado a lado, adaptado de Blevins, 1990. ....	8
Figura 2.7 – Regiões de interferência entre cilindros, adaptado de Zdravkovich, 1997. ....	9
Figura 2.8 – Processo de formação e desprendimento do vórtice sobre um cilindro adaptado de Meneghini, 2002. ....	10
Figura 3.1 – Perfil de velocidade junto à uma parede sólida, adaptado de Souza et al., 2011. ....	37
Figura 3.2 – Espectro de energia das escalas resolvidas e modeladas [Freire et al., 2002]. ....	42
Figura 4.1 – Esquema do canal aerodinâmico utilizado nos experimentos, adaptado de Paula, 2008. ....	46
Figura 4.2 – Seção de testes vazia para obtenção dos perfis de velocidade e intensidade turbulenta. ....	47
Figura 4.3 – Posicionamento dos tubos na seção de testes experimental. ....	48
Figura 4.4 – Posição das tomadas de pressão ao longo da lateral do canal aerodinâmico com as dimensões em mm. ....	49
Figura 4.5 – Ilustração da furação utilizada na tomada de pressão ao longo da parede do canal aerodinâmico com as dimensões em milímetros. ....	49
Figura 4.6 – Esquema do sistema de aquisição de dados por anemometria de fio quente, adaptado de Dantec, 2004. ....	50

Figura 4.7 – Conjunto de posicionador para as sondas de fio quente a) posicionador do suporte da sonda de fio quente, b) movimentação em z [Traverstool, 2015] e c) mesa x e y [Bazus,2015].....	51
Figura 4.8 – Suporte de posicionamento de duas sondas simultaneamente na posição a) Vertical e b) Horizontal. ....	52
Figura 4.9 – Esquema de microfone condensador, adaptado de Brüel & Kjaer, 1982.....	53
Figura 4.10 – Posição dos microfones na seção de testes. ....	54
Figura 5.1 – Canal aerodinâmico vazio utilizado na solução numérica para comparativo dos perfis de velocidade na entrada. ....	58
Figura 5.2 – Dimensões do domínio computacional com cilindros imersos no escoamento...58	
Figura 5.3 – Domínio Computacional 3D com cilindros paralelos.....	59
Figura 5.4 –a) Detalhe das camadas de prismas inseridas na parede dos cilindros e b) Vista isométrica apresentando a malha com densidade no entorno dos cilindros. ....	60
Figura 5.5 – Posição dos pontos de monitoramento durante as simulações numéricas a) distribuição no domínio e b) quadro com as posições exatas.....	65
Figura 5.6 - Valores de energia cinética turbulenta para os pontos P1 à P7 obtidos com dados experimentais e numéricos. ....	66
Figura 5.7 – Relação $QI$ , Equação (5.12), de energia cinética turbulenta numérica e experimental nos pontos monitorados. ....	67
Figura 5.8 – Posição da linha onde são extraídos os valores para cálculo da energia cinética turbulenta, sendo apresentados os comprimentos previsto e executado.....	69
Figura 5.9 – Planos com linhas de corrente no instante 0,098s a) Simulação malha refinada e b) Simulação malha não refinada. ....	70
Figura 5.10 – Resultados da verificação de qualidade aplicando o método Celik et al., 2005.71	
Figura 6.1 – Perfis transversais na seção de testes ao longo da dimensão de 193 mm a) Velocidade média e b) Intensidade turbulenta. ....	72
Figura 6.2 - Queda de pressão ao longo da parede lateral no canal aerodinâmico comparando resultados numéricos com experimentais. ....	74
Figura 6.3 – Comportamento ao longo de 1s nos pontos P2 e P3 a) resultados obtidos na simulação LES, b) resultados obtidos com simulação $k\omega$ - SAS e c) resultados experimentais.....	76
Figura 6.4 – Aquisição de velocidades a) esteira estreita e b) esteira larga .....	77

Figura 6.5 – Contornos dos campos de velocidade na posição em 0,04m da base do canal aerodinâmico nas soluções a) URANS $k \omega$ - SAS e b) LES. ....	79
Figura 6.6 - Contornos dos campos de velocidade na posição em 0,09m da base do canal aerodinâmico nas soluções a) URANS $k \omega$ - SAS e b) LES. ....	79
Figura 6.7 - Contornos dos campos de pressão na posição em 0,04m da base do canal aerodinâmico nas soluções a) URANS $k \omega$ - SAS e b) LES. ....	80
Figura 6.8 - Contornos dos campos de pressão na posição em 0,09m da base do canal aerodinâmico nas soluções a) URANS $k \omega$ - SAS e b) LES. ....	81
Figura 6.9 – Densidades espectrais das séries temporais obtidas com a) Simulação numérica – LES, b) Simulação Numérica – URANS e c) Experimental. ....	82
Figura 6.10 – Quadros de linhas de corrente mostrando a evolução do escoamento sobre cilindros com malha grosseira .....	84
Figura 6.11 - Quadros de linhas de corrente mostrando o comportamento na esteira de 3,187 s até 3,197 s em uma simulação numérica com 3.700.000 volumes de malha e 0,001 s passo de tempo. ....	85
Figura 6.12 – Quadros de linhas de corrente apresentando mudança de modos na simulação URANS com plano em 0,073 m da base. ....	87
Figura 6.13 – Dados de velocidades monitorados na simulação numérica no Ponto 3 posicionado na esteira do cilindro esquerdo. ....	88
Figura 6.14 - Vistas isométricas do comportamento da esteira assimétrica sobre dois planos posicionados em diferentes alturas ao longo dos cilindros. O plano indicado em verde está posicionado a 0,02 m da base e o plano indicado em vermelho posicionado a 0,13 m da base. ....	89
Figura 6.15 – Posição das sondas para verificar experimentalmente a existência de biestabilidade não sincronizada ao longo dos tubos. ....	90
Figura 6.16 – Sinal de velocidade experimental para escoamento com $Re = 2,57 \times 10^4$ a) Adquirida pela Sonda 1 e b) Adquirida pela Sonda 2. ....	91
Figura 6.17 – Sinal de velocidade experimental para escoamento com $Re = 2,2 \times 10^4$ a) Adquirida pela Sonda 1 e b) Adquirida pela Sonda 2. ....	91
Figura 6.18 - Sinal de velocidade experimental para escoamento com $Re = 1,78 \times 10^4$ a) Adquirida pela Sonda 1 e b) Adquirida pela Sonda 2. ....	91

Figura 6.19 – Detalhes dos sinais de velocidade experimentais adquiridos com a sonda 1 (azul) e sonda 2 (vermelho) em escoamentos a) $Re = 2,57 \times 10^4$ e b) $Re = 1,78 \times 10^4$ ..	92
Figura 6.20 – a) Seção do sinal de velocidade com troca de modos durante 0,2 s e b) Coeficientes de correlação cruzada entre série de dados.....	93
Figura 6.21 - a) Seção do sinal de velocidade com troca de modos durante 0,3 s e b) Coeficientes de correlação cruzada sobre série de dados.....	94
Figura 6.22 – Quadros com linhas de corrente mostrando a evolução das esteiras atrás dos cilindros na posição 0,04m da base na simulação URANS do escoamento turbulento. ..	96
Figura 6.23 - Quadros com linhas de corrente mostrando a evolução das esteiras atrás dos cilindros na posição 0,09 m da base na simulação URANS do escoamento turbulento. .	97
Figura 6.24 - Quadros com linhas de corrente mostrando a evolução das esteiras atrás dos cilindros na posição 0,04 m da base na simulação numérica do escoamento com $Re = 167$ . ..	98
Figura 6.25 - Quadros com linhas de corrente mostrando a evolução das esteiras atrás dos cilindros na posição 0,09 m da base na simulação numérica do escoamento com $Re = 167$ . ..	99
Figura 6.26 - Área de influência da esteira e proximidade do cilindro. ....	101
Figura 6.27 - Inclinação do jato de fenda no escoamento turbulento em plano 0,09 m.....	101
Figura 6.28 - Inclinação do jato de fenda no escoamento laminar em plano 0,09 m. ....	102
Figura 6.29 – a) Vista superior da posição da sonda de fio quente na medição e b) sinal de velocidades adquirido na posição indicada com $Re = 2,2 \times 10^4$ . ....	103
Figura 6.30- Densidade espectral dos sinais de flutuação de velocidade no escoamento com $Re = 2,2 \times 10^4$ a) Série completa, b) Esteira larga e c) Esteira estreita. ....	104
Figura 6.31 – Sinais de velocidade ao longo do tempo na simulação numérica com $k-\omega$ - SAS a) P1 e b) P3. ....	106
Figura 6.32 – a) Posições das sondas, b) sinal de velocidade obtido entre os cilindros e c) sinal de velocidade obtido na esteira do cilindro. ....	106
Figura 6.33 – Séries de velocidade experimentais entre os cilindros a) Série 1e b) Série 2. .	107
Figura 6.34 –Densidade espectral dos sinais de flutuação de velocidades experimentais entre os cilindros a) Série 1e b) Série 2. ....	107
Figura 6.35 - Análise de ondaleta discreta sobre os sinais experimentais de velocidade entre os cilindros a) Série 1 e b) Série 2.....	108

Figura 6.36 – Densidade espectral das flutuações de pressão para canal aerodinâmico a) desligado - M1 e b) Sem cilindros M1, $Re = 2,2 \times 10^4$ .....	110
Figura 6.37 – Posições das sondas de fio quente na medição simultânea com os microfones. ....	110
Figura 6.38 – Sinais de flutuação de pressão e flutuação de velocidade adquiridos com a) o Microfone 1 e b) sonda 2.....	111
Figura 6.39 – Sinais de flutuação de pressão e flutuação de velocidade adquiridos com a) Microfone 2 e b) sonda 1.....	112
Figura 6.40 – Densidade espectral das flutuações de pressão adquiridas com o M1 e o M2..	112
Figura 6.41 – Flutuação de pressão no escoamento com $Re = 1,78 \times 10^4$ com sinal P1adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone 2. ....	114
Figura 6.42 – Ondaletas contínuas aplicadas as Flutuações de pressão no escoamento com $Re = 1,78 \times 10^4$ com sinal P1adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone 2. ....	115
Figura 6.43 – Níveis de ondaletas discretas no sinal da flutuação da pressão no escoamento com $Re = 1,78 \times 10^4$ a) adquirido com Microfone 1 e b) adquirido com Microfone 2. ....	116
Figura 6.44 – Flutuação de pressão no escoamento com $Re = 2,2 \times 10^4$ com sinal P1adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone 2.....	117
Figura 6.45 – Ondaletas contínuas aplicadas as Flutuações de pressão no escoamento com $Re = 2,2 \times 10^4$ com sinal P1adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone 2. ....	117
Figura 6.46 – Níveis de ondaletas discretas no sinal da flutuação da pressão no escoamento com $Re = 2,2 \times 10^4$ a) adquirido com Microfone 1 e b) adquirido com Microfone 2. ....	118
Figura 6.47 – Flutuação de pressão no escoamento com $Re = 2,57 \times 10^4$ com sinal P1adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone 2. ....	119
Figura 6.48 – Ondaletas contínuas aplicadas as Flutuações de pressão no escoamento de $2,57 \times 10^4$ para a) Microfone 1 e b) Microfone 2. ....	120
Figura 6.49 – Níveis de ondaletas discretas no sinal da flutuação da pressão no escoamento com $Re = 2,57 \times 10^4$ a) adquirido com Microfone 1 e b) adquirido com Microfone 2..	121
Figura B.1 - Dispositivo de calibração da sonda de fio quente, adaptado de Paula, 2013. ....	136
Figura B.2 – Curva característica de calibração. ....	139
Figura B.3 – Curva característica de erro na calibração.....	139

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Qualidade de Malha – Canal aerodinâmico Vazio.....	63
Tabela 5.2 – Qualidade de Malha – Canal aerodinâmico com tubos .....	64
Tabela 6.1 - Valores do número de Strouhal para diversas velocidades e em duas posições.	105
Tabela 6.2 - Valores do número de Strouhal obtidos de acordo com a pressão.....	113
Tabela A.1– Equipamentos e resoluções .....	132

## LISTA DE QUADROS

Quadro A-1– Erros associados aos dados experimentais.....	135
Quadro B-1– Planilha padrão de calibração .....	138

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CESUP	Centro Nacional de Supercomputação
CTA	Constant Temperature Anemometry
DES	Detached Eddy Simulation
DNS	Direct Numeric Simulation
DPIV	Doppler Particle Image Velocimetry
FFT	Fast Fourier Transform
GCI	Grid Convergence Index
LES	Large Eddy Simulation
LDA	Laser Doppler Anemometry
LMF	Laboratório de Mecânica dos Fluidos
PIV	Particle Image Velocimetry
PROMECC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
RMS	Root Mean Square
RANS	Reynolds Average Navier-Stokes
SAS	Scale Adaptive Simulation
SIMPLEC	Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations Consistent
SGMV	Systematic grid and model variation
SST	Shear Stress Transport
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
URANS	Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Romanas

$a$	Coeficiente de escala da ondaleta
$A_P$	Coeficiente da discretização sub índice indica direção análise (P, N, S, E, F e B)
$B$	Coeficiente de intercepção entre curvas de calibração
$B_e$	Largura de banda de frequência, Hz
$b$	Coeficiente de posição da ondaleta
$B(u')$	Função densidade probabilidade
$C_L$	Coeficiente de sustentação
$C_D$	Coeficiente de arrasto
$C_{xy}$	Coeficiente de correlação cruzada
$C_\psi$	Coeficiente de correlação ondaletas
$c_\mu$	Constante de viscosidade do modelo de turbulência
$C_{ij}$	Tensor cruzado
$c(x,t)$	Coeficiente dinâmico de grandezas resolvidas em LES
$c$	Constante fechamento modelo de turbulência
$d$	Diâmetro do cilindro, m
$D$	Condutância da difusão do escoamento
$E$	Tensão lida pela ponte de Wheatstone
$e$	Rugosidade
$E_{\text{corr}}$	Tensão corrigida, V
$E_p$	Constante empírica lei da parede
$\varepsilon$	Erro entre valores das variáveis monitoradas
$E_0$	Tensão na velocidade zero, V
$E_{0\text{corr}}$	Tensão corrigida da velocidade zero, V
$f_c$	Frequência de corte, Hz
$f_s$	Frequência de aquisição, Hz
$f$	Frequência, Hz
$F_1$	Constante relação do modelos de turbulência
$f_1$	Valores da variável monitorada GCI malha refinada

$f_2$	Valores da variável monitorada GCI malha mediana
$f_3$	Valores da variável monitorada GCI malha grosseira
$f^*$	Variável escalas submalha
$\tilde{f}$	Variável grandes escalas
$F$	Força de convecção do escoamento
$F_s$	Fator de segurança para soluções tridimensionais
$g(t)$	Função genérica
$g'$	Flutuação de uma função genérica
$\bar{g}$	Valor médio de uma função genérica
$G$	Filtro por volume grandes escalas
$\bar{G}$	Filtro escalas modelagem dinâmica sub-malha
$\hat{G}$	Filtro escalas sub-teste
$h$	Ordem de convergência GCI
$I$	Corrente, mA
$IT$	Intensidade turbulenta, %
$i$	Função imaginária
$J$	Constante lei da parede
$j$	Coefficiente de escala para a subamostra da ondaleta
$k_1^{res}$	Energia cinética resolvida malha 1 LES, $m^2/s^2$
$k_2^{res}$	Energia cinética resolvida malha 2 LES, $m^2/s^2$
$K$	Quarto momento das potências de velocidade – Kurtosis
$k$	Energia cinética turbulenta, $m^2/s^2$
$\kappa$	Constante de von Kármán, 0,41
$k_p$	energia cinética turbulenta na parede adjacente da célula centroide $P$
$l$	Tamanho do bloco da série de dados
$L$	Comprimento característico, m
$L_{vk}$	Comprimento de escala de von Kármán, m
$L_{ij}$	Tensor de Leonard
$L_m$	Dimensão medida com trena, mm
$M_{ij}$	Tensor sub-teste

$m$	Coefficiente de posição para a subamostra da ondaleta
$n$	Coefficiente de inclinação entre curvas de calibração
offset	Acréscimo de tensão executada nas medições com sonda de fio quente, V
$p$	Pressão, Pa
$\bar{p}$	Pressão média, Pa
$p'$	Flutuação de pressão, Pa
$P_d$	Pressão dinâmica, Pa
$p/d$	Razão de espaçamento entre cilindros
$p$	distância entre centros dos cilindros, m
$P$	Pressão atmosférica, Pa
$P_{xx}(a,b)$	Espectro ondaleta contínua
$P_k$	Taxa de produção da energia cinética
$P_{xx}(d,e)$	Espectro ondaleta discreta
$P^*$	Pressão estimada, Pa
$R_{xy}$	Correlação cruzada
$R_{xx}$	Autocorrelação
$Re$	Número de Reynolds, $[\bar{u}d / \nu]$
$R$	Conjunto dos números reais
$R_{ar}$	Constante específica do ar, J/kg.K
$R_i$	Variável de interesse para cálculo de incerteza
$r$	Razão entre malhas GCI
$s$	Valor absoluto da taxa de deformação no modelo de turbulência
$S_{ij}$	Tensor da taxa de deformação
$S_k$	Terceiro momento das potências de velocidade – skewness
$S$	Tensão de Reynolds anisotrópica
$St$	Número de Strouhal, $[fd / \bar{u}]$
$t$	Tempo, t
$T_{ar}$	Temperatura, K
$T$	Tensor de Reynolds
$T_{ij}$	Tensor de Reynolds sub-teste
$T_m$	Temperatura do meio, °C

$T_c$	Temperatura média durante a calibração, °C
$T_0$	Temperatura na velocidade zero, °C
$u_i$	Componente velocidade em notação indicial, m/s
$u_j$	Componente velocidade em notação indicial, m/s
$u$	Velocidade instantânea, m/s
$u'$	Flutuação de velocidade, m/s
$\bar{u}$	Velocidade média, m/s
$u^*$	Relação da tensão na parede e massa específica, m/s
$u^+$	Velocidade adimensional
$u^*$	Velocidade escalas submalha, m/s
$\tilde{u}$	Velocidade grandes escalas, m/s
$u_{\text{real}}$	Velocidade real da calibração, m/s
$U$	Velocidade calculada a partir dos coeficientes B e n
$y$	Direção da coordenada
$y_p$	Distância da parede adjacente da célula centroide P
$y^+$	Distância adimensional
$y^*$	Distância adimensional
$v'$	Flutuação da velocidade em y, m/s
$\nu_t$	Viscosidade turbulenta, m <sup>2</sup> /s
$\nu$	Viscosidade cinemática, m <sup>2</sup> /s
$x$	Direção da coordenada
$x(t)$	Função genérica
$x_i$	Componente direção em notação indicial, m
$x_j$	Componente direção em notação indicial, m
$x_i$	Variável primária no cálculo de incerteza
$w'$	Flutuação de velocidade em z, m/s
$z$	Direção da coordenada

### Letras Gregas

$\alpha$	Relação entre tamanho de malha no método GCI
$\Delta$	Tamanho do Filtro LES

$\tilde{\Delta}$	Comprimento característico sub-teste
$\bar{\Delta}$	Comprimento característico modelagem dinâmica sub-malha
$\delta x_i$	Incerteza da variável $x_i$
$\varepsilon$	Erro entre valores das variáveis monitoradas
$\phi_{xx}$	Espectro de potência de Fourier
$\phi_{xy}$	Densidade espectral
$\phi$	Propriedade da função de escala ondaleta
$\kappa$	Constante de von Kármán, 0,41
$\mu$	Viscosidade dinâmica, kg/ms
$\mu_t$	Viscosidade dinâmica turbulenta, kg/ms
$\pi$	Constante, 3,1415
$\psi$	Função ondaleta
$\rho$	Massa específica, kg/m <sup>3</sup>
$\tau_T$	Tensão total, Pa
$\tau_w$	Tensão na parede, Pa
$\tau_\omega$	Tensão de cisalhamento, Pa
$\tau$	Tempo de defasagem, s
$\tau_{ij}$	Tensor de Reynolds
$\sigma^2$	Segundo Momento - Variância
$\sigma_k$	Constante de difusão da energia cinética turbulenta
$\sigma_\Phi$	Constante de difusão do comprimento de escala de von Kármán
$\nabla$	Operador Laplaciano
$\omega$	Taxa de dissipação específica, 1/s
$\zeta_2$	Constante modelo $k\omega$ - SAS

# 1 INTRODUÇÃO

O escoamento sobre cilindros é um assunto muito tratado na literatura, principalmente nas análises do comportamento sobre um cilindro ou em banco de tubos. O interesse vem das diversas aplicações que a geometria possui, como chaminés, diques, estacas, linhas de transmissão e torres de resfriamento [Blevins, 1990]. A aplicação de diferentes configurações de tubos em trocadores de calor (resfriadores, evaporadores, condensadores) também é uma forte fonte de pesquisa nesta área, pois são equipamentos com alta solicitação mecânica e a melhoria em seu comportamento permite maior eficiência e até mesmo menores gastos com a fabricação de componentes e com manutenções.

Os detalhes dos escoamentos sobre cilindros foram relatados em diversas pesquisas ao longo dos anos, porém novos comportamentos, como a biestabilidade, foram observados, mas ainda permanecem com diversas características desconhecidas. No caso da biestabilidade, Kim e Durbin, 1988, apresentaram um estudo sobre dois cilindros posicionados lado a lado, no qual o escoamento apresentava diferentes médias de velocidade ao longo do tempo para os casos em que a distância entre centros dos cilindros era reduzida. Este comportamento, com o escoamento apresentando diferentes médias, está relacionado ao formato da esteira assimétrica e a alteração da média ocorre na troca de configuração da assimetria. A origem das trocas de modos não é conhecida e, por este motivo, muito pesquisadores estudam mais detalhadamente este tipo de escoamento. Meneghini, 2002, descreve em sua análise de escoamento sobre dois cilindros, que a interferência no escoamento é responsável por muitas alterações nas características de carregamentos fluidodinâmicos, principalmente quando mais de um corpo é colocado em uma corrente. Detalhes destes comportamentos vêm sendo apresentados nas pesquisas com cilindros e corpos de seção quadrada, aplicando dois ou mais corpos paralelos em análises experimentais e numéricas.

O uso das simulações numéricas para a avaliação e solução de problemas, assim como para a pesquisa, é cada vez mais comum, pois o acesso a computadores com alta capacidade de solução aumentou. Como esta é uma ferramenta geral e que possibilita o estudo de qualquer problema, torna-se de grande interesse. Apesar do grande acesso aos modelos numéricos para solução, os mesmos não se bastam para validação dos resultados, pois são muito dependentes das abordagens computacionais e da malha de volumes adotada. Precisa-se executar, então, a comparação com resultados de pesquisas experimentais para que as

soluções propostas sejam confiáveis. Muitas vezes não há aparato experimental disponível e, nestes casos, o uso de publicações com resultados de investigações experimentais é muito aplicado.

## 1.1 Motivação

O fenômeno da biestabilidade possui características muito interessantes e muitas delas ainda não completamente entendidas. Este desconhecimento dos mecanismos que agem nos escoamentos sobre dois cilindros posicionados lado a lado é a principal motivação do presente estudo, sendo que, a insciência das razões e dos meios do acontecimento do fenômeno biestável é o interesse central das análises. A utilização da razão de espaçamento  $p/d = 1,26$  está vinculada à utilização industrial deste espaçamento em trocadores de calor, onde o fenômeno em estudo possui impacto.

## 1.2 Objetivos

Os objetivos são avaliar os comportamentos do escoamento sobre dois cilindros posicionados lado a lado com razão de espaçamento  $p/d = 1,26$  aplicando método numérico e experimental com objetivos específicos de:

- Analisar o comportamento transiente do escoamento entre os cilindros e nas regiões de esteira para melhor entender o fenômeno biestável e os mecanismos envolvidos no mesmo.
- Avaliar numericamente a formação assimétrica das esteiras e inclinação do jato de fenda.
- Comparar as diferenças qualitativas e quantitativas geradas na implementação das soluções numéricas com LES e URANS e contrapor com resultados experimentais obtidos em canal aerodinâmico.
- Mensurar as ações das flutuações de pressão em pontos das esteiras para números de Reynolds entre 17000 e 26000.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Biestável é o conceito utilizado para descrever um fenômeno que, sobre as mesmas condições, apresenta comportamentos distintos de forma estável. Por este motivo, o comportamento dos escoamentos sobre cilindros, que apresentam dois patamares de médias de velocidades sob as mesmas condições, é chamado escoamento biestável.

A ocorrência do fenômeno da biestabilidade é diretamente dependente do espaçamento entre os cilindros, que é a relação das distâncias entre centros,  $p$ , e o diâmetro de um dos cilindros,  $d$ . O fenômeno é observado em espaçamentos  $1,1 \sim p/d \sim 2$ , nos quais ocorre a formação de esteiras assimétricas, conforme apresenta-se na Figura 2.1. Essa configuração possui uma esteira larga, uma esteira estreita e um escoamento de fenda inclinado e a biestabilidade é caracterizada pela troca de assimetria entre as esteiras sem razão aparente. A influência do número de Reynolds neste comportamento não é tão relevante, já que nos estudos efetuados por Alam *et al.*, 2003, Sumner, 2010, e por Xu *et al.*, 2003, o fenômeno acontece em baixos e altos números de Reynolds.

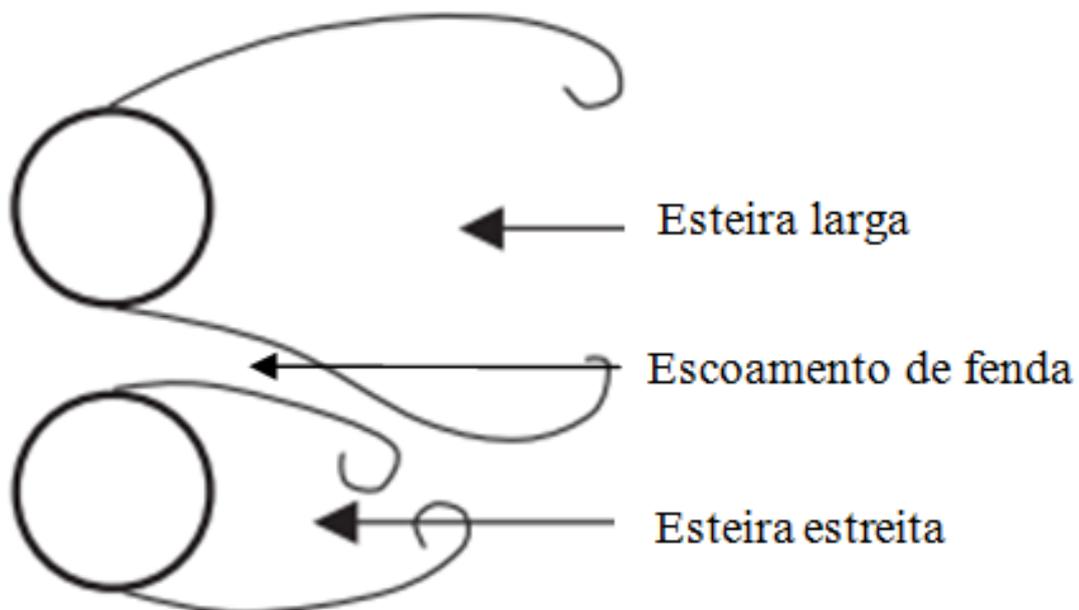


Figura 2.1 - Esquema das esteiras assimétricas apresentando esteira larga, esteira estreita e escoamento de fenda inclinado [Alam *et al.*, 2003].

No escoamento sobre cilindros alinhados lateralmente a assimetria de esteiras chama atenção, pois instintivamente dois corpos simétricos imersos em um escoamento com mesmas características devem resultar em esteiras simétricas, mas isto não ocorre. Zdravkovich, 1997, cita que o escoamento da fenda inclinado possui duas características paradoxais. A primeira delas é que o escoamento simétrico sobre os cilindros cria um escoamento assimétrico e que um escoamento uniforme gera um comportamento não uniforme e randômico. O autor sugere, ainda, dois estágios que levam para a inclinação e a mudança de lado de assimetria randômico. No primeiro estágio: a interferência acontece na fenda entre as camadas de cisalhamento que geram vórtices com sinal oposto. Como as camadas de cisalhamento estão na vizinhança nos cilindros com pouco espaçamento, eles mutuamente inibem o desprendimento dos turbilhões. Então, uma pequena deflexão no escoamento da fenda perturba o escoamento, uma das camadas cisalhantes se desprende e isto desencadeia o aumento da inclinação. O segundo estágio que o autor cita é que o mecanismo da troca intermitente da direção de inclinação pode estar relacionado com a deflexão inicial nas camadas de cisalhamento livre, externas aos cilindros. As camadas de cisalhamento separadas podem ser defletidas para o outro lado e o desprendimento inicial muda para aquela direção.

As faixas de relações de espaçamento em que o comportamento assimétrico é encontrado não é unânime na literatura, sendo que Zdravkovich, 1997, e Sumner, 2010, indicam a faixa entre  $1,1 \sim 1,2 < p/d < 2 \sim 2,2$  e Afgan *et al.*, 2011, destaca  $1,1 < p/d < 1,8$ . Opta-se pela aplicação das faixas de abrangência indicadas pelos autores, sendo que o importante são as características observadas, conforme apresenta-se na Figura 2.2, onde para cilindros com  $p/d = 1$  o comportamento é de um único corpo rombudo existindo apenas uma esteira. Para  $1,1 < p/d < 1,8 \sim 2,2$  existem duas esteiras com configurações distintas, apresentam característica assimétrica e a troca biestável. Para  $1,8 \sim 2,2 < p/d < 4$  verifica-se a presença de duas esteiras sem grande influência entre elas, mas ainda apresentando relação em fase ou anti fase e para  $p/d > 4 \sim 5$  não há interferência entre as esteiras dos cilindros.

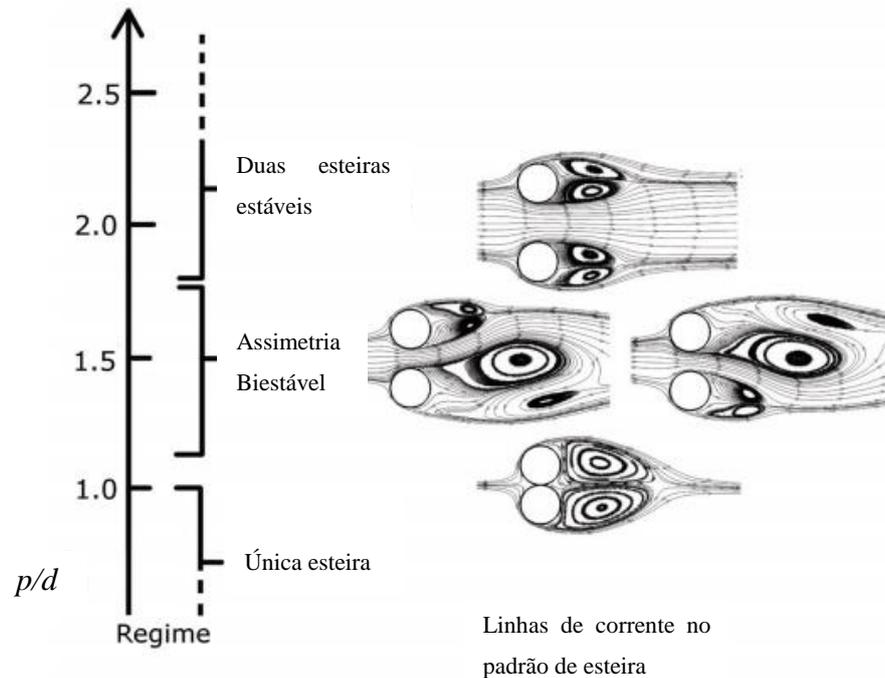


Figura 2.2 – Comportamento numérico das esteiras com a variação das razões de espaçamento entre cilindros, adaptado de Afgan *et al.*, 2011.

A biestabilidade é observada experimentalmente nos patamares com médias distintas ao longo de uma série temporal e podem ser observadas na Figura 2.3. Na qual o patamar com velocidade média em 4 m/s representa a esteira larga e o patamar com velocidade média em 10 m/s a esteira estreita. Na figura observa-se característica não periódica de troca de modos, onde identificam-se períodos longos e curtos entre as trocas, na mesma série temporal.

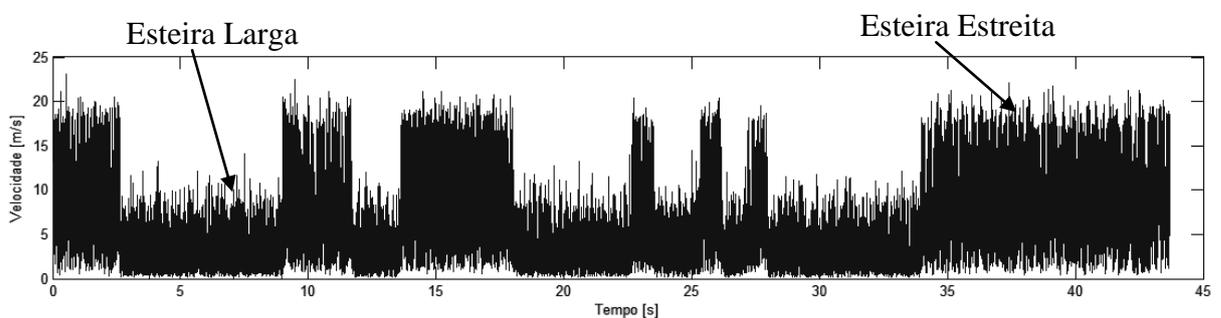


Figura 2.3 – Sinal temporal experimental obtido com anemometria de fio quente para valores de velocidade apresentando trocas de modos biestáveis.

O estudo do escoamento biestável é um assunto, relativamente, novo na pesquisa científica sendo que uma das primeiras análises de escoamento sobre cilindros utilizando visualização e anemometria de fio quente foi efetuada por Ishigai *et al.*, 1972, onde os autores não observam a biestabilidade, mas sim o comportamento assimétrico das esteiras para  $p/d = 1,25$ . Alguns anos depois, Ishigai e Nichikawa, 1975, publicaram um novo estudo com escoamento sobre uma linha de cilindros, uma coluna de cilindros e duas colunas de cilindros. O intuito foi observar a formação dos vórtices e os autores concluíram que a formação dos mesmos e a inclinação do escoamento da fenda são dependentes do espaçamento entre cilindros e do efeito Coanda, pois o mesmo descreve a tendência do escoamento em aderir à uma superfície curva e desviar a direção.

Alguns anos depois Zdravkovich, 1977, apresentou uma revisão dos estudos com escoamentos sobre cilindros. O mesmo é o primeiro a utilizar o termo biestável, referindo-se ao comportamento de mudança na direção do jato na região da fenda nos resultados apresentados por Ishigai *et al.*, 1972. Na revisão o autor mostra o comportamento das forças de arrasto e de sustentação para espaçamentos reduzidos entre cilindros.

Williamson, 1985, fez visualizações de escoamentos com baixos valores de  $Re$  sobre dois cilindros com razões de espaçamento entre 1 e 5. No estudo é apresentada a interferência entre as esteiras dos corpos, e a união das mesmas ao longo do escoamento atrás dos cilindros para baixas razões de espaçamento. Nas altas razões de espaçamento o comportamento independente das esteiras foi observado, mas com a ocorrência da sincronização das esteiras em mesmo sentido ou em sentido oposto.

Kim e Durbin, 1988, executaram o estudo experimental de escoamento sobre cilindros com anemometria de fio quente e apresentaram, pela primeira vez, o comportamento da série de velocidades com dois patamares distintos, característica da troca biestável espontânea. Os autores ligaram a troca de modos à alteração do campo de pressão atrás dos cilindros que gerou o desvio do escoamento da fenda e fez com que a assimetria fosse alterada. Aplicaram também uma placa entre os cilindros testando algumas posições, sendo que para alguns casos a chapa inibiu a troca biestável.

Blevins, 1990, apresentou um estudo sobre vibrações induzidas pelos escoamentos e entre outras abordagens o autor representou o comportamento dos números de Strouhal para diversas configurações de cilindros. Para o caso de escoamento em um banco de tubos com

distribuição retangular o autor apresentou um diagrama que leva em conta o espaçamento  $p/d$  dos tubos e a distância em relação ao tubo posterior, conforme Figura 2.4. O escoamento sobre um cilindro, conforme apresentado na Figura 2.5, mostra que para a faixa de  $Re = 10^3$  a  $10^4$  o valor do número de Strouhal fica entre 0,19 e 0,21. Se avaliarmos a relação entre  $p/d = 1,26$  e uma distância grande em relação ao segundo tubo posicionado atrás do mesmo, nesta configuração utilizando o maior espaçamento em relação ao tubo de trás obtém-se um  $St = 0,10$ . Além disto, o autor ainda apresenta um diagrama que mostra um cilindro fixo e o comportamento do número de  $St$  de acordo com a posição do segundo cilindro, apresentado na Figura 2.6. O valor do número de  $St$  do diagrama é para  $Re = 158 \times 10^4$  e para o  $p/d = 1,26$  os valores ficam entre 0,12 e 0,14, nas regiões de esteira próximos dos cilindros.

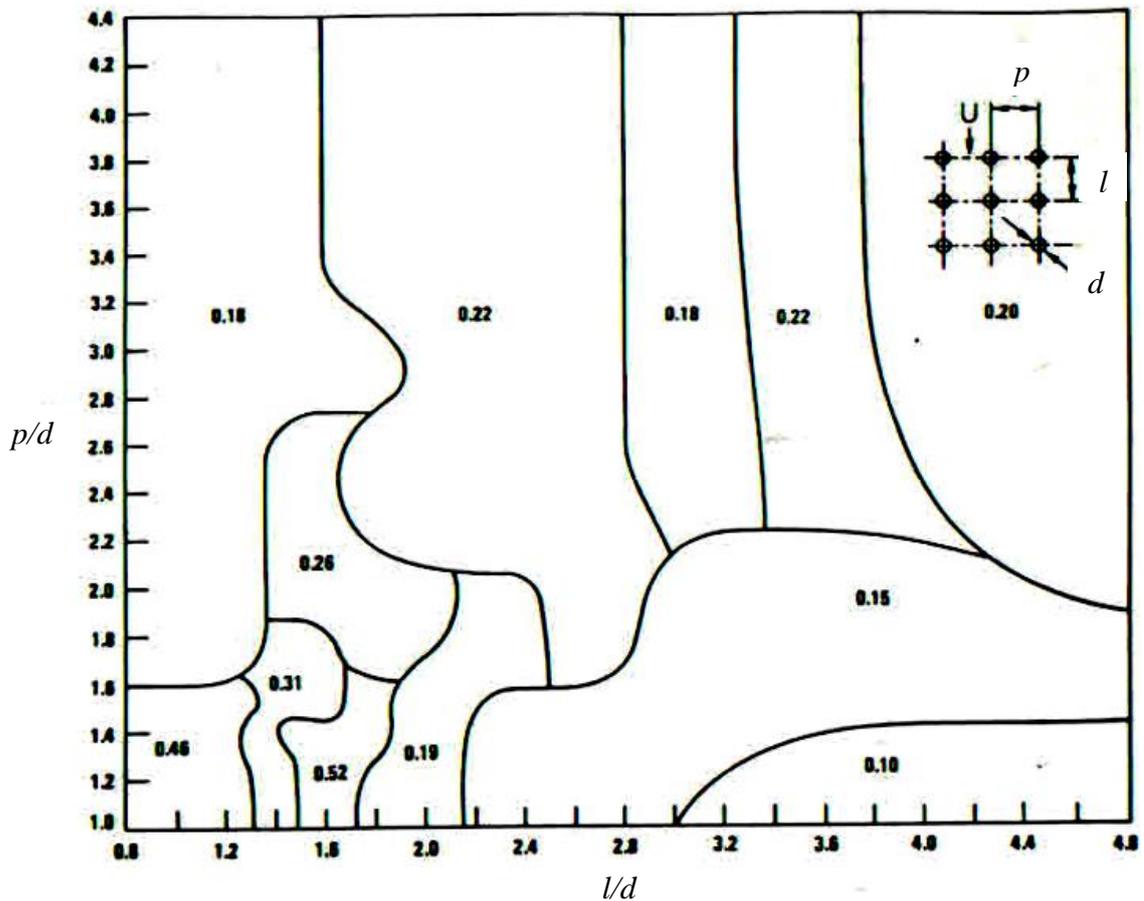


Figura 2.4 - Comportamento do número de Strouhal em relação ao espaçamento entre cilindros sobre bancos de tubo com arranjo quadrangular, adaptado de Blevins, 1990.



influência e por último a região sem interferências, sendo que para  $p/d = 1,26$  existe influência de proximidade e de esteira.

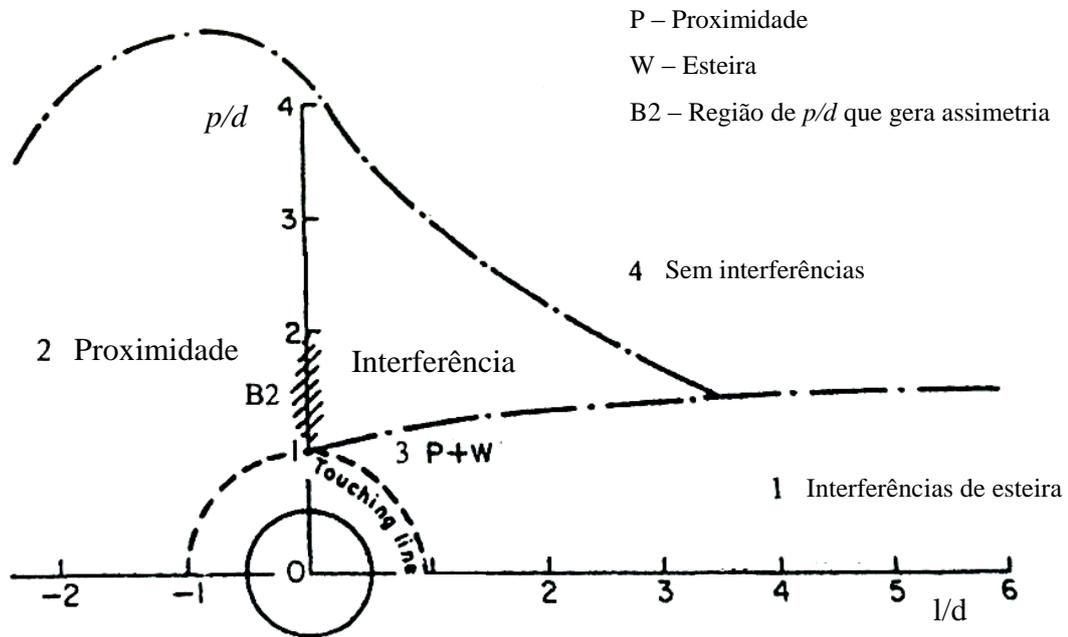


Figura 2.7 – Regiões de interferência entre cilindros, adaptado de Zdravkovich, 1997.

O modelo de despreendimento dos vórtices nos cilindros apresentado por Meneghini, 2002, descreve o mecanismo de geração de vórtices desenvolvido por Gerrard, 1966, que analisou e descreveu os mecanismos físicos envolvidos no fenômeno de formação de vórtices no escoamento ao redor de um cilindro. O modelo sugere influência entre as duas camadas cisalhantes na região da esteira do cilindro, formadas devido à separação da camada limite do corpo e constitui-se em um elemento decisivo no processo de formação dos vórtices da esteira.

A teoria descreve que o vórtice cresce recebendo circulação da camada cisalhante à qual está conectado. Depois de um determinado tempo o vórtice torna-se suficientemente intenso para atrair a camada cisalhante oposta. O fluido atraído, com vorticidade oposta, interrompe a alimentação do primeiro vórtice e então ele solta-se formando a esteira. Este modelo de Gerrard, 1966, é apresentado na Figura 2.8 com as linhas que demonstram os caminhos que as partículas de fluido da camada cisalhante podem seguir. No caminho *a* elas podem envolver-se com o vórtice em formação no lado oposto da esteira. No caminho *b* as partículas podem mover-se em direção a camada cisalhante oposta e causam a interrupção da alimentação de

circulação para os vórtices em formação. No caminho *c* elas podem voltar na direção da região da esteira próxima ao corpo e colaborar para a formação de um novo vórtice. O balanço da quantidade de fluido que segue cada um destes caminhos controla a frequência de geração e desprendimento de vórtices, a intensidade dos mesmos e a pressão na região posterior do corpo.

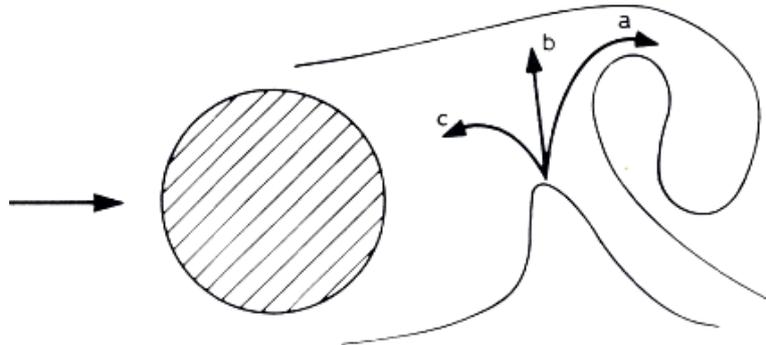


Figura 2.8 – Processo de formação e desprendimento do vórtice sobre um cilindro adaptado de Meneghini, 2002.

Guillaume e LaRue, 1999, executaram uma análise experimental, com anemometria de fio quente e visualização escoamentos sobre dois, três e quatro cilindros posicionados lado a lado. Os autores verificam que o comportamento do escoamento a jusante os casos com três e quatro cilindros difere do encontrado no escoamento a jusante de dois cilindros, pois as estruturas se alteram com a adição de cilindros. No mesmo ano Sumner *et al.*, 1999, executaram uma análise de escoamento cruzado sobre dois e três cilindros de mesmo diâmetro posicionados lado a lado. Os dados do escoamento são avaliados com visualização, anemometria de fio quente e PIV (Particle Image Velocimetry) para espaçamentos  $1 < p/d < 6$  em escoamento com  $Re = 500$  até  $Re = 3000$ . Neste estudo os autores não encontram biestabilidade, somente as características de um corpo, assimetria e corpos distintos dependendo do espaçamento entre cilindros. O não aparecimento do comportamento biestável foi vinculado com a razão de bloqueio, a razão de aspecto ou pequenos desalinhamentos entre os cilindros.

Endres e Möller, 2001, apresentaram um estudo experimental que mostra a análise do comportamento da pressão e da velocidade no entorno de um cilindro posicionado em um banco de tubos. São avaliados casos com arranjo retangular e triangular com  $p/d = 1,6, 1,26,$

1,16 e 1,05. Os autores verificaram que os valores RMS das flutuações de pressões se equivalem para os dois arranjos, sendo influenciados pelo  $p/d$  e a redução da razão de espaçamento tende a criar distribuições uniformes das flutuações de pressão na parede do cilindro. Os resultados dos espectros de potência com dados de pressão mostram que para os arranjos retangulares o mesmo padrão de decaimento de energia é encontrado, enquanto no arranjo triangular cada  $p/d$  apresenta um padrão diferente de decaimento.

Alam *et al.*, 2003, mostraram as características aerodinâmicas experimentais de um escoamento com dois cilindros posicionados lado a lado em um escoamento uniforme com  $Re = 5,5 \times 10^4$  e razões de espaçamento  $1,1 < p/d < 2,2$ . O foco do estudo é determinar as características das forças de arrasto e sustentação sobre os cilindros, frequências de esteira e fenômeno de troca biestável. No regime de escoamento biestável um terceiro modo de escoamento estável foi identificado, no qual o escoamento de espaçamento é orientado paralelamente ao escoamento principal e o número de St próximo ao obtido em um único cilindro. As forças de sustentação e de arrasto sofrem alteração de patamares durante as trocas biestáveis, sendo o coeficiente de arrasto maior no cilindro com esteira estreita e a força de sustentação menor.

No mesmo ano Chen *et al.*, 2003, apresentam a simulação numérica utilizando LES para cilindros dispostos lado a lado, com razão de espaçamento 3 e 1,7 submetidos a um escoamento com  $Re = 750$ . Os resultados mostraram simetria nas esteiras atrás dos cilindros para  $p/d = 3$  e para os resultados com  $p/d = 1,7$  as esteiras apresentaram assimetria, com uma esteira larga e a outra estreita.

Wang e Zhou, 2005, fizeram um estudo dos motivos que levam a inclinação do escoamento da fenda e citam três possíveis causas. A primeira é devido à proximidade dos dois cilindros e a forte interação entre os vórtices, que influenciam na deflexão do escoamento da fenda. A segunda razão relatada é a elevada quantidade de movimento, sendo que a base de pressão atrás do cilindro para onde o escoamento da fenda é defletido possui valores mais baixos que do outro cilindro. A terceira relação é que o desprendimento de vórtices do cilindro com esteira estreita é caracterizado por alta frequência e pouca força.

Olinto *et al.*, 2006, estudaram o fenômeno da biestabilidade em dois tubos lado a lado e em banco de tubos com arranjo retangular. Os autores apresentam os espectros de potência obtidos da velocidade para avaliação do fenômeno e encontram apenas uma frequência nas esteiras dos dois cilindros. No banco de tubos foi estudado o comportamento sobre o tubo

central e pôde ser observado o fenômeno de troca na amostragem transiente apresentada. A análise de ondaletas para caracterização de cada modo de biestabilidade foi aplicada e apresentada para diferentes faixas de energia em cada modo de esteira.

Alam e Zhou, 2007, apresentaram uma investigação experimental na estrutura de escoamento com o  $C_L$  utilizando dois cilindros alternando o espaçamento  $p/d = 1,1, 1,13$  e  $1,2$ , para entender a física por trás destes espaçamentos. Os autores aplicaram distribuições de pressão e o escoamento nas superfícies dos cilindros são medidas usando um transdutor de pressão e a técnica de visualização superfície do cilindro com óleo é empregada. Aplicando as avaliações os autores encontraram que duas estruturas de escoamento distintas ocorrem em  $p/d = 1,1$  e  $1,2$  e que o  $C_L$  apresenta uma mudança repentina. O escoamento de espaçamento em  $p/d = 1,1$  é altamente biestável, formando uma região de separação bem evidente nos dados. Em  $p/d = 1,2$  a região de separação é bem menor. Para o caso de  $p/d = 1,13$  existem dois tipos de mudanças descontínuas na estrutura do escoamento: uma é similar aos resultados para espaçamento  $p/d = 1,1$  e a outra aos resultados para  $p/d = 1,2$ , apresentando assim 4 modos de biestabilidade para  $C_L$ .

de Paula, 2008, descreve um estudo experimental acerca do fenômeno da biestabilidade em bancos de tubos de arranjo triangular submetidos a escoamento cruzado turbulento. São abordados os escoamentos sobre dois tubos dispostos lado a lado, três tubos e bancos de tubos que variam de uma a cinco fileiras com arranjo triangular e em todos os casos aplica  $p/d = 1,26$  e  $1,6$ . As medições das flutuações de velocidade em canal aerodinâmico utilizam a técnica de anemometria de fio quente e apresenta visualização do escoamento. O autor identifica o fenômeno da biestabilidade para dois tubos dispostos lado a lado, para três tubos em arranjo triangular e para duas fileiras de tubos.

Olinto *et al.*, 2009, apresentaram um estudo sobre a instabilidades em um banco de tubos com arranjo retangular e  $p/d = 1,26, 1,4$  e  $1,6$ . Os autores coletaram a velocidade e suas flutuações com anemometria de fio quente e relacionam com o ângulo do escoamento na fenda, o estudo também apresenta a visualização do escoamento em canal de água. As análises com decomposições de sinais em diferentes bandas de frequência, mostraram o fenômeno da biestabilidade. Os autores observam na análise que na parte superior do banco de tubos a esteira larga ocorre sobre um tubo enquanto na parte inferior o mesmo tubo apresenta esteira estreita. Outro detalhe encontrado no estudo é que uma vez assimétrico, o escoamento não faz trocas de modos nas esteiras a não ser que o escoamento seja parado e

reiniciado. No mesmo ano, o estudo numérico e experimental do escoamento sobre quatro cilindros em arranjo retangular foi apresentado por Lam e Zou, 2009, no qual utilizaram dados experimentais com DPIV e LDA e comparam com os resultados da simulação numérica em LES. Para casos experimentais com  $p/d = 1,5, 2,5, 3,5$  e  $5$  e numéricos para  $p/d=1,5$  e  $3,5$  com  $Re = 11000$ ,  $Re = 15000$  e  $Re = 20000$ . Os resultados mostram boa relação nas comparações e o comportamento biestável é verificado na segunda fileira de tubos.

Gao *et al.*, 2010, executaram uma análise experimental com escoamento sobre cilindros com diferentes diâmetros posicionados lado a lado utilizando PIV. Um cilindro com 8 mm e o outro com 12 mm, foram posicionados em um canal com água, nos quais são testados valores de  $Re = 1200$  até  $Re = 4800$ . O fenômeno biestável foi verificado e os autores concluem que quando a velocidade atinge um valor limite, o estado de equilíbrio é destruído. Desta forma o fenômeno de mudança de direção do escoamento da fenda ocorre, a energia turbulenta é redistribuída e um novo estado de equilíbrio acontece. Os autores salientaram que as características dos vórtices para  $Re = 1200$  são diferentes daquelas para  $Re = 2400$  e  $Re = 4800$ , sendo que o comprimento formação de vórtices diminui com o aumento do número de Reynolds.

Sumner, 2010, executou uma revisão bibliográfica para escoamento sobre dois cilindros infinitos de igual diâmetro imersos em regime permanente para as configurações lado a lado, alinhados e inclinados. Na sua análise o autor abordou os padrões de esteira, efeitos do número de Reynolds, comportamento e estrutura de esteiras intermediárias, os efeitos das forças de arrasto e sustentação e os números de Strouhal. O estudo contemplou diversas razões de espaçamento entre os cilindros, sendo que para cada caso o autor mostra as características de interesse. No estudo do autor o mesmo não encontrou biestabilidade, apenas o comportamento assimétrico da esteira e acreditou ser influência do aparato experimental utilizado.

Alam *et al.*, 2011, executaram um estudo do escoamento sobre corpos quadrados, variando o  $p/d$  entre 1,02 e 6. A análise experimental foi executada em  $Re = 4,7 \times 10^4$  aplicando anemometria de fio quente, PIV, célula de carga e visualização com laser fluorescente. O estudo analisou as forças de arrasto e sustentação para os vários  $p/d$ , além de verificar comportamento das esteiras, números de Strouhal e a comparação com os valores obtidos na literatura para dois cilindros lado a lado nas mesmas configurações. Os autores encontraram algumas diferenças nos resultados dos corpos quadrados em relação aos

redondos, como a abrangência da relação de espaçamento onde ocorre comportamento assimétrico, sendo que para corpos quadrados ocorre para  $1 < p/d < 3$ . Outro ponto de grande divergência foi a força de sustentação ser repulsiva para cilindros e atrativa para corpos quadrados. No mesmo ano Afgan *et al.*, 2011, estudaram numericamente o escoamento entorno de cilindro simples e também dois cilindros posicionado lado a lado. Os casos foram resolvidos utilizando LES, com constante de Smagorinsky dinâmica. Os cilindros lado a lado foram testados para  $p/d$  entre 1 e 5 com  $Re = 3000$ . Para razões de espaçamento intermediárias, múltiplas frequências de desprendimento foram detectadas com um escoamento de fenda defletido. Este comportamento foi consistente comparado com medições experimentais, assim como as relações de força de arrasto e força de sustentação.

de Paula *et al.*, 2012, descreveram o estudo experimental efetuado por medições com anemômetro de fio quente em canal aerodinâmico e visualizações de escoamento em canal de água. O banco de tubos testado teve razões de espaçamento de 1,26 e 1,6, e  $Re = 7,5 \times 10^3$  e  $Re = 4,4 \times 10^4$ . Os resultados mostraram estabilidade padrão na esteira depois da primeira fileira de cilindros e as visualizações mostraram que o escoamento que surge do espaçamento entre os cilindros e forma jatos coalescentes. Depois de duas fileiras de tubos o escoamento apresenta uma componente vertical transversal. Para  $p/d = 1,26$ , a direção do escoamento muda em intervalos irregulares. Para  $p/d = 1,6$ , a esteira padrão é estável. As características do escoamento turbulento pela terceira, quarta e quinta colunas de tubos parecem similares, onde o espaçamento apresenta uma rápida troca de um lado para outro.

de Paula e Möller, 2013, apresentaram um estudo experimental do fenômeno de biestabilidade em um escoamento turbulento sobre dois tubos posicionados lado a lado. As séries temporais da velocidade axial e transversal, obtidas com a técnica de anemometria de fio quente em um canal aerodinâmico, foram aplicadas em um modelo de mistura finita, para classificar os dados observados de acordo com a família de função de densidade probabilidade. Apesar do fenômeno da turbulência ser tridimensional a visualização de escoamento mostrou um escoamento predominantemente bidimensional.

de Paula, 2013, mostrou um estudo acerca dos principais parâmetros que caracterizam o fenômeno da biestabilidade em dois tubos dispostos lado a lado submetidos a escoamento cruzado turbulento. A técnica experimental da anemometria de fio quente em canal aerodinâmico foi aplicada na medição das flutuações de velocidade do escoamento após os tubos. As séries temporais obtidas são utilizadas como dados de entrada para determinação

das funções densidade de probabilidade usando um modelo de mistura finita, de acordo com uma função  $t$  de *Student* assimétrica e com o auxílio do método de Monte Carlo. Transformadas de ondaletas discretas e contínuas são aplicadas na filtragem das séries temporais para determinadas bandas de frequências e na análise do conteúdo de energia destes sinais. Através de conceitos de sistemas caóticos, é realizada a reconstrução do atrator do problema pelo método dos atrasos temporais, a partir das séries experimentais de velocidade. Os resultados mostram a existência de dois patamares distintos de velocidade média nas séries temporais, correspondentes aos dois modos do escoamento, cada qual com números de Strouhal e funções densidade de probabilidades distintas. Reconstruções da trajetória filtrada das séries temporais para determinadas bandas de frequências apresentam características caótico-determinísticas.

Alam e Zhou, 2013, estudaram as estruturas intrínsecas do escoamento sobre corpos quadrados posicionados lado a lado investigando diversos dos comportamentos, como a troca de modos, o comportamento assimétrico das esteiras, estabilidades, os vórtices da fenda e a imersão de duas esteiras em uma. A análise experimental utiliza visualização com  $Re = 300$  e anemometria de fio quente para  $Re = 4,7 \times 10^4$ . Na análise dos autores sobre a evolução da esteira após os corpos, os mesmos encontram uma correlação polinomial para  $p/d > 1,2$ , com a qual se calcula a dependência entre  $p/d$  e a distância crítica após o escoamento onde as esteiras transformam-se apenas em uma. O escoamento inclinado foi vinculado a dois vórtices de sinais opostos que agem como gêmeos e tenderam a mover-se juntos gerando uma região de baixa pressão devido ao mesmo sinal e assim as velocidades altas entre os vórtices agem para mantê-los juntos. O mecanismo que torna duas esteiras em uma é descrito como uma interação dos vórtices gêmeos com os vórtices da corrente livre lateral. Quanto à troca de modos das esteiras e também a mudança do comportamento em fase e anti-fase em duas esteiras, são vinculados a mudança de deslocamento de fase entre os dois vórtices gêmeos da fenda e isto dispara a troca.

Oruç *et al.*, 2013, executaram um estudo experimental com visualizações de tinta e PIV em canal de água considerando águas rasas, onde os autores adicionam uma placa entre os dois cilindros com diversos comprimentos e constatam que a assimetria deixa de existir ao empregar placas com relação  $L/d > 3$  e que nos casos com valores menores que isto, a assimetria persiste. Nas avaliações com placa  $L = d$  e  $L = 2d$  as esteiras continuam com assimetria, pois estas configurações ainda permitem a interação entre os vórtices. A partir da

placa com  $L = 3D$  ocorre simetria nas esteiras, pois as interações entre as esteiras acontecem quando os vórtices já estão em dissipação.

Lopez, 2014, apresenta um estudo numérico que considera um domínio com dois cilindros dispostos lado a lado e compara modelos matemáticos para solução, o  $k\omega$  - SST e o  $k\omega$  - SAS-SST. As análises para as relações de espaçamento  $p/d = 1,26, 1,6$  e  $2$  são efetuadas em regime transiente. Para a definição do melhor modelo o autor faz a comparação do coeficiente de pressão, coeficiente de arrasto e coeficiente de sustentação. Nos resultados o autor ressalta que os coeficientes de pressão obtidos numericamente são similares aos de literatura para ambos os modelos, mas que os valores obtidos com modelo  $k\omega$  - SAS-SST se aproximam mais dos valores experimentais comparativos. As simulações mostram o fenômeno da biestabilidade com  $p/d = 2$ .

Keogh; Meskell, 2015, descrevem a análise experimental efetuada sobre bancos de tubos com arranjo triangular e espaçamento  $p/d = 1,375$ . A análise levou em conta os dados de pressão obtidos na parede da seção de testes e de dois cilindros instrumentados com diversas tomadas de pressão, além disto, utilizam PIV para captura de imagens do escoamento. O estudo abrangeu  $Re = 0,63 \times 10^4$  até  $Re = 1,27 \times 10^4$ . Os autores verificaram que em certos escoamentos os sinais de pressão de cada cilindro instrumentado apresentam alta correlação, eles também concluíram que em certas velocidades o comportamento da pressão muda, resultando na ocorrência de um escoamento biestável pelo banco de tubos e opera em um arranjo tridimensional que muda com o modo do campo do escoamento.

No presente trabalho comparações do comportamento biestável nos resultados numéricos e experimentais são executadas, com o intuito de melhor entender os mecanismos de geração do fenômeno na região da esteira e entre os cilindros. Os comparativos são feitos com dados de velocidade, valores de flutuação de pressão e linhas de corrente sobre os cilindros em escoamentos com números de Reynolds que variam entre 17000 e 26000. Para melhor entendimento da formação assimétrica, característica da proximidade dos cilindros, estuda-se numericamente os instantes iniciais do escoamento turbulento com  $Re = 22000$  e para um caso laminar com  $Re = 167$ . As comparações entre os resultados numéricos e experimentais são executadas aplicando duas abordagens na solução numérica, LES e URANS, e estas comparadas com os resultados experimentais, obtidos no canal aerodinâmico. Nas avaliações dos resultados experimentais utilizam-se abordagens estatísticas como análise por transformada de Fourier e transformada de ondaletas.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

O escoamento incompressível, seja laminar ou turbulento, é governado pelas equações de Navier-Stokes, porém a solução exata destas equações só é possível para escoamentos laminares ou com baixos valores de Re. As equações governantes do escoamento são a equação da conservação de massa, Equação (3.1) e a equação da quantidade de movimento, Equação (3.2), apresentadas em notação indicial.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.2)$$

Além da solução das Equações de Navier-Stokes que utilizam variações de velocidade, a aplicação da equação do campo de pressão também é muito utilizada na caracterização dos escoamentos e entendimento dos processos dinâmicos, sendo definida pela equação de Poisson indicada em Silvestrini e Möller, 2004,:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = -\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (3.3)$$

Para possibilitar a solução das equações aplicam-se métodos numéricos, devido às características não lineares apresentadas na equação da quantidade de movimento. Pode-se aplicar diversos métodos para solução de problemas em escoamentos turbulentos, através de vários níveis de aproximação, adotando-se maior ou menor detalhamento das características do escoamento. Para resolver problemas de turbulência, existem diversos métodos disponíveis e pode ser dividida nos seguintes campos segundo Mansur e Silveira Neto, 2010:

- Simulação Numérica de Escoamentos Turbulentos via Equações de Média de Reynolds – RANS: É o método com procedimento estatístico mais tradicional, onde somente as propriedades médias das quantidades são calculadas na solução das equações de

conservação, enquanto que as flutuações turbulentas que representam efeitos das menores escalas são modeladas por correlações empíricas ou semi empíricas. As equações da técnica RANS são obtidas através de um conjunto de médias no tempo das equações de Navier-Stokes. O elemento crítico da modelagem RANS é a representação das tensões de Reynolds que descrevem os efeitos das flutuações turbulentas nos campos médios de pressão e velocidades [Mansur e Silveira Neto, 2010].

- Simulação de Grandes Escalas – LES: Este método resolve as grandes escalas e modela as pequenas escalas da turbulência. A premissa é que as grandes escalas são diretamente afetadas pelo domínio e pelas condições de contorno e precisam ser calculadas. As pequenas escalas podem ser consideradas isotrópicas que possuem características universais e mais facilmente modeladas [Wilcox, 1994].

- Simulação de Escalas Desacopladas – DES: É uma fusão entre os métodos RANS e LES. Este método combina a precisão de simulação do método LES dentro da região de separação para estruturas com vórtices e a eficiência dentro de uma camada limite do RANS. O método DES possui habilidade para melhor resolver o escoamento e a separação [Mansur e Silveira Neto, 2010].

- Simulação Numérica Direta – DNS: É uma solução das equações de Navier-Stokes que resolve todas as escalas espaciais e temporais do escoamento. As equações de Navier-Stokes tridimensionais e transientes são resolvidas sem modelagem, em malhas bastante refinadas com passos de tempo bem pequenos, a fim de capturar todas as escalas turbulentas. Em DNS as equações de Navier-Stokes são discretizadas diretamente e resolvidas numericamente, entretanto uma vez que a turbulência é qualificada por um grande número de escalas temporais e espaciais, as quais aumentam rapidamente com o número de Reynolds, a simulação DNS torna-se inviável do ponto de vista prático e os modelos RANS, DES e LES tornam-se as melhores alternativas de predição numérica até o momento [Mansur e Silveira Neto, 2010].

Para as análises experimentais de escoamentos turbulentos e algumas abordagens numéricas como o RANS aplica-se a decomposição de Reynolds, conforme descrito em Tennekes e Lumley, 1972,, como abordagem de solução, onde considera-se que toda a variável é formada por uma componente média e uma componente de flutuação:

$$g(t) = \bar{g} + g'(t) \quad (3.4)$$

onde  $g$  é uma variável genérica do escoamento turbulento,  $\bar{g}$  o valor médio no tempo e  $g'$  a flutuação em relação ao valor médio. Ao aplicar a decomposição de Reynolds nas equações de balanço de massa e quantidade de movimento chega-se a:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} \quad (3.6)$$

A aplicação da decomposição de Reynolds gera um novo termo,  $-\rho \overline{u'_i u'_j} = T$ , que é denominado tensor de Reynolds e é simétrico, gerando um problema de fechamento, pois existem mais incógnitas que equações para solução.

A decomposição de Reynolds também é aplicada à equação de Poisson, Equação (3.3), resultando na equação da flutuação de pressão, apresentada em Silvestrini e Möller, 2004, que é relacionada às flutuações de velocidade em diversos pontos do campo de escoamento:

$$\nabla^2 p' = -2\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial^2 (u'_i u'_j)}{\partial x_i \partial x_j} + \rho \frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3.7)$$

As análises numérica e experimental possuem, no geral, diferentes abordagens, devido ao tratamento numérico e estatístico dos dados, mas em alguns casos a mesma análise é aplicada. Na seção 3.1 abaixo são descritas as abordagens experimentais e na seção 3.2 as abordagens numéricas adotadas.

### 3.1 Modelagem Matemática Experimental

A abordagem experimental é estatística, onde utilizam-se os sinais de velocidade, flutuação de pressão. Nas análises de sinais obtidos pelos instrumentos de medição aplicam-se avaliações no domínio tempo, frequência e tempo – frequência. Para todas as avaliações experimentais executa-se a análise de incerteza associada e a mesma é descrita no Apêndice A.

#### 3.1.1 Domínio do Tempo

Inicialmente aplicam-se às séries a análise de tempo, onde o cálculo da média da série coletada é executado com a Equação (3.8), conforme descrito em Silvestrini e Möller, 2004, e então se aplica a decomposição de Reynolds relacionando a série original de velocidade com a média, Equação (3.9).

$$\bar{u} = \frac{\sum u}{n} \quad (3.8)$$

$$u' = u - \bar{u} \quad (3.9)$$

onde  $u$  é a velocidade instantânea da série temporal em m/s,  $u'$  é a flutuação de velocidade em m/s e  $n$  o número de eventos da amostra de dados.

A análise das quantidades de flutuações é feita considerando que a média é estatisticamente permanente, hipótese de ergodicidade. Espera-se que a média de saída do circuito seja proporcional a uma janela de flutuações assumida, com a qual se define a função densidade probabilidade  $B(u')$ . Como a função é uma fração de tempo ela é sempre positiva e a soma de todos os valores da função precisa ser 1. Considerando as ondas senoidais a função resulta na expressão para uma função genérica  $x(t)$ :

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x(u')B(u')du' \quad (3.10)$$

Os valores médios de várias potências de  $u'$  são chamados de momentos [Tennekes e Lumley, 1972]. O primeiro momento é definido como a média temporal das flutuações e é zero. A média quadrática das flutuações de velocidade,  $\sigma^2$ , é chamada de variância ou segundo momento e é calculado, conforme Equação (3.11). O valor de  $\sigma^2$  não é afetado pela assimetria na distribuição da função densidade probabilidade e  $B(u')$  é escrito como a soma das partes simétricas. A amplitude pode ser obtida aplicando  $\sqrt{\sigma^2}$ .

$$\sigma^2 = \overline{u'^2} = \int_{-\infty}^{\infty} u'^2 B(u') du' \quad (3.11)$$

O terceiro momento, ao contrário do segundo, depende apenas da parte assimétrica da função, sendo que se  $B(u')$  é simétrico  $\overline{u'^3} = 0$ , é definido de acordo com a Equação (3.12). O terceiro momento torna-se adimensional por  $\sigma^3$ , gerando um parâmetro de assimetria da função chamado *Skewness* (assimetria), conforme Equação (3.13).

$$\overline{u'^3} = \int_{-\infty}^{\infty} u'^3 B(u') du' \quad (3.12)$$

$$S_k = \frac{\overline{u'^3}}{\sigma^3} \quad (3.13)$$

O quarto momento representa a planicidade da função e é definido conforme Equação (3.14), porém, assim como para o terceiro momento, torna-se o valor adimensional e obtém-se um parâmetro de planicidade chamado *Kurtosis* ou *Flatness* (achatamento). O resultado da Equação (3.15) apresenta um valor alto se a função é espalhada e um valor baixo se a função for concentrada.

$$\overline{u'^4} = \int_{-\infty}^{\infty} u'^4 B(u') du' \quad (3.14)$$

$$K = \frac{\overline{u'^4}}{\sigma^4} \quad (3.15)$$

### 3.1.2 Domínio da frequência

Conforme Möller, 2000, a análise de Fourier é uma ferramenta valiosa para o estudo de fenômenos e processos aleatórios e muito aplicada nas análises de escoamentos turbulentos. Para avaliar as séries de dados coletadas, é obtido o espectro de potência de Fourier, que representa a variação do valor quadrático médio da função  $x$  com a frequência  $f$ , em um período  $T$ , para uma banda de frequência  $B_e$ , em um tempo  $t$ , conforme Equação (3.16).

$$\phi_{xx}(f) = \frac{1}{B_e T} \int_0^t x^2(f, t, B_e) dt \quad (3.16)$$

O espectro de potência é obtido usando a transformada rápida de Fourier, onde normalmente é apresentado em escala logarítmica. No estudo estatístico de séries de velocidade aplica-se o mesmo, pois permite verificar em séries ergódicas, a predominância de picos de frequências nos fenômenos do escoamento monitorado.

No espaço de Fourier se define a densidade auto espectral como a transformada de Fourier da função de auto correlação  $R_{xx}$ , definida como o valor médio do produto desta função em um tempo,  $t$ , com o seu próprio valor a um tempo defasado  $t + \tau$ . Considerando duas séries genéricas no tempo,  $x$  e  $y$ , pode-se definir a função de correlação cruzada pela Equação (3.17).

$$R_{xy} = \overline{x(t)y(t+\tau)} \quad (3.17)$$

Os resultados das correlações nem sempre apresentam um grande significado desta forma, pois os valores ficam dependentes da série. Por este motivo utiliza-se a normalização da correlação que é chamado de coeficiente de correlação e fica entre -1 e 1 e possibilita a comparação de dados de forma mais eficiente, sendo que dados 100 % correlatos possuem

coeficiente de correlação iguais a 1, se não há correlação o coeficiente é igual a zero e se há correlação negativa existe mudança de fase.

$$C_{xy} = \frac{\overline{x(t)y(t+\tau)}}{\sqrt{\overline{x^2}}\sqrt{\overline{y^2}}} \quad (3.18)$$

A densidade espectral pode ser obtida por uma função complexa que relaciona correlação, frequência e defasagem descritas na Equação (3.19).

$$\phi_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.19)$$

Para a verificação da qualidade na densidade espectral é necessário que o tempo  $t$  da série seja adequado e para isto, utilizam-se dois parâmetros: a largura de banda de frequências,  $B_e$ , e o erro médio estatístico na determinação da densidade espectral,  $E$ . A largura de banda é obtida com a Equação (3.20). O valor de  $l$  é o tamanho do bloco em que será dividida a série de dados, sendo que a mesma deve ser diádica e sobre cada bloco é aplicada uma janela espectral e então a FFT é aplicada em cada bloco.

$$B_e = \frac{f_s}{l} \quad (3.20)$$

Para a obtenção da largura de banda,  $B_e$ , utiliza-se a frequência de aquisição escolhida que considera o intervalo de tempo entre a obtenção dos dados, conforme Equação (3.21). Esta frequência precisa ser compatível com o fenômeno em estudo, nos casos em análise aplicam-se as frequências de aquisição de 1 e 3 kHz.

$$f_s = \frac{1}{\Delta t} \quad (3.21)$$

Outra consideração importante é a frequência de corte, que consiste na filtragem de frequência passa baixa, para evitar o dobramento das frequências no espectro e a avaliação

equivocada dos resultados. A frequência de corte teórica, chamada de Nyquist, é a metade da frequência de aquisição de dados, mas como a ação do filtro não é de corte total utiliza-se a relação 1/3 da  $f_s$ .

$$f_c = \frac{1}{3} f_s \quad (3.22)$$

Na aplicação da transformada rápida de Fourier existe uma relação entre a largura de banda e o tamanho da série que determina o erro médio estatístico do espectro e é representado pela Equação (3.23).

$$E = (B_e t)^{-1/2} \quad (3.23)$$

### 3.1.3 Modelagem matemática para caracterização do escoamento

As medições de velocidade de corrente livre no canal aerodinâmico são executadas com o tubo de Pitot ligado ao manômetro eletrônico e este ao multímetro de bancada, conforme descrito na seção 4.1. A partir da pressão dinâmica obtida com o manômetro calcula-se a velocidade média da corrente livre.

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{2P_d}{\rho}} \quad (3.24)$$

sendo  $\bar{u}$  a velocidade média da corrente livre em m/s,  $P_d$  a pressão dinâmica em Pa e  $\rho$  a massa específica do ar em kg/m<sup>3</sup>.

A massa específica do ar é obtida a partir da pressão e temperatura medidas durante a aquisição de dados, utilizando a equação dos gases ideais.

$$\rho = \frac{P}{R_{ar} T_{ar}} \quad (3.25)$$

com  $P$  a pressão atmosférica em Pa,  $R_{ar}$  a constante específica do ar em J/kg.K e  $T_{ar}$  a temperatura em K.

Depois da conversão dos dados de tensão coletados com as sondas para velocidades utilizando os resultados da calibração, procedimento indicado no Apêndice B, aplicam-se as análises estatísticas para verificar as características do escoamento. As séries utilizadas em todas as avaliações estatísticas são diádicas.

Para entendimento das condições de contorno do canal aerodinâmico obtém-se o perfil de intensidade turbulenta na entrada da seção de testes, aplicando a Equação (3.26), onde considera-se o comportamento isotrópico das flutuações de velocidade.

$$IT = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{\bar{u}} \quad (3.26)$$

O comprimento característico,  $L$ , é obtido pela Equação (3.27), onde a frequência  $f$  utilizada é a do pico com maior energia, obtida pela transformada rápida de Fourier aplicada ao sinal de velocidade.

$$L = \frac{\bar{u}}{2\pi f} \quad (3.27)$$

Para o comparativo das condições de contorno e dos resultados da simulação numérica utilizando LES e resultados experimentais, calcula-se a energia cinética turbulenta  $k$ . Quando há disponibilidade das três componentes da flutuação,  $u'$ ,  $v'$  e  $w'$ , utiliza-se a Equação (3.28) e para os casos onde considera-se as componentes da flutuação com comportamento isotrópico utiliza-se a Equação (3.29).

$$k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (3.28)$$

$$k = \frac{3}{2}\overline{u'^2} \quad (3.29)$$

A viscosidade cinemática é obtida com a Equação (3.30) aplicando os valores de massa específica encontrados com as Equação (3.25) e a viscosidade específica do ar,  $\mu$ , na temperatura medida durante a aquisição de dados.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.30)$$

A caracterização do escoamento é baseado no número adimensional de Reynolds,  $Re$ , que permite a comparação com dados da literatura.

$$Re = \frac{\bar{u}d}{\nu} \quad (3.31)$$

com  $d$  equivalente ao diâmetro de um dos cilindros em m.

O número de Strouhal,  $St$ , é um parâmetro importante relacionado ao desprendimento de vórtices, muito utilizado se tratando de escoamento sobre cilindros e é definido por:

$$St = \frac{fd}{u} \quad (3.32)$$

onde  $f$  é a frequência de desprendimento predominante encontrada no espectro de potência.

A razão de bloqueio é obtida com

$$r = \frac{2da}{A} \quad (3.33)$$

sendo  $d$  diâmetro do cilindro em m,  $a$  altura do cilindro imerso no escoamento em m e  $A$  a área transversal do canal aerodinâmico (143x196mm).

### 3.1.4 Domínio Tempo – Frequência

Os escoamentos com fenômeno biestável não conseguem ser totalmente caracterizados usando o domínio de frequências de Fourier, pois não há informação de quando as frequências estão ocorrendo. Também não é possível caracterizar o fenômeno somente com o domínio de tempo, pois se extrai os momentos, médias e flutuações que não fornecem informações relevantes sobre o acontecimento do fenômeno, somente indicando instantes de trocas. Além disso, fenômenos biestáveis são intrinsecamente não estacionários, logo a hipótese de ergodicidade não se aplica, tornando a análise de Fourier inexata e as aplicações limitadas a um dos modos do processo biestável.

Por este motivo alguns estudos, como Alam *et al.*, 2003, e Indrusiak, 2004, apresentam a utilização de funções com ondaletas, que permitem a análise no domínio tempo – frequência. Mostrando características de frequências em um momento específico da série, permitindo análises do motivo do acontecimento de um fenômeno. Uma função ondaleta,  $\psi$  precisa possuir suporte efetivo limitado a um intervalo finito e precisa que a soma dos valores positivos e negativos retorne zero:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(t) dt = 1 \quad (3.34)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (3.35)$$

A base da função é gerada por dilatações e translações dadas por:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a, b \in \mathbb{R}, a > 0 \quad (3.36)$$

onde  $a$  é o coeficiente de escala e  $b$  o coeficiente de posição da ondaleta. A função de escala é associada à ondaleta e satisfaz a seguinte propriedade:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) dt = 1 \quad (3.37)$$

Esta função escala também irá gerar uma base, por meio de dilatações e translações:

$$\phi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \phi\left(\frac{t-b}{a}\right), a, b \in R, a > 0 \quad (3.38)$$

Desta função de escala são obtidos coeficientes que representam a média local do sinal nas escalas consideradas. Da função ondaleta são obtidas oscilações em torno da média, nas mesmas escalas [Indrusiak, 2004].

Diversas funções ondaletas estão disponíveis e dependem da aplicação para a seleção. Para as análises com dados de flutuação de pressão obtidas da turbulência gerada por cilindros posicionados lado a lado, são empregadas transformadas contínuas e discretas aplicando Daubechies 20 (Db 20), pois em estudos prévios apresentados por Indrusiak, 2004, Indrusiak *et al.*, 2005, e de Paula, 2008., a mesma foi aplicada com dados de velocidade obtidos em condições similares, gerando bons resultados.

A transformada contínua de ondaletas é representada pela convolução linear do sinal pela ondaleta de base e o espectro de ondaletas é definido como o módulo desta convolução ao quadrado. No espectro de ondaletas, a energia está relacionada a cada tempo e escala, sendo que o termo espectrograma é devido à característica da transformada de ondaletas de permitir a representação da distribuição da energia de sinais transientes sobre os domínios do tempo e da frequência. A transformada contínua de ondaleta e a transformada inversa estão descritas nas Equação (3.39) e Equação (3.40)[de Paula, 2008].

$$Wx(a, b) = \int x(t) \psi_{a,b}(t) dt \quad (3.39)$$

$$x(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int \int Wx(a, b) \psi_{a,b}(t) \frac{dad b}{a^2} \quad (3.40)$$

O espectro de ondaleta contínua é definido por:

$$P_{xx}(a, b) = |Wx(a, b)|^2 \quad (3.41)$$

A transformada discreta de ondaleta é uma subamostragem elaborada da transformada contínua de ondaletas em escalas diádicas. A definição de espectro discreto de ondaletas é dada pelo módulo da transformada discreta de ondaletas ao quadrado, porém, o número de níveis de transformações que pode ser calculado é limitado pelo número de pontos da série temporal. A transformada discreta de ondaletas é dada por:

$$D(m, j) = \sum_t x(t) \psi_{m,j}(t) \quad (3.42)$$

e a transformada inversa é:

$$x(t) = \sum_m \sum_j D(m, j) \psi_{m,j}(t) \quad (3.43)$$

onde os coeficientes de posição  $(m, j)$  e escala são diádicos e subamostras de  $(a, b)$ .

Aplicando  $a = 2^m$  e  $b = j2^m$  os ajustes das funções de ondaletas são:

$$\psi_{m,j}(t) = 2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^{-m}t - j), \quad m, j \in N \quad (3.44)$$

O espectro de ondaletas discretas é:

$$P_{xx}(m, j) = |D(m, j)|^2 \quad (3.45)$$

### 3.2 Modelagem Matemática Numérica

Neste estudo opta-se na aplicação de duas abordagens para a simulação numérica, aplicadas com o intuito de comparar seus resultados sobre o fenômeno, a modelagem LES com modelo dinâmico de Smagorinsky-Lilly e uma modelagem de turbulência para URANS

com modelo de turbulência  $k\omega$  - SAS. A metodologia URANS utiliza escala adaptativa, aplicando conceito de LES em regiões instáveis e RANS nas regiões estáveis do escoamento.

### 3.2.1 Equações de Navier-Stokes por médias de Reynolds - RANS

As soluções das equações de Navier-Stokes, Equação (3.6), com a decomposição de Reynolds, gera variáveis adicionais e cria o problema de fechamento. Os modelos de turbulência resolvem este impasse utilizando a aproximação de Boussinesq, que considera uma viscosidade turbulenta apresentada em Wilcox, 1994, e definida como:

$$T = -\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.46)$$

Aplicando o conceito de viscosidade turbulenta na equação de Navier-Stokes a aproximação final fica:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (3.47)$$

Para solução desta formulação duas equações adicionais são utilizadas, a energia cinética turbulenta,  $k$ , e taxa de dissipação específica,  $\omega$ , as quais permitem a eliminação do problema de fechamento aplicando constantes empíricas e semi empíricas. O modelo de turbulência adotado utiliza o comprimento de escala de von Kármán adaptado ao modelo  $k\omega - SST$ , sendo esta adaptação descrita em Menter e Egorov, 2005.

### 3.2.2 Modelo de turbulência $k\omega - SST$ - SAS

O modelo de Simulação de Escala Adaptativa (SAS) foi adaptado por Menter e Egorov, 2005b, e o conceito do modelo é baseado na introdução do comprimento de escala de von Kármán,  $L_{vk}$ , na equação de escala da turbulência. A informação obtida do comprimento de escala de von Kármán permite que o modelo SAS se ajuste dinamicamente

para resolver estruturas em uma simulação URANS, o qual resulta em soluções similares ao LES em regiões não permanentes do escoamento e ao mesmo tempo resultados RANS em regiões permanentes do escoamento. A adaptação do modelo SAS na formulação do modelo SST é a formulação  $k\text{-}\omega$  executada por Menter e Egorov, 2005a, que depois conversão da viscosidade turbulenta em  $\omega$  gerou as seguintes equações adicionais que são descritas no manual do programa de solução numérica [ANSYS, 2013].

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k u_j}{\partial x_j} = P_k - c_\mu \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \rho \beta \omega^2 + Q_{SAS} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + (1 - F_1) \frac{2}{\sigma_{\omega 2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.49)$$

com  $c_\mu = 0,09$ ,  $P_k$  é a produção de energia cinética turbulenta em  $\text{m}^2/\text{s}^2$ ,  $k$  é a energia cinética turbulenta em  $\text{m}^2/\text{s}^2$ ,  $\omega$  é a taxa de dissipação específica em  $1/\text{s}$ ,  $\alpha$  é o coeficiente de viscosidade turbulenta para correção em baixos Reynolds,  $\beta$  é o coeficiente de correção da dissipação viscosa,  $F_1$  é o coeficiente de mistura,  $\sigma_{\omega 2} = 1,168$  e as demais variáveis obtidas por:

$$Q_{SAS} = \max \left[ \rho \zeta_2 \kappa^2 \left( \frac{L}{L_{vK}} \right)^2 - c \frac{2 \rho k}{\sigma_\Phi} \cdot \max \left( \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0 \right] \quad (3.50)$$

onde os coeficientes são  $\kappa = 0,41$ ,  $\zeta_2 = 3,51$ ,  $\sigma_\Phi = \sigma_k = 2/3$  e  $c = 2$ . Considera o comprimento de escala da turbulência modelada como:

$$L = \frac{\sqrt{k}}{c_\mu^{0,25} \omega} \quad (3.51)$$

e o comprimento de escala de von Kármán é dado por:

$$L_{vk} = \frac{\kappa s}{U''} \quad (3.52)$$

com as variáveis  $U''$  e  $s$  definidos por:

$$U'' = \sqrt{\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}} \quad (3.53)$$

$$s = \sqrt{2s_{ij}s_{ij}} \quad (3.54)$$

sendo

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \quad (3.55)$$

O modelo gera um controle de amortecimento de alta onda adicionando restrições ao comprimento de escala de von Kármán. A limitação inferior é executada com a seguinte condição:

$$L_{vk} = \max \left( \frac{\kappa s}{|U''|}, C_s \sqrt{\frac{\kappa \zeta_2}{\left(\frac{\beta}{c_\mu}\right) - \alpha}} \Delta \right), \Delta = \Omega_{CV}^{1/3} \quad (3.56)$$

Este limitador é proporcional ao tamanho da malha,  $\Delta$ , o qual é calculado como o tamanho de volume de controle  $\Omega_{CV}$  e o objetivo é controlar o amortecimento das menores flutuações da turbulência. A estrutura do limitador é derivada da viscosidade turbulenta em equilíbrio do modelo SST-SAS e permite a obtenção da relação entre as equações de  $\mu_t^{eq}$ ,  $L_{vk}$  e  $s$ .

$$\mu_t^{eq} = \rho \left( \sqrt{\frac{((\beta/c_\mu) - \alpha)}{\kappa \zeta_2} L_{vk}} \right)^2 s \quad (3.57)$$

Esta formulação possui estrutura similar a escala de viscosidade turbulenta da sub-malha no modelo LES por Smagorinsky:

$$\mu_t^{LES} = \rho(C_s \Delta) s \quad (3.58)$$

Mesmo adotando o modelo LES Smagorinsky como uma referência, quando formulado o limitador do alto número de onda para o modelo SST-SAS. O limitador, imposto no valor de  $L_{vk}$ , precisa prevenir que a viscosidade turbulenta SAS desça abaixo dos valores de sub-malha LES:

$$\mu_t^{eq} \geq \mu_t^{LES} \quad (3.59)$$

Na substituição de  $\mu_t^{eq}$  e  $\mu_t^{LES}$  na condição acima, Equação (3.59) resultam no valor limitador de  $L_{vk}$  utilizado na Equação (3.56). Similar ao LES, a rampa de alto número de onda tem um efeito cumulativo da dissipação numérica e da viscosidade turbulenta sub-malha. O parâmetro do modelo  $C_s$  é 0,11 o qual promove um espectro de energia próximo do modelo LES Smagorinsky.

### 3.2.3 Lei de parede

Conforme descrito por Freire *et al.*, 2002, o escoamento junto à parede é governado pela viscosidade do fluido e tal região é denominada região da parede e pode ser subdividida em três camadas:

- Subcamada limite viscosa – onde o transporte devido à difusão molecular é dominante;

- Camada de amortecimento – onde os transportes molecular e turbulento são da mesma ordem de magnitude;
- Região turbulenta – onde o transporte é turbulento.

Outra característica importante do escoamento turbulento junto às superfícies sólidas é a existência de uma região onde a tensão total  $\tau_T$  (a soma da tensão viscosa e da tensão de Reynolds) é constante e igual à tensão na parede  $\tau_w$ . Dadas as características, o perfil de velocidade  $u$  do escoamento pode ser determinado a partir das condições na parede, expressas pela tensão de cisalhamento  $\tau_w$ , pela rugosidade  $e$ , da distância  $y$  à superfície e das propriedades físicas do fluido, ou seja:

$$u = u(\tau_w, e, y, \rho, \mu) \quad (3.60)$$

De uma análise dimensional

$$\frac{u}{u^*} = f\left(\frac{u^* y}{\nu}, \frac{u^* e}{\nu}\right) \quad (3.61)$$

onde

$$u^* = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (3.62)$$

e  $\nu$  é a viscosidade cinemática. Para uma superfície lisa  $e = 0$ , e portanto:

$$\frac{u}{u^*} = f\left(\frac{u^* y}{\nu}\right) \quad (3.63)$$

Para a subcamada limite viscosa ( $y \rightarrow 0$ ) a tensão total  $\tau_T$  é igual à tensão viscosa e à tensão na parede  $\tau_w$ . Portanto:

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} \cong \tau_T = \tau_w \quad (3.64)$$

ou

$$\frac{\partial u}{\partial y} \cong \frac{\tau_w}{\mu} \quad (3.65)$$

Esta relação indica uma variação linear de velocidade e, como  $u = 0$  na parede, verifica-se:

$$u = \frac{\tau_w}{\mu} y = \frac{\rho u^{*2}}{\mu} y \quad (3.66)$$

ou, em termos adimensionais:

$$\frac{u}{u^*} \cong \frac{u^* y}{\nu} \quad (3.67)$$

definindo

$$u^+ \cong \frac{u}{u^*} \quad (3.68)$$

$$y^+ \cong \frac{u^* y}{\nu} \quad (3.69)$$

pode-se escrever o perfil de velocidade para a subcamada limite viscosa como:

$$u^+ = y^+ \quad (3.70)$$

Dados experimentais mostram que esta relação é válida para valores de  $y^+ < 5$ .

Na região turbulenta o transporte turbulento é dominante. Portanto espera-se que nessa região a variação da velocidade não dependa da viscosidade, mas somente de  $u^*$  e  $y$ :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = g(u^*, y) \quad (3.71)$$

Aplicando uma análise dimensional na equação acima tem-se:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u^*}{\kappa y} \quad (3.72)$$

onde  $\kappa$  é uma constante de proporcionalidade. Integrando a equação acima, resulta

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + J \quad (3.73)$$

A relação apresentada na Equação (3.73) é conhecida como perfil logarítmico de velocidade da parede e é um dos resultados mais conhecidos no estudo da turbulência, sendo válida aproximadamente para  $30 < y^+ < 200$ . Na região entre  $5 < y^+ < 30$  os efeitos viscosos e turbulentos são da mesma ordem de magnitude e o perfil de velocidade deve ser ajustado. Para valores de  $y^+ > 200$  a variação de velocidade não depende mais somente dos parâmetros ligados à parede sólida, mas também dos efeitos dinâmicos da camada limite como um todo, conforme pode-se verificar na Figura 3.1.

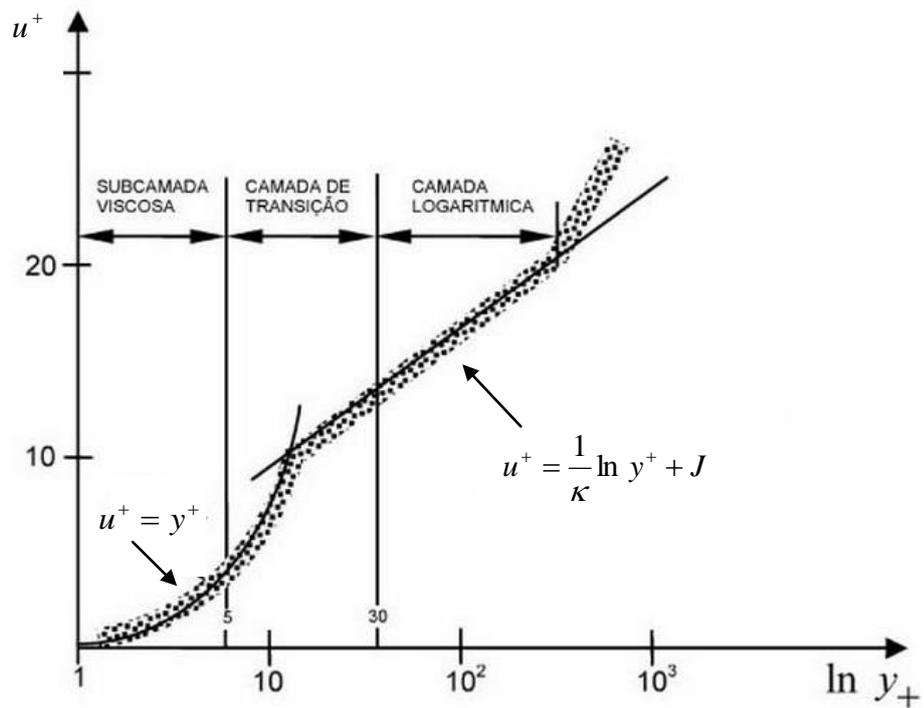


Figura 3.1 – Perfil de velocidade junto à uma parede sólida, adaptado de Souza *et al.*, 2011.

No programa ANSYS Fluent<sup>®</sup>, conforme ANSYS, 2013, a lei de parede para velocidade média é baseada na unidade de parede  $y^*$  ao invés do  $y^+$ , pois estas quantidades são quase iguais em camadas limites turbulentas em equilíbrio. Desta forma a lei da parede para velocidade média aplicada durante a solução numérica é:

$$u^* = \frac{1}{\kappa} \ln(E_p y^*) \quad (3.74)$$

onde a velocidade adimensional:

$$u^* = \frac{u C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\tau_w / \rho} \quad (3.75)$$

com a distância adimensional da parede:

$$y^* = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p}{\mu} \quad (3.76)$$

sendo  $\kappa$  a constante de von Kármán,  $E_p$  uma constante empírica,  $u$  é a velocidade média do fluido na parede adjacente da célula centroide P,  $k_p$  é a energia cinética turbulenta na parede adjacente da célula centroide P,  $y_p$  é a distância da parede adjacente da célula centroide P e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido.

A faixa de valores  $y^*$  para cada função de parede tem sua aplicação dependente do número de Re do escoamento. No programa, ANSYS, 2013, a lei logarítmica é aplicada quando  $y^* > 11,225$ , quando a malha apresenta  $y^* < 11,225$  nas células adjacentes à parede, o programa aplica a relação de tensões laminares e são escritas por:

$$u^* = y^* \quad (3.77)$$

### 3.2.4 Simulação de Grandes Escalas – LES

Escoamentos turbulentos são caracterizados por vórtices com um grande número de escalas de tamanho e tempo. As maiores vorticidades são tipicamente comparáveis ao tamanho das dimensões características e das médias de escoamento, enquanto as menores escalas são responsáveis pela dissipação da energia turbulenta. Na abordagem LES, as maiores escalas são diretamente resolvidas, enquanto pequenas escalas são modeladas, conforme Lesieur *et al.*, 2005.

A ideia base do LES é que quantidade de movimento, massa, energia e outros escalares passivos são transportados pelas grandes escalas e que estas são mais dependentes do problema, pois são ditadas pelas geometrias e condições de contorno envolvidas no escoamento. Já as pequenas escalas são menos dependentes da geometria, tendendo a um comportamento isotrópico e por isto mais fáceis de serem modelados de acordo com Sagaut, 2006.

A solução das equações, Equação (3.1) e Equação (3.2) é executada adotando um processo de filtragem e de separação das escalas, descrito em Freire *et al.*, 2002. Executa-se a

separação da parte de grandes escalas  $\tilde{f}(\bar{x}, t)$  e da parte sub-malha  $f^*(\bar{x}, t)$ , conforme a relação apresentada na Equação (3.78).

$$f(\bar{x}, t) = \tilde{f}(\bar{x}, t) + f^*(\bar{x}, t) \quad (3.78)$$

A parte filtrada é dada pela Equação (3.79)

$$\tilde{f}(\bar{x}, t) = \int_D f(\bar{x}^*, t) G(\bar{x} - \bar{x}^*) d\bar{x}^* \quad (3.79)$$

onde a função do filtro por volume é dada por:

$$G(\vec{x}) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta^3} \text{ se } |\vec{x}| \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0 \text{ se } |\vec{x}| > \frac{\Delta}{2} \end{cases} \quad (3.80)$$

sendo que  $\Delta$  é o tamanho característico do filtro, o qual caracteriza a frequência de corte da filtragem. Se  $\Delta$  for tomado com o tamanho da malha, o processo de filtragem se confunde com a filtragem imposta pela discretização, uma vez que no interior de um volume de discretização todas as variáveis são mantidas constantes. Em função do processo de filtragem acima, as propriedades clássicas da decomposição de Reynolds não são mais verificadas, ou seja:

$$\begin{aligned} \widetilde{\tilde{u}_i u_j^*} &\neq 0 \\ \tilde{\tilde{u}_i} &\neq \tilde{u}_i \end{aligned} \quad (3.81)$$

Aplicando-se o processo de filtragem às equações governantes (3.1) e (3.2) resulta nas equações (3.82) e (3.83).

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.83)$$

O sistema de equações acima modela o transporte das variáveis  $\tilde{u}_i u_j$ . Nota-se que os termos não lineares se apresentam na forma de dois produtos filtrados, o que torna impossível a solução destas equações. Desta forma, faz-se necessário decompor as escalas, utilizando a Equação (3.78), o que modificará apenas o termo de transporte convectivo destas equações.

$$\tilde{u}_i \tilde{u}_j = (\tilde{u}_i + \widetilde{u_i^*})(\tilde{u}_j + \widetilde{u_j^*}) = \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \widetilde{\tilde{u}_i u_j^*} + \widetilde{u_i^* \tilde{u}_j} + \widetilde{u_i^* u_j^*} \quad (3.84)$$

O processo de decomposição ainda não resolve o problema, pois o primeiro termo da Equação (3.84) continua dependendo de dois produtos filtrados. Objetivando expressar este termo em função do produto das variáveis filtradas utiliza-se um tensor e um fluxo turbulento adicional:

$$L_{ij} = \widetilde{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (3.85)$$

Resultando então na expressão:

$$\tilde{u}_i \tilde{u}_j = \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \widetilde{\tilde{u}_i u_j^*} + \widetilde{u_i^* \tilde{u}_j} + \widetilde{u_i^* u_j^*} + L_{ij} \quad (3.86)$$

Novamente reescreve-se os termos relacionando com a sua atribuição, sendo  $\tau$  o tensor de Reynolds,  $L$  o tensor de Leonard e  $C$  o tensor cruzado.

$$\begin{aligned}
\tau_{ij} &= \widetilde{u_i^* u_j^*} \\
C_{ij} &= \widetilde{\widetilde{u_i} u_j^*} + \widetilde{u_i^* \widetilde{u_j}} \\
L_{ij} &= \widetilde{\widetilde{u_i} \widetilde{u_j}} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j}
\end{aligned} \tag{3.87}$$

Com os resultados das filtragens e com a definição de tensores executada, reescreve-se as equações de conservação de energia e quantidade de movimento para a aplicação de LES.

$$\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.88}$$

$$\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widetilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} - (\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij}) \right] \tag{3.89}$$

### 3.2.5 Modelagem dinâmica sub-malha

A modelagem sub-malha Smagorinsky-Lilly convencional envolve uma constante de proporcionalidade,  $C_s$  imposta na solução do problema e cria limitação principalmente em análises de escoamentos com transição ou próximos de paredes. A determinação dinâmica da constante de proporcionalidade no cálculo da viscosidade turbulenta representa melhorias de qualidade importantes na solução empregando este modelo [Freire *et al.*, 2002].

Na modelagem dinâmica de sub-malha o coeficiente de proporcionalidade é uma função que se ajusta ao escoamento no tempo e no espaço. A base desta modelagem é o uso de dois filtros com comprimentos característicos diferentes. No primeiro, usa-se as dimensões da malha para calcular o seu comprimento característico, denominado filtro no nível da malha. No segundo usa-se um múltiplo das dimensões das malhas para calcular o comprimento característico, denominado filtro teste.

Com base no uso dos dois níveis de escalas, na modelagem dinâmica, usa-se informações do nível de energia contido nas menores escalas resolvidas, situadas entre as escalas dos dois filtros, para modelar a transferência de energia entre as escalas resolvidas e as escalas não resolvidas, conforme Figura 3.2.

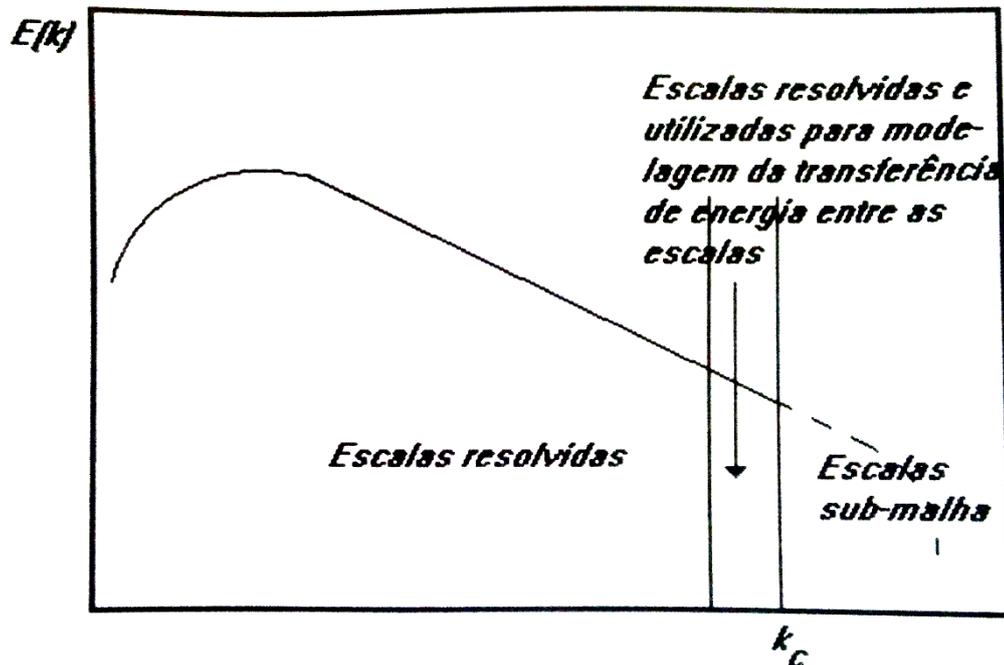


Figura 3.2 – Espectro de energia das escalas resolvidas e modeladas [Freire *et al.*, 2002].

É importante perceber que a função a ser determinada varia com o tempo e com o espaço. Ela deve se anular nas regiões de escoamentos laminares e proximidades de fronteiras sólidas, implicando num melhor comportamento assintótico. Espera-se ainda a possibilidade de se simular o efeito de transferência inversa de energia cinética turbulenta das escalas sub-malha para as escalas resolvidas.

O principal fator para o estabelecimento do modelo dinâmico é a identidade entre as tensões turbulentas sub-malha e a faixa do espectro definida por dois filtros de larguras diferentes. A base matemática é a Equação (3.2), na qual aplica-se o filtro  $\bar{G}$  com comprimento característico  $\bar{\Delta}$ , calculado com base na malha, gerando a equação a seguir:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.90)$$

Define-se um tensor de Reynolds global sub-malha:

$$\tau_{ij} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (3.91)$$

Tem-se a seguinte equação

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \tau_{ij} \right) \quad (3.92)$$

Aplica-se um novo filtro  $\hat{G}$  de largura  $\hat{\Delta} > \tilde{\Delta}$  sobre a Equação (3.92)

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \hat{u}_i \hat{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} - \tau_{ij} \right) \quad (3.93)$$

onde utiliza-se a relação  $\hat{\Delta} = 2\tilde{\Delta}$ . Define-se o tensor das tensões relativos ao segundo filtro, também chamada de sub-teste

$$T_{ij} = \hat{u}_i \hat{u}_j - \hat{u}_i \hat{u}_j \quad (3.94)$$

Assim

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \hat{u}_i \hat{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} - T_{ij} \right) \quad (3.95)$$

Filtrando a Equação (3.93)

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \hat{\tau}_{ij} \right) \quad (3.96)$$

subtraindo –se a Equação (3.95) da Equação (3.96):

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j - \widehat{u}_i \widehat{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij}) \quad (3.97)$$

Define-se o tensor de Leonard global a partir:

$$L_{ij} = (\widetilde{u}_i \widetilde{u}_j - \widehat{u}_i \widehat{u}_j) = (T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij}) \quad (3.98)$$

Esta igualdade é conhecida como a identidade de Germano e pode ser utilizada para calcular a função do coeficiente  $c(\vec{x}, t)$ , que aparece nos modelos de fechamento da turbulência. A parte anisotrópica do tensor de Reynolds Global sub-malha pode ser modelada como a aproximação de Boussinesq.

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{ij} = 2\nu_t \widetilde{S}_{ij} = -2c(\vec{x}, t) \widetilde{\Delta}^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij} \quad (3.99)$$

sendo  $|\widetilde{S}| = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}$ . Modelando as tensões turbulentas sub-teste  $T_{ij}$  de forma análoga:

$$T_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} T_{ij} = -2c(\vec{x}, t) \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} \quad (3.100)$$

filtrando a Equação (3.99)

$$\widehat{\tau}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \widehat{\tau}_{ij} = 2\nu_t \widehat{S}_{ij} = -2c(\vec{x}, t) \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} \quad (3.101)$$

Utilizando as equações acima e efetuando a manipulação sensorial obtém-se o tensor  $M_{ij}$ :

$$M_{ij} = \widehat{\Delta}^2 |\widehat{S}| \widehat{S}_{ij} - \widetilde{\Delta}^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij} \quad (3.102)$$

O coeficiente dinâmico depende de grandezas resolvidas e de um duplo processo de filtragem e é obtido pela Equação (3.103), sendo que o seu valor é alterado dinamicamente durante a solução numérica.

$$c(\vec{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (3.103)$$

## 4 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

### 4.1 Seção de testes

O estudo experimental foi executado em um dos canais aerodinâmico do Laboratório de Mecânica dos Fluidos da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, LMF, o desenho do canal aerodinâmico utilizado com seus respectivos componentes está representado na Figura 4.1. O mesmo é composto por um ventilador centrífugo Gema com 1 HP de potência seguido por um homogeneizador tipo grade com 30 divisões de dimensões 31 x 28 mm (B). Na sequência uma colmeia (C) com um espaçamento médio de 6 mm de diâmetro e seguida por duas telas (D) com 0,001m de espaçamento interno cada. A seção do canal aerodinâmico é composta por chapas de acrílico com 10 mm de espessura e montadas em formato retangular resultando uma seção transversal com 146 x 193 mm, podendo variar apenas o comprimento da seção de testes (E) para o experimento.

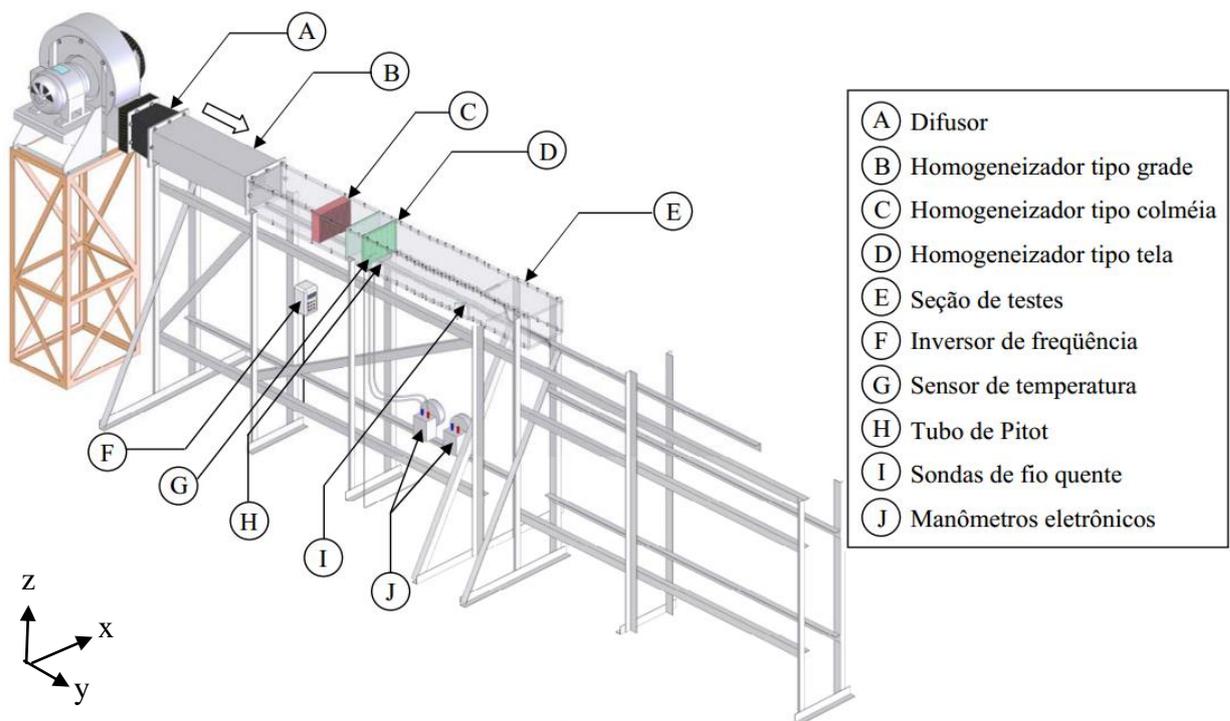


Figura 4.1 – Esquema do canal aerodinâmico utilizado nos experimentos, adaptado de de Paula, 2008.

O ventilador é controlado por um inversor de frequência (F) que permite a experimentação com velocidades médias entre 0 e 15,7 m/s, variando a frequência de trabalho do mesmo. A leitura da velocidade de corrente livre é feita com um tubo de Pitot (H), posicionado conforme indicado na Figura 4.1, onde as tomadas de pressão estática e dinâmica estão posicionadas na mesma cota de altura. As tomadas de pressão estão ligadas a um manômetro eletrônico que é conectado ao multímetro e indica as leituras em corrente elétrica que são transformadas em pressão dinâmica pela Equação (4.1). A corrente elétrica gerada pelo transdutor de pressão do manômetro possui valor 4 mA para velocidade zero.

$$P_d = 25I - 100 \quad (4.1)$$

onde  $P_d$  é a pressão dinâmica no tubo de Pitot em Pa e  $I$  é a corrente elétrica lida do transdutor de pressão em mA.

Depois das telas de homogeneização instala-se a seção de testes desejada, sendo que no presente trabalho duas configurações são utilizadas. A primeira delas é com canal aerodinâmico vazio com a seção de testes de 146 x 193 x 1020 mm de comprimento, conforme Figura 4.2.

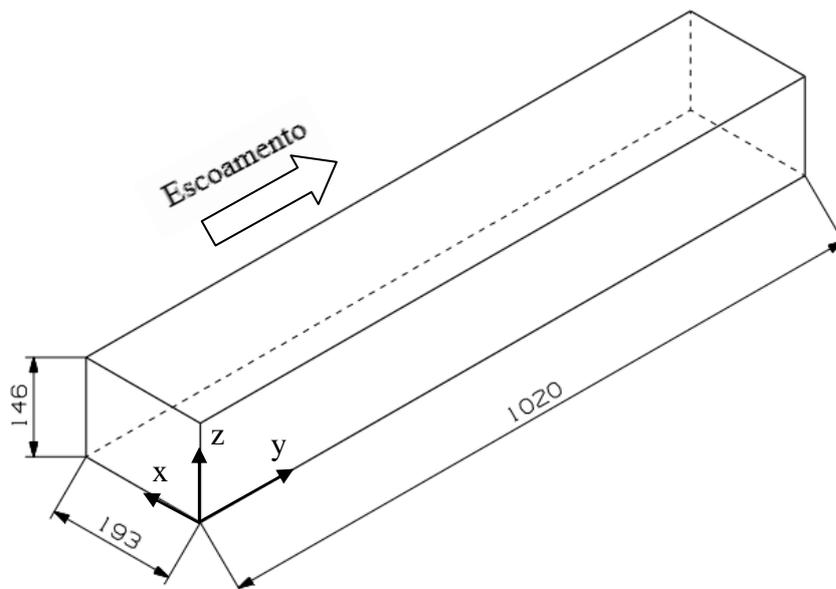


Figura 4.2 – Seção de testes vazia para obtenção dos perfis de velocidade e intensidade turbulenta.

A segunda configuração é a seção de testes com os dois cilindros de 25,1 mm lado a lado e, para este caso, utiliza-se o comprimento da seção de 900 mm, conforme apresentado na Figura 4.3. A razão de bloqueio, calculada pela Equação (2.33) apresentada com os cilindros posicionados no interior do canal aerodinâmico é de 26,5% e as incertezas das medições estão descritas no Apêndice A.

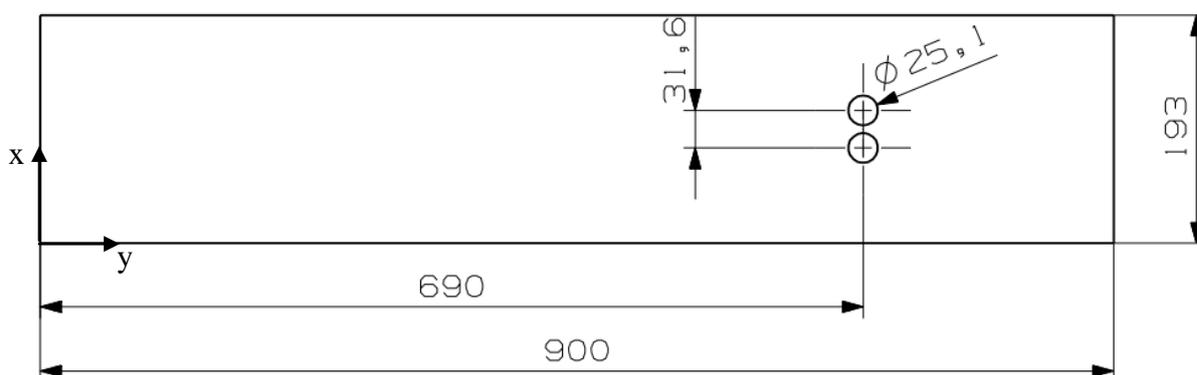


Figura 4.3 – Posicionamento dos tubos na seção de testes experimental.

Para a obtenção dos perfis de velocidade e intensidade turbulenta, utilizados na avaliação do impacto das condições de contorno na simulação numérica, Seção 6.1, utiliza-se uma seção de testes de 146 x 193 x 1020 mm sendo este vazio. Os perfis de velocidades nas direções  $x$  e  $z$  no canal são obtidos com anemometria de fio quente, com a sonda posicionada a 285 mm da tela. Na saída do canal são coletadas as velocidades para cálculo do comprimento característico e da intensidade turbulenta.

Para o comparativo numérico e experimental, do impacto das condições de contorno na simulação numérica são efetuadas tomadas de pressão estática ao longo da parede do canal aerodinâmico, conforme Figura 4.4. Os orifícios de leitura da pressão são espaçados com aproximadamente 100 mm ao longo do canal e posicionados na altura de 73 mm em relação à base do canal.

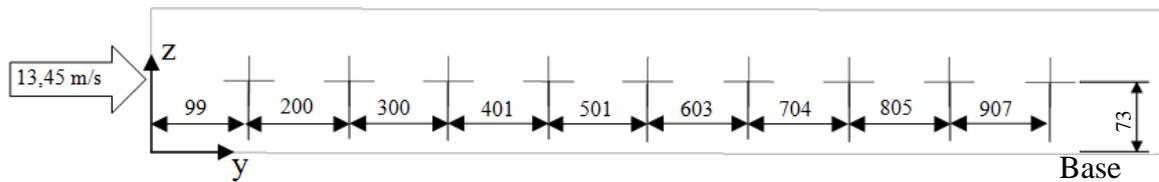


Figura 4.4 – Posição das tomadas de pressão ao longo da lateral do canal aerodinâmico com as dimensões em mm.

As furações de tomada de pressão são executadas para evitar a perturbação do escoamento, seguindo as indicações para furações de tubos de Pitot, conforme Figura 4.5. Considera-se o orifício na parede do escoamento com  $\varnothing 1,5$  mm e  $\varnothing 3$  mm no local de posicionamento da mangueira do manômetro.

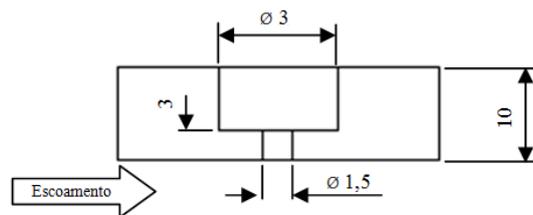


Figura 4.5 – Ilustração da furação utilizada na tomada de pressão ao longo da parede do canal aerodinâmico com as dimensões em milímetros.

## 4.2 Anemometria de Fio quente

A anemometria de fio quente é aplicada na medição de velocidades em escoamentos turbulentos em gases. O princípio de funcionamento é baseado no efeito de resfriamento de um escoamento sobre um fio aquecido, ou seja, é possível estabelecer uma relação entre a velocidade do fluido e a taxa de transferência de calor no fio.

Segundo Freire *et al.*, 2002, a anemometria de fio quente é um sistema apropriado para o estudo da turbulência, pois o sistema de medição possui uma resposta em frequência muito alta e precisa, e é apto à medições locais. O elemento sensível de uma sonda de fio quente é um fio de tungstênio e existem sensores com 1, 2 ou 3 elementos sensíveis, sendo que cada fio pode medir uma componente de velocidade num plano com posição perpendicular à ele. Nas

medições executadas no presente estudo são aplicadas sondas com um elemento sensível de fio reto modelo DANTEC 55P11.

O equipamento utilizado nas medições é o DANTEC StreamLine 90N10 Frame que opera com o sistema de temperatura constante. Nesse princípio, a alimentação da ponte de Wheatstone depende do amplificador de saída, que faz com que a inércia térmica do elemento sensível é ajustada conforme a variação do escoamento. Quando a velocidade do escoamento muda, a temperatura e a resistência do fio mudam e uma tensão de equilíbrio na ponte precisa ser aplicada no amplificador, desta forma a corrente é ajustada de forma a restaurar a resistência inicial. A variação de tensão ocasionada na ponte é monitorada e de posse dos valores da calibração é possível indicar a velocidade do escoamento naquele instante.

O esquema de funcionamento do sistema de aquisição de dados na anemometria de fio quente é apresentado na Figura 4.6. Nela se observa que a sonda, o suporte e o cabo são um conjunto ligado ao equipamento DANTEC que contém a ponte de Wheatstone e faz a leitura das variações de tensão. O sinal monitorado é, então, restrito com filtro de passa baixa e passa alta, de acordo com a frequência de aquisição escolhida, e com ganho e *offset* para melhor adequação aos limites de abrangência da placa de aquisição de dados. O sinal então é enviado para a placa de conversão analógica digital de 16 bits, modelo NI USB-9162 com quatro canais, e gravado com o programa DANTEC *Streamware*, versão 3.4, em arquivos de texto para posterior análise.

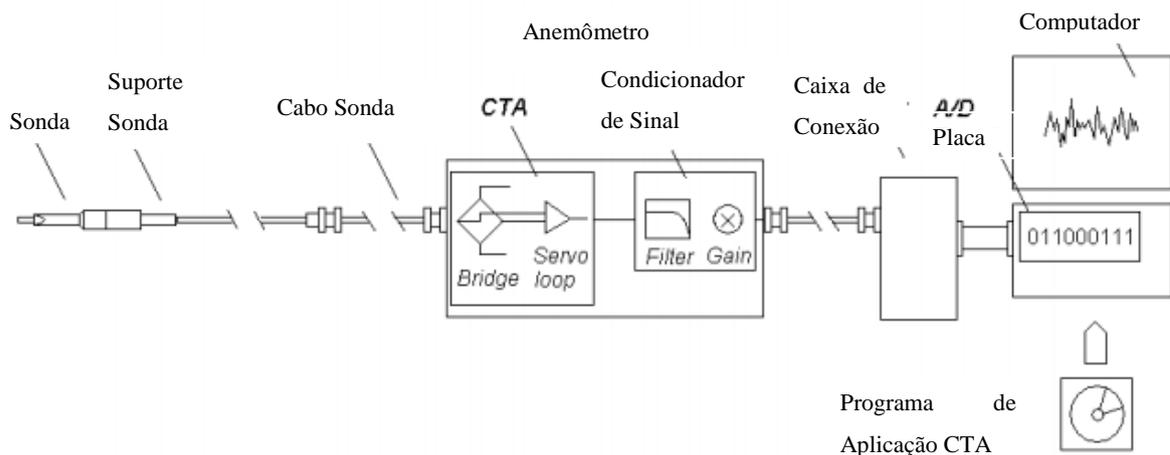


Figura 4.6 – Esquema do sistema de aquisição de dados por anemometria de fio quente, adaptado de Dantec, 2004.

Este sistema de medição é muito sensível à temperatura do escoamento e ambiente, por este motivo é necessário executar a calibração da sonda antes de cada medição. A curva de calibração de um anemômetro de fio-quente é obtida através da medição de uma velocidade de referência e da tensão fornecida pelo anemômetro. Procura-se uma tensão calculada que ajuste uma função aos pares de pontos de tensão e velocidade medidos. De posse da calibração, é necessário transformar os valores de tensão em velocidade utilizando relações obtidas pelos dados da calibração e descritos detalhadamente no Apêndice B.

As sondas e suportes usados na anemometria de fio quente são posicionadas utilizando os dispositivos apresentados na Figura 4.7 com o posicionador das sondas da Figura 4.7 (a), fixado em uma régua de movimento vertical, Figura 4.7 (b), que está montada em um carro de movimento  $x$  e  $y$ , Figura 4.7 (c). A leitura das posições das sondas é efetuada com paquímetro, usando como pontos de referência as paredes do canal aerodinâmico e dos cilindros posicionados no interior das seções de teste.

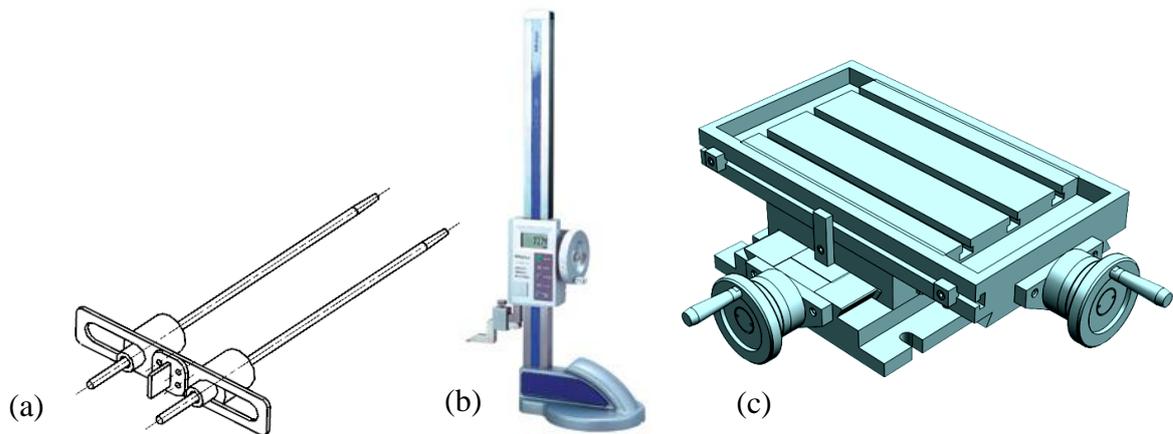


Figura 4.7 – Conjunto de posicionador para as sondas de fio quente a) posicionador do suporte da sonda de fio quente, b) movimentação em  $z$  [Traverstool, 2015] e c) mesa  $x$  e  $y$  [Bazus,2015].

O conjunto montado apresentando as sondas posicionadas está na Figura 4.8, sendo que a montagem pode ser para sondas alinhadas na vertical, Figura 4.8 (a), ou na horizontal, Figura 4.8 (b). O conjunto também é utilizado nas medições com apenas uma sonda de fio quente por vez.

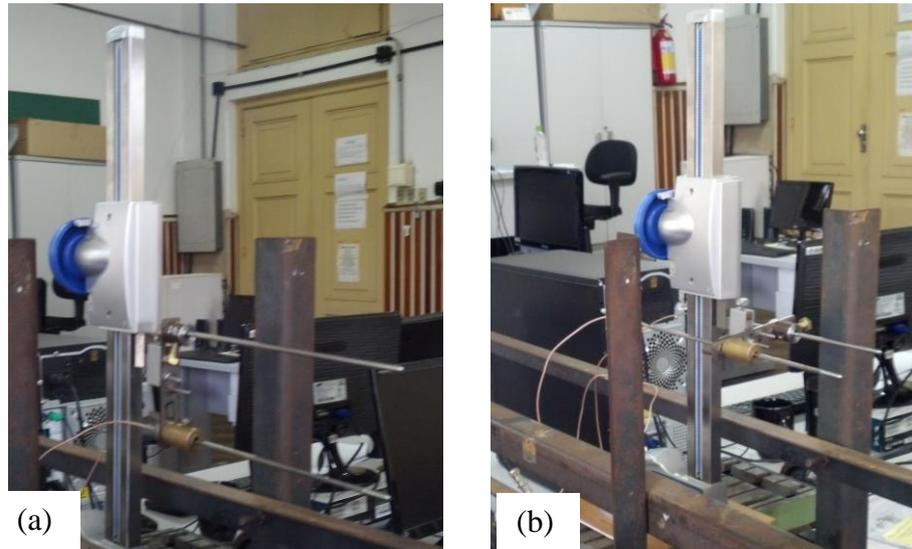


Figura 4.8 – Suporte de posicionamento de duas sondas simultaneamente na posição a) Vertical e b) Horizontal.

### 4.3 Flutuações de Pressão

Para as medições de flutuações de pressão em escoamentos incompressíveis os dispositivos mais utilizados são microfones capacitivos e transdutores de pressão [Möller, 2000]. Os microfones e transdutores capacitivos são formados de uma membrana metálica montada paralelamente a uma placa energizada, formando um capacitor. A ação da pressão sobre a membrana afeta a capacitância do circuito de medição, produzindo um sinal elétrico proporcional à deflexão da membrana que está relacionada com a pressão aplicada.

Quando um objeto vibra na presença do ar, esta vibração vai viajar pelo ar como uma pressão oscilante em frequências e amplitudes determinadas pela fonte original do som. Microfones são desenvolvidos para transformar oscilação de pressão em sinais elétricos, existindo vários tipos diferentes de microfones. Os mais comuns são os microfones de carbono, mas existem também os microfones condensadores externamente polarizados, os microfones condensadores de eletretos pré-polarizados, os microfones magnéticos e os microfones piezelétricos [National Instruments, 2012].

Segundo Brüel & Kjaer, 1982, um microfone condensador opera em um formato capacitivo. O cartucho do microfone condensador utiliza princípios de transdução e

transforma a pressão do som em variações de capacitância que são então convertidas para tensão elétrica. Isto é feito por um diafragma que é deformado a uma pequena distância da placa metálica estacionária chamada de *backplate*. Uma tensão é aplicada à *backplate* para formar um capacitor e na presença de pressão oscilante o diafragma move e muda a distância entre o mesmo e a placa e isto produz oscilação na tensão do capacitor, proporcional à oscilação de pressão original. A tensão da placa é gerada externamente por uma fonte à qual o amplificador do microfone é ligado. O esquema mostrando o formato do microfone e suas partes é apresentado na Figura 4.9.

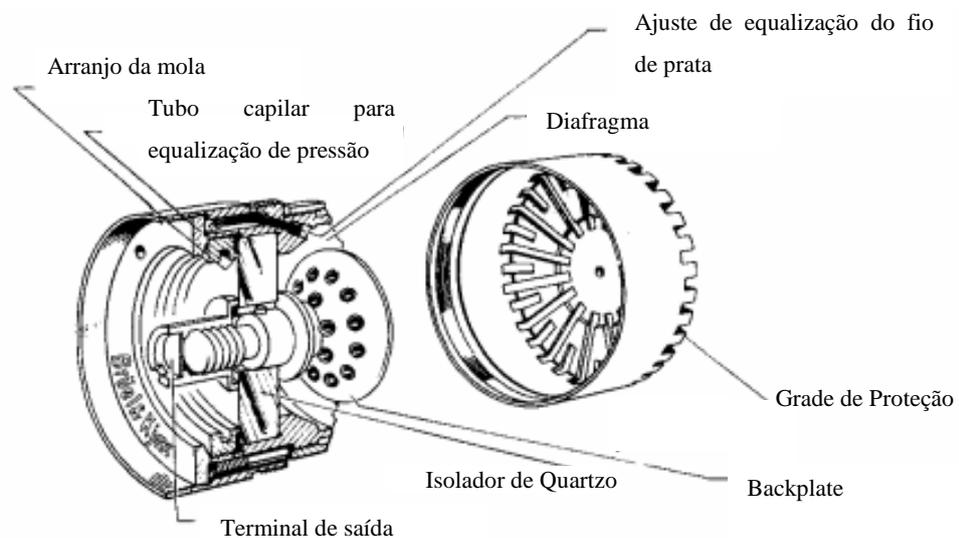


Figura 4.9 – Esquema de microfone condensador, adaptado de Brüel & Kjaer, 1982.

Para a presente análise dois microfones condensadores Brüel & Kjaer Cartridge tipo 4138, com diâmetro nominal de 1/8" foram utilizados, indicados para medições de altas frequências ou para medições pulsadas. São especialmente aplicáveis para alta resolução espacial ou espaços limitados. Os microfones são projetados para trabalhar com tensão de polarização corrente contínua de 200V. Um conjunto de microfone é composto do microfone e do pré-amplificador. O pré-amplificador utilizado é Brüel & Kjaer do tipo 2633 e utiliza um transistor de efeito de campo para ativar alta impedância de entrada e baixo ruído inerente. Para o uso deste pré-amplificador com o microfone de 1/8" é necessário um adaptador Brüel & Kjaer modelo UA 0160.

Para as medições, os microfones tipo 4138 são montados no adaptador UA 0160, ligados ao pré-amplificador 2633 e este é conectado à fonte, modelo 2807, que alimenta o circuito com a tensão de 200 V. Os microfones são posicionados em dois suportes de acrílico presos na parede do canal aerodinâmico nas posições descritas na Figura 4.10 de forma que a grade protetora do microfone fique 5 mm de distância da parede superior do canal.

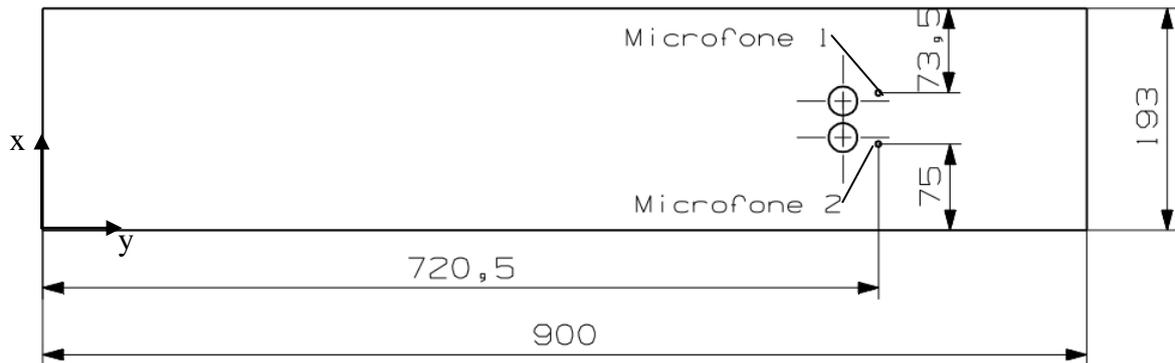


Figura 4.10 – Posição dos microfones na seção de testes.

Os sinais dos microfones são coletados com o programa NI VI Logger, fornecido pelo fabricante da placa de aquisição de dados, National Instruments, onde se utiliza dois canais com variação de tensão entre -10 e 10 V e assim permite a leitura das flutuações de tensão geradas pela placa interna ao microfone. Na aquisição dos dados de pressão é inserido um filtro de passa alta, mas não há opção de adição do filtro passa baixa. Conforme os gráficos de calibração dos microfones os valores de tensão devem ser convertidos para Pascal, para isto, cada microfone apresenta uma relação. No caso dos microfones em uso, para o microfone 1 a cada 0,9 mV equivale a 1 Pa e para o microfone 2 cada 0,84 mV equivale a 1 Pa.

Para comparação do comportamento da flutuação da pressão trabalha-se com séries de flutuação de velocidades. Estas séries de velocidade são coletadas utilizando os filtros de passa baixa e passa alta do equipamento DANTEC StreamLine simultaneamente aos dados de pressão, mas nestas situações utiliza-se o programa NI VI Logger para gravação dos dados em arquivo de texto. A utilização do programa NI VI Logger é executada, pois a placa de aquisições possui 4 portas de entrada e 1 de saída e isto impede o uso de dois programas simultâneos.

## 5 METODOLOGIA NUMÉRICA

### 5.1 Método de Volumes finitos

Para a simulação numérica do escoamento aplica-se o método dos volumes finitos, com o qual divide-se o domínio de interesse em volumes elementares que formam a malha, e as equações de conservação da propriedade de importância são resolvidas em cada um deles [Maliska, 1995].

A discretização das equações é a transformação de uma equação diferencial em uma relação algébrica que conecta os valores de uma variável,  $\phi$ , aos pontos de uma malha. Esta relação algébrica derivada da equação diferencial, expressa as mesmas informações da equação base. Os valores da variável na malha influenciam pontos vizinhos imediatos e com o aumento de divisões na discretização a solução tende à exata, devido à pequena variação entre um ponto e outro. As discretizações das equações para uma variável genérica  $\phi$  são apresentadas em Patankar, 1980.

Nos problemas com termos não lineares, como a solução do termo convectivo da equação de Navier-Stokes, ao utilizar esquema de solução com diferenças centrais é necessário controlar os coeficientes na discretização para que sejam positivos. Como na determinação dos coeficientes a velocidade é inversamente proporcional à distância entre os pontos da malha, com o aumento da velocidade é necessária uma malha com volumes muito pequenos. Por este motivo outros esquemas de interpolação foram desenvolvidos, com o intuito de diminuir o tamanho necessário da malha, mas mantendo a mesma qualidade de solução.

O esquema de interpolação indicado para a obtenção da solução mais próxima da exata é o esquema exponencial, mas o tempo computacional para calcular os exponenciais em cada interface de volume de controle é alto e acaba inviabilizando sua aplicação. O esquema Power-law, descrito em Patankar, 1980, é baseado no esquema exponencial, mas apresenta uma formulação que não exige alto tempo computacional e possui boa representação do comportamento exponencial. A equação geral que descreve o esquema de interpolação Power-law é:

$$a = D \left[ \left[ 0, \left( 1 - \frac{0,1|F|}{D} \right)^5 \right] \right] + [0, -F] \quad (5.1)$$

Sendo que o valor de  $F$  indica a força da convecção na célula e  $D$  a condutância da difusão do escoamento.

$$D = \frac{\Gamma}{\delta x} \quad (5.2)$$

$$F = \rho u \quad (5.3)$$

O acoplamento pressão - velocidade é outro ponto de grande importância na simulação numérica, impactando principalmente no tempo computacional necessário na simulação. A solução correta de um problema de transporte de quantidade de movimento será obtida quando o campo de pressões introduzidos nas equações de Navier-Stokes gerar velocidades que satisfaçam a equação da continuidade [Maliska, 1995].

Dentre as opções fornecidas pelo programa, o método SIMPLEC foi empregado para solução do acoplamento pressão - velocidade, pois não despreza as diferenças entre os valores obtidos e os valores estimados das velocidades. O ciclo iterativo utilizado na solução utilizando SIMPLEC descrito em Maliska, 1995, é:

- 1- Estimar os campos de velocidades e de pressão ( $P^*$ ).
- 2- Calcular os coeficientes das equações do movimento para  $u$ ,  $v$  e  $w$ .
- 3- Resolver as equações do movimento, usando  $P^*$ , obtendo  $u^*$ ,  $v^*$  e  $w^*$ .
- 4- Resolver a equação abaixo e obter  $P'$ .

$$A_p P'_p = A_e P'_e + A_w P'_w + A_s P'_s + A_n P'_n + A_b P'_b + A_f P'_f - \overline{\nabla V^*} \quad (5.4)$$

5- Corrigir  $u^*$ ,  $v^*$  e  $w^*$ , obtendo o campo de velocidades que satisfaz a equação da continuidade.

6- Calcular  $P$  através da equação:

$$P = P^* + P' \quad (5.5)$$

7- Resolver as equações de conservação para outras variáveis.

8- Fazer  $P^* = P$  e recomeçar no item 2 até a convergência.

Todas as soluções numéricas foram executadas utilizando o programa ANSYS Fluent<sup>®</sup> versão 13.0. O critério de convergência empregado foi de  $10^{-6}$  para cada passo de tempo nas simulações transientes executadas e também nas simulações permanentes com canal aerodinâmico vazio. A única exceção foi a aplicação da primeira simulação utilizando a malha de 1.600.000 volumes com passo de tempo de 0,5 s, onde o critério de convergência de  $10^{-3}$  foi utilizado.

## 5.2 Domínio Computacional

### 5.2.1 Comparativo de perfis de entrada

Para a análise do impacto da utilização dos perfis de velocidade obtidos experimentalmente como condições de contorno na simulação numérica utiliza-se um domínio retangular com as dimensões de 193x146x1020 mm, conforme apresentado na Figura 5.1. No mesmo são aplicadas as condições de contorno experimentais:

- Perfil de velocidades experimental e uniformes com intensidade turbulenta de 0,6 % e comprimento de escala de 0,001 m na entrada;
- Intensidade turbulenta de 0,83 % com comprimento de escala de 0,0108 m e pressão atmosférica na saída;
- Condição de não deslizamento nas paredes laterais do canal.

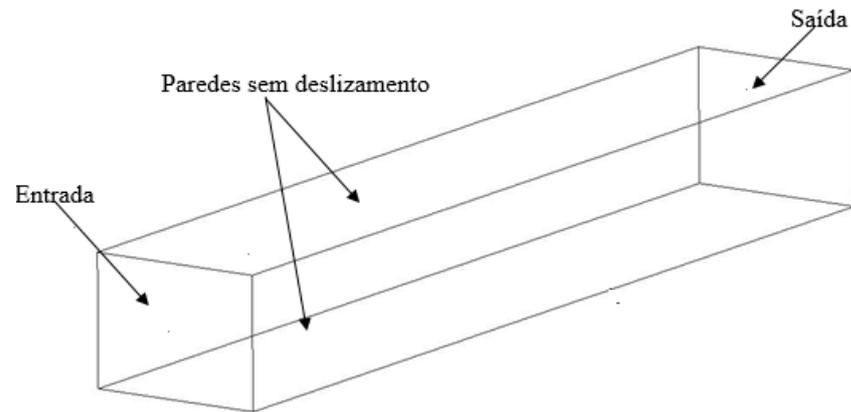


Figura 5.1 – Canal aerodinâmico vazio utilizado na solução numérica para comparativo dos perfis de velocidade na entrada.

### 5.2.2 Escoamento sobre cilindros paralelos

Para efetuar as análises numéricas sobre dois cilindros paralelos cria-se um domínio computacional compatível com a seção de testes utilizada para a coleta de dados experimentais. As dimensões do domínio computacional, apresentado na Figura 5.2, são 146 x 193 mm de altura e largura, respectivamente, e comprimento de 1100 mm. Esta última dimensão foi aumentada em relação a seção de testes experimental, que apresenta 900 mm, para permitir visualização da evolução das esteiras na simulação numérica. No interior do domínio, centralizados na largura e posicionados a 690 mm da entrada de ar, que é equivalente ao distanciamento da tela de homogeneização, estão dois cilindros de 25,1 mm cada, distanciados entre centros por 31,626 mm que representa o  $p/d = 1,26$ .

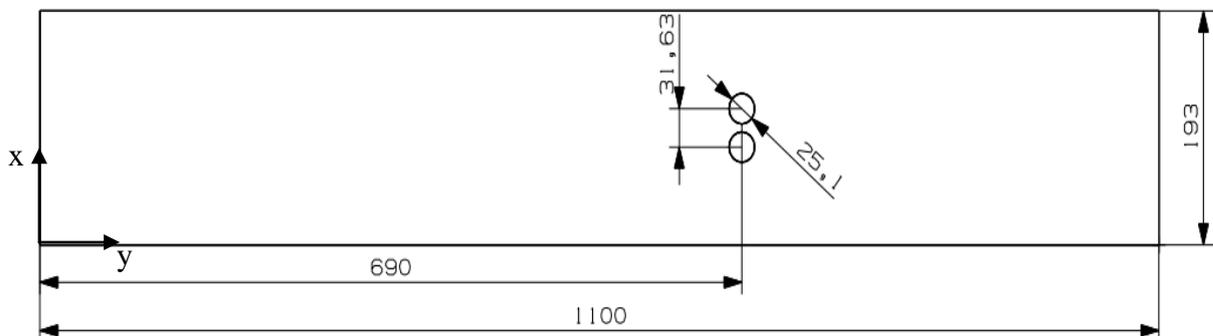


Figura 5.2 – Dimensões do domínio computacional com cilindros imersos no escoamento.

As condições de contorno definidas para o domínio estão na Figura 5.3, onde pode-se verificar as posições de entrada, saída e paredes. As informações utilizadas nas condições de contorno são relativas aos valores adquiridos experimentalmente no canal aerodinâmico.

- Para a entrada a condição de velocidade prescrita é utilizada, com velocidade média de 13,45 m/s gerando  $Re = 2,2 \times 10^4$  perfil uniforme, com intensidade turbulenta de 0,6 % e comprimento de escala de 0,001 m.
- Na saída a condição de pressão prescrita é aplicada com pressão equivalente a atmosférica, intensidade turbulenta de 0,83 % e comprimento de escala 0,0108 m.
- Nas paredes a condição de não deslizamento foi aplicada para todas as posições relativas a parede. A condição inicial da simulação, em todos os casos, foi equivalente as condições da entrada.

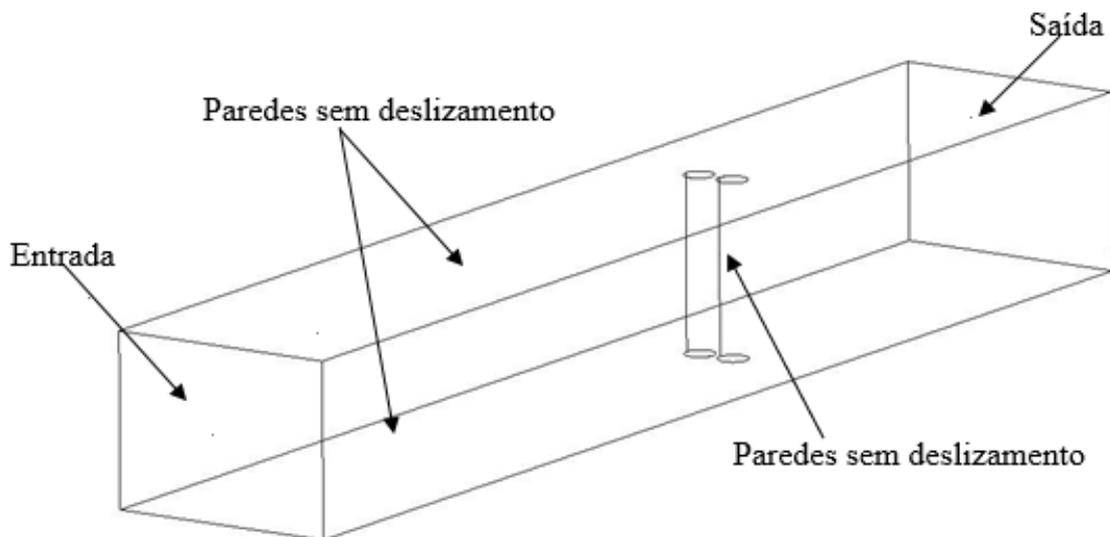


Figura 5.3 – Domínio Computacional 3D com cilindros paralelos

A malha utilizada foi criada no programa Icem<sup>®</sup> e volumes tetraédricos foram aplicados em todo o domínio com exceção das regiões de parede, onde camadas de volumes prismáticos foram inseridas, conforme detalhe na Figura 5.4 (a). Além disto, como a região de maior interesse é no entorno dos cilindros foi aplicado um bloco de densidade mais elevada nesta região, conforme apresentado na Figura 5.4 (b).

Na geração da malha o posicionamento do primeiro elemento próximo a parede precisa ser verificado, de acordo com cada modelo de turbulência a ser aplicado e dependendo do intuito da análise numérica. Para o caso do modelo  $k\omega$  - SAS as indicações são referentes ao  $k\omega$  - SST, já que Menter e Egorov, 2005, fizeram a adaptação do modelo sobre este último. Para o modelo empregado o  $y^*$  precisa ser menor que 100, sendo que para os casos de  $y^* > 11,225$  a lei logarítmica de parede é aplicada. A malha utilizada na presente análise nas simulações com o modelo  $k\omega$  -SAS variam o  $y^*$  entre 4 e 22, pois o mesmo é dependente do número de Reynolds e na região entre cilindros a velocidade aumenta 40%, sendo que neste caso a lei logarítmica de parede é aplicada. Os detalhes de cálculo de  $y^*$  estão descritos na seção 3.2.3.

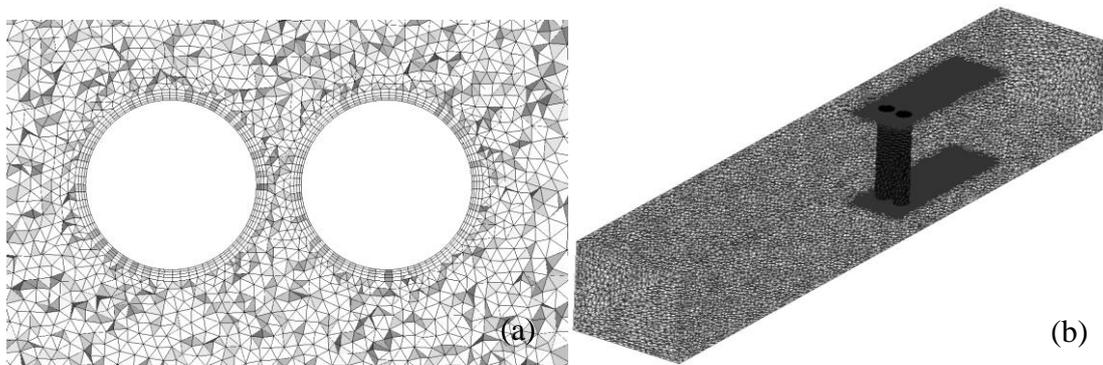


Figura 5.4 –a) Detalhe das camadas de prismas inseridas na parede dos cilindros e b) Vista isométrica apresentando a malha com densidade no entorno dos cilindros.

### 5.3 Análise de qualidade de malha RANS

Para a solução numérica do problema de uma forma confiável, executa-se o estudo de qualidade de malha, que tem o intuito de indicar que a solução é independente do refinamento da malha. Existem alguns métodos conhecidos para executar esta análise e o Índice convergência de malha, GCI, é o escolhido para a presente avaliação. O GCI foi desenvolvido por Roache, 1994, e fornece a diferença que o valor computado está do valor numérico assintótico, conforme descrito em Nasa, 2015.

Para o cálculo do GCI utilizam-se três malhas com razões de refinamento acima de 1,3, sendo que a razão de refinamento é calculada pela Equação (5.6), com  $D$  referente ao

número de dimensões do domínio e  $n$  às malhas refinada e grosseira. Depois de obtidas as razões de refinamento executa-se a simulação numérica das três malhas considerando os mesmos parâmetros. Para os casos em questão foram efetuadas simulações em regime permanente com o modelo  $\kappa\omega - Standart$  descrito em Wilcox, 1994, e depois da convergência escolhe-se uma variável para avaliação e nos casos do canal vazio e canal com tubos, a velocidade média em uma linha posicionada em  $y = 0,51$  m e  $z = 0,073$  m foi utilizada para monitoramento. De posse da variável calcula-se o larg direto entre os resultados da variável utilizada com a Equação (5.7), onde utilizam-se os valores das grandezas monitoradas em cada malha, sendo que com o sub índice  $g$  refere-se a malha com menor número de volumes.

$$r = \left( \frac{n_r}{n_g} \right)^{\frac{1}{D}} \quad (5.6)$$

$$\varepsilon = \frac{|f_r - f_g|}{f_r} \quad (5.7)$$

O cálculo do GCI para cada malha é efetuado com a Equação (5.8) onde os valores de erro e razão de refinamento são referentes as duas malhas em análise, por exemplo para  $GCI_{12}$  utiliza os respectivos  $\varepsilon_{12}$  e  $r_{12}$ . Na Equação (5.8) aparece também a variável  $h$  que é a ordem de convergência do problema e é recomendada em ficar na casa de 2. Como este valor não é conhecido o mesmo precisa ser calculado iterativamente aplicando Equação (5.9) onde relacionam-se os valores das variáveis e as razões das malhas. A variável  $Fs$  é o fator de segurança recomendado em 1,25 para soluções tridimensionais por Nasa, 2015. A ideia do GCI é relacionar o  $\varepsilon$  da Equação (5.7), com o erro que é esperado de um refinamento usando  $h = 2$  e  $r = 2$ .

$$GCI = \frac{Fs\varepsilon}{r^h - 1} \quad (5.8)$$

$$h = \frac{\ln\left(\left(\frac{r_{12}^{h-1}}{r_{23}^{h-1}}\right)\left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right)\right)}{\ln(r_{12})} \quad (5.9)$$

$$a = \frac{GCI_{23}}{r^h GCI_{12}} \quad (5.10)$$

O valor de  $h$  é obtido iterativamente resolvendo o sistema da Equação (5.8) e Equação (5.10), até que o critério  $a$ , apresentado na Equação (5.10), fique o mais próximo de 1. Além disto, o método GCI propicia o cálculo de uma estimativa do valor exato para a variável  $f$  em análise, o seu valor pode ser obtido pela Equação (5.11) aplicando os valores de cada variável.

$$f_{exato} = f_2 + \frac{(f_1 - f_2)r_{12}^h}{r_{12}^h - 1} \quad (5.11)$$

Na Tabela 5.1 pode-se visualizar o número de volumes em cada uma das malhas, as razões de refinamento obtidos para cada conjunto, sendo que os valores de velocidade média na linha em  $y = 0,51$  m e  $z = 0,073$  m variam entre 10,72 e 10,84 m/s da malha grosseira para a refinada, respectivamente. Os menores erros,  $\varepsilon$ , são obtidos nas malhas com maior número de volumes, resultam na ordem de convergência,  $h$ , de 1,52 e em uma diferença de 0,18 % em relação ao valor assintótico retirado do valor de  $a$ . Este valor mostra que a malha mediana apresenta resultados aceitáveis, mas executam-se as simulações com a malha de 4.817.214 volumes para todos os casos de canal aerodinâmico vazio.

Tabela 5.1 - Qualidade de Malha – Canal aerodinâmico Vazio

Malha 1 - Refinada	4.817.214 volumes
Malha 2 – Mediana	826.200 volumes
Malha 3 – Grosseira	54.864 volumes
$r_{12}$	1,80
$r_{23}$	2,47
$f_1$	10,84 [m/s]
$f_2$	10,82 [m/s]
$f_3$	10,72 [m/s]
$f_{exato,12}$	10,85 [m/s]
$f_{exato,23}$	10,85 [m/s]
$\epsilon_{12}$	1,85E-03
$\epsilon_{23}$	9,24E-03
$h$	1,52
$GCI_{12}$	0,0016
$GCI_{23}$	0,0039
$\alpha$	1,0018
Diferença entre malhas (%)	0,1845

A análise GCI para malha com cilindros é apresentada na Tabela 5.2, onde verificam-se as razões de refinamento de 1,39 e 1,44. Os valores de velocidade na posição  $y = 0,51$  m foram monitorados em cada malha, variando entre 20,61 e 19,38 m/s da malha 3 para malha 1. A ordem de convergência na solução iterativa é de 2,79 e gerando uma diferença de 1,6 % entre os resultados com malha refinada e malha mediana. Levando em conta, o maior tempo computacional necessário para a solução com a malha refinada, opta-se pelo uso da malha mediana e que garantirá um resultado com boa qualidade nas análises RANS.

Tabela 5.2 – Qualidade de Malha – Canal aerodinâmico com tubos

Malha 1 - Refinada	9.955.670 volumes
Malha 2 - Mediana	3.714.222 volumes
Malha 3 - Grosseira	1.237.784 volumes
$r_{12}$	1,39
$r_{23}$	1,44
$f_1$	19,38 [m/s]
$f_2$	19,69 [m/s]
$f_3$	20,61 [m/s]
$f_{exato,12}$	19,17 [m/s]
$f_{exato,23}$	19,17 [m/s]
$\epsilon_{12}$	1,60E-02
$\epsilon_{23}$	4,67E-02
$h$	2,79
$GCl_{12}$	0,0133
$GCl_{23}$	0,0328
$\alpha$	0,9843
Diferença entre malhas (%)	1,5996

#### 5.4 Análise de qualidade de malha LES

A avaliação de LES é feita, normalmente, comparando-se com resultados DNS, mas isto é contraditório, pois opta-se por soluções LES devido à demanda de grandes malhas e maior tempo computacional exigidos em DNS. Para avaliação do resultado numérico pode-se optar por duas abordagens, segundo Oberkampf e Trucano, 2002, uma delas é a verificação e a segunda é a validação. Na verificação determina-se que o modelo implementado reflete as práticas recomendadas e não está diretamente vinculado aos resultados físicos da análise. Na validação abrange-se a ciência física e matemática na comparação. O uso de comparativos de validação e verificação é aplicado no presente estudo, sendo utilizada bancada experimental

com características equivalentes na validação e um método sugerido na literatura para verificação.

Na maior parte dos trabalhos encontrados na literatura a validação é efetuada com o monitoramento da variável de interesse nos resultados numéricos e experimentais, mas não é comum o uso da energia cinética turbulenta. O uso deste estudo comparativo, com energia cinética turbulenta, é sugerido por Celik *et al.*, 2005, quando descreve a relação comparativa com DNS e indica o uso do resultado experimental da mesma forma.

#### 5.4.1 Validação simulação LES

A solução em LES utilizada na comparação com o estudo experimental possui malha com 12.050.000 volumes e para confrontar com os dados numéricos, executa-se o monitoramento de sete pontos apresentados na Figura 5.5 (a), durante os dois segundos de simulação em LES. A sonda de fio quente foi posicionada nas mesmas posições monitoradas na simulação numérica, sendo as coordenadas dos pontos apresentadas na Figura 5.5 (b).

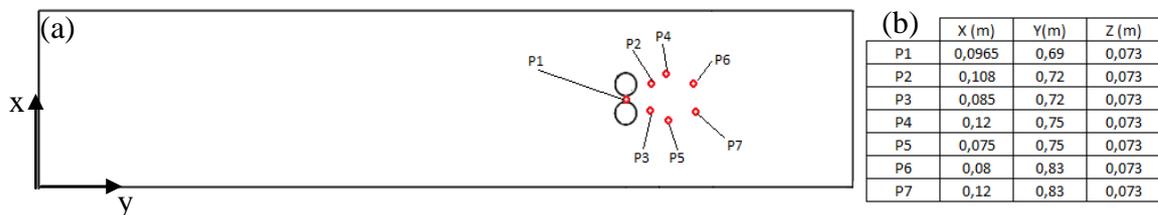


Figura 5.5 – Posição dos pontos de monitoramento durante as simulações numéricas a) distribuição no domínio e b) quadro com as posições exatas.

Os valores de energia cinética turbulenta foram calculados considerando comportamento isotrópico, tanto nos resultados numéricos quanto experimentais. Para a obtenção dos resultados experimentais coletou-se os dados com frequências de 10 kHz, 3 kHz e 1 kHz obtendo a média dos valores, separando as flutuações e aplicando na Equação (3.29). De posse dos valores, avalia-se o comportamento nas várias frequências, sendo que para escoamentos similares, nos comportamentos das esteiras, as grandezas são equivalentes e por este motivo os dados utilizados são com frequência de 1 kHz. Para a análise numérica o

procedimento é o mesmo adotado no experimental, utiliza-se os dados de velocidade, calcula-se a média, as flutuações e então a energia cinética turbulenta.

Os resultados obtidos para valores de energia cinética turbulenta são apresentados na Figura 5.6, onde mostram-se três medições experimentais para cada posição. As linhas são inseridas para facilitar a visualização, pois os valores coletados são os apresentados nos marcadores para cada um dos sete pontos monitorados. De acordo com as informações apresentadas na figura, pode-se verificar que o primeiro ponto gera um valor baixo de energia cinética turbulenta, devido às baixas flutuações de velocidade no escoamento da fenda. O ponto com maiores valores é o 2, pois com a proximidade do escoamento da fenda existe a geração de maiores flutuações. As variações entre os resultados experimentais e o numérico aproximam-se, mas não concordam em grandeza mesmo ao abranger o erro experimental associado que varia entre 12 – 15 %. Esta diferença é associada à inclinação do escoamento da fenda para trás do cilindro direito, o que gera maiores flutuações de velocidade neste ponto, impactando na não captação de todas as variações com a abordagem LES. Os resultados experimentais foram obtidos em três aquisições distintas e apresentam pequenas variações entre elas. Comparando com os resultados obtidos numericamente observa-se concordância entre os valores.

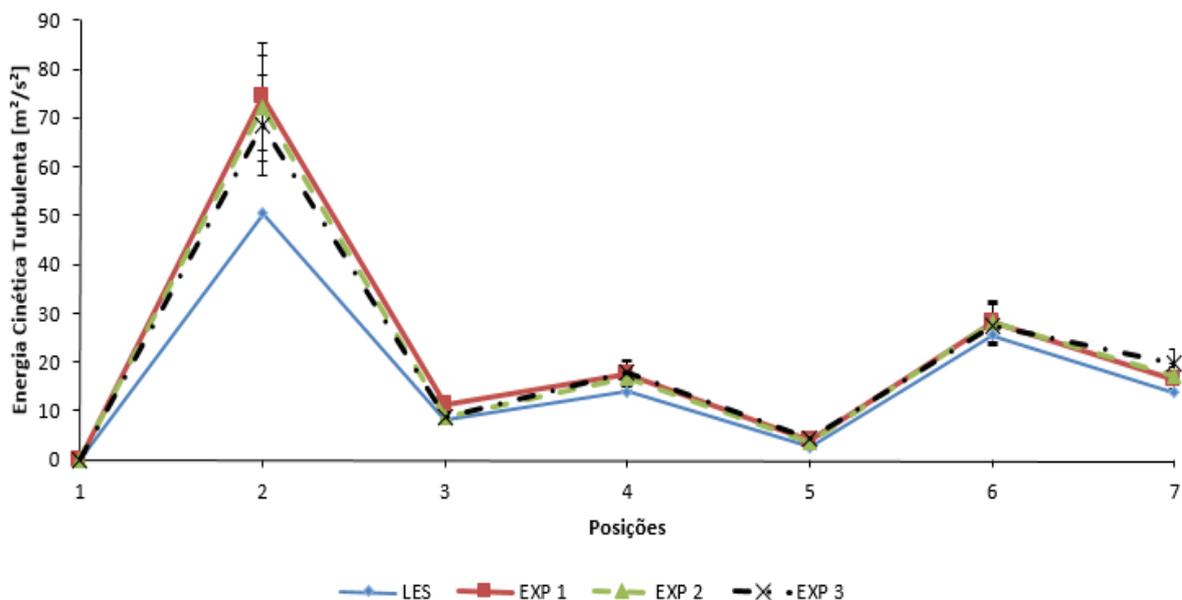


Figura 5.6 - Valores de energia cinética turbulenta para os pontos P1 à P7 obtidos com dados experimentais e numéricos.

Para trabalhar de forma adimensional nesta comparação, utiliza-se a relação entre os valores resolvidos na simulação numérica e os resultados experimentais, conforme Equação (5.12). Aplicando esta relação deve-se encontrar valores entre 0 e 1, sendo que se o valor obtido ficar acima de 0,8 a simulação modela apenas 20% das escalas da turbulência, que é a relação utilizada por diversos autores para indicar qualidade de solução, mas não é resultado de uma comprovação matemática.

$$QI = 1 - \left( \frac{k_{Experimental} - k_{LES}}{k_{Experimental}} \right) \quad (5.12)$$

Os resultados obtidos com a Equação (5.12) são apresentados na Figura 5.7, onde verifica-se que os valores adimensionais variam entre 0,56 e 0,98. Os valores mais baixos ocorrem na posição 5, onde se alteram entre 0,56 e 0,7. No geral, os valores se matém acima de 0,7, o que mostra que a simulação tem concordância com o resultado experimental e representa o fenômeno em análise.

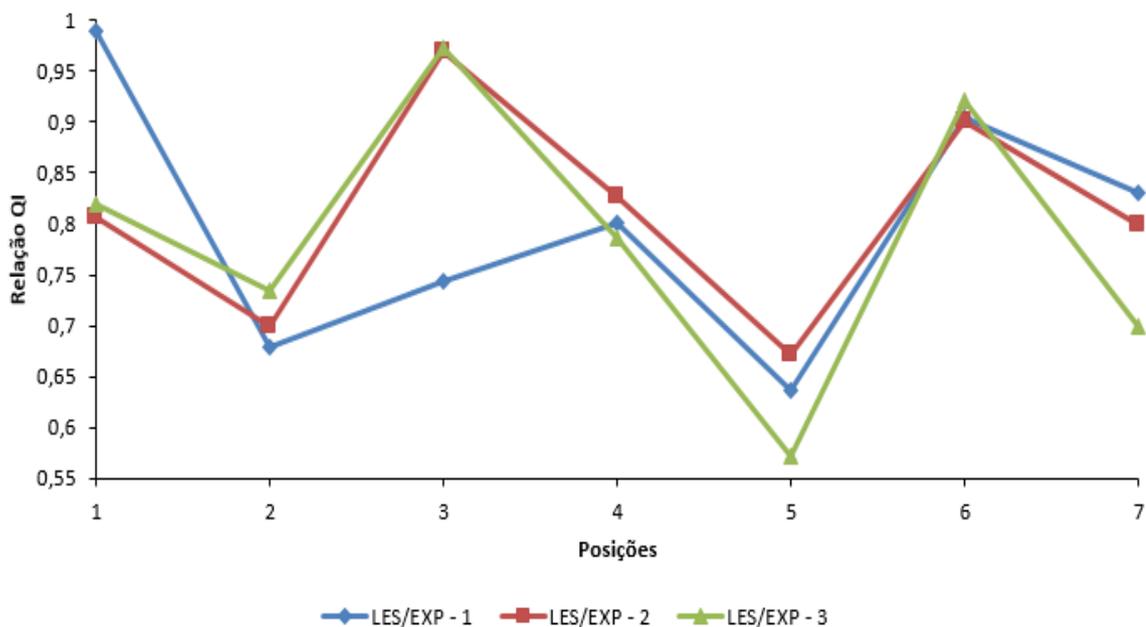


Figura 5.7 – Relação  $QI$ , Equação (5.12), de energia cinética turbulenta numérica e experimental nos pontos monitorados.

### 5.4.2 Verificação simulação LES

A relação de energia cinética turbulenta resolvida e modelada, 80 – 20, é bem difundida e por este motivo, diversos autores a aplicam, como Afgan *et al.*, 2011, que executa um escoamento sobre tubos posicionados lado a lado e mostra grande qualidade em sua solução. Ao utilizar programas comerciais não há possibilidade, em alguns casos, de obter de forma direta a quantidade de energia cinética turbulenta modelada, somente a resolvida, e para estes casos alguns autores como Celik *et al.*, 2005, desenvolveram uma forma de verificação da solução LES a partir de duas simulações LES com malhas distintas.

O método apresentado por Celik *et al.*, 2005, foi concebido para verificação da solução e é apresentado em alguns estudos publicados, como o escoamento no entorno de altos prédios apresentados por Gousseau *et al.*, 2013, onde com duas malhas que apresentam refinamentos distintos os autores obtém que a quantidade de energia cinética turbulenta resolvida fica na média entre 80 e 91%. O estudo de Klein *et al.*, 2008, apresenta uma comparação entre o método citado acima, o método de Lilly para estimar a energia cinética turbulenta da região sub-malha, o índice de verificação baseado na extrapolação de Richardson e Malha sistemática com modelo de variação (SGMV) aplicados à um problema de decaimento de turbulência isotrópico. Os resultados mostram que entre os quatro métodos o SGMV e o LES\_IQ apresentam uma estimativa de erro mais conservativa, porém estudos mais complexos são sugeridos.

Para a verificação da qualidade da solução executam-se as duas simulações com diferentes malhas, porém com os mesmos parâmetros. As duas malhas utilizadas possuíam as seguintes características: uma malha com 9.900.000 volumes e a segunda com 12.050.000 volumes. Os parâmetros aplicados foram transientes com passo de tempo de 0,001 s, esquema de interpolação *Power Law*, acoplamento pressão-velocidade SIMPLEC e condições de contorno de acordo com seção 5.2.2.

Executa-se a simulação por um tempo pré-estabelecido e, então, grava-se os resultados das velocidades sobre uma linha na região crítica do escoamento durante 54 passos de tempo, executa-se a média dos resultados e calcula-se a energia cinética turbulenta média para cada uma das malhas, utilizando a Equação (3.29). Além disto, calcula-se a relação entre as malhas  $\alpha$ , sendo  $\alpha = \frac{h_1}{h_2}$ , resultando em 1,21. O grau do esquema de interpolação utilizado é aplicado

como  $p$ , sendo que para o caso em questão utiliza-se o esquema *Power Law* que é de ordem 5. Aplicam-se os valores na Equação (5.13) para obter a relação de qualidade obtida com a malha refinada e na Equação (5.14) para obter o resultado da malha grosseira.

$$LES - IQ_k^f = \frac{1}{1 + \left(1 - \frac{k_1^{res}}{k_2^{res}}\right) (\alpha^p - 1)^{-1}} \quad (5.13)$$

$$LES - IQ_k^c = \frac{1}{1 + \left(\frac{k_2^{res}}{k_1^{res}} - 1\right) \alpha^p (\alpha^p - 1)^{-1}} \quad (5.14)$$

A análise inicial abrangia toda a região lateral de um dos cilindros, conforme Figura 5.8, mas apesar dos mesmos parâmetros aplicados, cada uma das simulações teve a inclinação do jato da fenda para uma direção, conforme Figura 5.9 (a) e (b). Este comportamento gerou diferenças de velocidades resultando valores das relações acima de 1, na aplicação das Equação (5.13) e Equação (5.14) e que não são realistas, já que com o refinamento da malha maior proporção de energia cinética é resolvida. Desta forma, somente parte da linha prevista inicialmente, Figura 5.8, foi utilizada na análise.

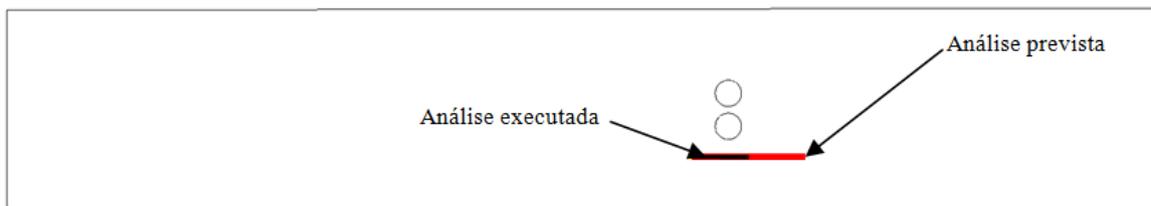


Figura 5.8 – Posição da linha onde são extraídos os valores para cálculo da energia cinética turbulenta, sendo apresentados os comprimentos previsto e executado.

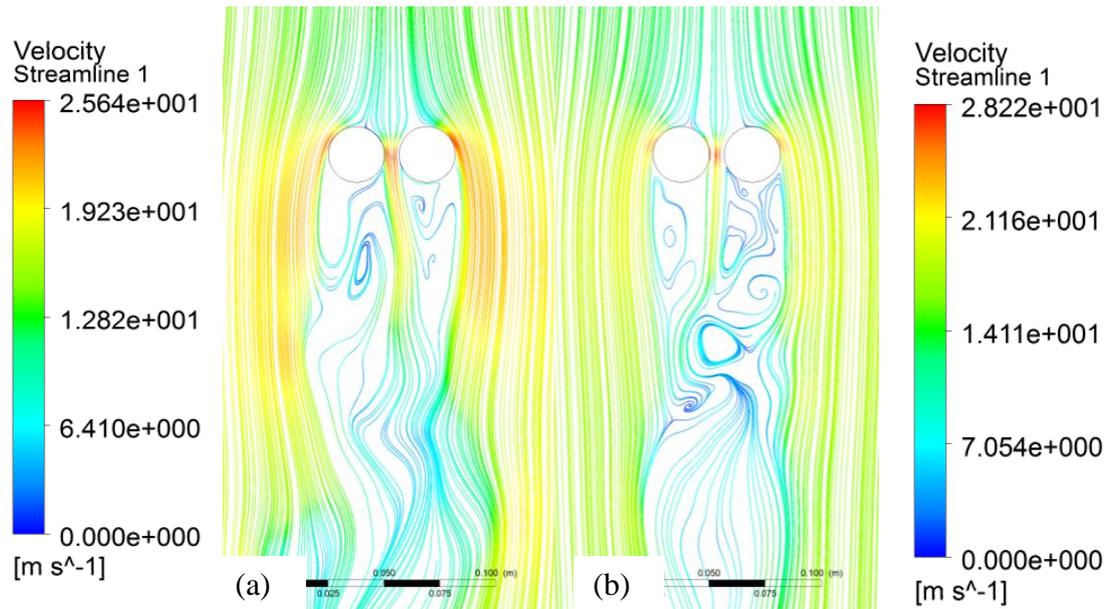


Figura 5.9 – Planos com linhas de corrente no instante 0,098s a) Simulação malha refinada e b) Simulação malha não refinada.

Os valores de energia cinética turbulenta foram calculados sobre os resultados na linha indicada como análise executada apresentada na Figura 5.8. Os valores finais obtidos com as equações acima são apresentados na Figura 5.10, onde se verifica os resultados relativos à malha refinada que variam entre 0,7 e 0,98, gerando um valor médio de 0,806. Na mesma figura estão representados os valores para a malha menos refinada que mostra valores entre 0,3 e 0,9, gerando média de 0,497. Observa-se na Figura 5.10 que na região próxima de 0,69 m a qualidade da malha com menor número de volumes cai significativamente, resultado do impacto dos cilindros no escoamento. Utilizando a relação 80 % - 20 %, observa-se que a malha com maior refinamento apresenta resultados de boa qualidade, enquanto a menor malha apresenta regiões de baixas qualidades.

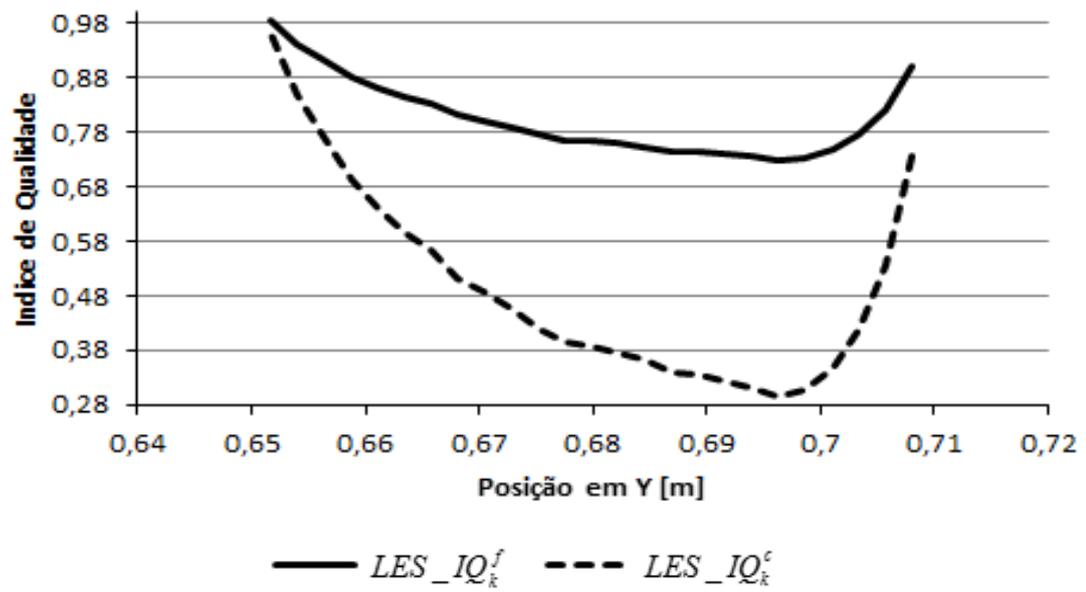


Figura 5.10 – Resultados da verificação de qualidade aplicando o método Celik *et al.*, 2005.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 6.1 Diferença da aplicação das condições de contorno

O estudo experimental é efetuado no canal aerodinâmico do LMF, sendo considerada uma seção de testes com 146 x 193 x 1020 mm, conforme descrito na seção 4.1. O objetivo da comparação, apresentada nesta subseção, é avaliar o impacto da utilização do perfil de velocidades experimental como condição de contorno na entrada do domínio do canal aerodinâmico vazio. Para efetuar a análise das condições de contorno efetua-se a coleta das velocidades ao longo da seção de 193 mm com a técnica de anemometria de fio quente, efetuando a varredura de 20 em 20 mm, com a sonda posicionada na distância de 285 mm da tela de homogeneização e distante 73 mm da base do canal.

A frequência de aquisição utilizada é de 1 kHz e filtro de 0,3 kHz e uma série de 32.768 eventos é coletada para cada posição de medição. De posse destas séries de dados, obtém-se a média de cada uma e gera-se o perfil de velocidades, apresentado na Figura 6.1(a) onde pode-se verificar a não linearidade do perfil turbulento, visível pela linha que liga os pontos experimentais. Além disto, utilizando a Equação (3.26) calcula-se a intensidade turbulenta na seção e o perfil encontrado é o apresentado na Figura 6.1 (b), sendo que nas paredes a intensidade é de 8 % e no avanço em direção ao centro varia entre 0,6 e 0,8 %.

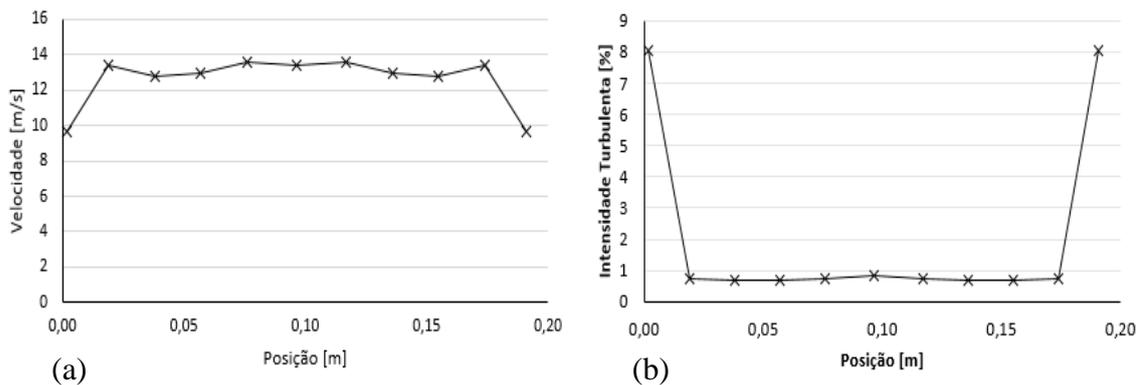


Figura 6.1 – Perfis transversais na seção de testes ao longo da dimensão de 193 mm

a) Velocidade média e b) Intensidade turbulenta.

Para comparar o impacto da utilização do perfil experimental ao invés de aplicar o perfil homogêneo padrão do programa de simulações numéricas, aproximam-se os pontos coletados na seção de testes por polinômios de terceiro, quarto e sexto graus. Os polinômios utilizados são apresentados na Equação (6.1). A razão de proporcionalidade entre a curva e o polinômio ficou entre 0,5, 0,7 e 0,8 para o perfil de terceira, quarta e sexta ordens, respectivamente. Os polinômios foram obtidos com o programa Matlab<sup>®</sup>, criando uma curva que busca reproduzir a tendência dos pontos.

$$\begin{aligned}
 u_{terceira} &= 1x10^{-9}u^3 - 963,68u^2 + 4x10^{-12}u + 15,022 \\
 u_{quarta} &= -249.584u^4 + 3x10^{-8}u^3 + 1455,8u^2 + 4x10^{-12}u + 12,312 \\
 u_{sexta} &= -9x10^7u^6 + 0,0137u^5 + 1x10^6u^4 - 0,0002u^3 - 2884u^2 + 3x10^{-7}u^4 + 14,45
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

Os polinômios foram inseridos na simulação numérica como condição de entrada através de uma função definida pelo usuário (UDF). O dado de comparação escolhido foi a pressão do canal aerodinâmico, conforme descrito na seção 4.1.

As simulações numéricas do canal vazio utilizando os polinômios apresentados na Equação (6.1) são efetuadas considerando o regime permanente, aplicando RANS com modelo de turbulência  $\kappa\omega - Standart$ , descrito em Wilcox, 1994, com critério de convergência  $10^{-6}$  para as equações e monitoramento de um ponto de velocidade no centro do canal. O método de interpolação utilizado nestas simulações é o *upwind de segunda ordem*. As condições de contorno na entrada foram o perfil de velocidades descrito pelo polinômio na UDF, a intensidade turbulenta homogênea de 0,6% e o comprimento de escala da grade experimental 0,001 m. Na saída, a condição é de pressão atmosférica, intensidade turbulenta de 0,83 % e comprimento de escala de 0,01 m. Nas paredes superior, inferior e laterais são inseridas as condições de paredes sem deslizamento. Os valores de pressão na parede nas simulações são lidos em pontos nas mesmas posições das coletas experimentais e compilados na Figura 6.2.

Na Figura 6.2 pode-se verificar que os perfis de polinômios de terceira e quarta ordem divergem significativamente do resultado experimental, chegando a 40 % nos valores iniciais, mas conforme evolui no canal aproxima-se da curva experimental. A utilização dos polinômios leva a uma divergência do campo de pressão calculado em relação ao experimental. O valor médio experimental obtido para a pressão é de 7,24 Pa. Já os resultados

médios de pressão na parede obtidos para os perfis com polinômios de terceiro e quarto graus são 4,01 Pa e 4,46 Pa e geram um erro de 44,7 % e 38,3 %, respectivamente, ao compararmos com os resultados experimentais. No caso do perfil com polinômio de sexta ordem, existe uma aproximação do perfil experimental, mas o valor médio de 5,98 Pa gera um erro de 17,3 % que ainda é alto. O mesmo comportamento de maior divergência nas posições iniciais do canal se mantém e nos pontos finais os resultados se aproximam. Por fim, executa-se a simulação sem perfil experimental, ou seja, com o perfil homogêneo padrão gerado pelo programa. Neste caso o resultado é compatível com o experimental, sendo que a média da pressão obtida é de 7,31 Pa gerando um erro de 0,98 % em relação ao resultado experimental, este resultado fica dentro da incerteza de medições e mesmo apresentando uma divergência de 9,7 % no ponto inicial, considera-se uma ótima relação com o resultado experimental.

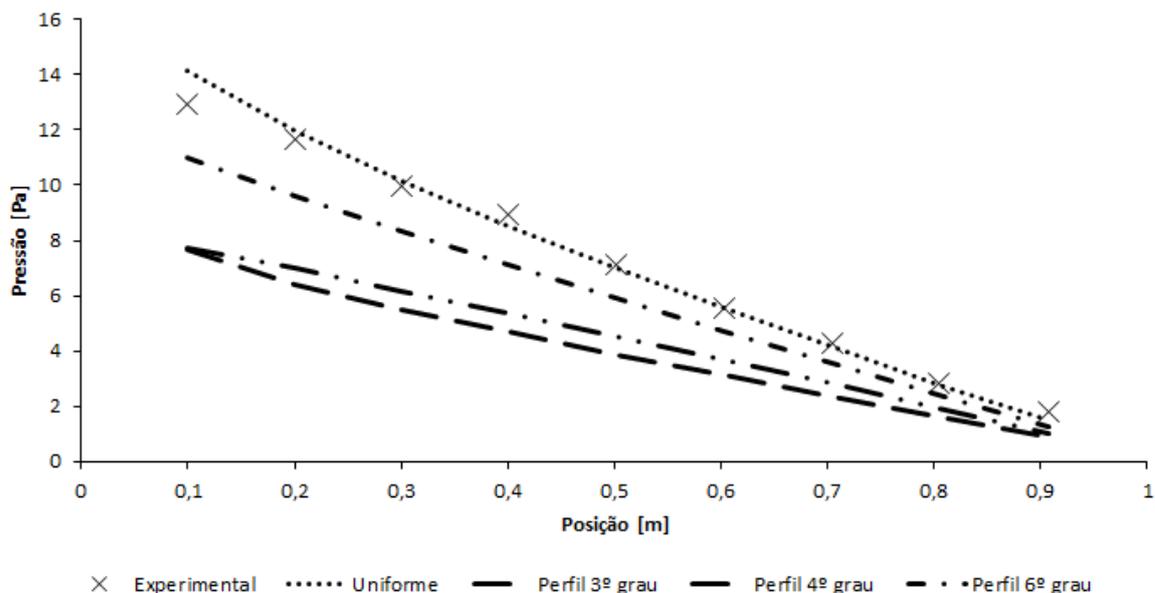


Figura 6.2 - Queda de pressão ao longo da parede lateral no canal aerodinâmico comparando resultados numéricos com experimentais.

Devido aos resultados obtidos na Figura 6.2, o uso dos perfis de velocidade em  $z$ , de energia cinética turbulenta e da taxa de dissipação viscosa não são testados, pois os valores médios aplicados com o perfil homogêneo do programa mostram concordância com o comportamento experimental e pode-se utilizar o mesmo nas simulações. O motivo da divergência entre os resultados com polinômios e o experimental pode estar ocorrendo devido

ao ajuste da linha nos pontos que não é executada com proporcionalidade total ou devido a utilização do perfil experimental somente na direção x.

## 6.2 Comparativo numérico e experimental do escoamento sobre cilindros

Nesta subseção objetiva-se comparar as séries de velocidades obtidas numérica e experimentalmente em pontos monitorados das esteiras para a frequência de 1 kHz. Para o comparativo executa-se o monitoramento das posições que estão representadas e descritas na Figura 5.5. Compara-se as séries de dados obtidas das simulações numéricas avaliando a variação existente entre os resultados aplicando as formulações URANS e LES, além disto, compara-se com as séries temporais resultantes dos experimentos, monitorando a velocidade em cada ponto nas mesmas posições durante 1 s.

Os dados de comparação são os pontos P2 e P3 da Figura 5.5 e os resultados comparando as três fontes de informação são apresentados na Figura 6.3. Os valores obtidos com LES, apresentados na Figura 6.3 (a), geram os valores médios de 10,36 m/s e 3,24 m/s para as esteiras estreita e larga, respectivamente. Na Figura 6.3 (b) são mostrados os resultados da solução numérica utilizando URANS e deles obtém-se médias de 8,61 m/s para a esteira estreita e 2,91 m/s para a esteira larga e na Figura 6.3 (c) os resultados experimentais podem ser vistos, com velocidade média de 2,84 m/s para a esteira larga e 13,38 m/s para a esteira estreita. Comparando estes resultados obtém-se 22,5 % de diferença entre o resultado LES e experimental e 35,6 % entre os resultados URANS e experimental nas velocidades médias da esteira estreita. Para as velocidades médias na esteira larga 2,5 % entre URANS e experimental e 14 % para LES e experimental. A variação entre os valores pode estar vinculada somente aos modelos aplicados, mas também pode mostrar a dependência do tempo avaliado, pois o escoamento não é constante.

A fim de visualizar melhor as diferenças entre as abordagens numéricas e o resultado experimental são sobrepostos 0,25 s dos sinais temporais de cada uma das esteiras na Figura 6.4, onde pode-se verificar que para a esteira estreita, Figura 6.4 (a), existe maior desvio dos valores de velocidade, pois o escoamento da fenda apresenta maior influência nesta leitura. Na amostra experimental diversos picos acentuados são verificados, mas mantém a abrangência dos valores equivalentes aos resultados numéricos. Para os resultados LES, alguns picos são visualizados, mas com comportamento suavizado, se comparados aos

experimentais. No resultado URANS com o modelo de turbulência  $k\omega$ -SAS, obtém-se comportamento mais atenuado que em LES com tendência clara à média. Este comportamento mostra as relações de literatura, onde RANS descreve as médias e LES apresenta maiores detalhes ao resolver parte das flutuações. O resultado com tendência à média da simulação URANS  $k\omega$ -SAS é interessante e contraditória, já que o modelo SAS, em seu conceito, trabalha com escala de turbulência adaptativa e na região de esteira apresentaria um comportamento próximo de LES.

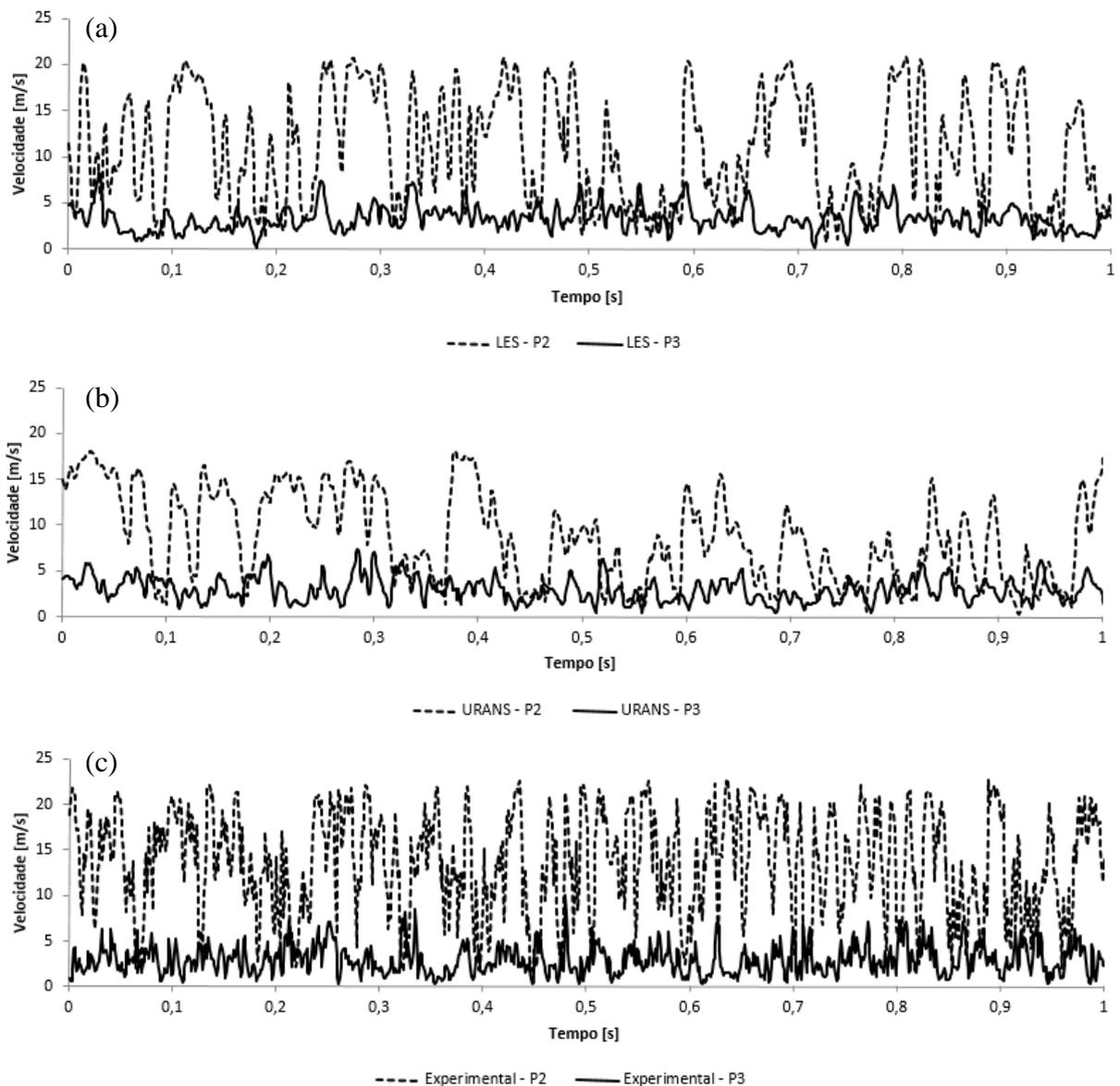


Figura 6.3 – Comportamento ao longo de 1s nos pontos P2 e P3 a) resultados obtidos na simulação LES, b) resultados obtidos com simulação  $k\omega$ -SAS e c) resultados experimentais.

No monitoramento da esteira larga, Figura 6.4 (b), os dados apresentam melhor equivalência, pois a posição dentro da esteira larga não é influenciada de forma tão significativa pelo escoamento da fenda. O mesmo comportamento das curvas de solução é encontrado, enquanto o resultado experimental apresenta picos de velocidades bem definidos, apesar das filtragens passa baixa e passa alta impostos na aquisição do sinal, os modelos LES e URANS filtram o resultado, mas nesta amostragem os valores numéricos não se distinguem de forma tão significativa.

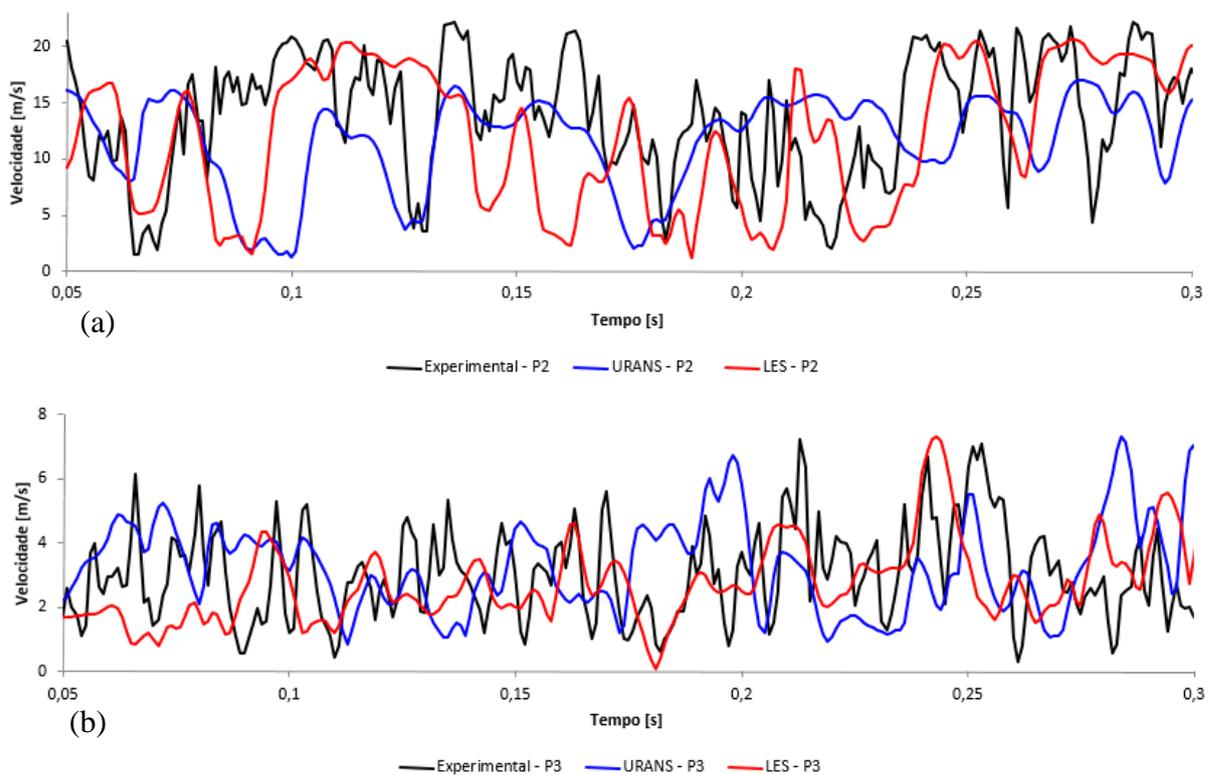


Figura 6.4 – Aquisição de velocidades a) esteira estreita e b) esteira larga

### 6.2.1 Comparativo URANS x LES

A qualidade de solução utilizando o modelo LES é, conceitualmente, superior em relação ao URANS, porém devido à necessidade de uma malha refinada, o tempo de simulação exigido é elevado. O objetivo desta subseção é demonstrar qualitativamente os resultados gerados com cada uma das modelagens utilizando campos de velocidade, campos

de pressão e espectro de potências das frequências. Dessa forma executa-se a comparação do uso do modelo URANS  $k\omega$  – SAS para a mesma condição de passo de tempo, mas com malha menos refinada, com o intuito de avaliar a diferença do resultado para o escoamento sobre cilindros. Para a simulação LES utiliza-se um processador Xenon com 12 núcleos e 32 Gb de memória RAM retornando 2,048 s de simulação em 38 dias. Na simulação URANS utiliza-se o computador com Core i7 e 16 Gb de memória RAM para 8,2 s de simulação em 42 dias. Os resultados de qualidade de malha RANS e LES e simulações laminares foram executadas com 4 processadores no cluster *Sun Fire* do CESUP com 4 Gb de memória RAM associados a cada um deles nas simulações.

Comparam-se os resultados das simulações aplicando os contornos de velocidades instantâneas para os casos em LES e URANS  $k\omega$  – SAS. Considera-se a mesma condição de esteira larga atrás do cilindro esquerdo, porém em diferentes instantes de tempo, nos planos 0,04 m e 0,09 m da base na Figura 6.5 e na Figura 6.6, respectivamente.

Na Figura 6.5 são apresentados os contornos de velocidades obtidos com as simulações numéricas no plano posicionado à 0,04 m da base, onde verifica-se que o campo de velocidades obtido com a simulação LES possui regiões mais definidas e desprendimentos de vórtices visíveis. No campo obtido com URANS verificam-se regiões homogêneas dentro dos campos, criando regiões médias e com as perturbações do escoamento menos visíveis. Outro ponto interessante é que as velocidades máximas divergem em grandeza, cerca de 3,5 m/s, sendo que o resultado URANS apresenta o maior valor. A região de maior velocidade é a mesma e está entre os cilindros, sendo que o resultado obtido em LES apresenta valores mais próximos dos encontrados nas aquisições experimentais que variam em torno de 23 m/s.

Na Figura 6.6 as esteiras largas observadas são longas e finas, mas mantém a assimetria do escoamento, porém com escoamento da fenda apresentando menor inclinação. Na análise em LES observa-se esteira de desprendimento de vórtices nas regiões mais afastadas dos cilindros, o que não ocorre nos resultados URANS. Outro ponto interessante é a maior quantidade de detalhes apresentada no gradiente de velocidades obtido em LES. No escoamento da fenda, por exemplo, o comportamento apresentado pela solução URANS muda bruscamente os contornos de velocidade, enquanto na solução LES a mudança é gradativa, com variação de velocidade conforme acontece a interação nas esteiras dos cilindros.

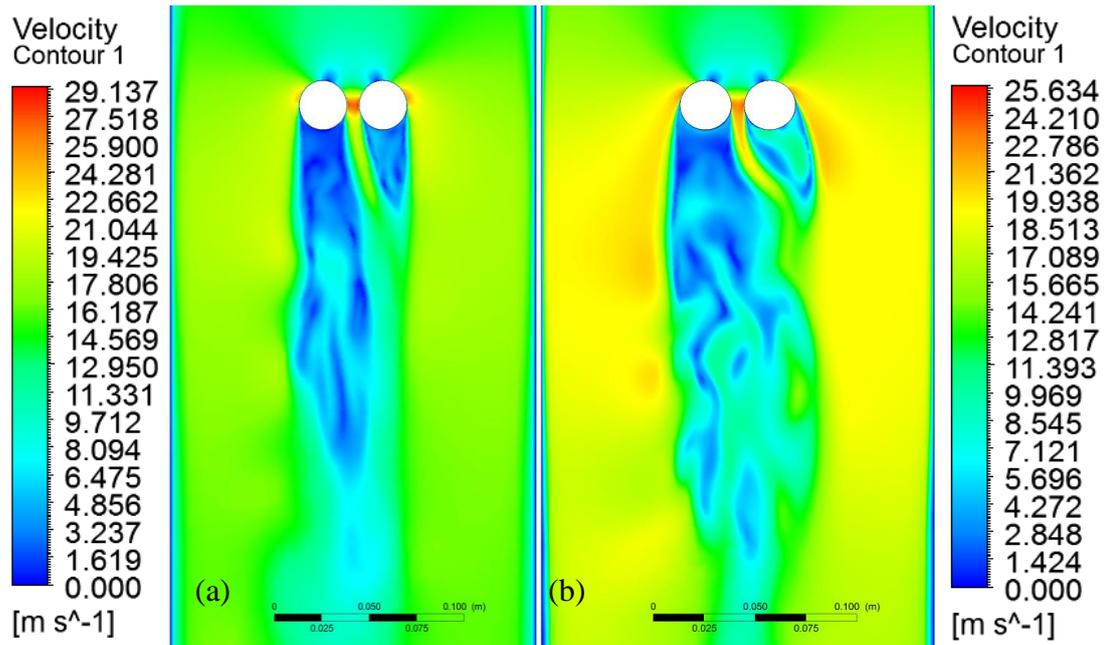


Figura 6.5 – Contornos dos campos de velocidade na posição em 0,04m da base do canal aerodinâmico nas soluções a) URANS  $k\omega$  - SAS e b) LES.

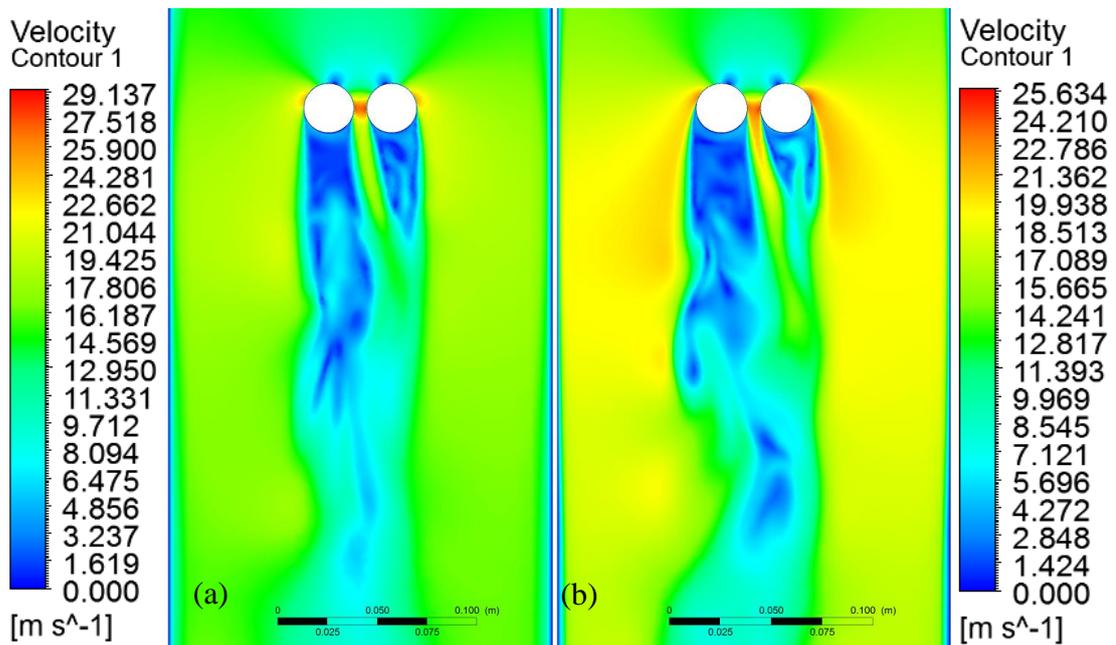


Figura 6.6 - Contornos dos campos de velocidade na posição em 0,09m da base do canal aerodinâmico nas soluções a) URANS  $k\omega$  - SAS e b) LES.

Os campos de pressão nos planos, 0,04 m e 0,09 m da base, são apresentados na Figura 6.7 e na Figura 6.8. Ao avaliar as figuras verificam-se grandes variações entre elas, pois no resultado URANS, regiões de baixa pressão são visíveis apenas no entorno dos cilindros e em locais com vórtices na esteira, enquanto o resultado LES mostra um campo de pressão com mais detalhes e baixa pressão em toda a esteira, com pontos bem definidos de menor pressão em regiões de vórtices. As grandezas de pressão divergem em 5 Pa nas regiões de pressão positiva, ou seja, antes do cilindro, porém a grande variação, de cerca de 150 Pa está nas regiões de baixa pressão, onde os valores de URANS são muito menores que os observados nos resultados em LES. Na Figura 6.8 percebe-se as mesmas alterações com campos médios gerados na solução URANS e gradientes mais definidos nas regiões de esteira nos resultados LES.

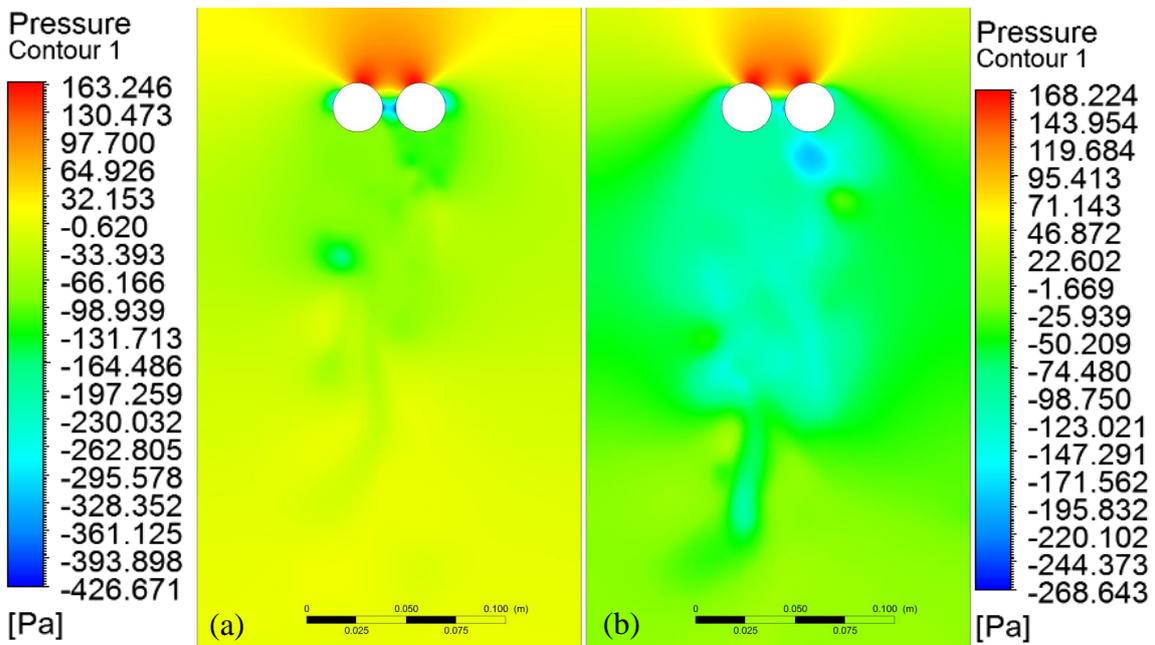


Figura 6.7 - Contornos dos campos de pressão na posição em 0,04m da base do canal aerodinâmico nas soluções a) URANS  $k\omega$  - SAS e b) LES.

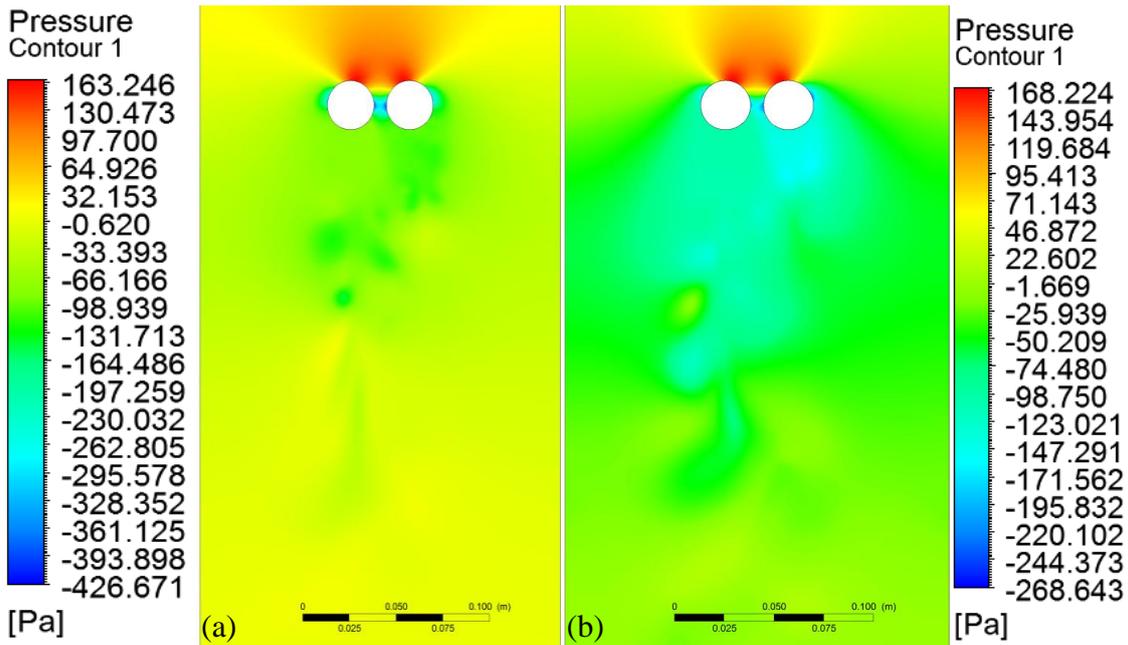


Figura 6.8 - Contornos dos campos de pressão na posição em 0,09m da base do canal aerodinâmico nas soluções a) URANS  $k \omega$  - SAS e b) LES.

Outro ponto de comparação utilizado é o número de Strouhal encontrado nas simulações e na aquisição experimental, aplicando a transformada rápida de Fourier e gerando a densidade espectral do sinal temporal, descrito na seção 3.1.2, e apresentadas na Figura 6.9. No sinal experimental percebe-se um pico de frequência em 70 Hz, resultando em número de  $St = 0,13$ . Em 30 Hz um pico com menor intensidade também é percebido resultando  $St = 0,06$ . Para os resultados com as simulações se obtém um espectro de potência com maior erro estatístico, devido a variação do tamanho da banda. Esta alteração da banda é relativa ao baixo número de eventos utilizados na amostra, aplicando 8192 pontos (8,192 s) no sinal URANS e 2048 pontos (2,048 s) no sinal LES. Mesmo assim, observa-se no resultado para LES um pico saliente em 70 Hz e um em 140 Hz, com a primeira frequência concordando com o valor experimental de  $St$ . Para o resultado URANS um pico de frequência é visível em 30 Hz e também verifica-se um pico com menor intensidade em 70 Hz, os quais correspondem aos valores experimentais. Os erros estatísticos, calculados com a Equação (3.23), associados às densidades espectrais obtidas com LES é 25 %, RANS é 23% e experimental é 9 %.

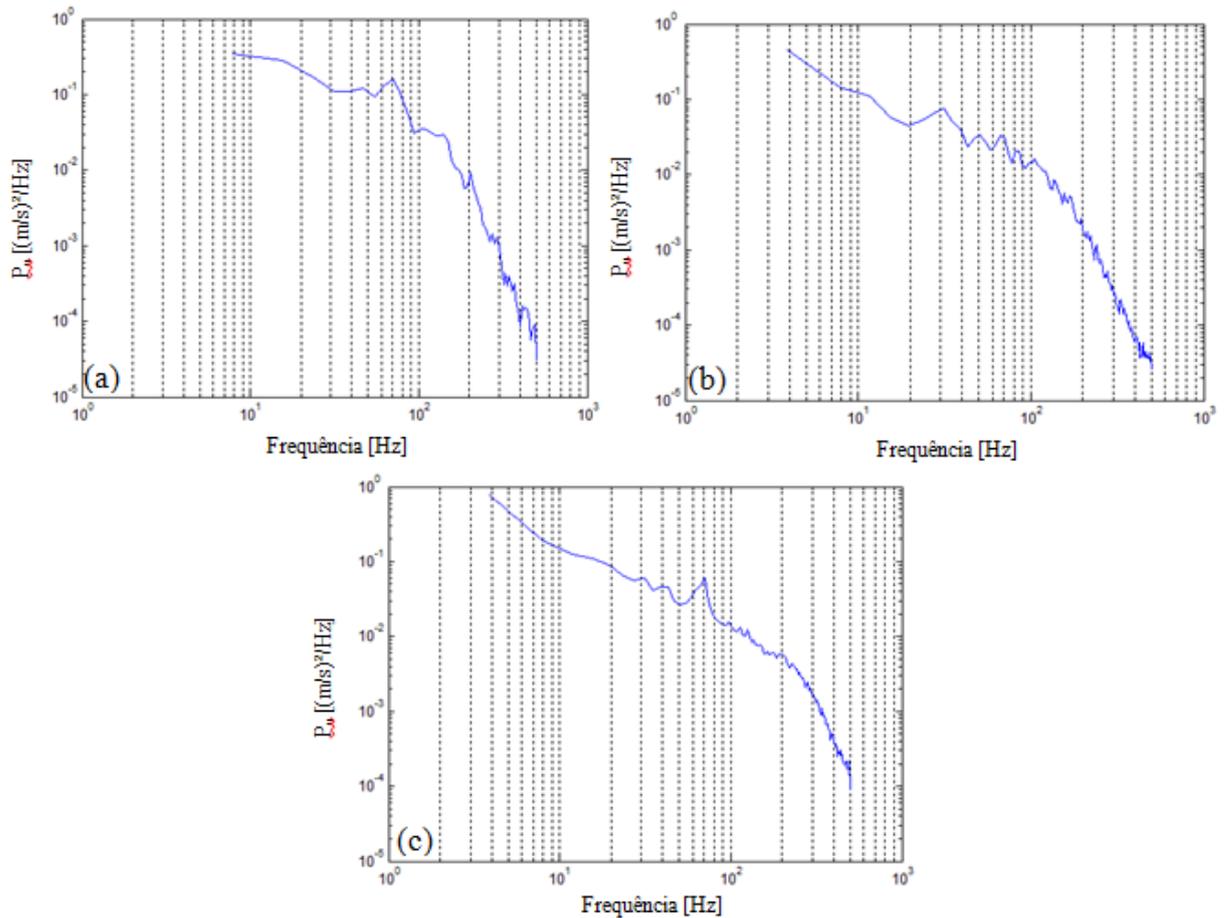


Figura 6.9 – Densidades espectrais das séries temporais obtidas com a) Simulação numérica – LES, b) Simulação Numérica – URANS e c) Experimental.

### 6.3 Mudança de modos de esteiras

O objetivo desta subseção é o melhor entendimento da biestabilidade e para isto executam-se duas simulações de escoamento turbulento em torno de dois cilindros lisos lado a lado. Na primeira análise numérica aplicou-se uma malha tetraédrica com 1.600.000 volumes, análise transiente, passo de tempo de 0,5 s, uma solução URANS usando modelo  $\kappa \omega$  – SAS e critério de convergência de  $10^{-3}$ . As condições de contorno aplicadas foram de 13 m/s de velocidade na entrada, gerando escoamento com  $Re = 2,15 \times 10^4$ , com intensidade turbulenta de 0,6% e escala de comprimento de 0,001 m e o tempo total foi 49s. Para a segunda análise aplicou-se uma malha tetraédrica com 3.700.000 volumes, análise transiente, passo de tempo de 0,001 s (equivalente a frequência de aquisição experimental), o método URANS usando

modelo  $\kappa\omega$  – SAS, critério de convergência de  $10^{-6}$ , um tempo total de 8,192 s e com condições de contorno de 13,45 m/s de velocidade na entrada, gerando escoamento com  $Re = 2,2 \times 10^4$ , com intensidade turbulenta de 0,6% e escala de comprimento de 0,001 m.

Os resultados referentes à primeira análise numérica, com passo de tempo de 0,5 s, são apresentados na Figura 6.10, onde observa-se 12 s de simulação utilizando linhas de corrente sobre o plano central do domínio, em uma distância de 0,073 m da base. Na sequência de imagens da Figura 6.10 verifica-se a assimetria nas esteiras dos cilindros, com uma esteira larga e a outra estreita, em alguns quadros, como em 30 s, pode-se observar a presença de vórtices com grandes estruturas. A troca de modos de esteira também é observada, sendo que até 30 s a esteira larga está atrás do cilindro esquerdo e no segundo seguinte está atrás do cilindro direito. O mesmo fenômeno acontece entre os instantes 35 s e 36 s, apresentando maior simetria nas esteiras nos quadros entre trocas de modos das esteiras.

Estas ocorrências mostram as características biestáveis apresentados por Kim e Durbin, 1988, Alam *et al.*, 2003 e de Paula e Möller, 2013. Devido ao grande passo de tempo da simulação, a mesma gera pequena quantidade de dados nas séries temporais e em frequência muito baixa para uma análise detalhada. De toda forma, o comportamento de alteração do modo sem aviso e em tempo não periódico são características observadas na presente simulação e são as principais peculiaridades dos escoamentos biestáveis.

Observando a evolução das estruturas atrás dos cilindros é visível que eles têm vórtices de grandes escalas e é por isso que, mesmo com uma malha grosseira e grande passo de tempo a configuração assimétrica tradicional e o comportamento biestável são visíveis. As grandes escalas são aquelas formadas a partir dos cilindros dentro do escoamento. Silvestrini e Möller, 2004, dizem que, em escoamentos com altos números de Reynolds, a força viscosa pode ser negligenciada em comparação com as forças de inércia, com exceção da região próxima da parede. Para a escala de comprimento é utilizado o diâmetro do cilindro e para a escala de tempo a relação  $d/u$ . Na análise da evolução do escoamento observa-se que são as grandes escalas que regem o fenômeno biestável, pois mesmo com uma malha pouco refinada a ocorrência da biestabilidade é verificada.

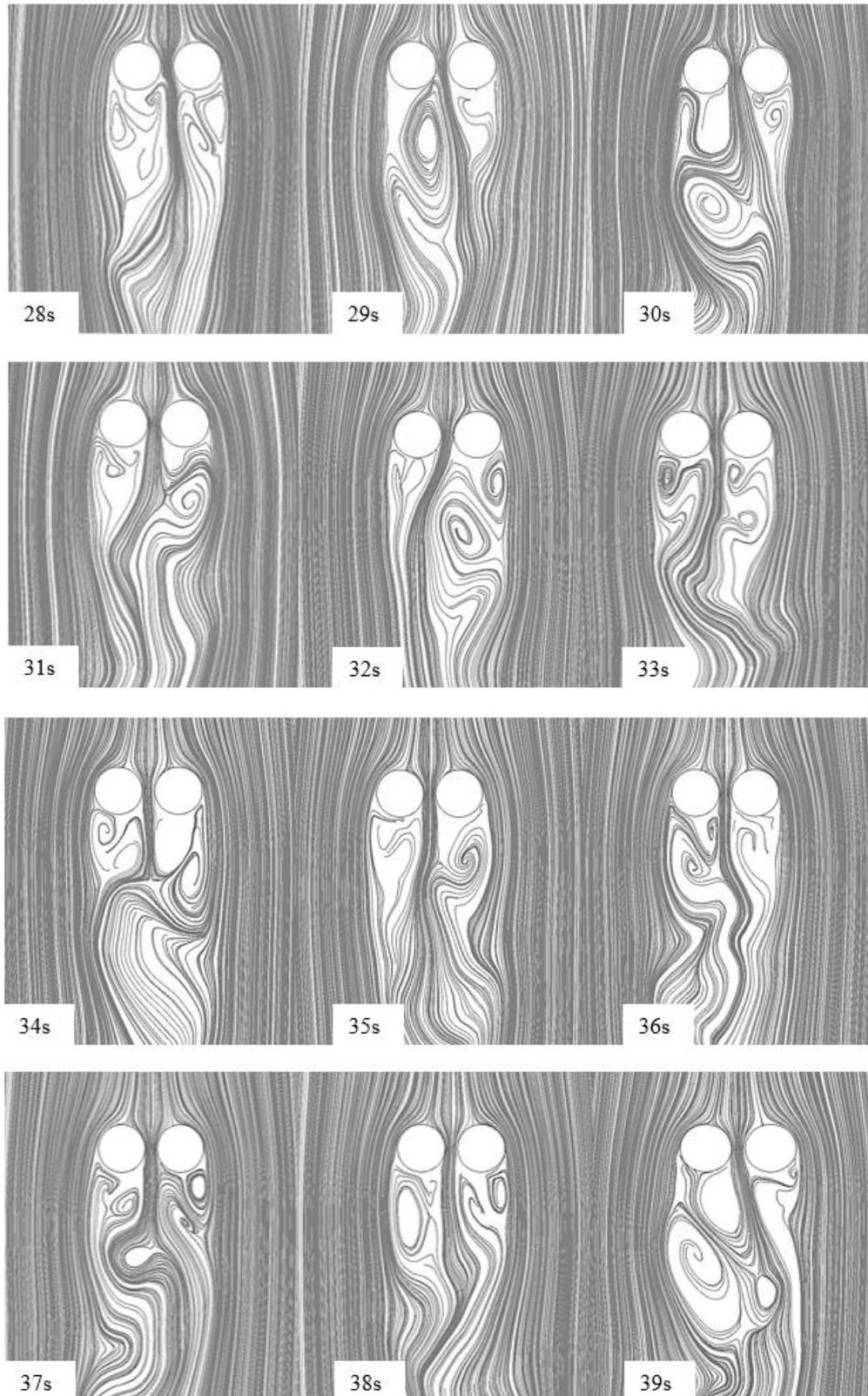


Figura 6.10 – Quadros de linhas de corrente mostrando a evolução do escoamento sobre cilindros com malha grosseira.

Para ter certeza deste comportamento, a análise da qualidade da malha é executada aplicando o método GCI, conforme descrito na seção 5.3 e a segunda simulação, agora com a malha refinada e com passo de tempo de 0,001 s é executada. Os resultados desta segunda simulação são apresentados na Figura 6.11, onde se verificam as linhas de corrente sobre o plano central do domínio, a 0,073 m da base, e a presença das esteiras larga e estreita com o escoamento inclinado do jato são visíveis. Observando a Figura 6.11 e comparando com a Figura 6.10 verifica-se que as estruturas nos escoamentos são semelhantes, com comportamento assimétrico e grandes vórtices na esteira larga, como o apresentado na simulação com malha grosseira e grande intervalo de tempo.

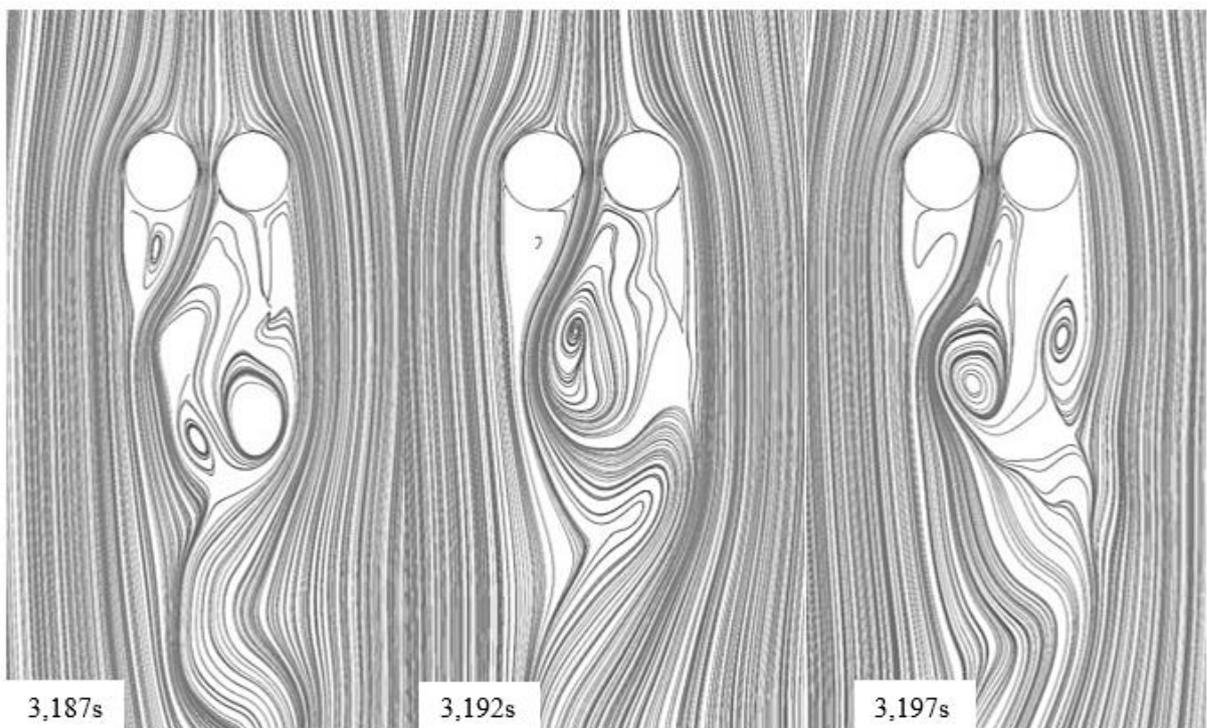


Figura 6.11 - Quadros de linhas de corrente mostrando o comportamento na esteira de 3,187 s até 3,197 s em uma simulação numérica com 3.700.000 volumes de malha e 0,001 s passo de tempo.

Com o avanço da simulação na malha avaliada e passo de tempo adequado, verifica-se a ocorrência de uma troca de modos de esteira. Esta troca ocorre entre os instantes 6,387 s e 6,402 s, sendo que entre os quais observam-se as esteiras com grau de simetria maior, conforme Figura 6.12. Acompanhando a evolução no tempo do comportamento das esteiras

percebe-se que as mesmas possuem um comportamento simétrico a partir do instante 6,367 s, apresentando interações entre as mesmas somente na dispersão do escoamento do jato. No instante 6,387 s as instabilidades finais das esteiras interagem e a partir de então, a esteira que estava larga atrás do cilindro direito inverte a posição, gerando a esteira larga, mas ainda tendendo à simetria, atrás do cilindro esquerdo. Somente no instante 6,402 s, quando as instabilidades da esteira estreita interagem com a esteira larga criando um vórtice bem definido que a estrutura assimétrica conhecida fica visível e a partir de então as esteiras permanecem nestas posições.

Observa-se que as esteiras permanecem com simetria a partir do instante 6,397 s e o comprimento do jato da fenda é reduzido. Isto ocorre, pois, parte do escoamento da mesma foi agregado ao vórtice da esteira esquerda tornando a esteira simétrica em assimétrica novamente, porém com a esteira larga atrás do cilindro esquerdo, caracterizando uma mudança de modos.

Wang e Zhou, 2005, descrevem em seu estudo que a mudança de modo das esteiras ocorre devido a um atraso de fase do vórtice da esteira larga. Os vórtices que se desprendem da região da fenda tendem em estar em oposição de fase, mas os vórtices da esteira larga basicamente conduzem o desprendimento da esteira estreita. A troca do sentido do escoamento da fenda inicia com uma falha do desprendimento de vórtice no cilindro com esteira larga. Já Alam e Zhou, 2013, descrevem que a troca entre modos de esteiras em corpos quadrados acontece devido ao pareamento entre vórtices que se desprenderam da região da fenda. Eles possuem sinais opostos e interagem com vórtices da esteira de um sinal equivalente, criando a junção de dois vórtices de mesmo sinal. Na Figura 6.12, conforme indicado, este comportamento parece acontecer no instante 6,402 s, onde ocorre a formação de um vórtice bem definido na região do jato da fenda.

A presença do modo tendendo à simetria foi observado por Alam *et al.*, 2003, onde os autores apresentam visualizações com bolhas de hidrogênio que geram esteiras praticamente simétricas e é justificado como um terceiro modo. Os autores também afirmam que este é um modo intermediário entre as esteiras assimétricas.

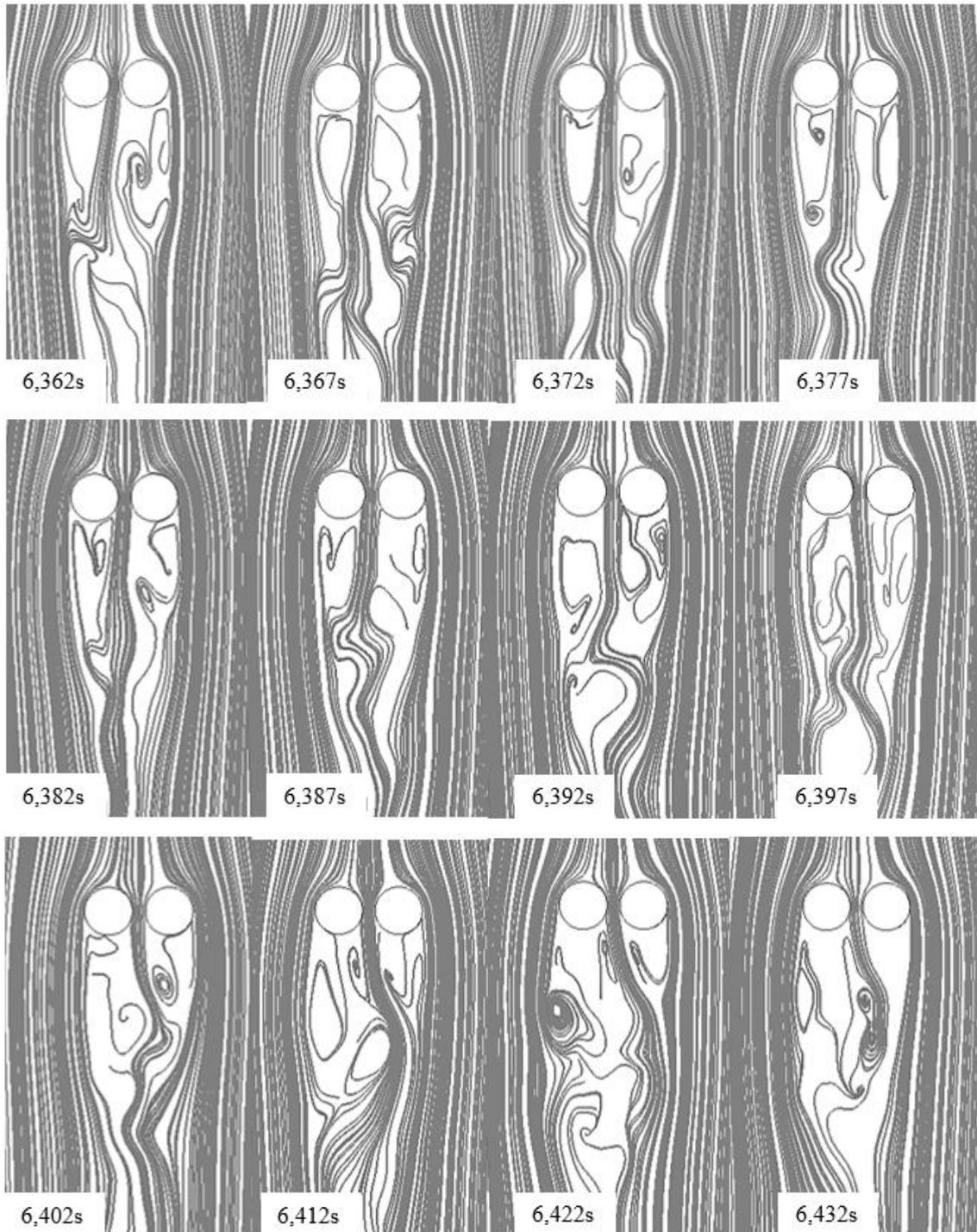


Figura 6.12 – Quadros de linhas de corrente apresentando mudança de modos na simulação URANS com plano em 0,073 m da base.

Afgan *et al.*, 2011, também apresentam imagens da simulação numérica obtida com LES, onde durante a transição de um modo para outro a esteira apresenta comportamento simétrico. de Paula, 2013, em seu estudo aplicando o método de duplo poço, apresenta um dos pontos atratores com comportamento definido, mas o segundo possui maior abrangência com tendência diferenciada aparentando uma cauda. Esta cauda pode indicar a existência de um terceiro modo, que estaria relacionado ao comportamento simétrico das esteiras entre as mudanças de modo.

Um detalhe interessante observado no resultado numérico é que a indicação de mudança de modos que acontece na série de dados, obtida pelo monitoramento do ponto 2 descrito na Figura 5.5, não coincide com a mudança de modos visual obtida da simulação. Conforme apresentado na Figura 6.13, na série temporal de dados a troca de modos de velocidade acontece por volta de 5,7 s, porém ao avaliar as imagens neste tempo observa-se apenas a formação de esteiras tendendo à simetria, mas que mantém a esteira larga atrás do cilindro direito.

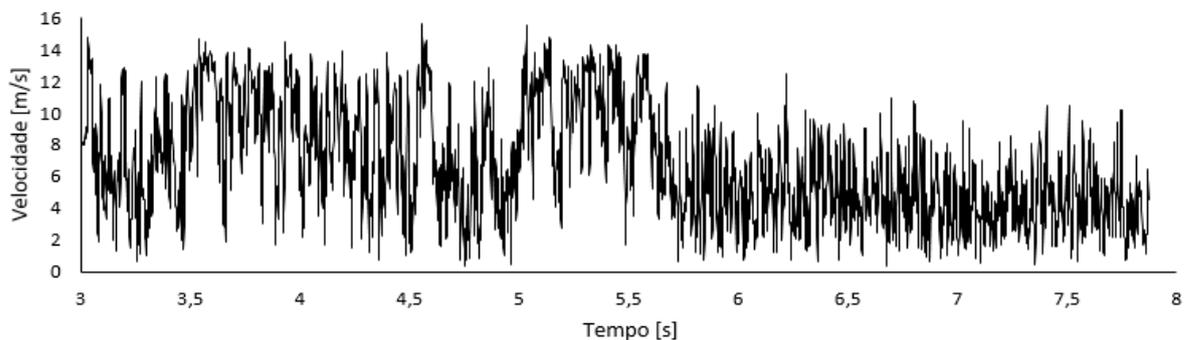


Figura 6.13 – Dados de velocidades monitorados na simulação numérica no Ponto 3 posicionado na esteira do cilindro esquerdo.

Apenas em 6,402 s a troca de modo das esteiras visualmente acontece no plano central do domínio, sendo que neste instante de tempo nenhuma alteração é observada na série temporal de dados. Este comportamento cria a suspeita que algumas das mudanças de modo observadas nas avaliações experimentais não são efetivas mudanças, mas a formação simétrica das esteiras e que não necessariamente se transforma numa troca de modos, pois existe probabilidade de voltar para a mesma configuração assimétrica.

Ao avaliar o comportamento da esteira ao longo do cilindro na presente simulação, observa-se que a troca de modos não acontece por igual ao longo de todo o cilindro. Como se

pode verificar na Figura 6.14, onde são apresentadas vistas isométricas com os planos em 0,02 m e 0,13 m da base. Inicialmente, até 5,102 s, as esteiras largas dos dois planos estão atrás do cilindro direito, já em 5,562 s o comportamento assimétrico está invertido apresentando esteira larga atrás do cilindro esquerdo no plano 0,13 m da base e esteira larga atrás do cilindro direito no plano 0,02 m da base. A mesma configuração é observada até 6,822 s, quando a esteira dos dois planos fica então, com a mesma configuração de assimetria atrás do cilindro esquerdo. Avaliando esta transição de modos de esteira observa-se que a simetria observada na Figura 6.12 é uma fase desta transição no sentido da altura do cilindro e não um terceiro modo com características simétricas. A transição dos modos ao longo dos cilindros leva mais de 1 s para ocorrer no caso estudado. A configuração observada na Figura 6.14 também explica o comportamento na série de dados temporais apresentados na Figura 6.13, pois a troca de esteira no plano a 0,13 m ocorre no tempo em que a série de velocidade altera sua média.

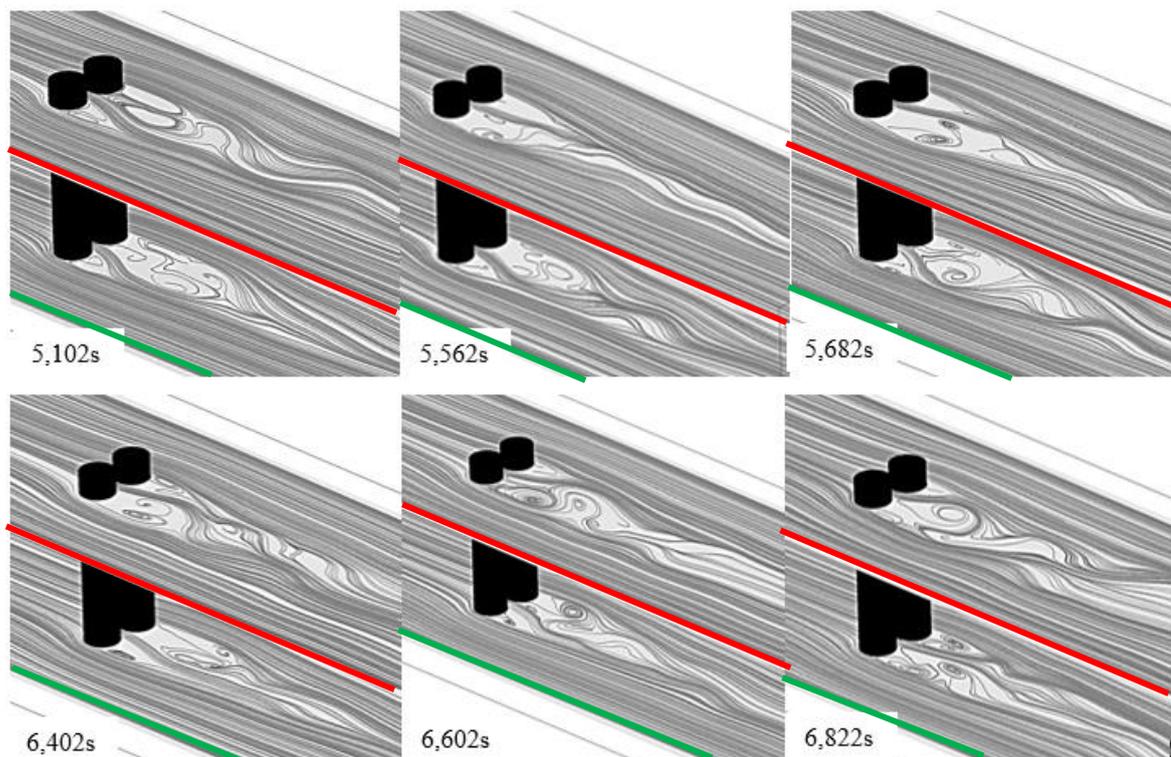


Figura 6.14 - Vistas isométricas do comportamento da esteira assimétrica sobre dois planos posicionados em diferentes alturas ao longo dos cilindros. O plano indicado em verde está posicionado a 0,02 m da base e o plano indicado em vermelho posicionado a 0,13 m da base.

#### 6.4 Modos não sincronizados

Na Figura 6.14 pode-se observar que a assimetria das esteiras não ocorre homogeneamente e no mesmo instante ao longo dos cilindros. O objetivo desta subseção é avaliar o comportamento não homogêneo nos resultados experimentais e verificar a possível correlação entre as trocas.

Para este estudo executa-se o posicionamento de duas sondas de fio quente na região posterior de um dos cilindros, sendo uma delas na parte superior e a segunda na parte inferior, conforme dimensões indicadas na Figura 6.15. Adquirem-se amostras de dados com frequência de 3 kHz e filtro passa baixa de 1 kHz para escoamentos com velocidades que resultam em  $Re = 2,57 \times 10^4$ ,  $Re = 2,2 \times 10^4$  e  $Re = 1,78 \times 10^4$ .

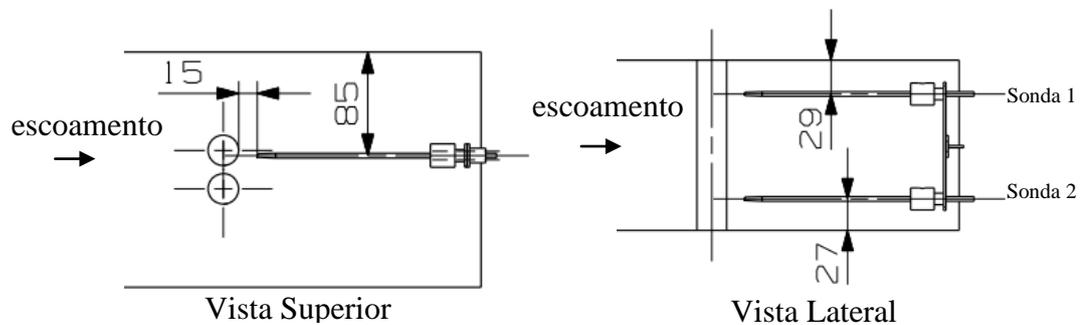


Figura 6.15 – Posição das sondas para verificar experimentalmente a existência de biestabilidade não sincronizada ao longo dos tubos.

A Figura 6.16 mostra os sinais de velocidades coletados com as duas sondas, onde a troca sincronizada de modos acontece, no escoamento com  $Re = 2,57 \times 10^4$  e observam-se duas mudanças de modo, uma em 13,5 s até 18 s e a segunda em 26 s até 41 s, mostrando o mesmo comportamento nas séries (a) e (b). Na Figura 6.17 estão os resultados obtidos no escoamento com  $Re = 2,2 \times 10^4$ , onde observa-se que, na série obtida com a sonda 1, (a), ocorre uma mudança de modos em 35 s e dura cerca de 4 s, enquanto na série (b), obtida com a sonda 2, o mesmo modo permanece durante os 43 s de aquisição. Na Figura 6.18, com séries obtidas no escoamento com  $Re = 1,78 \times 10^4$ , ocorre a mudança de modos de forma sincronizada em 25,5 s e verifica-se que em 2,45 s ocorre uma instabilidade que dura 0,2 s.

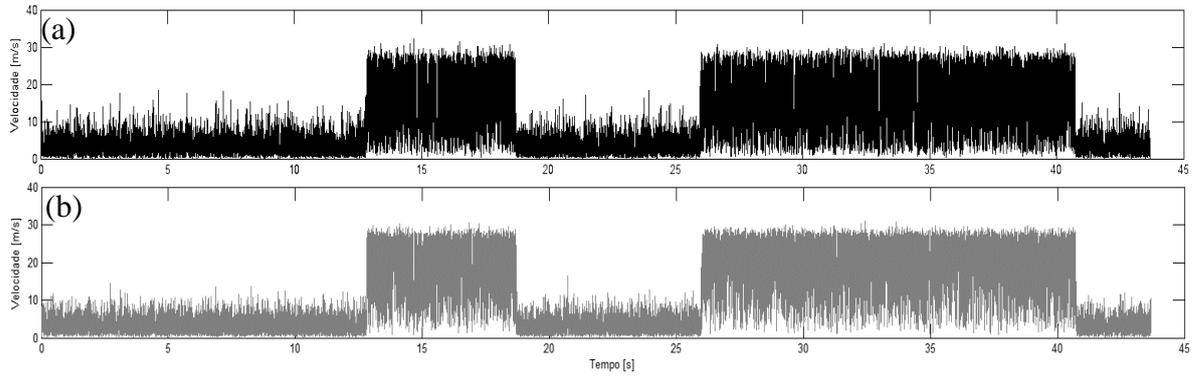


Figura 6.16 – Sinal de velocidade experimental para escoamento com  $Re = 2,57 \times 10^4$  a) Adquirida pela Sonda 1 e b) Adquirida pela Sonda 2.

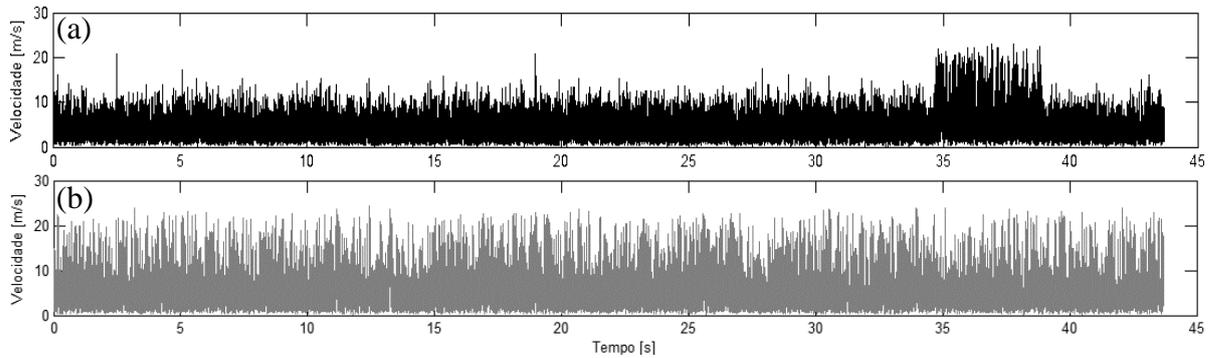


Figura 6.17 – Sinal de velocidade experimental para escoamento com  $Re = 2,2 \times 10^4$  a) Adquirida pela Sonda 1 e b) Adquirida pela Sonda 2.

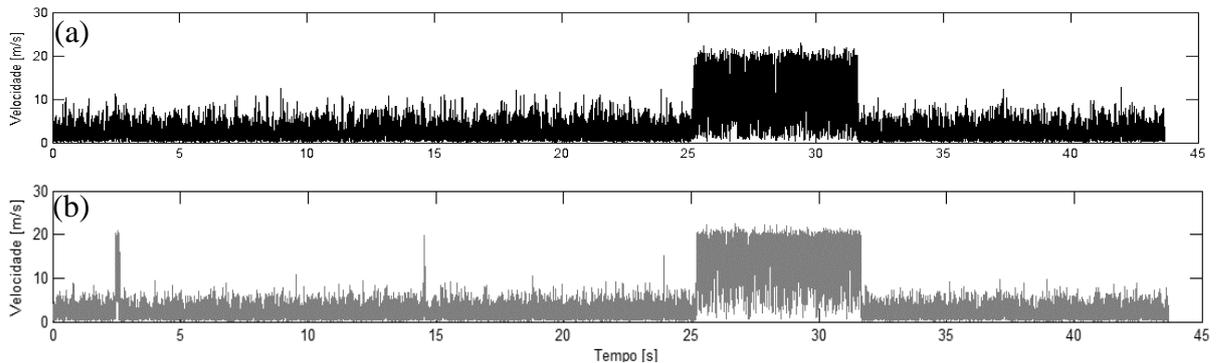


Figura 6.18 - Sinal de velocidade experimental para escoamento com  $Re = 1,78 \times 10^4$  a) Adquirida pela Sonda 1 e b) Adquirida pela Sonda 2.

Observando o comportamento de troca ao longo dos cilindros nos resultados numéricos e experimentais, constata-se que as mudanças de modo não ocorrem simultaneamente ao longo do cilindro, mesmo para as trocas que parecem acontecer ao mesmo tempo. Para ilustrar este comportamento amplia-se a região de trocas de modos da Figura 6.16 e Figura 6.18 e apresenta-se na Figura 6.19 (a), onde se observa que a troca para a sonda 1 (azul) ocorre depois de 12,85 s e a sonda 2 (vermelho) pouco antes em 12,8s. O comportamento também fica evidente na Figura 6.19 (b) na qual a troca de modos ocorre pouco antes de 31,62 s para a sonda 1 (azul) e em 31,65 s para a sonda 2 (vermelho).

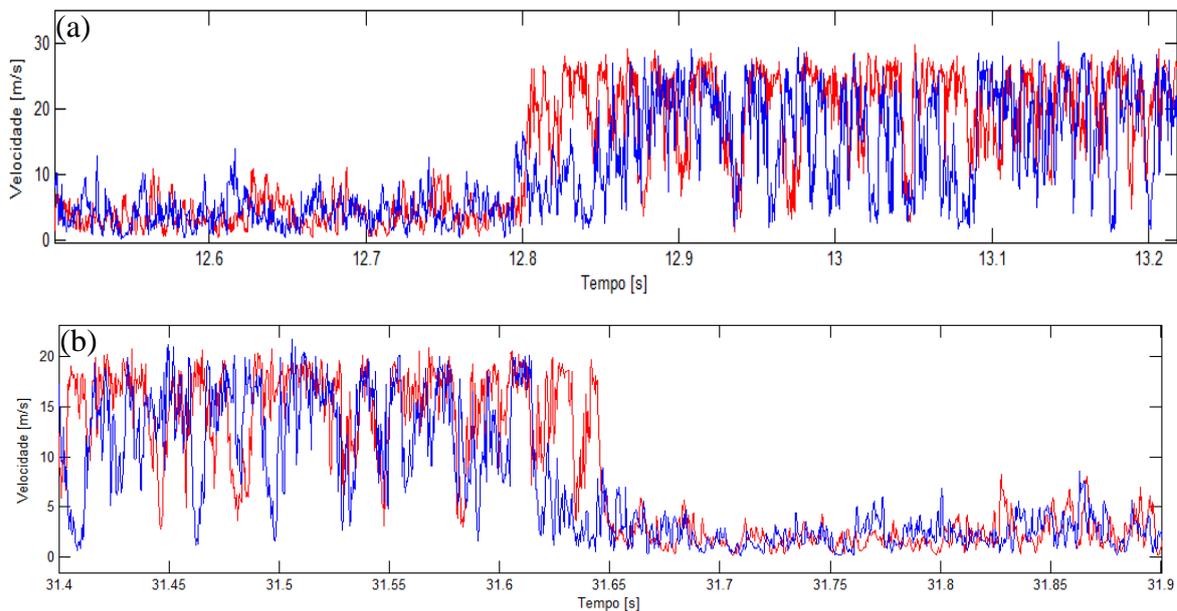


Figura 6.19 – Detalhes dos sinais de velocidade experimentais adquiridos com a sonda 1 (azul) e sonda 2 (vermelho) em escoamentos a)  $Re = 2,57 \times 10^4$  e b)  $Re = 1,78 \times 10^4$ .

Ao observar a mudança de modos em detalhes, verifica-se que em um dos sinais a troca de modo da esteira ocorre com defasagem temporal do outro. Esta relação reforça a ideia de que a sincronia entre os vórtices é a causa da mudança de modos, detalhada na Seção 6.5, já que esta sincronia pode acontecer em uma posição e então criar vórtices maiores que induzem a troca de modo ao longo do cilindro. Este comportamento também auxilia na explicação dos modos opostos encontrados por Olinto *et al.*, 2009, no escoamento em bancos de tubos, onde próximo da parede superior o escoamento apresentava esteira larga atrás do

segundo cilindro e próximo da parede inferior a esteira larga estava atrás do terceiro cilindro. A justificativa pode ser que devido à proximidade dos cilindros na profundidade não há espaço para a transição da troca de modos das esteiras, mantendo a mesma estrutura gerada inicialmente e que ocorre não simultânea ao longo do cilindro.

Com o intuito de entender o comportamento de troca com pequena defasagem, apresentada na Figura 6.19, executa-se a correlação cruzada na região de troca considerando um fragmento de duas séries que executem as trocas no mesmo sentido, mas com ordem inversa. O coeficiente de correlação pode assumir valores entre -1 e 1, sendo que se o valor é 1 as séries são 100 % correlatas, se forem iguais a 0 não há correlação nenhuma entre elas e se forem -1 indicam mudança de fase total [Silvestrini e Möller, 2004].

Na Figura 6.20 (a) apresenta-se o sinal com troca de modos não simultânea durante um período de 0,2 s e na Figura 6.20 (b) são mostrados os coeficientes de correlação dos sinais, sendo que apresentam boa correlação, próximo de 1, criando um patamar com pequenos picos na altura do coeficiente = 0,7 durante os 0,05 s positivos. Ocorre também, a troca de fase nos dois sentidos, devido à troca de modos das esteiras. No sentido positivo a mudança de modos ocorre depois, se comparado ao sentido negativo, pois no sentido de varredura da correlação o modo de esteira larga é maior para o sinal em azul e o sinal base é o apresentado em vermelho.

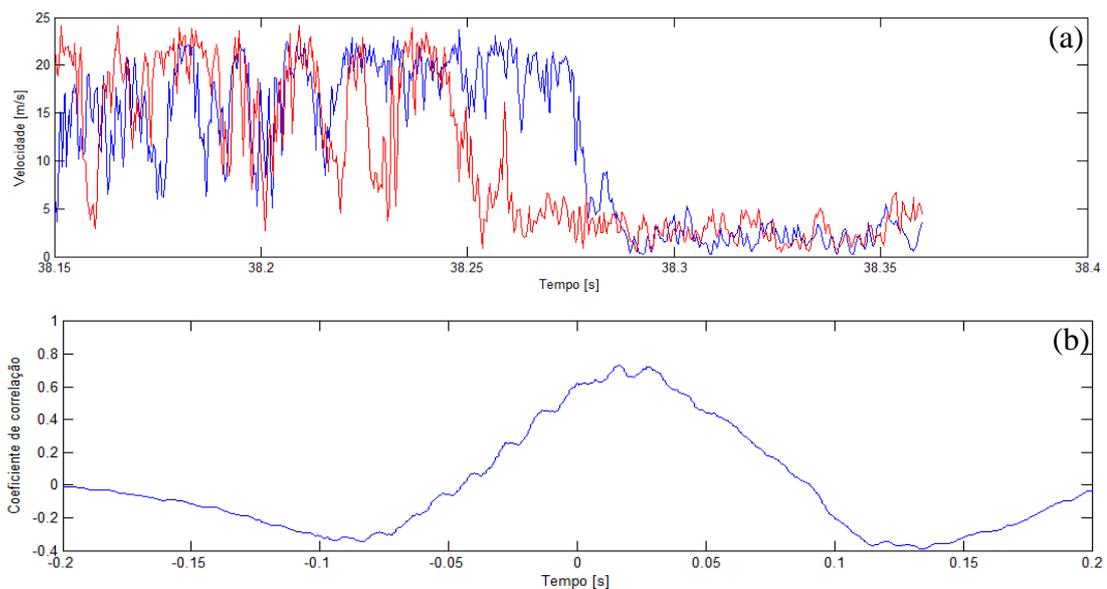


Figura 6.20 – a) Seção do sinal de velocidade com troca de modos durante 0,2 s e b) Coeficientes de correlação cruzada entre série de dados.

O sinal de 0,3 s apresentado na Figura 6.21 (a) apresenta trocas de patamares de velocidades inversa ao utilizado na Figura 6.20 (a), ou seja, a troca biestável no sinal vermelho ocorre depois que a troca do sinal azul. Mesmo com a inversão das trocas de modos, observa-se que na Figura 6.21 (b) o comportamento do coeficiente de correlação é semelhante ao encontrado na Figura 6.20 (b). A diferença, neste caso, é que a inversão, indicada pelo coeficiente negativo, ocorre antes no lado positivo, pois o sinal base (vermelho), é o que troca de modo de esteira primeiro e pelo sentido de varredura faz com que haja menos pontos na execução da correlação. Nesta análise existem mais patamares de coeficiente, tanto no sentido positivo quanto no negativo e este comportamento é associado diretamente ao sinal. Desta forma, avaliando os resultados das correlações verifica-se que não há característica específica que indica o comportamento não simultâneo na troca das esteiras.

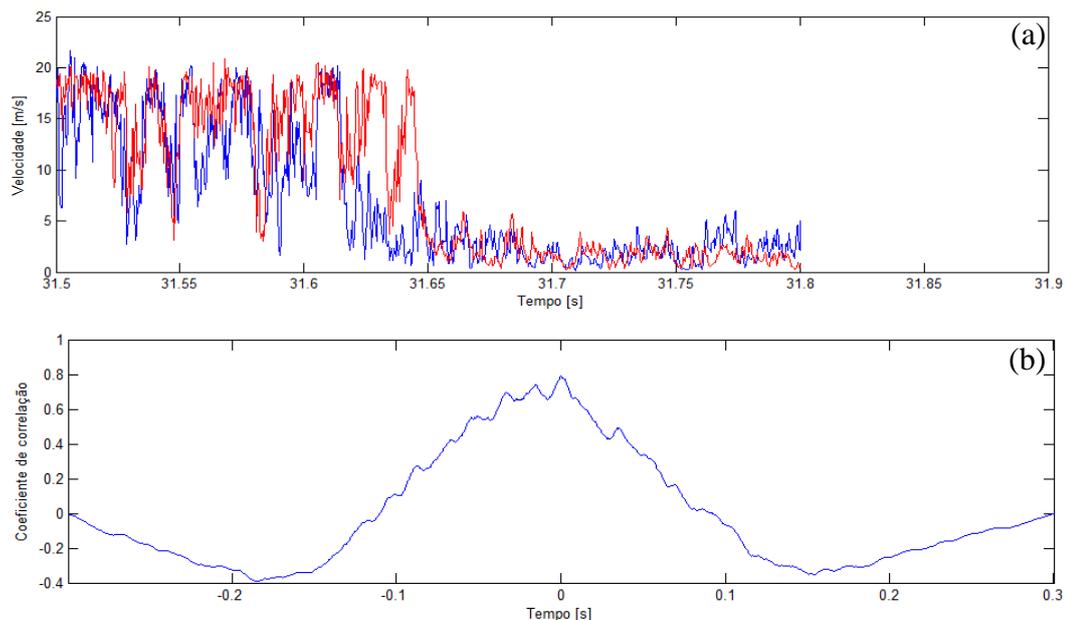


Figura 6.21 - a) Seção do sinal de velocidade com troca de modos durante 0,3 s e b) Coeficientes de correlação cruzada sobre série de dados.

## 6.5 Formação da Esteira inclinada

Na literatura diferentes causas são associadas à inclinação do jato da fenda, como a análise de Wang e Zhou, 2005, onde os autores citam três possíveis causas: interação entre os

vórtices devido à proximidade dos cilindros, a diferença de pressão entre as esteiras e o desprendimento da esteira estreita possui alta frequência e pouca força. No estudo efetuado por Alam e Zhou, 2013, os mesmos afirmam que para corpos de seção quadrada a assimetria é causada por dois vórtices de direções opostas que tendem a se mover juntos e isto mantém o jato inclinado. O objetivo desta subseção é estudar o comportamento e as possíveis causas da inclinação do escoamento do jato da fenda. Para isto, executam-se estudos numéricos avaliando os instantes iniciais do escoamento para diferentes características de escoamentos. Os casos estudados são o escoamento turbulento com  $Re = 2,2 \times 10^4$  e escoamento laminar com  $Re = 167$ .

### 6.5.1 Escoamento Turbulento

Para a análise da inclinação da esteira no escoamento turbulento, executa-se a simulação com o  $Re = 2,2 \times 10^4$  e acompanha-se os instantes iniciais da simulação, a partir do instante 0 s até a formação da esteira assimétrica. O acompanhamento qualitativo é executado com linhas de corrente em dois planos distintos no domínio, o primeiro a 0,04 m da base e o segundo a 0,09 m da base.

No plano a 0,04 m da base verifica-se que a esteira mostra pequena assimetria aos 0,028 s, conforme a Figura 6.22. Nos instantes até 0,016 s o escoamento da fenda mantém-se alinhado com a direção do escoamento principal, com desprendimento dos vórtices de dimensões similares. No instante 0,020s ocorre a inclinação sutil do escoamento da fenda devido a interação entre os vórtices das duas esteiras, sendo que o vórtice que se desprende da lateral externa do cilindro esquerdo tende a ir para o centro do canal e com isto interage com o vórtice do cilindro direito, perturbando o escoamento e contribuindo para a formação da esteira larga. Os vórtices gêmeos citados por Alam e Zhou, 2013, são vistos nos instantes 0,020 s e 0,024 s, conforme indicado na Figura 6.22, mas depois disto não são identificados.

Na Figura 6.23 o mesmo escoamento, nos mesmos instantes de tempo, porém com o plano apresentando as linhas de corrente em 0,09 m da base, mostra comportamentos distintos na inclinação do jato da fenda e também na assimetria das esteiras. Nesta posição a inclinação do jato acontece em 0,016 s e cria esteiras com grande assimetria. No instante 0,012 s verifica-se a evolução simultânea de dois vórtices ainda com escoamento da fenda alinhado com o escoamento principal, sendo que um deles apresenta velocidade maior que o outro,

evolui e se dissipa rapidamente. Neste caso o comportamento é diferente do verificado na Figura 6.22, pois o vórtice da esteira da esquerda se instabiliza mais rápido, possibilitando que o vórtice da esteira direita cresça, gerando a deflexão do jato. Outro fato interessante a observar é que nos mesmos instantes de tempo e no mesmo escoamento, porém em alturas distintas dos cilindros, as formações assimétricas são opostas e de diferentes proporções, sendo que no plano 0,04 m a esteira larga se forma no cilindro esquerdo enquanto no plano 0,09 m a esteira larga fica atrás do cilindro direito. O comportamento não sincronizado na formação das esteiras ao longo dos cilindros também é observado, pois enquanto no plano apresentado na Figura 6.23 a inclinação do jato da fenda é observada no instante 0,016 s, no plano apresentado na Figura 6.22, a inclinação do escoamento da fenda ocorre em 0,028 s com deflexão bem mais tímida, ainda com tendência simétrica.

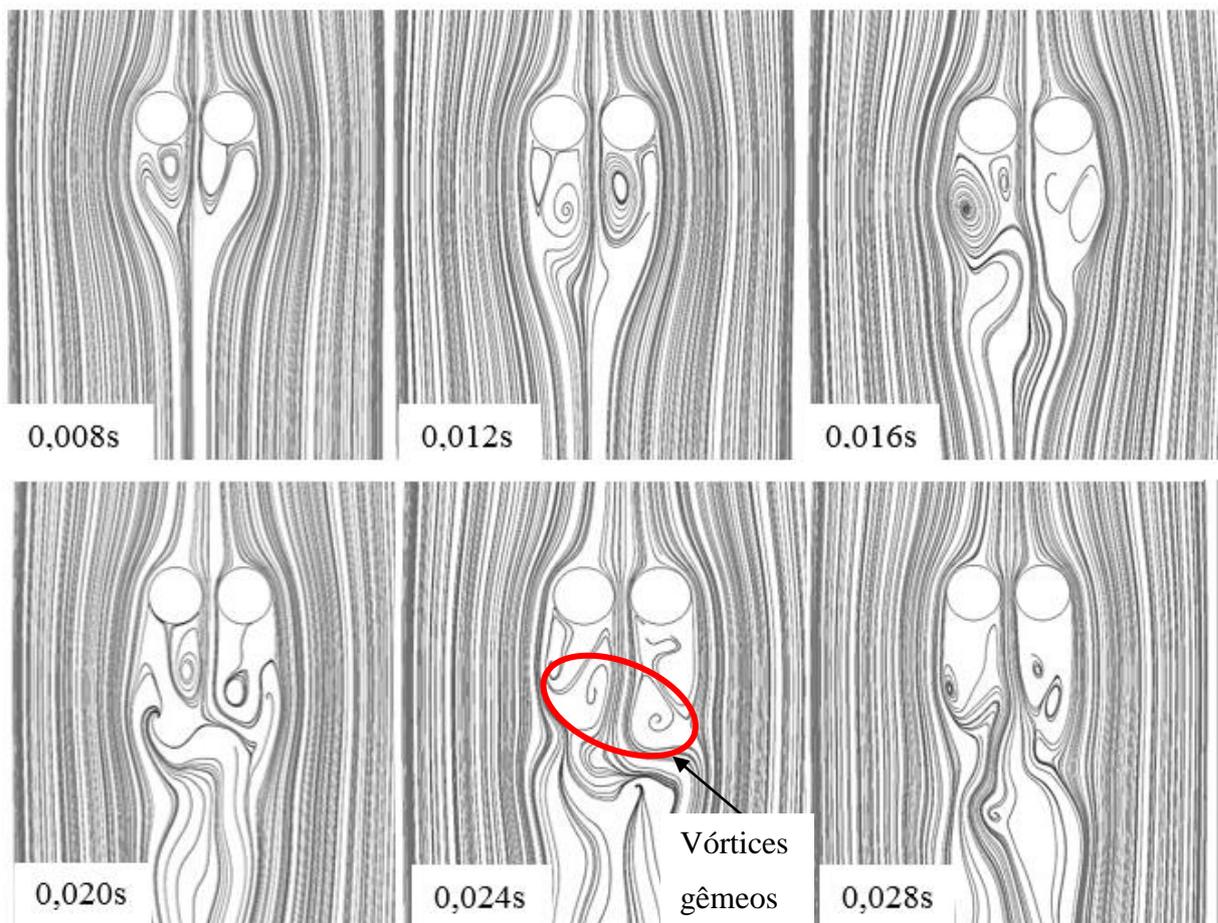


Figura 6.22 – Quadros com linhas de corrente mostrando a evolução das esteiras atrás dos cilindros na posição 0,04m da base na simulação URANS do escoamento turbulento.

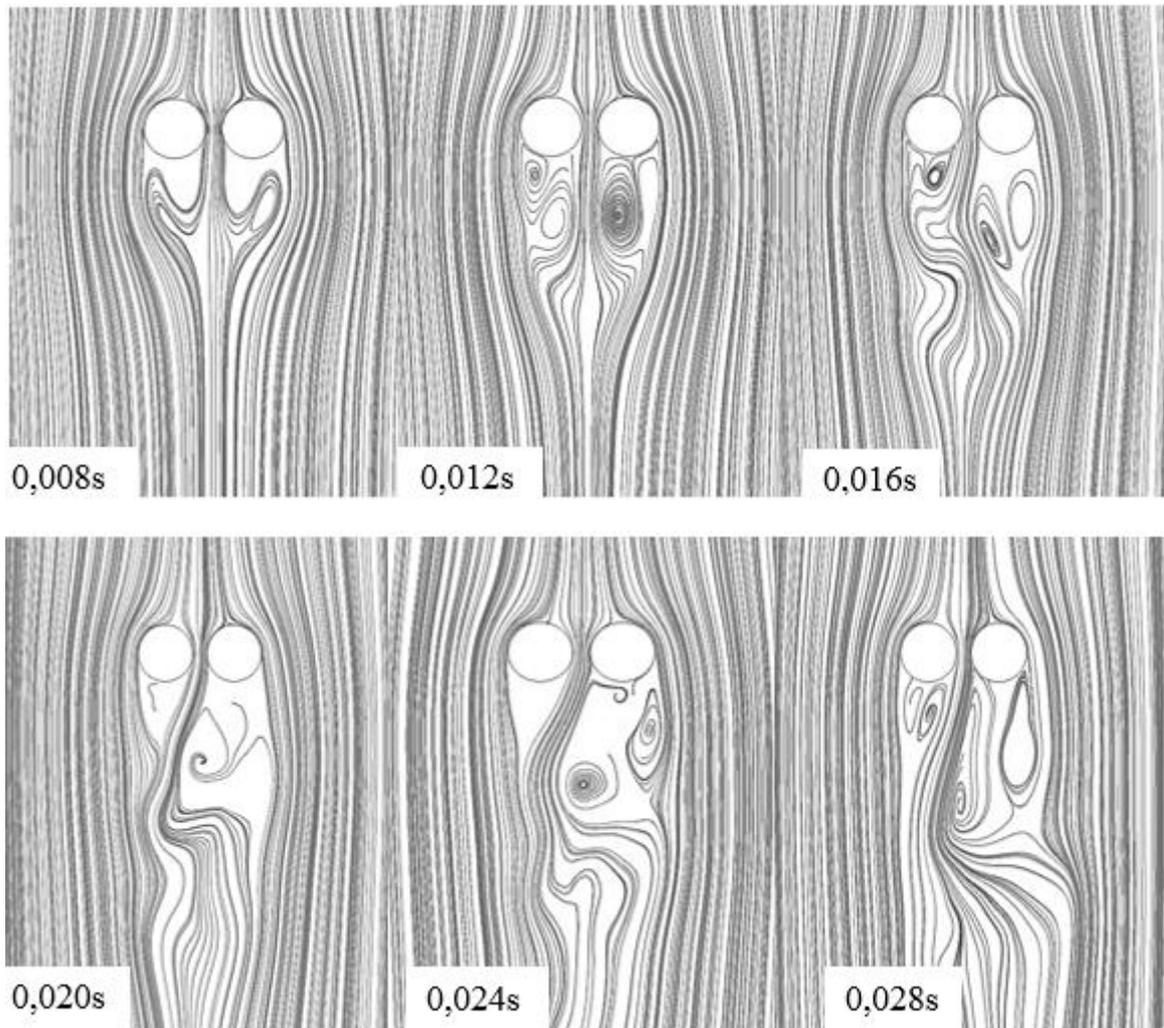


Figura 6.23 - Quadros com linhas de corrente mostrando a evolução das esteiras atrás dos cilindros na posição 0,09 m da base na simulação URANS do escoamento turbulento.

### 6.5.2 Escoamento Laminar

A solução laminar do escoamento sobre cilindros é executada para  $Re = 167$ , sendo que o modelo laminar resolve apenas as equações da continuidade, Equação (3.1), e quantidade de movimento nas três dimensões, Equação (3.2). O escoamento considerando  $Re = 167$  foi executado, pois considera-se escoamento laminar efetivo sobre cilindros abaixo de  $Re = 300$ . As linhas de corrente obtidas com a simulação são apresentadas em dois planos posicionados em 0,04 m e 0,09 m da base, apresentados na Figura 6.24 e na Figura 6.25, respectivamente.

Para possibilitar a visualização da inclinação do jato da fenda nos resultados obtidos com a simulação numérica, utilizam-se quadros com defasagem de 1,2 s. Esta variação de tempo não permite o acompanhamento da geração de todos os vórtices de forma sequencial e por este motivo observam-se diferentes tamanhos nas vorticidades entre os quadros.

Os planos da Figura 6.24 mostram o escoamento da fenda alinhado com o escoamento principal e o desprendimento compassado dos vórtices durante os segundos iniciais do escoamento, até que em 7,2 s o compasso entre os vórtices é interrompido pelas instabilidades geradas nos mesmos e isto cria o crescimento desproporcional dos vórtices das esteiras. Nos instantes 7,2 s e 8,4 s a presença dos vórtices gêmeos é observada nos planos de linhas de corrente e no plano de 8,4 s observa-se também que um vórtice do cilindro esquerdo abrange a região posterior do cilindro direito tornando a assimetria das esteiras definidas.

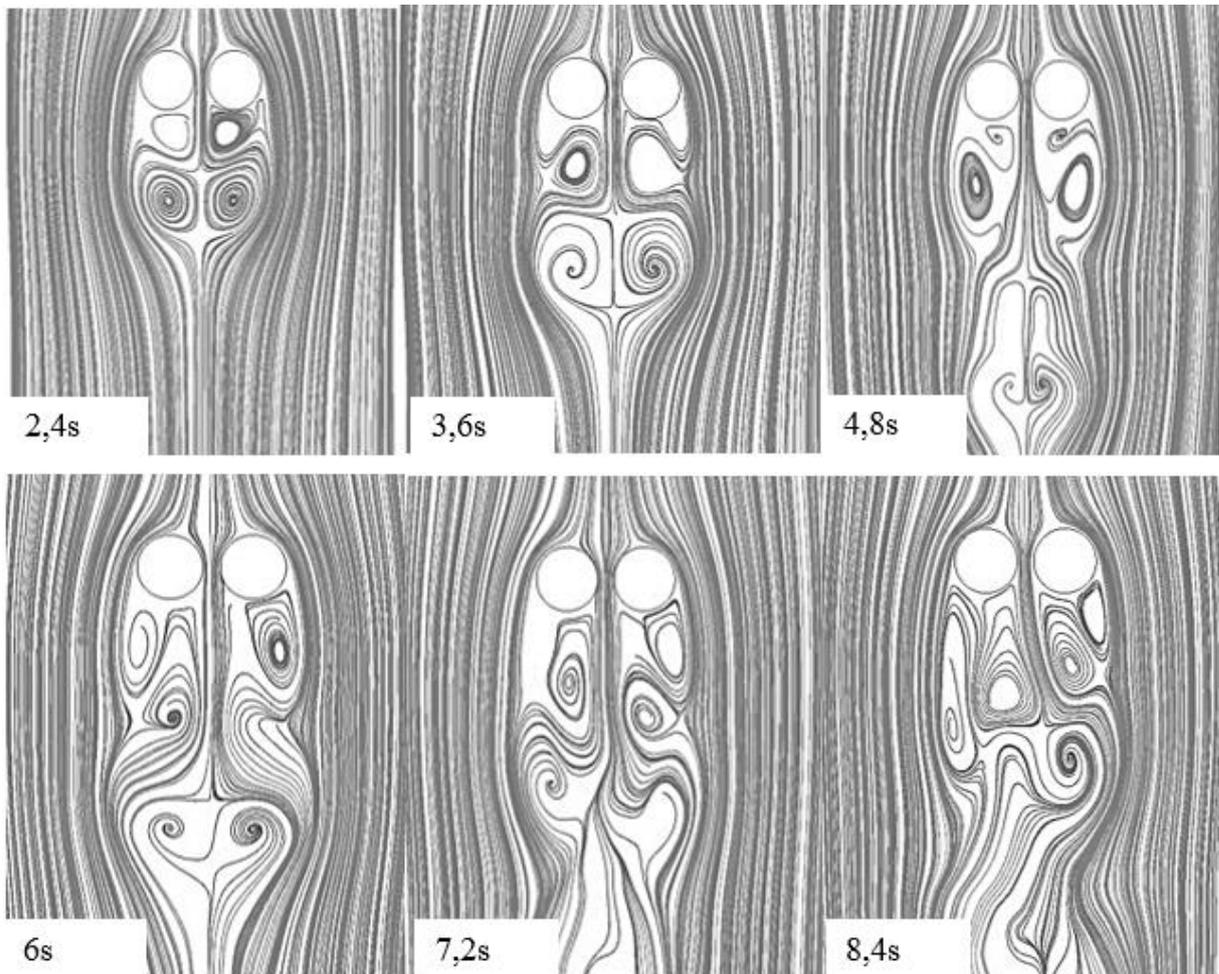


Figura 6.24 - Quadros com linhas de corrente mostrando a evolução das esteiras atrás dos cilindros na posição 0,04 m da base na simulação numérica do escoamento com  $Re = 167$ .

Na Figura 6.25 observa-se comportamento similar ao obtido na Figura 6.24, sendo que nos instantes iniciais o comportamento do desprendimento dos vórtices é simétrico, assim como o escoamento da fenda que se mantém paralelo ao escoamento principal. No instante 7,2 s a formação começa a se desestabilizar e os vórtices das duas esteiras, na região de dissipação dos vórtices, interagem com vórtices de mesmo sinal e isto implica na criação de estruturas maiores na esteira do cilindro esquerdo. A presença dos vórtices gêmeos também é observada nos instantes 6 s, 7,2 s e 8,4 s, mas não há influência direta na inclinação observada no escoamento da fenda, pois a mesma está ligada à junção dos vórtices das duas esteiras.

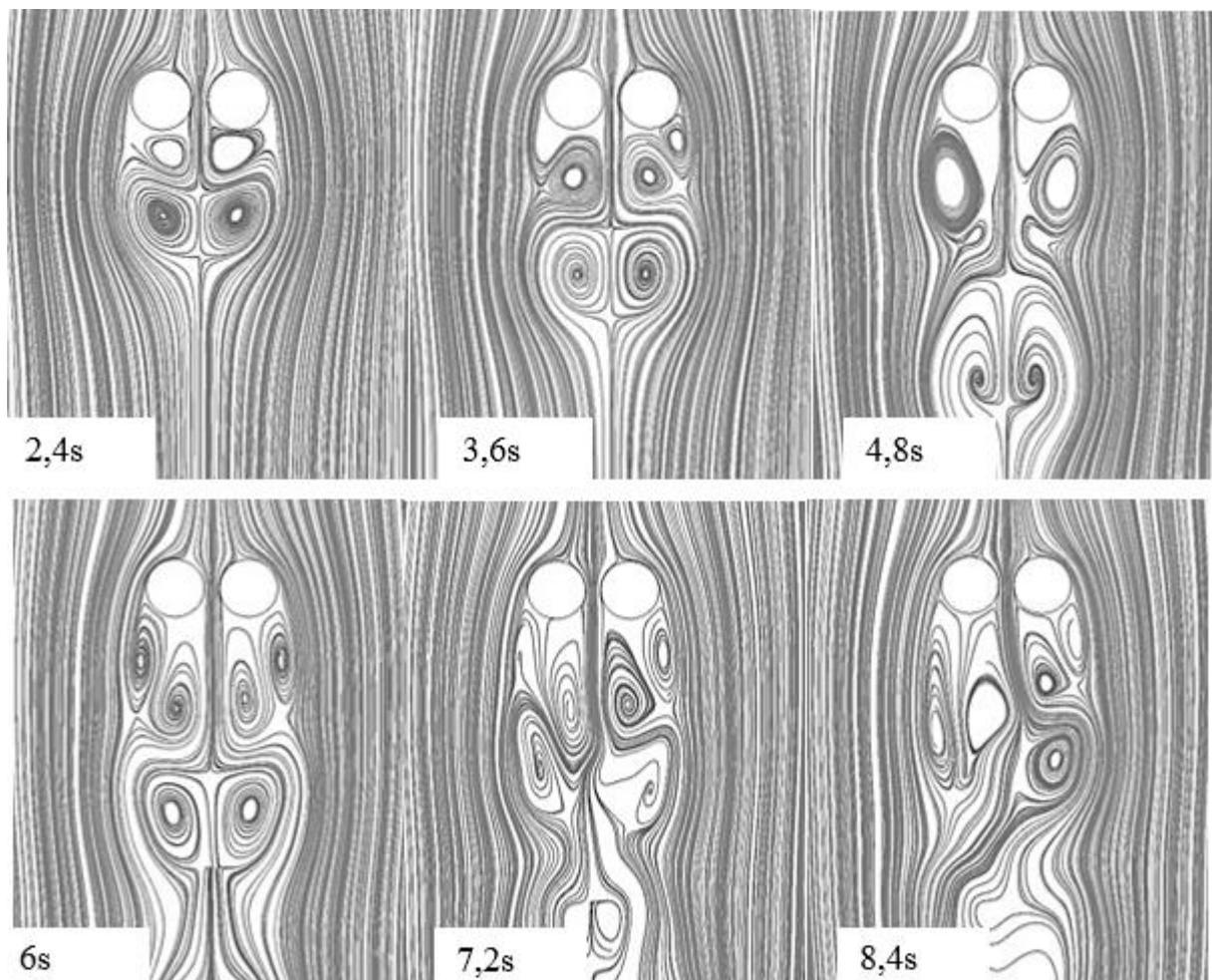


Figura 6.25 - Quadros com linhas de corrente mostrando a evolução das esteiras atrás dos cilindros na posição 0,09 m da base na simulação numérica do escoamento com  $Re = 167$ .

Um ponto interessante ao comparar a Figura 6.24 com a Figura 6.25 é a semelhança das estruturas nos mesmos instantes de tempo, diferindo dos comportamentos observados no escoamento turbulento, seção 6.5.1. Este comportamento simultâneo ao longo do cilindro está ligado ao baixo número de Reynolds da solução laminar que não cria instabilidades tão significativas no sentido  $z$  do escoamento e gera as estruturas observadas.

### 6.5.3 Mecanismos de inclinação do escoamento de fenda

Nas análises executadas nas seções 6.5.1 e 6.5.2, verifica-se que a inclinação ocorre devido ao comportamento da formação de vórtices, concordando com o primeiro motivo citado por Wang e Zhou, 2005, que a assimetria das esteiras ocorre devido à proximidade dos dois cilindros e a forte interação entre os vórtices. Esta consideração é fortalecida pelas conclusões de Oruç *et al.*, 2013, onde com a adição de uma placa entre os dois cilindros com  $L/d > 3$  ocorre simetria nas esteiras, pois as interações entre as esteiras acontecem quando os vórtices já estão em dissipação.

O comportamento assimétrico, conforme verificado em todas as análises anteriores, está vinculado ao desprendimento de vórtices, sendo que o desprendimento que inicia separadamente para cada cilindro interage com o cilindro posicionado ao lado na região da esteira. Este é o motivo que para cilindros com  $p/d > 2$  as esteiras apresentam comportamento distinto entre elas, pois nestes casos as regiões de abrangência do desprendimento do vórtice não se cruzam.

No caso de dois cilindros com razão de espaçamento 1,26, pode-se afirmar que a característica de desprendimento dos vórtices faz com que o mesmo ultrapasse o tamanho do cilindro. Permitindo a invasão a área de influência que o cilindro lateral está ocupando ou a esteira do mesmo, conforme observa-se na

Figura 6.26, onde sobrepõe-se ao plano da simulação numérica a área de influência da esteira indicado por Zdravkovich, 1997, e apresentada na Figura 2.7. No qual, verifica-se que a região de interferência da esteira de um cilindro invade a esteira do cilindro vizinho.

Ao comparar os comportamentos de desprendimento de vórtices para um cilindro, Figura 2.8, e da área de influência dos cilindros, se fortalece a ideia de ocorrência do jato assimétrico entre os cilindros devido a interação entre os vórtices. A proximidade entre as esteiras também influencia no mecanismo de desprendimento dos vórtices, que não obedece

somente os três caminhos sugeridos por Gerrard, 1966, mas também tem influência das velocidades assimétricas sobre as duas camadas cisalhantes, uma posicionada na fenda e a outra no escoamento livre. Devido às interações entre os vórtices durante ou após o desprendimento influencia no formato assimétrico encontrado.

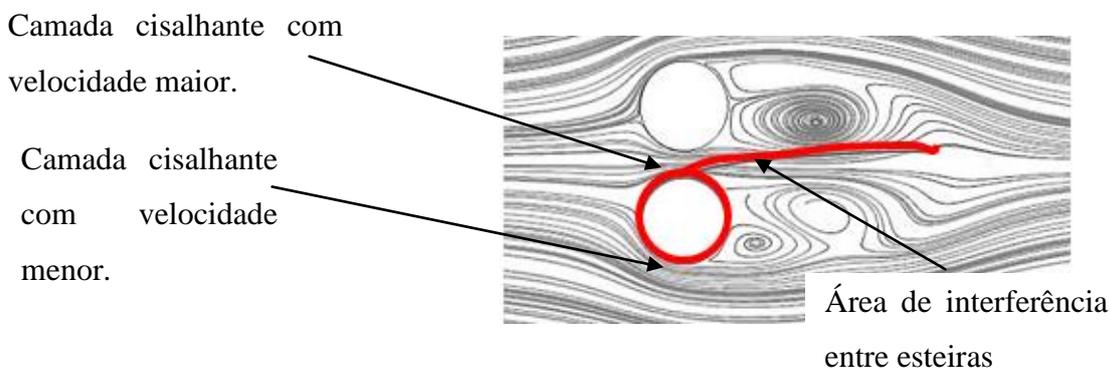


Figura 6.26 - Área de influência da esteira e proximidade do cilindro.

Nas simulações avaliadas observa-se que no resultado turbulento, a assimetria é gerada pelas instabilidades dos vórtices, as quais permitem a dissipação mais rápida de um dos vórtices e o crescimento do outro. Durante o crescimento, o vórtice desloca o escoamento da fenda para a esquerda criando a assimetria com esteira larga atrás do cilindro direito, conforme observa-se na Figura 6.27. Depois da inclinação os tamanhos dos vórtices presentes em cada esteira possuem escalas distintas e a inclinação mantém-se até que os vórtices interajam para a troca de modos.

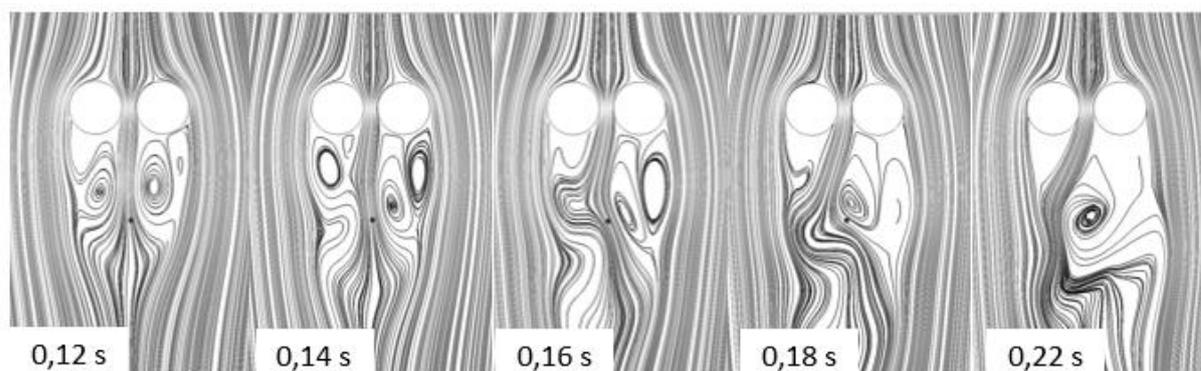


Figura 6.27 - Inclinação do jato de fenda no escoamento turbulento em plano 0,09 m.

No caso da simulação laminar, observa-se que ocorre uma migração dos vórtices entre esteiras, já que com velocidades mais baixas as estruturas dos vórtices não se dissipam tão rapidamente, quanto no escoamento turbulento. Na Figura 6.28 observa-se que o vórtice da esteira direita evolui se direcionando para o centro do canal e desvia o escoamento da fenda devido ao seu movimento de circulação e então passa a fazer parte da esteira da esquerda, que intensifica a característica de esteira larga.

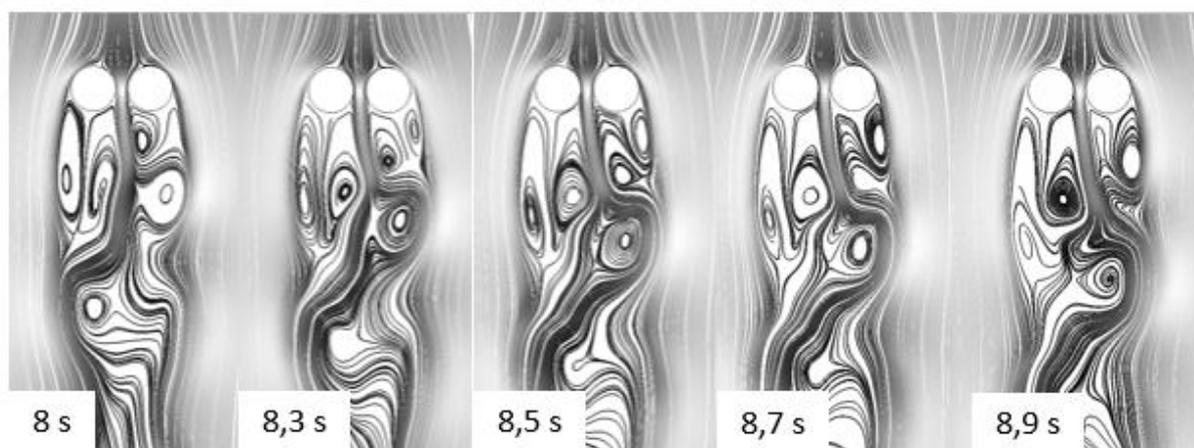


Figura 6.28 - Inclinação do jato de fenda no escoamento laminar em plano 0,09 m.

Comparando os comportamentos observados na Figura 6.27 e na Figura 6.28 percebe-se que mais de uma forma de geração da assimetria é possível. Nos dois casos, as inclinações estão vinculadas à interação entre os vórtices das esteiras e dependentes da configuração observada em cada situação. Observa-se mais de um mecanismo, mas vinculados diretamente às esteiras e aos vórtices.

## 6.6 Frequência de desprendimento de vórtices das esteiras

A frequência de desprendimento dos vórtices em um escoamento com dois tubos é distinta em diversos estudos, sendo que os autores encontram uma, duas ou três frequências de desprendimentos. A ocorrência de apenas uma frequência de desprendimento de vórtices é obtida por Xu *et al.*, 2003, onde o autor encontrou, para um  $p/d = 1,25$  e escoamento com  $Re = 14000$ , um valor de  $St = 0,09$ . Olinto *et al.*, 2006, investigou o mesmo comportamento, porém para  $Re = 30000$  e  $p/d = 1,26$  e encontrou duas frequências de desprendimento gerando

$St = 0,14$  e  $St = 0,42$ , o autor atribuiu a diferença a razão de bloqueio alta. de Paula, 2008, apresenta um estudo para cada modo de esteira, onde existem dois picos para a esteira estreita, um resultado em  $St = 0,1$  e o outro a  $St = 0,307$  considerando a velocidade do escoamento da fenda no cálculo do número de Strouhal. No caso apresentado por Alam *et al.*, 2003, os espectros de potência possuem 3 picos distintos de frequência, utilizando dados do coeficiente de sustentação.

A presente análise objetiva avaliar as frequências de desprendimento presentes no escoamento sobre dois cilindros posicionados lado a lado. Para isto, a coleta de dados é efetuada na frequência 3 kHz com filtro de passa baixa de 1 kHz, com a sonda na posição indicada na Figura 6.29 (a). Das aquisições nesta posição, séries temporais com dois modos de esteira são obtidas, conforme Figura 6.29 (b), onde os instantes com esteira estreita estão indicados em vermelho e as regiões de esteira larga em verde.

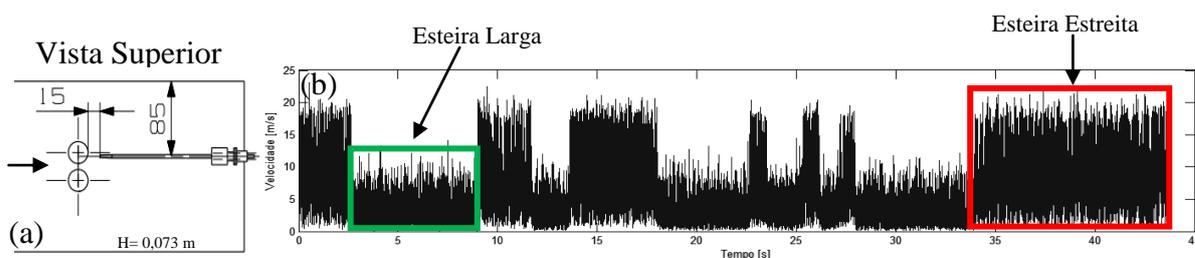


Figura 6.29 – a) Vista superior da posição da sonda de fio quente na medição e b) sinal de velocidades adquirido na posição indicada com  $Re = 2,2 \times 10^4$ .

Para analisar qual a frequência predominante em cada esteira, separam-se dois intervalos de tempo, sendo um deles com os dados de esteira larga e o outro de esteira estreita. De posse destes dados chega-se aos valores de velocidade média em cada uma das esteiras, 3,20 m/s para a esteira larga e 8,96 m/s para a esteira estreita. Aplica-se então a FFT e densidade espectral nas séries de dados e obtém-se os resultados apresentados na Figura 6.30. Pode-se verificar um pico saliente na esteira estreita em 70,31 Hz, Figura 6.30 (c), resultando em  $St = 0,13$ , enquanto na esteira larga não se observa picos de frequência ressaltados. Na densidade espectral da série completa de dados, Figura 6.30 (a), o mesmo pico da esteira estreita é observado. Outra característica é que o nível de energia da série completa e da esteira estreita é equivalente, enquanto os valores alcançados com a esteira larga são mais baixos.

Ao efetuar a mesma análise com velocidades mais baixa e mais alta, verifica-se a mesma característica, sendo que para as velocidades médias descritas na Tabela 6.1 o valor do número de Strouhal baseado na velocidade do escoamento e no diâmetro de um cilindro se mantém entre 0,127 e 0,132.

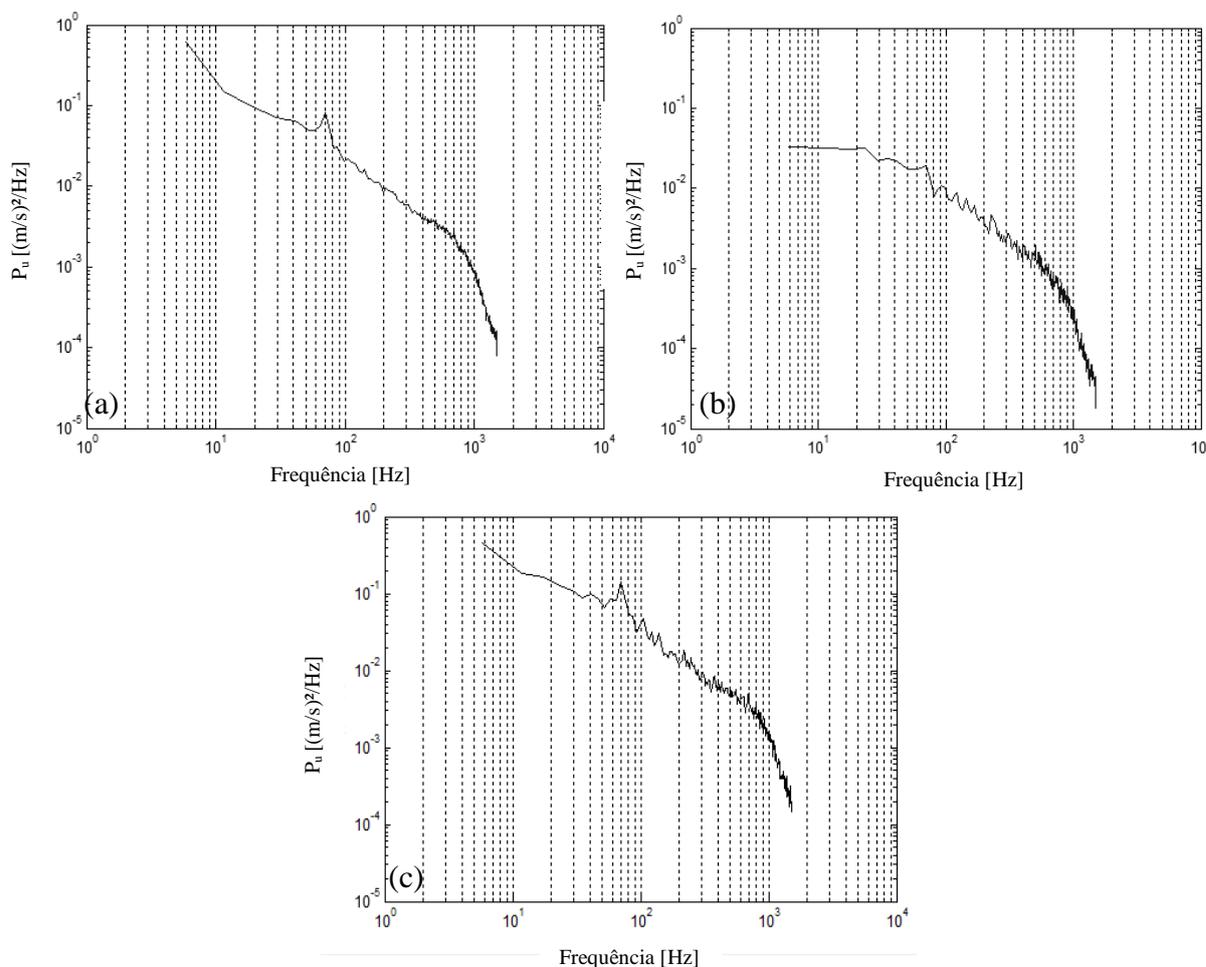


Figura 6.30- Densidade espectral dos sinais de flutuação de velocidade no escoamento com  $Re = 2,2 \times 10^4$  a) Série completa, b) Esteira larga e c) Esteira estreita.

Altera-se a distância da sonda de aquisição de dados com o intuito de verificar se alguma frequência adicional, conforme descrito pela literatura, é encontrada. Afasta-se a sonda do cilindro, deixando-a em 30 mm do mesmo, mantendo as demais dimensões conforme Figura 6.29 (a). Faz-se a aquisição de dados com 3 kHz e depois da aplicação da densidade espectral observa-se o mesmo comportamento, com as mesmas frequências de despreendimento encontradas nos dados com o posicionamento da sonda em 15 mm do

cilindro. Os valores de frequências obtidos para as duas posições são apresentados na Tabela 6.1, os mesmos ficam abaixo dos resultados de literatura para um cilindro, apresentado na Figura 2.5, e dentro da faixa apresentada no diagrama de dois cilindros, conforme Figura 2.6. Além disto, reforça a existência de uma frequência predominante no escoamento biestável.

Tabela 6.1 - Valores do número de Strouhal para diversas velocidades e em duas posições.

Re	15 mm		30 mm	
	$f$	St	$f$	St
8500	26,37	0,127	26,37	0,127
13500	41,02	0,127	41,02	0,127
17800	55,66	0,129	55,66	0,129
22000	70,31	0,132	70,31	0,132
25700	82,03	0,132	82,03	0,132

## 6.7 Escoamento entre cilindros

O objetivo desta subseção é avaliar o comportamento das séries de velocidades obtidas na região entre os cilindros, para verificar a influência desta região na troca biestável. No comparativo numérico-experimental monitorou-se um ponto entre os cilindros, indicado na Figura 5.5, o qual apresentou uma alteração na velocidade quando a mudança de modos aconteceu nas esteiras. Na Figura 6.31 são apresentadas as séries temporais de dados obtidas no estudo numérico URANS nas posições entre os cilindros e atrás de um dos cilindros, onde se verifica que em 5,7 s a troca de modos no sinal atrás do cilindro acontece e que no mesmo instante de tempo a velocidade na fenda também altera.

Para entender este fenômeno executam-se aquisições simultâneas de dados no escoamento da esteira e entre os dois cilindros para escoamento com  $Re = 2,2 \times 10^4$ . As sondas são posicionadas lado a lado, conforme apresentado na Figura 6.32 (a). Na Figura 6.32 (b) e (c) verifica-se o mesmo comportamento observado nas séries temporais obtidas numericamente, há mudança da velocidade entre os cilindros quando ocorre a troca de modos de esteira na sonda posicionada atrás do cilindro.

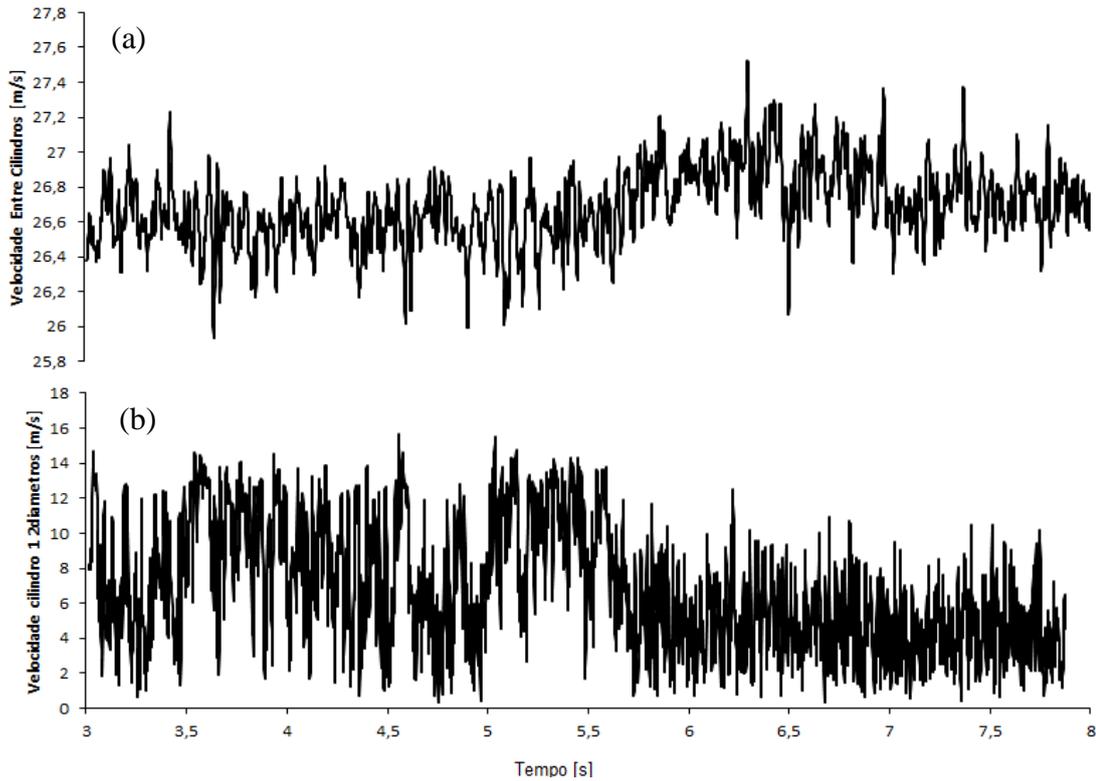


Figura 6.31 – Sinais de velocidade ao longo do tempo na simulação numérica com  $k\omega$  - SAS  
a) P1 e b) P3.

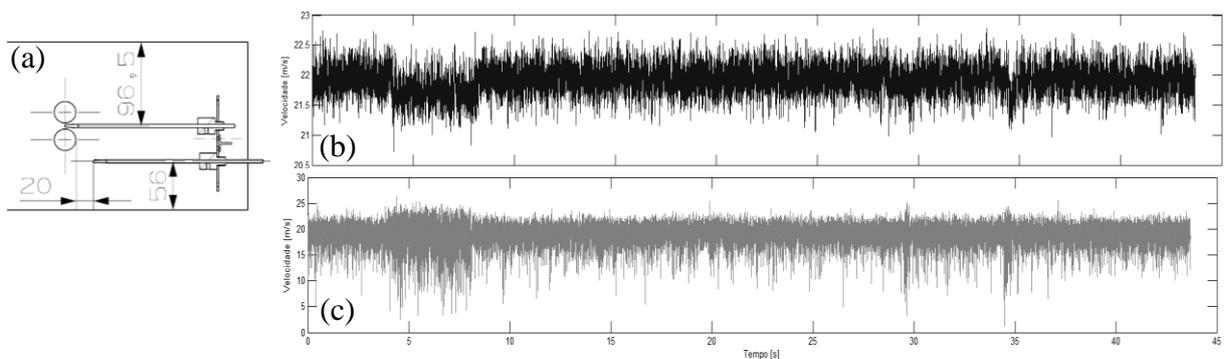


Figura 6.32 – a) Posições das sondas, b) sinal de velocidade obtido entre os cilindros e c) sinal de velocidade obtido na esteira do cilindro.

Avalia-se então o sinal entre os cilindros separadamente, aplicando densidade espectral e a decomposição discreta em ondaletas para duas séries de dados obtidas em diferentes medições, sendo a primeira centralizada com os cilindros em  $y$  e a segunda 2 mm

atrás do centro dos cilindros. As séries originais são apresentadas na Figura 6.33 (a) e (b), nas quais se pode notar variações dos patamares de velocidades em mais de uma posição.

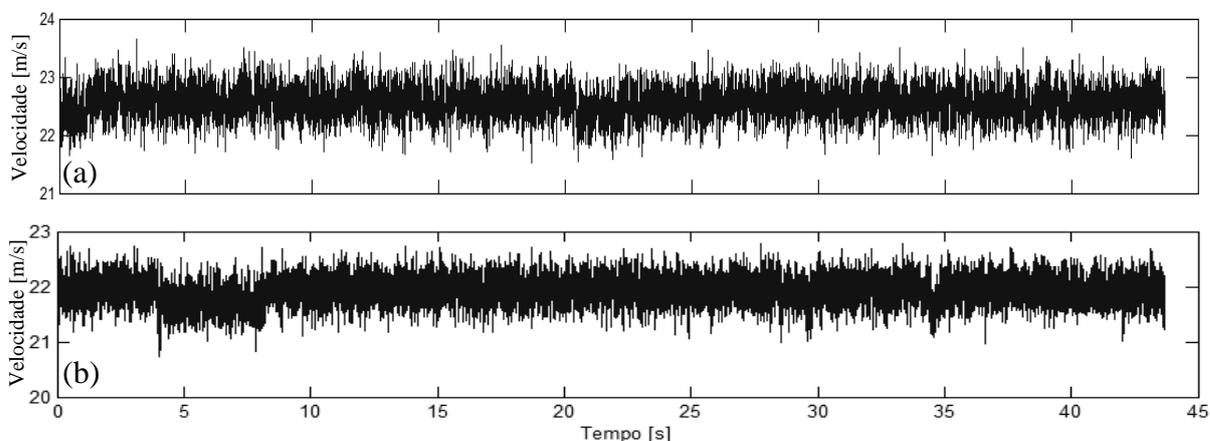


Figura 6.33 – Séries de velocidade experimentais entre os cilindros a) Série 1 e b) Série 2.

Ao determinar a densidade espectral dos sinais, observa-se comportamento distinto entre os mesmos, sendo que no sinal (a) dois picos de frequência são visíveis, o primeiro deles em 46 Hz e o segundo em 199 Hz. No sinal (b) também verifica-se a presença de dois picos sendo um em 199 Hz, equivalente ao sinal (a) e o segundo em 66 Hz. O pico em 66 Hz refere-se à mesma região de frequências encontradas nas esteiras com os dados de velocidade, conforme Tabela 6.1. Os picos em 199 Hz correspondem ao harmônico da frequência de 66 Hz, quanto à frequência de 46 Hz não há fenômeno diretamente ligado à ela.

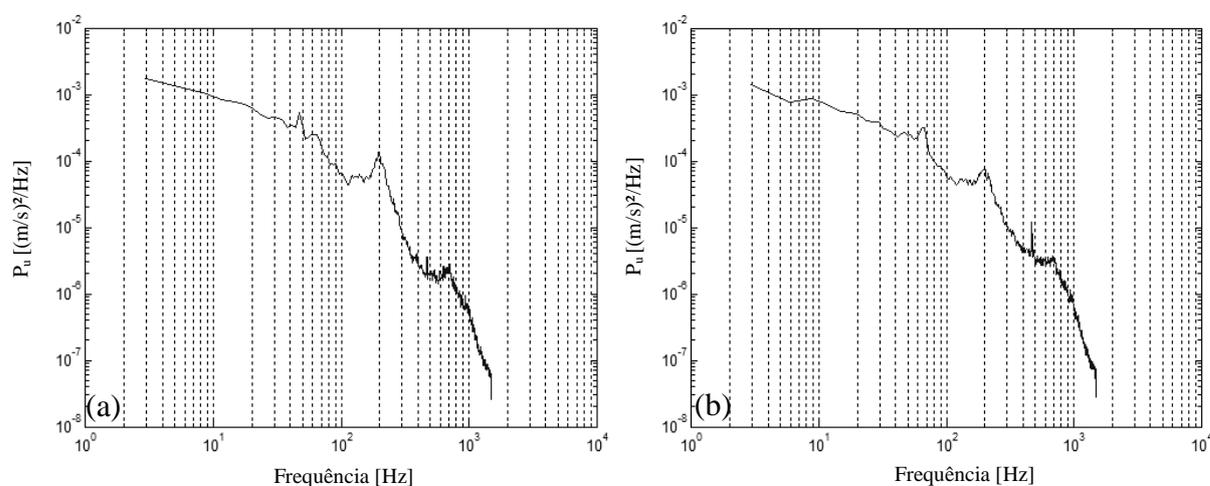


Figura 6.34 – Densidade espectral dos sinais de flutuação de velocidades experimentais entre os cilindros a) Série 1 e b) Série 2.

Aos sinais de velocidade foram aplicadas as transformadas de ondaletas discreta para entender melhor o comportamento das frequências no sinal temporal, utilizando 9 níveis de decomposição resultando em faixa de 2,93 Hz, conforme apresenta-se na Figura 6.35 (a) e Figura 6.35 (b).

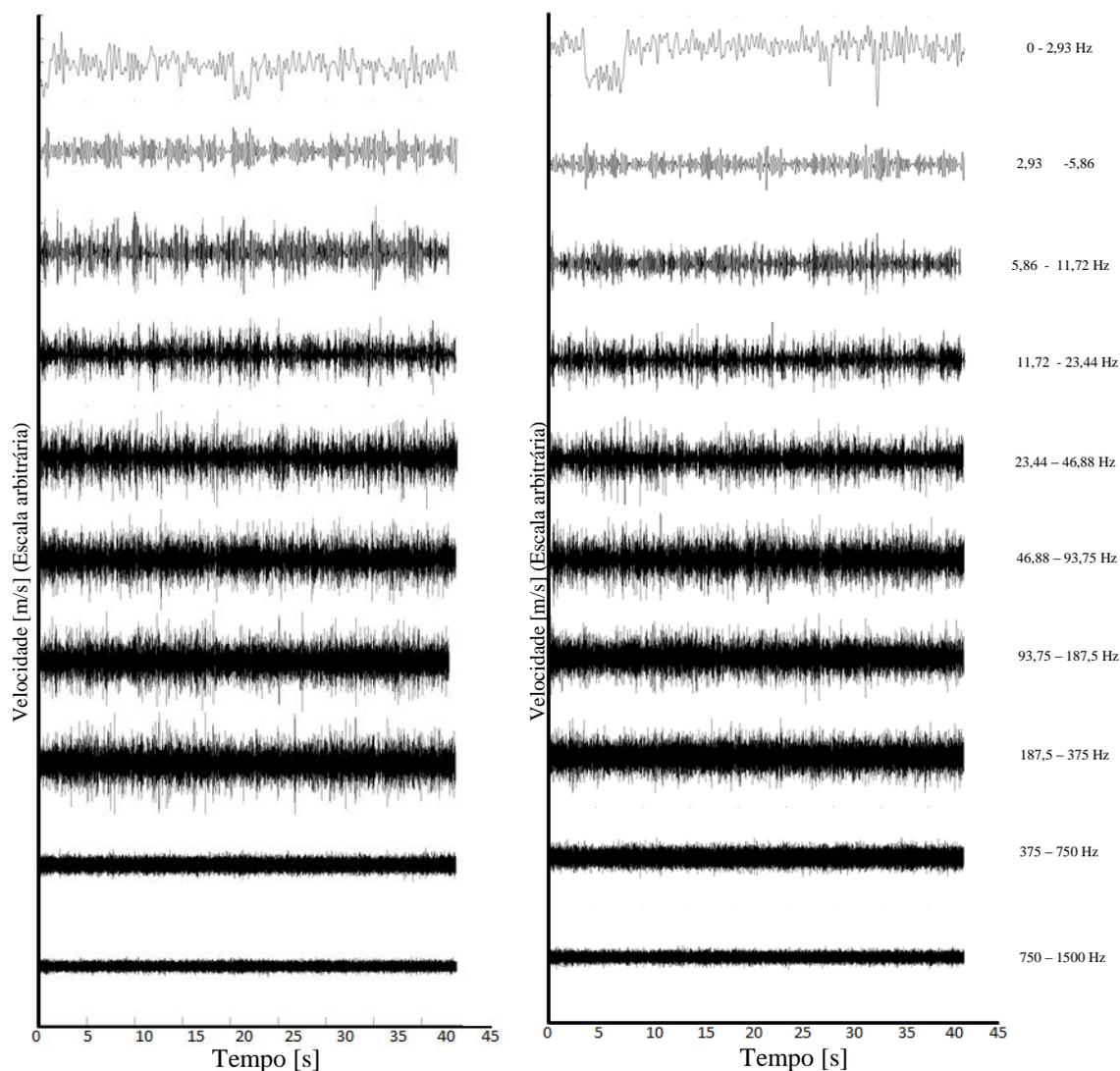


Figura 6.35 - Análise de ondaleta discreta sobre os sinais experimentais de velocidade entre os cilindros a) Série 1 e b) Série 2.

Na Figura 6.35 (a) verifica-se que a variação de velocidades acontece somente nas baixas frequências, de acordo com o crescimento das faixas o sinal não apresenta patamares distintos. Na Figura 6.35 (b) apresenta-se a análise de ondaletas discreta no sinal da Série 2,

na qual verifica-se o mesmo comportamento da Série 1. Existem alterações somente em baixas frequências, até 3 Hz, mostrando que não há a ocorrência do fenômeno biestável neste escoamento e sim somente variações de média ocasionadas pelas alterações nas posições de desprendimentos de vórtices influenciadas pelas interações entre as esteiras.

## 6.8 Flutuações de Pressão

O estudo das flutuações de pressão na parede do canal aerodinâmico é o objetivo de estudo nesta subseção, para entender o comportamento biestável por esta perspectiva. Para a análise das flutuações de pressão na parede do canal aerodinâmico microfones são posicionados na região da esteira, estes possibilitam a aquisição de flutuações de pressão para a análise com densidade espectral e aplicação de ondaletas discretas e contínuas nos sinais adquiridos. Trabalha-se com três escoamentos,  $Re = 1,78 \times 10^4$ ,  $Re = 2,2 \times 10^4$  e  $Re = 2,57 \times 10^4$ , nos quais são adquiridos simultaneamente os dados de flutuação de pressão e velocidade, podendo-se relacionar o fenômeno biestável nos dois sinais, já que para a velocidade o comportamento é conhecido.

Antes das medições de flutuação de pressão com os cilindros imersos no escoamento, executa-se a medição dos valores de flutuação de pressão com o canal aerodinâmico desligado, para obter as frequências fornecidas pelo ambiente, conforme apresentado na Figura 6.36 (a). Avaliando-se a densidade espectral para frequências de aquisição em 10 kHz, 3 kHz e 1 kHz, observa-se apenas ruído com baixa energia em todas as frequências com o canal vazio. O comportamento para as diferentes séries temporais adquiridas apresenta semelhança nas frequências visíveis na densidade espectral.

Na Figura 6.36 (b) são apresentadas as densidades espectrais obtidas dos sinais adquiridos com 10 kHz, 3 kHz e 1 kHz no canal aerodinâmico vazio, com escoamento de  $Re = 2,2 \times 10^4$ . Para todos os casos observa-se que existem regiões de concentração de frequências em torno de 50 Hz, 150 Hz e 350 Hz, mostrando pontos com frequências múltiplas de 50 Hz e que, provavelmente, estão relacionadas com o ruído do ventilador.

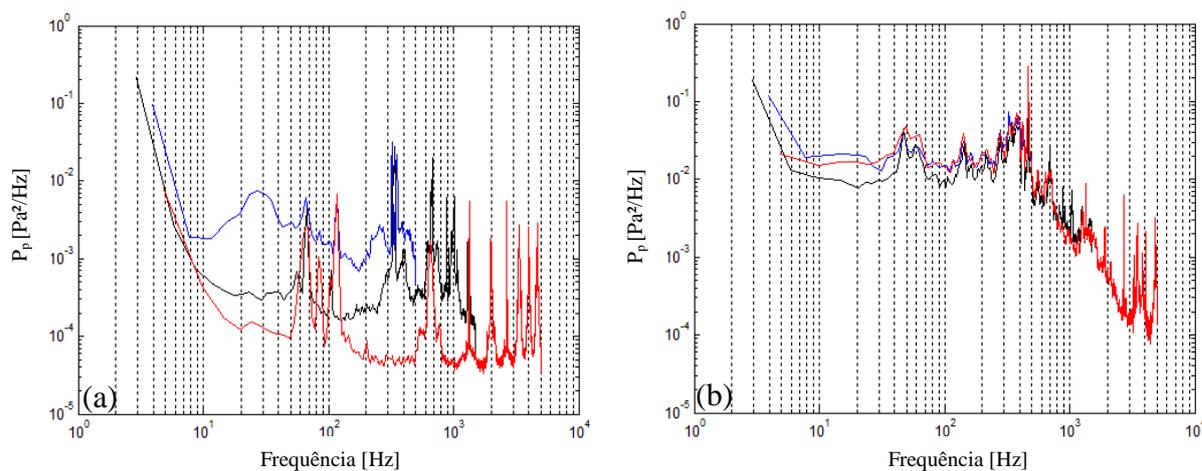


Figura 6.36 – Densidade espectral das flutuações de pressão para canal aerodinâmico a) desligado - M1 e b) Sem cilindros M1,  $Re = 2,2 \times 10^4$ .

A seção de testes utilizada com as medidas da fixação dos microfones é apresentada na Figura 4.10 e as posições das sondas de fio quente utilizadas para medição simultânea de pressão e velocidade são apresentadas na Figura 6.37, com as sondas afastadas 15mm da chapa superior do canal aerodinâmico. O posicionamento das sondas foi deslocado alguns milímetros dos microfones para evitar interferências nas leituras e como o objetivo é caracterizar a existência do fenômeno biestável nos sinais, não há necessidade de aquisição no mesmo ponto.

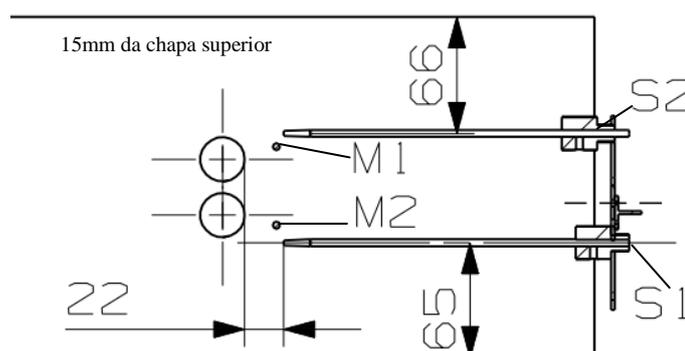


Figura 6.37 – Posições das sondas de fio quente na medição simultânea com os microfones.

Uma comparação dos sinais de flutuação de pressão com os sinais de flutuação de velocidade pode ser vista na Figura 6.38 e Figura 6.39. Os sinais da Figura 6.38 (a) são

relativos ao microfone 1 e na Figura 6.38 (b) à sonda 2. Comparando as duas figuras observa-se a relação direta entre os resultados, sendo visíveis as trocas de modo de esteira devido à abrangência das flutuações, sendo que para a esteira larga o escoamento flutua menos e para a esteira estreita a abrangência das flutuações é maior. Na Figura 6.39 (a) os sinais de flutuação de pressão obtidos com o microfone 2 e na Figura 6.39 (b) as flutuações de velocidade obtidas com a sonda 1 podem ser avaliados, e mostram o mesmo comportamento de trocas de modos de esteira nos sinais, mas neste caso os valores de flutuação de pressão são aproximadamente o dobro dos obtidos com o microfone 1. Este comportamento é observado em outras séries de sinais temporais e pode estar relacionado com a posição de montagem do microfone na parede em relação à esteira, já que o comportamento inverso acontece nas flutuações de velocidades. Para a sonda 2 as flutuações na esteira estreita chegam a 14 m/s enquanto para a sonda 1 permanecem em 10 m/s.

Na densidade espectral dos sinais de flutuação de pressão observam-se picos de frequência em 67,38 Hz, Figura 6.40 os quais se aproximam dos 70,31 Hz encontrados nos dados de velocidade apresentados na Tabela 6.1. Esta frequência está ligada ao desprendimento de vórtices dos cilindros e que remetem ao número de St de 0,125. Para o sinal do microfone 1, indicado na Figura 6.37, observa-se também um pico em 202 Hz que corresponde ao harmônico dos 67,38 Hz. A semelhança no decaimento de energia para os dois sinais também acontece, diferindo apenas na quantidade de energia associada, e está vinculado à abrangência das flutuações apresentadas no sinal de pressão.

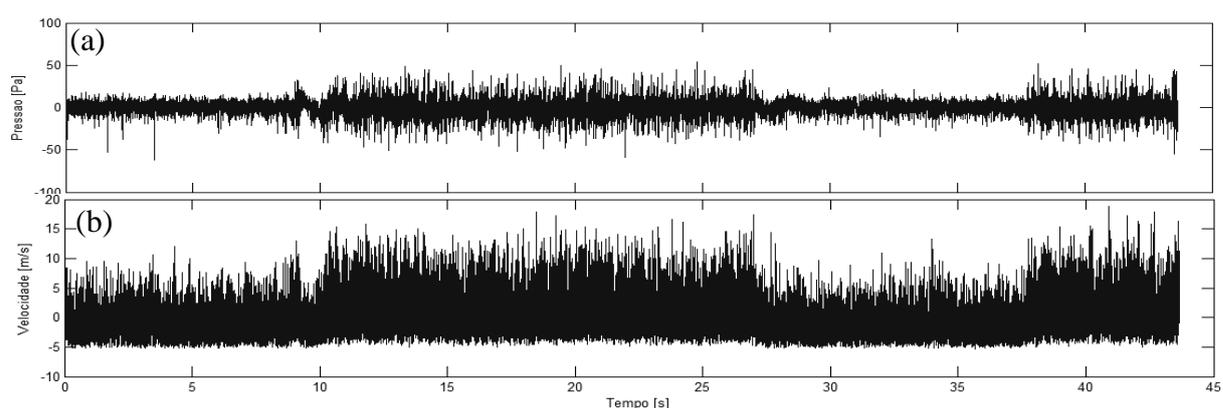


Figura 6.38 – Sinais de flutuação de pressão e flutuação de velocidade adquiridos com a) o Microfone 1 e b) sonda 2.

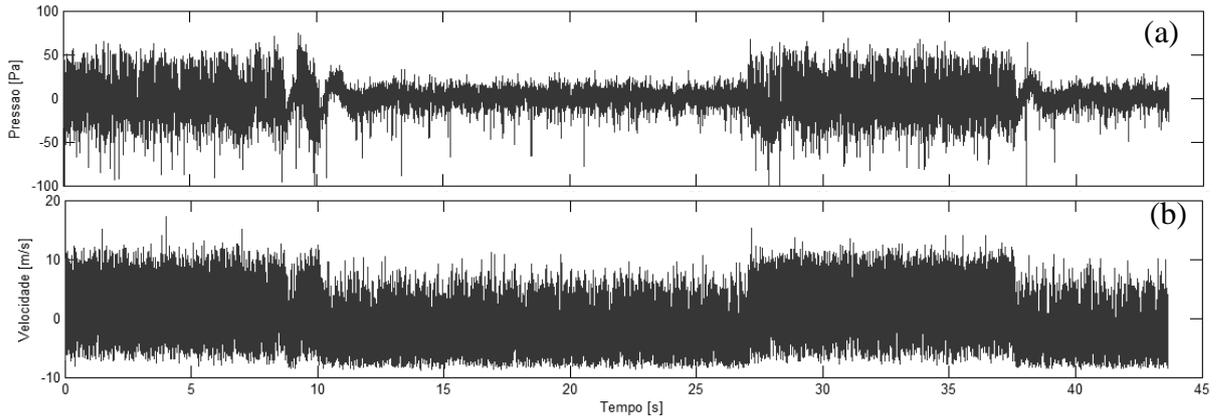


Figura 6.39 – Sinais de flutuação de pressão e flutuação de velocidade adquiridos com a) Microfone 2 e b) sonda 1.

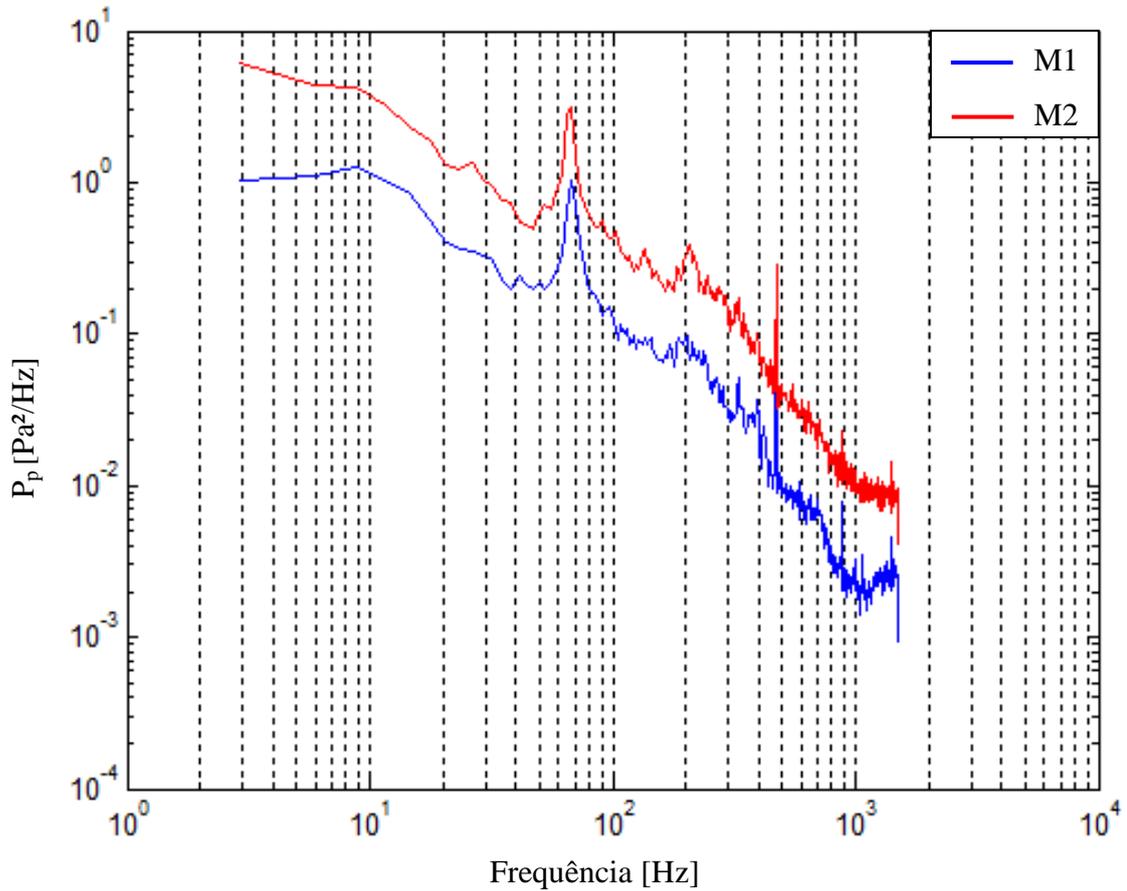


Figura 6.40 –Densidade espectral das flutuações de pressão adquiridas com o M1 e o M2.

Com intuito de confirmar esta relação entre as frequências encontradas na pressão e as frequências obtidas para velocidades na região central do canal, variam-se as velocidades do escoamento gerando valores do número de Reynolds entre 8500 e  $2,57 \times 10^4$ . Determina-se a densidade espectral das flutuações de pressão coletadas em várias aquisições e obtém-se os valores descritos na Tabela 6.2, onde pode-se verificar cada um dos escoamentos sendo que os valores de  $f$  para os dois sinais são equivalentes. Ao compararmos estes resultados com os valores obtidos com as flutuações de velocidade, apresentados Tabela 6.1, observa-se que as frequências apresentam variação de até 10 % para menos nas frequências obtidas com a pressão, mantendo o número de St em torno de 0,12 enquanto para os valores obtidos com a velocidade fica em torno de 0,13.

Tabela 6.2 - Valores do número de Strouhal obtidos de acordo com a pressão.

Re	Microfone 1		Microfone 2	
	$f$	St	$f$	St
8500	24,61	0,117	24,61	0,117
13500	38,67	0,118	38,67	0,118
17800	52,73	0,121	52,73	0,121
22000	67,38	0,125	67,38	0,125
25700	79,1	0,126	79,1	0,126

A diferença entre os valores de St obtidos com dados de velocidade e de pressão pode estar associada a resolução do espectro de frequência, que é de 9 %, ou ter influência da parede. Já que os sinais de flutuação de pressão são adquiridos próximos da parede enquanto os dados de velocidade utilizados na Tabela 6.1 são coletados no centro do canal em 0,073 m da base. Nos sinais de velocidades coletados simultaneamente com os dados de pressão observam-se picos na mesma frequência da Tabela 6.2 para a sonda 2. Já nos sinais com a sonda 1 nenhum pico de frequência é visível.

Para entender melhor o comportamento dos sinais de flutuação de pressão aplica-se análise contínua e discreta de ondaletas. Utilizando os sinais para três escoamentos com diferentes valores de Re. Inicialmente utilizam-se as flutuações de pressão apresentadas na Figura 6.41 com escoamento em  $1,78 \times 10^4$ , onde se observa que os valores de pressão, P1, obtidos com o Microfone 1, M1, possuem menor abrangência de valores se comparados com

os valores de pressão, P2, obtidos com Microfone 2, M2. Este mesmo comportamento é observado na quantidade de energia cinética turbulenta apresentada na aplicação da função contínua de ondaleta, mostrada na Figura 6.42. Na qual verifica-se que para a P1 os picos de energia, mesmo na esteira estreita acontecem em frequências mais baixas, até 200 Hz, chegando até 400 Hz em poucos instantes de tempo com picos menos significativos. Já para P2 observam-se quantidades de energia alta até 500 Hz nos períodos de tempo de esteira estreita e com picos significativos chegando a 800 Hz. Outro detalhe interessante é a visível divisão dos modos de esteira apresentadas na ondaleta contínua, principalmente para o sinal P2.

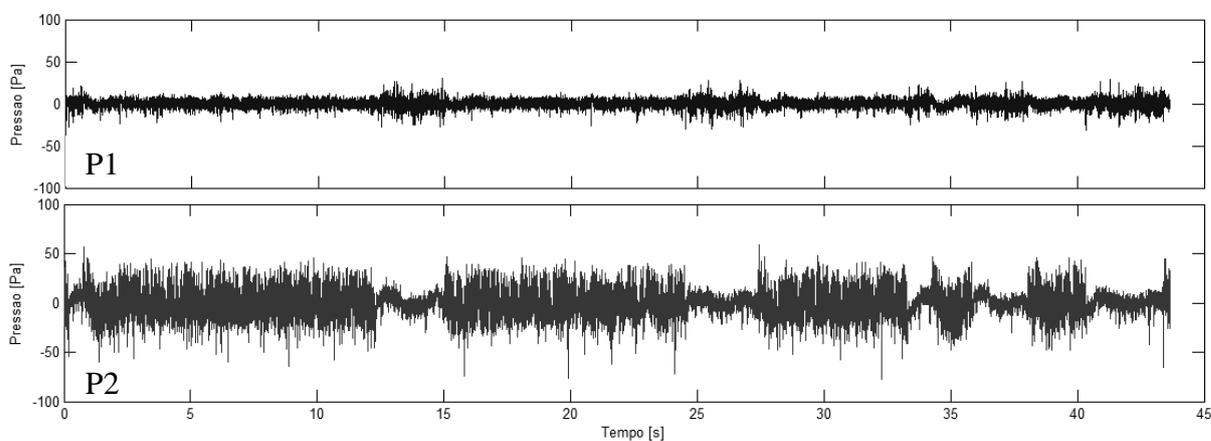


Figura 6.41 – Flutuação de pressão no escoamento com  $Re = 1,78 \times 10^4$  com sinal P1 adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone 2.

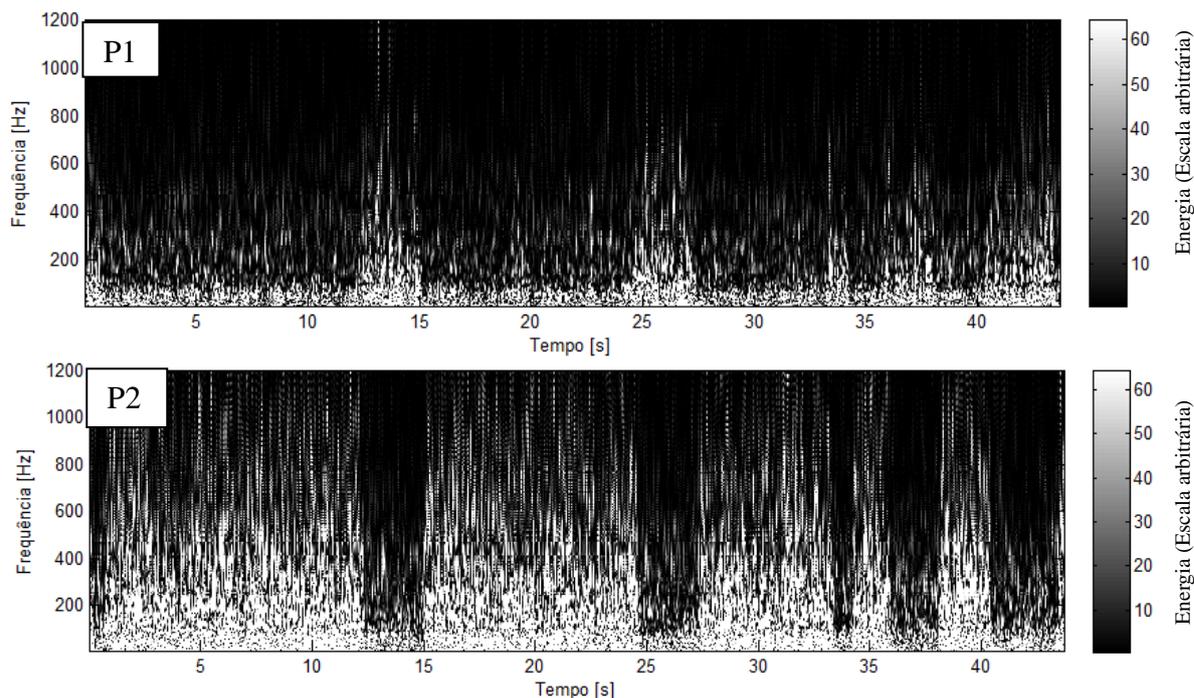


Figura 6.42 – Ondaletas contínuas aplicadas as Flutuações de pressão no escoamento com  $Re = 1,78 \times 10^4$  com sinal P1 adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone 2.

Aplicando a análise de ondaletas discretas obtém-se a energia de acordo com as bandas de frequências geradas pela decomposição do sinal e no caso aplicam-se 9 níveis resultando em uma faixa de 2,93 Hz. Utilizando os dados de P1 apresentado na Figura 6.41 (a) aplica-se a decomposição do sinal Figura 6.43 (a), e observa-se que nas faixas de frequência mais baixas o sinal não apresenta a divisão de modos de esteiras. Já entre os valores de 93,5 e 375 Hz são as frequências que sofrem maior impacto do fenômeno.

Utilizando os dados de P2, apresentados na Figura 6.41 (b), aplica-se a decomposição do sinal na Figura 6.43 (b), onde nas bandas de baixa frequência também não se observa impacto evidente das mudanças de modo da esteira. Já a partir de 11,71 Hz as divisões de modos passam a ser visíveis, mostrando sua maior influência entre 46,88 Hz e 375 Hz, assim como para o sinal de P1.

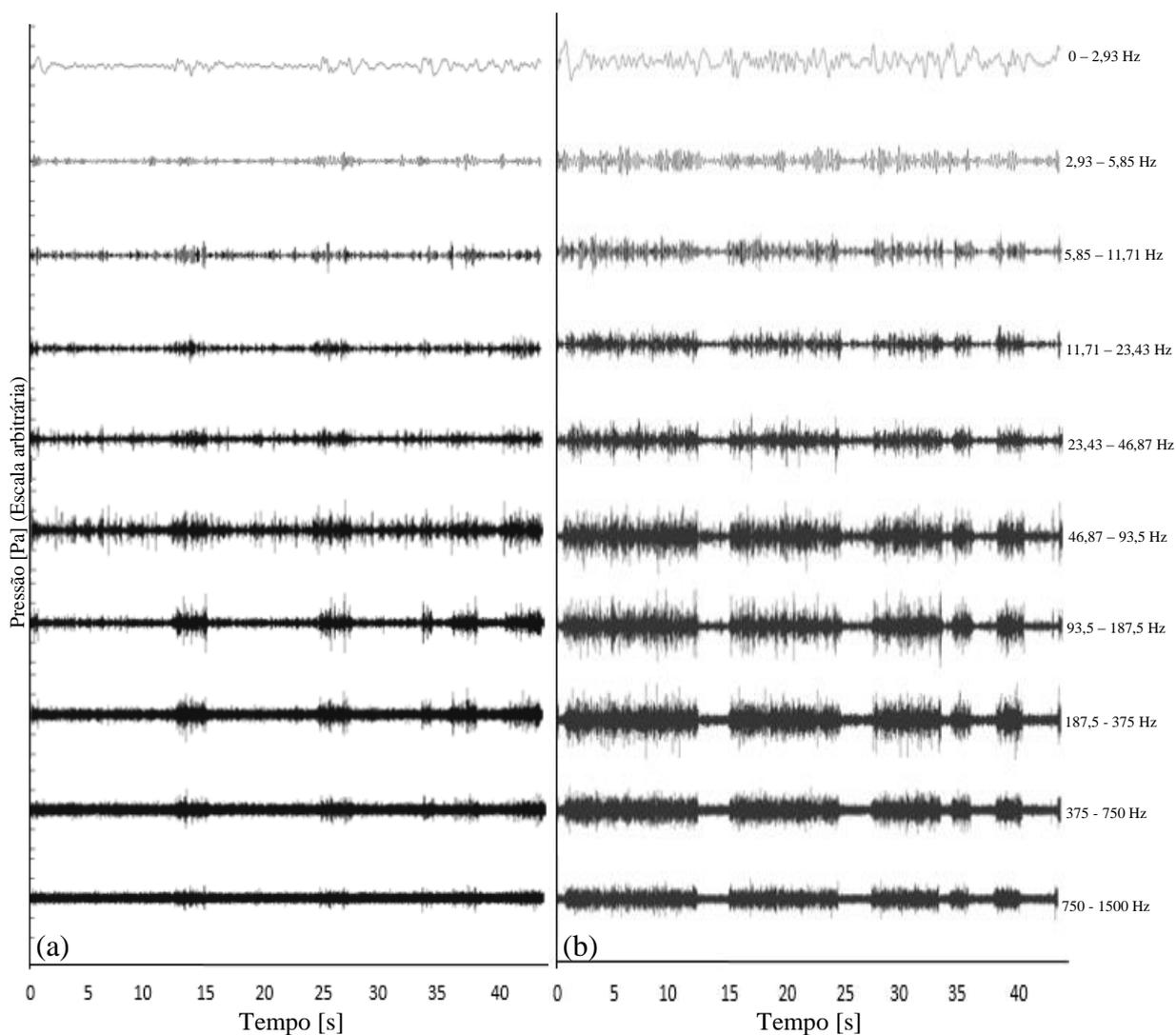


Figura 6.43 – Níveis de ondaletas discretas no sinal da flutuação da pressão no escoamento com  $Re = 1,78 \times 10^4$  a) adquirido com Microfone 1 e b) adquirido com Microfone 2.

Os valores de flutuação de pressão, P1 e P2, adquiridos no escoamento com  $Re = 2,2 \times 10^4$  são mostrados na Figura 6.44, onde a menor abrangência das flutuações de pressão P1 também acontece. Neste caso os valores de flutuação são maiores em comparação com a Figura 6.41, devido à maior velocidade do escoamento. Estes sinais apresentam modos de esteira durante tempos maiores, o que melhora a visualização dos comportamentos na aplicação de ondaletas.

Aos valores de P1 e P2 são aplicadas as funções contínuas de ondaletas e os resultados apresentados, na Figura 6.45. Na qual se verifica o comportamento da energia cinética

turbulenta e neste caso, os valores se mantêm elevados até cerca de 400 Hz para P1 e 700 Hz para P2. Um detalhe visível nesta comparação é que para o sinal de esteira larga em P2 e esteira estreita em P1, entre 4 e 22 s. A energia apresentada é a mesma, alterando apenas na existência de picos em maior frequência para P1.

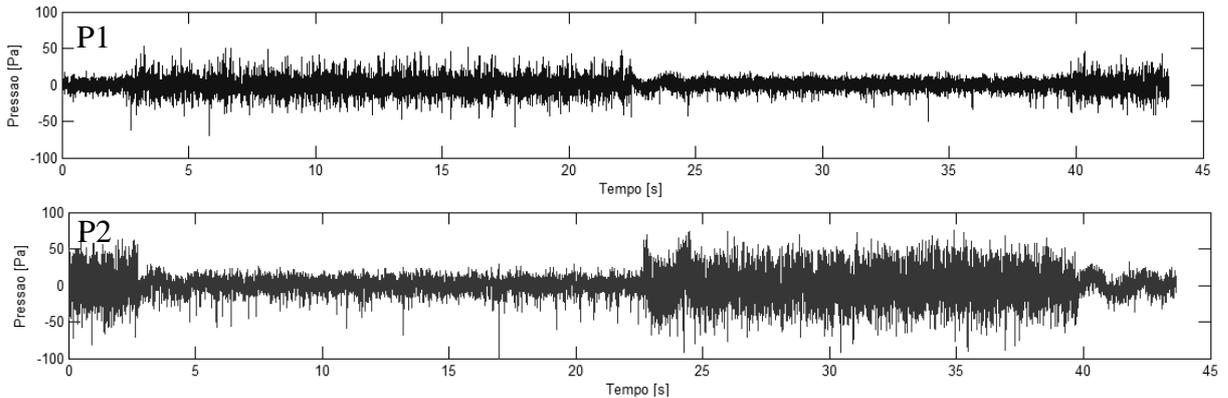


Figura 6.44 – Flutuação de pressão no escoamento com  $Re = 2,2 \times 10^4$  com sinal P1 adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone 2.

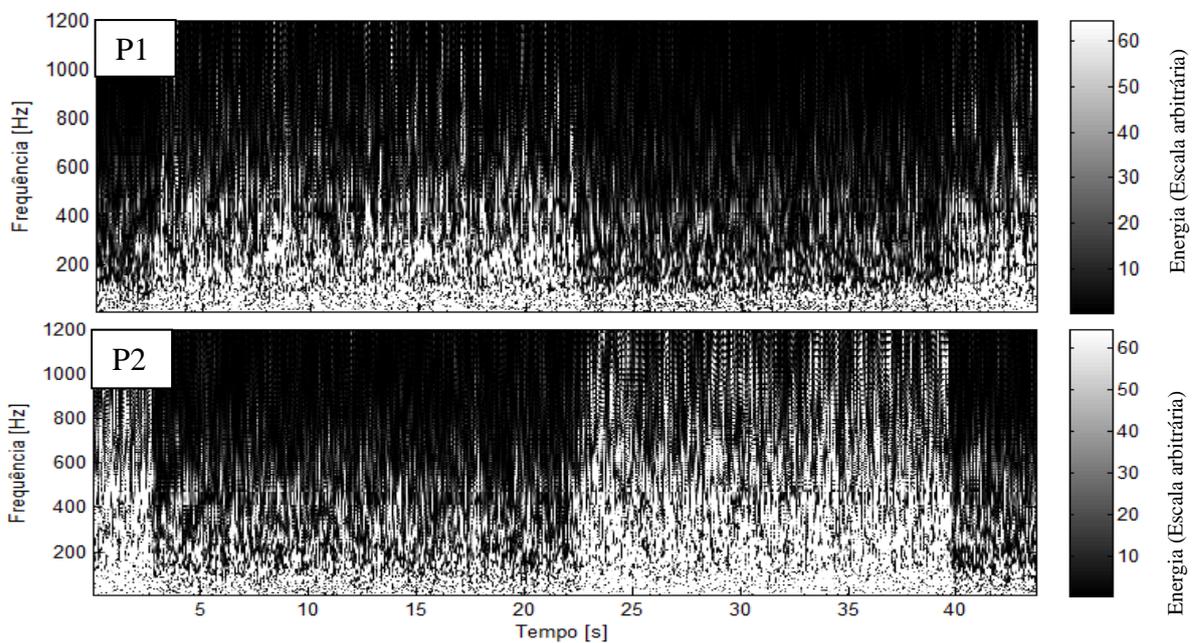


Figura 6.45 – Ondaletas contínuas aplicadas as Flutuações de pressão no escoamento com  $Re = 2,2 \times 10^4$  com sinal P1 adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone

Na análise de ondaletas discretas apresentadas na Figura 6.46 (a) e Figura 6.46 (b) relativos aos sinais P1 e P2 da Figura 6.44. Observam-se que em P1 as maiores influências dos modos estão nas faixas de frequência entre 93,75 Hz e 375 Hz, sem grandes influências das baixas frequências. Para P2 as faixas entre 46,87 Hz e 375 Hz são as que apresentam maior distinção e influência nos modos de esteira, sendo que nas faixas de baixa frequência o comportamento não é visível, mas com o aumento das faixas a distinção do sinal ocorre.

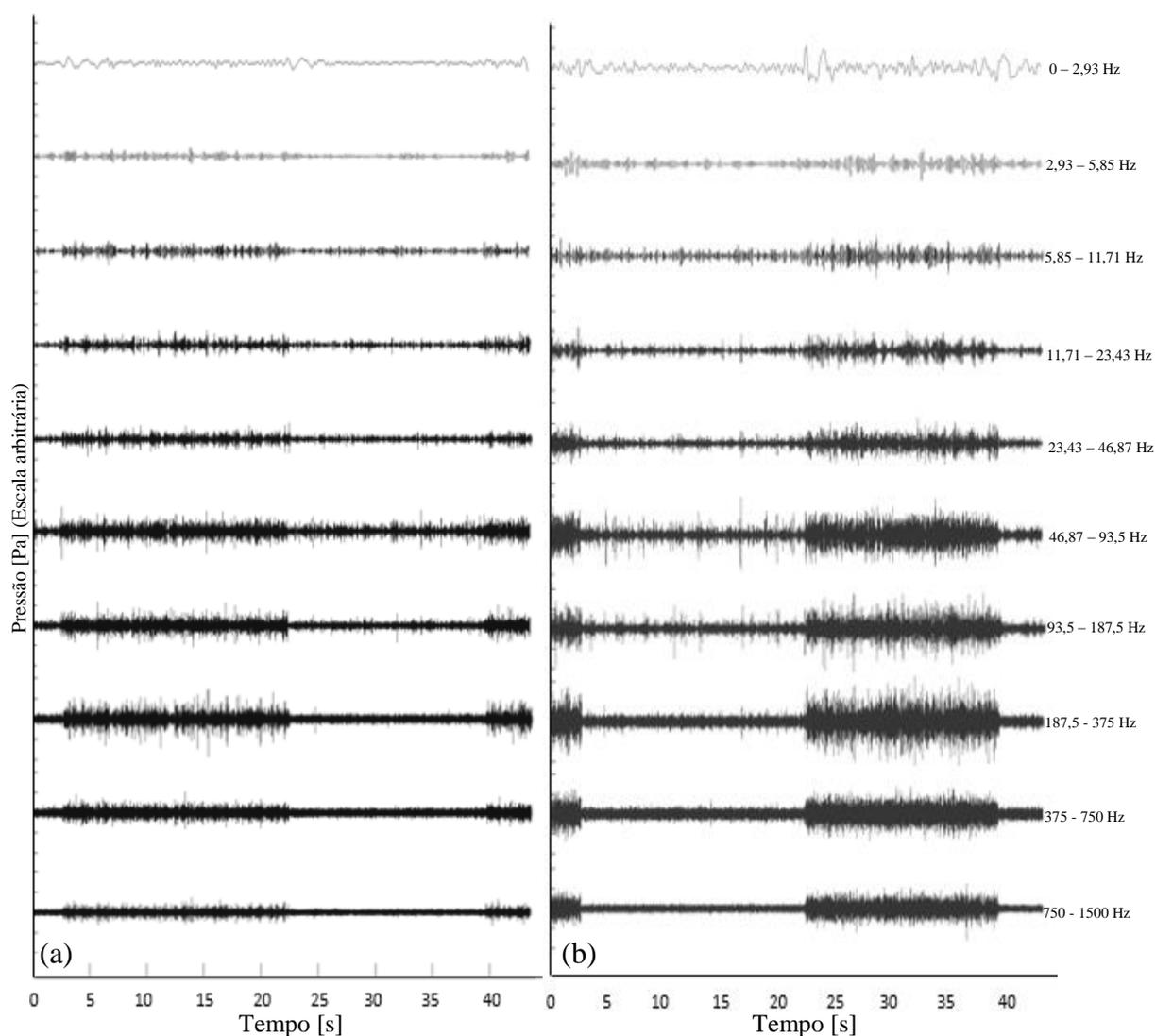


Figura 6.46 – Níveis de ondaletas discretas no sinal da flutuação da pressão no escoamento com  $Re = 2,2 \times 10^4$  a) adquirido com Microfone 1 e b) adquirido com Microfone 2.

Os dados de pressão P1 e P2, apresentados na Figura 6.47 são obtidos em escoamento com  $Re = 2,57 \times 10^4$ , onde a abrangência de P1 é menor que de P2. Apesar das distinções nas grandezas das flutuações, as mesmas mantêm a indicação das trocas de modos e também apresenta valores mais altos de flutuação de pressão se comparar aos sinais analisados com outros valores de  $Re$ .

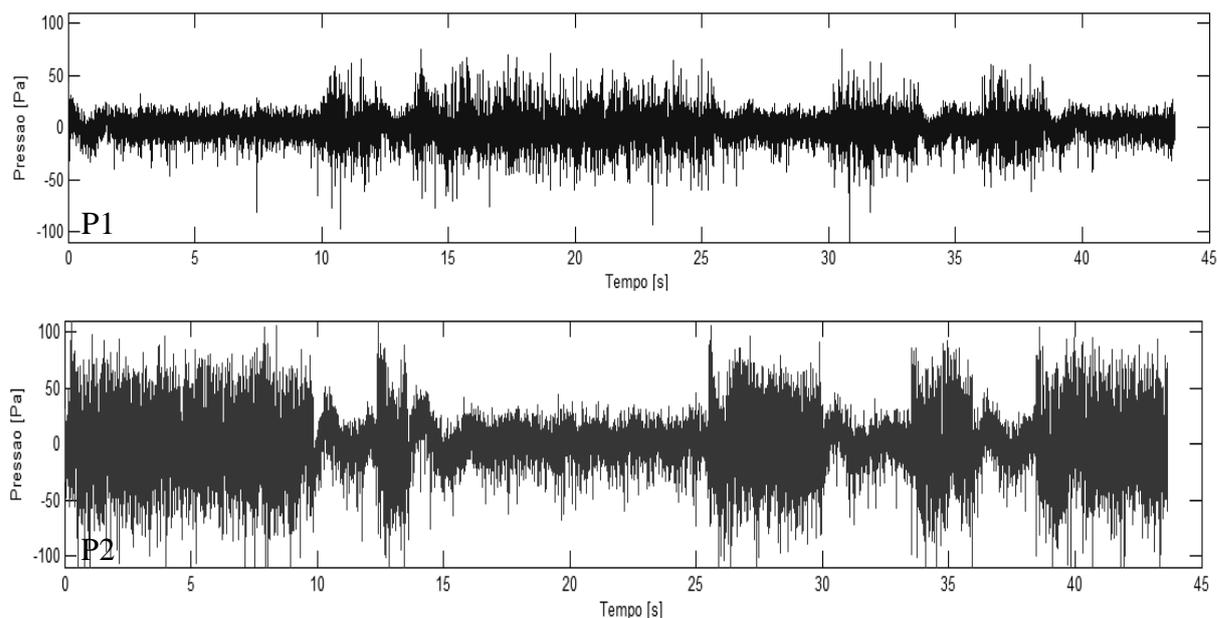


Figura 6.47 – Flutuação de pressão no escoamento com  $Re = 2,57 \times 10^4$  com sinal P1 adquirido com Microfone 1 e sinal P2 adquirido com Microfone 2.

Aplicando análise de ondaletas contínuas aos sinais P1 e P2, da Figura 6.47, obtém-se os resultados apresentados na Figura 6.48, onde verifica-se que os níveis de energia cinética turbulenta no domínio frequência-tempo. Para P1 os níveis de energia são altos devido a maior velocidade do escoamento, com muitos picos, mas para a esteira estreita as frequências importantes chegam a 500 Hz e para a esteira larga se mantém até 200 Hz. Já para P2 a diferença na energia é mais significativa, mostrando a esteira larga com energia até o patamar 300 Hz com alguns picos em frequências maiores e na esteira estreita observa-se altos valores de energia até 700 Hz e ainda picos de energia em frequências mais altas em alguns instantes de esteira estreita.

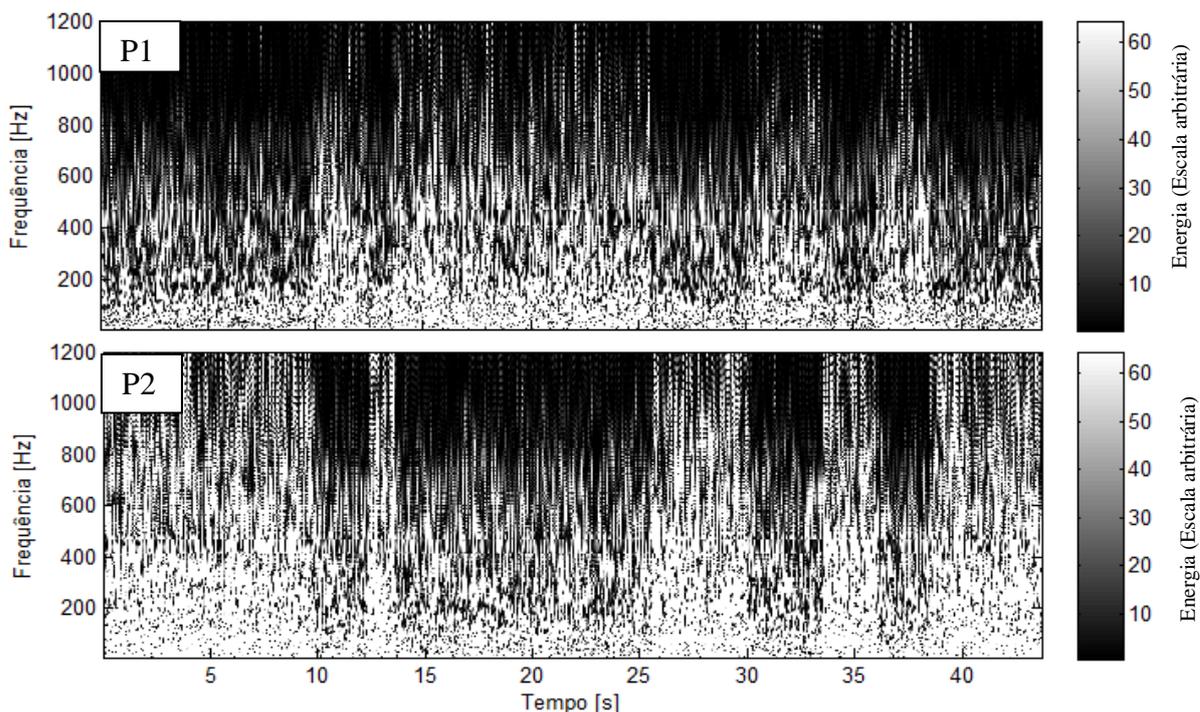


Figura 6.48 – Ondaletas contínuas aplicadas as Flutuações de pressão no escoamento de  $2,57 \times 10^4$  para a) Microfone 1 e b) Microfone 2.

Na análise de ondaletas discretas para o sinal de P1, Figura 6.47 (a), apresentado na Figura 6.49 (a) não se observa impacto das mudanças de modo nas faixas de baixa frequência, sendo que a divisão dos modos no sinal pode ser bem distinguida a partir da faixa 187,5 Hz até 375 Hz e desta faixa em diante existe a distinção clara mantendo a maior influência na faixa citada.

Na análise dos sinais de ondaletas discretas aplicada em P2, Figura 6.47 (b), mostrado na Figura 6.49 (b) observa-se pouca influência nas faixas de baixa frequência ficando visível a distinção do sinal a depois de 11,7 Hz, mas as faixas com maior discrepância na abrangência de sinais são entre 187,5 Hz e 750 Hz. Nas altas frequências a distinção entre modos de esteira no sinal é visível.

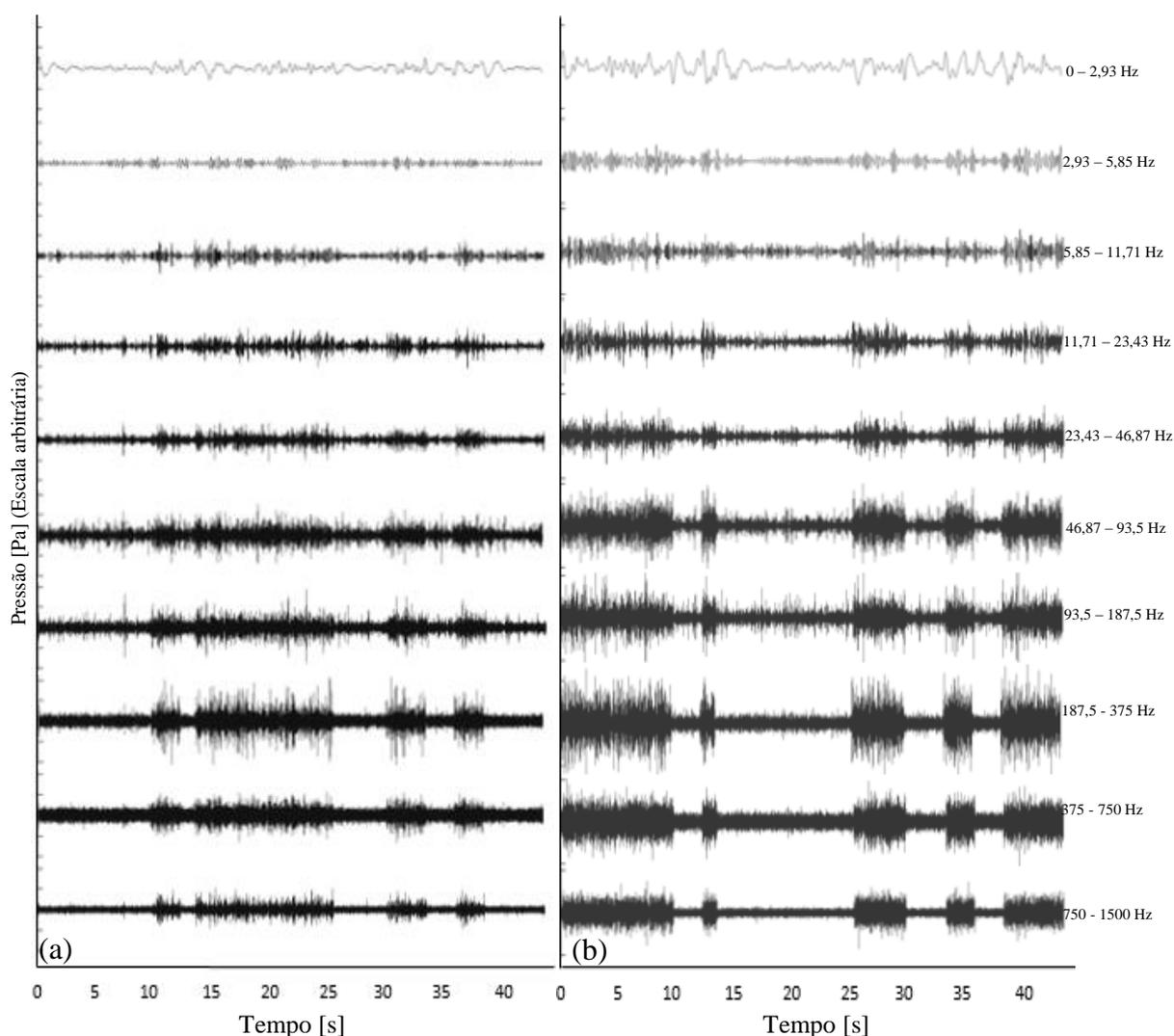


Figura 6.49 – Níveis de ondaletas discretas no sinal da flutuação da pressão no escoamento com  $Re = 2,57 \times 10^4$  a) adquirido com Microfone 1 e b) adquirido com Microfone 2.

Comparando os resultados das análises de ondaletas aplicadas às flutuações de pressão com os estudos executados com velocidades sobre dois cilindros por Indrusiak e Möller, 2004, verifica-se que há picos de maior energia na ondaleta contínua da esteira estreita. Estes picos estão ligados à velocidade mais alta da aquisição, além disso, os picos são visíveis nas frequências mais baixas, sendo que em sinais com velocidades intermediárias os valores aproximam-se. Para a esteira estreita e para a esteira larga observam-se picos de energia em frequências até 100 Hz, enquanto nas análises com flutuações de pressão valores de energia alta são observados até 600 Hz. Além disto, um dos

sinais apresenta maiores valores de energia que o outro, mesmo com posicionamento igual em relação cilindro, mostrando comportamento semelhante ao observado nas flutuações de pressão. Na análise discreta de ondaletas, as faixas com maiores influências ficam entre 250 Hz e 1000 Hz, mas as divisões de modos de esteiras apresentadas no sinal original são visíveis em todas as frequências. Este comportamento distinto pode estar associado ao uso de flutuações na análise, sem valores escalares ligados ao valor.

Olinto *et al.*, 2006, também apresentam análise com ondaletas contínuas em séries de dados sobre dois tubos e indica a presença de picos de energia cinética turbulenta em baixas frequências abrangendo até 150 Hz. Estes picos estão ligados aos modos de esteira estreita que apresentam maiores velocidades e o comportamento com diferentes quantidades de energia também é visível entre os sinais. Neste caso há uma esteira estreita apresentando velocidade média menor e isto impacta nos picos de energia.

De forma geral, o uso de flutuações de pressão permite a caracterização dos escoamentos biestáveis e possibilita visualização dos modos de esteira nas aplicações de ondaletas contínuas e discretas.

## 7 CONCLUSÕES

Um estudo investigando os comportamentos do escoamento sobre dois cilindros lisos paralelos com razão de espaçamento 1,26 utilizando abordagem numérica e experimental foi executado no presente trabalho. Foram avaliados os mecanismos de troca de modos de esteiras nas ocorrências de biestabilidade, a formação assimétrica das esteiras e o comportamento das flutuações de pressão na parede.

Durante as análises dos mecanismos da troca de modos das esteiras, observa-se que há grande influência da interação entre os vórtices. Devido a essas relações, o escoamento apresenta diferentes comportamentos na estrutura observada próximo da base e próximo do topo do cilindro, podendo apresentar os dois modos biestáveis no mesmo instante ao longo do cilindro. As trocas de modos não simultâneas ao longo do cilindro podem evoluir para apenas uma configuração, criando um comportamento simétrico no processo, identificado como terceiro modo de esteiras na literatura. Este modo adicional está ligado ao comportamento não simultâneo da biestabilidade e reflete a transição entre um modo e outro, mas não um modo estável adicional de esteira. A presença das trocas não simultâneas ao longo do cilindro foi observada experimental e numericamente, apresentando troca total não simultânea em um ponto específico do cilindro, defasagem de tempo significativa ou defasagens pequenas entre as trocas.

A análise numérica da formação de assimetria, com escoamento inclinado da fenda, para os casos laminar e turbulento mostra que as esteiras são inicialmente simétricas. Com o avanço do escoamento e a influência exercida entre os vórtices das esteiras ocorre a formação da esteira assimétrica com o escoamento de fenda inclinado. No caso do escoamento laminar observou-se a migração de vórtices entre esteiras e no caso turbulento o descompasso dos vórtices permitiu o crescimento desproporcional das mesmas e a formação da assimetria.

A variação dos patamares de velocidade observados no ponto de monitoramento entre cilindros, durante a troca biestável, foi verificada numérica e experimentalmente. Este comportamento é visível na série contendo as médias e flutuações de velocidade, mas aplicando análise de ondaletas verificou-se que não há ocorrência do fenômeno biestável nesta posição. A variação da velocidade é apenas influenciada pelo comportamento das

esteiras que mudam o ponto de desprendimento dos vórtices e isto altera a velocidade da fenda.

O uso do modelo URANS  $k\omega$ -SAS no fenômeno estudado reproduz o comportamento biestável, mas indica variações quantitativas em relação aos resultados em LES e dos valores experimentais. Do ponto de vista qualitativo a aplicação do modelo não apresenta detalhamento tão grande na região das esteiras quanto os obtidos com LES, onde é possível observar a evolução dos campos de pressão e de velocidade, enquanto com URANS observam-se comportamentos médios na região das esteiras e mudanças bruscas no campo, mas existe representatividade do fenômeno. Devido ao tempo computacional reduzido exigido pelo modelo em relação à aplicação do LES, pode-se considerá-lo uma boa opção de aplicação e análises de escoamentos sobre bancos de tubos ou corpos rombudos. Os resultados LES tiveram relação próxima aos valores experimentais, mostrando qualidade na solução encontrada.

A análise executada aplicando ondaletas contínuas e discretas, nos dados de flutuações de pressão coletadas junto à parede do canal aerodinâmico mostrou semelhanças aos comportamentos apresentados na literatura para dados de velocidade. A distinção dos modos de esteira é visível nas séries de flutuação de pressão e apresentam valores de energia altos na esteira estreita e baixos para as esteiras largas. Os valores de número de Strouhal encontrados com dados de pressão e velocidade divergem em cerca de 10 %, podendo ser influência da distância da parede, mas para as duas situações somente uma frequência de desprendimento foi encontrada.

## 7.1 Sugestões de trabalhos futuros

O fenômeno da biestabilidade ainda possui muitos detalhes que precisam ser entendidos e esclarecidos, desta forma para trabalhos futuros sugere-se:

- O estudo numérico e experimental das flutuações de pressão e velocidades em diversas posições de esteiras ao longo na evolução da mesma, a fim de entender melhor as interações entre vórtices nesta região.
- Análise detalhada dos comportamentos das esteiras com o aumento do número de Reynolds e os mecanismos presentes na geração assimétrica e trocas biestáveis.

- Estudo experimental da influência da parede do canal no desprendimento de vórtices dos cilindros utilizando flutuações de pressão e velocidade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Afgan, I.; Kahil, Y.; Benhamadouche, S.; Sagaut, P. Large eddy simulation of the flow around single and two side-by-side cylinders at subcritical Reynolds number, **Physics of Fluids**, v. 23, n. 17, p. 075101, 2011.

Alam, M. M.; Moriya, M.; Sakamoto, H. Aerodynamic characteristics of two side-by-side circular cylinders and application of wavelet analysis on the switching phenomenon. **Journal of Fluids and Structures**, v. 18, n. 3–4, p. 325–346, 2003.

Alam, M. M.; Zhou, Y. Flow around two side-by-side closely spaced circular cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 23, n. 5, p. 799–805, 2007.

Alam, M. M.; Zhou, Y. Intrinsic features of flow around two side-by-side square cylinders. **Physics of Fluids**, v. 25, n. 8, p. 085106, 2013.

Alam, M. M.; Zhou, Y.; Wang, X. W. The wake of two side-by-side square cylinders. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 669, p. 432-471, 2011.

ANSYS; **ANSYS Fluent Theory Guide**, Release 15.0, 2013, ANSYS, Inc.

Bazus. mf drill xy Tables for drilling machines. Acesso em: 12 de setembro de 2015. Disponível em: <<http://www.bazus.com/fixed-crosstable/mf-drill-xy-tables-for-drilling-machines/>>.

Blevins, R. D. **Flow-Induced Vibration**. Second Edition, Van Nostrand Reinhold, Nova Iorque, 1990.

BRÜEL & KJAER. **Condenser Microphones and Microphone Preamplifiers for acoustic measurements**, 1982.

Celik, I. B.; Cehreli, Z. N.; Yavuz, I. Index of Resolution Quality for Large Eddy Simulations. **Journal of Fluids Engineering**, v. 127, p. 949-958, 2005.

Chen, L.; Tu, J. Y.; Yeoh, G. H. Numerical simulation of turbulent wake flows behind two side-by-side cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 18, p. 387-403, 2003.

DANTEC. **Basic Guide DANTEC.**, 2004.

de Paula, A. V. **Estudo sobre o fenômeno da biestabilidade de escoamentos turbulentos em bancos de tubos de arranjo triangular**, Dissertação de Mestrado, PROMEC – UFRGS, 2008.

de Paula, A. V. **Determinação de parâmetros que caracterizam o fenômeno da biestabilidade em escoamentos turbulentos**, Tese de Doutorado, PROMEC – UFRGS, 2013.

de Paula, A. V.; Endres, L. A. M.; Möller, S. V. Bistable features of the turbulent flow in tube banks of triangular arrangement. **Nuclear Engineering and Design**, v. 249, p. 379-387, 2012.

de Paula, A. V.; Möller, S. V. Finite mixture model applied in the analysis of a turbulent bistable flow on two parallel circular cylinders. **Nuclear Engineering and Design**, v. 264, p. 203–213, 2013.

Endres, L. A.; Möller, S. V. Looking for correct dimensionless parameters for tube-bank flow analysis. **Journal of Fluids and Structures**, v. 15, p. 737-750, 2001.

Freire, A. P. S.; Menut, P. P. M.; Su, J. **Turbulência**, v. 7 p. 1-25 e 36-49, Rio de Janeiro, Brasil: ABCM, 2002.

Gao, Y.; Yu, D.; Tan, S.; Wang, X.; Hao, Z. Experimental study on the near wake behind two side-by-side cylinders of unequal diameters. **Fluid Dynamics Research**, v. 42, n. 13, p. 055509, 2010.

Gerrard, J. H. The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 25, n. 02, p. 401–413, 1966.

Gousseau, P.; Blocken, B.; Van heijst, G. J. F. Quality assessment of Large-Eddy Simulation of wind flow around a high-rise building: validation and solution verification. **Computers & Fluids**, v. 79, p. 120-133, 2013.

Guillaume, D. W.; LaRue, J. C. Investigation of the flopping regime with two- three- and four-cylinder arrays. **Experiments in Fluids**, v. 27, p. 145-156, 1999.

Holman, J. P. **Experimental methods for engineers**. Mc Graw Hill Book Company, Nova Iorque, 8o ed., 2012.

Indrusiak, M. L. S. **Caracterização de escoamentos turbulentos transientes usando a transformada de ondaletas**, Tese de Doutorado, PROMEC – UFRGS, 2004.

Indrusiak, M. L. S.; Goulart, J. V.; Olinto, C. R.; MÖLLER, S. V. Wavelet time–frequency analysis of accelerating and decelerating flows in a tube bank. **Nuclear Engineering and Design**, v. 235, n. 17–19, p. 1875–1887, 2005.

Indrusiak, M. L. S.; Möller, S. V. Wavelet analysis of experimental turbulence time series. **IV Escola Primavera de Transição e Turbulência**, 2004.

Ishigai, S.; Nichikawa, E. Experimental Study of Structure of Gas Flow in Tube Banks with Tube Axes Normal to Flow Part II. **The Japan Society of Mechanical Engineering**, v. 18, n. 119, p. 528–535, 1975.

Ishigai, S.; Nichikawa, E.; Nishimura, K.; Cho, K. Experimental Study on Structure of Gas Flow in Tube Banks with Tube Axes Normal to Flow. Part I. **The Japan Society of Mechanical Engineering**, v. 15, n. 86, p. 949–956, 1972.

Keogh, D.; Meskell, C. Bi-stable flow in paralell triangular tube arrays with a pitch-to-diameter ratio of 1.375. **Nuclear Engineering and Design**, v. 285, p. 98-108, 2015.

Kim, H. J.; Durbin, P. A. Investigation of the flow between a pair of circular cylinders in the flopping regime. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 196, p. 431-448, 1988.

Klein, M.; Meyers, J.; Geurts, B. J. Assessment of LES quality measures using the error landscape approach. **Quality and Reliability of Large-Eddy Simulations**, v. 12, p. 131-142, 2008.

Lam, K.; Zou, L. Experimental study and large eddy simulations. **Heat and fluid flow**, v. 30, p. 276-285, 2009.

Lesieur, M., Métais O., Comte P., **Large-eddy simulations of turbulence**. New York, 2005.

Lopez, J. J. O. **Simulação numérica das características do escoamento turbulento sobre cilindros dispostos lado a lado**, 2014. Dissertação de Mestrado, Faculdade UnB - Gama, 2014.

Maliska, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. LTC, 2ª edição, Rio de Janeiro, 1995.

Mansur, S.; Silveira Neto, A. **Turbulência**, v. 7, ABCM, Rio de Janeiro, 2010.

Meneghini, J. R. Mecânica da geração e desprendimento de vórtices no escoamento ao redor de cilindros. **Anais III Escola de Primavera Transição e Turbulência**, 2002.

Menter, F.; Egorov, Y. Revisiting the Turbulent Scale Equation. **Symposium on one hundred years of boundary layers research**, p. 279–290, 2005.

Menter, F. R.; Egorov, Y. A. Scale-Adaptative Simulation Model using Two-Equation Models. **American Institute of Aeronautics and Astronautics**, v. 2005-1095, p. 1-13, 2005.

Moffat, R. J. Describing the uncertainties in Experimental Results. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 1, p. 3-17, 1988.

Möller, S. V. Experimentação em Turbulência. **Anais II Escola de Primavera Transição e Turbulência**, 2000.

NASA – Administração Nacional da Aeronáutica e do Espaço. Examining Spatial (Grid) Convergence. Acesso em: 18 de junho de 2015. Disponível em <<http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html>>

National Instruments. **Microphones Handbook**, 2012.

Oberkampf, W. L.; Trucano, T. G. Verification and validation in computational fluid dynamics. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 38, n. 3, p. 209-272, 2002.

Olinto, C.; Indrusiak, M. L. S.; Endres, L. A.; Möller, S. V. Experimental study of the characteristics of the flow in the first rows of tube banks. **Nuclear Engineering and Design**, v. 239, p. 2022-2034, 2009.

Olinto, C.; Möller, S. V.; Indrusiak, M. L. S. Experimental Study of the Bistable Flow in Tube Arrays. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science & Engineering**, v. XXVIII, n. 2, p. 234-241, 2006.

Oruç, V.; Atakan Akar, M.; Akilli, H.; Sahin, B. Suppression of asymmetric flow behavior downstream of two side-by-side circular cylinders with a splitter plate in shallow water. **Measurement**, v. 46, n. 1, p. 442–455, 2013.

Patankar, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. Mc Graw Hill Book Company, Nova Iorque, 1980.

Roache, P. J. Perspective: A method for uniform reforming of grid refinement studies. **Journal of Fluids Engineering**, v. 116, p. 405-413, 1994.

Sagaut, P, **Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction**. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, 2006.

Silvestrini, J. H.; Möller, S. V. **Turbulência Vol:4**, p. 5-26, ABCM, Rio de Janeiro, 2004.

Souza, J. F. A.; Oliveira, L. R.; Azevedo, J. L. L.; Soares, I. D.; Mata, M. M. Uma revisão sobre a turbulência e sua modelagem. **Revista Brasileira de Geofísica**, v. 29, n. 1, p. 21–41, 2011.

Sumner, D. Two circular cylinders in cross-flow: A review. **Journal of Fluids and Structures**, v. 26, n. 6, p. 849–899, 2010.

Sumner, D.; Wong, S. S. T.; Price, S. J.; Paidoussis, M. P. Fluid behavior of side-by-side circular cylinders in steady cross flow. **Journal of Fluids and Structures**, v. 13, p. 309–338, 1999.

Tennekes, H.; Lumley, J. L. **A First Course in Turbulence**. MIT Press, Massachusetts, 1972.

Traverstool. Medidor de alturas Mitutoyo. Acesso em: 12 de setembro de 2015. Disponível em: <[http://www.traverstool.com.mx/hp\\_169/57-015-881.html](http://www.traverstool.com.mx/hp_169/57-015-881.html)>.

Wang, Z. J.; Zhou, Y. Vortex interactions in a two side-by-side cylinder near-wake. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 26, n. 3, p. 362–377, 2005.

Wilcox, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**. DCW Industries, 1994.

Williamson, C. H. K. Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 159, p. 1-18, 1985.

Xu, S. J.; Zhou, Y.; So, R. M. C. Reynolds number effects on the flow structure behind two side-by-side cylinders. **Physics of Fluids**, v. 15, n. 5, p. 1214-1219, 2003.

Zdravkovich, M. M. Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements. **Journal of Fluids Engineering**, p. 618-633, 1977.

Zdravkovich, M. M. **Flow Around Circular Cylinders Vol 2: Applications**. Oxford University Press, Nova Iorque, 1997.

## APÊNDICE A - Incerteza de Medição

A análise de incertezas é muito importante na avaliação experimental e existem vários métodos disponíveis, mas segundo Holman, 2012, o método desenvolvido por Kline e McClintock é o mais preciso, pois é baseado na especificação das incertezas das medições primárias envolvidas no experimento, das quais a variável final é dependente como apresenta-se na relação:

$$R_i = R_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (\text{A.1})$$

A representação das incertezas dependentes de várias variáveis é descrito por Moffat, 1988, e nesta abordagem gera a incerteza propagada no valor medido, conforme descrito em:

$$\delta R_i = \left\{ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial R_i}{\partial x_i} \delta x_i \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{A.2})$$

Onde  $\delta x_i$  é a incerteza da variável  $x_i$ .

Para a aplicação do cálculo de incertezas das variáveis resolvidas executa-se a solução das derivadas utilizando o programa EES<sup>®</sup>, que permite a entrada das variáveis e obtenção dos erros relacionados. Os equipamentos utilizados nas medições e as resoluções são indicados na Tabela A1.

Tabela A.1– Equipamentos e resoluções

Equipamento	Resolução	Unidade
Sensor de Temperatura	±0,1	°C
Barômetro	±0,5	mmHg
Paquímetro	±0,05	mm
Trena	±0,5	mm
Micromanômetro de coluna	±0,02	mmH <sub>2</sub> O
Manômetro de coluna d'água	±1	mmH <sub>2</sub> O
Transdutor de pressão no manômetro eletrônico	1%	mA
Multímetro digital de mão	±0,5%+4D	mA
Multímetro de Bancada	±0,3%+10d	mA

O erro associado na leitura de tensão por anemometria de fio quente é dado por:

$$iu = \left( \frac{\text{offset}}{1000} + 0,0005 \right) mV \quad (\text{A.3})$$

sendo que o offset é relativo ao acréscimo de tensão executado pelo sistema para ajustes no limite da placa de aquisição e varia em cada medição.

As medições de corrente do transdutor de pressão são executadas com manômetro de bancada ligado pela entrada Serial 232 do computador e com o uso do programa Multimeters-RS232 fornecido pelo fabricante Politerm. São executadas 1024 leituras para cada medição e desta série, obtém-se o valor médio utilizado no cálculo de pressão e o desvio padrão que é somado ao erro de medição calculado.

Para exemplificar o cálculo executado da propagação de incertezas apresenta-se a sequencia de análises para a velocidade de referência obtida com o tubo de Pitot. Para o seu cálculo aplica-se a Equação (A.4), onde são necessários os valores de  $P_d$  e  $\rho$ , que por sua vez também são calculados a partir de variáveis primárias, conforme apresentado nas Equações (A5) e (A6).

$$u = \sqrt{\frac{2P_d}{\rho}} \quad (\text{A.4})$$

$$P_d = 25I - 100 \quad (\text{A.5})$$

$$\rho = \frac{P}{R_{ar} T_{ar}} \quad (\text{A.6})$$

Para o cálculo dos erros associados à  $u$ , é necessário obter primeiramente os erros de  $P_d$  e  $\rho$  então para a massa específica temos:

$$\delta\rho = \left\{ \left( \frac{\partial\rho}{\partial P} \delta P \right)^2 + \left( \frac{\partial\rho}{\partial T_{ar}} \delta T_{ar} \right)^2 + \left( \frac{\partial\rho}{\partial R_{ar}} \delta R_{ar} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{A.7})$$

onde  $\delta P$  e  $\delta T$  são as resoluções dos instrumentos apresentadas na Tabela A1,  $\delta R$  é um valor tabelado e não há indicação de resolução e ao executarmos este cálculo chegamos ao valor de  $\delta\rho$  que é associado ao valor de  $\rho$ .

Para o cálculo do erro associado ao valor de  $P_d$  a avaliação com as derivadas é a mesma, necessitando apenas da resolução na medida da corrente. Para obter a resolução é necessário associar dois instrumentos: o manômetro eletrônico e multímetro. O manômetro eletrônico possui um erro associado de 1% do valor lido, então se o valor lido é 9,408 mA o erro do manômetro fica 0,094 mA. O erro do multímetro é 0,5% + 4D, obtendo-se então (0,047 + 0,004) mA resultando em 0,051 mA. Associando as duas incertezas chega-se a:  $\pm 0,145$  mA ou  $\pm 1,54$  % de erro na medida de corrente elétrica e é esta a imprecisão inserida na equação:

$$\delta P_d = \left\{ \left( \frac{\partial P_d}{\partial i} \delta i \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{A.8})$$

Desta forma permite-se o cálculo da incerteza na medição da velocidade

$$\delta u = \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial P_d} \delta P_d \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial \rho} \delta \rho \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{A.9})$$

Aplicando as relações de derivadas das variáveis envolvidas e suas incertezas apresentada na Equação (A.2) de Re, St, velocidade referência, velocidade pelo anemômetro de fio quente, flutuações de velocidade e demais variáveis calculadas envolvidas obtém-se os erros apresentados no Quadro (A.1).

Quadro A-1– Erros associados aos dados experimentais.

Variável		Erro (%)
Massa específica	$\rho$	0,1
Viscosidade cinemática	$\nu$	0,1
Pressão dinâmica	$Pd$	2-4
Número de Reynolds	$Re$	1 - 2
Número de Strouhal	$St$	8-10
Velocidade média (Pitot)	$V$	1 - 2
Tensão na velocidade 0 corrigido	$E0corr$	0,05
Tensão corrigida	$Ecorr$	0,05
Relação logarítmica das tensões	$j$	1,5
Logaritmo de Ureal	$l$	1,5
Coeficiente B	$B$	2
Coeficiente n	$n$	2
Velocidade obtida Anemometro	$U$	4 - 7
Flutuação de Velocidade	$u'$	6 - 9
Intensidade turbulenta	$IT$	2 - 4
Energia cinética turbulenta	$k$	12 - 15
Flutuações de pressão*	$p'$	2 - 4

\*Incerteza de medição vinculada apenas à placa de aquisição, pois não foram encontrados parâmetros dos fabricantes que relacionavam a incerteza da leitura do equipamento.

O erro de posicionamento é obtido relacionando ao instrumento de medida utilizado. Para as medições maiores que 120 mm utiliza-se a trena de fita graduada curva para as medições sendo que a relação de erro é dada por:

$$em = \left( 0,6 + \frac{L_m}{5000} \right) m \quad (\text{A.10})$$

Para as dimensões menores que 120 mm o paquímetro é aplicado e sua resolução é  $\pm 0,05$  mm.

## APÊNDICE B - Calibração de Sondas de Fio Quente

A sonda de fio quente não é um equipamento de medição primário e por este motivo é necessário calibrar a mesma antes de cada utilização. Segundo a Dantec, 2004, a relação entre a velocidade e a tensão de correção da ponte de Wheatstone é exponencial e para criar a curva relativa às condições ambientais e do conjunto da sonda varia-se a velocidade do escoamento entre 0 m/s e 45 m/s em um bocal convergente, sendo que a sonda de fio quente está localizada no centro do bocal, conforme indicado na Figura B1. As velocidades são monitoradas por um tubo de Pitot aplicando 11 variações de velocidade, com o auxílio do inversor de frequências, e para cada valor de velocidade são obtidos os valores de pressão, da tensão gerada pela sonda de fio quente e da temperatura no canal aerodinâmico. Na medição da pressão utiliza-se o micro manômetro de coluna inclinada para valores de velocidades abaixo de 8 m/s, o manômetro eletrônico para a faixa entre 8 m/s e 20 m/s e o manômetro de coluna d'água aplicado na faixa entre 21 m/s e 45 m/s.

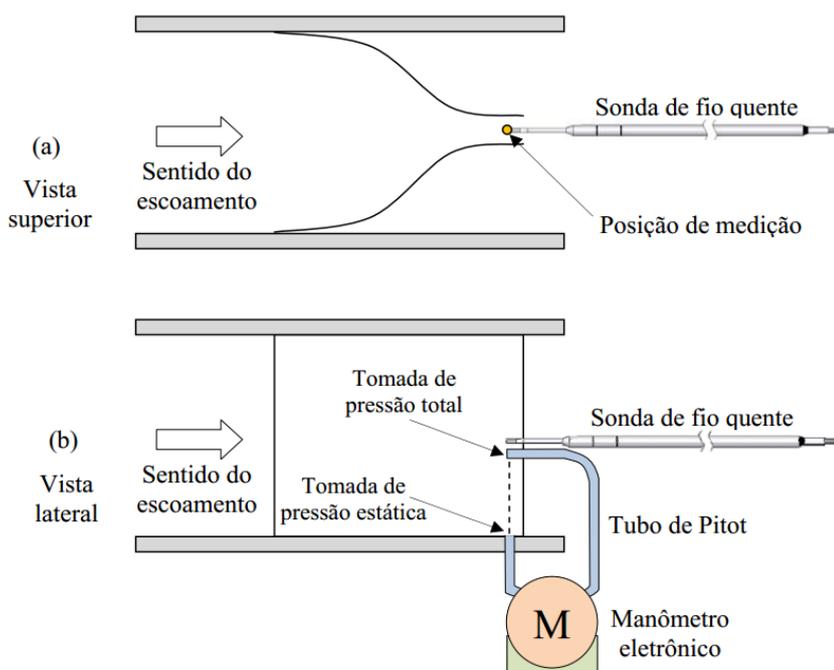


Figura B.1 - Dispositivo de calibração da sonda de fio quente, adaptado de Paula, 2013.

Antes da coleta das informações para a calibração executa-se a leitura da pressão no ambiente, com barômetro, e a temperatura no ambiente com o sensor de temperaturas. Os dados são coletados e aplicados nas relações abaixo para obtenção dos coeficientes,  $n$  e  $B$ , de conversão de tensão em velocidade. Inicialmente calcula-se a velocidade real aplicando:

$$u_{real} = \sqrt{\frac{2P_d}{\rho}} \quad (\text{B.1})$$

Onde  $P_d$  é a pressão dinâmica em Pa e  $\rho$  é massa específica do ar em kg/m<sup>3</sup>. Com  $u_{real}$  para cada uma das 12 velocidades, aplica-se os resultados em:

$$o = \ln(u_{real}) \quad (\text{B.2})$$

Depois disto, trabalha-se com os dados de tensão coletados em cada velocidade e executa-se a correção da tensão com a equação:

$$E_{corr} = E \left( \frac{1}{1 - 0,00245 (T_m - T_c)} \right) \quad (\text{B.3})$$

com  $E$  é a tensão coletada em cada velocidade durante a calibração em V,  $T_m$  é a temperatura do meio no início da medição em °C e  $T_c$  é a temperatura média em todas as medições da calibração em °C. Calcula-se então a relação entre a tensão obtida em cada velocidade e a tensão na velocidade zero.

$$j = \ln(E_{corr}^2 - E_0^2) \quad (\text{B.4})$$

onde  $E_0$  é a tensão na sonda com velocidade zero.

De posse das duas curvas de logarítmicos,  $o$  e  $j$  executa-se a análise da inclinação entre elas, que resulta no coeficiente  $n$ , e da exponencial da intercepção que indica o coeficiente  $B$ . De posse dos coeficientes e com o valor corrigido de  $E_0$ , dado por:

$$E_{0corr} = E_0 \left( \frac{1}{1 - 0,00211(T_0 - T_c)} \right) \quad (\text{B.5})$$

pode-se executar o cálculo da velocidade para todos os pontos das séries de dados adquiridos com anemometria de fio quente.

$$U = \left( \frac{E_{corr}^2 - E_{0corr}^2}{B} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{B.6})$$

Uma planilha característica de calibração é apresentada no Quadro B.1, onde observam-se valores de  $T_m$ ,  $T_0$  e  $E_0$  que são obtidos no início da medição, o valor de  $E_{0corr}$  calculado com a Equação (B.5). Os valores das 11 velocidades e suas respectivas pressões, tensões e temperaturas, juntamente com os resultados de  $E_{corr}$ ,  $U$ ,  $j$  e  $u_{real}$ .

Quadro B-1– Planilha padrão de calibração

Dados de entrada		Pressão [Pa]	Emed pela sonda [V]	Tc [°C]	Ecorr [V]	Ureal [m/s]	ln (E <sup>2</sup> -E0 <sup>2</sup> )	ln (Ureal)
Patm [mmHg]	754	5,88	1,807	19,25	1,8035	3,1354	0,1502	1,1427
TM [°C]	19,15	14,71	1,899	19,25	1,8954	4,9575	0,4066	1,6009
T0 [°C]	19,25	29,42	1,975	19,25	1,9712	7,0109	0,5850	1,9475
E0 [V]	1,448	60,5	2,071	19,35	2,0670	10,0622	0,7802	2,3088
E0corr [V]	1,446	135,25	2,186	19,55	2,1818	15,0446	0,9820	2,7110
		238,25	2,274	19,65	2,2697	19,9678	1,1186	2,9941
		402,07	2,359	20,15	2,3545	25,9182	1,2392	3,2549
		519,75	2,406	20,35	2,4014	29,4680	1,3018	3,3833
		715,88	2,464	20,65	2,4593	34,5839	1,3756	3,5434
		941,43	2,509	20,95	2,5042	39,6596	1,4304	3,6803
		1245,44	2,565	20,85	2,5601	45,6158	1,4959	3,8203

Ao aplicar os valores de  $u_{real}$  em função de  $E_{corr}$  obtém-se a curva de calibração característica apresentada na Figura B.2, com formato exponencial

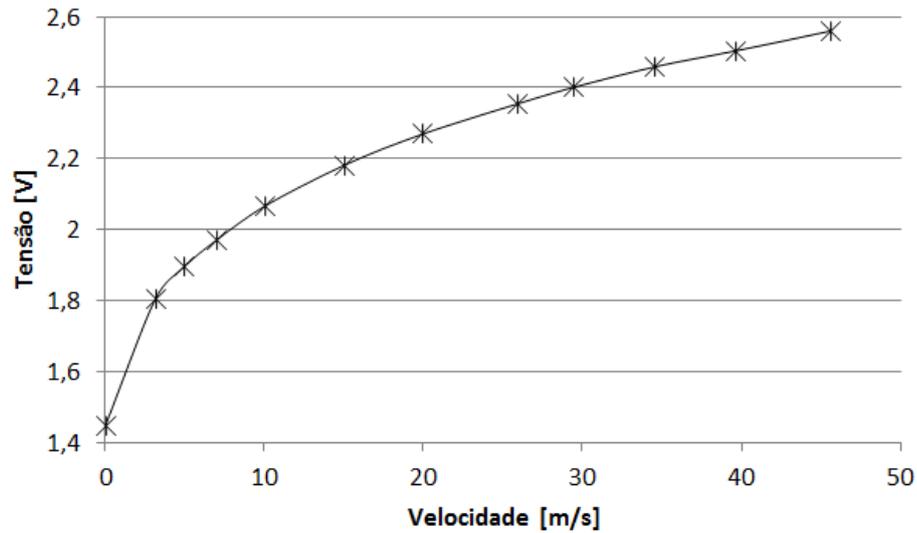


Figura B.2 – Curva característica de calibração.

Ao comparar os valores medidos com o tubo de Pitot, obtidos na Equação (B.1), e resultado da relação apresentada na Equação (B.6), calcula-se o erro entre os valores para cada ponto, com a Equação (B.7), resultando no erro em cada faixa de velocidades apresentado na Figura B.3.

$$Erro = \left( \frac{u_{real} - U}{u_{real}} \right) * 100 \quad (B.7)$$

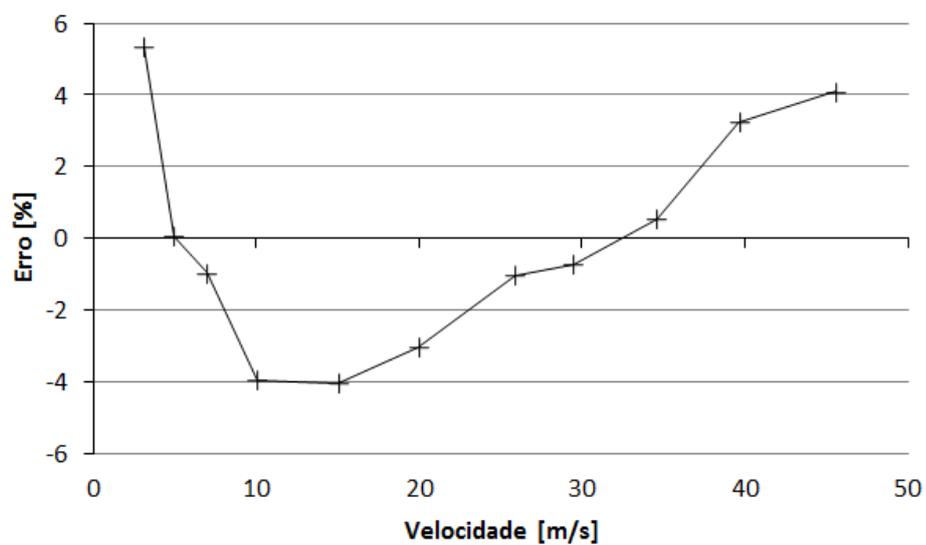


Figura B.3 – Curva característica de erro na calibração.